

“The approach to modeling the value of statistical life using average per capita income”

Stanislav Levytskyi  <https://orcid.org/0000-0001-6014-1276>

 <http://www.researcherid.com/rid/I-6881-2017>

Oleksandr Gneushev

Vasyl Makhlinets

AUTHORS

ARTICLE INFO

Stanislav Levytskyi, Oleksandr Gneushev and Vasyl Makhlinets (2019). The approach to modeling the value of statistical life using average per capita income. *Development Management*, 17(4), 1-18. doi:[10.21511/dm.17\(4\).2019.01](https://doi.org/10.21511/dm.17(4).2019.01)

DOI

[http://dx.doi.org/10.21511/dm.17\(4\).2019.01](http://dx.doi.org/10.21511/dm.17(4).2019.01)

RELEASED ON

Tuesday, 14 January 2020

RECEIVED ON

Tuesday, 13 August 2019

ACCEPTED ON

Wednesday, 18 September 2019

LICENSE



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

JOURNAL

"Development Management"

ISSN PRINT

2413-9610

ISSN ONLINE

2663-2365

FOUNDER

Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics



NUMBER OF REFERENCES

15



NUMBER OF FIGURES

1



NUMBER OF TABLES

11

Stanislav Levytskyi (Ukraine), Oleksandr Gneushev (Ukraine),
Vasyl Makhlinets (Ukraine)

THE APPROACH TO MODELING THE VALUE OF STATISTICAL LIFE USING AVERAGE PER CAPITA INCOME

Abstract

The problem of determining the value of statistical life in Ukraine in order to find ways to improve it is an urgent one now. The current level of value is analyzed, which is a direct consequence of the poor quality of life of a citizen, hence his low level. The description of the basic theoretical and methodological approaches to the estimation of the cost of human life is given. Based on the analysis, a number of hypotheses have been advanced about the use of statistical calculations to achieve the modeling objectives. Model calculations are based on the example of Zaporozhye Oblast statistics for 2018–2019.

The article elaborates the approach to the estimation of the economic equivalent of the cost of living on the basis of demographic indicators and average per capita income, and also analyzes the possibilities of their application in the realities of the national economy. Using Statistica, the regression equation parameters were determined for statistical data of population distribution of Zaporizhzhia region by age groups for 2018. The calculation parameters were also found using the Excel office application, using the Solution Finder option to justify the quantitative range of metric values. It is proved that the proposed approach to modeling and calculations are simpler and more efficient than the calculation methods proposed earlier. The study concluded that the value of statistical life in Ukraine is significantly undervalued.

Keywords economic equivalent of value of life, cost of statistical life, average per capita income, modeling, demographic statistics

JEL Classification C19, J17

С. І. Левицький (Україна), О. М. Гнеушев (Україна),
В. М. Махлинець (Україна)

ПІДХІД ДО МОДЕЛЮВАННЯ ВАРТОСТІ СТАТИСТИЧНОГО ЖИТТЯ З ВИКОРИСТАННЯМ СЕРЕДНЬОДУШОВОГО ДОХОДУ

Анотація

У теперішній час актуальною є проблема визначення оцінки вартості статистичного життя в Україні з метою пошуку шляхів її підвищення. Проаналізовано поточний рівень вартості, що є прямим наслідком незадовільної якості життя громадянина, отже, його низького рівня. Наведено характеристику основних теоретико-методологічних підходів до оцінки вартості життя людини. На базі проведеного аналізу висунуто низку гіпотез про використання статистичних розрахунків для досягнення цілей моделювання. Модельні розрахунки наведено на прикладі статистичних даних Запорізької області за 2018–2019 рр.

В статті розроблено підхід до оцінки економічного еквіваленту вартості життя на основі демографічних показників та середньодушового доходу, а також проведено аналіз можливостей їх застосування в реаліях національної економіки. За допомогою ППП «Statistica» для статистичних даних розподілу населення Запорізької області по віковим групам за 2018 рік визначено параметри регресійного рівняння. Також знайдено розрахункові параметри за допомогою офісного додатку Excel, застосовуючи опцію «Пошук рішення» для обґрунтування пропозицій щодо кількісного діапазону значень показників. Доведено, що запропонований



S. KUZNETS KHNUe



Founder

Simon Kuznets Kharkiv National
University of Economics, Nauky
avenue, 9-A, Kharkiv, 61166,
Ukraine

<http://www.hneu.edu.ua/>

Received on: 13th of
August, 2019

Accepted on: 18th of
September, 2019

© Stanislav Levytskyi,
Oleksandr Gneushev,
Vasyl Makhlinets, 2019

Stanislav Levytskyi, Doctor of
Economic Sciences, Associate
Professor, Head of the Department
of Economic Cybernetics of
Finance and Economics Faculty of
Zaporizhzhya Institute of Economics
and Information Technologies,
Ukraine

Oleksandr Gneushev, Candidate
of Technical Sciences, Associate
Professor, Head of the Department of
Natural Sciences, Faculty of Finance
and Economics of the Zaporizhzhya
Institute of Economics and
Information Technologies, Ukraine

Vasyl Makhlinets, Associate
Professor of the Natural Sciences
Department of Finance and
Economics Faculty of Zaporizhzhya
Institute of Economics and
Information Technologies, Ukraine



This is an Open Access article,
distributed under the terms of the
[Creative Commons Attribution 4.0
International license](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/), which permits
unrestricted re-use, distribution,
and reproduction in any medium,
provided the original work is
properly cited.

підхід до моделювання та розрахунки є більш простими та ефективними, ніж методики розрахунків, запропонованих раніше. За результатами дослідження зроблено висновок, що цінність статистичного життя в Україні істотно недооцінена.

Ключові слова

економічний еквівалент вартості життя, вартість статистичного життя, середньодушовий дохід, моделювання, демографічна статистика

Класифікація JEL

C19, J17

ВСТУП

Матеріальна відповідальність за життя людини - це суттєвий важіль стимулювання зусиль з модернізації систем забезпечення безпеки людей у різних вимірах, що, безумовно, у кінцевому рахунку веде до підвищення якості життя всього народу. Економічна оцінка вартості статистичного життя, відображаючи рівень його якості є показником соціально-економічного розвитку суспільства, а також індикатором діагностики виникнення кризових явищ. Низька вартість життя громадянина є наслідком його незадовільної якості, отже, низького рівня життя в країні. Цю обставину підтверджує більшість наукових досліджень: чим багатша країна, тим вище вона оцінює життя своїх громадян. Тому подібні дослідження сприятимуть як глибшому розумінню природи соціально-економічних явищ в національній економіці, так і пошуку раціональних способів покращення життя населення, що є у теперішній час особливо актуальним для України, зокрема, для Запорізької області.

1. ЛІТЕРАТУРНИЙ ОГЛЯД

На теперішній час існують різні погляди на розрахунки показників вартості життя в Україні, зокрема, на розрахунок вартості статистичного життя людини. Це призводить до застосування різних методичних підходів та некоректного їх використання [4, 15]. Жоден з цих підходів не може вважатися абсолютно точним. Під егідою Європейської обсерваторії по системам і політиці охорони здоров'я вчені досліджували характер залежності між здоров'ям населення і динамікою розвитку ВВП держави [13]. Результати цих досліджень в різних країнах світу переконливо свідчать, що стан здоров'я населення є потужним фактором економічного зростання, оскільки приріст ВВП безпосередньо залежить від рівня смертності населення [12]. Негативною тенденцією є катастрофічно високий рівень смертності людей працездатного віку, серед яких біля 80% - це чоловіки. А в цілому смертність населення в працездатному віці по Україні в 3.5 рази вище, ніж в європейських країнах. Висновки вказаних дослідників говорять про те, що високий рівень смертності членів суспільства істотно гальмує економічне зростання держави. Показник «Втрачені роки потенційного життя» (в англійській літературі - Potential Years of Life Lost, PYLL) є одним із сучасних інструментів оцінки втрат здоров'я населення, що дозволяє оцінювати ці втрати в економічному аспекті та відноситься до числа широко розповсюджених в світі для оцінки здоров'я і благополуччя населення. Ним користуються, зокрема, Світовий банк, Організація економічного співробітництва і розвитку, Всесвітня організація охорони здоров'я і Євросоюз [9]. При розрахунку втрачених років потенційного життя (ВПРЖ) визначається число років, які не доживає популяція до деякого нормативного віку. За узгодженою більшістю експертів думкою, такий нормативний вік дорівнює 70 рокам, хоча в ряді країн використовуються і інші вікові межі, наприклад, 65 або 75 років [11]. В Україні такий нормативний вік дорівнює 65 рокам [5]. По статистичним даним Запорізької області за 2017 рік і по розрахункам ВПРЖ складає 110,000 років, а втрата ВРП в області склала 8.6% [11]. Таким чином, оцінка вартості статистичного життя людини в Україні має відбуватися лише з урахуванням поточної економічної ситуації у національній економіці.

На даний час в Україні показник здоров'я населення не враховують при розрахунку ВВП в силу того, що здоров'я не є ринковим товаром, а значить, не має ринкової вартості. Висока ціна економічного еквіваленту людського життя, закріплена законодавчо, стимулює державні заходи у вживанні заходів по скороченню смертності, підвищенню дорожньої і виробничої безпеки, у веденні більш ефективної політики в галузі охорони здоров'я, тощо [6-8]. Якщо прийняти як еквівалент вартості року життя українця величину

середньорічної заробітної плати в 2013 році, то ціна втрачених років потенційного життя становить 118 млрд грн [2]. Економічна оцінка втрат внаслідок передчасної смертності в Україні має вигляд, наведений у Таблиці 1 по розрахунках у [13].

Таблиця 1. Економічна оцінка втрат внаслідок передчасної смертності в Україні (2006, 2011, 2013 рр.)

Джерело: Складено авторами за [13].

Показник	2006	2011	2013
Кількість втрачених років потенційного життя, млн людино-років	4.165	3.134	3.031
Оцінка втрат у вигляді недоотриманого ВВП, млрд грн	47.9	90.4	97.1
Частка від ВВП, %	8.8	6.7	6.7

Основні підходи, які можуть бути використані при оцінці вартості людського життя в Україні, наведено у Таблиці 2.

Таблиця 2. Основні теоретико-методологічні підходи оцінки вартості людського життя

Джерело: Розробка авторів за джерелом [12].

Найменування основних теоретико-методологічних підходів до оцінки вартості життя людини	Коротка характеристика основних теоретико-методологічних підходів до оцінки вартості життя людини
Підхід з позицій нормативно встановленого відшкодування у зв'язку із загибеллю людини і виконання рішення суду	Ґрунтується на законодавчому рішенні суду, що визначив максимальний розмір компенсації по відшкодуванню збитку здоров'ю і життю постраждалої людини від дії фізичної або юридичної особи в результаті надзвичайної ситуації (НС)
Підхід з позиції корисності людини для суспільства	Ґрунтується на теорії корисності і спрямований на розрахунок економічної або громадської корисності людини для суспільства при настанні тимчасової або стійкої втрати людиною працездатності або його передчасної смерті; виражається через показник невиробленого ВВП із-за загибелі людини в результаті НС
Підхід з точки зору корисності людини для домогосподарства	Ґрунтується на офіційних економіко-демографічних показниках і дозволяє визначити вартість життя як різницю накопичених і спожитих людиною матеріальних благ і послуг на підставі майбутнього можливого заробітку людини
Соціологічний підхід	Ґрунтується на соціологічних опитуваннях різних соціальних груп населення країни (регіону, міста) і дозволяє визначити економічний еквівалент «вартості» життя середньої людини як величину «достатнього» і «справедливого» відшкодування у зв'язку із загибеллю людини в результаті НС - на думку респондентів
Підхід з позиції оцінки ризиків	Ґрунтується на економічній оцінці ризику нанесення збитку здоров'ю і життю людини в умовах НС за допомогою визначення розміру грошового еквіваленту, який суспільство готове заплатити за зменшення, уникнення або відвертання дії НС або використати в якості компенсації людині за понесені втрати
Підхід з позиції готовності фізичних осіб платити за усунення ризику смерті	Ґрунтується на гіпотетичній готовності фізичних осіб платити за усунення ризику смерті від конкретних керованих зовнішніх чинників НС
Підхід з позицій страхування вартості життя для окремих груп населення	Ґрунтується на визначенні страховими компаніями розміру страхових сум страхових внесків і компенсації вартості життя для окремих соціальних і професійних груп населення
Підхід з позицій вартості медичних послуг, що забезпечують зниження ризику передчасної смерті	Ґрунтується на розрахунках реальних і прогнозованих максимальних витрат суспільства на надання медичних послуг, що забезпечують зниження ризику передчасної смерті людини
Метод особистого капіталу	Ґрунтується на оцінці заробітку (сукупного доходу) людини протягом усього життя

Величина економічного еквіваленту вартості життя (ЕЕВЖ) людини (наприклад, компенсації збитку в надзвичайних ситуаціях (НС) у зв'язку із загибеллю людини) повинна відповідати наступним основним вимогам [12]:

- 1) відповідність суб'єктивній вимозі «справедливості» - значна більшість дорослого населення країни повинна розглядати відшкодування у зв'язку із загибеллю людини при НС різного характеру як достатнє для компенсації понесеного збитку;
- 2) достатність відшкодування для компенсації сумарного матеріального збитку, реально понесеного домогосподарством у зв'язку із загибеллю людини в результаті НС;
- 3) достатність компенсації для відшкодування морального збитку (моральних страждань), понесених близькими в результаті загибелі людини із-за НС.

2. МЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ

Розробка підходів до оцінки економічного еквіваленту вартості життя на основі демографічних показників та середньодушового доходу, а також аналіз можливостей їх застосування в реаліях національної економіки з обґрунтуванням пропозицій щодо кількісного діапазону значень цього показника на прикладі Запорізької області є метою статті.

3. МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

В результаті аналізу було встановлено, що людина своєю економічною і фізично небезпечною (безпечною) для свого життя поведінкою оцінює своє життя таким [1]:

$$E(T_{ж}) = \frac{D_{c2}}{P_y}, \quad (1)$$

де $E(T_{ж})$ - економічний еквівалент вартості життя середньостатистичної людини в середньому віці, D_{c2} - середньодушовий використовуваний грошовий дохід у вигляді заробітної плати, доходів від підприємницької діяльності, пенсій, стипендій, соціальних трансфертів, доходів від власності, дивідендів, процентів та інших доходів за вирахуванням обов'язкових платежів: податків, квартплати, вартості комунальних послуг та інших фінансових зобов'язань, P_y - фоновий ризик смерті людей (ймовірність померти від будь-якої причини смерті), у демографії цей показник називається коефіцієнтом смертності K_c з урахуванням всіх причин смерті людей, $T_{ж}$ - середній вік людей, які проживають у країні,

$$P_y = K_c = \frac{\text{число людей, які померли в країні за 1 рік зі всіх причин}}{\text{середньорічна чисельність населення країни}}. \quad (2)$$

Середньорічна чисельність населення – розрахована як середня арифметична з чисельності на початок і кінець календарного року за даними Державного комітету статистики України. Середній вік людей $T_{ж}$, які проживають у країні, обчислюється на підставі таблиць розподілу населення кожної країни по віковим групам, вказаних в статистичних даних [5].

Розподіл осіб за однорічними віковими групами є інтервальним, оскільки на момент спостереження особа прожила не тільки число зазначених років, але й ще певну кількість днів, місяців (час є безперервним). Тобто запис « x років» відповідає інтервалу «з x до $x+1$ років». Тому при розрахунку середнього віку, що живуть, береться середина інтервалу [x ; $x+1$) років:

$$\bar{x} = \frac{x + x + 1}{2}. \quad (3)$$

Таким чином середній вік людей $T_{ж}$, що живуть, обчислюється за формулою:

$$T_{ж} = \frac{\sum_{x=0}^{100} (S_x \times \bar{x})}{\sum_{x=0}^{100} S_x}, \quad (4)$$

де S_x - середня чисельність населення віку x .

Середній вік людей $T_{ж}$, що живуть, може бути виражений через закон $f(t_{ж})$ Вейбулла-Гнеденко щільності розподілу ймовірностей віку $t_{ж}$ людей, що живуть [1]:

$$T_{ж} = \int_0^{\infty} t_{ж} f(t_{ж}) dt = a \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right) + c, \quad (5)$$

де $f(t_{ж}) = \frac{b}{a} \left(\frac{t_{ж} - c}{a} \right)^{b-1} \exp \left[- \left(\frac{t_{ж} - c}{a} \right)^b \right]$, a, b, c - параметри щільності розподілу ймовірності віку $t_{ж}$

людей, що живуть, a - параметр масштабу, b - параметр форми, c - параметр зсуву, Γ - гамма-функція:

$$\Gamma(y) = \int_0^{\infty} x^{y-1} e^{-x} dx. \quad (6)$$

Функція розподілу $F(x) = P(X < x)$ знаходиться за формулою:

$$F(t_{ж}) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t_{ж} - c}{a} \right)^b \right], t_{ж} \geq c, a, b > 0, \quad (7)$$

де $F(t_{ж})$ при $t_{ж} < c$.

ЕЕВЖ новонародженої людини:

$$E_o = \frac{E(T_{ж})}{\exp \left[- \left(\frac{T_{ж} - c}{a} \right)^b \right]}. \quad (8)$$

ЕЕВЖ людини віку $t_{ж}$ років:

$$E(t_{ж}) = E_o \exp \left[- \left(\frac{t_{ж} - c}{a} \right)^b \right]. \quad (9)$$

Параметр $c=0$, так як вікова структура населення починається з $t_{ж}=0$.

Параметри a, b можуть бути обчислені за статистичними даними про вікову структуру населення зведенням функції розподілу до лінійної функції за допомогою подвійного логарифмування [10]:

$$Y = AX + B, \quad (10)$$

де $Y = \ln(-\ln(1-F))$, $X = \ln x$.

При цьому параметр $b=A$, $a = \exp(-B/b)$.

Для визначення ЕЕВЖ на основі теорії корисності за допомогою середньодушового річного доходу найчастіше застосовуються наступні підходи [3, 9, 11, 14]: для оцінки економічної корисності людини використовується значення середньодушового річного доходу; для оцінки економічної корисності людини використовується значення показника валового внутрішнього продукту на душу населення.

При першому підході вводиться гіпотеза, відповідно до якої економічна корисність людини для суспільства покладається рівною доходу, який він забезпечує для себе. При такому підході середньорічний дохід на людину є кількісна характеристика громадської корисності середньостатистичної людини.

При умові, що середньодушовий річний дохід і ставка дисконтування залишаються постійними оцінка економічної корисності середньостатистичної людини знаходиться через суму дисконтного душевого доходу за період очікуваної тривалості майбутнього життя за наступною формулою:

$$ЕЕВЖ = D_{сер} \cdot \int_0^{t_0} e^{-Et} dt \quad (11)$$

де $D_{сер}$ - середньодушовий річний дохід, E - ставка дисконтування, $t_0 = e_{t_{ж}}^0 - T_{ж}$ - період очікуваної тривалості майбутнього життя, $T_{ж}$ - середній вік людей, що живуть; $e_{t_{ж}}^0$ - середня очікувана тривалість життя при народженні.

Ставку дисконтування можна визначити за фактичною річною банківською відсотковою ставкою i таким чином:

$$E = \ln(1+i). \quad (12)$$

Оцінку статистичної вартості життя людини в Україні може бути здійснено в межах розрахунків за допомогою ВВП на душу населення, що дасть більш наближені до реальності результати дослідження на макрорівні. Гіпотеза про зв'язок збитку внаслідок передчасної смерті людини та середньодушового ВВП, скоригованого на ставку дисконту, підтверджується у публікаціях [1, 2, 3].

4. РЕЗУЛЬТАТИ

Для Запорізької області показник D_{c2} (обидві статі) обчислений таким чином. У 2018 році у складі грошових витрат населення обов'язкові податки на доходи, майно і інші трансферти склали 12.702 млн грн при чисельності населення 1,713.715 чоловік, що на душу населення складає: $\frac{12,702,000,000}{1,713.715} = 7.412$ грн.

Річні доходи на душу населення склали 67.982 грн. Тоді середньодушовий грошовий річний дохід, що розраховується, складає: $D_{c2} = 67.982 - 7.412 = 60.570$ грн.

Фоновий ризик смерті людей $P_y = K_c$ (коефіцієнт смертності з урахуванням всіх причин смерті людей) і очікувана тривалість життя для Запорізької області за 2018 р. (обидві статі) розраховані за допомогою таблиць смертності і середньої очікуваної тривалості майбутнього життя:

$$P_y = K_c = \frac{27.871}{1,713.715} = 0.016263. \quad (13)$$

Таким чином, в Запорізькій області (обидві статі) за 2018 р. по формулі (4) визначаємо:

$$T_{ж} = \frac{72,603.285}{1,713.715} = 42.4 \text{ років}. \quad (14)$$

Підставляючи у формулу (1) відповідні дані, обчислюється економічний еквівалент вартості життя середньостатистичної людини у віці $T_{ж} = 42.4$ років в Запорізькій області за 2018 р. (обидві статі):

$$E(T_{ж}) = \frac{D_{c2}}{K_c} = \frac{60.570}{0.016263} = 3,724.291 \text{ (грн)}. \quad (15)$$

Методика оцінки ЕЕВЖ ($E(t_{ж})$) для довільного віку $t_{ж}$ пропонується в такому вигляді: $E(t_{ж})$ буде більше (менше) в стільки раз, в скільки його очікувана тривалість життя буде більше (менше) очікуваної тривалості життя у віці $E(T_{ж})$.

$E(t_{ж})$ для віку $t_{ж}$ по статистичним даним розраховується за допомогою формули:

$$E(t_{ж}) = \frac{e_{t_{ж}}}{e_{T_{ж}}} \cdot E(T_{ж}), \quad (16)$$

де $e_{t_{ж}}$ - середня очікувана тривалість життя для осіб, яким виповнилося $t_{ж}$ років, $e_{T_{ж}}$ - середня очікувана тривалість життя для осіб, яким виповнилося $T_{ж}$ років.

Середня очікувана тривалість життя для осіб (обидві статі), яким виповнилося $t_{ж}$ років для Запорізької області (2019 р.) в авторських розрахунках представлено у Додатку 1.

Згідно табличних даних маємо: $e_{T_{ж}} = e_{42.4} \approx 31.32$, $e_0 \approx 70.89$.

$$E(t_{ж} = 0) = E_0 = \frac{70.89}{31.32} \cdot 3,724.291 = 8,429.309 \text{ (грн)}. \quad (17)$$

Оцінки ЕЕВЖ для населення Запорізької області (обидві статі, 2018 р.) по формулі (16) і статистичним даним подані в Таблиці 3.

Таблиця 3. ЕЕВЖ для Запорізької області (обидві статі, 2018 р.)

Джерело: Розробка авторів за джерелом [12].

Вік (років)	ЕЕВЖ (грн)	Вік (років)	ЕЕВЖ (грн)	Вік (років)	ЕЕВЖ (грн)	Вік (років)	ЕЕВЖ (грн)
0	8,429.309	26	5,491.784	51	2,879.661	76	1,005.007
1	8,377.488	27	5,379.827	52	2,786.770	77	952.228
2	8,260.065	28	5,268.285	53	2,695.102	78	901.257
3	8,142.740	29	5,157.180	54	2,604.697	79	852.087
4	8,025.521	30	5,046.536	55	2,515.594	80	804.703
5	7,908.414	31	4,936.374	56	2,427.832	81	759.091
6	7,791.426	32	4,826.722	57	2,341.450	82	715.231
7	7,674.565	33	4,717.603	58	2,256.486	83	673.099
8	7,557.838	34	4,609.046	59	2,172.976	84	632.668
9	7,441.253	35	4,501.077	60	2,090.957	85	593.906
10	7,324.820	36	4,393.725	61	2,010.465	86	556.779
11	7,208.547	37	4,287.020	62	1,931.533	87	521.246
12	7,092.445	38	4,180.992	63	1,854.194	88	487.258
13	6,976.524	39	4,075.672	64	1,778.478	89	454.762
14	6,860.794	40	3,971.093	65	1,704.416	90	423.691
15	6,745.267	41	3,867.289	66	1,632.034	91	393.965
16	6,629.955	42	3,764.292	67	1,561.358	92	365.477
17	6,514.870	43	3,662.138	68	1,492.411	93	338.087
18	6,400.027	44	3,560.862	69	1,425.213	94	311.589
19	6,285.438	45	3,460.502	70	1,359.784	95	285.674
20	6,171.120	46	3,361.093	71	1,296.138	96	259.841
21	6,057.086	47	3,262.674	72	1,234.288	97	233.239
22	5,943.353	48	3,165.282	73	1,174.245	98	204.330
23	5,829.938	49	3,068.957	74	1,116.015	99	170.186
24	5,716.860	50	2,973.737	75	1,059.602	100	124.893
25	5,604.135	–	–	–	–	–	–

Щільність розподілу ймовірності $f(t_{ж})$ віку $t_{ж}$ людей, що живуть по закону Вейбулла-Гнеденко вікових груп населення Запорізької області за 2018 рік має такий вигляд (Рисунок 1).

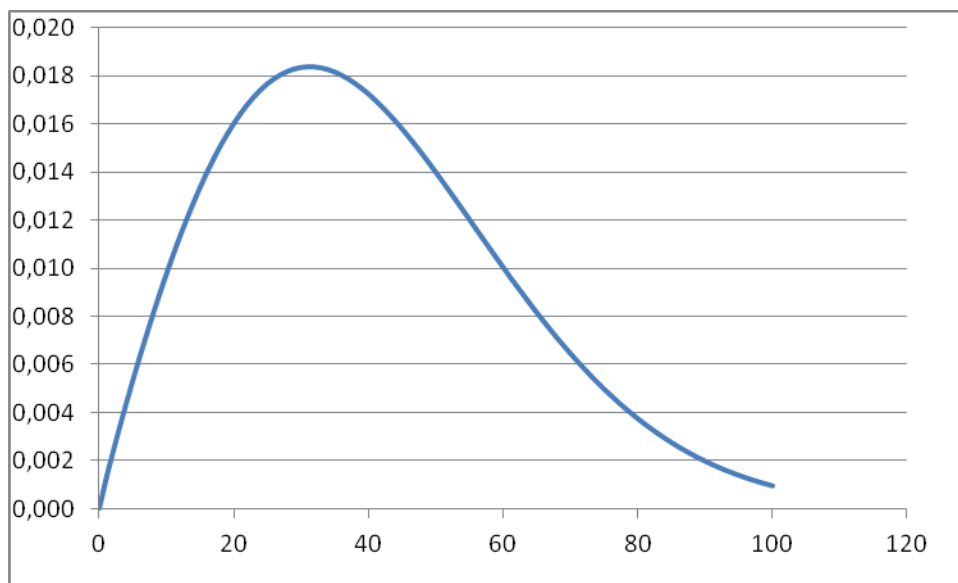
Застосувавши ППП «Statistica» для статистичних даних розподілу населення Запорізької області по віковим групам за 2018 рік рівняння лінійної регресії $Y=AX+B$ має вид:
 $Y=1,601.909 \cdot X - 6.02867$. (18)

Параметри закону: $a=43.1$, $b=1,601.909$. Середній вік людей, що живуть $T_{ж}=38.6$. При цих даних

$$\sum_{x=0}^{100} |F^*(x) - F(x)| = 5,3, \text{ де } F^*(x) - \text{статистична функція розподілу, а } F(x) - \text{теоретична функція розподілу.}$$

Дані параметри a , b можна знайти також за допомогою програми Excel, застосовуючи опцію «Пошук

рішення» мінімізуючи суму $\sum_{x=0}^{100} |F^*(x) - F(x)|$.



Джерело: Розробка авторів.

Рисунок 1. Закон Вейбулла-Гнеденко щільності розподілу ймовірності $f(t_{ж})$ віку $t_{ж}$ людей, що живуть

Застосувавши програму Excel для статистичних даних розподілу населення Запорізької області по віковим групам за 2018 рік були зроблені такі обчислення: $a=49.5, b=2.04, T_{ж}=43.8, \sum_{x=0}^{100} |F^*(x) - F(x)| = 2.54$.

Вибираємо значення параметрів a і b там де $\sum_{x=0}^{100} |F^*(x) - F(x)|$ менша.

$$E(T_{ж}) = \frac{D_{c2}}{K_c} = \frac{60.570}{0.016263} = 3,724.291 \text{ (грн)}, \quad (18)$$

$$E_0 = \frac{E(T_{ж})}{\exp\left[-\left(\frac{T_{ж}-c}{a}\right)^b\right]} = \frac{3,724.291}{\exp\left[-\left(\frac{43.8}{49.5}\right)^{2.04}\right]} = 8,117.411 \text{ (грн)}. \quad (19)$$

ЕЕВЖ для інших вікових груп населення Запорізької області за 2018 рік виглядають таким чином (Таблиця 4).

Таблиця 4. Оцінки ЕЕВЖ для Запорізької області (обидві статі, 2018 р.)

Джерело: Розробка авторів за джерелом [12].

Вік	E(t _ж) (грн)	Вік	E(t _ж) (грн)	Вік	E(t _ж) (грн)	Вік	E(t _ж) (грн)
0	8,117.411	26	6,203.638	51	2,804.481	76	737.804
1	8,114.577	27	6,071.571	52	2,686.592	77	691.504
2	8,105.764	28	5,937.295	53	2,571.426	78	647.538
3	8,090.801	29	5,801.078	54	2,459.061	79	605.832
4	8,069.620	30	5,663.183	55	2,349.563	80	566.314
5	8,042.196	31	5,523.877	56	2,242.990	81	528.905
6	8,008.537	32	5,383.420	57	2,139.389	82	493.532
7	7,968.676	33	5,242.073	58	2,038.797	83	460.118
8	7,922.667	34	5,100.089	59	1,941.242	84	428.587
9	7,870.586	35	4,957.721	60	1,846.744	85	398.864
10	7,812.526	36	4,815.214	61	1,755.314	86	370.875

Таблиця 4. (продовження)

Вік	E(t _ж) (грн)	Вік	E(t _ж) (грн)	Вік	E(t _ж) (грн)	Вік	E(t _ж) (грн)
11	7,748.598	37	4,672.806	62	1,666.955	87	344.544
12	7,678.931	38	4,530.731	63	1,581.660	88	319.799
13	7,603.666	39	4,389.213	64	1,499.419	89	296.568
14	7,522.962	40	4,248.470	65	1,420.211	90	274.781
15	7,436.990	41	4,108.712	66	1,344.010	91	254.369
16	7,345.934	42	3,970.137	67	1,270.785	92	235.265
17	7,249.990	43	3,832.938	68	1,200.496	93	217.402
18	7,149.366	44	3,697.295	69	1,133.100	94	200.718
19	7,044.278	45	3,563.381	70	1,068.551	95	185.149
20	6,934.953	46	3,431.355	71	1,006.794	96	170.636
21	6,821.627	47	3,301.370	72	947.774	97	157.121
22	6,704.540	48	3,173.566	73	891.429	98	144.547
23	6,583.942	49	3,048.072	74	837.697	99	132.862
24	6,460.086	50	2,925.007	75	786.512	100	122.013
25	6,333.231	–	–	–	–	–	–

По даним Таблиць 4 і 5 спостерігаємо, що результати обчислень майже співпадають. Тому запропонована методика розрахунків по формулі (16) більш проста, ніж методика розрахунків запропонованих авторами [1]. Для порівняння результатів наведемо оцінки ЕЕВЖ по аналогічним даним для деяких країн, представлені у Додатку 3 [12].

Інтегральна відсоткова ставка банків за депозитами фізичних осіб у 2018 році в Україні склала 8.59%. Оцінка ЕЕВЖ для осіб, яким виповнилось $T_{ж} = 42.4$ років серед населення Запорізької області за 2018 рік (середньодушовими річними доходами), в розрахунках по методиці [3, 9, 11, 14] має вигляд:

$$D_{сеп} = 60.570 \text{ грн,}$$

$$E = \ln(1+i) = \ln(1+0.0859) = 0.0824,$$

$$t_0 = e_{t_{ж}}^0 - T_{ж} = 70.89 - 42.4 = 28.49,$$

$$ЕЕВЖ = 60.570 \cdot \int_0^{28.49} e^{-0.0824t} dt = 664.744 \text{ (грн)}. \quad (21)$$

На думку авторів період очікуваної тривалості майбутнього життя для осіб віку $T_{ж} = 42.4$ років коректніше взяти з таблиці середньої очікуваної тривалості життя для осіб (обидві статі), яким виповнилось $t_{ж}$ років для Запорізької області (2019 р., Додаток 2).

За цією методикою маємо:

$$e_{T_{ж}} = e_{42.4} \approx 31.32,$$

$$ЕЕВЖ = 60.570 \cdot \int_0^{31.32} e^{-0.0824t} dt = 679.357 \text{ (грн)}. \quad (22)$$

Якщо застосувати формулу (11) для довільного віку і таблицю середньої очікуваної тривалості життя для осіб (обидві статі), яким виповнилось $t_{ж}$ років для Запорізької області (2019 р., Додаток 2), то одержимо такі розрахунки (Таблиця 5).

Таблиця 5. ЕЕВЖ для Запорізької області (обидві статі, 2018 р.)

Джерело: Розробка авторів за джерелом [12].

Вік	$E(t_{ж})$ (грн)	Вік	$E(t_{ж})$ (грн)	Вік	$E(t_{ж})$ (грн)	Вік	$E(t_{ж})$ (грн)
0	732.937	26	718.720	51	635.141	76	368.739
1	732.859	27	717.401	52	628.496	77	355.093
2	732.671	28	715.981	53	621.507	78	341.432
3	732.468	29	714.453	54	614.165	79	327.788
4	732.247	30	712.809	55	606.464	80	314.194
5	732.009	31	711.043	56	598.400	81	300.678
6	731.750	32	709.146	57	589.969	82	287.273
7	731.470	33	707.110	58	581.169	83	274.006
8	731.166	34	704.925	59	572.000	84	260.906
9	730.837	35	702.583	60	562.464	85	247.997
10	730.481	36	700.074	61	552.562	86	235.304
11	730.096	37	697.388	62	542.302	87	222.845
12	729.679	38	694.515	63	531.689	88	210.638
13	729.228	39	691.444	64	520.733	89	198.694
14	728.740	40	688.165	65	509.445	90	187.021
15	728.212	41	684.667	66	497.840	91	175.614
16	727.641	42	680.938	67	485.932	92	164.460
17	727.025	43	676.967	68	473.740	93	153.527
18	726.358	44	672.742	69	461.283	94	142.750
19	725.638	45	668.253	70	448.584	95	132.017
20	724.860	46	663.488	71	435.666	96	121.124
21	724.020	47	658.436	72	422.555	97	109.702
22	723.114	48	653.085	73	409.277	98	97.048
23	722.136	49	647.426	74	395.862	99	81.771
24	721.081	50	641.447	75	382.340	100	60.942
25	719.945	–	–	–	–	–	–

Якщо застосувати формулу $E(t_{ж}) = \frac{e_{t_{ж}}}{e_{T_{ж}}} \cdot \text{ЕЕВЖ}(T_{ж})$ то розрахунки мають такий вигляд (Таблиця 6).

Таблиця 6. ЕЕВЖ для Запорізької області (обидві статі, 2018 р.)

Джерело: Розробка авторів за джерелом [12].

Вік	$E(t_{ж})$ (грн)	Вік	$E(t_{ж})$ (грн)	Вік	$E(t_{ж})$ (грн)	Вік	$E(t_{ж})$ (грн)
0	1,537.611	26	1,001.770	51	525.286	76	183.326
1	1,528.158	27	981.347	52	508.341	77	173.698
2	1,506.739	28	961.001	53	491.620	78	164.400
3	1,485.337	29	940.734	54	475.129	79	155.431
4	1,463.955	30	920.551	55	458.876	80	146.788
5	1,442.593	31	900.456	56	442.867	81	138.468
6	1,421.253	32	880.454	57	427.110	82	130.467
7	1,399.936	33	860.550	58	411.611	83	122.782
8	1,378.644	34	840.747	59	396.378	84	115.406
9	1,357.377	35	821.052	60	381.417	85	108.336
10	1,336.138	36	801.470	61	366.734	86	101.563

Таблиця 6. (продовження)

Вік	$E(t_{ж})$ (грн)	Вік	$E(t_{ж})$ (грн)	Вік	$E(t_{ж})$ (грн)	Вік	$E(t_{ж})$ (грн)
11	1,314.929	37	782.006	62	352.336	87	95.082
12	1,293.750	38	762.665	63	338.228	88	88.882
13	1,272.605	39	743.453	64	324.417	89	82.954
14	1,251.494	40	724.377	65	310.907	90	77.287
15	1,230.421	41	705.442	66	297.703	91	71.864
16	1,209.386	42	686.654	67	284.811	92	66.668
17	1,188.393	43	668.020	68	272.234	93	61.671
18	1,167.445	44	649.546	69	259.977	94	56.838
19	1,146.542	45	631.239	70	248.041	95	52.110
20	1,125.689	46	613.105	71	236.432	96	47.398
21	1,104.888	47	595.152	72	225.150	97	42.546
22	1,084.142	48	577.387	73	214.197	98	37.272
23	1,063.453	49	559.816	74	203.575	99	31.044
24	1,042.826	50	542.447	75	193.285	100	22.782
25	1,022.264	–	–	–	–	–	–

Валовий регіональний продукт на душу населення в Запорізькій області за 2018 рік (попередні дані) складає приблизно 91 тис грн. Оцінка ЕЕВЖ для осіб яким виповнилось $T_{ж}=42.4$ років населення Запорізької області за 2018 рік (валовий регіональний продукт на душу населення) в розрахунках має вигляд:

$$ЕЕВЖ = 91.000 \cdot \int_0^{31.32} e^{-0.0824t} dt = 1,020.661 \text{ (грн)}. \quad (24)$$

Якщо застосувати формулу (11) для довільного віку і таблицю середньої очікуваної тривалості життя для осіб (обидві статі), яким виповнилось $t_{ж}$ років для Запорізької області (2019 р., Додаток 2), то одержимо такі розрахунки (Таблиця 7).

Таблиця 7. ЕЕВЖ для Запорізької області (обидві статі, 2018 р.)

Джерело: Розробка авторів за джерелом [12].

Вік	$E(t_{ж})$ (грн)	Вік	$E(t_{ж})$ (грн)	Вік	$E(t_{ж})$ (грн)	Вік	$E(t_{ж})$ (грн)
0	1,101.160	26	1,079.800	51	954.231	76	553.992
1	1,101.043	27	1,077.818	52	944.249	77	533.490
2	1,100.761	28	1,075.685	53	933.748	78	512.966
3	1,100.455	29	1,073.389	54	922.717	79	492.467
4	1,100.124	30	1,070.921	55	911.148	80	472.043
5	1,099.765	31	1,068.267	56	899.033	81	451.737
6	1,099.377	32	1,065.417	57	886.366	82	431.597
7	1,098.955	33	1,062.358	58	873.145	83	411.666
8	1,098.499	34	1,059.075	59	859.370	84	391.984
9	1,098.005	35	1,055.557	60	845.042	85	372.590
10	1,097.471	36	1,051.787	61	830.167	86	353.519
11	1,096.892	37	1,047.752	62	814.751	87	334.801
12	1,096.266	38	1,043.435	63	798.806	88	316.461
13	1,095.588	39	1,038.822	64	782.346	89	298.517

Таблиця 7. (продовження)

Вік	$E(t_{ж})$ (грн)	Вік	$E(t_{ж})$ (грн)	Вік	$E(t_{ж})$ (грн)	Вік	$E(t_{ж})$ (грн)
14	1,094.855	40	1,033.895	65	765.388	90	280.979
15	1,094.062	41	1,028.639	66	747.952	91	263.842
16	1,093.204	42	1,023.037	67	730.061	92	247.084
17	1,092.277	43	1,017.071	68	711.744	93	230.657
18	1,091.276	44	1,010.724	69	693.029	94	214.466
19	1,090.194	45	1,003.980	70	673.950	95	198.341
20	1,089.025	46	996.820	71	654.542	96	181.976
21	1,087.763	47	989.230	72	634.843	97	164.815
22	1,086.402	48	981.191	73	614.896	98	145.804
23	1,084.933	49	972.688	74	594.741	99	122.853
24	1,083.348	50	963.707	75	574.425	100	91.559
25	1,081.641	–	–	–	–	–	–

Якщо застосувати формулу $E(t_{ж}) = \frac{e_{t_{ж}}}{e_{T_{ж}}} \cdot \text{ЕЕВЖ}(T_{ж})$, то розрахунки мають такий вигляд (Таблиця 8).

Таблиця 8. ЕЕВЖ для Запорізької області (обидві статі, 2018 р.)

Джерело: Розробка авторів за джерелом [12].

Вік	$E(t_{ж})$ (грн)	Вік	$E(t_{ж})$ (грн)	Вік	$E(t_{ж})$ (грн)	Вік	$E(t_{ж})$ (грн)
0	2,310.095	26	1,505.052	51	789.186	76	275.427
1	2,295.894	27	1,474.369	52	763.729	77	260.963
2	2,263.713	28	1,443.801	53	738.606	78	246.994
3	2,231.560	29	1,413.352	54	713.830	79	233.519
4	2,199.435	30	1,383.029	55	689.411	80	220.533
5	2,167.341	31	1,352.839	56	665.360	81	208.033
6	2,135.280	32	1,322.788	57	641.686	82	196.013
7	2,103.254	33	1,292.883	58	618.401	83	184.466
8	2,071.264	34	1,263.133	59	595.515	84	173.386
9	2,039.313	35	1,233.543	60	573.038	85	162.763
10	2,007.404	36	1,204.123	61	550.978	86	152.588
11	1,975.539	37	1,174.880	62	529.346	87	142.850
12	1,943.721	38	1,145.822	63	508.151	88	133.536
13	1,911.952	39	1,116.959	64	487.401	89	124.630
14	1,880.236	40	1,088.298	65	467.104	90	116.115
15	1,848.575	41	1,059.850	66	447.267	91	107.968
16	1,816.973	42	1,031.623	67	427.898	92	100.161
17	1,785.434	43	1,003.628	68	409.003	93	92.654
18	1,753.960	44	975.873	69	390.587	94	85.393
19	1,722.557	45	948.368	70	372.656	95	78.290
20	1,691.227	46	921.125	71	355.213	96	71.211
21	1,659.975	47	894.152	72	338.263	97	63.920
22	1,628.806	48	867.462	73	321.808	98	55.998
23	1,597.724	49	841.063	74	305.850	99	46.640
24	1,566.735	50	814.968	75	290.389	100	34.228
25	1,535.842	–	–	–	–	–	–

ВИСНОВКИ

На теперішній час в Україні досі немає унормованого методологічного підходу до оцінки вартості статистичного життя, який би сприяв розрахункам соціальних виплат у разі нещасних випадків. При розрахунку цього показника важливо визначити інститути відповідальності, якими на думку авторів доцільно було б призначити Міністерство соціальної політики України, Міністерство економічного розвитку і торгівлі України, а також Інститут демографії та соціальних досліджень імені Птухи НАН України.

В Європі рекомендоване значення вартості життя людини знаходиться в діапазоні від \$ 0.9 млн до \$ 16.2 млн з середнім значенням \$ 5.4 млн [2]. Розрахунки зарубіжних фахівців доводять, що чим повніше оцінюється вартість людського життя тим більш значущу вигоду має спільнота. За оцінками шведських вчених, якщо економічний еквівалент врятованого життя становить в середньому 1 млн євро, то при умові збереження 45 тис життів протягом шести років ефект дорівнює приблизно 22.5 млрд євро, при чому демографічна складова цього ефекту, згідно з розрахунками, дасть приріст населення до сотень тисяч людей за 10 років [2].

Аналіз ЕЕВЖ західних країн показує, що відношення ЕЕВЖ до середньодушового наявного грошового річного доходу знаходиться середньо в діапазоні пропорцій 50:1-100:1. Тому в Україні для визначення державних або корпоративних виплат сім'ям загиблих при надзвичайних ситуаціях у страхових сумах системи особистого страхування та страхування відповідальності рекомендується використовувати значення ЕЕВЖ згідно даного діапазону, тобто від 2.5 млн грн до 5 млн грн.

Ключовий висновок дослідження базується на твердженні про те, що статистична вартість життя людини в Україні недооцінена у теперішній час. Крім трагічних подій у людському житті, це призводить до істотних наслідків, які впливають на макроекономічні показники у національній економіці: людський капітал знижується, збитки від нещасних випадків та захворювань не компенсуються у достатній мірі, ризики втрат від дорожньо-транспортних пригод підвищуються, тощо. ЕЕВЖ має використовуватись також для удосконалення заходів з підвищення безпеки; для покращення функціонування правоохоронної системи, системи охорони здоров'я, попередження надзвичайних ситуацій; для поліпшення розрахунків у страховому бізнесі. Реальні оцінки ЕЕВЖ та впровадження їх у національне законодавство має стати не тільки актуальним науковим завданням, але і важливою практичною задачею.

Подальші дослідження варто спрямувати на встановлення кількісного взаємозв'язку між показником ЕЕВЖ та розвитком трудового потенціалу в Україні та обґрунтування способів підвищення цього потенціалу на основі теорії людського капіталу з використанням розрахунків, які відштовхувалися б від рівня річної заробітної платні середньостатистичної людини.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Aivar, L. K., Trunov, Y. L., & Kharysov, H. Kh. (2006). Ekvyvalent stoymosty chelovecheskoi zhyzny [Equivalent to the cost of human life]. *Predstavitelnaia vlast: zakonodatelstvo, kommentaryy, problemy - Representative power: legislation, comments, problems*, 3, 24-29. (In Russian). Retrieved from <http://www.pvlast.ru/img/pdf2006-3/8.pdf>
2. Berlin, M., Hladun, A., Lysenko, Yu., & Shchetinina E. (2016). Bestsennnye liudy: zACHEM znAT stoymost chelovecheskoi zhyzny [Priceless people: why know the value of human life]. *Forbes Ukraine*.
3. Bykov, A. (2007). Pro metodolohii otsinky vartosti zhyttia serednostatystychnoi liudyny [On the methodology of estimating the cost of living of the average person]. *Strakhova sprava*, 3, 10-25. (In Ukrainian)
4. Carlson, I. W. (1963). *Valuation of Life Saving* (Ph.D. Thesis). Harvard University. Cambridge.
5. Derzhavna sluzhba statystyky Ukrainy (2013). *Metodolohichni polozhennia zi statystychnoho analizu pryrodnoho rukhu naseleennia [Methodological provisions for statistical analysis of the natural movement of the population]*. (In Ukrainian). Retrieved from http://database.ukrcensus.gov.ua/PXWEB2007/ukr/method/%D0%9F%D1%80%D0%B8%D1%80%D0%BE%D0%B4_%D1%80%D1%83_%D1%85_08-02-13.pdf

6. Kabinet Ministriv Ukrainy (1996). *Pro zatverdzhennia Polozhennia pro oboviazkove osobyste strakhuvannia vid neshchasnykh vypadkiv na transporti* [On approval of the Regulations on compulsory personal accident insurance on transport]. (In Ukrainian). Retrieved from <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/959-96-п>
7. Kabinet Ministriv Ukrainy (2007). *Pro zatverdzhennia Poriadku ta umov vyplaty odnorazovoi hroshovoi dopomohy u razi zahybeli (smerti), poranennia (kontuzii, travmy abo kalitstva) chy invalidnosti spivrobitnykiv kadrovoho skladu rozviduvalnykh orhaniv* [About Approval of the Procedure and Conditions for Payment of Lump sum Financial Assistance in the Case of Death, Injury or Disability of Intelligence Staff]. (In Ukrainian). Retrieved from <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1331-2007-%D0%BF>
8. Kabinet Ministriv Ukrainy. (2013) *Pro zatverdzhennia Poriadku pryznachennia i vyplaty odnorazovoi hroshovoi dopomohy u razi zahybeli (smerti), invalidnosti abo chastkovoї vtraty pratsezdatsnosti bez vstanovlennia invalidnosti viiskovosluzhbovtziv, viiskovo-zaboviazanykh ta rezervistiv, yaki pryzvani na navchalni (abo perevirochni) ta spetsialni zbory chy dlia prokhodzhennia sluzhby u viiskovomu rezervi* [On approval of the Procedure for the appointment and payment of one-off financial assistance in the event of death (death), disability or partial disability without establishing the disability of servicemen, servicemen and reservists who are called for training (or checking) and special training or military training or special training]. (In Ukrainian). Retrieved from <http://zakon3.rada.gov.ua/laws/show/975-2013-%D0%BF>
9. Kaneva, T. V., & Kartashova, S. S. (2014). Ekonomichniy ekvivalent otsinky vartosti serednostatystychnoho zhyttia v Ukraini: metodolohiia, rekomendatsii [The economic equivalent of estimating the value of the average life in Ukraine: methodology, recommendations]. *Statystyka Ukrainy - Statistics of Ukraine*, 3(66), 31-37. (In Ukrainian)
10. Khan, H., & Shapyro, S. (1969). *Statisticheskie modeli v inzhenernykh zadachakh* [Statistical models in engineering problems]. Moskva: Mir. (In Russian)
11. Levytskyi, S. I., Hnieushev, O. M., & Makhlynets, V. M. (2018). *Aktuarnyi pidkhid do modeliuvannia ekonomichnoho ekvivalentu vartosti zhyttia u Zaporizkyi oblasti* [Actuarial approach to modeling the economic equivalent of cost of living in Zaporizhzhia region]. Kyiv: KNEU. (In Ukrainian). Retrieved from http://ir.kneu.edu.ua/bitstream/handle/2010/25982/ZE_2018_68.pdf
12. Levytskyi, S. I., Hnieushev, O. M., & Makhlynets, V. M. (2018). Modeling of the economic equivalent of the cost of living in the Zaporizhzhia region. *Skhidna Yevropa: ekonomika, biznes ta upravlinnia*, 6(17), 813-818. (In Ukrainian). Retrieved from http://www.easterneu-rope-ebm.in.ua/journal/17_2018/141.pdf
13. Rynhach, N. A. (2016). Economic equivalent of losses due to of premature mortality in Ukraine. *Demography and Social Economy*, 2, 39-49. (In Ukrainian). Retrieved from http://nbuv.gov.ua/UJRN/dse_2016_2_5
14. Shevchuk, O. (2014). Methodological approaches for assessing the economic equivalent of the human life value in Ukraine. *Rehionalna ekonomika - Regional economy*, 2, 74-83. (In Ukrainian). Retrieved from http://nbuv.gov.ua/UJRN/regek_2014_2_10
15. Tretiakova, H. (2013). Zrostannia «vartosti zhyttia» yak faktor (stymul) zrostannia strakhuvannia vidpovidalnosti v Ukraini [The rise in the cost of living as a factor (stimulus) for the growth of liability insurance in Ukraine]. In *XIII Mezhdunarodnyy Yaltinskiy finansovyy forum - XIII International Yalta Financial Forum*. (In Russian). Retrieved from <http://ufu.org.ua/files/dagest/20-09-13.ppt>

Модельні розрахунки коефіцієнту дожиття в Запорізькій області, 2018 рік

Джерело: Розробка авторів.

Вік (років)	Число осіб, які доживають до віку X років	Число осіб, які вмирають у віці від X до X+1	Ймовірність померти у віці від X до X+1	Ймовірність дожити у віці від X до X+1	Число осіб, які живуть у віці від X до X+1	Число чоловіків-років від X років і старше	Середня очікувана тривалість життя	Коефіцієнт дожиття
x	l_x	d_x	q_x	p_x	L_x	T_x	e_x^0	P_x
0	100,000	795	0.00795	0.99205	99.602	7,088.757	70.89	0.99592
1	99.205	18	0.00018	0.99982	99.196	6,989.155	70.45	0.99981
2	99.187	19	0.00019	0.99981	99.177	6,889.959	69.46	0.99980
3	99.168	21	0.00021	0.99979	99.157	6,790.781	68.48	0.99978
4	99.147	22	0.00023	0.99977	99.136	6,691.624	67.49	0.99976
5	99.125	24	0.00024	0.99976	99.113	6,592.488	66.51	0.99975
6	99.100	26	0.00026	0.99974	99.087	6,493.375	65.52	0.99972
7	99.074	28	0.00029	0.99971	99.060	6,394.288	64.54	0.99970
8	99.046	31	0.00031	0.99969	99.030	6,295.228	63.56	0.99968
9	99.015	33	0.00034	0.99966	98.998	6,196.198	62.58	0.99965
10	98.982	36	0.00036	0.99964	98.964	6,097.199	61.60	0.99962
11	98.946	39	0.00039	0.99961	98.926	5,998.236	60.62	0.99959
12	98.907	42	0.00042	0.99958	98.886	5,899.309	59.65	0.99956
13	98.865	45	0.00046	0.99954	98.842	5,800.423	58.67	0.99952
14	98.820	49	0.00050	0.99950	98.795	5,701.581	57.70	0.99948
15	98.770	53	0.00054	0.99946	98.744	5,602.786	56.73	0.99944
16	98.717	57	0.00058	0.99942	98.689	5,504.042	55.76	0.99939
17	98.660	62	0.00063	0.99937	98.629	5,405.354	54.79	0.99934
18	98.598	67	0.00068	0.99932	98.564	5,306.725	53.82	0.99929
19	98.530	73	0.00074	0.99926	98.494	5,208.161	52.86	0.99923
20	98.458	79	0.00080	0.99920	98.419	5,109.667	51.90	0.99917
21	98.379	85	0.00086	0.99914	98.337	5,011.248	50.94	0.99910
22	98.295	92	0.00093	0.99907	98.249	4,912.911	49.98	0.99903
23	98.203	99	0.00101	0.99899	98.153	4,814.662	49.03	0.99895
24	98.104	107	0.00109	0.99891	98.050	4,716.509	48.08	0.99886
25	97.996	116	0.00118	0.99882	97.939	4,618.459	47.13	0.99877
26	97.881	125	0.00128	0.99872	97.818	4,520.521	46.18	0.99867
27	97.756	135	0.00138	0.99862	97.688	4,422.703	45.24	0.99856
28	97.620	146	0.00150	0.99850	97.547	4,325.015	44.30	0.99844
29	97.474	158	0.00162	0.99838	97.395	4,227.467	43.37	0.99831
30	97.316	170	0.00175	0.99825	97.231	4,130.072	42.44	0.99818
31	97.146	184	0.00189	0.99811	97.054	4,032.841	41.51	0.99803
32	96.962	199	0.00205	0.99795	96.863	3,935.787	40.59	0.99787
33	96.763	215	0.00222	0.99778	96.656	3,838.924	39.67	0.99769
34	96.549	232	0.00240	0.99760	96.433	3,742.269	38.76	0.99750
35	96.317	250	0.00260	0.99740	96.192	3,645.836	37.85	0.99730
36	96.067	270	0.00281	0.99719	95.932	3,549.644	36.95	0.99708
37	95.797	291	0.00304	0.99696	95.652	3,453.712	36.05	0.99684
38	95.506	314	0.00329	0.99671	95.349	3,358.060	35.16	0.99658
39	95.192	338	0.00356	0.99644	95.023	3,262.711	34.27	0.99630
40	94.854	365	0.00385	0.99615	94.671	3,167.688	33.40	0.99600
41	94.489	393	0.00416	0.99584	94.292	3,073.017	32.52	0.99567
42	94.096	424	0.00450	0.99550	93.884	2,978.725	31.66	0.99531
43	93.672	456	0.00487	0.99513	93.444	2,884.841	30.80	0.99493
44	93.216	491	0.00527	0.99473	92.970	2,791.398	29.95	0.99451
45	92.724	529	0.00570	0.99430	92.460	2,698.428	29.10	0.99407
46	92.196	569	0.00617	0.99383	91.911	2,605.968	28.27	0.99358
47	91.627	611	0.00667	0.99333	91.321	2,514.056	27.44	0.99305
48	91.015	657	0.00722	0.99278	90.687	2,422.735	26.62	0.99249
49	90.358	706	0.00781	0.99219	90.006	2,332.048	25.81	0.99187
50	89.653	758	0.00845	0.99155	89.274	2,242.043	25.01	0.99121

Додаток 1. (продовження)

Вік (років)	Число осіб, які доживають до віку X років	Число осіб, які вмирають у віці від X до X+1	Ймовірність померти у віці від X до X+1	Ймовірність дожити у віці від X до X+1	Число осіб, які живуть у віці від X до X+1	Число чоловіків-років від X років і старше	Середня очікувана тривалість життя	Коефіцієнт дожиття
51	88.895	813	0.00914	0.99086	88.489	2,152.769	24.22	0.99049
52	88.082	871	0.00989	0.99011	87.647	2,064.280	23.44	0.98971
53	87.211	933	0.01070	0.98930	86.745	1,976.633	22.66	0.98886
54	86.278	999	0.01158	0.98842	85.779	1,889.888	21.90	0.98795
55	85.279	1.068	0.01252	0.98748	84.745	1,804.110	21.16	0.98697
56	84.211	1.141	0.01355	0.98645	83.641	1,719.364	20.42	0.98590
57	83.070	1.218	0.01466	0.98534	82.462	1,635.723	19.69	0.98475
58	81.853	1.298	0.01586	0.98414	81.204	1,553.262	18.98	0.98350
59	80.555	1.382	0.01716	0.98284	79.864	1,472.058	18.27	0.98215
60	79.173	1.469	0.01856	0.98144	78.438	1,392.194	17.58	0.98069
61	77.703	1.560	0.02008	0.97992	76.923	1,313.756	16.91	0.97911
62	76.143	1.654	0.02172	0.97828	75.316	1,236.832	16.24	0.97740
63	74.489	1.751	0.02350	0.97650	73.614	1,161.516	15.59	0.97555
64	72.738	1.849	0.02543	0.97457	71.814	1,087.903	14.96	0.97355
65	70.889	1.950	0.02751	0.97249	69.914	1,016.089	14.33	0.97138
66	68.939	2.052	0.02976	0.97024	67.913	946.175	13.72	0.96904
67	66.887	2.154	0.03220	0.96780	65.811	878.262	13.13	0.96651
68	64.734	2.255	0.03483	0.96517	63.606	812.452	12.55	0.96377
69	62.479	2.354	0.03768	0.96232	61.302	748.845	11.99	0.96080
70	60.125	2.451	0.04077	0.95923	58.899	687.543	11.44	0.95760
71	57.673	2.544	0.04411	0.95589	56.402	628.644	10.90	0.95413
72	55.130	2.631	0.04772	0.95228	53.814	572.243	10.38	0.95038
73	52.499	2.710	0.05162	0.94838	51.144	518.428	9.87	0.94632
74	49.789	2.781	0.05585	0.94415	48.399	467.284	9.39	0.94193
75	47.008	2.840	0.06042	0.93958	45.588	418.886	8.91	0.93718
76	44.168	2.887	0.06537	0.93463	42.724	373.298	8.45	0.93205
77	41.281	2.919	0.07072	0.92928	39.821	330.573	8.01	0.92649
78	38.362	2.935	0.07651	0.92349	36.894	290.752	7.58	0.92048
79	35.427	2.932	0.08277	0.91723	33.960	253.858	7.17	0.91399
80	32.494	2.910	0.08955	0.91045	31.039	219.898	6.77	0.90696
81	29.584	2.866	0.09688	0.90312	28.151	188.858	6.38	0.89936
82	26.718	2.800	0.10481	0.89519	25.318	160.707	6.01	0.89114
83	23.918	2.712	0.11339	0.88661	22.562	135.389	5.66	0.88225
84	21.206	2.601	0.12267	0.87733	19.905	112.827	5.32	0.87263
85	18.605	2.469	0.13272	0.86728	17.370	92.921	4.99	0.86224
86	16.135	2.317	0.14358	0.85642	14.977	75.551	4.68	0.85100
87	13.819	2.147	0.15533	0.84467	12.745	60.574	4.38	0.83884
88	11.672	1.962	0.16805	0.83195	10.691	47.829	4.10	0.82570
89	9.711	1.765	0.18181	0.81819	8.828	37.137	3.82	0.81149
90	7.945	1.563	0.19669	0.80331	7.164	28.309	3.56	0.79613
91	6.382	1.358	0.21279	0.78721	5.703	21.146	3.31	0.77953
92	5.024	1.157	0.23022	0.76978	4.446	15.442	3.07	0.76159
93	3.868	963	0.24906	0.75094	3.386	10.996	2.84	0.74219
94	2.904	783	0.26945	0.73055	2.513	7.610	2.62	0.72124
95	2.122	619	0.29151	0.70849	1.812	5.097	2.40	0.69859
96	1.503	474	0.31538	0.68462	1.266	3.285	2.19	0.67413
97	1.029	351	0.34119	0.65881	854	2.019	1.96	0.64771
98	678	250	0.36913	0.63087	553	1.165	1.72	0.61918
99	428	171	0.39934	0.60066	342	612	1.43	0.78827
100	257	111	0.43204	0.56796	270	270	1.05	1.00353
-	146	-	-	-	-	-	-	-

Додаток 2

Середня очікувана тривалість життя в Запорізькій області, 2018 рік. Міські поселення та сільська місцевість, обидві статі

Джерело: Розробка авторів.




Вік (років)	Середня очікувана тривалість життя	Вік (років)	Середня очікувана тривалість життя	Вік (років)	Середня очікувана тривалість життя	Вік (років)	Середня очікувана тривалість життя
x	e_x^0	x	e_x^0	x	e_x^0	x	e_x^0
0	70.89	26	46.18	51	24.22	76	8.45
1	70.45	27	45.24	52	23.44	77	8.01
2	69.46	28	44.30	53	22.66	78	7.58
3	68.48	29	43.37	54	21.90	79	7.17
4	67.49	30	42.44	55	21.16	80	6.77
5	66.51	31	41.51	56	20.42	81	6.38
6	65.52	32	40.59	57	19.69	82	6.01
7	64.54	33	39.67	58	18.98	83	5.66
8	63.56	34	38.76	59	18.27	84	5.32
9	62.58	35	37.85	60	17.58	85	4.99
10	61.60	36	36.95	61	16.91	86	4.68
11	60.62	37	36.05	62	16.24	87	4.38
12	59.65	38	35.16	63	15.59	88	4.10
13	58.67	39	34.27	64	14.96	89	3.82
14	57.70	40	33.40	65	14.33	90	3.56
15	56.73	41	32.52	66	13.72	91	3.31
16	55.76	42	31.66	67	13.13	92	3.07
17	54.79	43	30.80	68	12.55	93	2.84
18	53.82	44	29.95	69	11.99	94	2.62
19	52.86	45	29.10	70	11.44	95	2.40
20	51.90	46	28.27	71	10.90	96	2.19
21	50.94	47	27.44	72	10.38	97	1.96
22	49.98	48	26.62	73	9.87	98	1.72
23	49.03	49	25.81	74	9.39	99	1.43
24	48.08	50	25.01	75	8.91	100	1.05
25	47.13	—	—	—	—	—	—

Розрахунок ЕЕВЖ для різних країн світу

Джерело: Складено за [1].

Параметри		Країна, рік							
Умовне позначення	Найменування	Росія, 2006	Німеччина, 2005	Велико-британія, 2005	Франція, 2005	Нідерланди, 2005	США, 2004	Швеція, 2005	Португалія, 2005
D_{c2}	Середньодушовий наявний грошовий річний дохід	104.832 рублів	21.329 євро	24.715 євро	22.790 євро	24.486 євро	34.675 дол	23.942 євро	13.881 євро
P_y	Фоновий ризик смерті людей (загальний коефіцієнт смертності K_c)	0.0152	0.0099	0.0097	0.0084	0.0084	0.0084	0.0101	0.0097
$T_{ж}$	Середній вік людей, що живуть (роки)	38.46	41.2	36.79	38.89	38.46	35.83	40.42	39.6
Параметри щільності розподілу ймовірностей віку живуть людей:									
a	Параметр масштабу	43.31	46.4	40.97	43.65	43.26	39.82	45.47	44.55
b	Параметр форми	1.86	1.91	1.58	1.73	1.79	1.55	1.78	1.82
c	Параметр зсуву	0	0	0	0	0	0	0	0
$E(T_{ж})$	Економічний еквівалент життя середньостатистичної людини віку $T_{ж}$ (в національних грошових одиницях (млн) в євро (млн) за обмінним курсом)	6.90 0.20	2.15	2.55	2.71	2.92	4.13 3.33	2.37	1.43
$E(t_{ж})$	Економічний еквівалент життя середньостатистичної людини у віці $t_{ж}$ років (млн нац. грошових одиниць)	–	–	–	–	–	–	–	–
E_0	0 років	15.38	4.77	5.93	6.15	6.56	9.65	5.33	3.2
E_{10}	10 років	14.4	4.52	5.32	5.69	6.1	8.58	4.98	3
E_{20}	20 років	12.12	3.9	4.29	4.75	5.1	6.84	4.23	2.54
E_{30}	30 років	9.28	3.09	3.22	3.65	3.9	5.06	3.31	1.97
E_{40}	40 років	6.49	2.25	2.26	2.6	2.75	3.53	2.4	1.41
E_{50}	50 років	4.16	1.51	1.51	1.76	1.8	2.33	1.63	0.93
E_{60}	60 років	2.46	0.93	0.95	1.09	1.09	1.46	1.04	0.57
E_{70}	70 років	1.34	0.53	0.58	0.64	0.62	0.88	0.62	0.33
E_{80}	80 років	0.67	0.28	0.33	0.35	0.32	0.51	0.35	0.18
E_{90}	90 років	0.31	0.14	0.18	0.19	0.16	0.28	0.18	0.09
E_{100}	100 років	0.13	0.06	0.09	0.09	0.07	0.15	0.09	0.04
	Очікувана тривалість життя при народженні (роки)	65.6	78.9	78.6	79.6	78.8	77.7	80.6	77.5

“Finding the derivative price using the Vasicek model with multidimensional stochastic volatility”

AUTHORS	Ivan Burtnyak  https://orcid.org/0000-0002-9440-1467 Anna Malytska  https://orcid.org/0000-0002-5811-9288
ARTICLE INFO	Ivan Burtnyak and Anna Malytska (2019). Finding the derivative price using the Vasicek model with multidimensional stochastic volatility. <i>Development Management</i> , 17(4), 19-30. doi: 10.21511/dm.17(4).2019.02
DOI	http://dx.doi.org/10.21511/dm.17(4).2019.02
RELEASED ON	Monday, 20 January 2020
RECEIVED ON	Wednesday, 24 July 2019
ACCEPTED ON	Thursday, 31 October 2019
LICENSE	 This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
JOURNAL	"Development Management"
ISSN PRINT	2413-9610
ISSN ONLINE	2663-2365
FOUNDER	Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics



NUMBER OF REFERENCES

16



NUMBER OF FIGURES

0



NUMBER OF TABLES

0

Ivan Burtnyak (Ukraine), Anna Malyska (Ukraine)

FINDING THE DERIVATIVE PRICE USING THE VASICEK MODEL WITH MULTIDIMENSIONAL STOCHASTIC VOLATILITY

Abstract

Methods of calculating the approximate price of options using instruments of spectral analysis, singular and regular wave theory in the context of influence of fast and slow acting factors are developed. By combining methods from the spectral theory of singular and regular disturbances, one can approximate the price of derivative financial instruments as a schedule of its own functions. The article uses the theory of spectral analysis and the singular and regular theory of perturbations, which are applied to the short-term interest rates described by the Vasicek model with multidimensional stochastic volatility. The approximate price of derivatives and their profitability are calculated. Applying the Sturm-Liouville theory, the Fredholm alternative, and the analysis of singular and regular disturbances in different time scales, explicit formulas were obtained for the approximation of bond prices and yields based on the development of their own functions and eigenvalues of self-adjoint operators using boundary value problems for singular and regular perturbations. The theorem for estimating the accuracy of derivatives price approximation is established. Such a technique, in contrast to existing ones, makes it possible to study the stock market dynamics and to monitor the financial flows in the market. This greatly facilitates the statistical evaluation of their parameters in the process of monitoring the derivatives pricing and the study of volatility behavior for the profitability analysis and taking strategic management decisions on the stock market transactions.

Keywords

stock market, Vasicek model, spectral theory, singular wave theory, regular wave theory, stochastic volatility, implied volatility

JEL Classification

C65, G11, G13



S. KUZNETS KHNUe



Founder

Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics, Nauky avenue, 9-A, Kharkiv, 61166, Ukraine

<http://www.hneu.edu.ua/>

Received on: 24th of July, 2019

Accepted on: 31th of October, 2019

© Ivan Burtnyak, Anna Malyska, 2019

Ivan Burtnyak, Doctor of Economics, Professor, Department of Economic Cybernetics, Vasyl Stefanyk Precarpathian National University, Ukraine

Anna Malyska, Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor, Department of Mathematical and Functional Analysis, Vasyl Stefanyk Precarpathian National University, Ukraine



This is an Open Access article, distributed under the terms of the [Creative Commons Attribution 4.0 International license](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/), which permits unrestricted re-use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

І. В. Буртняк (Україна), Г. П. Малицька (Україна)

ЗНАХОДЖЕННЯ ЦІНИ ДЕРИВАТИВУ ЗА ДОПОМОГОЮ МОДЕЛІ ВАСІЧЕКА З БАГАТОВИМІРНОЮ СТОХАСТИЧНОЮ ВОЛАТИЛЬНІСТЮ

Анотація

Розроблено методи обчислення наближеної ціни опціонів за допомогою інструментів спектрального аналізу, сингулярної та регулярної хвильової теорії у випадку впливу швидко-та повільнодіючих чинників. Комбінуючи методи з спектральної теорії сингулярних і регулярних збурень, можна наближено обчислити ціну похідних фінансових інструментів, як розклад за власними функціями. В статті за допомогою методів теорії спектрального аналізу та сингулярної і регулярної теорії збурень, які застосовані до короткострокових відсоткових ставок, що описуються моделлю Васічека з багатовимірною стохастичною волатильністю. Обчислено наближену ціну деривативів та їх дохідність. Застосувавши теорію Штурма-Ліувілля, альтернативу Фредгольма, а також аналіз сингулярних і регулярних збурень в різних часових шкалах, отримано явні формули для наближень цін облігацій та дохідності на основі розвинення за власними функціями та власними значеннями самоспряжених операторів з використанням крайових задач для сингулярних і регулярних збурень. Встановлено теорему оцінки точності наближення цін деривативів. Така методика, на відміну від існуючих дає можливість проводити дослідження динаміки фондового ринку і здійснювати моніторинг фінансових потоків на ринку. Це значно полегшує статистичну оцінку їхніх параметрів в

процесі моніторингу ціноутворення деривативів та дослідження поведінки волатильності для аналізу дохідності та прийняття стратегічних управлінських рішень щодо здійснення операцій на фондовому ринку.

Ключові слова

фондовий ринок, модель Васічека, спектральна теорія, сингулярна хвильова теорія, регулярна хвильова теорія, стохастична волатильність, імплікована волатильність

Класифікація JEL

C65, G11, G13

ВСТУП

Спектральні методи, є ефективним інструментом для ціноутворення деривативів. Ефективне знаходження швидкості зміни росту портфеля акцій, величини фінансового потоку, а також дослідження темпів зростання ринкового портфеля, що забезпечує вимір внутрішньої волатильності на ринку в будь-який момент часу реалізується за допомогою застосування спектральної теорії сингулярних і регулярних збурень. Виплати за деривативами можуть бути шляхозалежними, а процес, що лежить в їх основі може проявляти стрибок, інтенсивність якого залежить від багатовимірної волатильності. Ціна деривативів залежить від стохастичної волатильності, яка описується шляхозалежним процесом. Знаходження ціни деривативів зводиться до розв'язання задачі знаходження власних значень і власних функцій конкретного рівняння, що відповідає даній моделі. У загальній теорії розглядаються більш ширші припущення на стохастичні процеси, зокрема такі як мартингальні, але не завжди існує аналітична формула для зображення розв'язку тому ми припускаємо що процеси марківські. Аналітична форма розв'язку задачі Штурма-Ліувілля дає можливість обчислювати ціну деривативу, швидкість росту портфеля акцій та досліджувати волатильність на ринку в будь-який момент часу.

1. ЛІТЕРАТУРНИЙ ОГЛЯД

Моделі динаміки короткострокових відсоткових ставок розглядалися в роботі Васічека [16] для ціноутворення деривативів. Значний внесок у теорію відсоткових ставок зробили Бреннан, Шварц [3], Халл, Вайт [9], Кокс, Інгерсол, Росс [7], Мортон [15], а саме: знаходження кредитного спреда інструментів кредитного ринку, визначення цін опціонів на відсоткову ставку, визначення ризику і дохідності похідних фінансових інструментів фондового ринку. Розроблені цими вченими моделі мають свої переваги та недоліки, але кожна з них застосовується для підвищення ліквідності фінансових ринків. Використання складніших моделей, незважаючи на свою теоретичну обґрунтованість, зумовлює отримання складних багатопараметричних функцій кривої прибутковості, а це спричиняє значні похибки в обчисленнях.

Використовуючи спектральний аналіз Лінецький [12] застосував спектральну теорію самоспряжених операторів до різних моделей, а зокрема до моделі Васічека. В роботі Лоріга [14] розглядалися короткострокові відсоткові ставки, описані моделлю Васічека з стохастичною волатильністю, залежною від двох факторів, один з яких швидко, а другий повільно мінливі. В нашій статті спектральна теорія та теорія сингулярних і регулярних збурень застосована до самоспряжених операторів у гільбертових просторах, які описують процеси з багатовимірною стохастичною волатильністю, що має l -швидко мінливих, r -повільно мінливих факторів $l \geq 1$, $r \geq 1$, $l \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{N}$. Зокрема дана теорія застосована до короткострокових відсоткових ставок, що описуються моделлю Васічека. Обчислено наближену ціну облігацій та їх дохідність. Застосувавши теорію Штурма-Ліувілля, альтернативи Фредгольма, а також аналіз сингулярних і регулярних збурень в різних часових шкалах, ми отримали явні формули для наближень цін облігацій та дохідності. Для отримання явних формул потрібно розв'язати $2l$ рівнянь Пуассона.

2. МЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ

Розробка зручного підходу встановлення орієнтовної ціни деривативів та їх дохідності методами спектральної теорії та хвильової теорії збурень є метою дослідження. Такі підходи мають застосування при розв'язуванні економічних задач на знаходження короткострокових відсоткових ставок, кредитних спредів та стохастичної волатильності деривативів.

3. МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Нехай (Q, F, P) є простором ймовірності, який підтримує корельований броунівський рух $(W^x, W^{y_1}, \dots, W^{y_l}, W^{z_1}, \dots, W^{z_r})$ і експоненціальна випадкова змінна $\varepsilon \sim \text{Exp}(1)$, яка є незалежною від $(W^x, W^{y_1}, \dots, W^{y_l}, W^{z_1}, \dots, W^{z_r})$. Ми будемо вважати, що економіка з $(l+r+1)$ факторами, описана однорідним часом та неперервним Марківським процесом $\chi = (X, Y_1, \dots, Y_l, Z_1, \dots, Z_r)$, який визначений в деякому просторі станів $E = I \cdot R^l \cdot R^r$, де $(Y_1, \dots, Y_l) \in R^l$, $(Z_1, \dots, Z_r) \in R^r$, I – інтервал в R з точками e_1 та e_2 , такими, що $-\infty < e_1 < e_2 < \infty$. Ми припускаємо, що X має початок в E і миттєво зникає, як тільки X виходить за межі I . Зокрема, динаміка X з фізичною мірою P , є наступною:

$$\chi_t = \left\{ \frac{(X_t, Y_{1t}, \dots, Y_{lt}, Z_{1t}, \dots, Z_{rt})}{\Delta} \right\}, \quad \tau_1 > t, \quad \tau_1 = \inf(t > 0 : X_t \notin I),$$

$$\tau_1 \leq t,$$

де $(X, Y_1, \dots, Y_l, Z_1, \dots, Z_r)$, задаються

$$\left\{ \begin{array}{l} dX_t = v(X_t)dt + a(X_t)f(Y_{1t}, \dots, Y_{lt}, Z_{1t}, \dots, Z_{rt})dW_t^x, \\ dY_{jt} = \frac{1}{\varepsilon_j} \alpha_j(Y_{jt})dt + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_j}} \beta_j(Y_{jt})dW_t^{y_j}, \quad j = \overline{1, l}, \\ dZ_{it} = \delta_i c_i(Z_{it})dt + \sqrt{\delta_i} g_i(Z_{it})dW_t^{z_i}, \quad i = \overline{1, r}, \\ d(W^x, W^{y_j})_t = \rho_{xy_j} dt, \quad j = \overline{1, l}, \\ d(W^x, W^{z_i})_t = \rho_{xz_i} dt, \quad i = \overline{1, r}, \\ d(W^{y_j}, W^{z_i})_t = \rho_{y_j z_i} dt, \quad j = \overline{1, l}, \quad i = \overline{1, r}, \\ d(W^{y_j}, W^{y_r})_t = \rho_{y_j y_r} dt, \quad j = \overline{1, l}, \quad s = \overline{1, l}, \\ d(W^{z_i}, W^{z_k})_t = \rho_{z_i z_k} dt, \quad i = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, r}. \\ (X_0, Y_{10}, \dots, Y_{l0}, Z_{10}, \dots, Z_{r0}) = (x, y_{10}, \dots, y_{l0}, z_{10}, \dots, z_{r0}) \in E. \end{array} \right.$$

де $\rho_{y_j y_s} = 0, j \neq r, \rho_{z_i z_k} = 0, i \neq k, \rho_{xy_j}, \rho_{xz_i}, \rho_{y_j z_i}$, задовольняють умову $|\rho_{xy_j}|, |\rho_{xz_i}|, |\rho_{y_j z_i}| \leq 1$, а

кореляційні матриці виду:

$$\begin{pmatrix} 1 & \rho_{xy_j} & \rho_{xz_i} \\ \rho_{y_j x} & 1 & \rho_{y_j z_i} \\ \rho_{z_i x} & \rho_{z_i y_j} & 1 \end{pmatrix}$$

напівдодатно визначені, тобто $1 + 2\rho_{xy_j} \rho_{xz_i} \rho_{y_j z_i} - \rho_{xy_j}^2 - \rho_{xz_i}^2 - \rho_{y_j z_i}^2 \geq 0, j = \overline{1, l}, i = \overline{1, r}$.

Процес X може репрезентувати багато економічних явищ, та процесів.

Наприклад, величину запасів, ціну індексу, надійний короткий відсоток і т.д. Ще ширше, X це зовнішній фактор, який характеризує вартість будь-яких із згаданих вище процесів. Під фізичною мірою \mathbb{P} процесу X , розуміють процес X , який має миттєвий дрейф $v(X_t)$ і стохастичну волатильність $a(X_t)f(Y_{1t}, \dots, Y_{lt}, Z_{1t}, \dots, Z_{rt}) > 0$, який містить обидві компоненти: локальну $a(X_t)$ і нелокальну $f(Y_{1t}, \dots, Y_{lt}, Z_{1t}, \dots, Z_{rt})$. Зауважимо, що нескінченно малі генератори (інфінітізимальні) для Y_j та Z_i мають вигляд V_{ij}^*

$$\mathfrak{L}_{Y_j}^{\varepsilon_j} = \frac{1}{\varepsilon_j} \left(\frac{1}{2} \beta_j^2 (y_j) \partial_{y_j y_j}^2 + \alpha_j (y_j) \partial_{y_j} \right), \mathfrak{L}_{Z_i}^{\delta_i} = \delta_i \left(\frac{1}{2} g_i^2 (z_i) \partial_{z_i z_i}^2 + c_i (z_i) \partial_{z_i} \right),$$

характеризуються величинами $\frac{1}{\varepsilon_j}$ та δ_i відповідно. Таким чином, Y_1, \dots, Y_l та Z_1, \dots, Z_n мають внутрішню шкалу часу $\varepsilon_j > 0$ і $1/\delta_i > 0$. Ми вважаємо $\varepsilon_j \ll 1$ і $\delta_i \ll 1$, щоб внутрішня шкала часу Y_j була малою, а внутрішня шкала часу Z_i великою. Отже, $Y_j, j = \overline{1, l}$, це швидко змінні фактори, а $Z_i, i = \overline{1, n}$ повільно змінні фактори. Зауважимо, що $\mathfrak{L}_{Y_j}^{\varepsilon_j}$ та $\mathfrak{L}_{Z_i}^{\delta_i}$ мають форму виду:

$$L = \frac{1}{2} a^2 (x) \partial_{xx}^2 + b(x) \partial_x - k(x), \quad x \in (e_1, e_2), \quad \text{з } k(x) = 0,$$

для всіх $x \in I$, є завжди самоспряженими в Гільбертовому простор $H=L^2(I, m)$, де $I \in \mathbb{R}$ інтервал з кінцями e_1 і e_2 та m - швидкість щільності дифузії.

$$\text{Dom}(\mathfrak{L}) \{ f \in L^2(I, m) : f, \partial_x f \in AC_{\text{loc}}(I), \mathfrak{L}f \in L^2(I, m), BCs \text{ на } e_1 \text{ та } e_2 \},$$

де $AC_{\text{loc}}(I)$ є простором функцій, абсолютно неперервних на кожному компактному під-інтервалі I [13].

Крайові умови на e_1 та e_2 накладаються для вихідних, вхідних і регулярних меж.

Оцінимо похідний цінний папір, з виплатою в час $t > 0$, яка може залежати від траєкторії X . Зокрема, ми розглянемо форми виплати:

$$\text{Виплата} = H(X_t) \mathbb{I}_{(\tau > t)},$$

де τ – випадковий момент часу, протягом якого є невиплата премії похідного активу. Для знаходження оцінки похідних активів ми повинні визначити динаміку $(X, Y_1, \dots, Y_l, Z_1, \dots, Z_n)$ відносно міри при нейтральному ризику $\tilde{\mathbb{P}}$. Маємо таку динаміку:

$$\left\{ \begin{array}{l} dX_t = (b(X_t) - a(X_t)f(Y_{1t}, \dots, Y_{lt}, Z_{1t}, \dots, Z_{rt})\Omega(Y_{1t}, \dots, Y_{lt}, Z_{1t}, \dots, Z_{rt}))dt \\ \quad + a(X_t)f(Y_{1t}, \dots, Y_{lt}, Z_{1t}, \dots, Z_{rt})d\tilde{W}_t^x, \\ dY_{jt} = \left(\frac{1}{\epsilon_j} \alpha_j(Y_{jt}) - \frac{1}{\sqrt{\epsilon_j}} \beta_j(Y_{jt})\Lambda_j(Y_{1t}, \dots, Y_{lt}, Z_{1t}, \dots, Z_{rt}) \right) dt + \frac{1}{\sqrt{\epsilon_j}} \beta_j(Y_{jt})d\tilde{W}_t^{y_j}, \\ dZ_{it} = \left(\delta_i c_i(Z_{it}) - \sqrt{\delta_i} g_i(Z_{it})\Gamma_i(Y_{1t}, \dots, Y_{lt}, Z_{1t}, \dots, Z_{rt}) \right) dt + \sqrt{\delta_i} g_i(Z_{it})d\tilde{W}_t^{z_i}, \\ d\langle \tilde{W}^x, \tilde{W}^{y_j} \rangle_t = \rho_{xy_j} dt, \quad j = \overline{1, l}, \\ d\langle \tilde{W}^x, \tilde{W}^{z_i} \rangle_t = \rho_{xz_i} dt, \quad i = \overline{1, r}, \\ d\langle \tilde{W}^{y_j}, \tilde{W}^{z_i} \rangle_t = \rho_{y_j z_i} dt, \quad j = \overline{1, l}, \quad i = \overline{1, r}, \\ d\langle \tilde{W}^{y_j}, \tilde{W}^{y_s} \rangle_t = \rho_{y_j y_s} dt, \quad j = \overline{1, l}, \quad s = \overline{1, l}, \\ d\langle \tilde{W}^{z_i}, \tilde{W}^{z_k} \rangle_t = \rho_{z_i z_k} dt, \quad i = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, n}, \\ (X_0, Y_{10}, \dots, Y_{l0}, Z_{10}, \dots, Z_{r0}) = (x, y_{10}, \dots, y_{l0}, z_{10}, \dots, z_{r0}) \in E, \end{array} \right.$$

де

$$d\tilde{W}_t^x := dW_t^x + \left(\frac{v(X_t) - b(X_t)}{a(X_t)f(Y_{1t}, \dots, Y_{lt}, Z_{1t}, \dots, Z_{rt})} + \Omega(Y_{1t}, \dots, Y_{lt}, Z_{1t}, \dots, Z_{rt}) \right) dt,$$

$$d\tilde{W}_t^{y_j} := dW_t^{y_j} + \Lambda_j(Y_{1t}, \dots, Y_{lt}, Z_{1t}, \dots, Z_{rt}) dt,$$

$$d\tilde{W}_t^{z_i} := dW_t^{z_i} + \Gamma_i(Y_{1t}, \dots, Y_{lt}, Z_{1t}, \dots, Z_{rt}) dt,$$

$$\rho_{y_j y_s} = 0, \quad j \neq s, \quad \rho_{z_i z_k} = 0, \quad i \neq k.$$

Ми накладаємо такі умови щоб система (1) мала єдиний сильний розв'язок.

Випадковий час τ часом похідного активу. У нашому випадку, дефолт може відбутися одним із двох способів:

1. Коли X виходить за інтервал I .
2. У випадковий час τ_h , яким керує рівень ризику $h(X_t) \geq 0$.

Це можна виразити наступним чином:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau = \tau_l \wedge \tau_h, \\ \tau_l = \inf \{ t \geq 0 : X_t \notin I \}, \\ \tau_h = \inf \left\{ t \geq 0 : \int_0^t h(X_s) ds \geq \varepsilon(X, Y_1, \dots, Y_l, Z_1, \dots, Z_n) \right\}, \\ \varepsilon \sim Exp(1) \parallel. \end{array} \right.$$

Зважимо, що випадкова змінна ε незалежна від $(X, Y_1, \dots, Y_l, Z_1, \dots, Z_n)$.

Щоб відстежувати τ_h , ми використаємо індикатор процесу: $D_t = \mathbb{I}_{\{t \geq \tau_h\}}$,

де $\mathbb{D} = \{\mathcal{D}_t, t \geq 0\}$ - фільтр породжений D та $\mathbb{F} = \{\mathcal{F}_t, t \geq 0\}$ - фільтр генератора $(W^x, W^{y_1}, \dots, W^{y_l}, W^{z_1}, \dots, W^{z_r})$. Використаємо фільтрацію $\mathbb{G} = \{\mathcal{G}_t, t \geq 0\}$, де $\mathcal{G}_t = \mathcal{F}_t \vee \mathcal{D}_t$. Зауважимо, що $(X, Y_1, \dots, Y_l, Z_1, \dots, Z_r)$ пристосовані до \mathbb{G} і τ - час зупинки $(\{\{\tau \leq t\}\} \in \mathcal{G}_t \text{ для всіх } t \geq 0)$.

Оцінимо похідний актив деякого виграшу (виплати), використовуючи нейтральний ризик ціноутворення і Марківський ланцюг X , ціна $u^{\bar{\varepsilon}, \bar{\delta}'}(t, x, y_1, \dots, y_l, z_1, \dots, z_r)$ деяких похідних активів в початковий момент часу має вигляд:

$$u^{\bar{\varepsilon}, \bar{\delta}'}(t, x, y_1, \dots, y_l, z_1, \dots, z_r) = \tilde{\mathbb{E}}_{x, y_1, \dots, y_l, z_1, \dots, z_r} \left[\exp \left(- \int_0^t r(X_s) ds \right) H \left(X_t \mathbb{I}_{\{t > \tau\}} \right) \right],$$

де $\bar{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_l)$, $\bar{\delta}' = (\delta_1, \dots, \delta_r)$, а $(x, y_1, \dots, y_l, z_1, \dots, z_r) \in E$ є початкова точка процесу $(X, Y_1, \dots, Y_l, Z_1, \dots, Z_r)$.

За допомогою формули Фейнмана-Каца [2], можна показати, що $u^{\bar{\varepsilon}, \bar{\delta}'}(t, x, y_1, \dots, y_l, z_1, \dots, z_r)$ задовольняє наступній задачі Коші [13]:

$$\left(-\partial_t + \mathcal{L}^{\bar{\varepsilon}, \bar{\delta}'} \right) u^{\bar{\varepsilon}, \bar{\delta}'} = 0, \quad (y_1, \dots, y_l, z_1, \dots, z_r) \in E, t \in \mathbb{R}^+, \quad (2)$$

$$u^{\bar{\varepsilon}, \bar{\delta}'}(0, x, y_1, \dots, y_l, z_1, \dots, z_r) = H(x), \quad (3)$$

де оператор $\mathcal{L}^{\bar{\varepsilon}, \bar{\delta}'}$ має вигляд:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\bar{\varepsilon}, \bar{\delta}'} &= \sum_{j=1}^l \frac{1}{\varepsilon_j} \mathcal{L}_{0j} + \sum_{j=1}^l \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_j}} \mathcal{L}_{1j} + \mathcal{L}_{2j} + \sum_{j=1}^l \sqrt{\frac{\delta_j}{\varepsilon_j}} \mathfrak{M}_{3ij} + \sum_i \sqrt{\delta_i} \mathfrak{M}_{1i} + \sum_i \delta_i \mathfrak{M}_{2i} \\ \mathcal{L}_{0j} &= \frac{1}{2} \beta_j^2 (y_j) \partial_{y_j y_j}^2 + \alpha_j (y_j) \partial_{y_j}, \quad j = \overline{1, l}. \\ \mathcal{L}_{1j} &= \beta_j (y_j) (\rho_{xy_j} a(x) f(y_1, \dots, y_l, z_1, \dots, z_r) \partial_x - \Lambda_j (y_1, \dots, y_l, z_1, \dots, z_r)) \partial_{y_j}, \\ \mathcal{L}_{2j} &= \frac{1}{2} a^2(x) f^2(y_1, \dots, y_l, z_1, \dots, z_r) \partial_{xx}^2 + \\ &+ (b(x) - a(x) \Omega(y_1, \dots, y_l, z_1, \dots, z_r) f(y_1, \dots, y_l, z_1, \dots, z_r)) \partial_x - k(x), \\ \mathfrak{M}_{3ij} &= \rho_{xz_i} \beta_j (y_j) g_i(z_i) \partial_{y_j z_i}^2, \\ \mathfrak{M}_{1i} &= g_i(z_i) (\rho_{xz_i} a(x) f(y_1, \dots, y_l, z_1, \dots, z_r) \partial_x - \Gamma_i(y_1, \dots, y_l, z_1, \dots, z_r)) \partial_{z_i}, \\ \mathfrak{M}_{2i} &= \frac{1}{2} g_i^2(z_i) \partial_{z_i z_i}^2 + c_i(z_i) \partial_{z_i}, \quad k(x) = r(x) + h(x), \quad \mathcal{L}_{0j} = \mathcal{L}_{Y_j}^l. \end{aligned}$$

Ми припускаємо, що дифузія з інфінітіземальним генератором $\mathcal{L}_{Y_j}^l$ має інваріантний розподіл Π з щільністю $\pi_j(y_j)$:

$$\pi_j(y_j) = \frac{2}{\beta_j^2(y_j)} \exp \left\{ \int_{y_{j0}}^{y_j} \frac{2\alpha_j(\theta)}{\beta_j^2(\theta)} d\theta \right\}, \quad \forall j = \overline{1, l}.$$

Крім початкової умови (3) функція $u^{\overline{\varepsilon}, \overline{\delta}'}(t, x, y_1, \dots, y_l, z_1, \dots, z_r)$ повинна задовольняти на кінцях e_1 та e_2 інтервалу I крайові умови. Крайові умови в точках e_1 та e_2 належать області $\mathcal{L}^{\overline{\varepsilon}, \overline{\delta}'}$ і будуть залежати від природи процесу X на кінцях I та класифікуються як природні, вихідні, вхідні або регулярні [2]. Задача Коші (2)-(3) для $(f, a_1, \dots, a_r, \beta_1, \dots, \beta_r, \Lambda_1, \dots, \Lambda_r, c_1, \dots, c_r, g_1, \dots, g_r, \Gamma_1, \dots, \Gamma_r)$ не має аналітичного розв'язку. Однак для фіксованого $\overline{\delta}'$, умови, які містять $\overline{\varepsilon}$ та відхиляються як завгодно мало в $\overline{\varepsilon}$ -околі, що зумовлює сингулярні збурення. Для фіксованого $\overline{\varepsilon}_j$ умови, які містять $\overline{\delta}_i$ є малими для деякого малого $\overline{\delta}'$ -околу, що спричиняє регулярні збурення. Таким чином, $\overline{\varepsilon}$ -оکیل та $\overline{\delta}'$ -оکیل дає початок об'єднаному сингулярно-регулярному збуренню $\mathcal{O}(1)$ оператора \mathcal{L}_2 . Для того щоб знайти асимптотичний розв'язок задачі Коші (2) (3) розвинемо $u^{\overline{\varepsilon}, \overline{\delta}'}$ за степенями $\sqrt{\overline{\varepsilon}_j}$ та $\sqrt{\overline{\delta}_i}$ [4]:

$$u^{\overline{\varepsilon}, \overline{\delta}'} = \sum_{i_1 \geq 0} \dots \sum_{i_l \geq 0} \sum_{j_1 \geq 0} \dots \sum_{j_r \geq 0} \sqrt{\overline{\varepsilon}_1}^{j_1} \dots \sqrt{\overline{\varepsilon}_l}^{j_l} \sqrt{\overline{\delta}_1}^{i_1} \dots \sqrt{\overline{\delta}_r}^{i_r} u_{j_1, \dots, j_r, i_1, \dots, i_r},$$

де $\sum_{i_1 \geq 0} \dots \sum_{i_l \geq 0} \sum_{j_1 \geq 0} \dots \sum_{j_r \geq 0} \sqrt{\overline{\varepsilon}_1}^{j_1} \dots \sqrt{\overline{\varepsilon}_l}^{j_l} \sqrt{\overline{\delta}_1}^{i_1} \dots \sqrt{\overline{\delta}_r}^{i_r} u_{j_1, \dots, j_r, i_1, \dots, i_r} =$

$$\lim_{\substack{m_1 \rightarrow \infty \\ i_1 \geq 0}} \dots \lim_{\substack{m_l \geq 0 \\ i_l \geq 0}} \sum_{j_1 \geq 0} \dots \sum_{j_r \geq 0} \sqrt{\overline{\varepsilon}_1}^{j_1} \dots \sqrt{\overline{\varepsilon}_l}^{j_l} \sqrt{\overline{\delta}_1}^{i_1} \dots \sqrt{\overline{\delta}_r}^{i_r} u_{j_1, \dots, j_r, i_1, \dots, i_r},$$

$$m_1 \rightarrow \infty, \dots, m_{l+r} \rightarrow \infty.$$

Наближена ціна обчислюється:

$$u^{\overline{\varepsilon}, \overline{\delta}'} \approx u_{0, \overline{0}'} + \sum_{j=1}^l \sqrt{\overline{\varepsilon}_j} u_{1, \overline{0}'} + \sum_{i=1}^r \sqrt{\overline{\delta}_i} u_{0, \overline{1}_i}.$$

Вибір розвинення в напівцілих степенях $\overline{\varepsilon}_j$ та $\overline{\delta}_i$ є природнім для $\mathcal{L}^{\overline{\varepsilon}, \overline{\delta}'}$.

Проводячи аналіз сингулярних збурень на відповідних рівнях ми отримаємо, що $u_{0, \overline{0}'}, u_{1, \overline{0}'}, u_{0, \overline{1}_i}$ не залежать від y_1, \dots, y_l .

4. РЕЗУЛЬТАТИ

Основні результати асимптотичного аналізу наведені за допомогою наступних формул:

$$\mathcal{O}(1): \sum_{j=1}^l \mathcal{L}_{0j} u_{2, \overline{0}'} + (-\partial_t + \langle \mathcal{L}_2 \rangle) u_{0, \overline{0}'} = 0, \quad u_{0, \overline{0}'}(0, x, z_1, \dots, z_r) = H(x),$$

$$\mathcal{O}(\sqrt{\overline{\varepsilon}_j}): \mathcal{L}_{0j} u_{3, \overline{0}'} + \mathcal{L}_{1j} u_{2, \overline{0}'} + (-\partial_t + \langle \mathcal{L}_2 \rangle) u_{1, \overline{0}'} + \sum_{k \neq j} \mathcal{L}_{1k} u_{1, \overline{0}'} + \sum_{i \neq j} \mathcal{L}_{1i} = \tag{4}$$

$$\mathcal{A}_j u_{0, \overline{0}'}, \quad u_{1, \overline{0}'}(0, x, z_1, \dots, z_n) = 0,$$

$$\text{де } \bar{1}_{kj} = \left(\underbrace{0, \dots, 1}_k, \underbrace{0, 1, 0, \dots, 0}_j \right).$$

З аналізу регулярних збурень маємо:

$$\mathcal{O}(\sqrt{\delta_i}) : (-\partial_i + \langle \mathcal{L}_2 \rangle) u_{\bar{0}, \bar{1}_i} = \mathcal{B}_i \partial_{z_i} u_{\bar{0}, \bar{0}}, u_{\bar{0}, \bar{1}_i}(0, x, z_1, \dots, z_r) = 0, i = \bar{1}, r. \quad (5)$$

Оператори $\langle \mathcal{L}_2 \rangle$, \mathcal{A}_j , \mathcal{B}_i та ∂_{z_i} визначені за формулами:

$$\langle \mathcal{L}_2 \rangle = \frac{1}{2} \bar{\sigma}^2 a^2(x) \partial_{xx}^2 + (b(x) - \overline{f\Omega} a(x)) \partial_x - k(x), \quad x \in (e_1, e_2),$$

$$\mathcal{A}_j = -\nu_{3j} a(x) \partial_x a^2(x) \partial_{xx}^2 - \nu_{2j} a^2(x) \partial_{xx}^2 - \mathcal{U}_{2j} a(x) \partial_x a(x) \partial_x - \mathcal{U}_{1j} a(x) \partial_x,$$

$$\mathcal{B}_i = -\nu_{1i} a(x) \partial_x - \nu_{0i} \text{ та } \partial_{z_i} = \partial_{z_i} \bar{\sigma} \partial_{\bar{\sigma}} + \overline{f\Omega}' \partial_{\overline{f\Omega}}, \quad \nu_{1i} := g_i \rho_{xz_i} \langle f \rangle, \quad \nu_{0i} = g_i \langle \Gamma_i \rangle, \quad \forall i = \bar{1}, n \text{ та нормою}$$

$$\langle \mathcal{X} \rangle_j := \int \mathcal{X}(y_1, \dots, y_l) \pi_j(y_j) dy_j, \quad \forall j = \bar{1}, l,$$

$$\langle \mathcal{X} \rangle_{1,2} = \int_{R^2} \mathcal{X}(y_1, \dots, y_l) \pi_1(y_1) \pi_2(y_2) dy_1 dy_2,$$

$$\langle \mathcal{X} \rangle_{l-1,l} = \int_{R^l} \mathcal{X}(y_1, \dots, y_l) \pi_1(y_1) \dots \pi_l(y_l) dy_1 \dots dy_l,$$

$$\langle \mathcal{X} \rangle_{l-1,l} = \mathcal{X}, \quad f\Omega := \overline{f\Omega}, \quad f^2 = \bar{\sigma}^2.$$

Знайдемо розв'язки рівнянь (4)-(5) на основі власних функцій, власних значень оператора $\langle \mathcal{L}_2 \rangle$, кожне з яких задовольняє відповідне рівняння Пуассона [5]:

$$\mathcal{L}_{01} \varphi_1 = f^2 - \langle f^2 \rangle_1, \mathcal{L}_{02} \varphi_2 = \langle f^2 \rangle_1 - \langle f^2 \rangle_{1,2}, \dots, \mathcal{L}_{0l} \varphi_l = \langle f^2 \rangle_{l-2,l-1} - \langle f^2 \rangle_{l-1,l}.$$

$$\mathcal{L}_{01} \eta_1 = f\Omega - \langle f\Omega \rangle_1, \dots, \mathcal{L}_{0j} \eta_j = \langle f\Omega \rangle_{j-2,j-1} - \langle f\Omega \rangle_{j-1,j}, \dots, \mathcal{L}_{0l} \eta_l = \langle f\Omega \rangle_{l-2,l-1} - \langle f\Omega \rangle_{l-1,l}.$$

Теорема 1: припустимо, що ми можемо розв'язати наступне рівняння для знаходження власного значення:

$$-\langle \mathcal{L}_2 \rangle \psi_n = \lambda_n \psi_n, \quad \psi_n \in \text{dom}(\langle \mathcal{L}_2 \rangle), \quad (6)$$

а також що $H \in \mathcal{H}$. Тоді розв'язок $u_{\bar{0}, \bar{0}}$ має вигляд:

$$u_{\bar{0}, \bar{0}} = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \psi_n T_n, \quad c_n = (\psi_n, H), \quad T_n = e^{-t \lambda_n}.$$

Теорема 2: нехай c_n , ψ_n , T_n описуються за допомогою Теорема 1. Визначимо:

$$\mathcal{A}_{jk,n} := (\psi_k, \mathcal{A}_j \psi_n), \quad U_{k,n} := \frac{T_k - T_n}{\lambda_k - \lambda_n}.$$

Тоді розв'язок $u_{\bar{1},\bar{0}'}$ рівняння (4) має вигляд:

$$u_{\bar{1},\bar{0}'} = \sum_n \sum_{k \neq n} c_n A_{jk,n} \psi_k U_{k,n} - \sum_n c_n A_{jn,n} \psi_n t T_n$$

Зауважимо, що $u_{\bar{1},\bar{0}'}$ є лінійним у групі параметрів $(\mathcal{G}_{3j}, \mathcal{G}_{2j}, u_{2j}, u_{1j})$.

Теорема 3: нехай c_n, ψ_n і T_n визначені з теореми 1, а $U_{k,n}$ з теореми 2 то матимемо:

$$\tilde{\mathcal{B}}_{ik,n} := (\psi_k, \mathcal{B}_i \partial_{Z_i} \psi_n), \mathcal{B}_{ik,n} := (\psi_k, \mathcal{B}_i \psi_n), V_{ik,n} := \frac{T_k - T_n}{(\lambda_k - \lambda_n)^2} + \frac{t T_n}{\lambda_k - \lambda_n}.$$

Тоді розв'язок $u_{\bar{0},\bar{1}'_i}$ має вигляд:

$$u_{\bar{0},\bar{1}'_i} = \sum_n \sum_{k \neq n} c_n \tilde{\mathcal{B}}_{ik,n} \psi_k U_{ik,n} - \sum_n c_n \tilde{\mathcal{B}}_{in,n} \psi_n t T_n + \sum_n \sum_{k \neq n} (\partial_{Z_i} c_n) \mathcal{B}_{ik,n} \psi_k U_{ik,n} - \sum_n (\partial_{Z_i} c_n) \mathcal{B}_{in,n} \psi_n t T_n + \sum_n \sum_{k \neq n} c_n \mathcal{B}_{ik,n} \psi_k (\partial_{Z_i} \lambda_n) V_{ik,n} - \sum_n c_n \mathcal{B}_{in,n} \psi_n (\partial_{Z_i} \lambda_n) \frac{1}{2} t^2 T_n.$$

Звернемо увагу на те, що $u_{\bar{0},\bar{1}'_i}$ є лінійним в $(\nu_{li} \bar{\sigma}', \nu_{li} \overline{f\Omega'}, \nu_{0i} \bar{\sigma}', \nu_{0i} \overline{f\Omega'})$.

Отримавши наближений розв'язок

$$u^{\bar{\epsilon},\bar{\delta}'} \approx u_{\bar{0},\bar{0}'} + \sum_{j=1}^l \sqrt{\epsilon_j} u_{\bar{1},\bar{0}'} + \sum_{i=1}^n \sqrt{\delta_i} u_{\bar{0},\bar{1}'_i}$$

для ціни похідного активу. Для більш точного результату припустимо, що функція виплати $H(x)$ та її похідна по часу є гладкими і обмеженими функціями, Таким чином, ми обмежуємо наш аналіз деривативів гладкою і обмеженою виплатою, в цьому випадку точність оцінки ґрунтується на такій теоремі:

Теорема 4: для фіксованих $(t, x, y_1, \dots, y_l, z_1, \dots, z_r)$ існує стала C така, що для будь-якого $\epsilon_j \leq 1, \delta_i \leq 1$ маємо:

$$\left| u^{\bar{\epsilon},\bar{\delta}'} - \left(u_{\bar{0},\bar{0}'} + \sum_{j=1}^l \sqrt{\epsilon_j} u_{\bar{1},\bar{0}'} + \sum_{i=1}^n \sqrt{\delta_i} u_{\bar{0},\bar{1}'_i} \right) \right| \leq C \left(\sum_{j=1}^l \epsilon_j + \sum_{i=1}^r \delta_i \right).$$

Теорема 4 дає нам інформацію про те, як наближена ціна веде себе при $\epsilon_j \rightarrow 0$ і $\delta_i \rightarrow 0$.

Нехай X являють собою короткі відсоткові ставки. Однією з найбільш широко відомих моделей коротких курсів відсоткових ставок є модель Васічека, в якій X моделюється як процес Орнштейна-Уленбека з багатовимірною стохастичною волатильністю. Зокрема, \mathbb{P} динаміки X задані

$$dX_t = (\kappa(\theta - X_t) - f(Y_1, \dots, Y_l, Z_1, \dots, Z_r)) \Omega(Y_1, \dots, Y_l, Z_1, \dots, Z_r) dt + f(Y_1, \dots, Y_l, Z_1, \dots, Z_r) + d\tilde{W}_t^x, r(X_t) = X_t, h(X_t) = 0,$$

де Y_1, \dots, Y_l , та Z_1, \dots, Z_r є швидко і повільно змінними факторами волатильності, як описано. Обчислимо наближену ціну облігації з нульовим купоном.

Запишемо оператор $\langle \mathcal{L}_2 \rangle$ і пов'язані з ним щільності зі швидкістю $m(x)$

$$\langle \mathcal{L}_2 \rangle = \frac{1}{2} \bar{\sigma}^2 \partial_{xx}^2 + \kappa(\bar{\theta} - x) \partial_x - x, \tag{7}$$

$$m(x) = \frac{2}{\bar{\sigma}^2} \exp\left(\frac{-k}{\bar{\sigma}^2} (\bar{\theta} - x)^2\right), \bar{\theta} = \theta - \frac{1}{\kappa} \overline{f\Omega}.$$

Щоб знайти ціну облигації з виплатами $H(X_t) = \mathbb{I}_{\{\tau > t\}} = 1$, потрібно розв'язати рівняння (7) на знаходження власних значень на відрізку $I = (-\infty, \infty)$ з $\langle \mathcal{L}_2 \rangle$. Оскільки обидва кінці $-\infty$ і ∞ є природними границями, то розв'язок має вигляд [11].

$$\psi_n = \mathcal{N}_n \exp\left(-A\xi - \frac{1}{2}A^2\right) H_n(\xi + A), \quad \mathcal{N}_n = \left(\sqrt{\frac{\kappa}{\pi}} \frac{\bar{\sigma}}{2^{n+1}n!}\right)^{1/2}$$

$$A = \frac{\bar{\sigma}}{\kappa^{3/2}}, \quad \xi = \frac{\sqrt{\kappa}}{\bar{\sigma}}(x - \bar{\theta}), \quad \lambda_n = \lambda_n = \bar{\theta} - \frac{\bar{\sigma}^2}{2\kappa^2} + \kappa n, \quad n=0,1,2,\dots,$$

де H_n - Ермітові поліноми.

Запишемо вирази для операторів \mathcal{A}_j та \mathcal{B}_j :

$$\mathcal{A}_j = -\mathcal{G}_{j3} \partial_{xxx}^3 - (\mathcal{G}_{j2} + \mathcal{U}_{j2}) \partial_{xx}^2 - \mathcal{U}_{j1} \partial_x, \quad \mathcal{B}_j = \mathcal{G}_{j1} \partial_x - \mathcal{G}_{j0}.$$

Оператори $\mathcal{A}_{jk,n}, \mathcal{B}_{jk,n}, \tilde{\mathcal{B}}_{jk,n}$ записуються на основі рекурентних співвідношень:

$$\partial_x H_n = 2nH_{n-1}, \quad 2xH_n = H_{n+1} + \partial_x H_n, \quad \mathcal{A}_{jk,n} = -\mathcal{G}_{j3}$$

$$\left\{ \sum_{m=0}^{3\wedge n} \binom{3}{m} \left(\frac{-1}{\kappa}\right)^{3-m} \left(\frac{2\sqrt{\kappa}}{\bar{\sigma}}\right)^m \frac{n! \mathcal{N}_n}{(n-m)! \mathcal{N}_{n-m}} \delta_{k,n-m} \right\} - (\mathcal{G}_{j2} + \mathcal{U}_{j2})$$

$$\left\{ \sum_{m=0}^{3\wedge n} \binom{2}{m} \left(\frac{-1}{\kappa}\right)^{2-m} \left(\frac{2\sqrt{\kappa}}{\bar{\sigma}}\right)^m \frac{n! \mathcal{N}_n}{(n-m)! \mathcal{N}_{n-m}} \delta_{k,n-m} \right\}$$

$$- \mathcal{U}_{j1} \left\{ \left(\frac{-1}{\kappa}\right) \delta_{k,n} + \left(\frac{2\sqrt{\kappa}}{\bar{\sigma}}\right) \frac{n! \mathcal{N}_n}{(n-1)! \mathcal{N}_{n-1}} \delta_{k,n-1} \right\},$$

$$\mathcal{B}_{jk,n} = -\mathcal{G}_{j1} \left\{ \left(\frac{-1}{\kappa}\right) \delta_{k,n} + \left(\frac{2\sqrt{\kappa}}{\bar{\sigma}}\right) \frac{n! \mathcal{N}_n}{(n-1)! \mathcal{N}_{n-1}} \delta_{k,n-1} \right\} - \mathcal{G}_{j0} \delta_{k,n},$$

$$\tilde{\mathcal{B}}_{jk,n} = -\mathcal{G}_{j1} \bar{\sigma} \left\{ \left[\left(\frac{-1}{\kappa}\right) \left(\frac{1}{2\bar{\sigma}} - \frac{\bar{\sigma}}{\kappa^3} - \frac{n}{\bar{\sigma}}\right)\right] \delta_{k,n} + \left[\left(\frac{-1}{\kappa}\right) \left(\frac{4}{\kappa^2}\right) + \left(\frac{2\sqrt{\kappa}}{\bar{\sigma}}\right) \left(\frac{1}{2\bar{\sigma}} - \frac{\bar{\sigma}}{\kappa^3} - \frac{n}{\bar{\sigma}}\right)\right] \right.$$

$$\left. \frac{n! \mathcal{N}_n}{(n-1)! \mathcal{N}_{n-1}} \delta_{k,n-1} + \left[\left(\frac{-1}{\kappa}\right) \left(\frac{-2}{\bar{\sigma}}\right) + \left(\frac{2\sqrt{\kappa}}{\bar{\sigma}}\right) \left(\frac{4}{\kappa^2}\right)\right] \frac{n! \mathcal{N}_n}{(n-2)! \mathcal{N}_{n-2}} \delta_{k,n-2} \right.$$

$$\left. + \left[\left(\frac{2\sqrt{\kappa}}{\bar{\sigma}}\right) \left(\frac{-2}{\bar{\sigma}}\right)\right] \frac{n! \mathcal{N}_n}{(n-3)! \mathcal{N}_{n-3}} \delta_{k,n-3} \right\} - \mathcal{G}_{i0} \bar{\sigma} \left\{ \left(\frac{1}{2\bar{\sigma}} - \frac{\bar{\sigma}}{\kappa^3} - \frac{n}{\bar{\sigma}}\right) \delta_{k,n} + \right.$$

$$\left. \left(\frac{4}{\kappa^2}\right) \frac{n! \mathcal{N}_n}{(n-1)! \mathcal{N}_{n-1}} \delta_{k,n-1} + \left(\frac{-2}{\bar{\sigma}}\right) \frac{n! \mathcal{N}_n}{(n-2)! \mathcal{N}_{n-2}} \delta_{k,n-2} \right\} -$$

$$-\mathcal{G}_{i1} \overline{f\Omega}' \left\{ \left(\frac{1}{\kappa^3} \right) \delta_{k,n} + \left(\frac{-4}{\overline{\sigma}\kappa^2} \right) \frac{n! \mathcal{N}_n}{(n-1)! \mathcal{N}_{n-1}} \delta_{k,n-1} + \left(\frac{4}{\overline{\sigma}^2} \right) \frac{n! \mathcal{N}_n}{(n-2)! \mathcal{N}_{n-2}} \delta_{k,n-2} \right\} -$$

$$-\mathcal{G}_{i0} \overline{f\Omega}' \left\{ \left(\frac{-1}{\kappa^2} \right) \delta_{k,n} + \left(\frac{2}{\overline{\sigma}\sqrt{\kappa}} \right) \frac{n! \mathcal{N}_n}{(n-1)! \mathcal{N}_{n-1}} \delta_{k,n-1} \right\}.$$

Розрахунок c_n можна знайти в [8]:

$$c_n = (\psi_n, 1) = \frac{2}{\overline{\sigma}} \sqrt{\frac{\pi}{\kappa}} \mathcal{N}_n A^n e^{-A^2/4}.$$

Наближена ціна облігації тепер може бути розрахована з використанням теорем 1–3.

Для облігації з нульовим купоном, часто розглядають криву прибутковості, а не саму ціну облігації. Дохід $R^{\varepsilon, \overline{\delta}}$ в облігації з нульовим купоном, за якою виплачується один долар в момент часу визначається через співвідношення:

$$u^{\varepsilon, \overline{\delta}} = \exp\left(-R^{\varepsilon, \overline{\delta}} t\right).$$

Отримаємо наближення для облігації з нульовим купоном, розвиваючи в ряд, як ціни облігації, $u^{\varepsilon, \overline{\delta}}$ таким і дохід $R^{\varepsilon, \overline{\delta}}$ за степенями $\sqrt{\varepsilon_j}$ і $\sqrt{\delta_i}$:

$$u_{0,0}^{\varepsilon, \overline{\delta}} + \sum_{j=1}^l \sqrt{\varepsilon_j} u_{1,j,0}^{\varepsilon, \overline{\delta}} + \sum_{i=1}^r \sqrt{\delta_i} u_{0,i,1}^{\varepsilon, \overline{\delta}} + \dots = e^{-\left(R_{0,0}^{\varepsilon, \overline{\delta}} + \sum_{j=1}^l \sqrt{\varepsilon_j} R_{1,j,0}^{\varepsilon, \overline{\delta}} + \sum_{i=1}^r \sqrt{\delta_i} R_{0,i,1}^{\varepsilon, \overline{\delta}}\right)t} =$$

$$= e^{-R_{0,0}^{\varepsilon, \overline{\delta}} t} + \sum_{j=1}^l \sqrt{\varepsilon_j} R_{1,j,0}^{\varepsilon, \overline{\delta}} e^{-R_{0,0}^{\varepsilon, \overline{\delta}} t} + \sum_{i=1}^r \sqrt{\delta_i} R_{0,i,1}^{\varepsilon, \overline{\delta}} e^{-R_{0,0}^{\varepsilon, \overline{\delta}} t} + \dots$$

Згрупувавши по степенях $\sqrt{\varepsilon_j}$ і $\sqrt{\delta_i}$ отримаємо:

$$R^{\varepsilon, \overline{\delta}} \approx R_{0,0}^{\varepsilon, \overline{\delta}} + \sum_{j=1}^l \sqrt{\varepsilon_j} R_{1,j,0}^{\varepsilon, \overline{\delta}} + \sum_{i=1}^r \sqrt{\delta_i} R_{0,i,1}^{\varepsilon, \overline{\delta}},$$

$$R_{0,0}^{\varepsilon, \overline{\delta}} = -\frac{1}{t} \ln(u_{0,0}^{\varepsilon, \overline{\delta}}), \quad R_{1,j,0}^{\varepsilon, \overline{\delta}} = \frac{-u_{1,j,0}^{\varepsilon, \overline{\delta}}}{t u_{0,0}^{\varepsilon, \overline{\delta}}}, \quad R_{0,i,1}^{\varepsilon, \overline{\delta}} = \frac{-u_{0,i,1}^{\varepsilon, \overline{\delta}}}{t u_{0,0}^{\varepsilon, \overline{\delta}}}.$$

Зауважимо, що рисунки будуються покомпонентно в кожній відповідній часовій шкалі, аналогічно як для двох компонент як в роботах [6] та [14].

5. ОБГОВОРЕННЯ

В кінці минулого століття увагу вчених фінансистів привернула проблема зв'язку між ціною активу та його волатильністю [10]. Встановлено, що ціна активу веде себе як волатильність. У відомій моделі Блека-Шоулза волатильність є сталою [1]. Це зумовило низку праць для уточнення цієї моделі. Емпіричними дослідженнями встановлено, що волатильність є випадковою величиною залежною від часу [8, 12]. В [5] запропоновано аналітичні моделі, що мають стохастичну волатильність. Порівнюючи з моделями геометричного броунівського руху переваги моделі Васічека полягають у тому, що коефіцієнт

нестабільності співвідноситься з ціною ризикованих активів і може пояснити емпіричні упередження, такі як нестабільність посмішки волатильності. Модель Васічека зазвичай застосовується для розрахунку теоретичної ціни, чутливості та передбачуваної волатильності деривативів [16]. Протягом останніх років проблема інвестицій для пенсійного фонду є дуже важливою, виявилось, що розглянута модель може успішно застосовуватися для вивчення оптимальної інвестиційної стратегії.

Розроблено методи обчислення наближеної ціни деривативів за допомогою інструментів спектрального аналізу, сингулярної та регулярної хвильової теорії у випадку впливу швидко та повільно діючих чинників. Комбінуючи методи з спектральної теорії сингулярних і регулярних збурень, можна наближено обчислити ціну похідних фінансових інструментів, як розклад за власними функціями.

Розширено методику знаходження орієнтовної ціни для широкого класу похідних фінансових інструментів. Використовуючи спектральну теорію самоспряжених операторів у гільбертовому просторі та хвильову теорію сингулярних і регулярних збурень встановлено аналітичну формулу наближеної ціни активів, які описуються моделями з стохастичною волатильністю залежною від l -швидко змінних та r -повільно змінних чинників, $l \geq 1, r \geq 1, l \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{N}$ і локальної змінної.

ВИСНОВКИ

Таким чином у роботі застосовано спектральну теорію та теорію сингулярних і регулярних збурень до короткострокових відсоткових ставок, що описуються моделлю Васічека. Обчислено наближену ціну облігацій та їх дохідність. Застосувавши теорію Штурма-Ліувілля, альтернативи Фредгольма, а також аналіз сингулярних і регулярних збурень в різних часових шкалах, ми маємо явні формули для наближень цін облігацій та дохідності. Для отримання явних формул потрібно розв'язати 2l рівнянь Пуассона.

Основною перевагою нашої методології ціноутворення є те, що, комбінуючи методи з спектральної теорії, регулярної теорії збурень і теорії сингулярних збурень зводимо все до розв'язання рівнянь на знаходження власних функцій та власних значень.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- Black, F., & Scholes M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81, 637-659.
- Borodin, A., & Salminen, P. (2002). *Handbook of Brownian motion: facts and formulae*. Birkhauser.
- Brennan, M., & Schwartz, E. (1979). A continuous time approach to the pricing of bonds. *Journal of banking and finance*, 3, 133-155.
- Burtnyak, I., & Malyska, A. (2018). Spectral study of options based on CEV model with multidimensional volatility. *Investment Management and Financial Innovations*, 15(1), 18-25. [http://dx.doi.org/10.21511/imfi.15\(1\).2018.03](http://dx.doi.org/10.21511/imfi.15(1).2018.03)
- Burtnyak, I., & Malyska, A. (2018). Taylor expansion for derivative securities pricing as a precondition for strategic market decisions. *Problems and Perspectives in Management*, 16(1), 224-231. [http://dx.doi.org/10.21511/ppm.16\(1\).2018.22](http://dx.doi.org/10.21511/ppm.16(1).2018.22)
- Burtnyak, I., & Malyska, A. (2018). Application of the spectral theory and perturbation theory to the study of Ornstein-Uhlenbesck processes. *Carpathian Math. Publ*, 10(2), 273-287. <http://dx.doi.org/10.15330/cmp.10.2.273-287>
- Cox, J., Ingersoll, J., & Ross, S. (1985). A theory of the term structure of interest rates. *Econometrica*, 53(2), 385-408.
- Gorovoi, V., & Linetsky, V. (2004). Black's model of interest rates as options, eigenfunction expansions and japanese interest rates. *Mathematical finance*, 14(1), 49-78.
- Hull, J., & White, A. (1987). The pricing of options on assets with stochastic volatilities. *The Journal of Finance*, 42(2), 281-300.
- Kumar, R. (2015). Effect of volatility clustering on indifference pricing of options by convex risk measures. *Applied Mathematical Finance*, 22(1), 63-82.
- Lewis, A. (1998). Applications of eigenfunction expansions in continuous time finance. *Mathematical Finance*, 8, 349-383.
- Linetsky, V. (2004). The spectral decomposition of the option value. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 7(3), 337-384.
- Linetsky, V. (2007). Chapter 6 spectral methods in derivatives pricing. In Birge, J. R., & Linetsky, V. (Eds.). *Financial engineering. Volume 15 of handbooks in operations research and management science* (pp. 223-299).
- Lorig, M. (2014). Pricing derivatives on multiscale diffusions: an eigenfunction expansion approach. *Mathematical Finance*, 24(2), 331-363.
- Merton, R. (1973). Theory of rational option pricing. *Bell journal of economics and management science*, 4, 141-183.
- Vasicek, O. (1977). An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of Financial Economics*, 5(2), 177-188.

“Methodological approach to determining the level of business entities’ financial potential”

AUTHORS

Alina Mordovets  <https://orcid.org/0000-0001-6722-3696>

ARTICLE INFO

Alina Mordovets (2019). Methodological approach to determining the level of business entities’ financial potential. *Development Management*, 17(4), 31-41. doi:[10.21511/dm.17\(4\).2019.03](https://doi.org/10.21511/dm.17(4).2019.03)

DOI

[http://dx.doi.org/10.21511/dm.17\(4\).2019.03](http://dx.doi.org/10.21511/dm.17(4).2019.03)

RELEASED ON

Monday, 17 February 2020

RECEIVED ON

Friday, 07 June 2019

ACCEPTED ON

Wednesday, 27 November 2019

LICENSE



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

JOURNAL

"Development Management"

ISSN PRINT

2413-9610

ISSN ONLINE

2663-2365

FOUNDER

Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics



NUMBER OF REFERENCES

25



NUMBER OF FIGURES

1



NUMBER OF TABLES

4

Alina Mordovets (Ukraine)

METHODOLOGICAL APPROACH TO DETERMINING THE LEVEL OF BUSINESS ENTITIES' FINANCIAL POTENTIAL

Abstract

Trends in the development of Ukrainian mining companies have shown that it is important to increase their financial potential. This necessitates an assessment of the financial capacity of business entities to determine the directions, methods for attracting additional and optimizing existing financial resources.

The aim of this research is to determine a methodological approach to determining the level of financial potential of economic entities through the use of mathematical and statistical methods to identify the current financial status of economic entities and financial reserves of development. General scientific and special research methods, analysis and synthesis, graphical analysis, taxonomic analysis, cluster analysis, as well as abstract and logical methods were used to achieve the goal.

Theoretical approaches to defining the essence of the concepts of "potential", "financial potential of economic entities" were systematized to specify the boundaries of each of the concepts, its components. Definition of the essence of the "financial potential of economic entities" concept was proposed. A set of financial indicators to assess the level of financial potential through a priori ranking based on the analysis of literature sources was developed. The selected financial indicators were grouped according to the financial potential components; the integral indicators for each group were calculated. Business entities in the mining industry in Ukraine were grouped into clusters according to calculated taxonomic indicators. Besides, the level of financial potential for each cluster was determined. The methodological approach to the diagnosis of the level of financial potential of economic entities was developed using mathematical and statistical methods. This made it possible to identify trends in the development of financial potential, which allows forming measures to increase it.

Keywords

financial potential of business entities, sphere of extractive industry of Ukraine, integral indicator, financial capacity, potential, financial capacity

JEL Classification

L72, N5, G17

A. В. Мордовець (Україна)

МЕТОДИЧНИЙ ПІДХІД ДО ВИЗНАЧЕННЯ РІВНЯ ФІНАНСОВОГО ПОТЕНЦІАЛУ СУБ'ЄКТІВ ГОСПОДАРЮВАННЯ

Анотація

Тенденції розвитку суб'єктів господарювання в сфері добувної промисловості України засвідчили, що важливим є нарощення їх фінансового потенціалу, що обумовлює необхідність оцінки фінансових можливостей суб'єктів господарювання з метою визначення напрямів, способів, методів залучення додаткових та оптимізації існуючих фінансових ресурсів.

Метою даного дослідження є розроблення методичного підходу до визначення рівня фінансового потенціалу суб'єктів господарювання в сфері добувної промисловості за рахунок використання математико-статистичних методів. Для досягнення поставленої в роботі мети використано загальнонаукові та спеціальні методи дослідження, а саме методи аналізу та синтезу, графічний, таксономічний аналіз, кластерний аналіз, абстрактно-логічний метод.

Систематизовано теоретичні підходи щодо визначення сутності понять «потенціал», «фінансовий потенціал суб'єктів господарювання» з метою визначення меж кожного із понять, складових та запропоновано визначення сутності поняття «фінансовий потенціал суб'єктів господарювання».

Сформовано сукупність фінансових показників для оцінки рівня фінансового потенціалу за допомогою методу апріорного ранжування на базі результатів аналізу літературних джерел. Обрані фінансові показники згруповано за складовими фінансового потенціалу, розраховано інтегральні показники за кожною групою. Суб'єкти господарювання в сфері добувної промисловості України об'єднано у кластери за розрахованими таксономічними показниками та визначено рівень фінансового потенціалу для кожного кластера.



S. KUZNETS KHNUe



Founder

Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics, Nauky avenue, 9-A, Kharkiv, 61166, Ukraine

<http://www.hneu.edu.ua/>

Received on: 07th of June, 2019

Accepted on: 27th of November, 2019

© Alina Mordovets, 2019

Alina Mordovets, Ph.D., Lecturer, Department of Economic Theory and Economic Policy, Faculty of Economy and Law, Simon Kuznets Kharkov National University of Economics, Ukraine



This is an Open Access article, distributed under the terms of the [Creative Commons Attribution 4.0 International license](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/), which permits unrestricted re-use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Розроблений методичний підхід до діагностики рівня фінансового потенціалу суб'єктів господарювання з використанням математико-статистичних методів дозволив виявити тенденції розвитку фінансового потенціалу, що сприятиме формуванню заходів щодо підвищення його рівня.

Ключові слова фінансовий потенціал, суб'єкти господарювання, сфера добувної промисловості України, інтегральний показник, фінансова спроможність

Класифікація JEL L72, N5, G17

ВСТУП

Однією з найважливіших умов відновлення національної економіки, яка перебуває у стані нестабільності, є розробка ефективних заходів для підвищення її фінансового потенціалу та подолання диспропорцій. Це, у свою чергу, передбачає оцінку та моніторинг стану соціально-економічних процесів в сферах національної економіки, зокрема у такій стратегічно важливій, як добувна промисловість.

Для більшої частини суб'єктів господарювання в добувній промисловості характерними тенденціями є: слабка позиція на ринку, використання застарілих технологій виробництва та технічного складу, нерациональне використання наявних виробничих потужностей, нестійкий фінансовий стан. Переважна частина підприємств в добувній промисловості та розробленні кар'єрів є збитковими, нерентабельними, що обумовлює необхідність їх фінансового оздоровлення.

Результати комплексного аналізу стану та тенденцій добувної промисловості України свідчать про існування таких основних проблем у цій сфері як суперечності між формуванням кінцевого попиту і можливостями його покриття зарахунок втрат виробництва; надмірна лібералізація внутрішнього ринку; невикористаний науково-технічний та виробничий потенціал. Як результат збільшується собівартість продукції, що в свою чергу ускладнює процес підвищення конкурентоспроможності продукції та погіршує фінансовий стан суб'єктів господарювання; знижує інноваційну активність; спричиняє надзвичайно високий коефіцієнт зносу основних фондів у сфері добування, який має тенденцію до збільшення тощо [1].

З огляду на вищезазначене для суб'єктів господарювання добувної промисловості пріоритетними є фінансування їхньої діяльності та розвитку, пошук оптимальних форм забезпечення капітальних та поточних витрат, що обумовлює необхідність кількісного оцінювання реальних фінансових можливостей підприємства та обґрунтованої можливості залучення фінансових ресурсів, тобто виникає потреба у використанні певної системи індикаторів, яка б могла відображати наявний фінансовий стан суб'єктів господарювання, містити інформацію про фінансові резерви та можливості розвитку, а також реагувати на виникнення кризових ситуацій у фінансовій сфері, вчасно виявляти загрозу банкрутства. Діагностика фінансового потенціалу в системі соціально-економічного розвитку є актуальним питанням, оскільки параметри фінансового потенціалу визначають можливості та інтенсивність подальшого розвитку виробничої, технологічної, технічної, соціальної та інших сфер суб'єктів господарювання.

Для розроблення методичного підходу до оцінки фінансового потенціалу суб'єктів господарювання необхідно систематизувати теоретичні підходи щодо визначення сутності понять «потенціал», «фінансовий потенціал суб'єктів господарювання» та чітко визначити межі кожного із понять, складові та логічну побудову.

1. ЛІТЕРАТУРНИЙ ОГЛЯД

У науковій літературі відсутній єдиний підхід до визначення сутності економічної категорії «потенціал» [2], широке смислове навантаження визначення змісту якої дає можливість для її використання в різних сферах науки (потенціал соціального розвитку, інформаційний, кадровий, природно-ресурсний, економічний та інше). У вітчизняній літературі термін «потенціал» у широкому розумінні найчастіше вживається як можливість, сукупність усіх наявних засобів, запасів, джерел, які можуть бути використані для досягнення певної мети, здійснення плану, рішення будь-якої задачі [3].

Дослідженням економічної сутності категорії «потенціал» займалися як зарубіжні, так і вітчизняні вчені, такі як: Бабан [4], Бойченко [5], Воронкова [23], Гончар та Галкіна [7], Драгун [6], Зяблицька [25], Кризмін та Лещайкіна [11], Лугова [14], Мамонов [16], Отенко [18] та інші, в роботах яких достатньо детально розглянуто базу визначення сутності поняття, проблеми його формування та розвитку. Концептуальні основи оцінки економічного потенціалу на регіональному рівні закладено в дослідженнях таких науковців як: Кизим, Пилипенко, Зінченко [12], Тищенко та Давискиба [21].

Результати аналізу наукової літератури з питань оцінки рівня фінансового потенціалу свідчать про те, що сьогодні не існує єдиного комплексного підходу до його визначення, що зумовлено різними поглядами вчених щодо переліку та складу показників, які необхідно використовувати як індикатори фінансового потенціалу. У більшості випадків це призводить до того, що процес оцінювання фінансового потенціалу зводиться до оцінки показників фінансового стану підприємства, тобто лише окремих складових фінансового потенціалу.

2. МЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ

Метою даного дослідження є формування методичного підходу щодо оцінки фінансового потенціалу суб'єктів господарювання в сфері добувної промисловості.

Досягнення поставленої мети потребує вирішення таких завдань:

- сформулювати перелік фінансових показників для оцінки рівня фінансового потенціалу суб'єктів господарювання;
- згрупувати обрані фінансові показники за складовими фінансового потенціалу;
- розподілити підприємства України в добувній промисловості на групи за розрахованими інтегральними показниками та визначити рівень фінансового потенціалу у кожній групі.

3. МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для досягнення поставленої в роботі мети використано загальнонаукові та спеціальні методи дослідження: контент-аналіз, морфологічний аналіз – для уточнення понятійно-категоріального апарату; метод аналізу та синтезу – для дослідження стану фінансового потенціалу суб'єктів господарювання; графічний – для узагальнення емпіричних даних і схематичного подання основних теоретичних та практичних положень; таксономічний аналіз – для визначення інтегральної оцінки стану фінансового потенціалу суб'єктів господарювання; кластерний аналіз – для класифікації суб'єктів господарювання в сфері добувної промисловості України за рівнем фінансового потенціалу; абстрактно-логічний метод – для теоретичних узагальнень і формулювання висновків дослідження.

4. РЕЗУЛЬТАТИ

Слід визначити три основні підходи до визначення сутності поняття «потенціал». Так автори [5, 10, 18] в рамках ресурсного підходу під потенціалом розуміють сукупність ресурсів, джерел їх фінансування, що забезпечують функціонування об'єкту та використання яких дозволяє визначити можливість досягнення значного результату, базуючись на методах кількісної оцінки, визначають фінансові результати і виявлення прихованих можливостей, тобто наявних резервів, та їх залучення в умовах практичної діяльності.

Друга група авторів дотримуються [6, 8, 19, 24] функціонального (структурного) підходу та під потенціалом вбачають сукупність можливостей для досягнення цілі, тобто враховуються не ресурсне забезпечення для досягнення мети, а систему факторів, що забезпечує досягнення поставленої мети, так як потенціал може існувати в певній системі відносин.

Представники [20, 21] результативного (цільового) підходу розглядають потенціал, як здатність економічної системи досягати поставлені цілі.

Виходячи з вище зазначеного для визначення сутності поняття «фінансового потенціалу суб'єктів господарювання» пропонується використовувати синтетичний підхід, який поєднує викладені підходи.

Деякі автори ототожнюють фінансовий потенціал з фінансовими ресурсами підприємства [17, 22, 23], але не зважаючи на схожий зміст понять не можна порівнювати данні поняття, так як фінансові ресурси можна розглядати як складову фінансового потенціалу, що складається з грошових доходів і накопичень.

Таким чином, під фінансовим потенціалом суб'єкта господарювання варто розуміти сукупність можливостей підприємства, які визначаються наявністю та використанням фінансових ресурсів, здатних приносити дохід у певний період. Натомість окремі автори ототожнюють це поняття з поточним фінансово-майновим станом підприємства [23], що доволі суттєво звужує поняття «фінансовий потенціал». Проведене дослідження доводить, що фінансовий потенціал забезпечує можливість трансформації ресурсного, виробничого, інноваційного, інвестиційного, маркетингового, організаційно-управлінського потенціалів у фінансові результати діяльності та використовується для досягнення стратегічних і тактичних цілей підприємства.

В результаті аналізу підходів авторів до оцінки рівня фінансового потенціалу виявлено, що існує декілька підходів до його визначення, що обумовлено різними поглядами авторів та різними цілями досліджень щодо визначення індикаторів, які варто використовувати як складові визначення рівня фінансового потенціалу. Таким чином, процес оцінювання фінансового потенціалу зводиться до оцінки показників фінансового стану підприємства, тобто лише окремих складових фінансового потенціалу. Відсутність єдиної комплексної методики щодо визначення рівня фінансового потенціалу підприємств обумовлює необхідність її розробки.

Оцінювання фінансового потенціалу суб'єкта господарювання є складним багатофакторним завданням, тому для аналізу динаміки розвитку підприємств доцільно використати метод таксономії, який дає змогу оперувати великим спектром показників і дозволить застосувати комплексний підхід при проведенні досліджень, спрямованих на одержання узагальненої оцінки фінансового потенціалу.

Кожний індекс сформованої системи показників оцінює певний елемент фінансового потенціалу суб'єкта господарювання, а з метою якісного аналізу наявного потенціалу необхідно врахувати всі показники-індикатори одночасно, тому для подальшого аналізу використано метод розрахунку таксономічних показників для побудови інтегральних показників.

З метою досягнення завдань дослідження розраховано таксономічний показник, що визначає рівень розвитку фінансового потенціалу суб'єктів господарювання.

Першим етапом побудови інтегрального показника стало визначення індикаторів та показників для оцінки фінансового потенціалу підприємств. Другим етапом є розрахунок таксономічного показника в сфері добувної промисловості України, який базується на результатах визначення потенціалу суб'єктів господарювання, та його перевірка на нормальність. Наступним етапом є розподіл підприємств на групи за рівнем фінансового потенціалу за допомогою кластерного аналізу.

Для визначення показників та індикаторів рівня фінансового потенціалу підприємств добувної промисловості України узагальнено погляди авторів, що є експертами в даній сфері, за допомогою методу апріорного ранжування [9, 13, 17]. За рахунок аналізу літературних джерел виявлено існуючі показники та індикатори оцінки фінансового потенціалу, з яких були виокремлені найбільш вагомі за думкою експертів в даній сфері. Вагомість показників була визначена за рахунок оцінки ступеню узгодженості думок вчених, тобто отримано коефіцієнт конкордації зі значенням 0.39, що є статистично значимим. Врахувавши специфіку фінансової діяльності підприємств, отримано перелік показників та розділено їх на певні групи з метою оцінки фінансового потенціалу підприємств в сфері добувної промисловості України (Таблиця 1).

Дані показники, що отримані в результаті апріорного ранжування, дозволяють проаналізувати та оцінити рівень фінансового потенціалу підприємства, що свідчить про їх оптимальність для вирішення поставлених завдань дослідження.

Таблиця 1. Результати апріорного ранжування показників фінансового потенціалу підприємств

Джерело: Узагальнено та доповнено [15, 24].

Складова фінансового потенціалу	Умове позначення	Показники фінансового потенціалу
Показники оцінки майнового стану	X1	коефіцієнт зносу основних засобів
	X2	коефіцієнт оновлення основних засобів
	X3	коефіцієнт зносу нематеріальних активів
	X4	коефіцієнт оновлення нематеріальних активів
Показники фінансової незалежності	X5	коефіцієнт швидкої ліквідності
	X6	коефіцієнт загальної ліквідності
	X7	коефіцієнт фінансового ризику
	X8	коефіцієнт довгострокової заборгованості
Оборотність капіталу	X9	оборотність дебіторської заборгованості
	X10	оборотність кредиторської заборгованості
	X11	оборотність запасів
Показники рентабельності	X12	рентабельність активів
	X13	рентабельність власного капіталу
	X14	рентабельність реалізації
	X15	рентабельність загального доходу

Розрахунок інтегральних показників оцінки майнового стану, фінансової незалежності, стану оборотності капіталу, рентабельності та сукупного інтегрального показника становить другий етап побудови інтегрального показника. Базою для обчислення показників фінансового потенціалу суб'єктів господарювання є дані фінансової звітності підприємств сфери добувної промисловості України за період 2014–2018 рр. На основі даних фінансової звітності розраховані показники, що визначають рівень фінансового потенціалу підприємств, отримані значення були стандартизовані для подальшої обробки (Таблиця 2) та обчислення інтегрального показника (Таблиця 3) за кожною групою фінансового потенціалу підприємств на базі якого отримано значення сукупного інтегрального показника.

Стандартизація даних проведена за формулою 1 для отримання однорідних значень:

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{S_j}, j=1...4, \quad (1)$$

де \bar{x}_j - середнє арифметичне значення j -того показника, S_j - середньоквадратичне відхилення j -того показника, Z_{ij} - стандартизоване значення j -того показника для i -того об'єкту.

Таблиця 2. Показники оцінки фінансового потенціалу суб'єктів господарювання

Джерело: Розраховано автором на основі статистичних матеріалів.

Період	Показники оцінки майнового стану				Показники фінансової незалежності				Оборотність капіталу			Показники рентабельності			
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15
ПрАТ «Новоселівський гірничозбагачувальний комбінат»															
2014	0.61	0.14	0.48	0	1.48	1.92	-11.6	1.16	1.39	1.58	2.35	-0.1	0.798	-0.03	0
2015	0.62	0.07	0.612	0.07	0.95	1.57	-8.97	1.26	0.82	0.64	0.94	0	0.252	-0.02	0
2016	0.65	0	0.67	0	0.77	1.39	-8.9	1.31	0.22	0.09	0.11	0	0.106	0.003	-0.1
2017	0.67	0.08	0.81	0	0.87	1.35	7.21	1.41	0.30	0.17	0.20	0	0.157	-0.04	-0.1
2018	0.68	0	0.83	0	0.81	1.4	-6.01	1.46	0.05	0.03	0.03	0	0.063	-0.08	-0.2
ПАТ «Промислово-Виробниче Підприємство «Кривбасвибхпром»															
2014	0.57	-0.03	0.22	0.02	2.54	4.55	0.16	0	5.60	4.07	2.68	-0.1	-0.05	0	0
2015	0.58	-0.01	0.12	1.34	1.99	5.29	0.12	0	7.03	4.73	2.03	0.26	0.29	0.19	0.14
2016	0.57	0.18	0.18	0	2.98	9.07	0.08	0	4.95	4.94	1.47	0.15	0.16	0.13	0.09
2017	0.62	0.02	0.24	0.06	1.64	7.94	0.11	0	3.25	5.62	0.97	0.10	0.11	0.09	0.07
2018	0.62	0.10	0.32	0	1.03	4.33	0.22	0	3.49	2.95	1.21	0.08	0.10	0.07	0.05
АТ «Марганецький гірничо-збагачувальний комбінат»															
2014	0.97	0	0.01	0.02	0.24	0.43	1.09	0.21	0.74	4.35	0.73	-0.1	-0.26	-0.41	-0.5
2015	0.97	-0.01	0.02	0	0.50	0.67	1.46	0.14	0.99	0.94	1.34	0.00	0.01	0.02	0.00
2016	0.97	-0.01	0.02	0.01	0.65	0.89	1.30	0.33	0.68	0.90	1.19	0.00	0.01	0.02	0.00
2017	0.97	0	0.02	0.27	0.09	0.34	4.22	0.37	0.76	1.50	0.87	-0.3	-1.45	-0.96	-0.6
2018	0.97	-0.01	0.04	0.01	0.75	1.11	1.67	0.35	3.20	2.25	2.55	0.30	0.80	0.29	0.22
ПАТ ПАТ «Янцевський Гранітний Кар'єр»															
2014	0.69	0.07	-0.58	0.27	0.63	0.93	2.31	0.59	2.67	0.85	1.34	-0.1	-0.25	-0.17	-0.1
2015	0.73	0.00	0.42	0.50	0.52	0.79	5.21	0.75	1.68	0.53	0.90	-0.2	-1.06	-0.49	-0.4
2016	0.76	0.00	0.07	6.46	0.46	0.64	116.99	0.98	1.55	0.62	1.01	-0.2	-18.5	-0.42	-0.4
2017	0.78	0.00	-0.12	0.00	0.53	0.74	-9.08	1.27	0.45	0.29	0.69	-0.1	1.04	-0.58	-0.5
2018	0.79	0.01	0.17	0.00	0.50	0.72	-6.60	1.52	0.49	0.24	0.66	-0.1	0.37	-0.18	-0.1
ПАТ «Гайворонський спецкар'єр»															
2014	0.71	0.08	0.50	0	14.24	16.89	0.05	0	5.60	28.43	1.09	0.12	0.12	0.11	0.11
2015	0.72	0.10	0.50	0	11.46	13.36	0.07	0	4.96	36.03	0.80	0.29	0.31	0.17	0.29
2016	0.73	0.09	0.50	0	16.07	20.36	0.03	0	7.87	89.91	0.70	0.15	0.15	0.11	0.17
2017	0.74	0.07	0.50	0	6.14	8.05	0.07	0	24.18	163.15	0.67	0.12	0.13	0.14	0.15
2018	0.73	0.11	0.50	0	4.49	5.83	0.12	0	25.17	89.35	0.72	0.18	0.21	0.25	0.21
ПрАТ «ГЗФ «Краснолуцька»															
2014	0.61	0.15	0.48	0.00	1.49	1.92	-11.6	1.16	1.40	1.58	2.35	-0.1	0.80	-0.03	0
2015	0.62	0.08	0.61	0.07	0.95	1.57	-8.97	1.26	0.83	0.65	0.95	-0.1	0.25	-0.02	0
2016	0.65	0.00	0.68	0.00	0.77	1.40	-8.91	1.32	0.23	0.09	0.12	0	0.11	0.00	-0.1
2017	0.67	0.09	0.81	0.00	0.87	1.35	7.22	1.41	0.30	0.17	0.21	0	0.16	-0.04	-0.1
2018	0.68	0.00	0.84	0.00	0.82	1.40	-6.01	1.47	0.05	0.02	0.03	0	0.06	-0.08	-0.2

Для визначення вектору-еталону $P_0(z_{01}, z_{02}, \dots, z_{0n})$ виділено показники-стимулятори (S) та дестимулятори (D).

Відстань між окремими точками-одиницями та точкою P_0 позначається як C_{io} та розраховується за формулою:

$$C_{io} = \left[\sum_{i=1}^t (x_{is} - z_{os})^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

де $i=1, 2, \dots, t$.

Отримані відстані є вихідними даними для розрахунку рівня розвитку:

$$d_i = \frac{C_b}{C_o}, \quad (3)$$

де $C_o = C_o + 2S_o$,

$$\bar{C}_o = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^n C_{io}, \quad (4)$$

$$S_o = \left[\frac{1}{t} \sum_{s=1}^n (C_{io} - \bar{C}_o)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (5)$$

Адекватність результатів оцінки фінансового потенціалу підприємств в сфері добувної промисловості свідчить про коректність отриманих результатів в процесі апріорного ранжування, оскільки вони дозволили проаналізувати фінансову спроможність суб'єктів господарювання, визначити стан та перспективи розвитку фінансового потенціалу, характеризує напрями змін суб'єктів господарювання за рахунок отриманого інтегрального показника.

Таблиця 3. Визначення інтегрального показника для оцінки стану фінансового потенціалу підприємств

Джерело: Розраховано автором на основі статистичних матеріалів.

Період	C _{io}														
	Показники оцінки майнового стану				Показники фінансової незалежності				Оборотність капіталу			Показники рентабельності			
	P _o	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14
S/D	D	S	D	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
ПРАТ «Новоселівський гірничозбагачувальний комбінат»															
P _o	0.13	0.37	-0.85	0.13	0.79	2.00	1.72	-0.08	-0.47	-0.51	8.00	0.45	-0.39	1.19	1.19
2014	-1.18	1.38	-1.38	-0.45	1.74	1.67	-0.80	-1.34	1.52	1.66	1.66	-1.79	1.74	0.11	0.96
2015	-0.85	0.20	-0.47	1.79	-0.09	0.19	-0.44	-0.50	0.48	0.21	0.22	0.45	-0.08	0.44	0.96
2016	0.13	-0.98	-0.07	-0.45	-0.71	-0.58	-0.44	-0.08	-0.61	-0.63	-0.63	0.45	-0.56	1.19	-0.24
2017	0.79	0.37	0.89	-0.45	-0.37	-0.75	1.72	0.75	-0.47	-0.51	-0.54	0.45	-0.39	-0.22	-0.24
2018	1.11	-0.98	1.03	-0.45	-0.57	-0.53	-0.05	1.17	-0.92	-0.73	-0.71	0.45	-0.71	-1.53	-1.43
ПАТ «Промислово-Виробниче Підприємство «Кривбасвибхупром»»															
P _o	-0.85	1.47	-0.85	1.08	1.24	2.00	1.52	0.00	0.06	1.15	8.00	0.40	0.31	1.19	1.19
2014	-0.85	-0.94	0.05	-0.45	0.66	-0.79	0.41	0.00	0.47	-0.39	1.47	-1.51	-1.41	-1.36	-1.36
2015	-0.46	-0.71	-1.30	1.79	-0.06	-0.44	-0.33	0.00	1.39	0.27	0.52	1.24	1.37	1.33	1.36
2016	-0.85	1.47	-0.49	-0.48	1.24	1.32	-1.07	0.00	0.06	0.47	-0.29	0.40	0.31	0.48	0.39
2017	1.08	-0.37	0.32	-0.38	-0.52	0.80	-0.52	0.00	-1.03	1.15	-1.02	0.02	-0.10	-0.09	0.00
2018	1.08	0.55	1.40	-0.48	-1.32	-0.89	1.52	0.00	-0.88	-1.50	-0.67	-0.14	-0.18	-0.37	-0.39
АТ «Марганецький гірничо-збагачувальний комбінат»															
P _o	0.97	1.10	-0.18	1.79	1.10	2.00	1.76	0.50	1.78	0.18	8.00	1.48	1.20	1.19	1.19
2014	0.97	1.10	-1.10	-0.36	-0.74	-0.81	-0.67	-0.70	-0.49	1.65	-0.84	-0.37	-0.10	-0.41	-0.91
2015	0.97	-0.73	-0.18	-0.53	0.20	-0.06	-0.38	-1.40	-0.26	-0.73	0.01	0.09	0.23	0.47	0.50
2016	0.97	-0.73	-0.18	-0.45	0.74	0.63	-0.50	0.50	-0.55	-0.76	-0.20	0.09	0.23	0.47	0.50
2017	0.97	1.10	-0.18	1.79	-1.29	-1.09	1.76	0.90	-0.47	-0.34	-0.65	-1.29	-1.56	-1.54	-1.20
2018	0.97	-0.73	1.64	-0.45	1.10	1.32	-0.22	0.70	1.78	0.18	1.68	1.48	1.20	1.02	1.12
ПАТ «Янцевський Гранітний Кар'єр»															
P _o	-1.53	1.14	-0.52	0.74	0.98	2.00	-0.53	1.32	-0.95	-1.07	8.00	0.73	0.49	1.19	1.19
2014	-1.48	1.77	-1.53	-0.42	1.62	1.55	-0.36	-1.14	1.40	1.38	1.52	0.73	0.41	1.07	1.07
2015	-0.49	-0.52	1.14	-0.34	-0.13	0.24	-0.31	-0.72	0.34	0.10	-0.07	-1.10	0.31	-0.66	-0.53
2016	0.25	-0.52	0.21	1.78	-1.08	-1.15	1.78	-0.11	0.20	0.46	0.33	-1.10	-1.78	-0.28	-0.53
2017	0.74	-0.52	-0.30	-0.51	0.03	-0.22	-0.58	0.66	-0.99	-0.87	-0.83	0.73	0.57	-1.15	-1.07
2018	0.98	-0.20	0.48	-0.51	-0.44	-0.41	-0.53	1.32	-0.95	-1.07	-0.94	0.73	0.49	1.02	1.07
ПАТ «Гайворонський спецкар'єр»															
P _o	-1.40	1.26	0.00	1.23	1.26	2.00	1.55	0.00	1.14	1.51	8.00	0.11	0.33	1.19	1.19
2014	-1.40	-0.63	0.50	0.00	0.75	0.66	-0.54	0.00	-0.78	-0.98	1.72	-0.74	-0.81	-0.79	-1.11
2015	-0.53	0.63	0.50	0.00	0.19	0.08	0.06	0.00	-0.84	-0.84	0.02	1.67	1.60	0.24	1.52
2016	0.35	0.00	0.50	0.00	1.11	1.24	-1.14	0.00	-0.56	0.16	-0.56	-0.31	-0.43	-0.79	-0.23
2017	1.23	-1.26	0.50	0.00	-0.86	-0.80	0.06	0.00	1.04	1.51	-0.74	-0.74	-0.69	-0.28	-0.53
2018	0.35	1.26	0.50	0.00	-1.19	-1.17	1.55	0.00	1.14	0.15	-0.44	0.11	0.33	1.62	0.35

Таблиця 3 (продовження).

Період	C _{io}														
	Показники оцінки майнового стану					Показники фінансової незалежності				Оборотність капіталу			Показники рентабельності		
	P _o	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14
S/D	D	S	D	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
ПрАТ «ГЗФ «Краснолуцька»															
P _o	P _o	P _o	P _o	P _o	P _o	P _o	P _o	P _o	P _o	P _o	P _o	P _o	P _o	P _o	P _o
2014	2014	2014	2014	2014	2014	2014	2014	2014	2014	2014	2014	2014	2014	2014	2014
2015	2015	2015	2015	2015	2015	2015	2015	2015	2015	2015	2015	2015	2015	2015	2015
2016	2016	2016	2016	2016	2016	2016	2016	2016	2016	2016	2016	2016	2016	2016	2016
2017	2017	2017	2017	2017	2017	2017	2017	2017	2017	2017	2017	2017	2017	2017	2017
2018	2018	2018	2018	2018	2018	2018	2018	2018	2018	2018	2018	2018	2018	2018	2018

Перевірка розподілу інтегрального показника на нормальність є важливим для отримання адекватних результатів при подальшій кластеризації суб'єктів господарювання, а за рахунок розрахунку відстаней між еталонним значенням та показниками (за формулою 6) отримано значення інтегрального показника, що дозволило визначити стан фінансового потенціалу суб'єктів господарювання (Таблиця 4).

$$K_i = 1 - d, \quad (6)$$

де K_i – таксономічний показник i -го показника фінансової локальної підсистеми потенціалу суб'єктів господарювання, d_i – число отриманих частинних функцій.

Таблиця 4. Таксономічний показник фінансового потенціалу суб'єктів господарювання в сфері добувної промисловості

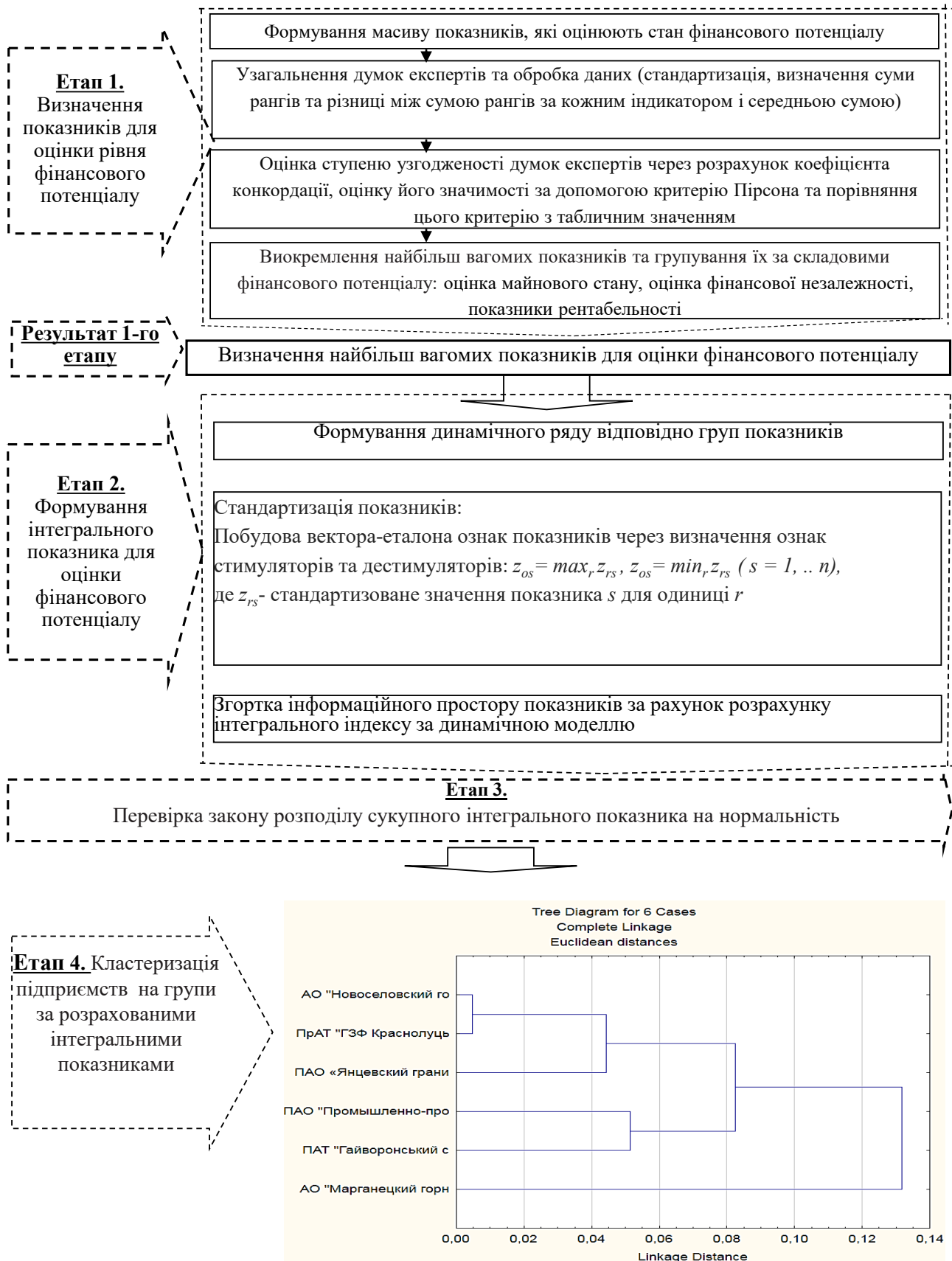
Джерело: Розраховано автором на основі статистичних матеріалів.

K_i	2014	2015	2016	2017	2018
ПрАТ «Новоселівський гірничозбагачувальний комбінат»	0.819642	0.785293	0.735415	0.738583	0.708929
ПАТ «Промислово-Виробниче Підприємство «Кривбасвибхупром»»	0.753259	0.785397	0.76538	0.727774	0.714793
АТ «Марганецький гірничо-збагачувальний комбінат»	0.734298	0.759033	0.752314	0.716912	0.799998
ПАТ «Янцевський Гранітний Кар'єр»	0.826907	0.751774	0.753581	0.722797	0.723217
ПАТ «Гайворонський спецкар'єр»	0.767253	0.764548	0.734209	0.715449	0.744552
ПрАТ «ГЗФ «Краснолуцька»	0.822591	0.781803	0.736023	0.739597	0.708981

Отримані значення щодо фінансового потенціалу суб'єктів господарювання дозволили кластеризувати підприємства в сфері добувної промисловості за рівнем фінансового потенціалу (за допомогою програмного продукту Statistica 10). Для кластеризації суб'єктів господарювання на групи використано метод повного зв'язку (Рисунок 1).

За результатами розрахунку таксономічного показника фінансового потенціалу суб'єктів господарювання за чотирма змінними (оцінка майнового стану та фінансової незалежності, оборотність капіталу, показники рентабельності) виділено кластери відповідно до рівнів фінансового потенціалу (визначено за критерієм Романовського).

Для кластера 1, який сформували такі підприємства, як ПрАТ «Новоселівський гірничозбагачувальний комбінат», ПрАТ «ГЗФ «Краснолуцька», ПАТ «Янцевський Гранітний Кар'єр» характерним є високий рівень фінансової результативності та рентабельності, ефективності інвестиційної політики, раціонального залучення коштів та використання власних коштів, існування фінансових ресурсів – дані показники свідчать про значно високий рівень фінансового потенціалу розглянутих суб'єктів господарювання.



Джерело: Розробка автора.

Рисунок 1. Методичний підхід щодо оцінки фінансового потенціалу суб'єктів господарювання в сфері добувної промисловості

Суб'єкти господарювання, що утворили кластер 2 характеризується середнім рівнем фінансового потенціалу, що свідчить як про позитивні, так і негативні тенденції в фінансовій діяльності суб'єктів господарювання, що обумовлює необхідність зміцнення позицій в фінансовій сфері та усунення негативних аспектів. Така ситуація характерна для таких суб'єктів господарювання в добувній сфері, як ПАТ «Промислово-виробниче підприємства «Кривбасвибхпром»», ПАТ «Гайворонський спецкарьер».

АТ «Марганецький гірничо-збагачувальний комбінат» увійшов в третій кластер, для якого характерним є найнижчий фінансовий потенціал, що спричинене збитковістю підприємства, неплатоспроможністю, кризовим станом та можливим банкрутством. Тому підприємству необхідно нівелювати існуючі «вузькі місця» в фінансовій сфері та визначити сильні сторони, які дозволять продовжити діяльність підприємства.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Результати, що отримані в ході дослідження, дозволяють зробити наступні висновки:

1. Отримані результати за рахунок методу апріорного ранжування при формуванні системи показників для визначення рівня фінансового потенціалу суб'єктів господарювання дозволили обґрунтувати їх перелік у розрізі таких груп як: оцінка майнового стану, оцінка фінансової незалежності, оборотність капіталу, рівень рентабельності, що забезпечить комплексність аналізу фінансового потенціалу суб'єктів господарювання.
2. Запропонований методичний підхід дозволив визначити рівень фінансового потенціалу суб'єктів господарювання та, на основі отриманих результатів, розподілити підприємства за групами відповідно до високого, середнього, низького рівнів фінансового потенціалу, що є підґрунтям для подальших досліджень в напрямку визначення та аналізу кореляції між рівнем фінансового потенціалу у виділених групах та ступенем ефективності господарської діяльності для визначення операцій, залежностей, функцій, що впливають на рівень фінансового потенціалу суб'єктів господарювання у сфері добувної промисловості.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Afanasev, N., Rogozhin, V., & Rudyka, V. (2003). *Upravleniye razvitiyem predpriyatiya [Enterprise Development Management]* (352 p.). Kharkov: Izdatelskiy dom «INZhEK». (In Russian)
2. Artsner, T. (2009). *Biznes, gosudarstvo i nekommercheskiy sektor: problemy vzaimodeystviya [Business, government and the non-profit sector: problems of interaction]. Materialy XXVI mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Sotsialno-ekonomicheskoe razvitiye Rossii v nestabilnom mire: natsionalnyye, regionalnyye i korporativnyye osobennosti» - Materials of the XXVI international scientific-practical conference «Socio-economic development of Russia in an unstable world: national, regional and corporate features»* (pp. 148-154). (In Russian)
3. Atamanchuk, G. (2010). *Teoriya gosudarstvennogo upravleniya [Theory of Public Administration]* (525 p.). Moskva: Omega. (In Russian)
4. Baban, T. (2012). *Zastosuvannya katehorii «potentsial» u suchasnykh ekonomichnykh doslidzhenniakh [Application of the category «potential» in modern economic research]. Visnyk Kharkivskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu silskoho hospodarstva imeni Petra Vasylenko. Seriya «Ekonomichni nauky» - Bulletin of the Kharkiv National Technical University of Agriculture named after Peter Vasylenko. Series «Economic Sciences», 127, 17-25.* (In Ukrainian)
5. Boychenko, N. (2004). *K voprosu otsenki ekonomicheskogo potentsiala ugolnykh shaht [On the issue of assessing the economic potential of coal mines]. Materialy Pershoi Mizhnarodnoi naukovy-praktychnoi konferentsii «Naukovyi potentsial svitu». Tom 20. Ekonomika pidpriemstva - Proceedings of the First International Scientific and Practical Conference «The Scientific Potential of the World». Volume 20. Enterprise Economics* (pp. 12-13). (In Russian)
6. Dragun, N., & Karpenko, E. (2000). *Razrabotka metodologicheskogo podkhoda k traktovke sushchnosti kategorii «potentsial proizvodstvennoy sistemy» i issledovaniye yeye vzaimosvyazey s drugimi ekonomicheskimi kategoriyami [Development of a methodological approach to the interpretation of the essence of the category “potential of the production system” and the study of its relationships with other economic categories]. Vestnyk HHTU ym. P.O. Sukhoho - Bulletin of the GSTU named after P.O. Sukhoi, 3, 96-102.* (In Russian)

7. Gonchar, O., & Galkina, Yu. (2009). Evoliutsiia katehorii «potentsial pidpriemstva» ta yii rol v ekonomichnykh doslidzhenniakh [Evolution category «potential of the enterprise» and its role in economic research]. *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu. Ekonomichni nauky - Bulletin of Khmelnytsky National University. Economic sciences*, 5, 245-247. (In Ukrainian)
8. Grobashko, E., Dyukov, Y., & Tumanov, K. (2009). Konkurentosposobnost stran. Ee otsenka i rol v preodolenii posledstviy ekonomicheskogo krizisa [Competitiveness of countries. Its assessment and role in overcoming the consequences of the economic crisis]. *Standarty i kachestvo - Standards and Quality*, 10, 66-70. (In Russian)
9. Heiets, V. (Ed.) (2003). *Ekonomika Ukrainy: stratehiia i polityka dovrostokovoho rozvytku [Economy of Ukraine: strategy and long-term development policy]* (1008 p.). Kyiv: Instytut ekonomichnoho prohnouzuvannia. (In Ukrainian)
10. Kochiyeva, T., & Novikov, D. (2000). *Bazovyye sistemy stimulirovaniya [Basic incentive systems]* (108 p.). M.: Apostrof. (In Russian)
11. Krymzin, D., & Leshchaykina, M. (2007). Problema kolichestvennoy otsenki kadrovogo potentsiala vuza [The problem of quantitative assessment of the university staff potential]. *Sistemnoe upravlenie - System management*, 1(10). (In Russian). Retrieved from <http://sisupr.mrsu.ru/2011-1/PDF/KrymzinLeshchaykina.pdf>
12. Kyzym, M., Pylypenko, A., & Zynchenko, V. (2007). *Zbalansovana sistema pokaznykiv [Balanced scorecard]* (192 p.). Kharkov: VD «INZhEK». (In Ukrainian). Retrieved from <http://aapil.ho.ua/index.php/ua/teksti-prats/teksti-monografij/20-zbalansovana-sistema-pokaznykiv>
13. Londar, S., & Kuznietsov, K. (2015). Collaboration between Ukraine and the IMF as a factor of macrofinancial stabilization. *Finance of Ukraine*, 4, 48-66. (In Ukrainian). Retrieved from http://finukr.org.ua/?page_id=723&aid=4198
14. Lugova, O. (2010). Doslidzhennya sutnosti ta znachennya kategoriyi «potentsial» [Research on the nature and meaning of the category «potential»]. *Naukovyi visnyk Luhanskoho natsionalnoho ahrarnoho universytetu. Seriya: Ekonomichni nauky - Scientific Bulletin Lugansk national agrarian University. Series: Economic Sciences*, 15, 216-221. (In Ukrainian)
15. Maliarets, L., & Norik, L. (2009). *Ekonomiko-matematychni aspekty diahnozyky konkurentospromozhnosti pidpriemstva [Economic and mathematical aspects of diagnostics of enterprise competitiveness]* (214 p.). Kharkov: Kharkivskiy natsionalnyi ekonomichnyi universytet. (In Ukrainian). Retrieved from <http://repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/3192>
16. Mamonov, K., & Ugodnikova, O. (2009). Ekonomichnyi potentsial: teoretychni aspekty ta liniia transformatsii [Economic potential: theoretical aspects and the line of transformation]. *Visnyk ekonomiky transportu i promyslovosti - Bulletin of Economics of Transport and Industry*, 26, 198-202. (In Ukrainian). Retrieved from <https://bitly.su/oA0ic>
17. Nahorniuk, O. (2017). On the Essence of the Financial Potential of Enterprise. *Business Inform*, 10, 37-43. (In Ukrainian). Retrieved from https://www.business-inform.net/annotated-catalogue/?year=2017&abstract=2017_10_0&lang=ua&stqa=4
18. Otenko, Y. (2006). *Strategicheskoe upravleniya potentsialom predpriyatiya [Strategic enterprise potential management]* (256 p.). Kharkov: Kharkivskiy natsionalnyi ekonomichnyi universytet. (In Russian)
19. Pohabov, V., Antipenko, D., & Grinevich, M. (2003). *Ekonomiko-matematicheskie metody i modeli [Economic and mathematical methods and models]* (129 p.). Minsk: BNTU. (In Russian). Retrieved from <https://rep.bntu.by/handle/data/5360>
20. Turylo, A., & Adamenko, M. (2012). Teoretyko-metodolohichni pidkhody shchodo udoskonalennia vyznachennia poniattia «innovatsiyni potentsial pidpriemstva» [Theoretical and methodological approaches to improving the definition of the concept of «innovative potential of the enterprise»]. *Visnyk Kryvorizhskoho natsionalnoho universytetu - Bulletin of Kryvyi Rih National University*, 31, 297-302. (In Ukrainian). Retrieved from http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vktu_2012_31_85
21. Tyshchenko, A., Kyzym, N., Kubakh, A., & Davyskyba, E. (2005). *Ekonomicheskyy potentsial regiona: analiz, otsenka, diagnostika [The economic potential of the region: analysis, assessment, diagnostics]* (176 p.). Kharkov: INZhEK. (In Russian)
22. Tyshchenko, V. (2014). *Ekonomika znan yak aktualna osnova suchasnoho rozvytku Ukrainy ta yii rehioniv [Knowledge economy as a topical basis of modern development of Ukraine and its regions]* (271 p.). Kharkov: Kharkivskiy natsionalnyi ekonomichnyi universytet. (In Ukrainian)
23. Voronkova, A., & Pogorelova, Yu. (Ed.) (2012). *Rozvytok potentsialu pidpriemstva v umovakh ekonomiky znan [Development of enterprise potential in the conditions of knowledge economy]* (380 p.). Lugansk: Noulidzh. (In Ukrainian)
24. Zolotorov, S., & Shevchenko, V. (2018). Financial and economic aspects of forming the price policy of an enterprise. *Development Management*, 2(192), 68-74. (In Ukrainian). Retrieved from <https://bitly.su/wx1eU>
25. Zyablitskaya, N. (2013). Adaptive capacity as economic category. *Modern problems of science and education*, 2(13). (In Russian). Retrieved from http://economics.ihbt.ifmo.ru/ru/article/6773/adaptacionnyy_potencial_kak_ekonomicheskaya_kategoriya.htm

“Metals futures market: a comparative analysis of investment and arbitrage strategies”

AUTHORS

Lidiya Guryanova  <https://orcid.org/0000-0002-2009-1451>

Natalia Chernova  <https://orcid.org/0000-0002-0073-8457>

ARTICLE INFO

Lidiya Guryanova and Natalia Chernova (2019). Metals futures market: a comparative analysis of investment and arbitrage strategies. *Development Management*, 17(4), 42-54. doi:[10.21511/dm.17\(4\).2019.04](https://doi.org/10.21511/dm.17(4).2019.04)

DOI

[http://dx.doi.org/10.21511/dm.17\(4\).2019.04](http://dx.doi.org/10.21511/dm.17(4).2019.04)

RELEASED ON

Tuesday, 03 March 2020

RECEIVED ON

Wednesday, 27 November 2019

ACCEPTED ON

Monday, 16 December 2019

LICENSE



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

JOURNAL

"Development Management"

ISSN PRINT

2413-9610

ISSN ONLINE

2663-2365

FOUNDER

Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics



NUMBER OF REFERENCES

17



NUMBER OF FIGURES

11



NUMBER OF TABLES

5

Lidiya Guryanova (Ukraine), Natalia Chernova (Ukraine)

METALS FUTURES MARKET: A COMPARATIVE ANALYSIS OF INVESTMENT AND ARBITRAGE STRATEGIES

Abstract

The article deals with the application of optimal portfolio theory and pair trading theory on the metals futures market. Advantages of the futures market over the spot market include relatively small initial price, low transaction costs, and high volatility. The main aim of the study is to explore the potential of both strategies for effective trading. The following financial instruments were chosen as the inputs of the models: futures on industrial metals (aluminum, copper, nickel, zinc, lead, tin), futures on precious metals (gold and silver). When building the optimal portfolio, it was decided to include Dow Jones Index futures and S&P Index futures among metals. This is because these instruments are extremely volatile and may play the role of a hedge in the portfolio. A drawdown indicator was used to assess the effectiveness of each strategy. The results show that both strategies can be applied on the real-life market. The final choice will depend on the level of risk taking by investors and the desired value of return.

Keywords

metals market, futures, risk, return, optimal portfolio, pairs trading, model, ratio, correlation, stationarity

JEL Classification

C22, C58, C61

Л. С. Гур'янова (Україна), Н. Л. Чернова (Україна)

РИНОК Ф'ЮЧЕРСІВ НА МЕТАЛИ: ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ СТРАТЕГІЙ ІНВЕСТИВАННЯ ТА АРБІТРАЖУ

Анотація

У статті розглянуто застосування оптимальної теорії портфеля та теорії парного трейдингу на ринку ф'ючерсів на метали. Переваги ф'ючерсного ринку перед спотовим ринком включають відносно невелику початкову ціну, низькі транзакційні витрати, високу волатильність. Основна мета дослідження - вивчити можливості застосування обох стратегій для забезпечення ефективної торгівлі. В якості входів для моделей були обрані наступні фінансові інструменти: ф'ючерси на промислові метали (алюміній, мідь, нікель, цинк, свинець, олово), ф'ючерси на дорогоцінні метали (золото і срібло). При побудові оптимального портфеля було вирішено включити ф'ючерси на індекс Dow Jones та ф'ючерси на індекс S&P поряд з ф'ючерсами на метали. Це пов'язано з тим, що ці інструменти надзвичайно волатильні і можуть виконувати роль хеджу в портфелі. Для оцінки ефективності кожної стратегії був використаний показник просадки. Отримані результати свідчать про те, що обидві стратегії можуть бути застосовані на реальному ринку. Остаточний вибір буде залежати від рівня прийняття інвесторами ризику та бажаного значення прибутку.

Ключові слова

ринок металів, ф'ючерси, ризик, прибуток, оптимальний портфель, парний трейдинг, модель, коефіцієнт, кореляція, стаціонарність

Класифікація JEL

C22, C58, C61



S. KUZNETS KHNUE



Founder

Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics, Nauky avenue, 9-A, Kharkiv, 61166, Ukraine
<http://www.hneu.edu.ua/>

Received on: 27th of November, 2019

Accepted on: 16th of December, 2019

© Lidiya Guryanova, Natalia Chernova, 2019

Lidiya Guryanova, Doctor of Science, Professor of Economic Cybernetics Department, Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics, Ukraine.

Natalia Chernova, Ph.D., Associate Professor of Economic Cybernetics Department, Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics, Ukraine.



This is an Open Access article, distributed under the terms of the [Creative Commons Attribution 4.0 International license](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/), which permits unrestricted re-use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

INTRODUCTION

In modern financial world derivative products play significant role on a par with spot ones. The derivatives market continues to be the largest single segment of the financial market. In recent years the global derivatives market performed much better than the global equity and bond markets combined. Historically, derivatives have shown strong growth. Derivatives today demonstrate rather high levels of liquidity and are broadly used not only as hedge instruments but also as objects of investments and arbitrage. The advantages of derivatives include a relatively small, initial investment price and relatively low transaction costs. Derivatives are traded in one of two ways: either OTC or on regulated markets, i.e. on exchanges. Exchange-traded derivatives are fully standardized. The highest amounts of metals derivatives are traded on the New York Mercantile Exchange, the London Metal Exchange and the Shanghai Futures Exchange.

When evaluating a derivative for tradability, the most important indicators to watch for are rate of return, volume and open interest, notional value (Hull, 2012; Nijman & de Roon and Veld, 1996).

Rate of return shows the amount of value an investor earns from an asset over a specific period. It is calculated as follows:

$$\text{Rate of return} = \frac{\text{Current price} - \text{Initial price}}{\text{Initial price}}. \quad (1)$$

Volume is the total number of futures contracts traded in a market. Open interest is the total number of open long and short positions in a market. The higher the volume and open interest, the more liquid a contract is. Notional value is the total underlying amount of a derivatives trade. The notional value of derivative contracts is much higher than the market value due to leverage.

Derivatives markets are usually divided on sections depending on the such classes of underlying asset as equity, fixed-income instrument, commodity, currency and credit event. This research is devoted to the metal futures subsection of the commodity market.

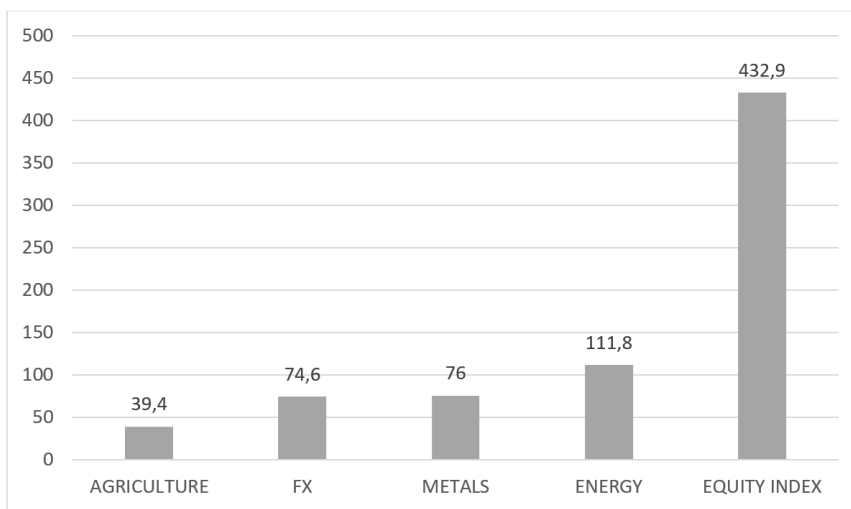
Figure 1 shows the average daily notional values for derivative contracts by major markets [4]. It should be noted that the highest values were demonstrated by the interest rates section (6100 bln of dollars). But it was not drawn on the figure because of the scale. Metals section has demonstrated 76 bln amount. It is the third after agriculture and FX sections. Its notional value accounts for approximately 92% of agriculture section and almost equal to the FX section. So the liquidity of the metals section is comparably high for obtaining profit.

Metal futures are usually classified on precious and non-precious groups. Precious metals are rare and can be used in currencies or for industrial needs. The most common precious metals markets are gold, silver, platinum and palladium. Non-precious group usually include aluminum, copper, lead, nickel, tin and zinc.

Figure 2 shows the daily volumes for top six metals futures on CME (CME Group, n.d.). The significant part of volume is generated by precious group (81.77%), the last 18.23% accounted for base metals.

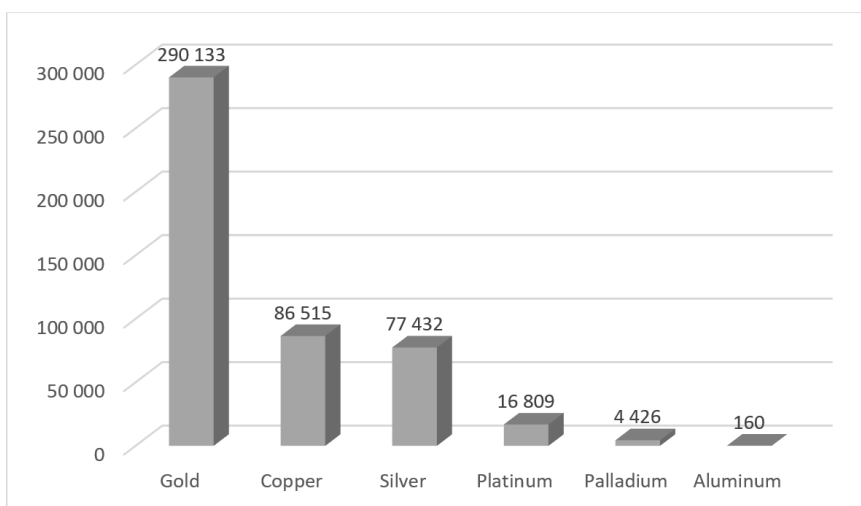
Daily volumes for top six metal futures on LME are presented on Figure 3 (CME Group, n.d.). Here we can see that the absolute leaders are from the non-precious group.

Both Figure 2 and Figure 3 testify about rather high level of liquidity of the metals futures market. If you classify deals with derivative products by the goal, agreements that aim to hedge your risk should first be mentioned. However, due to the general growth of the futures market, derivatives are increasingly being used not only for direct risk insurance but also for investment and arbitrage strategies. Investment deals aim to profit from the difference between the opening price and the closing price. Arbitrage operations, unlike the first ones, are market-neutral, because their outcome does not depend on the overall direction of the markets. Both strategies today are broadly used on the spot metals markets. So because of the strong relationships between the spot market and the futures market we assume the existence of trading opportunities on the last one.



Source: Developed by the authors based on the [2].

Figure 1. Average daily notional value, October 2019 (in blns of dollars)



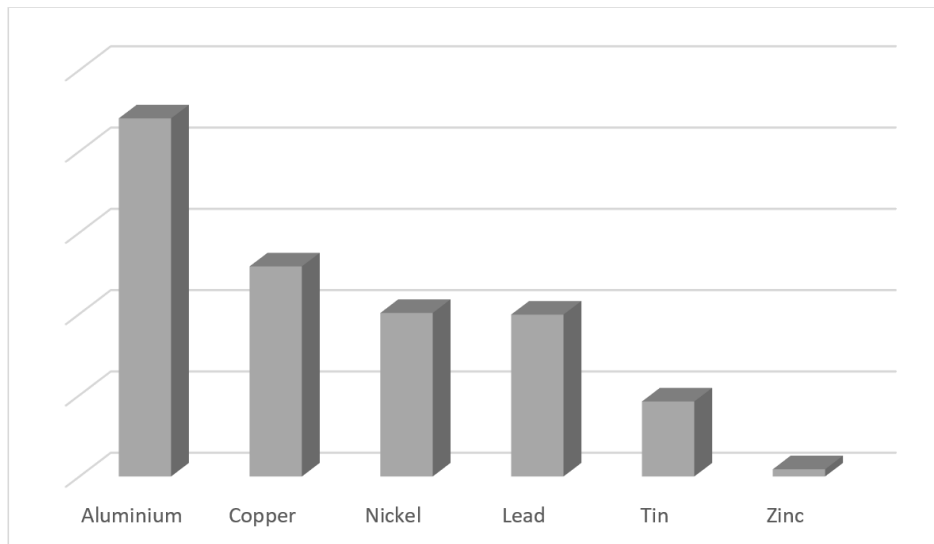
Source: Developed by the authors based on the [2].

Figure 2. Daily volume for top six metal futures on CME

To examine this hypothesis about metals futures market firstly we intend to apply the modern quantitative methods and construct the model for choosing the optimal set of assets that should be included into the investing portfolio. Secondly, we will test the possibilities of applying mean reverting strategy for the given set of futures pairs. Lastly, the results obtained on the first and the second steps should be compared to make the final conclusion about the efficiency of investment and arbitrage strategies.

1. LITERATURE REVIEW

Let's consider both mentioned above strategies. Investment strategy - a strategy for allocating capital among different categories to gain profit (Mangram, 2013; Markowitz, 1952; Vollmer, 2015; Sharpe, 1964; Tobin, 1969). The strategy should take into account the investor's risk tolerance as well as future needs for capital. Risk tolerance is the amount of risk that an investor is able to handle. The rate of return information can be used to help the investor decide upon the types of investments to engage in and the level of risk to take on. This strategy can be applied on the basis of so cold portfolio theory - the theory of investment management, based on statistical methods for optimizing the portfolio structure according to the selected criterion for the ratio of profitability and risk.



Source: Developed by the authors based on the [2].

Figure 3. Daily volume for top six metal futures on LME

Markowitz (1952) was the first who formulate the portfolio theory core principals. He offered a mathematical model for the formation of an optimal portfolio of securities, and also gives methods for constructing such portfolios under certain conditions. Instead of focusing on the risk of each individual asset, Markowitz demonstrated that a diversified portfolio is less volatile than the total sum of its individual parts. While each asset itself might be quite volatile, the volatility of the entire portfolio can actually be quite low. The problem is solved by quadratic optimization methods. The only problem here is that these methods are applicable only for comparatively low dimensional tasks.

While Markowitz suggested to form optimal portfolio of stocks only, Tobin (1969) later proposed to include risk-free assets (government bonds) in the initial set of securities. In fact, his approach is macroeconomic, since in this case the main object of study is the distribution of total capital into two forms: cash and non-cash.

The main result of capital asset pricing model (CAPM) was the establishment of a ratio between profitability and asset risk for market equilibrium. It was postulated that risk of any asset consists of two parts – non-systematic and systematic. When choosing an optimal portfolio investor should take into account only systematic or non-diversifiable risk (Sharpe, 1964).

Arbitrage strategy is based on making profit from the price difference between two or more interrelated assets (Do & Faff, 2010; Elliott & van der Hoek and Malcolm, 2005; Fernholz & Maguire, 2007; Gatev, Goetzmann & Rouwenhorst, 2006; Stübinger & Bredthauer, 2017; Vidyamurthy, 2004; Göncü & Akyildirim, 2016; Chen, Cui, Gao & Leilei, 2018; Krauss, 2017). The essence of all arbitrage strategies is to search for price imbalances between a group of interconnected financial instruments, and to conduct simultaneous trading operations in the direction of eliminating these imbalances. The arbitrage can be deterministic or statistical. Deterministic arbitrage implies that a fundamental connection between the instruments exists. Statistical arbitrage relies on just a statistical relationship between instruments, based usually solely on historical observations and back testing.

The core steps of arbitrage strategy are the following:

- identifying the set of instruments, which are suitable for arbitrage;
- detecting the entry-exit points for the strategy.

These steps may be carried out by different algorithms. Gatev (2006) suggested the distance method for finding arbitrage pairs. The distance here is calculated for normalized price series. Some authors suggest correlation coefficient as distance measure.

Vidyamurthy (2004) suggested a co-integration approach. It is based on first estimates the linear relationship between two series and then tests their spread for stationarity.

Specifying the entry-exit points for the strategy is usually based on calculating of spread variance. When the spread deviates from the fair level (from the average), it is recommended to sell or buy the spread in the direction of a fair statistical average.

2. AIMS

The main aim of this research is to analyze opportunities of applying investing and arbitrage trading strategies on metals futures market. To achieve the aim, the following tasks will be solved:

- construct optimal Markowitz portfolio for a given set of futures;
- form suitable pairs of metals futures that allow to trade arbitrage strategy;
- compare the effectiveness of both mentioned types of trading strategies.

3. METHODS

The classical Markowitz (Markowitz, 1952; Vollmer, 2015) model takes into consideration the following basic assumptions: investors are rational and seek to maximize the expected return; investors are risk averse so they require a higher expected return to compensate for higher risk accepted; investors rely merely on expected returns and variance to make investment decisions; investors cannot influence prices; risk is estimated as the standard deviation of return.

Portfolio return is calculated as the weighted average sum of the returns of individual securities:

$$R_p = \sum_i w_i r_i, \tag{2}$$

where w_i - weight of the i -th instrument, r_i - return of the i -th instrument.

Portfolio risk is calculated as following:

$$\delta_p^2 = \sum_i w_i^2 \delta_i^2 + \sum_{j \neq i} w_i w_j \delta_i \delta_j \rho_{ij}, \tag{3}$$

where δ_i^2 - risk of the i -th instrument, ρ_{ij} - the correlation coefficient between the returns on instruments i and j .

In order to form a portfolio, it is necessary to solve the optimization problem that can be presented in the following two forms.

Problem 1 - finding shares in a portfolio to achieve maximum efficiency at a given level of risk δ_{norm}^2 :

$$\begin{aligned} & \sum_i w_i r_i \rightarrow \max, \\ & \sum_i w_i^2 \delta_i^2 + \sum_{j \neq i} w_i w_j \delta_i \delta_j \rho_{ij} \leq \delta_{norm}^2, \\ & \sum_i w_i = 1, \quad w_i \geq 0. \end{aligned} \tag{4}$$

Problem 2 - finding shares in a portfolio to achieve minimum risk at a given level of portfolio return r_{norm} :

$$\sum_i w_i^2 \delta_i^2 + \sum_{j \neq i} w_i w_j \delta_i \delta_j \rho_{ij} \rightarrow \min, \quad (5)$$

$$\sum_i w_i r_i \geq r_{norm}, \quad \sum_i w_i = 1, \quad w_i \geq 0.$$

The model allows to obtain the so-called efficient frontier - a set of portfolios that give us the highest return for the lowest possible risk.

Pair trading algorithm includes the following steps (Elliott & van der Hoek and Malcolm, 2005; Gatev, Goetzmann & Rouwenhorst, 2006; Krauss, 2017):

Step 1. Detecting pairs for trading.

In this study, the decision on pairs structure is made based on the analysis of the correlations matrix. We will take into consideration those pairs for which the appropriate correlation coefficient exceeds 0.9.

Step 2. Spread or ratio calculation.

Spread is calculated as a difference between two prices, and the ratio is obtained when you divide one price into another. Here we will calculate the ratios.

Step 3. Determining the threshold values of the ratio.

After the ratio is calculated, it is necessary to determine the optimal value of the deviation at which it will be bought or sold. In this case, if you choose too small values, it is possible to obtain a substantial drawdown of capital and a small profit, and if too large, the number of transactions can be reduced significantly.

Step 4. Determining performance indicators for a strategy.

There are such popular indicators for assessing a strategy as net profit, profit factor, authentic profit factor, percent profitable, average trade net profit, maximum drawdown. We will use the last one - maximum drawdown indicator. It measures the drop from peak to bottom in the value of a portfolio (before a new peak is achieved) and is calculated as follows:

- when the ratio is being bought:

$$\text{Drawdown} = \frac{\text{Open_price} - \text{Lowest_value_before_deal_is_closed}}{\text{Open_price}}.$$

- when the ratio is being sold:

$$\text{Drawdown} = \frac{\text{Highest_value_before_deal_is_closed} - \text{Open_price}}{\text{Open_price}}.$$

Drawdown indicator will help us to compare the historical risk of different strategies.

4. RESULTS AND DISCUSSION

Let's consider the models application for the following financial instruments: futures on industrial metals (aluminum, copper, nickel, zinc, lead, tin) and futures on precious metals (gold and silver). When constructing the optimal Markowitz portfolio, we will include Dow Jones Index futures (INDU index) and S&P Index futures (SPX Index) among with metals. This is due to the fact that these instruments are extremely volatile and may play the role of hedge in the portfolio. Input data are the daily series of close prices for time period 1997-2019 (CME Group, n.d.).

Table 1 demonstrates pair correlation coefficients for researched assets.

Table 1. Correlation coefficients

Source: Developed by the authors based on the [2].

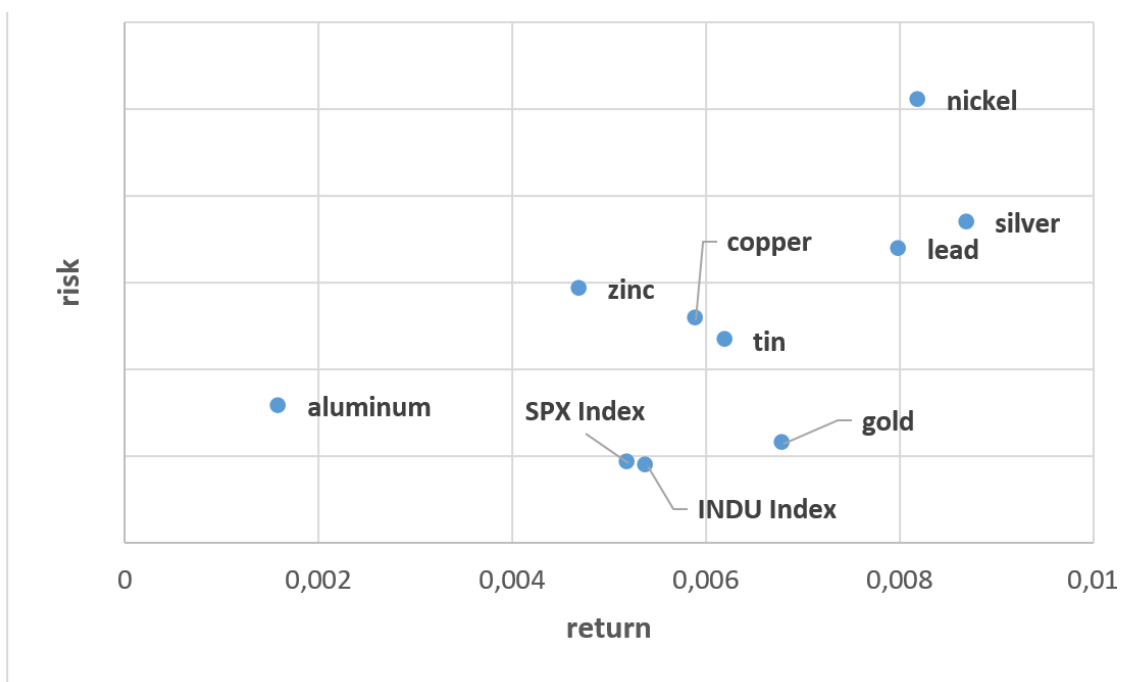
	aluminum	copper	nickel	zinc	lead	tin	INDU Index	SPX Index	silver	gold
aluminum	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-
copper	0.80	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-
nickel	0.86	0.72	1.00	-	-	-	-	-	-	-
zinc	0.77	0.79	0.69	1.00	-	-	-	-	-	-
lead	0.69	0.92	0.62	0.77	1.00	-	-	-	-	-
tin	0.57	0.90	0.47	0.63	0.90	1.00	-	-	-	-
INDU Index	0.20	0.45	0.06	0.61	0.58	0.58	1.00	-	-	-
SPX Index	0.14	0.38	0.01	0.58	0.52	0.52	0.99	1.00	-	-
silver	0.54	0.86	0.47	0.51	0.78	0.90	0.35	0.28	1.00	-
gold	0.42	0.84	0.35	0.58	0.84	0.93	0.61	0.54	0.91	1.00

According to the Table 1 there are not strong relationships between index futures and metals futures. From the other hand, interrelations between non-precious metals are rather high – the majority of the coefficients accede 0.75.

Figure 4 shows the relations between average levels of risk and return for all assets. It can be seen that there are approximately three asset groups. Aluminum, gold, SPX index and INDU index form the first group with the lowest levels of risk. Nickel is the second asset with the highest return and it has the highest risk. It forms the second group. The others may be positioned into the third group with middle level of risk and rather high return.

So, the initial set of derivatives are from different asset classes (precious metals, non-precious metals and equity indexes), their time series have demonstrated different levels of risk and return and low correlations between classes. That is why there are fundamental and statistical grounding to include them into initial portfolio.

The resulting ten portfolios are presented in the Table 2. Figure 5 shows the efficient frontier for obtained set of portfolios.



Source: Developed by the authors based on the [2].

Figure 4. Average risk and return

Table 2. Portfolio members, risk and return

Source: Developed by the authors.

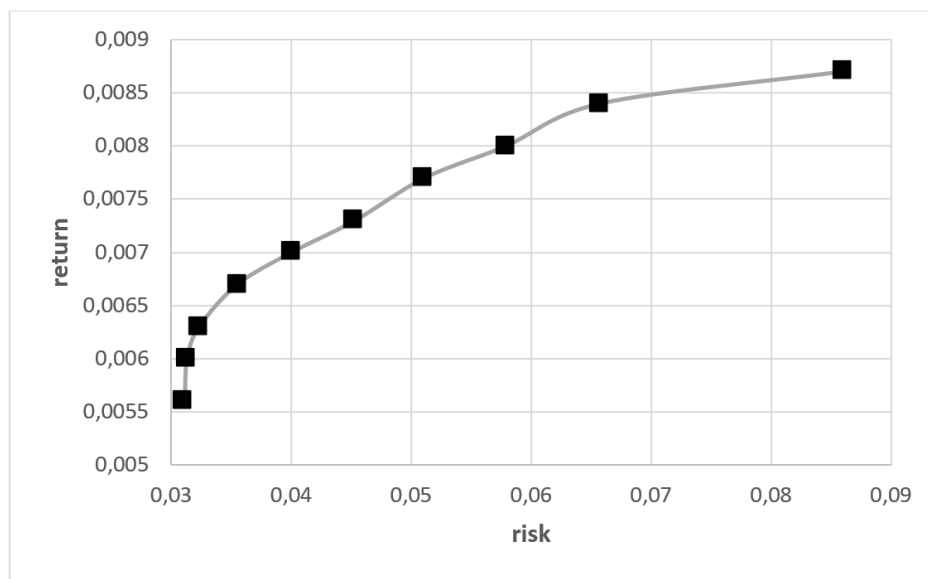
Instrument	Portfolio									
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
aluminum	0.0864	0.0213	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
nickel	0.0000	0.0000	0.0000	0.0283	0.0583	0.0864	0.1127	0.1344	0.1560	0.0000
lead	0.0000	0.0168	0.0892	0.1655	0.2073	0.2466	0.2808	0.3022	0.3235	0.0000
tin	0.0242	0.0410	0.0328	0.0081	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
INDU Index	0.4864	0.5055	0.4090	0.2724	0.1725	0.0720	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
SPX Index	0.0104	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
silver	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0536	0.1123	0.1976	0.3501	0.5026	1.0000
gold	0.3925	0.4155	0.4690	0.5257	0.5082	0.4826	0.4089	0.2133	0.0178	0.0000
risk	0.0311	0.0313	0.0323	0.0355	0.0400	0.0453	0.0511	0.0579	0.0658	0.0860
return	0.0056	0.0060	0.0063	0.0067	0.0070	0.0073	0.0077	0.0080	0.0084	0.0087

For P1 portfolio risk equals 0.0311 and return is 0.0056. Its core participants are INDU Index (48.64%) and gold (39.25%). The remaining 12.11% are occupied by aluminum, tin and SPX Index. In two subsequent portfolios with a higher risk level we can see the decline in the share of aluminum (from 8.64% to 0%) and SPX Index (from 1.04% to 0%). Simultaneously the lead has become the participant of the portfolio, the other assets have shown the increase in its share. P4 portfolio is characterized by the highest share of gold (52.57%).

According to Figure 6, the total share of both gold and INDU Index futures accedes 55% for the first six portfolios. It is falling rapidly beginning from the seventh portfolio, partially due to the absence of index futures in portfolios P7-P10. Gold is present in all portfolios except P10. When its share decrease it is partly replaced by silver. The share of nickel and lead grow with the increase in total portfolio risk.

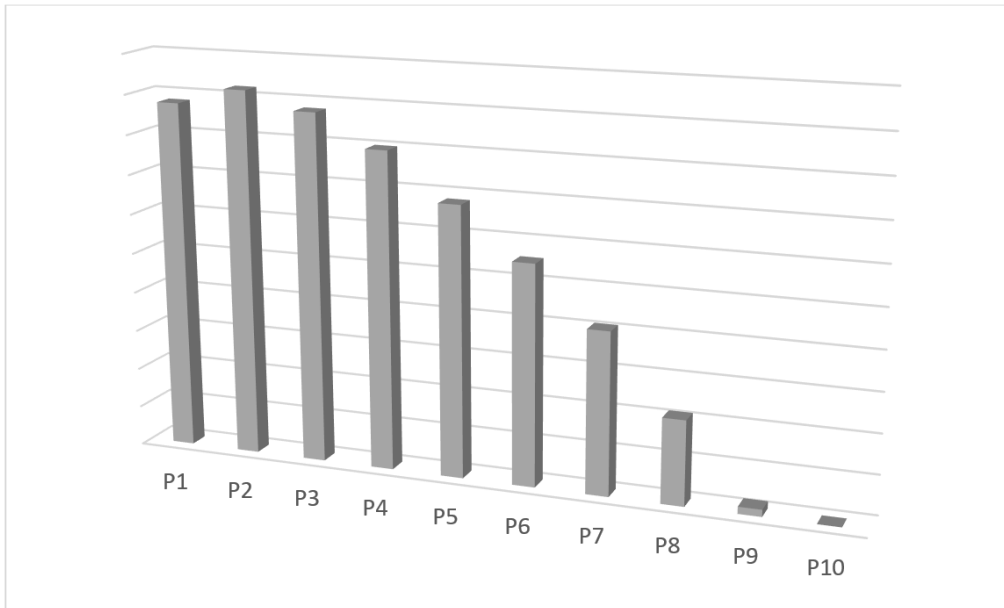
Two assets haven't appeared in any portfolio. They are copper and zinc.

There is a point on the efficient frontier that has the maximum value of the Sharpe ratio. Its coordinates are (risk=0.0319; return=0.0063). The appropriate portfolio consists of lead (7.29%), tin (3.60%), INDU Index (43.37%) and gold (45.73%). The maximum drawdown for this portfolio equals 34%.



Source: Developed by the authors.

Figure 5. Efficient frontier

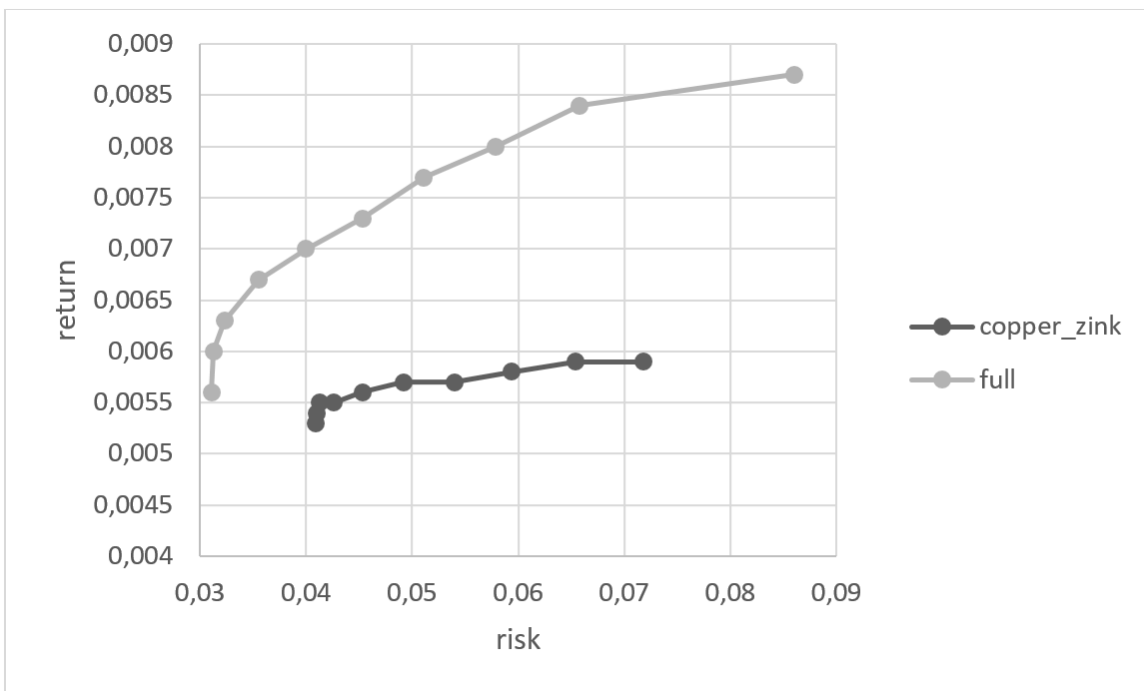


Source: Developed by the authors.

Figure 6. Total share of gold and INDU Index

Let’s consider the results of constructing the optimal portfolio that consists of copper, zinc, INDU Index and SPX Index. In this portfolio the core participants are copper and INDU Index. Their common share fluctuates from 67% to 100%. Zink and SPX Index are included only in two out of ten portfolios.

Figure 7 shows two efficient frontiers for the last portfolio (“copper_zink”) and portfolio that consists of all assets (“full”). “Copper_zink” line lies lower and to the left, so it’s risks are higher and its returns are less than the appropriate values for “full” portfolio.



Source: Developed by the authors.

Figure 7. Efficient frontiers for two portfolio sets

The maximum Sharp ratio among the “copper_zink” portfolios equals 0.13 (risk = 0.0413; return=0.0055). The portfolio consists of copper (16.67%), INDU Index (82.15%) and SPX Index (1.18%). The maximum drawdown for “copper_zink” portfolio equals 45%.

So, according to the values of sharp ratio and drawdown, the “full” portfolio should be chosen.

Let’s consider the results obtained for pair trading strategy.

According to the correlation matrix (see Table 1), the initial set of pairs was formed. It includes only pairs for which correlation coefficient accedes or equals 0.9. All such pairs are listed in Table 3.

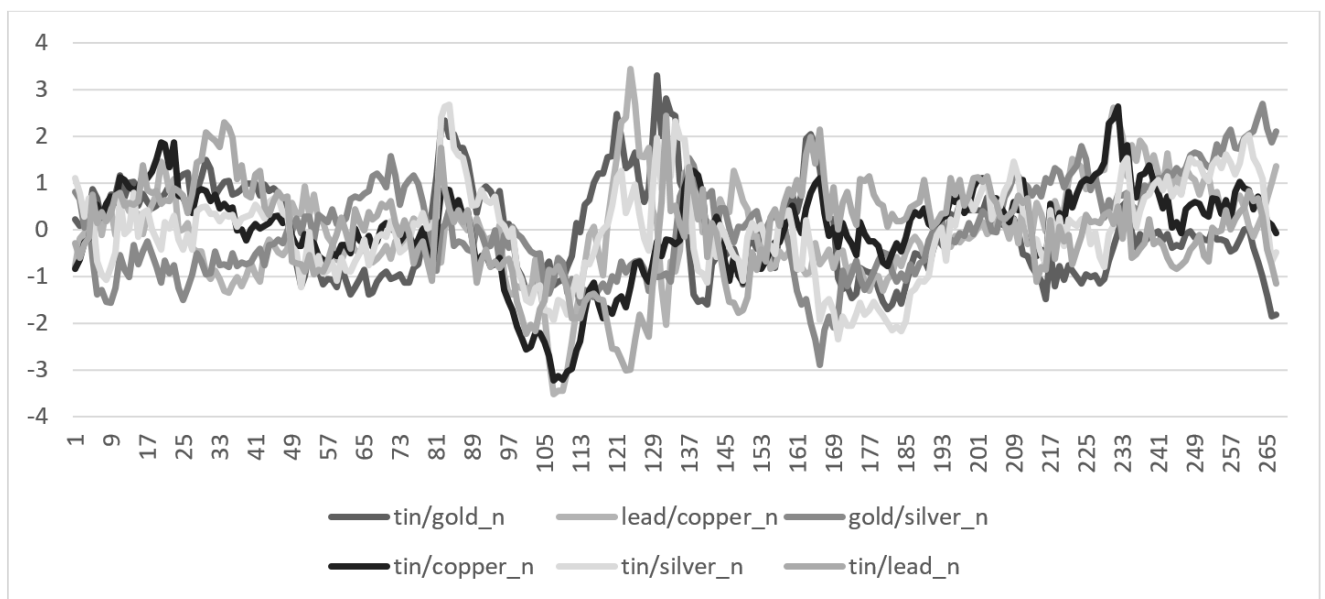
Table 3. List of pairs

Source: Developed by the authors.

Asset 1	Asset 2	Correlation coefficient
tin	gold	0.93
lead	copper	0.92
silver	gold	0.91
tin	copper	0.9
tin	silver	0.9
tin	lead	0.9

The appropriate ratios are shown on the Figure 8. Analyzing ratios’ dynamics, it is possible to assume that those ratios may be traded within mean reverting strategy.

Those ratios were tested on stationarity. The results of augmented Dickey-Fuller test are presented in the Table 4 and Table 5.



Source: Developed by the authors.

Figure 8. Normalized ratios

Table 4. Dickey-Fuller test critical values

Source: Developed by the authors.

Levels	Critical values
1% level	-3.454812
5% level	-2.872203
10% level	-2.572525

Table 5. Ratios' statistics

Source: Developed by the authors.

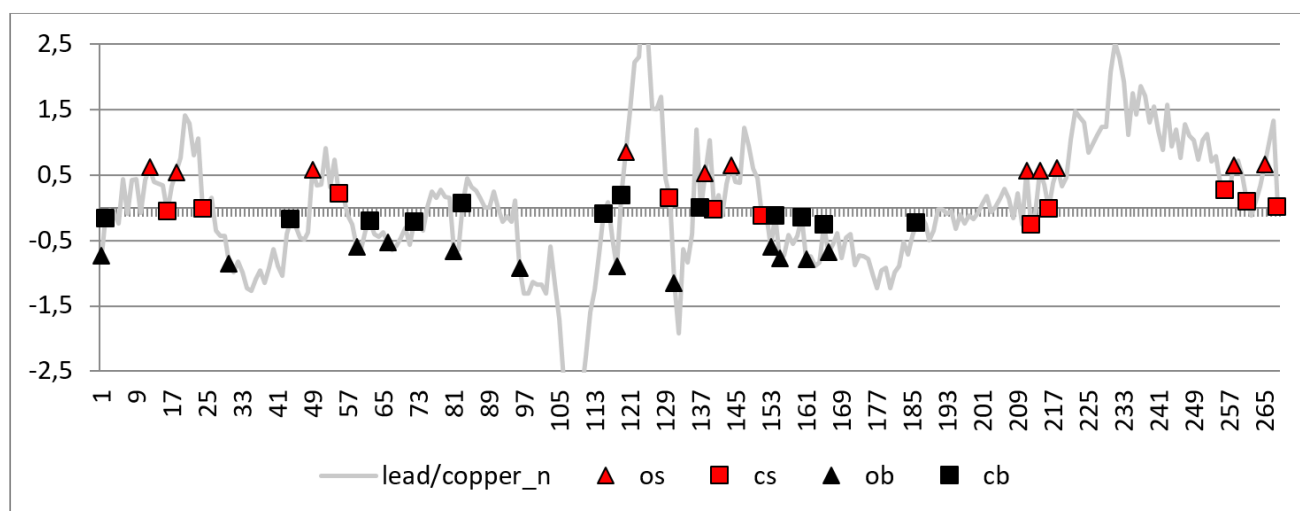
Asset 1	Asset 2	t-Statistic	Probability
tin	gold	-2.953339	0.0408
lead	copper	-3.601765	0.0063
silver	gold	-2.326504	0.1644
tin	copper	-2.924349	0.0439
tin	silver	-3.968324	0.0019
tin	lead	-4.026506	0.0015

So the initial assumption about stationarity was confirmed for such ratios as “lead-copper”, “tin-silver” and “tin-gold”.

Let’s consider the results of applying mean reverting strategy for the chosen ratios. Figure 9 – Figure 11 present graphs of normalized ratios and show the points where the deals were opened and closed. For each graph open points are drawn as triangles, close points are shown as quadrangles. Points of different color correspond to different strategies (when ratio is being bought or sold).

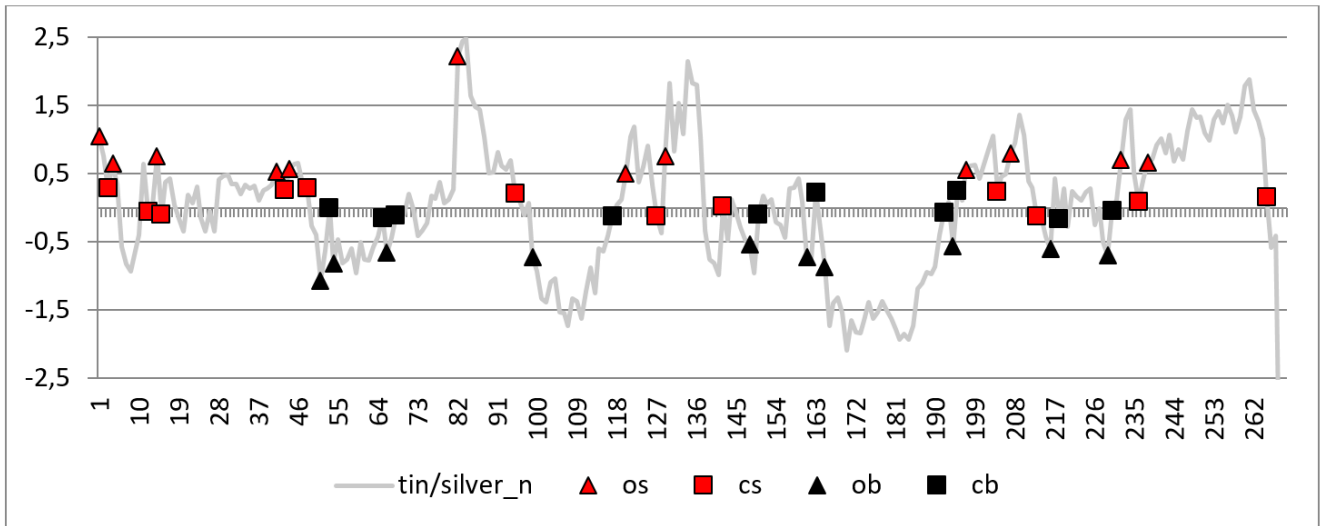
According to Figure 9 ratio “lead/copper” was sold and closed 11 times and was bought and closed 12 times. Total number of successful deals equals 23. The maximum drawdown during analyzed period was 263% when selling ratio and 289% for buying ratio. The maximum number of points between opening and closing deals was 19 (when ratio is being bought) and 37 (when ratio is being sold).

Figure 10 presents “tin/silver” ratio. The ratio was sold and closed 12 times and was bought and closed 10 times. Total number of successful deals equals 24. The maximum drawdown during analyzed period was 184% when selling ratio and 140% for buying ratio. The maximum number of points between opening and closing deals was 26 (buying ratio) and 12 (selling ratio).



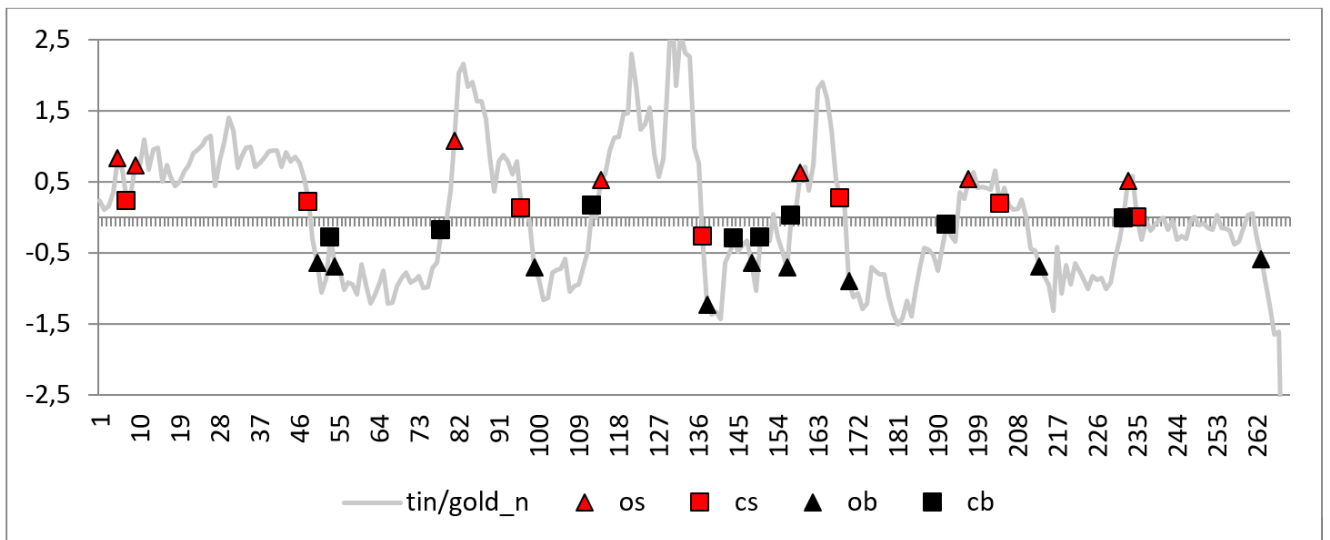
Source: Developed by the authors.

Figure 9. Ratio trading results – lead and copper



Source: Developed by the authors.

Figure 10. Ratio trading results – tin and silver



Source: Developed by the authors.

Figure 11. Ratio trading results – tin and gold

Ratio “tin/silver” was sold and closed 7 times and was bought and closed 8 times. One buying deal was not closed during analyzed period. Total number of successful deals equals 15. The maximum drawdown during analyzed period was 396% when selling ratio and 97% for buying ratio. The maximum number of points between opening and closing deals was 23 (when the ratio was being bought) and 38 (when the ratio was being sold).

So, the last ratio has the highest indicator of drawdown and the lowest number of deals. “Lead/copper” has the second position among all ratios. The best one is “tin/silver” ratio with the most suitable drawdown levels.

CONCLUSION

We have analyzed opportunities of applying investing and arbitrage trading strategies on metals futures market.

The proposed investing strategy is based on Markowitz model that allows to find the efficient frontier for a given set of assets. There were formed two strategies. For the first one named “full” all assets were initially used as input

variables. But as a result, such instruments as copper and zinc futures were not included into the optimal portfolio. That is why the second strategy was built which had taken into account those outliers (“copper_zink” strategy). The second strategy has appeared riskier, because it’s efficient frontier lies lower and to the left of the “full” strategy frontier. The drawdown indicators also have shown the priority of the first strategy. Nevertheless, both strategies can be applied on the real-life market. The final choice will depend on the investors risk acceptance level and the desired return value. The obtained two basic models may be enhanced by the inclusion of additional restrictions on the shares of its members. Moreover, the models should take into consideration the opportunity of not only long but also short positions.

Arbitrage strategy was tested on three core pairs of metal futures - “lead-copper”, “tin-silver” and “tin-gold”. The pairs were chosen from those ones for which the coefficient of pair correlation for the analyzed period acceded 0.9 and which ratio passed the test for stationarity. The appropriate strategy imply that the normalized ratio should be sold when its value is more than 0.5 and should be bought when its value is less than -0.5 . Both types of deals should be closed when the ratio achieves the level between -0.3 and 0.3 . Three mentioned ratios were ranged and “tin/silver” pair was detected as the best one.

The research has proved that there are the benefits of applying both investing and arbitrage strategies on the metal futures market.

The future researches should take in account the following core points: include short positions into the investing strategy within Markovitz model; test not only LME futures but also derivatives traded on other world exchanges; test the opportunities of calendar spread arbitrage; test both strategies for other timeframes and different time series frequencies; consider transaction costs in both strategies.

REFERENCES

- Chen, D., Cui, J., Gao, Y., & Leilei, W. (2018). Pairs trading in Chinese commodity futures markets: an adaptive cointegration approach. *Accounting & Finance*, 57(5), 1237-1264. <https://doi.org/10.1111/acfi.12335>
- CME Group (n.d.). Retrieved from <https://www.cmegroup.com>
- Do, B., & Faff, R. (2010). Does simple Pairs trading still work? *Financial Analysts Journal*, 66(4), 83-95. <https://doi.org/10.2469/faj.v66.n4.1>
- Elliott, R., van der Hoek, J., & Malcolm, W. (2005). Pairs trading. *Quantitative Finance*, 5(3), 271-276. <https://doi.org/10.1080/14697680500149370>
- Fernholz, R., & Maguire, C. (2007). The statistics of statistical arbitrage. *Financial Analysts Journal*, 63(5), 46-52. <https://doi.org/10.2469/faj.v63.n5.4839>
- Gatev, E., Goetzmann, W., & Rouwenhorst, K. (2006). Pairs trading: Performance of a relative-value arbitrage rule (NBER Working Paper No. 7032). *Review of Financial Studies*, 19(3), 797-827. <https://doi.org/10.3386/w7032>
- Göncü, A., & Akyildirim, E. (2016). Statistical Arbitrage with Pairs Trading. *International Review of Finance*, 16(2), 307-319. <https://doi.org/10.1111/irfi.12074>
- Hull, J. (2012). *Options, Futures, and Other Derivatives* (Global Edition) (896 p.). London: Pearson PLC. Retrieved from <https://www.amazon.co.uk/Options-Futures-Other-Derivatives-Global/dp/1292212896>
- Krauss, C. (2017). Statistical Arbitrage Pairs Trading Strategies: Review and Outlook. *Journal of Economic Surveys*, 31(2), 513-545. <https://doi.org/10.1111/joes.12153>
- Mangram, M. (2013). A Simplified Perspective of the Markowitz Portfolio Theory. *Global Journal of Business Research*, 7(1), 59-70. Retrieved from <https://ssrn.com/abstract=2147880>
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91. <https://doi.org/10.2307/2975974>
- Nijman, T., de Roon, F., & Veld, C. (1996). *Pricing Term Structure Risk in Futures Markets* (Center Discussion Paper. Vol. 1996-78) (25 p.). Tilburg: Finance. <https://research.tilburguniversity.edu/en/publications/pricing-term-structure-risk-in-futures-markets-2>
- Sharpe, W. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425-442. <https://doi.org/10.2307/2977928>
- Stübinger, J., & Bredthauer, J. (2017). Statistical Arbitrage Pairs Trading with High-frequency Data. *International Journal of Economics and Financial Issues*, 7(4), 650-662. Retrieved from <https://www.econjournals.com/index.php/ijefi/article/view/5127>
- Tobin, J. (1969). A General Equilibrium Approach to Monetary Theory. *Journal of Money, Credit and Banking*, 1(1), 15-29. <https://doi.org/10.2307/1991374>
- Vidyamurthy, G. (2004). *Pairs Trading: Quantitative Methods and Analysis* (224 p.). USA: John Wiley & Sons, Inc. Retrieved from <https://www.wiley.com/en-us/Pairs+Trading%3A+Quantitative+Methods+and+Analysis-p-9780471460671>
- Vollmer, M. (2015). *A Beta-return Efficient Portfolio Optimisation Following the CAPM*. Wiesbaden: Springer Gabler. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-06634-5>

“The role of Kazakhstan’s oil policy in foreign policy”

AUTHORS

Vladyslav Khvostenko  <https://orcid.org/0000-0003-0956-7911>

Marziye Memmedli  <https://orcid.org/0000-0001-6993-5822>

Stanislav Milevskiy  <https://orcid.org/0000-0001-5087-7036>

ARTICLE INFO

Vladyslav Khvostenko, Marziye Memmedli and Stanislav Milevskiy (2019). The role of Kazakhstan’s oil policy in foreign policy. *Development Management*, 17(4), 55-63. doi:[10.21511/dm.17\(4\).2019.05](https://doi.org/10.21511/dm.17(4).2019.05)

DOI

[http://dx.doi.org/10.21511/dm.17\(4\).2019.05](http://dx.doi.org/10.21511/dm.17(4).2019.05)

RELEASED ON

Monday, 04 May 2020

RECEIVED ON

Friday, 15 November 2019

ACCEPTED ON

Monday, 02 December 2019

LICENSE



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

JOURNAL

"Development Management"

ISSN PRINT

2413-9610

ISSN ONLINE

2663-2365

FOUNDER

Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics



NUMBER OF REFERENCES

24



NUMBER OF FIGURES

1



NUMBER OF TABLES

0

Vladyslav Khvostenko (Ukraine), Marziye Memmedli (Turkey),
Stanislav Milevskiy (Ukraine)

THE ROLE OF KAZAKHSTAN'S OIL POLICY IN FOREIGN POLICY

Abstract

Since gained its independence in 1991, energy management has become the most important factor in the development of Kazakhstan's economic and foreign policy. This is due to the presence of wide-spread deposits of natural energy resources in the bowels of Kazakhstan. This forms the energy security and essential basis for the economic independence of the Republic of Kazakhstan. The study, first of all, looks at Kazakhstan's foreign policy and the links between foreign policy and energy sources. In particular, attention is paid to the role of oil in shaping Kazakhstan's foreign policy as an active participant in the highly competitive energy resources market. The energy potential of Kazakhstan, the entry of Kazakh oil into the world market and the obstacles created by Russia for Kazakhstan in this process are investigated next. Other problems in the region are analyzed, including border issues with neighboring countries, as well as the impact of energy demand in China on Kazakhstan's foreign policy. In this regard, the main focus of the study is the analysis of Kazakhstan's energy resources rich in oil reserves, and the analysis of the multilateral energy policy of the Astana Government since independence and has been gained since.

Keywords

Kazakhstan, oil, foreign policy, energy, gas, Central Asian

JEL Classification

F590, R35, O10, P40, Q41, Q48

В. С. ХВОСТЕНКО (Україна), **Марзіє Мемедлі** (Туреччина),
С. В. Мілевський (Україна)

РОЛЬ НАФТОВОЇ ПОЛІТИКИ КАЗАХСТАНУ У ЗОВНІШНІЙ ПОЛІТИЦІ

Анотація

З моменту проголошення незалежності в 1991 році, управління джерелами енергії стало найбільш важливим фактором у розробці стратегії економічного розвитку і зовнішньої політики Казахстану. Означене обумовлено наявністю значних родовищ природних енергетичних ресурсів у надрах Казахстану. Це формує енергетичну безпеку та суттєву основу економічної незалежності Республіки Казахстан. Дослідження, в першу чергу, розглядає зовнішню політику Казахстану і зв'язки між зовнішньою політикою і джерелами енергії. Зокрема, приділено увагу ролі нафти в формуванні зовнішньої політики Казахстану як активного учасника висококонкурентного ринку енергетичних ресурсів. Досліджено енергетичний потенціал Казахстану, вихід казахстанської нафти на світовий ринок і перешкоди, створювані Росією для Казахстану в цьому процесі. Проаналізовано інші проблеми в регіоні, в тому числі прикордонні проблеми з сусідніми країнами, а також вплив попиту на енергію в Китаї на зовнішню політику Казахстану. У зв'язку з цим, основним напрямком дослідження є аналіз енергоресурсів Казахстану, багатого запасами нафти, та аналіз багатосторонньої енергетичної політики уряду Астани з моменту здобуття незалежності по теперішній час.

Ключові слова

Казахстан, нафта, зовнішня політика, енергетика, газ,
Центрально-Азіатський регіон

Класифікація JEL

F590, R35, O10, P40, Q41, Q48



S. KUZNETS KHNUUE



Founder

Simon Kuznets Kharkiv National
University of Economics, Nauky
avenue, 9-A, Kharkiv, 61166,
Ukraine
<http://www.hneu.edu.ua/>

Received on: 15th of
November, 2019

Accepted on: 2nd of
December, 2019

© Vladyslav Khvostenko,
Marziye Memmedli,
Stanislav Milevskiy, 2019

Vladyslav Khvostenko, Ph.D. in
Economics, Associated Professor
of Cybersecurity and Information
Technologies Department,
S. Kuznets Kharkiv National
University of Economics, Ukraine.

Marziye Memmedli, Dr., Lecturer
Member, Faculty of Economics and
Administrative Sciences, Karabuk
University, Turkey.

Stanislav Milevskiy, Ph.D. in
Economics, Associated Professor
of Economic Cybernetics
Department, S. Kuznets Kharkiv
National University of Economics,
Ukraine.



This is an Open Access article,
distributed under the terms of the
[Creative Commons Attribution 4.0
International license](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/), which permits
unrestricted re-use, distribution,
and reproduction in any medium,
provided the original work is
properly cited.

INTRODUCTION

Kazakhstan is among the top ten countries in the world with an area of 2.724,900 square meters. The total length of the country's borders is 12.187 km. 6.467 km with the Russian Federation (the world's longest land border), 2.300 km with Uzbekistan,

1.460 km with the People's Republic of China, 980 km with Kyrgyzstan, and 380 km with Turkmenistan. It also has direct access to Azerbaijan and Iran via the Caspian Sea (World Summit Awards, 2016). The country has enormous natural resources. Kazakhstan has the largest proven oil reserves in the Caspian Sea region, the 2nd largest endowment in Eurasia after Russia, and the 12 largest in the world.

Declaring its independence in 1991, Kazakhstan has entered a new era in the production and export of energy resources. Energy resources were one of the most important factors in identifying Kazakhstan's foreign policy. Forces like Russia, China, the United States of America and the European Union, intending to take advantage of the region's energy resources, have been pursuing policies aimed at developing economic relations with Central Asian states since the collapse of the Soviet Union. Russia, China, the United States of America and the European Union have paid more attention to Kazakhstan that possesses vast territory and oil reserves in Central Asia, despite being a new player on the international stage.

After gained its independence in 1991, Kazakhstan has faced many political, social and economic challenges with the transition from communist rule to democracy, from central structure to market economy. At that period of time, Kazakhstan has become a strong and stable state with its domestic and foreign policy strategies, especially its energy policy within a short period of time. In parallel with economic developments, Kazakhstan has also been gradually striving to get rid of Russia's pressure. Besides, it has also strived to integrate rapidly with the world economy by extracting hydrocarbons, diversifying pipelines in the region through various export routes, and increasing electricity production.

1. LITERATURE REVIEW

In 2017, the Kashagan field became a significant producer of Kazakh natural gas. That year, the combined Karachaganak, Kashagan, and Tengiz fields accounted for about 65% of Kazakhstan's commercial natural gas production (Energy Information Administration, n.d.).

Kazakh statehood is restored under very difficult condition. With the collapse of the USSR in 1991, the integrity of the republic was in a perilous predicament. Let's remember that some Russian politicians, including those from the so-called «democratic» camp, have openly called for the separation of some provinces and even the oppression of the Kazakhs to the southern provinces (Solzhenitsyn, 1990). At the same time, Kazakhstan also inherited territorial issues. Although Kazakhstan strived to resolve some of those issues, for example: the border problems with China through negotiations held in 1992 and 1994, these discussions were only resolved with the contract concluded with China on May 10, 2002. The problem could have been avoided by the conciliation of some proportions of controversial lands (Ayagan, Abzhanov, Seliverstov & Bekenova, 2010, pp. 187).

Border problems with the Central Asian countries have been also regulated by the agreements concluded with Kyrgyzstan on July 17, 1998 and with Turkmenistan on July 5, 2001. The arduous negotiations held with Uzbekistan in 2000 were resolved through compromise (Ayagan, Abzhanov, Seliverstov & Bekenova, 2010, pp. 188-189).

The presence of the Soviet-era Semipalatinsk nuclear test site (closed on August 29, 1991 by the decree of the President of Kazakhstan), 1.216 rocket units of nuclear warheads, and the Baikonur Cosmodrome in Kazakhstan creates additional challenges (Kan, 2011, pp. 222). On December 13, 1993, Kazakhstan signed the Treaty on Non-Proliferation of Nuclear Weapons. In July 1994, the agreement signed with the International Atomic Energy Agency (IAEA), stated that Kazakhstan would use its nuclear resources only for peace in its territory. Kazakhstan, withdrawing the nuclear weapons from its territory, instead has received security guarantees from the United States of America, Great Britain, France, Russia and later China (Naumkin, 2003, pp. 50).

Before the events of September 11, 2001, Kazakhstan was one of the most important areas in Russia's foreign policy. Firstly, Kazakhstan has a 7.000-km border with Russia. Secondly, the fact that Kazakhstan is focusing on the region would make Russia to be closer to other countries in the region. Thirdly, having the largest amount of the oil and gas reserves around the Caspian Sea can make this country Russia's main economic partner in the region. Fourthly, the largest Russian community in the CIS countries (after Ukraine) lived in Kazakhstan (Naumkin, 2003, pp. 47).

Russia's this position is understandable. At the end of the 20th century, new threats have emerged on the global stage that could pose a major threat to the security of the Central Asian states and endanger regional stability. These were elements mainly formed in the context of US actions undertaken toward "Greater Central Asia", religious extremism, illicit trafficking in drugs and psychotropic substances. Parallel to the rapidly growing non-traditional threats in the region, new directions have been formed in the foreign policy priorities of Central Asian countries.

Russia and Kazakhstan are the countries with the longest border line between the two states and the Central Asian countries have only borders with Kazakhstan. The refusal of Kazakhstan from nuclear weapons, the lease of "Baikonur" Cosmodrome by Russia, and the presence of the Russian community in Kazakhstan make the political, economic and cultural relations between the two countries warmer. The "Treaty of Friendship and Cooperation" signed between Russia and Kazakhstan on May 25, 1992 included the issues, such as establishment of the general security policy, the creation of single economic zone, design of tax and customs policies, free movement of goods, capital and people. On the one hand, the relations between Kazakhstan and Russia are established within the framework of the Commonwealth of Independent States and on the other hand through bilateral negotiations (Hekimoğlu, 2007, pp. 142-144).

2. AIMS

The aim of the study is to analyze current energy resources management strategy of Republic of Kazakhstan and to highlight its perspectives in energy resources market.

3. METHODS

The main research method is the collection and analysis of statistical information, the analysis and synthesis.

To study the features and the current situation in the development of energy policy, it is necessary, first of all, to collect information – statistical data. Under statistical data is understood the totality of quantitative characteristics of socio-economic phenomena and processes obtained as a result of statistical observation, their processing or corresponding calculations.

The task of collecting and summarizing statistical data predetermines its program and forms of organization. Analysis and synthesis of statistical data is the final stage of statistical research, the ultimate goal of which is to obtain theoretical conclusions and practical conclusions about the trends and patterns of the studied direction of public policy.

Analysis is a method of scientific research of an object by considering its individual sides and its constituent parts. Economic-statistical analysis is the development of a technique based on the widespread use of traditional statistical and mathematical-statistical methods in order to control the adequate reflection of the studied phenomena and processes.

The tasks of statistical analysis are: determination and assessment of the specifics and characteristics of the energy policy of Kazakhstan, the study of the structure, relationships and patterns of development of the energy market.

Statistical analysis of the data is carried out inextricably linked with a theoretical, qualitative analysis of the nature and characteristics of state policy in the energy market, the study of structure, relationships and dynamics.

4. CURRENT SITUATION REVIEW

The energy sources of Central Asia and the safety of these sources are of great importance to the European Union, which has more than 70% external dependence related to energy resources, and dependence increases on a daily basis. Recent events occurred in this area are reflected in the EU strategy. The insolvency of energy supplies to EU

countries and EU's other political problems with Russia during 2006 and 2009 years and after energy crisis with Ukraine and Belarus made the EU to undertake additional measures in the diversification of energy supplies in terms of the «energy country». Therefore, in terms of their positions and energy resources, Central Asian countries have great importance, as countries that can create alternative sources for oil and natural gas provided by Russia to EU countries (Gökhan, 2010, pp. 32). Except the Partnership and Cooperation Agreement (PCA), there are the “Contract on Steel products” signed between the EU and Kazakhstan in 1995 and the treaties, such as Treaty on Nuclear Safety and Peaceful Use of Nuclear Energy. More than 40% of Kazakhstan's foreign investment comes from EU. More than 80% of EU foreign investments are made in the oil and gas sectors. The largest share of these investments comes from England, Italy and the Netherlands (Erdoğan, 2011, pp. 57).

China's economic transformation that started in 1978 with the power of Deng Xiaoping and the multilateral opening to the world in 2001 as a member of the World Trade Organization have increased energy demand. Therefore, energy security has become one of China's most important foreign policy parameters. This situation has led China to build a close dialogue with the countries that are energy suppliers. Kazakhstan stands at the head of these countries either in terms of its neighbors, or in terms of cooperation on various platforms, including the Shanghai Cooperation Organization.

The energy resources of the Caspian Sea are one of the main interests of China in Central Asia. The economic relationships expanding day by day with Kazakhstan and other countries of this region are one of the main components of China's foreign policy. In this regard, Chinese leaders have formulated a number of tasks related to this factor. Firstly, China intends to conduct balanced mutually beneficial trade through generally accepted trading mechanisms. Secondly, the Chinese side intends to transfer barter trade to a regular trading framework with improved reporting mechanism. Thirdly, China intends to take part in the construction of a new Silk Road by creating a broad transport network in the entire Eurasia.

This interest to China's growing economy will proportionally increase. The developing Chinese economy needs energy resources very much. In case of more than 160 M tons of oil are extracted each year, 200 M tons of oil are used. In this regard, Caspian Sea oil and gas plays as a potential source, as Chinese scientists believe that resources from this region are shorter transit and safer than other alternative options. Among the Caspian littoral states, China's main focus is on Kazakhstan, due to its geopolitical position. In 1998, Kazakhstan and China signed an agreement on field processing in the Western Kazakhstan. In respectively China is interested in construction of pipeline from Kazakhstan.

The economic and social development of mankind depends on reliable, stable and adequate energy supply. It is observed that in the dynamically developing regions where most of the world's population is concentrated, energy demand is increasing day by day. In this context, the safe delivery of oil and gas via various export routes is a global major challenge, in line with global energy demand. Different sources of energy resources and their transmission routes are directly connected with the geopolitical and geo-economic interests of European countries, as the European Union is the main importer. Up to date, 60% of the oil used by the European Union is imported from abroad, of which 29% is imported from post-Soviet countries, especially Russia, Azerbaijan and Kazakhstan (Petrov, 2005, pp. 100).

Over the past decade, the issue of energy safety has become more prominent in the foreign policy of many countries. Both energy producers and consumers strive to provide energy safety. Thus, energy producers strive to deliver their energy resources to the world markets through alternative ways, in its turn, energy-consuming countries strive to transmit them to their markets in alternative ways. As is seen, diversification of transport of energy resources has become a major issue in the modern world.

The development dynamics and nature of military-political events took place in the Central Asia, as well as the neighboring regions of South Asia and the Middle East have increased the importance and demand for a sustainable regional safety system in the current situation. US military operations undertaken against Afghanistan and Iraq had also impacts on the events took place in other regions of the Eurasian continent.

However, it should be noted that the Western developed countries in Central Asia, which are rich in energy resources in the world, are not alone as countries with economic interests. Geographically situated in the heart of Eurasia, brings the issue related to delivery of oil and gas output in this region to the forefront and aggravates the relationships between the regional states and the enormous states having interest in the region. Thus, the countries through which the pipes cross will cause the transit states to manipulate in the region (Legvold, 2003, pp. 18).

Kazakhstan has no direct access to the open sea, having a favorable geographical position connecting Asia. The Government of Kazakhstan has chosen the construction of high-capacity railways and highways, oil and gas pipelines that can connect the country with world trade centers and seaports as one of the priority areas of its investment policy.

In the first years of independence following the collapse of the Soviet Union in 1991, Kazakhstan, like other republics, had a difficult time. Reforms between 1995 and 1997 included economic policy. In 1997, President Mr. Nursultan Nazarbayev outlined the «Kazakhstan 2030» plan, stating that it was possible to provide economic growth targets and a free market economy with solid foundations (Imankulov, 2005, pp. 10).

According to their interest in developing energy cooperation, the countries of the region can be divided into two groups:

- 1) countries that export energy resources to the world - Azerbaijan, Kazakhstan and Turkmenistan;
- 2) countries that carry out transit of energy resources - Azerbaijan, Georgia.

The Foreign Policy Concept of the Republic of Kazakhstan has been developed in the Strategy Kazakhstan-2050 (The ministry of foreign affairs republic of Kazakhstan, n.d.). According to this Strategy the main tasks and priorities of the Kazakhstan foreign policy are the following:

- 1) to support politically stable, economically sustainable and safe development of Central Asia;
- 2) to strengthen the Customs Union and the Common Economic Space in order to build the Eurasian Economic Union on its basis;
- 3) to continue the work leading to completion of the international legal formalization of the state borders, as well as establishment of stable and amiable relations between the littoral states and defining of the legal status of the Caspian Sea;
- 4) to ensure constructive contribution and participation to regional and global security, protection of national interests in the process of development, establishment of optimal and mutually acceptable ways of cooperation between regional and international organizations, promotion of Kazakhstan's foreign policy initiatives (The ministry of foreign affairs republic of Kazakhstan, n.d.).

4.1. Kazakhstan's oil entry to the world market

Kazakhstan has been producing oil for more than 100 years. For this reason, hydrocarbon resources play an important role for the development of Kazakhstan's economy and budget revenues. About 80% of the country's annual exports include hydrocarbon resources. At the same time, Kazakhstan's being the second largest oil producer in the former Soviet republics after Russia shows the place of energy in the country's budget and the place of the country in the world economy (İsmayılov & ve Budak, 2015, pp. 1). With only known 30 bln barrels (about 3.9 bln tons) of oil reserves, Kazakhstan owns about 1.8% of the world's oil reserves (BP p.l.c., 2014).

According to the US Energy Information Administration; Kazakhstan takes the 9th place in the world for its 5.3 bln tons of oil reserves. Kazakhstan oil is mostly extracted from the western part of the country (The U.S. Energy Information Administration's, 2019). More than 90% of oil reserves are concentrated in the 15 largest oil fields - Tengiz, Kashagan, Karachaganak, Uzen, Zhetybai, Zhanazhol, Kalamkas, Kenkiyak, Karazhanbas, Kumkol, North Buzachi, Alibekmola, Central and Eastern Prorva, Kenbai, Korolevskoye. Oil fields can be found in six of the fourteen provinces of Kazakhstan. They are the Aktobe, Atyrau, West Kazakhstan, Karaganda, Kyzylorda and Mangystau provinces. About 70% of the hydrocarbon reserves are concentrated in western Kazakhstan.

Kazakhstan, which is also rich in natural gas reserves, is ranked in the 12th place in the world in this field. There are 5 important economic zones in Kazakhstan. In the north, iron, coal extraction, machinery and oil products focus attention. In the east of the country, iron, metals are extracted and forest products, and machinery are produced. Western Kazakhstan is one of the largest oil fields not only in Kazakhstan, but also among the countries of the Commonwealth of Independent States.

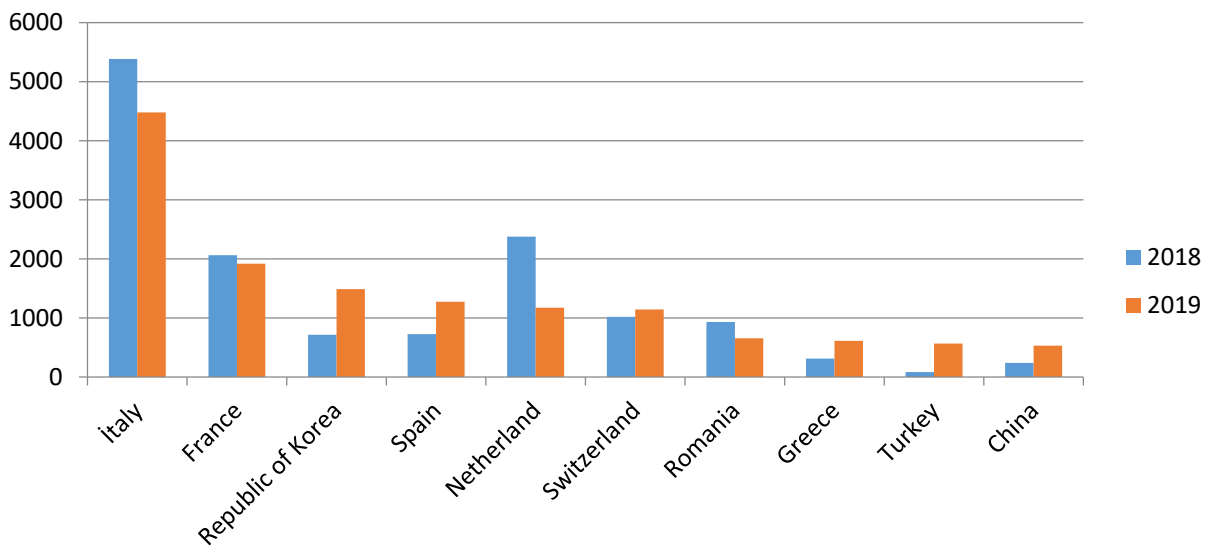
In 2018, 90.4 M tons of oil and gas were extracted in Kazakhstan, which is a record indication for the country (4.8% more than in 2017). Although about 90 companies are involved in oil extraction in the country, more than half of all oil extraction is attributed to “Tengizchevroil”, “NKOK” and “Karachaganak Petroleum Operating B. V.” (KING, 2019).

According to the State Revenue Committee of the Ministry of Economy of the Republic of Kazakhstan, Kazakhstan’s oil was delivered to 30 countries in 2018. As can be seen from the chart below, Italy is the leader in this field. The Netherlands, France and other countries are behind it (KING, 2019).

80% of oil produced in Kazakhstan is exported via pipelines. The rest of the produced oil is stored for domestic use. Kazakhstan had only one pipeline in the mid-1998. One branch line across the whole country transports crude oil from Western Siberia to Central Kazakhstan’s and Chimkent’s refinery, while the other branch line delivers oil from Atyrau located on the Caspian coast to the Orsk on the Russian border and from there to the Ural and Samaria. In May 1998, former President of the Republic of Kazakhstan, Mr. Nursultan Nazarbayev stated that the Atyrau-Orsk-Samara route would be the main route for the country’s oil export. During the first 5 months of 1997, 150.000 barrels of oil were flown from the pipeline per day (Aliev, 2003, pp. 195-196).

Currently, there are three main pipelines for export of Kazakh oil to world markets. CPC (Caspian Pipeline Consortium) pipeline (1.510 km), the UAS (UzenAtyrauSamara) pipeline (1.500 km) and the Atasu Alashankou (Kazakhstan-China) pipeline (2.228 km) (İsmayılov & ve Budak, 2015, pp. 5).

- 1) The Caspian Pipeline Consortium (CPC) connects the Tengiz oil field that owns large-scale reserves and located on Atyrau province, with the port of Novorossiysk in Russia. More than 70% of the exported Kazakh oil are transported via this main pipeline. The amount of oil exported via CPC was 61.1 M tones for 2018. This indicator is 10, 8% (5.95 M tones) less comparing to the previous year (55.10 M tones). In 2018, oil was transported to this pipeline by Western Kazakhstan-Tengiz, Karachanak, Kashagan - 28.7 M tones, 10.3 M tones and 13.2 M tons of oil appropriately.



Source: Compiled according to (Forbes.kz, 2019).

Figure 1. Top 10 oil exporting countries, M tones

- 2) Uzen-Atyrau-Samara is a unique thermal oil pipeline stretching from Uzen to Atyrau Oil Refinery and then joining the “Transneft” oil pipeline in the direction of Samara, Russia. The Oil Pipeline is heated with special furnaces as the oil extracted from the Jetibay-Uzen oil source, is quickly thickened. The length of the Uzen - Atyrau - Samara pipeline is 1.500 km. Of them, 1.200 km passes through the territory of Kazakhstan. The pipeline passes through Mangystau, Atyrau and Western Kazakhstan and Samara province of Russia in 2018. The volume of oil that flows through this pipeline included 14.8 M tons of oil.
- 3) The “Atasu-Alashankou” and “Kazakh-Chinese pipeline” are envisaged to supply oil extracted from Western Kazakhstan, Aktyubinsk and Kumkols oil fields and deliver oil imported from Russia to China. The pipeline starts from the “Atasu” reception point located on Karaganda province and extends to “Alashankou” point located on the People’s Republic of China. In 2018, 11.4 M tons of oil were exported, including Russian oil which was transited through the “Atasu-Alashankou” pipeline.

Finally, one of the pipelines passing through the territory of Kazakhstan is the line that transport Kazakh gas to the Russian Federation. As is seen from the name of Karachanak-Orenburg line, it is located between these geographical locations.

In addition to the aforementioned pipelines, oil is also exported from Aktau port. Based on the information for 2018, about 2.0 M tones of Kazakh oil was delivered to the world markets by sea. At the same time, some parts of Kazakhstan’s oil are also exported by railways (KING, 2019, pp. 21).

One of the main projects for the export of Kazakh oil abroad is the TRACECA program. In 1993, at the suggestion of the European Union, the program planned to be a multimodal corridor between the EU - Central Asia and China was initially included eight countries (Azerbaijan, Armenia, Georgia, Kyrgyzstan, Kazakhstan, Tajikistan, Turkmenistan, and Uzbekistan). Later, Ukraine, Mongolia, Moldova, Turkey, Romania and Bulgaria also joined the project. The main goal of the project was to create a new route to transport alternative oil and oil products to the transportation lines across Kazakhstan outside the regions of Russia (TRACECA, n.d., Karataeva, 2016, The International Trade Administration, n.d.).

The restoration of the “Great Silk Road” provides to use effectively the natural, economic and spiritual potential opportunities that exist in the Eastern-Caucasus and the Western countries and thus, to bring industry, agriculture, construction, culture-household, literature and art to a new stage of development, and to strengthen exchanges in the same fields with different states. During the period of modern scientific-technical development, the economic, political and social significance of the “Great Silk Road”, located in the Central Europe and Asia, and united over 34 states is undeniable.

Simultaneously, the “Great Silk Road” will play an important role in the development of beneficial and effective co-operation between European, Asian and the Caucasian peoples and states, become resolving power in maintaining peace and tranquility, and peaceful order in these regions, and will have international importance with its great historical services within the TACIS-TRACECA program.

CONCLUSION

The Cold War ending after the collapse of the Soviet Union in 1991, international conflicts have turned into economical rather ideological. Thus, the main issue in this competition has become to be energy. Having the most powerful resources after the Middle East, Central Asian countries have replaced into a crucial position in the eyes of the great powers. Either the transportation and the production of energy resources have become an issue of importance by means of regional and global competition. It is clear from study that regional countries shortly after gaining their independence have faced the close environment policy of Russia; the settlement of the USA into the region with a governing role in a unipolar world by the scope of a struggle against Islamic terror and the intervention scope of China into energy rich countries of Central Asia as a result of its demand for energy resources. As it is states in the study, China, constrained by the great powers like Russia and neighboring countries in Central Asia struggling against economical and political instability and terrorism such as Iran, Afghanistan and

Pakistan have forcing conditions for Kazakhstan both politically and economically. Because of these resources, the existence of pipeline projects aiming at fulfilling the huge energy demand of China is vitally important. For Kazakhstan which is dependent on Russia both in international trade and outward transport.

As it is stated in the study, Kazakhstan's having no geographical access to the open seas, the policy pursued by Russian Empire and the USSR on the lands of Kazakhstan, and the existence of the «Baikonur» Cosmodrome and nuclear weapons in the years when it was inside the Soviet Union, have made Kazakhstan pursue foreign policy more carefully and delicately with Russia that is the nearest neighbor. The government of Kazakhstan striving to balance domestic and foreign policies in the early years of its independence, after a while has formulated its foreign policy more freely through domestic reforms. Kazakhstan pursuing a diversified policy, has striven to maintain its relationships with Russia, the European Union countries and China and other states in the region, and has prioritized economic relations.

Since declared its independence, Kazakhstan has become a strong and stable state with its domestic and foreign policy strategies, especially its energy policy in a short period of time. In parallel with economic developments, Kazakhstan has gradually weakened Russia's pressure. Besides, it has also striven to integrate rapidly with the world economy by extracting hydrocarbons, diversifying pipelines in the region through various export routes, and increasing electricity production. Explaining his plans for «Kazakhstan 2030» in 1997 and «Strategy 2050» in 2014, the president Mr. Nursultan Nazarbayev stated that it would be possible to provide a free market economy with a solid foundation for economic development of his targets.

In this study, we see that Kazakhstan, which in the early years, bringing its oil reserves to the world markets by the only oil pipeline in the country is now trying to sell its natural resources freely thanks to energy projects signed with states in the world. Kazakhstan, opening to the world by CPC (Caspian Pipeline Consortium), UAS (UzenAtyrauSamara) and AtasuAlashankou (Kazakhstan-China), intends to expand its sales market via the TRACECA pipeline.

In this study, factors affecting foreign policy, especially the importance of energy policy, were emphasized in the case of Kazakhstan's energy management, which has taken an important place in the eyes of the great powers after the Middle East and the Caucasus.

A prospective study will examine the mutual influence of factors that strengthen the position of Kazakhstan in the global energy market. Of particular interest is the study of the introduction of the principles of free trade not only in the energy sector, but also in other areas of foreign economic activity. This will allow forecasting the strengthening of the economic position of Kazakhstan in the global economy.

REFERENCES

1. Aliev, I. (2003). *Kaspiyskaya neft Azerbaydzhana [Caspian oil of Azerbaijan]* (316 p.). Moscow: Izvestiya. (In Russian)
2. Ayagan, B., Abzhanov, H., Seliverstov, S., & Bekenova, M. (2010). *Sovremennaya istoriya Kazakhstana [The modern history of Kazakhstan]* (432 p.). Almaty: Raritet. (In Russian)
3. BP p.l.c. (2014). *BP Statistical Review of World Energy*. Retrieved from <http://large.stanford.edu/courses/2014/ph240/milic1/docs/bpre-view.pdf>
4. Energy Information Administration (n.d.). *Country analysis executive summary: Kazakhstan*. Retrieved from https://www.eia.gov/beta/international/analysis_includes/countries_long/Kazakhstan/pdf/kazakhstan_exe.pdf
5. Erdoğan, M. (Ed.) (2011). *Avrupa Birliği'nin Orta Asya Politikaları* (74 p.). Ankara: Hoca Ahmet Yesevi Uluslararası Türk-Kazak Üniversitesi. Retrieved from http://www.ayu.edu.tr/static/kitaplar/ab_ortaasya_rapor.pdf
6. Forbes.kz (2019). *Dобыча нефти в Казахстане сократилась, как и экспорт [Oil production in Kazakhstan declined, as did exports]*. Retrieved from https://forbes.kz/news/2019/06/10/newsid_201160
7. Gökhan, Ö. (2010). *Türkiye'nin Orta Asya ve Kafkasyadaki Bölgesel Politikasında Enerji Güvenliği [Regional Energy Security Policy in Central Asia and the Caucasus to Turkey]*. *Akademik Bakış*, 4(7), 17-40. Retrieved from <http://www.gaziakademikbakis.com/makale/gab-T-2018-239>
8. Hekimoğlu, A. (2007). *ABD, AB, ÇİN, Hindistan, Orta Asya & Rusya'nın Dış Politikası* (311 p.). Vadi Yayınları.
9. Imankulov, A. (2005). *Mezhdunarodnoye znachenie razvitiya neftegazovoy otrasli Respubliki Kazakhstan v 90-kh godakh XX veka [The international significance of the development of the oil and gas industry of the Republic of Kazakhstan in the 90s of the XX century]* (Candidate's thesis) (155 p.). Moscow. (In Russian)
10. İsmaylov, E., & ve Budak, T. (2015). *Müstəllikdən sonra Qazaxıstanın Enerji Siyasəti* (No. 1189). Bilgesam Analiz/ Enerji.

11. Kan, G. (2011). *Istoriya Kazakhstana [History of Kazakhstan]* (312 p.). Almaty: Almatykitap baspasy. (In Russian)
12. Karataeva, K. (2016). Podkhody osnovnykh uchastnikov k razvitiyu yevraziyskoy sistemy transportnykh koridorov [The approaches of the main participants to the development of the Eurasian system of transport corridors]. *National Strategy Issues*, 4(37), 218-237. (In Russian). Retrieved from <https://riss.ru/images/pdf/journal/2016/4/10.pdf>
13. KazMunayGas (n.d.). *Oil and Gas Sector*. Retrieved from http://www.kmgep.kz/eng/about_kazakhstan/oil_and_gas_sector
14. KING (2019). *Otchet po analizu otrasli «Kontrakt KZSJ-1.1/CS-20-CQS Razrabotka professional'nykh standartov i otraslevykh ramok kvalifikatsiy po napravleniyu «Razvedka i dobycha nefti i gaza» i «Transportirovka i khraneniye nefti i gaza»»* [Industry analysis report «Contract KZSJ-1.1 / CS-20-CQS Development of professional standards and industry qualifications frameworks in the areas of «Exploration and production of oil and gas» and «Transportation and storage of oil and gas»»] (52 p.). (In Russian). Retrieved from <https://bitly.su/sECHHbw>
15. Legvold, R. (2003). Interesy velikikh derzhav v Tsentralnoy Azii [The interests of the great powers in Central Asia]. In Legvold, R. (Eds.). *Strategicheskkiye perspektivy: vedushchiye derzhavy, Kazakhstan i tsentral'noaziatskiy uzel [Strategic Perspectives: Leading Powers, Kazakhstan and the Central Asian Node]* (pp. 1-46). Cambridge: MTI-Press. (In Russian). Retrieved from https://carnegieendowment.org/files/8462Thinking_Strategically_Legvold.pdf
16. Naumkin, V. (2003). Rossiyskaya politika v otnoshenii Kazakhstana [Russian policy towards Kazakhstan]. In Legvold, R. (Eds.). *Strategicheskkiye perspektivy: vedushchie derzhavy, Kazakhstan i tsentral'noaziatskiy uzel [Strategic prospects: leading powers, Kazakhstan and the Central Asian hub]* (pp. 47-80). Cambridge: MTI-Press. (In Russian)
17. Petrov, S. (2005). *Kaspiyskaya neft kak faktor mirovoy i regionalnoy politiki: Konets XX - nachalo XXI vv. [Caspian oil as a factor in world and regional politics: The end of XX - beginning of XXI centuries]* (Candidate's thesis). (In Russian). Retrieved from <http://cheloveknauka.com/kaspiyskaya-neft-kak-faktor-mirovoy-i-regionalnoy-politiki>
18. Solzhenitsyn, A. (1990). *Kak nam obustroit Rossiyu [How do we equip Russia]*. (In Russian). Retrieved from http://www.lib.ru/PROZA/SOLZHENICYN/s_kak_1990.txt
19. The Association of Gas Producers of Ukraine (2018). *BP Statistical Review of World Energy*. Pureprint Group Limited. Retrieved from <http://agpu.org.ua/upload/files/10153122706935.pdf>
20. The International Trade Administration (n.d.). *Kazakhstan - Oil and Gas*. Retrieved from <https://www.trade.gov/knowledge-product/kazakhstan-oil-and-gas>
21. The ministry of foreign affairs republic of Kazakhstan (n. d.). *Foreign Policy Concept for 2014–2020 Republic of Kazakhstan*. Retrieved from <http://www.mfa.kz/en/content-view/kontseptsiya-vneshnoy-politiki-rk-na-2014-2020-gg>
22. The U.S. Energy Information Administration's (2019). *Country Analysis Executive Summary: Kazakhstan*. Retrieved from https://www.eia.gov/international/content/analysis/countries_long/Kazakhstan/pdf/kazakhstan_exe.pdf
23. TRACECA (n.d.). *Istoriya TRASEKA [History of TRASEKA]*. Retrieved from <http://www.traceca-org.org/ru/traseka/istorija-traseka/>
24. World Summit Awards (2016). *Kazakhstan-Land of the Great Steppe*. Retrieved from <http://mfa.gov.kz/tr/minsk/content-view/informatsiya-o-kazakhstane>