

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**ІМЕНІ СЕМЕНА КУЗНЕЦЯ**

**ЗАТВЕРДЖЕНО**

на засіданні кафедри економічної кібернетики  
та системного аналізу  
Протокол № 1 від 22.08.2023 р.

**ПОГОДЖЕНО**

Проректор з навчально-методичної роботи

  
Каріна НЕМАШКАЛО



**ВИПАДКОВІ ПРОЦЕСИ**  
робоча програма навчальної дисципліни (РНПД)

Галузь знань  
Спеціальність  
Освітній рівень  
Освітня програма

**12 «Інформаційні технології»**  
**124 "Системний аналіз"**  
**перший (бакалаврський)**  
**«Управління складними системами»**

Статус дисципліни  
Мова викладання, навчання та оцінювання

**обов'язкова**  
**українська**

Розробники:

к.е.н., доцент



Ольга ПОЛЯКОВА

к.е.н., доцент



Світлана ПРОКОПОВИЧ

Завідувач кафедри  
економічної кібернетики та  
системного аналізу



Лідія ГУР'ЯНОВА

Гарант програми



Оксана ПАНАСЕНКО

**Харків**  
**2024**

## ВСТУП

Актуальність навчальної дисципліни, її необхідність та роль у підготовці фахівців визначається тим, що економічні системи різного масштабу і призначення функціонують і розвиваються в умовах нестационарного зовнішнього середовища, під впливом різного роду випадкових факторів. Математичний апарат теорії випадкових процесів широко використовується при вивченні таких систем. У підготовці фахівців дисципліна «Випадкові процеси» забезпечує необхідні компетенції для подальшого вивчення дисциплін, які пов'язані із прийняттям рішень, дослідженням систем масового обслуговування, моделюванням систем тощо.

**Метою навчальної дисципліни «Випадкові процеси»** є формування системи знань та навичок використання інструментарію досліджень випадкових процесів в реальних умовах.

**Завданням вивчення дисципліни «Випадкові процеси»** є оволодіння практичними навичками моделювання і аналізу випадкових процесів та їх перетворень системами обробки сигналів, статистичної оцінки та фільтрації реальних випадкових процесів для прийняття рішень у процесі управління складними системами.

**Предметом** вивчення навчальної дисципліни є методологія та інструментарій оцінки та аналізу випадкових явищ у динаміці їхнього розвитку.

**Об'єктом** навчальної дисципліни є процеси, які відбуваються у складних системах під впливом випадкових чинників.

Результати навчання та компетентності, які формує навчальна дисципліна визначено в табл. 1.

Таблиця 1

Результати навчання та компетентності, які формує навчальна дисципліна

Результати навчання	Компетентності, якими повинен оволодіти здобувач вищої освіти
РН 3	КЗ1, КЗ2, КФ3, КФ4
РН 6	КЗ1, КЗ2, КФ4
РН 12	КЗ1, КЗ2
РН 15	КФ4

де РН 3. Вміти визначати ймовірнісні розподіли стохастичних показників та факторів, що впливають на характеристики досліджуваних процесів, досліджувати властивості та знаходити характеристики багатовимірних випадкових векторів та використовувати їх для розв'язання прикладних задач, формалізувати стохастичні показники та фактори у вигляді випадкових величин, векторів, процесів;

РН 6. Знати та вміти застосовувати основні методи постановки та вирішення задач системного аналізу в умовах невизначеності цілей, зовнішніх умов та конфліктів;

РН12. Застосовувати методи і засоби роботи з даними і знаннями, методи математичного, логіко-семантичного, об'єктного та імітаційного моделювання, технології системного і статистичного аналізу;

PH15. Розуміти українську та іноземну мови на рівні, достатньому для обробки фахових інформаційно-літературних джерел, професійного усного і письмового спілкування, написання текстів за фаховою тематикою;

КЗ 1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;

КЗ 2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;

КФ 3. Здатність будувати математично коректні моделі статичних та динамічних процесів і систем із зосередженими та розподіленими параметрами із врахуванням невизначеності зовнішніх та внутрішніх факторів;

КФ 4. Здатність визначати основні чинники, які впливають на розвиток фізичних, економічних, соціальних процесів, виокремлювати в них стохастичні та невизначені показники, формулювати їх у вигляді випадкових або нечітких величин, векторів, процесів та досліджувати залежності між ними.

## **ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

### **Зміст навчальної дисципліни**

#### **Змістовий модуль 1. Випадкові функції та випадкові процеси**

##### **Тема 1. Основні поняття випадкових процесів та їх класифікація**

###### **1.1. Поняття про випадкову функцію і випадковий процес.**

Поняття випадкової величини. Поняття випадкової функції, реалізації випадкової функції, перетину випадкової функції. Поняття випадкового процесу та випадкової послідовності. Приклади випадкових процесів.

###### **1.2. Закон розподілу випадкового процесу.**

Поняття про закон розподілу випадкової величини. Визначення випадкової функції як системи випадкових величин.  $N$ -мірний закон розподілу випадкової функції та випадкового процесу.

###### **1.3. Характеристики випадкового процесу.**

Математичне очікування, дисперсія, середнє квадратичне відхилення випадкового процесу. Коваріаційна та кореляційна функції випадкового процесу та їх властивості. Елементарні операції над випадковими процесами.

###### **1.4. Лінійні перетворення випадкових процесів.**

Поняття про методи визначення характеристик перетворених випадкових процесів по характеристикам вихідних випадкових процесів. Поняття оператора випадкового процесу. Класифікація операторів. Властивості лінійних однорідних операторів. Приклади лінійних однорідних операторів. Приклади лінійних неоднорідних операторів. Методи визначення характеристик лінійно перетворених випадкових процесів по характеристикам початкових випадкових процесів.

###### **1.5. Додавання випадкових процесів.**

Поняття про взаємну коваріаційну функцію випадкового процесу. Поняття про взаємну кореляційну функцію випадкового процесу. Визначення основних характеристик суми будь-якої кількості випадкових процесів по характеристикам вихідних випадкових процесів. Комплексні випадкові процеси.

###### **1.6. Розкладання випадкових процесів.**

Поняття про елементарний випадковий процес. Приклади елементарних випадкових процесів. Лінійні перетворення елементарних випадкових процесів. Основна ідея методу канонічного розкладення випадкових процесів. Загальний вигляд канонічного розкладення випадкового процесу. Правила знаходження характеристик випадкового процесу, представленого своїм канонічним розкладенням. Лінійні перетворення випадкових процесів, представлених своїм канонічним розкладенням.

## **Тема 2. Види випадкових процесів**

### **2.1. Класифікація випадкових процесів.**

Стаціонарні процеси. Нормальні процеси. Авторегресійні процеси. Кумулятивні процеси. Розгалужені процеси. Мартингали. Рекурентні процеси. Випадкові блукання. Процес Пуассона. Марківські процеси.

### **2.2. Стаціонарні випадкові процеси.**

Поняття про стаціонарні та нестаціонарні випадкові процеси. Властивості основних характеристик стаціонарного випадкового процесу. Спектральне розкладання стаціонарного випадкового процесу. Ергодична властивість стаціонарного випадкового процесу.

## **Тема 3. Методи фільтрації випадкових процесів**

### **3.1. Загальна постановка задачі фільтрації.**

Загальна постановка задачі оцінки випадкових сигналів. Основні властивості лінійних фільтрів. Задачі прогнозування, фільтрації та інтерполяції.

### **3.2. Оптимальна фільтрація Вінера-Колмогорова.**

Основні співвідношення та особливості застосування алгоритму.

### **3.3. Метод нестаціонарної фільтрації Калмана-Бьюсі.**

Динамічні системи. Модель спостережень і станів. Задача фільтрації Калмана. Основні співвідношення та алгоритм методу. Приклади застосування.

## **Змістовий модуль 2. Прикладні завдання аналізу випадкових процесів**

**Тема 4. Марківські випадкові процеси з дискретними станами та дискретним часом**

### **4.1. Основні визначення теорії марківських випадкових процесів.**

Визначення марківського процесу як процесу без післядії. Класифікація марківських випадкових процесів. Поняття марківського ланцюга.

### **4.2. Ергодична властивість марківського ланцюга.**

Поняття про ергодичний марківський ланцюг. Визначення циклічного та регулярного марківських ланцюгів. Ергодична теорема Маркова. Алгоритм визначення фінальних ймовірностей ергодичного марківського ланцюга.

### **4.3. Класифікація станів марківського ланцюга.**

Визначення суттєвого та несуттєвого станів, досяжного стану, сполучених станів. Властивості симетричності, транзитивності та рефлексивності сполучених станів. Поняття замкнутої множини станів. Визначення періодичного стану. Визначення транзитивного стану. Поняття про класи еквівалентності на множині

станів марківського процесу. Властивість приводимості (розкладності) марківського ланцюга.

#### **4.4. Абсорбційні ланцюги Маркова.**

Поняття абсорбційного стану та абсорбційного ланцюга. Загальний вигляд матриці перехідних ймовірностей абсорбційного марківського ланцюга. Визначення основної (фундаментальної) матриці абсорбційного марківського ланцюга. Ймовірнісна інтерпретація елементів основної (фундаментальної) матриці.

### **Тема 5: Марківські випадкові процеси з дискретними станами і неперервним часом**

#### **5.1. Рівняння колмогорова.**

Рівняння Колмогорова для ймовірностей станів. Визначення марківського випадкового процесу з дискретними станами та неперервним часом. Методи їх формалізованого опису. Граф станів. Визначення щільності ймовірності переходу марківського випадкового процесу з дискретними станами та неперервним часом. Вивід рівнянь Колмогорова для ймовірностей станів. Загальне правило формування системи рівнянь Колмогорова для ймовірностей станів. Приклади формування системи рівнянь Колмогорова.

#### **5.2. Граничні ймовірності станів.**

Поняття про граничні (фінальні) ймовірності станів. Інтерпретація граничних ймовірностей станів. Правило визначення граничних ймовірностей станів.

#### **5.3. Процеси загибелі і розмноження.**

Поняття процесу загибелі і розмноження. Граф станів процесу загибелі і розмноження. Система рівнянь для граничних ймовірностей станів процесу загибелі і розмноження.

#### **5.4. Циклічні процеси.**

Поняття циклічного марківського процесу. Система рівнянь для граничних ймовірностей станів циклічного марківського процесу. Розгалужені процеси. Необхідність приведення не-марківських процесів до марківських. Метод псевдостанів.

### **Тема 6. Приховані марківські процеси**

#### **6.1. Поняття прихованої марківської моделі.**

Елементи прихованої марківської моделі. Схема формування прихованої марківської моделі. Основні проблеми, пов'язані з використанням прихованої марківської моделі.

#### **6.2. Розв'язання трьох основних проблем прихованої марківської моделі.**

Визначення ймовірності появи певної послідовності спостережень для зазначеної моделі, послідовності станів, яка найкращим чином відповідає наявній послідовності спостережень, підлаштування параметрів моделі для максимізації ймовірності появи певної послідовності спостережень.

### 6.3. Застосування теорії прихованих марківських моделей для моделювання систем різного призначення.

Приклади економічних процесів, що можуть бути представлені прихованою марківською моделлю. Прогнозування послідовності станів системи

Перелік лабораторних занять / завдань за навчальною дисципліною наведено в табл. 2

Таблиця 2

#### Перелік лабораторних занять / завдань

Назва теми та завдання	Зміст
Тема 1. Завдання 1	Опанування основних прийомів роботи з Internet-програмним середовищем Colab (Python)
Тема 1. Завдання 2	Моделювання випадкового процесу та визначення його характеристик
Тема 2. Завдання 3	Моделювання процесу випадкового блукання
Тема 3. Завдання 4	Методи фільтрації випадкових процесів
Тема 4. Завдання 5	Побудова марківського ланцюга та його аналіз
Тема 4. Завдання 6	Моделювання поглинаючих процесів
Тема 4. Завдання 7	Моделювання процесів загибелі та розмноження

Перелік самостійної роботи за навчальною дисципліною наведено в табл. 3

Таблиця 3

#### Перелік самостійної роботи

Назва теми	Зміст
Тема 1.	Розв'язання завдань щодо визначення основних характеристик випадкового процесу
Тема 2.	Розв'язання завдань щодо визначення типу випадкового процесу та його основних властивостей
Тема 3.	Розв'язання завдань щодо прогнозування лінійних процесів за допомогою фільтрів
Тема 4.	Розв'язання завдань щодо оцінки станів марківського ланцюга
Тема 5.	Розв'язання завдань щодо оцінки ймовірностей станів неперервного випадкового процесу
Тема 6.	Розв'язання завдань щодо прогнозування прихованих станів випадкового процесу

Кількість годин лекційних та лабораторних занять та годин самостійної роботи наведено в робочому плані (технологічній карті) з навчальної дисципліни.

## МЕТОДИ НАВЧАННЯ

У процесі викладання навчальної дисципліни для набуття визначених результатів навчання, активізації освітнього процесу передбачено застосування таких методів навчання, як:

словесні: лекція (усі теми), проблемна лекція (Тема 1, 3, 4);

наочні: демонстрація (усі теми);

практичні: лабораторна робота (усі теми), робота в малих групах (Тема 4, 5).

У процесі викладання навчальної дисципліни для активізації навчально-пізнавальної діяльності здобувачів передбачене застосування як активних, так і інтерактивних навчальних технологій, серед яких: лекції проблемного характеру (Теми 1, 3, 4), робота в малих групах (Тема 4, 5), презентації, банки візуального супроводу

## ФОРМИ ТА МЕТОДИ ОЦІНЮВАННЯ

Університет використовує 100 бальну накопичувальну систему оцінювання результатів навчання здобувачів вищої освіти.

**Поточний контроль** здійснюється під час проведення лекційних і лабораторних занять, має на меті перевірку рівня підготовленості здобувача вищої освіти до виконання конкретної роботи і оцінюється сумою набраних балів: максимальна сума – 100 балів; мінімальна сума – 60 балів);

**Підсумкова оцінка за навчальною дисципліною** визначається сумуванням всіх балів, отриманих під час поточного контролю.

Під час викладання навчальної дисципліни використовуються наступні контрольні заходи:

поточний контроль: індивідуальні навчальні (лабораторні) завдання (36 балів), письмова контрольна робота (40 балів), експрес-опитування (24 бали).

Більш детальну інформацію щодо системи оцінювання наведено в робочому плані (технологічній карті) з навчальної дисципліни.

## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

### Основна

1. Випадкові процеси: теорія, статистика, застосування : підручник / Ю. С. Мішура, К. В. Ральченко, Г. М. Шевченко. – 2-ге вид., випр. і допов. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2021. – 496 с.- Режим доступу: <http://surl.li/qflov>

2. Методи теорії випадкових процесів: навчальний посібник / Лоева, І. Д., Серга, Е. М. та Школьнік, Є. П. - Одеса : ТЕС. – 2019. – 132 с.- Режим доступу: <http://surl.li/qflpq>

3. Чернова Н. Л., Полякова О.Ю. Визначення оптимальної структури портфеля, що містить активи розвинутих ринків і ринків, що розвиваються *Проблеми економіки*. 2020. №1. С. 332–339. Режим доступу: <https://doi.org/10.32983/2222-0712-2020-1-332-339>

4. Чернова Н. Л., Полякова О.Ю. Модель оцінки справедливої ціни фондових індексів. *Проблеми економіки*. 2021. №1. С. 169–177. <https://doi.org/10.32983/2222-0712-2021-1-169-177>

#### Додаткова

5. Горват А.А., Молнар О.О., Мінькович В.В. Методи обробки експериментальних даних з використанням MS Excel: Навчальний посібник. Ужгород: Видавництво УжНУ “Говерла”, 2019. – 160 с.

6. Теорія випадкових процесів: Задачі для самостійної роботи [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 171 «Електроніка»/ КІІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: О.В. Гармаш. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,771 Мбайт). – Київ : КІІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 44 с.

7. Теорія ймовірностей, теорія випадкових процесів та математична статистика (частина I) / І.А. Рудоміно-Дусятська, Л.М. Козубцова, О.Ю. Пояркова, Т.В. Соловійова, В.Є. Сновида, Л.М. Цитрицька. – К.: ВІТІ, 2018. – 187 с.

8. Del Moral P. Stochastic processes. From applications to theory / P. Del Moral, S. Penev. — Boca Raton, FL : CRC Press, 2017.

9. Liquidity, Markets and Trading in Action. An Interdisciplinary Perspective. - Deniz Ozenbas, Michael S. Pagano. in Classroom Companion: Business (2022).

10. Uncertainty in Engineering : Introduction to Methods and Applications / Louis J. M. Aslett, Frank P. A. Coolen... in Springer Briefs in Statistics (2022)

#### Інформаційні ресурси

11. Полякова О.Ю. Навчальна дисципліна «Випадкові процеси» [Електронний ресурс] / О. Ю. Полякова, С. В. Прокопович. – Режим доступу : <https://pns.hneu.edu.ua/course/view.php?id=7223> .

12. Fourier transform. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=r6sGWTCMz2k&list=PLZHQObOWTQDN52m7Y21ePrTbvXkPaWVSg>

13. Stochastic Processes: Data Analysis and Computer Simulation. Free Online Course URL: <https://www.classcentral.com/course/edx-stochastic-processes-data-analysis-and-computer-simulation-8246>