

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ОПЕРАЦИЙ ШЛИФОВАНИЯ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЯ ПО ТЕМПЕРАТУРЕ РЕЗАНИЯ

Новиков Ф.В., докт. техн. наук, Кленов О.С.

(Харьковский национальный экономический университет)

Повышение эффективности операций шлифования предполагает как повышение параметров качества, так и производительности обработки [1]. Поэтому при определении оптимальных условий шлифования наряду с решением задачи уменьшения температуры шлифования, важно располагать решением задачи определения максимально возможной производительности обработки с учетом ограничения по температуре шлифования. В связи с этим целью работы является оптимизация параметров операций шлифования по критерию основного времени обработки с учетом ограничения по температуре резания. Для решения задачи воспользуемся аналитической зависимостью для определения температуры шлифования прямолинейного образца, движущегося по нормали к рабочей поверхности круга с постоянной скоростью $V_{рез}$ [2–4]:

$$\theta = \sigma \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot V_{рез} \cdot \Pi}{c \cdot \rho \cdot \lambda}}, \quad (1)$$

где σ – условное напряжение резания, Н/м²; c – удельная теплоемкость обрабатываемого материала, Дж/(кг·К); ρ – плотность обрабатываемого материала, кг/м³; λ – коэффициент теплопроводности обрабатываемого материала, Вт/м·К; Π – величина снимаемого припуска, м.

Определим основное время обработки $\tau = \Pi / V_{рез}$ при шлифовании в один переход. Разрешая зависимость (1) относительно скорости $V_{рез}$, имеем $\tau = \Pi^2 / A$, где $A = 0,5 \cdot c \cdot \rho \cdot \lambda \cdot (\theta / \sigma)^2$. Как видно, уменьшить τ при заданной температуре шлифования θ можно уменьшением σ и Π . Определим возможности уменьшения τ за счет осуществления операции шлифования в два перехода. Будем считать, что к началу второго перехода обрабатываемый образец успевает полностью охладиться. Тогда $\tau = \tau_1 + \tau_2 = \Pi_1 / V_{рез1} + \Pi_2 / V_{рез2}$, где Π_1, Π_2 и $V_{рез1}, V_{рез2}$ – соответственно величины снимаемых припусков и скорости радиальных подач на первом и втором переходах; $\Pi_1 + \Pi_2 = \Pi$ – суммарный снимаемый припуск, м. Выразим скорости $V_{рез1}, V_{рез2}$ по зависимости (1):

$$\tau = \frac{[\Pi_1^2 + (\Pi - \Pi_1)^2]}{A}. \quad (2)$$

Величина Π_1 оказывает на τ неоднозначное влияние, т.е. имеет место экстремум функции τ от Π_1 . Для его нахождения подчиним функцию τ необходимому условию экстремума: $\tau'_{\Pi_1} = 0$. Откуда экстремальное значение величины Π_1 равно $\Pi_1 = 0,5 \cdot \Pi$. В точке экстремума $\tau''_{\Pi_1} > 0$. Следовательно, имеет место минимум функции τ от Π_1 . Минимальное значение $\tau_{min} = \Pi^2 / 2 \cdot A$, табл. 1.

Таблица 1

Расчетные значения $\tau \cdot A / \Pi^2$

Π_1 / Π	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\tau \cdot A / \Pi^2$	1,0	0,82	0,68	0,58	0,52	0,5	0,52	0,58	0,68	0,82	1,0

Как видно, при шлифовании в два перехода основное время обработки τ_{min} меньше, чем при шлифовании в один переход. Аналогичным образом можно определить τ при шлифовании в n переходов:

$$\tau = \frac{[\Pi_1^2 + \Pi_2^2 + \dots + \Pi_{n-1}^2 + (\Pi - \Pi_1 - \Pi_2 - \dots - \Pi_{n-1})^2]}{A}. \quad (3)$$

Очевидно, входящие в зависимость (3) переменные $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{n-1}$ неоднозначно влияют на основное время обработки τ . Подчиняя функцию τ необходимому условию экстремума от переменных $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{n-1}$, т.е. дифференцируя функцию τ по переменным $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{n-1}$, получено систему $(n-1)$ линейных уравнений с $(n-1)$ неизвестными:

$$\begin{aligned} \Pi_1 - (\Pi - \Pi_1 - \dots - \Pi_{n-1}) &= 0; \\ \Pi_2 - (\Pi - \Pi_1 - \dots - \Pi_{n-1}) &= 0; \\ \dots & \\ \Pi_{n-1} - (\Pi - \Pi_1 - \dots - \Pi_{n-1}) &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Определяя разности каждого последующего и предыдущего уравнений, получены следующие решения: $\Pi_2 = \Pi_1$; $\Pi_3 = \Pi_2$; ...; $\Pi_{n-1} = \Pi_{n-2}$, откуда $\Pi_1 = \Pi_2 = \dots = \Pi_{n-1}$. Тогда, с учетом того, что $\Pi_n = \Pi - \Pi_1 - \dots - \Pi_{n-1}$

первое уравнение системы (4) примет вид: $\Pi_1 - \Pi_n = 0$ или $\Pi_n = \Pi_1$, т.е. $\Pi_1 = \Pi_2 = \dots = \Pi_n = \Pi/n$. Таким образом доказано, что величины снимаемого припуска на каждом из n переходов одинаковы. Нетрудно определить минимальное основное время обработки: $\tau_{min} = \Pi^2/n \cdot A$. Следовательно, при шлифовании в n переходов можно практически в n раз уменьшить основное время обработки по сравнению с шлифованием в один переход, рис. 1,а.

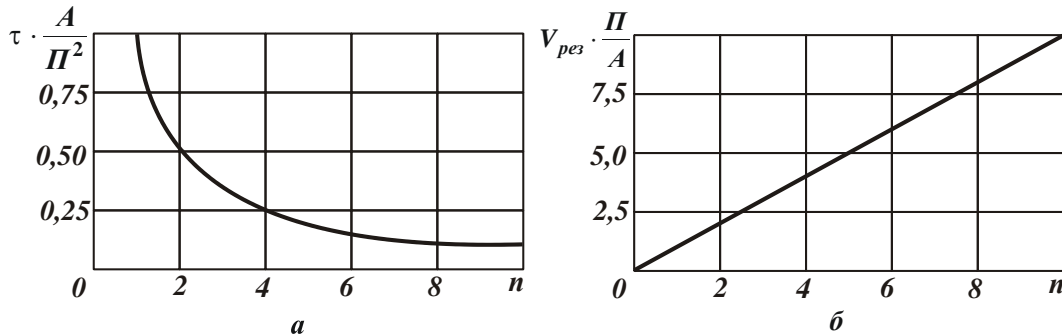


Рис. 1. Зависимости основного времени обработки $\tau \cdot A / \Pi^2$ (а) и скорости $V_{pez} \cdot \Pi / A$ (б) от количества переходов n .

Скорости V_{pez} на каждом из n переходов будут равны между собой и определяться зависимостью: $V_{pez} = n \cdot A / \Pi$. По сравнению с шлифованием в один переход скорость V_{pez} увеличивается в n раз, рис. 1,б.

Таким образом получено аналитическое решение задачи оптимизации структуры и параметров операций шлифования по критерию основного времени обработки с учетом ограничения по температуре шлифования. Основным условием осуществления данного решения является полное остывание обрабатываемого образца в период между переходами, т.е. в начале каждого последующего перехода температура образца должна равняться нулю. Выполнить данное условие можно при использовании традиционных схем плоского и круглого (наружного и внутреннего) шлифования, разбивая снимаемый припуск по проходам. Причем, с уменьшением припуска, удаляемого на каждом проходе круга, основное время обработки будет уменьшаться.

При шлифовании прямолинейного образца, движущегося по нормали к кругу, трудно обеспечить полное остывание образца к началу каждого перехода. Для этого требуется определенное время, что увеличивает продолжительность шлифования и не эффективно. В связи с этим важно решить задачу минимизации основного времени обработки при условии, что в конце каждого перехода температура шлифования θ равна заданной, а в начале каждого последующего перехода температура шлифования θ больше нуля. Иными словами, принимается, что к началу каждого перехода обрабатываемый образец не успевает остыть. Рассмотрим первоначально операцию шлифования, выполняемую в два перехода. Тогда τ будет равно: $\tau = \tau_1 + \tau_2 = \Pi_1 / V_{pez1} + \Pi_2 / V_{pez2}$, где Π_1, Π_2 и V_{pez1}, V_{pez2} – соответственно величины снимаемых припусков и скорости радиальных подач на первом и втором переходах; $\Pi_1 + \Pi_2 = \Pi$ – суммарный снимаемый припуск, м. Скорость V_{pez} на первом переходе определяется из зависимости (1): $V_{pez1} = A / \Pi_1$. Для определения скорости V_{pez2} на втором переходе представим зависимость (1) в следующем виде:

$$\theta = \sigma \cdot V_{pez2} \cdot \sqrt{\frac{2}{c \cdot \rho \cdot \lambda} \cdot \left(\frac{\Pi_1}{V_{pez1}} + \frac{\Pi_2}{V_{pez2}} \right)}. \quad (5)$$

Очевидно, $(\Pi_1 / V_{pez1} + \Pi_2 / V_{pez2}) = \tau$. Тогда, разрешая зависимость (5), имеем $V_{pez2} = \sqrt{A / \tau}$. Откуда

$$\tau = \frac{\Pi_1^2}{A} + \Pi_2 \cdot \sqrt{\frac{\tau}{A}}. \quad (6)$$

В результате пришли к квадратному уравнению относительно неизвестной величины τ , рассматривая $\Pi_2 = \Pi - \Pi_1$. Решение уравнения:

$$\tau = \frac{1}{A} \cdot \left[\frac{(\Pi - \Pi_1)}{2} + \sqrt{\frac{(\Pi - \Pi_1)^2}{4} + \Pi_1^2} \right]^2. \quad (7)$$

Как видно, величина Π_1 неоднозначно влияет на τ , т.е. имеет место экстремум функции τ от величины Π_1 . Для определения экстремального значения Π_1 возьмем первую производную от функции τ по переменной Π_1 и полученное выражение приравняем нулю. В результате получено:

$$\tau'_{\Pi_1} = \frac{2}{A} \cdot \left[\frac{(\Pi - \Pi_1)}{2} + \sqrt{\frac{(\Pi - \Pi_1)^2}{4} + \Pi_1^2} \right] \cdot \left\{ -\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\frac{(\Pi - \Pi_1)^2}{4} + \Pi_1^2}} \cdot \left[-\frac{(\Pi - \Pi_1)}{2} + 2 \cdot \Pi_1 \right] \right\} = 0 \quad (8)$$

Первое выражение, заключенное в квадратные скобки, не может быть равно нулю. Поэтому приравняем нулю второе выражение, заключенное в фигурные скобки, откуда $\Pi_1 = 0,4 \cdot \Pi$. Подставив полученное экстремальное значение Π_1 в зависимость (7), имеем $\tau_{min} = 0,64 \Pi^2 / A$. Как видно, минимальное основное время обработки τ_{min} меньше на 36% основного времени обработки при шлифовании в один переход.

Подставляя значения $\tau_{min} = 0,64 \cdot \Pi^2 / A$; $\Pi_1 = 0,4 \cdot \Pi$; $\Pi_2 = 0,6 \cdot \Pi$ в зависимость (6), определим основное время обработки на первом и втором переходах:

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = (0,16 + 0,48) \cdot \frac{\Pi^2}{A} = 0,64 \cdot \frac{\Pi^2}{A} \quad (9)$$

Из зависимости вытекает, что основное время обработки τ_1 на первом переходе в три раза меньше основного времени обработки τ_2 на втором переходе и составляет 25% от основного времени обработки τ на операции шлифовании.

Скорость V_{pez1} на первом переходе, согласно зависимости (1) с учетом $\Pi_1 = 0,4 \cdot \Pi$, в 2,5 раза больше, чем при шлифовании в один переход. Скорость V_{pez2} на втором переходе определим, представив ее в виде:

$$V_{pez2} = \sqrt{\frac{A}{\tau}} = \frac{1,25 \cdot A}{\Pi} \quad (10)$$

Отношение A/Π определяет скорость V_{pez} при шлифовании в один переход. Следовательно, скорость V_{pez2} на втором переходе больше в 1,25 раза соответственно скорости V_{pez} при шлифовании в один переход. На рис. 2 показан характер изменения скоростей V_{pez1} и V_{pez2} на двух переходах по отношению к скорости V_{pez} при шлифовании в один переход.

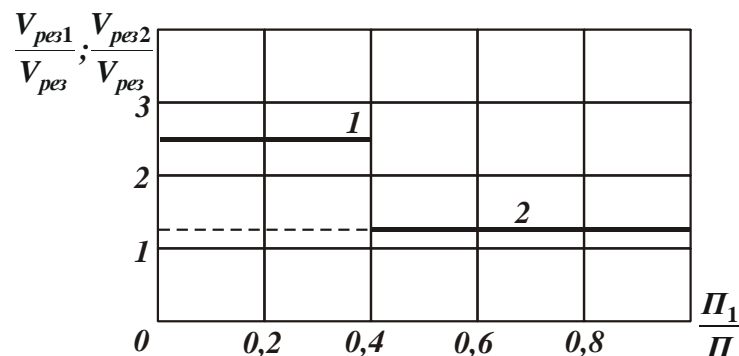


Рис. 2. Характер расположения зависимостей V_{pez1}/V_{pez} (1) и V_{pez2}/V_{pez} (2) на двух переходах.

В табл. 2 приведены рассчитанные по зависимости (7) значения основного времени обработки $\tau \cdot A / \Pi^2$ в безразмерных единицах. При $\Pi_1 = 0,4 \cdot \Pi$ основное время обработки принимает минимальное значение.

Таблица 2

Расчетные значения основного времени обработки $\tau \cdot A / \Pi^2$									
Π_1 / Π	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\tau \cdot A / \Pi^2$	0,83	0,72	0,66	0,64	0,65	0,69	0,75	0,82	0,9

Таким образом показано, что при выполнении операции шлифовании в два перехода, когда обрабатываемый образец к началу второго перехода не успевает остыть, основное время обработки уменьшается, однако в меньшей мере по сравнению со случаем, когда происходит остывание обрабатываемого образца к началу второго перехода. Так, во втором случае τ уменьшается в два раза по сравнению с шлифованием в один переход, а в первом случае — уменьшается лишь на 36%.

Произведем оценку основного времени обработки τ при шлифовании в три перехода:

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = \frac{\Pi_1}{V_{pez1}} + \frac{\Pi_2}{V_{pez2}} + \frac{\Pi_3}{V_{pez3}} \quad (11)$$

где Π_1, Π_2, Π_3 и $V_{pez1}, V_{pez2}, V_{pez3}$ – соответственно величины снимаемых припусков и скорости радиальных подач на первом, втором и третьем переходах; $\Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 = \Pi$ – суммарный снимаемый припуск, м.

Основное время обработки τ_1 на первом переходе равно: $\tau_1 = \Pi^2 / A$.

Скорость V_{pez2} на втором переходе описывается зависимостью (5), представленной в виде:

$$V_{pez2}^2 + \frac{A \cdot \Pi_2}{\Pi_1^2} \cdot V_{pez2} - \frac{A^2}{\Pi_1^2} = 0. \quad (12)$$

В результате получено квадратное уравнение относительно неизвестной величины V_{pez2} . Его решение:

$$V_{pez2} = \frac{A}{\Pi_1} \cdot \left[-\frac{\Pi_2}{2 \cdot \Pi_1} + \sqrt{\left(\frac{\Pi_2}{2 \cdot \Pi_1}\right)^2 + 1} \right]. \quad (13)$$

Скорость V_{pez3} на третьем переходе определяется из зависимости, аналогичной зависимости (5):

$$\theta = \sigma \cdot V_{pez3} \cdot \sqrt{\frac{2}{c \cdot \rho \cdot \lambda} \cdot \left(\frac{\Pi_1}{V_{pez1}} + \frac{\Pi_2}{V_{pez2}} + \frac{\Pi_3}{V_{pez3}} \right)}. \quad (14)$$

Здесь $\left(\frac{\Pi_1}{V_{pez1}} + \frac{\Pi_2}{V_{pez2}} + \frac{\Pi_3}{V_{pez3}} \right) = \tau$. Тогда, разрешая зависимость (14) относительно скорости V_{pez3} , имеем

$V_{pez3} = \sqrt{A / \tau}$. Подставляя полученные зависимости в (11), получено квадратное уравнение относительно неизвестной величины $\sqrt{\tau}$:

$$\tau - \frac{\Pi_3}{\sqrt{A}} \cdot \sqrt{\tau} - \left(\frac{\Pi_1}{V_{pez1}} + \frac{\Pi_2}{V_{pez2}} \right) = 0. \quad (15)$$

Решение квадратного уравнения:

$$\tau = \frac{1}{A} \cdot \left\{ \frac{\Pi_3}{2} + \sqrt{\frac{\Pi_3^2}{4} + \frac{\Pi_2^2}{4} \cdot \left[1 + \sqrt{1 + 4 \cdot \left(\frac{\Pi_1}{\Pi_2} \right)^2} \right]^2} \right\}. \quad (16)$$

На рис. 3 приведены рассчитанные по зависимости (16) значения $\tau \cdot A / \Pi^2$ для заданных значений Π_1 и Π_3 . Значения Π_2 определялись по зависимости $\Pi_2 = \Pi - \Pi_1 - \Pi_3$.

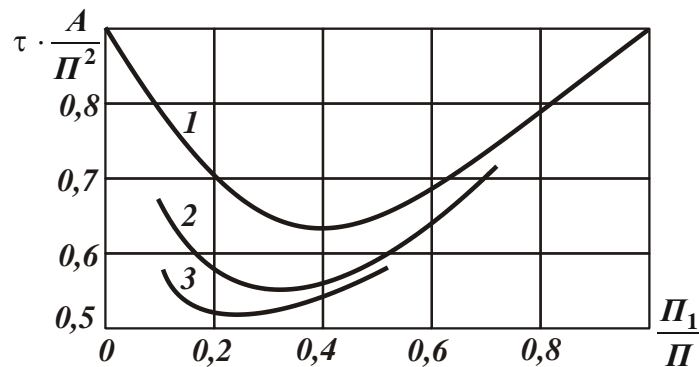


Рис. 3. Зависимость основного времени обработки $\tau \cdot A / \Pi^2$ от отношения Π_1 / Π : 1 – $\Pi_3 / \Pi = 0$; 2 – $\Pi_3 / \Pi = 0,2$; 3 – $\Pi_3 / \Pi = 0,4$.

С увеличением отношения Π_1 / Π безразмерная величина $\tau \cdot A / \Pi^2$ изменяется по экстремальной зависимости, проходя точку минимума. Причем, с увеличением Π_3 / Π точка минимума безразмерной величины $\tau \cdot A / \Pi^2$ уменьшается и смещается в область меньших значений Π_1 / Π . Так, при $\Pi_3 / \Pi = 0$ экстремальное значение Π_1 / Π равно 0,4, а при $\Pi_3 / \Pi = 0,4$ – соответственно Π_1 / Π равно 0,2. Однако, уменьшение безразмерной величины $\tau \cdot A / \Pi^2$ наблюдается в диапазоне $\Pi_3 / \Pi \leq 0,4$. При $\Pi_3 / \Pi > 0,4$ происходит увеличение безразмерной величины $\tau \cdot A / \Pi^2$. Поэтому оптимальной по структуре операцией шлифования в три перехода следует рассматривать операцию с параметрами $\Pi_1 / \Pi = 0,2$; $\Pi_2 / \Pi = 0,4$; Π_3 / Π

=0,4. В этом случае минимальное значение $\tau \cdot A / \Pi^2 = 0,52$. Это меньше минимального значения $\tau \cdot A / \Pi^2 = 0,64$ при шлифовании в два перехода.

Подводя итоги, можно отметить, что с увеличением количества переходов минимальное значение основного времени обработки и припуски, удаляемые на каждом переходе, уменьшаются.

Основное время обработки, в том числе по переходам, равно $\tau = (0,04 + 0,19 + 0,29) \cdot \Pi^2 / A$.

Значения скоростей V_{pez1} , V_{pez2} , V_{pez3} на каждом из трех переходов равны: $V_{pez1} = 5 \cdot A / \Pi$; $V_{pez2} = 2,1 \cdot A / \Pi$; $V_{pez3} = 1,38 \cdot A / \Pi$.

На рис. 4 показан характер изменения скоростей V_{pez1} , V_{pez2} , V_{pez3} при шлифовании в три перехода по отношению к шлифованию в один переход, когда $V_{pez} = A / \Pi$. Как видно, по сравнению с шлифованием в один переход скорость V_{pez1} увеличилась в 5 раз, скорость V_{pez2} – в 2,1 раза, а скорость V_{pez3} – 1,38 раза. По сравнению с шлифованием в два перехода (рис. 2) скорости V_{pez1} , V_{pez2} , V_{pez3} также увеличились. Следовательно, увеличение количества переходов позволяет увеличить скорости V_{pez1} , V_{pez2} , V_{pez3} при заданной температуре шлифования θ , а это способствует снижению основного времени обработки при шлифовании.

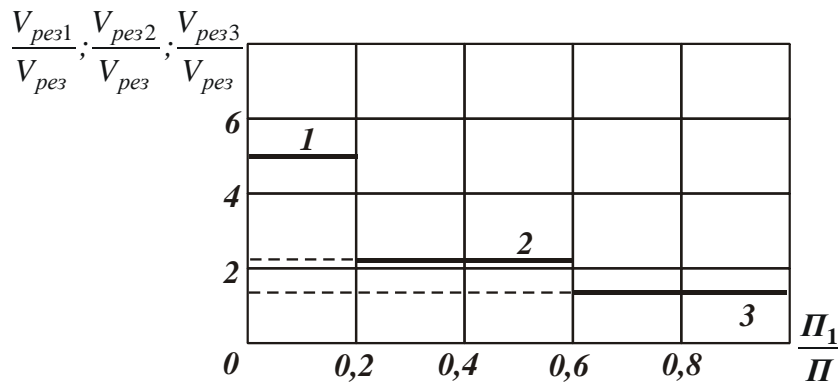


Рис. 4. Характер расположения зависимостей V_{pez1}/V_{pez} (1), V_{pez2}/V_{pez} (2) и V_{pez3}/V_{pez} (3) на трех переходах.

Аналогичным образом можно проанализировать характер изменения основного времени обработки и соответственно скоростей и снимаемых припусков для большего количества переходов. Однако тенденции их изменения, выявленные при анализе шлифования в два и три перехода, сохранятся. Это указывает на эффективность осуществления шлифования с переменной во времени скоростью V_{pez} . Чем больше расхождение максимального и минимального расхождения скоростей, тем меньше будет основное время обработки при шлифовании. Исходя из этого, наиболее эффективным следует рассматривать вариант шлифования, когда скорость V_{pez} во времени уменьшается от своего максимального значения до нуля. Очевидно, для реализации данного условия необходимо использовать автоматизированные циклы шлифования или создать в технологической системе значительный начальный натяг, который при шлифовании приведет к уменьшению во времени скорости V_{pez} вплоть до нуля.

Список литературы: 1. Маслов Е.Н. Теория шлифования металлов. – М.: Машиностроение, 1974. – 319 с. 2. Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения / Под общ. ред. Ф.В. Новикова и А.В. Якимова. В десяти томах. – Т. 2. "Теплофизика резания материалов" – Одесса: ОНПУ, 2003. – 625 с. 3. Новиков Ф.В. Математическая модель определения температуры при шлифовании на основе учета баланса тепла, уходящего в образующиеся стружки и обрабатываемую деталь // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. Петра Василенка. – 2007. – Вип. 61. – С. 23-33. 4. Теоретические основы резания и шлифования материалов: Учеб. пособие / Якимов А.В., Новиков Ф.В., Новиков Г.В., Серов Б.С., Якимов А.А. – Одесса: ОГПУ, 1999. – 450 с.