

Маріупольський державний університет

Кафедра математичних методів та системного аналізу

Т.В. Шабельник

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ**

Методичні вказівки
для проведення практичних занять та організації самостійної роботи
студентів спеціальності
124 Системний аналіз

МДУ
Маріуполь - 2019

УДК 330.4 (7)

Ш 12

Розглянуто та затверджено Вченою радою економіко-правового факультету Маріупольського державного університету (протокол № 10 від 16.05. 2019р.)

Шабельник Т. В.

Математичне моделювання соціально-економічних систем : метод. вказівки / Т.В. Шабельник; Маріупольський державний університет, кафедра математичних методів та системного аналізу. – Маріуполь : МДУ, 2019. - 69с. ISBN

Рецензенти: доктор економічних наук, професор,

Омельченко В.Я.

Завідувач кафедри менеджменту Маріупольського державного університету;

доктор економічних наук, доцент,

Мінц О.Ю.

доцент кафедри фінансів та банківської справи

ДВНЗ «Приазовський державний технічний університет»

Методичні вказівки для проведення практичних занять та організації самостійної роботи студентів з дисципліни «Математичне моделювання соціально-економічних систем» призначений для студентів спеціальності 124 Системний аналіз відповідно з базовим курсом підготовки магістрів, містять методичні рекомендації для виконання практичних завдань, а також контрольні завдання для самоконтролю. Методичні вказівки враховують сучасні тенденції кредитно-модульної системи та Болонських ініціатив.

Методичні вказівки будуть корисними для студентів, аспірантів, викладачів та науковців, які мають намір використовувати методи математичного моделювання при дослідженні соціально-економічних систем.

ISBN

© **Шабельник Т.В, 2019**

© **Маріупольський державний університет, 2019**

Зміст

ВСТУП	4
Тема 1. Класифікаційна система математичних методів і моделей дослідження соціально-економічних систем.....	6
1.1.Методичні вказівки.....	6
1.2.Контрольні завдання	6
Тема 2. Моделі планування діяльності соціально-економічних систем.....	8
2.1. Методичні вказівки	8
2.2. Контрольні завдання	17
Тема 3. Моделі та методи структурної організації та управління системи суспільного споживання	25
3.1. Методичні вказівки	25
3.2. Контрольні завдання	28
Тема 4. Моделі та методи управління фінансовими системами	29
4.1.Методичні вказівки.....	29
4.2. Контрольні завдання	37
Тема 5. Методи прогнозування розвитку соціально-економічних систем на основі динамічних рядів	46
5.1. Методичні вказівки	46
5.2.Контрольні завдання	51
Тема 6. Прогнозування розвитку соціально-економічних систем на основі тренд-сезонних моделей	54
6.1.Методичні вказівки.....	54
6.2.Контрольні завдання	59
Тема 7. Прогнозування розвитку соціально-економічних систем на основі виробничих функцій	60
7.1. Методичні вказівки	60
7.2.Контрольні завдання	66
8.Орієнтовний перелік питань для модульної контрольної роботи	67
9. Розподіл балів за виконаними завданнями	68
Список рекомендованої літератури	69
ДОДАТКИ	70

ВСТУП

Економіко-математичні методи та моделі на сучасному етапі розвитку науки є потужним інструментарієм для отримання нових знань в економіці, для прийняття управлінських рішень щодо підвищення ефективності функціонування соціально-економічних систем та прогнозування динаміки їх розвитку.

Зростання ефективності досягається за рахунок скорочення термінів проведення аналізу; більш повного охоплення впливу факторів на результати економічної діяльності; заміни наближених або спрощених розрахунків точними обчисленнями; постановки та вирішення нових багатомірних завдань економічного аналізу, практично не здійснених традиційними методами.

Метою навчальної дисципліни є формування системи знань і практичних навичок в області структурної організації та функціонування соціально-економічних систем, розробки та реалізації економіко-математичних моделей для їх аналізу, синтезу та оптимізації.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати:

- принципи структурної організації та функціонування соціально-економічних систем;
- класифікаційну систему економіко-математичних методів і моделей дослідження та оптимізації соціально-економічних систем;
- математичні методи та моделі дослідження і оптимізації складних соціально-економічних систем з використанням сучасних інформаційних технологій.

вміти:

- визначати область використання математичних методів і моделей дослідження та оптимізації соціально-економічних систем та оцінювати їх ефективність;
- формулювати економіко-математичні моделі дослідження та оптимізації соціально-економічних систем;

- реалізувати математичні методи і моделі дослідження та оптимізації соціально-економічних систем в професійній діяльності;
- робити вибір програмного забезпечення для вирішення завдань моделювання соціально-економічних систем у професійній діяльності;
- застосовувати сучасні інформаційні технології для вирішення завдань моделювання соціально-економічних систем.

Методи навчання

Викладання дисципліни здійснюється через лекційні та лабораторні заняття, індивідуальні та групові консультації, самостійну роботу студентів з виконання практичних завдань по кожній темі по індивідуальним варіантам, захист лабораторних робіт, тестування. Усі теми дисципліни згруповані у 3 змістових модуля.

Під час викладання дисципліни для занять використовується лабораторна база комп'ютерних класів МДУ, які обладнано мережею комп'ютерів IBM Pentium.

Перелік програмного забезпечення:

Microsoft Excel (надбудова «Пошук рішення», «Пакет аналізу»), STATISTICA.

Методи контролю

Поточний контроль знань студентів здійснюється за допомогою тестів, опитувань по темам, захисту звітів про виконання лабораторних робіт. Модульний контроль здійснюється із застосуванням тестів. Підсумковий контроль здійснюється у формі екзамену.

Завданням поточного контролю знань студентів є перевірка розуміння та запам'ятовування певного теоретичного матеріалу, умінь самостійної роботи зі спеціальною літературою, набуття практичних навичок роботи з ПК і окремими програмними засобами, вміння пояснити і захистити свою роботу.

Тема 1. Класифікаційна система математичних методів і моделей дослідження соціально-економічних систем.

1.1.Методичні вказівки

Питання

- 1.1. Соціально-економічна система як об'єкт моделювання.
- 1.2. Класифікаційні ознаки математичних методів і моделей дослідження соціально-економічних систем.
- 1.3. Класифікація економіко-математичних моделей.
- 1.4. Загальна характеристика математичних методів моделювання соціально-економічних систем.

У результаті вивчення теми необхідно знати визначення наступних категорій: соціально-економічна система, первинний елемент соціально-економічної системи, структура соціально-економічної системи, емерджентність соціально-економічної системи, економіко-математична модель, верифікація моделі, оцінка адекватності моделі, проблемний аналіз моделі, оптимізаційні методи, методи теорії ігор, методи управління запасами, методи мережевого планування, методи теорії систем масового обслуговування, методи імітаційного моделювання, методи статистичного моделювання, методи дисперсійного аналізу, методи факторного аналізу, методи кластерного аналізу, балансові методи, експертні методи.

Знати класифікаційні ознаки математичних методів і моделей соціально-економічних систем, складові частини економіко-математичних моделей, класифікаційні ознаки економіко-математичних моделей, основні етапи моделювання соціально-економічних систем, принципи спрощення та розширення моделей, загальну характеристику математичних методів моделювання соціально-економічних систем.

Вміти наводити приклади соціально-економічних систем, робити класифікацію економіко-математичних моделей та наводити приклади їх використання, визначати математичні методи дослідження соціально-економічних систем, виділяти переваги та недоліки використання певного класу математичних методів дослідження соціально-економічних систем.

1.2. Контрольні завдання

1. Дайте визначення соціально-економічної системи та її характеристик. Наведіть приклади таких систем.
2. Дайте визначення ендогенних та екзогенних факторів соціально-економічної системи.
3. Визначить переваги системного підходу до аналізу соціально-

економічних систем.

4. Назвіть принцип дослідження системи, який передбачає, що ціла система має властивості непритаманні жодній з її частин окремо. Наведіть приклади.

5. Дайте визначення макрофункції соціально-економічної системи.

6. Які проблеми вирішує структурно-функціональний підхід до аналізу соціально-економічних системи?

7. Що є траєкторією поведіння соціально-економічної системи?

8. За якою послідовністю згідно системного аналізу необхідно вирішувати складні проблеми з управління соціально-економічними системами?

9. Дайте визначення економіко-математичної моделі. Навести приклади.

10. Назвіть концепції побудови динамічних моделей?

11. Які складові частини включає економіко-математична модель?

12. Які ознаки покладено в систему класифікації економіко-математичних моделей?

13. Перелічіть моделі за ознакою використання математичного апарату. Наведіть приклади.

14. Наведіть приклади систем масового обслуговування. Поясніть, що розуміють під каналом обслуговування, потоком замовлень, пропускною здатністю.

15. Дайте визначення балансовим моделям. Наведіть приклади їх використання.

16. Дайте визначення імітаційним моделям. Наведіть приклади їх використання.

17. Дайте визначення моделям математичного програмування. Наведіть приклади їх використання.

18. Навести приклади задач багатокритеріальної оптимізації.

19. Дайте визначення моделям заснованим на теорії графів. Наведіть приклади їх використання.

20. Дайте визначення моделям управління запасами. Наведіть приклади їх використання. Чи є актуальним на сьогодні їх використання.

Тема 2. Моделі планування діяльності соціально-економічних систем

2.1. Методичні вказівки

Моделі планування службових призначень

Математична постановка задачі планування службових призначень

Мається n робіт та m кандидатів на їх виконання. Призначенню i -го кандидата на j -у роботу відповідає визначена ефективність (прибуток, виторг, виробничість, тощо.) або витрати ресурсу (час, витрати на навчання, тощо).

Необхідно знайти такі призначення кандидатів на всі види робіт, які забезпечать найбільшу ефективність або найменші витрати ресурсу.

При розгляді задачі планування службових призначень у стандартній формі робиться припущення, що кількість робітників дорівнює кількості робіт.

Введемо наступні позначення:

c_{ij} - показник ефективності призначення i -го робітника на j -у роботу, наприклад, витрати на виконання i -м робітником j -ї роботи;

x_{ij} - змінна моделі ($x_{ij} = 1$, якщо i -й робітник використовується на j -й роботі, та $x_{ij} = 0$ в іншому випадку).

Модель задачі планування службових призначень:

$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$ - цільова функція (мінімум витрат на виконання усіх робіт).

$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1$ - система обмежень, яка виражає умову, що кожна робота мусить

бути виконана одним робітником.

$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1$ - система обмежень, яка виражає умову, що кожний робітник

може виконувати лише одну роботу.

$x_{ij} \geq 0$ - умова невід'ємності змінних.

При рішенні задачі планування службових призначень вхідною інформацією є таблиця, елементами якої є показники ефективності призначень $c = \{c_{ij}\}$. Для задачі планування службових призначень, що сформульована у стандартній формі, кількість рядків цієї таблиці співпадає з кількістю стовбців:

Робота	1	2	...	j	...	m
Робітник						
1	C_{11}	C_{12}	...	C_{1j}	...	C_{1m}
2	C_{21}	C_{22}	...	C_{2j}	...	C_{2m}
...
i	C_{i1}	C_{i2}	...	C_{ij}	...	C_{im}
...
m	C_{m1}	C_{m2}	...	C_{mj}	...	C_{mm}

Оптимальний план задачі планування службових призначень можна представити у вигляді квадратної матриці, в кожному рядку і стовбцю якої знаходиться одна одиниця. Таку матрицю називають матрицею перестановок. Значення цільової функції, що відповідає оптимальному плану, називають ефективністю призначень.

Економічна постановка задачі планування службових призначень (закріплення продавців за відділами)

Менеджеру з управління персоналом торговельного центру необхідно закріпити шість продавців за шістьма відділами. Кожний відділ характеризується кількістю покупців, прибутком та необхідною кваліфікацією продавця. Продавці характеризуються досвідом роботи, кваліфікацією, рівнем відповідальності та оцінюються рівнем обслуговування.

Рівень обслуговування оцінюється у балах експертним шляхом за десятибальною шкалою (табл. 2.1).

Таблиця 2.1 - Рівень обслуговування продавців за відділами

Продавці	Рівень обслуговування продавців за відділами					
	Дитячий одяг	Жіночий одяг	Чоловічий одяг	Галантерея	Взуття	Косметика
№1	6	8	8	10	10	5
№2	7	9	6	9	9	4
№3	3	5	7	8	9	9
№4	6	6	9	7	9	5
№5	5	9	9	4	7	8
№6	9	10	8	8	8	7

Менеджер з персоналу мусить прийняти рішення щодо закріплення продавців за відділами таким чином, щоб загальний рівень обслуговування у торговельному центрі був би максимальним.

Визначимо 36 двоїчних змінних x_{ij} (i та j змінюються від 1 до 6), які дорівнюють 1, якщо продавець i закріплений за відділом j та 0, якщо продавець i не закріплен за відділом j . Позначимо c_{ij} - рівень обслуговування продавців за відділами, то цільову функцію представимо наступним чином:

$$\begin{aligned}
 F = & 6x_{11} + 8x_{12} + 8x_{13} + 10x_{14} + 10x_{15} + 5x_{16} + \\
 & + 7x_{21} + 9x_{22} + 6x_{23} + 9x_{24} + 9x_{25} + 4x_{26} + \\
 & + 3x_{31} + 5x_{32} + 7x_{33} + 8x_{34} + 9x_{35} + 9x_{36} + \\
 & + 6x_{41} + 6x_{42} + 9x_{43} + 7x_{44} + 9x_{45} + 5x_{46} + \\
 & + 5x_{51} + 9x_{52} + 9x_{53} + 4x_{54} + 7x_{55} + 8x_{56} + \\
 & + 9x_{61} + 10x_{62} + 8x_{63} + 8x_{64} + 8x_{65} + 7x_{66}
 \end{aligned}$$

Обмеження містять умови двох видів

Перший вид – за кожним відділом може бути закріплений лише один продавець:

$$\begin{aligned}x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} + x_{61} &= 1 \\x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} + x_{62} &= 1 \\x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} + x_{63} &= 1 \\x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} + x_{54} + x_{64} &= 1 \\x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} + x_{55} + x_{65} &= 1 \\x_{16} + x_{26} + x_{36} + x_{46} + x_{56} + x_{66} &= 1\end{aligned}$$

Другий вид – один продавець може бути закріплений лише за одним відділом:

$$\begin{aligned}x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} &= 1 \\x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} &= 1 \\x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} &= 1 \\x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} &= 1 \\x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} &= 1 \\x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} + x_{66} &= 1\end{aligned}$$

Формування шаблону рішення задачі планування службових призначень у MS Excel (закріплення продавців за відділами)

Шаблон вхідних даних рішення задачі у режимі формул наведений на рис.1. В осередках B6:G11 будуть уведені оптимальні значення змінних x_{ij} , після рішення задачі.

В осередках B12:G12 уведені формули для лівої частини обмежень першого типу.

В осередках B19:G24 містяться рівні обслуговування продавців за відділами.

В осередок B26 уведена формула цільової функції. Визов функції виконується наступними командами:

Функція – Математические – СУММПРОИЗВ - Массив 1 (B19:G24) (рівні обслуговування продавців за відділами) - **Массив 2 (B6:G11)** (значення змінних).

	A	B	C	D	E	F	G	H
2		Задача закріплення продавців за торговельними відділами						
4		Рівень обслуговування продавців за відділами						
5	Продавці	Дитячий одяг	Жіночий одяг	Чоловічий одяг	Галантерея	Взуття	Косметика	Обмеження
6	№1							=СУММ(B6:G6)
7	№2							=СУММ(B7:G7)
8	№3							=СУММ(B8:G8)
9	№4							=СУММ(B9:G9)
10	№5							=СУММ(B10:G10)
11	№6							=СУММ(B11:G11)
12	Обмеження	=СУММ(B6:B11)	=СУММ(C6:C11)	=СУММ(D6:D11)	=СУММ(E6:E11)	=СУММ(F6:F11)	=СУММ(G6:G11)	
13								
14								
15								
16								
17		Рівень обслуговування продавців за відділами						
18	Продавці	Дитячий одяг	Жіночий одяг	Чоловічий одяг	Галантерея	Взуття	Косметика	
19	№1	6	8	8	10	10	5	
20	№2	7	9	6	9	9	4	
21	№3	3	5	7	8	9	9	
22	№4	6	6	9	7	9	5	
23	№5	5	9	9	4	7	8	
24	№6	9	10	8	8	8	7	
26	ЦФ	=СУММПРОИЗВ(B6:G11;B19:G24)						

Рисунок 2.1 – Шаблон вхідних даних рішення задачі у режимі формул

Рішення задачі планування службових призначень засобами надбудови «Поиск решения» MS Excel (закріплення продавців за відділами)

Для звертання до надбудови «Поиск решения» використовується команда меню **Данные**. Але може бути, що команда **Поиск решения** у цьому меню відсутня. Тоді необхідно виконати наступну послідовність дій (2007-2016 офіс):

Файл / Параметри / Надстройки / Надстройки Excel / натиснути на кнопку Перейти / відмітити Поиск решения.

Після активації команди **Поиск решения**, необхідно заповнити вікно діалогу за зразком (рис.2.2).

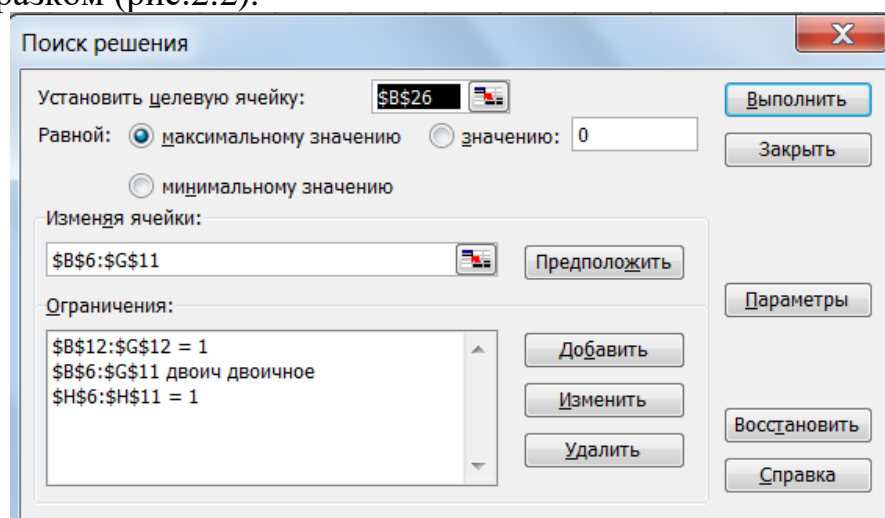


Рисунок 2.2 – Вікно надбудови «Поиск решения» для рішення задачі планування службових призначень

Установить целевую ячейку **\$B\$26** равной максимальному значению. Изменяя ячейки **\$B\$6:\$G\$11**. Для уведення обмежень натиснути по кнопці

Добавить.

1. Обмеження на двоїстість змінних

2. Уведення обмежень першого типу

3. Уведення обмежень другого типу

Після натискання по кнопці **Выполнить** надбудова «Поиск решения» приступає до ітерацій, у результаті розрахунків відкривається діалогове вікно **Результаты поиска решения** (рис.2.3), у якому виводиться повідомлення щодо рішення задачі.

	A	B	C	D	E	F	G	H
2		Задача закріплення продавців за торговельними відділами						
4		Рівень обслуговування продавців за відділами						
5	Продавці	Дитячий одяг	Жіночий одяг	Чоловічий одяг	Галантерея	Взуття	Косметика	Обмеження
6	№1	0	0	0	0	1	0	1
7	№2	0	0	0	1	0	0	1
8	№3	0	0	0	0	0	1	1
9	№4	0	0	1	0	0	0	1
10	№5	0	1	0	0	0	0	1
11	№6	1	0	0	0	0	0	1
12	Обмеження	1	1	1	1	1	1	
13								
14								
15								
16								
17		Рівень обслуговування продавців за відділами						
18	Продавці	Дитячий одяг	Жіночий одяг	Чоловічий одяг	Галантерея	Взуття	Косметика	
19	№1	6	8	8	10	10	5	
20	№2	7	9	6	9	9	4	
21	№3	3	5	7	8	9	9	
22	№4	6	6	9	7	9	5	
23	№5	5	9	9	4	7	8	
24	№6	9	10	8	8	8	7	
25								
26	ЦФ	55						

Рисунок 2.3 – Результати рішення задачі планування службових призначень

Моделі планування транспортних перевезень

Для великих компаній чи вузькоспеціалізованих підприємств, що займаються виробництвом та збутом продукції, важливим завданням є ефективно здійснення перевезень у фіксованій мережі транспортних шляхів. Якщо обсяги поставок достатньо великі, то зменшення сумарних витрат на перевезення принаймні на декілька відсотків призводить до значної економії коштів. У зв'язку з цим постановка та розв'язання транспортної задачі з урахуванням особливостей транспортування є одним із засобів оптимального планування діяльності підприємства.

Економічна постановка задачі планування транспортних перевезень

Є три постачальники й чотири споживачі. Потужність постачальників і попит споживачів, а також витрати на перевезення одиниці вантажу для кожної пари «постачальник - споживач» зведені в таблицю постачань (таблиця 2.3).

Таблиця 2.3 – Таблиця постачань

Постачальники	Потужності постачальників	Споживачі і їхній попит			
		1	2	3	4
		20	110	40	110
1	60	1	2	5	3
2	120	1	6	5	2
3	100	6	3	7	4

У лівому верхньому куті довільної (i,j) клітки є коефіцієнт витрат – витрати на перевезення одиниці вантажу від i -го постачальника до j -го споживача.

Задача формулюється в такий спосіб: знайти обсяги перевезень для кожної пари «постачальник - споживач» так, щоб потужності всіх постачальників були реалізовані, попити всіх споживачів були задоволені, сумарні витрати на перевезення були б мінімальні.

Позначимо через x_{ij} обсяг перевезення від i -го постачальника до j -го споживача. Задані потужності постачальників і попити споживачів накладають обмеження на значення невідомих x_{ij} . Щоб потужність кожного з постачальників була реалізована, необхідно скласти рівняння балансу для кожного рядка таблиці постачань:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 60, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 120, \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 100. \end{cases}$$

Аналогічно, щоб попит кожного зі споживачів був задоволений, подібні рівняння балансу складаються для кожного стовпця таблиці поставок:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} = 20, \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 110, \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 40, \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 110. \end{cases}$$

Очевидно, що обсяг перевезеного вантажу не може бути негативним, тому варто ввести обмеження не заперечності змінних:

$$x_{ij} \geq 0.$$

Сумарні витрати F на перевезення виражаються через коефіцієнти витрат у такий спосіб:

$$F = 1x_{11} + 2x_{12} + 5x_{13} + 3x_{14} + 1x_{21} + 6x_{22} + 5x_{23} + 2x_{24} + 6x_{31} + 3x_{32} + 7x_{33} + 4x_{34}.$$

Математична постановка задачі планування транспортних перевезень

Для математичної постановки транспортної задачі в загальній постановці позначимо через c_{ij} коефіцієнти витрат, через M_i – потужності постачальників, через N_j – потужності споживачів, ($i=1,2,\dots,m$), ($j=1,2,\dots,n$), m –число постачальників, n – число споживачів. Тоді система обмежень прийме вид:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n x_{ij} &= M_i \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} &= N_j. \end{aligned}$$

Система (7) містить у собі рівняння балансу по рядках і по стовпцях.

При цьому сумарна потужність постачальників дорівнює сумарної потужності споживачів, тобто

$$\sum_{i=1}^m M_i = \sum_{j=1}^n N_j.$$

Цільова функція в цьому випадку наступна:

$$F = \sum_{l=1}^n \sum_{i=1}^m c_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \min.$$

Таким чином, на множині позитивних рішень системи обмежень необхідно знайти таке рішення, при якому значення цільової функції буде мінімальним.

Прокоментуємо рішення задачі оптимізації транспортних витрат. Представимо дані для рішення задачі в матричній формі. Формується матриця 3:4. Шаблон подання даних для реалізації задачі представлений на рис. 2.4.

	A	B	C	D	E	F
1				Коефіцієнти витрат		Потужності постачальників
2		1	2	5	3	60
3		1	6	5	2	120
4		6	3	7	4	100
5	Попит споживачей	20	110	40	110	
6		Матриця рішень			обмеження	
7						=СУММ(B7:E7)
8						=СУММ(B8:E8)
9						=СУММ(B9:E9)
10	обмеження	=СУММ(B7:B9)	=СУММ(C7:C9)	=СУММ(D7:D9)	=СУММ(E7:E9)	
11	Цільова функція	=СУММПРОИЗВ(B2:E4;B7:E9)				

Рисунок 2.4 - Шаблон з вхідними даними для рішення задачі оптимізації транспортних витрат

Уводимо в діапазон B2:E4 коефіцієнти витрат на перевезення, у діапазон B5:E5 уводимо потреби у вантажах, у діапазон F2:F4 уводимо потужності постачальників.

В чарунку F5 уводимо формулу (**=СУММ(F2:F4)**) для перевірки типу транспортної задачі. Якщо задача замкнута, то сума потужностей постачальників дорівнює сумі попиту споживачів. Якщо балансу не дотримується, то необхідно додати фіктивного постачальника або споживача, як коефіцієнти витрат у доданому стовпці або рядка вводиться значення - 0.

Для формування шаблону рішення задачі необхідно ввести наступні розрахункові формули.

Уводимо в чарунку B10 формулу:

$$=СУММ(B7:B9),$$

в чарунки C10:E10 копіюємо дану формулу методом протягання (у такий спосіб сформоване обмеження з попиту споживачів).

Уводимо в чарунку F7 формулу:

$$=СУММ(B7:E7),$$

в осередки F8:F9 копіюємо дану формулу методом протягання (у такий спосіб сформоване обмеження по потужностям постачальників).

Уводимо в чарунку B11 формулу для розрахунку значення цільової функції:

$$=СУММПРОИЗВ(B2:E4;B7:E9).$$

Далі звертаємося до надбудови «Поиск решения». Заповнюємо вікно діалогу як показано на рис. 2.5.

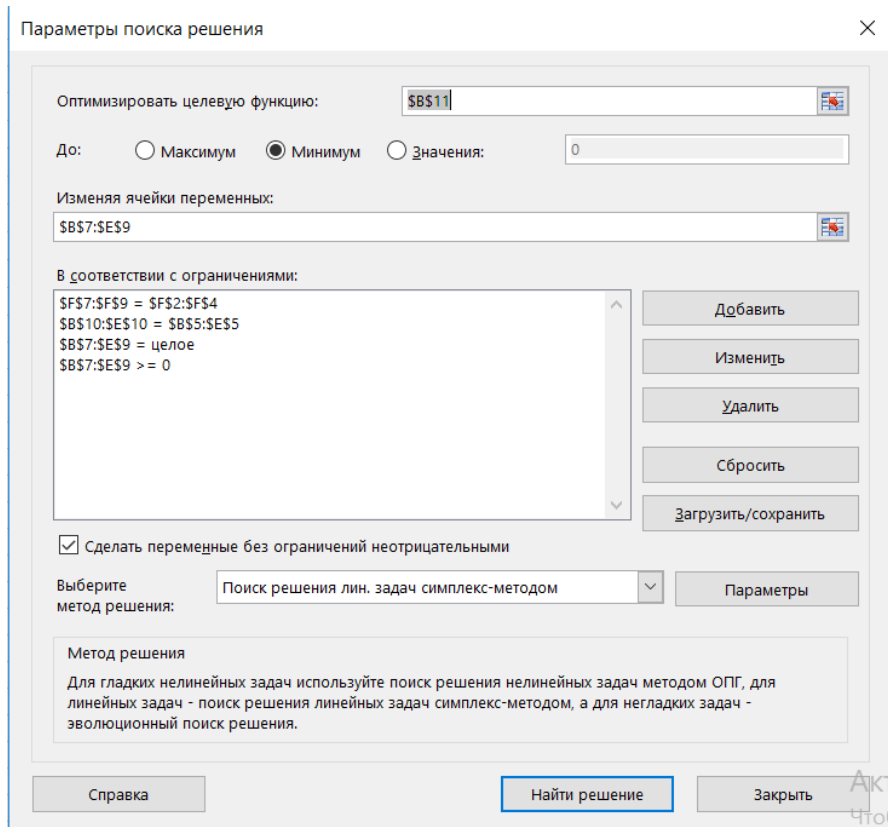


Рисунок 2.5 - Вікно надбудови «Поиск решения» для рішення транспортної задачі

Установлюємо цільову чарунку $B\$11$ рівним мінімальному значенню. Змінюючи чарунки $B\$7:E\9 . Далі приступаємо до уведення обмежень, натискаючи кнопку *Добавить*.

1. Обмеження з попиту:

Посилання на чарунки: $=B\$10:E\10 , *вид обмеження:* $=$, *Обмеження* $B\$5:E\5 . *Добавить*.

2. Обмеження на цілісність змінних:

Посилання на чарунки: $=B\$7:E\9 , *вид обмеження:* $=$ цілий. *Добавить*.

3. Обмеження на не заперечність змінних:

Посилання на чарунки: $=B\$7:E\7 , *вид обмеження:* \geq , *Обмеження* 0 . *Добавить*.

4. Обмеження по потужностях постачальників:

Посилання на чарунки: $=F\$2:F\4 , *вид обмеження:* \geq , *Обмеження* $F\$7:F\9 . *OK*.

Оптимальне рішення отримано після натискання по кнопці *Найти решение*. На рис. 2.6 у діапазоні $B7:E9$ зазначений оптимальний розподіл перевезень вантажів для кожної пари «постачальник - споживач».

	A	B	C	D	E	F	
1			Коефіцієнти витрат				Потужності постачальників
2		1	2	5	3	60	
3		1	6	5	2	120	
4		6	3	7	4	100	
5	Попит споживачей	20	110	40	110		
6		Матриця рішень				обмеження	
7		10	10	40	0	60	
8		10	0	0	110	120	
9		0	100	0	0	100	
10	обмеження	20	110	40	110		
11	Цільова функція	760					

Рисунок 2.6 - Оптимальний розподіл перевезень вантажів

2.2. Контрольні завдання

Варіант 1

Завдання 1

Фірма отримала замовлення на розробку п'яти програмних продуктів. Для виконання цих замовлень вирішено залучити п'ятьох найбільш досвідчених фахівців з програмування. Кожний із них мусить формалізувати одну програму. У наступній таблиці наведені оцінки часу (у днях), який є необхідним програмістам для виконання кожної з цих робіт:

Програма	№1	№2	№3	№4	№5
Програміст					
1	37	52	28	19	40
2	42	49	29	20	42
3	45	67	31	19	41
4	39	68	26	17	39
5	38	62	25	16	43

Виконайте розподіл робіт між програмістами так, щоб загальна кількість днів на виконання замовлень була мінімальною.

Завдання 2

Є чотири постачальники й п'ять споживачів. Потужність постачальників і попит споживачів, а також витрати на перевезення одиниці вантажу для кожної пари «постачальник - споживач» зведені в таблицю поставок. Необхідно знайти обсяги перевезень для кожної пари «постачальник споживач» так, щоб сумарні витрати на перевезення були б мінімальні.

Таблиця

Постачальники	Потужності постачальників	Споживачі і їхній попит				
		1	2	3	4	5
		15	25	8	12	10
1	25	2	4	3	5	1
2	18	3	5	7	6	2
3	12	1	8	4	5	1
4	20	4	3	2	8	1

Варіант 2

Завдання 1

П'ять навчальних груп економіко-правового факультету збираються відвідати під час практики 5 підприємств та НДІ. Кожна навчальна група може відвідати дві установи. Шляхом опитування студентів визначені переваги кожної групи для 5-ти установ (1 - означає «найбільш приваблива», а 10 - «найменш приваблива»). Переваги кожної навчальної групи наведені у таблиці (Т1, Т5 - торговельні підприємства; НДІ1, НДІ2 – науково-дослідні інститути):

Група	СА-маг	СА-3к.	СА-4к.	МЭК-маг	МЭК-4к.
Установа					
Т1	3	10	3	9	5
Т2	9	8	3	6	7
Т3	10	8	6	10	9
НДІ1	9	9	10	9	7
НДІ2	8	9	10	8	6

Визначити, які дві установи мусить відвідати кожна група, щоб максимально врахувати переваги всіх студентів.

Завдання 2

Є п'ять постачальників і п'ять споживачів. Потужність постачальників і попит споживачів, а також витрати на перевезення одиниці вантажу для кожної пари «постачальник - споживач» зведені в таблицю поставок. Необхідно знайти обсяги перевезень для кожної пари «постачальник споживач» так, щоб сумарні витрати на перевезення були б мінімальні.

Таблиця

Постачальники	Потужності постачальників	Споживачі і їхній попит				
		1	2	3	4	5
		80	30	80	110	10
1	40	2	4	3	5	1
2	85	3	5	7	6	2
3	120	1	8	4	5	1
4	15	4	3	2	8	1
5	10	5	1	2	1	8

Варіант 3

Завдання 1

Торговельної компанії необхідно направити шість комівояжерів з каталогами товарів до шести районів збуту. Призначення комівояжера на визначений ринок збуту вимірюється очікуваним значенням збільшення прибутку. Очікуваний розмір прибутку наведено у таблиці.

Комівояжери	Нові райони збуту					
	1	2	3	4	5	6
A	16	11	15	9	8	12
B	4	10	11	14	5	8
C	5	7	16	17	6	8
D	6	4	12	9	2	11
E	7	13	8	20	7	16

Визначити варіанти розподілу комівояжерів за районами так, щоб максимізувати загальний прибуток при умові, що в один район може бути направлено лише одного співробітника.

Завдання 2

Є п'ять постачальників і п'ять споживачів. Потужність постачальників і попит споживачів, а також витрати на перевезення одиниці вантажу для кожної пари «постачальник - споживач» зведені в таблицю поставок. Необхідно знайти обсяги перевезень для кожної пари «постачальник споживач» так, щоб сумарні витрати на перевезення були б мінімальні.

Постачальники	Потужності постачальників	Споживачі і їхній попит				
		1	2	3	4	5
		10	30	80	110	10
1	40	2	4	3	5	1
2	85	3	5	7	6	2
3	120	1	8	4	5	1
4	15	4	3	2	8	1
5	100	5	1	2	1	8

Варіант 4

Завдання 1

Маркетинговому відділу необхідно розробити рекламні проекти 4-х товарів. Терміни виконання рекламних проектів різними керівниками наведено у таблиці.

Керівник проекту	Рекламні проекти (дні)			
	A	B	C	D
1	30	50	40	62
2	36	52	41	59
3	28	49	44	61
4	35	49	39	58

Перед маркетинговим відділом стоїть задача призначення керівників рекламних проектів таким чином, щоб сумарний термін виконання всіх проектів був мінімальним.

Завдання 2

Є чотири постачальники й чотири споживачі. Потужність постачальників і попит споживачів, а також витрати на перевезення одиниці вантажу для кожної пари «постачальник - споживач» зведені в таблицю поставок. Необхідно знайти обсяги перевезень для кожної пари «постачальник - споживач» так, щоб сумарні витрати на перевезення були б мінімальні.

Таблиця

Постачальники	Потужності постачальників	Споживачі і їхній попит			
		1	2	3	4
		30	20	60	70
1	20	1	1	4	5
2	30	5	2	10	3
3	50	3	2	1	4
4	20	6	4	2	6

Варіант 5

Завдання 1

Компанія мусить розробити бізнес-проекти реалізації нових видів товарів. Для кожного бізнес-аналітика відомі суми винагороди за розробку бізнес-плану (дані наведені у таблиці). Кожний бізнес-аналітик у найкоротший термін може розробити один бізнес-план.

Бізнес-аналітик	Варіанти бізнес-планів (суми винагороди (\$))			
	A	B	C	D
1	300	500	650	350
2	350	450	600	300
3	400	420	480	370
4	320	500	600	400

Необхідно визначити роботи таким чином, щоб мінімізувати сумарні витрати компанії на розробку бізнес-планів.

Завдання 2

Чотири склади забезпечують товаром три магазини. В таблиці приведені транспортні витрати на доставку одиниці товару від кожного складу до кожного магазину. Необхідно знайти обсяги перевезень для кожної пари «склад-магазин» так, щоб сумарні витрати на перевезення були б мінімальні.

Таблиця

Склади	Магазини			Пропозиція
	1	2	3	
1	4	3	5	200
2	2	4	1	250
3	3	4	1	430
4	4	2	5	200
Попит	150	180	100	

Варіант 6

Завдання 1

Фірма отримала замовлення на розробку шести програмних продуктів. Для виконання цих замовлень вирішено залучити шість найбільш досвідчених фахівців з програмування. Кожний із них мусить формалізувати одну програму. У наступній таблиці наведені оцінки часу (у днях), який є необхідним програмістам для виконання кожної з цих робіт:

Програма	№1	№2	№3	№4	№5	№6
Програміст						
1	37	52	28	19	31	40
2	42	49	29	20	44	42
3	45	67	31	19	25	41
4	39	58	26	17	18	39
5	38	42	25	16	42	43

Виконайте розподіл робіт між програмістами так, щоб загальна кількість днів на виконання замовлень була мінімальною.

Завдання 2

В таблиці наведено транспортні витрати на доставку одиниці товару споживачам. Необхідно знайти обсяги перевезень для кожної пари «постачальник - споживач» так, щоб сумарні витрати на перевезення були б мінімальні.

Таблиця

Постачальники	Споживачі			Пропозиція
	1	2	3	
Попит	15	20	30	
1	4	3	5	20
2	2	4	1	25
3	3	4	1	40
4	4	2	5	20

Варіант 7

Завдання 1

П'ять навчальних груп економіко-правового факультету збираються відвідати під час практики 5 підприємств та НДІ. Кожна навчальна група може відвідати дві установи. Шляхом опитування студентів визначені переваги кожної групи для 5-ти установ (1 - означає «найбільш приваблива», а 10 - «найменш приваблива»). Переваги кожної навчальної групи наведені у таблиці (НДІ1, НДІ2 – науково-дослідні інститути):

Група	Кібер-1к.	Кібер-2к.	СА-1к.	СА-2к.	Тур-1к.
Організація					
Фінансова установа	5	10	4	9	5
Фармацевтичне підприємство	9	8	3	6	7
Транспортне підприємство	10	8	6	10	9
НДІ1	9	9	10	9	7
НДІ2	8	9	10	10	6

Визначити, які дві установи мусить відвідати кожна група, щоб максимально врахувати переваги всіх студентів.

Завдання 2

Чотири видавництва використовують папір для журналів, що є на трьох оптових базах. Добова потреба кожного видавництва у папері (т), запаси паперу на базах, а також ціни на перевезення однієї тони паперу з і-ї бази j-му видавництву надані у таблиці.

Таблиця

Запаси паперу на базах, т	Потреба у папері, т			
	400	300	100	100
400	2	8	2	1
400	1	4	6	3
100	1	5	9	2

Побудувати модель доставки паперу видавництву, при якій загальні витрати на доставку будуть мінімальними.

Варіант 8

Завдання 1

Торговельної компанії необхідно направити шість комівояжерів з каталогами товарів до шести районів збуту. Призначення комівояжера на визначений ринок збуту вимірюється очікуваним значенням збільшення прибутку. Очікуваний розмір прибутку наведено у таблиці.

Комівояжери	Нові райони збуту					
	1	2	3	4	5	6
A	160	110	152	91	80	120
B	40	100	112	142	55	89
C	50	70	163	173	60	88
D	60	40	124	95	25	110
E	70	133	81	201	72	160

Визначити варіанти розподілу комівояжерів за районами так, щоб максимізувати загальний прибуток при умові, що в один район може бути направлено лише одного співробітника.

Завдання 2

У місті є мережа з 5 АЗС, бензин для яких поставляють 3 нафтопереробні заводи (НПЗ). Відомі питомі витрати на перевезення бензину від кожного НПЗ кожній АЗС (грн./т). Запаси постачальників обмежені. Також відомі потреби кожної АЗС.

Таблиця

Запаси бензину на НПЗ, т	Об'єми попиту на бензин АЗС, т			
	50	30	40	50
	Вартість перевезення 1 т бензину, грн.			
70	8	4	6	9
60	6	5	4	8
40	4	9	7	7

Необхідно визначити такий план перевезення бензину від НПЗ до АЗС, при якому загальні витрати на перевезення будуть мінімальними.

Варіант 9

Завдання 1

Маркетинговому відділу необхідно розробити рекламні проекти 4-х товарів. Терміни виконання рекламних проектів різними керівниками наведено у таблиці.

Керівник проекту	Рекламні проекти (дні)			
	A	B	C	D
1	31	51	40	52
2	36	52	41	59
3	28	49	43	61
4	35	49	39	58

Перед маркетинговим відділом стоїть задача призначення керівників рекламних проектів таким чином, щоб сумарний термін виконання всіх проектів був мінімальним.

Завдання 2

З трьох складів необхідно доставити муку до чотирьох торговельних точок. Вартість перевезення 1 т муки, резерви постачальників, а також потреби торговельних підприємств надані в таблиці.

Таблиця

Резерви постачальників, т	Потреби торговельних підприємств, т			
	50	30	40	50
	Вартість перевезення 1 т вантажу, грн./т			
70	3	4	2	1
60	1	5	4	3
40	4	1	1	2

Скласти такий план перевезення муки від постачальників до споживачів, щоб сумарні витрати на перевезення були мінімальними.

Варіант 10

Завдання 1

Компанія мусить розробити бізнес-проекти реалізації нових видів товарів. Для кожного бізнес-аналітика відомі суми винагороди за розробку бізнес-плану (дані наведені у таблиці). Кожний бізнес-аналітик у найкоротший термін може розробити один бізнес-план.

Бізнес-аналітик	Варіанти бізнес-планов (сумми вознаграждения (\$))			
	A	B	C	D
1	350	500	650	350
2	350	450	600	300
3	430	430	480	370
4	320	500	610	430

Необхідно визначити роботи таким чином, щоб мінімізувати сумарні витрати компанії на розробку бізнес-планів.

Завдання 2

Чотири хлібозаводи споживають в місяць 275, 175, 220 та 290 т муки, яку поставляють їм три елеватори відповідно дорівнюють 380, 340 і 300 т.

Таблиця

Елеватори	Вартість перевезення 1 т муки від елеваторів до хлібозаводів, грн.			
	1	2	3	4
1	2,5	3,6	3,8	2,1
2	0,9	1,5	1,3	0,6
3	0,7	0,4	0,6	1,2

За приведеними даними побудувати модель визначення об'єму поставок від елеваторів до хлібозаводів, щоб сумарні витрати на перевезення були мінімальні.

Тема 3. Моделі та методи структурної організації та управління системи суспільного споживання

3.1. Методичні вказівки

Побудуємо динамічну кореляційну модель споживання умовного товару залежно від ціни, рівня доходу родини та імітаційну модель прогнозу споживання залежно від змін зазначених факторів.

Використовуючи методику побудови функціональних залежностей, описану вище побудуємо модель споживання умовного товару залежно від ціни й рівня доходу родини. Вихідні дані наведені в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 - Статистика споживання умовного товару залежно від ціни й доходу

Кількість споживання	Ціна	Дохід
830	60	5600
720	70	5400
610	72	5200
560	75	5200
520	80	5000
490	83	4900
485	85	4850
480	87	4800
450	87	4600
430	90	4000
420	92	3800
410	95	3700

За допомогою методів кореляційно-регресійного аналізу отримана наступна залежність споживання умовного товару від ціни й рівня доходу родини (рис.3.1):

$$Y=1472.75 - 11.83x_1+0.01x_2 \quad (3.1)$$

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І	Ж	К
5	R-квадрат	0,94									
6	Нормированный R-квадрат	0,93									
7	Стандартная ошибка	35,20									
8	Наблюдения	12,00									
9											
10	Дисперсионный анализ										
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>					
12	Регрессия	2	171207,48	85603,7	69,10484	3,454E-06					
13	Остаток	9	11148,766	1238,75							
14	Итого	11	182356,25								
15											
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95,0%</i>	<i>Верхние 95,0%</i>	<i>ср. знач</i>	<i>Коэф. ел.</i>
17	Y-пересечение	1472,75	109,77	13,42	0,00	1224,43	1721,06	1224,43	1721,06	533,75	
18	Цена	-11,83	1,11	-10,66	0,00	-14,34	-9,32	-14,34	-9,32	81,83	-1,81
19	Доход	0,01	0,01	0,63	0,55	-0,01	0,02	-0,01	0,02	4754,17	0,05

Рисунок 3.1 - Регресійна статистика моделі споживання

Проаналізуємо дану модель (3.1).

Множинний коефіцієнт детермінації дорівнює 0,97, отже модель є достовірною.

По таблиці Ст'юдента знайдемо критичні значення t-критерію Ст'юдента. Табличне значення критерію при 95% рівні значимості й 9-х ступенях волі (12-2-1=9) становить 2,262 (додаток Б).

Розрахункове значення t-критерію Ст'юдента за показником «Ціна» дорівнює: -10,66. Розрахункове значення t-критерію Ст'юдента за показником «Доход» дорівнює: 0,63.

Порівнюючи розрахункові значення t-критерію Ст'юдента з табличним, можна зробити висновок, що коефіцієнт t-критерію Ст'юдента за показником «Ціна» є статистично значимим, а за показником «Доход» є незначимим. Тому модель придатна для аналізу і не придатна для прогнозування.

Зробимо аналіз коефіцієнтів еластичності моделі споживання.

Так, за ціновим коефіцієнтом еластичності зростання ціни на 1% приведе до зниження споживання на 1,81%. Тобто споживання є еластичним за ціною.

Згідно коефіцієнту еластичності за доходом, зростання доходу на 1% приведе до зростання споживання на 0,05%. Тобто споживання є не еластичним за показником доходу.

Побудуємо імітаційну модель споживання в залежності від змін факторів за допомогою інструменту MS Excel «Таблиця підстановки».

Таблицею підстановки даних називається діапазон чарунок, що показують, як зміна значень підстановки у формулах впливає на результат, що повертається формулою.

При використанні **таблиці підстановки із двома змінними** отримуємо два масиви з вихідними даними й матриця з результатами.

Для заповнення таблиці підстановки із двома змінними потрібно ввести вихідні значення по стовпцю (показник доходу). Інші по рядку (показник ціни), а також мати дві **чарунки введення**, наприклад чарунки В7 і В5. Чарунка В7 для

підстановки даних розташованих по стовпцю (5000, 5100, 5200, 5300, 5400), а чарунка В5 для підстановки даних розташованих по рядку (95, 97, 99, 101, 103).

Потім необхідно виконати наступну послідовність дій.

1. На перетинанні вихідних даних увести в чарунку С2 формулу, що посилається на **дві чарунки введення**

$$=B\$3+B\$4*B5+B\$6*B7 .$$

2. Виділити діапазон, що містить чарунку з формулою й вихідні дані в рядку й у стовпці.
3. Виконати команду меню *Данные - Анализ «что если» - Таблица данных* і у вікні, що відкріється установити відповідні параметри (рис. 3.2).

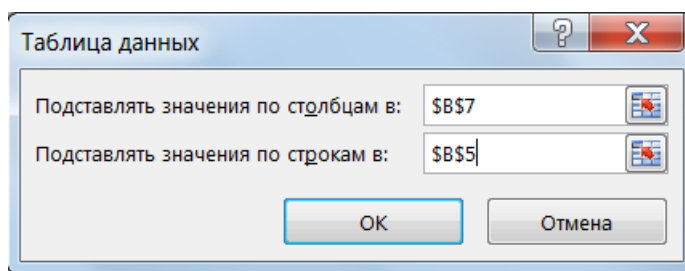


Рисунок 3.2 – Вікно діалогу «Таблица подстановки»

4. У полі **Подставляють значення по строкам в** увести зноску на **чарунку введення** для значень підстановки по стовпцю (В7).
5. У полі **Подставляють значення по столбцам в** увести зноску на **чарунку введення** для значень підстановки по рядку (В5).
6. Натиснути *OK*.

MS Excel підставить значення у чарунку введення й виведе результати у кожному чарунку на перетинанні рядків і стовпців по формулі розрахунку

$$\{=ТАБЛИЦА(В7;В5)\},$$

тобто представить у кожній чарунці значення споживання залежно від наведених показників ціни й доходу (рис. 3.3). Наприклад, величина споживання досягне 328,58 при значенню ціни 95 одиниць та рівні доходу родини у 5100 одиниць.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2		Коеф.	375,365	5000	5100	5200	5300	5400	Дохід
3	У	1472,75	95	375,365	375,889	376,4131	376,9371	377,4611	
4	Ціна	-11,83	97	351,7107	352,2347	352,7587	353,2827	353,8067	
5	Знач. ціни	95,00	99	328,0563	328,5803	329,1043	329,6283	330,1523	
6	Дохід	0,01	101	304,4019	304,9259	305,4499	305,974	306,498	
7	Знач. доходу	5000,00	103	280,7476	281,2716	281,7956	282,3196	282,8436	
8			Ціна						
9									

Рисунок 3.3 – Визначення споживання за допомогою інструменту «Таблица подстановки»

3.2. Контрольні завдання

1. Згідно з напрямом своєї наукової діяльності необхідно змоделювати предметну область (2 факторних показника).

2. Побудувати динамічну кореляційну модель споживання умовного товару залежно від ціни, рівня доходу родини з використанням методів кореляційно-регресійного аналізу.

3. Провести аналіз моделі, визначити її достовірність.

4. Побудувати імітаційну модель прогнозу споживання залежно від змін зазначених факторів. Зробити висновки.

5. Роздрукувати результати виконання завдання.

Звіт про хід виконання практичного завдання повинен включати: титульний аркуш, роздруківку ходу виконання завдання, висновки за результатами дослідження набрані в Word.

Тема 4. Моделі та методи управління фінансовими системами

4.1.Методичні вказівки

Для реалізації побудованих оптимізаційних моделей інвестиційних процесів фінансових організацій в Microsoft Excel існує надбудова «Поиск решения».

«Поиск решения» доставляє не заздалегідь відомий конкретний результат для цільової функції, а відшукує оптимальне (мінімальне або максимальне) з можливих рішення. Для складних задач «Поиск решения» може генерувати множину різних рішень. Шаблон задач планування інвестиційних процесів, для рішення яких можна скористатися надбудовою, повинен мати ряд загальних властивостей:

1. Існує єдиний цільовий осередок, що містить формулу.
2. Формула в цільовому осередку містить посилання (прямі або непрямі) на ряд змінюваних осередків.
3. Може бути задана деяка кількість обмежень.

Приведемо рішення задачі оптимізації розподілу коштів між інвестиційними об'єктами. Розглянемо перший приклад.

Першою дією необхідно ввести вихідні дані. Уведемо на робочий аркуш вихідні дані як це показано на рис.4.1.

	В	С	Д	Е	Ф	Г
1		Інвестиційний попит				
2		1	2	3	4	
3	потужність інвесторів	20	110	40	110	
4	60	1	2	5	3	
5	120	1	6	5	2	
6	100	6	3	7	4	
7						
8		Обсяги інвестиційних вкладень				обмеження
9						=СУММ(C9:F9)
10						=СУММ(C10:F10)
11						=СУММ(C11:F11)
12	обмеження	=СУММ(C9:C11)	=СУММ(D9:D11)	=СУММ(E9:E11)	=СУММ(F9:F11)	
13						
14	ЦФ	=СУММПРОИЗВ(C4:F6;C9:F11)				

Рисунок 4.1- Шаблон рішення задачі оптимізації розподілу інвестиційних коштів

Уводимо в діапазон С4:Ф6 коефіцієнти інвестиційних витрат, у діапазон С3:Ф3 уводимо інвестиційний попит, у діапазон В4:В6 уводимо потужності інвесторів.

Для формування шаблону рішення задачі необхідно ввести наступні розрахункові формули.

Уводимо в осередок G9 формулу =СУММ(C9:F9), в осередки G10:G11 копіюємо дану формулу методом протягання (у такий спосіб сформовано обмеження по потужностях інвесторів).

Уводимо в осередок C12 формулу =СУММ(C9:C11), в осередки D12:F12 копіюємо дану формулу методом протягання (у такий спосіб сформоване обмеження по інвестиційному попиту).

Уводимо в осередок C14 формулу для розрахунку значення цільової функції (=СУММПРОИЗВ(C4:F6;C9:F11)).

Для введення формули необхідно виконати команди:

Функция/Математические/СУММПРОИЗВ.

Після цього заповнити вікно діалогу (рис. 4.2) за зразком.

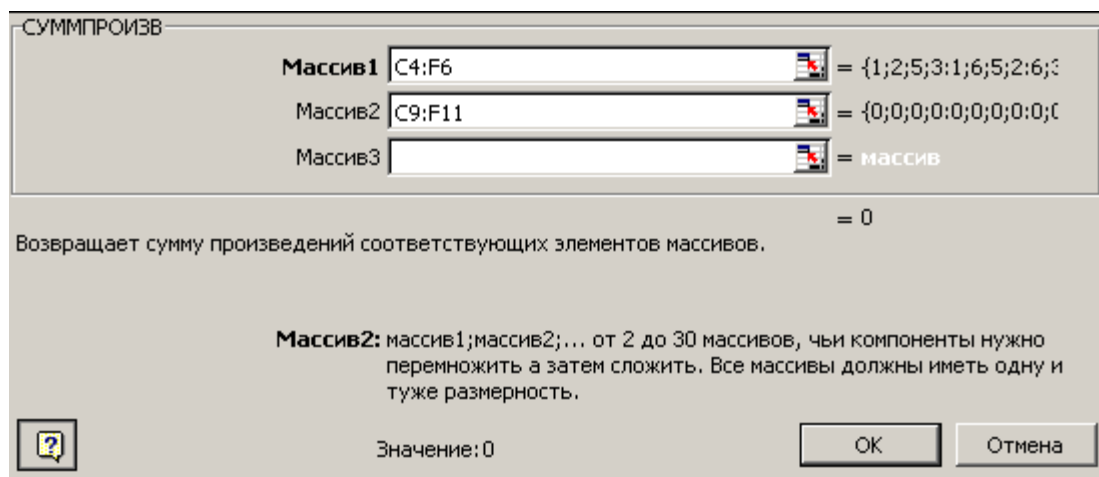


Рисунок 4.2 – Вікно діалогу формування цільової функції

Далі звертаємося до надбудови «Поиск решения». Заповнюємо вікно діалогу як показано на рис. 4.3.

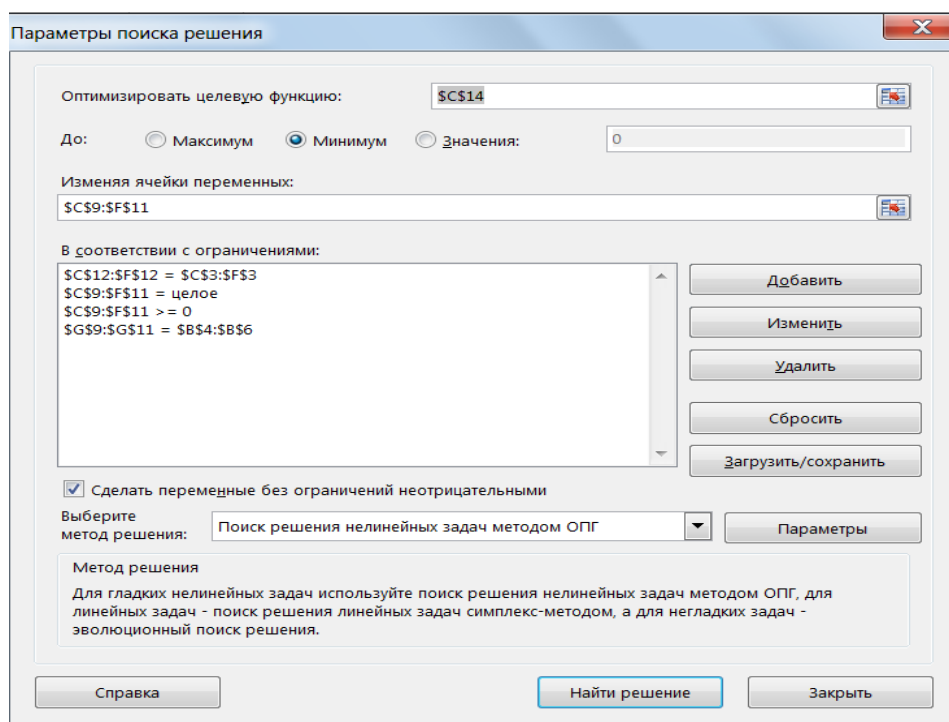


Рисунок 4.3 – Вікно діалогу «Поиск решения» задачі розподілу інвестиційних коштів

Установлюємо цільвий осередок C14 рівним мінімальному значенню. Змінюючи осередки C9:F11. Далі приступаємо до уведення обмежень. Натискаємо кнопку *Добавить* й уводимо обмеження як показано на рис. 4.4 – 4.8. Уведення наступного обмеження здійснюється за допомогою кнопки *Добавить*.

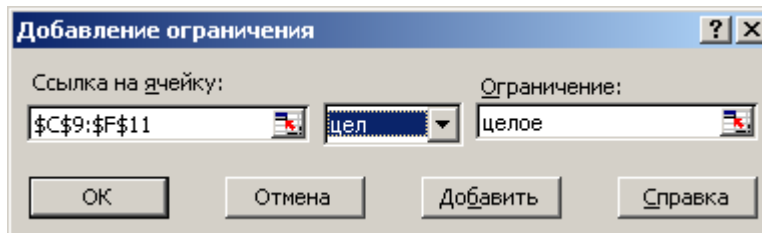


Рисунок 4.4- Додавання обмеження

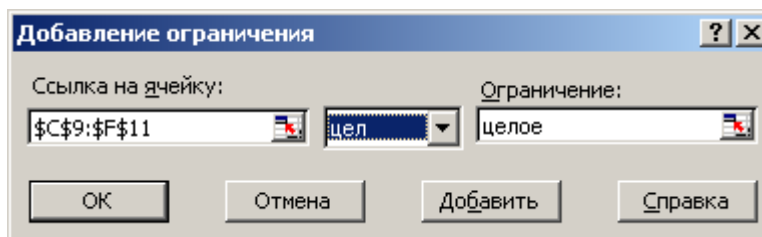


Рисунок 4.5 - Додавання обмеження

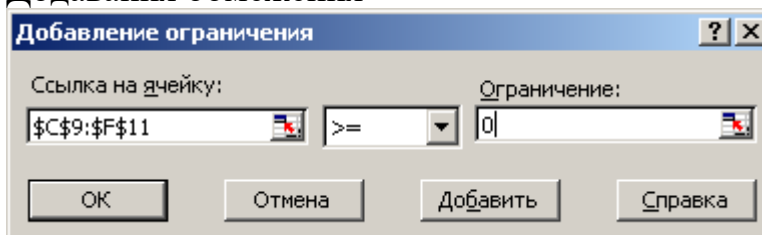


Рисунок 4.6 - Додавання обмеження

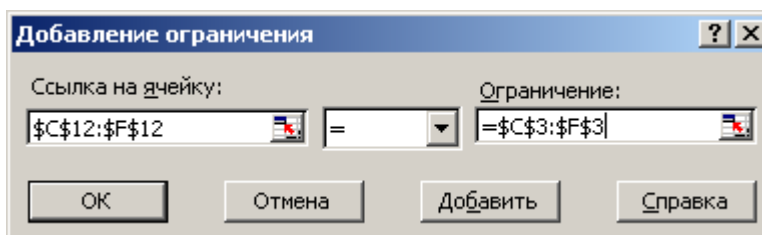


Рисунок 4.7 - Додавання обмеження

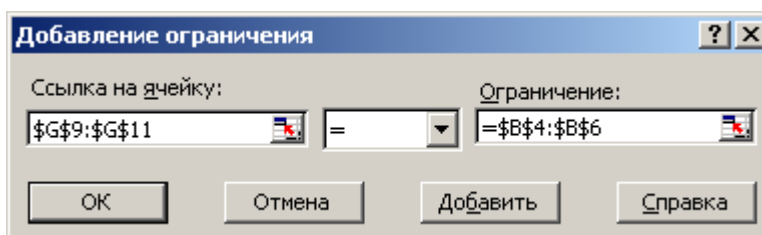


Рисунок 4.8 - Додавання обмеження

Оптимальне рішення отримано після натискання кнопки «*Выполнить*». На рис. 4.9 у діапазоні С9:F11 зазначений оптимальний розподіл інвестиційних вкладень для кожної пари «інвестор - інвестиційний об'єкт».

	Обсяги інвестиційних вкладень				обмеження
	20	10	30	0	60
	0	0	10	110	120
	0	100	0	0	100
обмеження	20	110	40	110	
ЦФ	760				

Рисунок 4.9 - Оптимальний розподіл інвестиційних вкладень

Розглянемо другий приклад. Уведемо на робочий аркуш вихідні дані як це показано на рис.4.10.

	A	B	C	D	E	F	G
1			Інвестиційний попит на акції				
2			1	2	3	4	
3	Інвестори	Потужність інвесторів	80	110	200	180	
4	1	120	10	20	60	40	
5	2	180	21	20	50	20	
6	3	100	32	30	71	44	
7	4	110	20	10	10	8	
8	5	60	0	0	0	0	
9							
10			вкладення в акції				обмеження
11							=СУММ(C11:F11)
12							=СУММ(C12:F12)
13							=СУММ(C13:F13)
14							=СУММ(C14:F14)
15							=СУММ(C15:F15)
16	обмеження		=СУММ(C11:C15)	=СУММ(D11:D15)	=СУММ(E11:E15)	=СУММ(F11:F15)	
17	ЦФ		=СУММПРОИЗВ(C4				
18							

Рисунок 4.10 - Шаблон рішення задачі розподілу вкладень в акції

Уводимо в діапазон С4:F8 коефіцієнти прибутку, у діапазон С3:F3 уводимо інвестиційний попит на акції, у діапазон В4:В8 уводимо потужності інвесторів.

Тут додана фіктивна потужність 5-го інвестора у вигляді 5-го рядку з нульовими коефіцієнтами прибутку. У такий спосіб відкрита задача наведена до закритої.

Для формування шаблону рішення задачі необхідно ввести наступні розрахункові формули.

Уводимо в осередок G11 формулу =СУММ(C11:F11), в осередки G12:G15 копіюємо дану формулу методом протягання (у такий спосіб сформоване обмеження по потужностях інвесторів).

Уводимо в осередок С16 формулу =СУММ(C11:C15), в осередки D16:F16 копіюємо дану формулу методом протягання (у такий спосіб сформоване обмеження по інвестиційному попиту на акції).

Уводимо в осередок С17 формулу для розрахунку значення цільової функції (=СУММПРОИЗВ(С4:F8;С11:F15)). Виклик функції здійснюється як і в попередньому прикладі.

Потім викликаємо надбудову «Поиск решения». І заповнюємо вікно діалогу як показано на рис. 4.11.

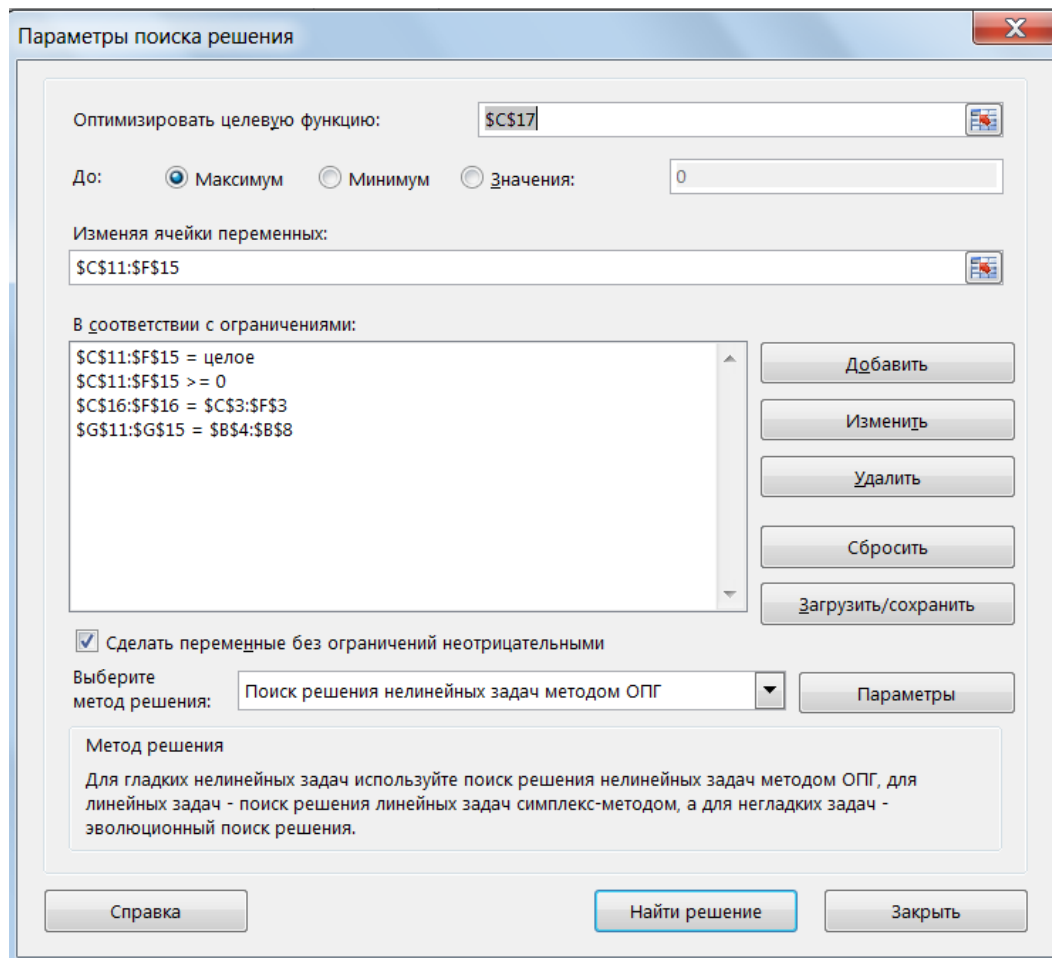


Рисунок 4.11 - Вікно діалогу «Поиск решения» задачі розподілу інвестиційних вкладень в акції

Установлюємо цільовий осередок С17 рівним максимальному значенню. Змінюючи осередки С11:F15.

Далі переступаємо до уведення обмежень. Натискаємо кнопку «Добавить» й уводимо обмеження як і в першому прикладі.

Оптимальне рішення отримане після натискання кнопки «Выполнить». На рис. 4.12 у діапазоні С11:F15 зазначений оптимальний розподіл інвестиційних вкладень в акції для кожної пари «інвестор - пакет акцій».

		вкладення в акції			обмеження	
		0	0	0	120	120
		0	20	160	0	180
		0	0	40	60	100
		80	30	0	0	110
		0	60	0	0	60
обмеження		80	110	200	180	
ЦФ		20580				

Рисунок 4.12 - Оптимальний розподіл інвестиційних вкладень в акції

Розглянемо рішення задачі оптимізації матеріальних інвестиційних ресурсів.

Уведемо на робочий аркуш вихідні дані як це показано на рис.4.13. В осередки A1 і A2 уводимо найменування змінних, в осередки A3 - A6 уводимо обмеження задачі починаючи зі знаку «дорівнює», в осередок A7 уводимо цільову функцію починаючи зі знаку «дорівнює».

Перейдемо тепер до формулюванні задачі для надбудови «Поиск решения». При цьому використовується стандартна термінологія, прийнята для опису екстремальних задач.

Для розв'язуваної задачі цільовою функцією буде функція в осередку A7, змінюваними даними - діапазон B1:B2, що містить число видів продукції, діапазон A3:A6 - використовується для визначення обмежень задачі.

Заповнимо вікно діалогу за зразком (рис.4.13).

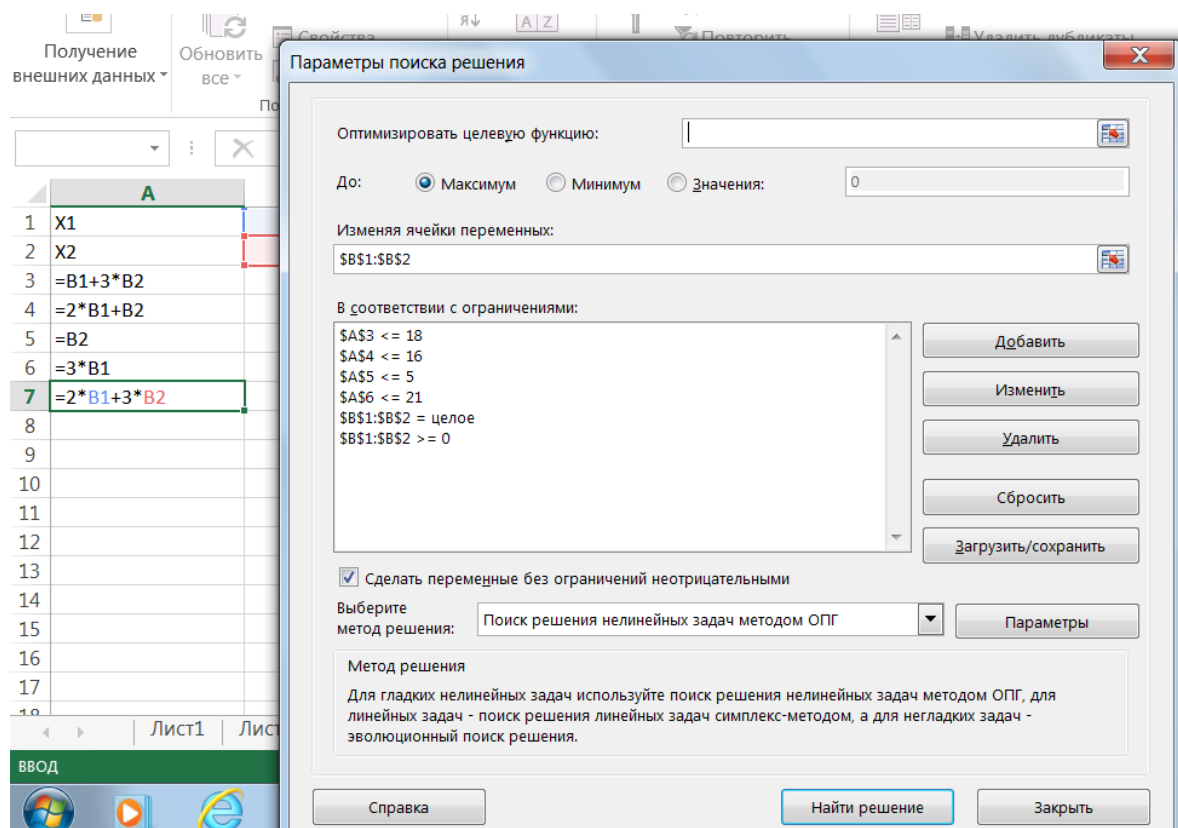



Рисунок 4.13 – Вікно діалогу «Поиск решения» задачі оптимізації матеріальних інвестиційних ресурсів.

Установити цільовий осередок A7 рівним максимальному значенню. Змінюючи осередки B1:B2, скористатися для визначення змінюваних осередків спеціальною кнопкою .

Для уведення обмежень потрібно натиснути кнопку «Добавить». Уводяться наступні обмеження:

- Посилання на осередок: = \$A\$3, вид обмеження: = <=, обмеження 18.
- Посилання на осередок: = \$A\$4, вид обмеження: = <=, обмеження 16.
- Посилання на осередок: = \$A\$5, вид обмеження: = <=, обмеження 5.
- Посилання на осередок: = \$A\$6, вид обмеження: = <=, обмеження 21.
- Посилання на осередок: = \$B\$1:\$B\$2, вид обмеження: = ціле.
- Посилання на осередок: = \$B\$1:\$B\$2, вид обмеження: = >=, обмеження 0.

Після натискання кнопки «Выполнить» надбудова «Поиск решения» приступає до ітерацій, після обчислень відкриває діалогове вікно «Результаты поиска решения» (рис.4.14), у якому виводиться повідомлення про рішення задачі.

	A	B	C
1	X1		6
2	X2		4
3		18	
4		16	
5		4	
6		18	
7		24	
8			

Рисунок 4.14 - Результати пошуку рішення задачі оптимізації матеріальних інвестиційних ресурсів

Проаналізуємо рішення. За результатами рішення задачі необхідно виробляти продукції першого виду 6 од., продукції другого виду - 4 од., при цьому інвестиційні витрати будуть мінімальними, а значення прибутку від інвестиційних вкладень складе 24 одиниці.

Якщо знайдене рішення влаштовує, можна зберегти його на робочому аркуші, вибравши «Сохранить найденное решение». Можна також зберегти рішення в якості одного зі сценаріїв за допомогою кнопки «Сохранить сценарий».

Розглянемо рішення задачі оптимізації фінансових інвестиційних ресурсів. Уведемо на робочий аркуш вихідні дані як це показано на рис.4.15.

	A	B	C	D	E
1	Рівень середнього доходу інвестиційних портфель	0,045		Обмеження	ЦФ
2	Математичне сподівання прибутковості інвестиційного портфелю №1	0,037		=B2*C6+B3*C7	=B4*C6+B4*C7
3	Математичне сподівання прибутковості інвестиційного портфелю №2	0,068		=C6+C7	
4	Коваріація	0,00623			
5					
6	Частка інвестиційного портфелю №1	X1			
7	Частка інвестиційного портфелю №2	X2			
8					
9					

Рисунок 4.15 - Шаблон рішення задачі оптимізації фінансових інвестиційних ресурсів

В осередки A1:A7 вводимо найменування показників і змінних. В осередки B1:B4 вводимо значення показників.

В осередки B6:B7 вводимо позначення змінних.

В осередок D2 вводимо, починаючи зі знаку «дорівнює», обмеження за рівнем прибутковості інвестиційних портфелів ($=B2*C6+B3*C7$).

В осередок D3 вводимо, починаючи зі знаку «дорівнює», обмеження по частці інвестиційних портфелів ($=C6+C7$).

Потім викликаємо вікно діалогу «Поиск решения» і заповнюємо його за зразком (рис. 4.16).

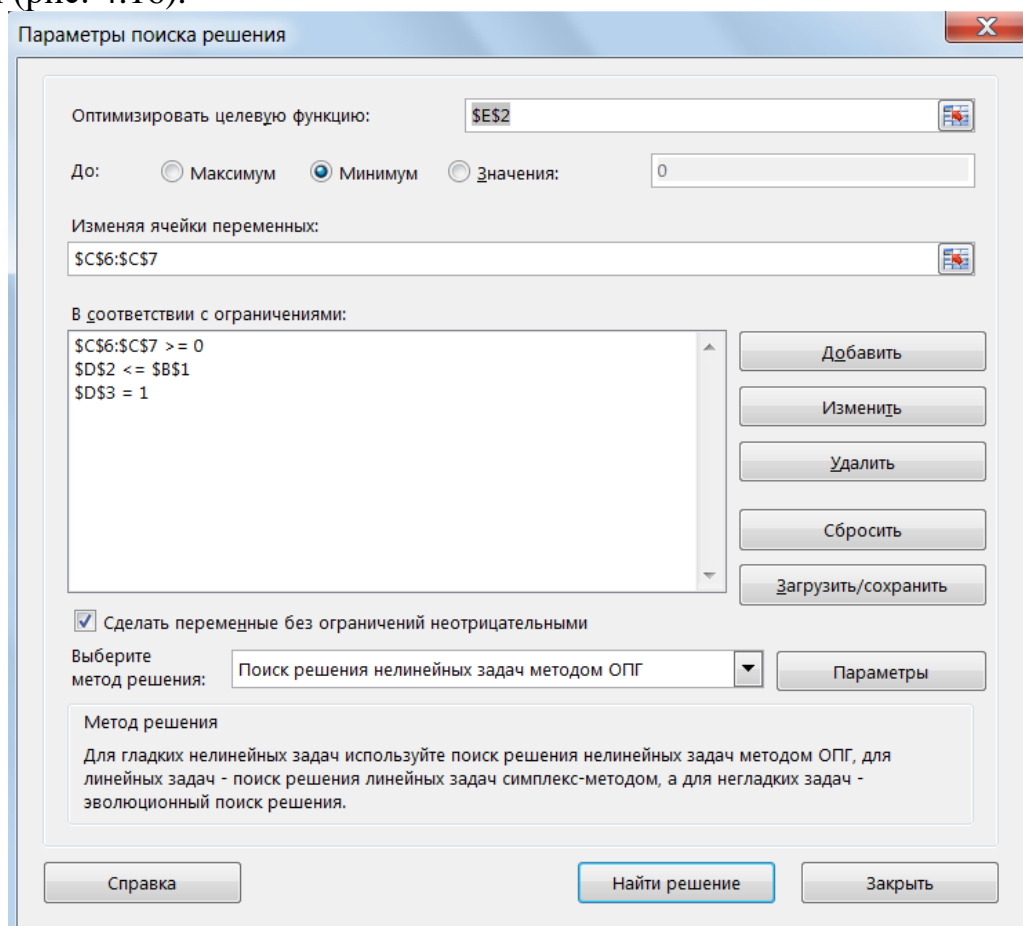


Рисунок 4.16 - Вікно діалогу «Поиск решения» задачі оптимізації фінансових інвестиційних ресурсів

Установити цільовий осередок E2 рівним мінімальному значенню. Змінюючи осередки C6:C7.

Уводимо обмеження:

- Посилання на осередок: = \$C\$6:\$C\$7, вид обмеження: = >=, обмеження 0.
- Посилання на осередок: = \$D\$2, вид обмеження: = <=, обмеження \$B\$1.
- Посилання на осередок: = \$D\$3, вид обмеження: = , обмеження 1.

У результаті рішення задачі (рис. 4.17) одержали наступні дані. Оптимальна частка інвестиційного портфеля I становить 74%, частка інвестиційного портфеля II становить 26%, значення ризику склало 0,62%.

	A	B	C	D	E
1	Рівень середнього доходу інвестиційних портфель	0,045		Обмеження	ЦФ
2	Математичне сподівання прибутковості інвестиційного	0,037		0,045	0,0062
3	Математичне сподівання прибутковості інвестиційного	0,068		1,000001	
4	Коваріація	0,006			
5					
6	Частка інвестиційного портфелю	X1	0,74		
7	Частка інвестиційного портфелю	X2	0,26		
8					

Рисунок 4.17 - Результати пошуку рішення задачі оптимізації фінансових інвестиційних ресурсів

4.2. Контрольні завдання

У ході виконання індивідуального завдання необхідно виконати наступні дії:

1. Визначити тип задачі оптимізації планування інвестиційних процесів.
2. Сформулювати в математичному виді оптимізаційну модель задачі.
3. Сформулювати шаблон вхідних параметрів задачі в матричній формі.
4. Знайти рішення задачі за допомогою надбудови «Поиск решения».
5. Проаналізувати знайдене рішення.
6. Роздрукувати результати.

Варіант №1

Завдання 1

Для виробництва двох видів виробів А і В підприємство використовує три види сировини.

Запаси ресурсів, число одиниць ресурсів, затрачуваних на виготовлення одиниці продукції, а також прибуток, одержуваний від одиниці продукції, наведені в таблиці.

Необхідно скласти такий план виробництва продукції, при якому прибуток від її реалізації буде максимальним.

Таблиця

Вид сировини	Норми витрат сировини на 1 виріб, кг		Загальна кількість сировини, кг
	A	B	
1	12	4	300
2	4	4	120
3	3	12	252
Прибуток від реалізації 1 виробу, грн	30	40	

На придбання сировини підприємство не може витратити більше ніж 12 тис. грош. од.

Завдання 2

Компанії необхідно сформувати консервативний інвестиційний портфель із гнучкою структурою активів, що складається з акцій, облігацій і депозитних внесків. Вихідні дані й позначення для постановки задачі наведені в таблиці (цифри умовні).

Необхідно визначити частку кожного фінансового інструмента в портфелі таким чином, щоб ризик ліквідності інвестиційного портфеля був мінімальним.

Таблиця

Показник	Значення (у частках)
Рівень середньої прибутковості інвестиційного портфеля	0,36
Математичне очікування прибутковості акцій	0,15
Математичне очікування прибутковості облігацій	0,23
Математичне очікування прибутковості депозитних внесків	0,37
Дисперсія прибутковості акцій	0,0176
Дисперсія прибутковості облігацій	0,055
Дисперсія прибутковості облігацій	0,032

Варіант №2

Завдання 1

Є чотири інвестори й чотири підприємства. Потужність інвесторів і інвестиційні потреби, а також інвестиційні витрати для кожної пари «інвестор - інвестиційний об'єкт» зведені в таблицю інвестицій.

Необхідно знайти об'єми інвестиційних вкладень для кожної пари «інвестор - інвестиційний об'єкт» так, щоб сумарні інвестиційні витрати були б мінімальні.

Таблиця

Інвестори	Потужності інвесторів	Інвестиційний попит			
		1	2	3	4
		100	250	50	100
1	200	0,6	0,8	0,9	0,1
2	190	0,3	0,7	0,9	0,2
3	100	0,5	0,7	0,3	0,9
4	80	0,6	0,7	0,9	0,4

Завдання 2

Компанії необхідно сформувати інвестиційний портфель із фіксованою структурою активів, що складається з акцій, облігацій і депозитних внесків. Вихідні дані й позначення для постановки задачі наведені в таблиці (цифри умовні).

Необхідно визначити частку кожного фінансового інструмента в портфелі таким чином, щоб ризик ліквідності інвестиційного портфеля був мінімальним.

Таблиця

Показник	Значення (у частках)
Рівень середньої прибутковості інвестиційного портфеля	0,37
Математичне очікування прибутковості акцій	0,023
Математичне очікування прибутковості облігацій	0,29
Математичне очікування прибутковості депозитних внесків	0,4
Стандартне відхилення прибутковості акцій	0,0078
Стандартне відхилення облігацій	0,085
Стандартне відхилення облігацій	0,012

Варіант 3

Завдання 1

Для виготовлення чотирьох видів продукції використовують три види сировини. Запаси сировини, норми його витрат й прибуток від реалізації кожного продукту наведені в таблиці.

Скласти математичну модель на максимум загальної вартості випускаємої продукції, за умови, що на придбання сировини підприємство одержало державні інвестиції 18 тис. грош. од.

Таблиця

Вид сировини	Норми витрат сировини на 1 виріб, кг				Запаси сировини, кг
	А	Б	В	Г	
1	1	2	1	0	18
2	1	1	2	1	30
3	1	3	3	2	40
Прибуток від реалізації 1 виробу, грн	12	7	18	10	

Завдання 2

Компанії необхідно сформувати інвестиційний портфель із гнучкою структурою активів, що складається з акцій, облігацій і депозитних внесків. Вихідні дані й позначення для постановки задачі наведені в таблиці (цифри умовні).

Необхідно визначити частку кожного фінансового інструмента в портфелі таким чином, щоб ризик ліквідності інвестиційного портфеля був мінімальним.

Таблиця

Показник	Значення (у частках)
Рівень середньої прибутковості інвестиційного портфеля	0,42
Математичне очікування прибутковості акцій	0,04
Математичне очікування прибутковості облігацій	0,2
Математичне очікування прибутковості депозитних внесків	0,3

Дисперсія прибутковості акцій	0,0056
Дисперсія прибутковості облігацій	0,023
Дисперсія прибутковості облігацій	0,047

Варіант 4

Завдання 1

На підприємстві випускаються три види виробів, при цьому використовуються три види сировини. Запаси сировини, норми його витрат й прибуток від реалізації кожного продукту наведені в таблиці.

Скласти математичну модель на максимум загальної вартості випускаємої продукції, якщо на придбання сировини підприємство одержало інвестиції в об'ємі 8 тис. грош. од.

Таблиця

Вид сировини	Норми витрат сировини на 1 виріб, кг			Запаси сировини, кг
	1	2	3	
1	2	2	1	430
2	3	0	2	460
3	1	4	0	420
Прибуток від реалізації 1 виробу, тис. грн	3	12	5	

Завдання 2

Підприємству необхідно сформувати консервативний інвестиційний портфель, що складається з акцій і облігацій. Вихідні дані й позначення для постановки задачі наведені в таблиці (цифри умовні).

Необхідно визначити частку акцій і облігацій у портфелі таким чином, щоб інвестиційний ризик був мінімальним.

Таблиця

Показник	Значення (у частках)
Рівень середньої прибутковості інвестиційного портфеля	0,278
Математичне очікування прибутковості акцій	0,047
Математичне очікування прибутковості облігацій	0,16
Коваріація прибутковості інвестиційного портфеля	0,00567

Варіант №5

Завдання 1

Є чотири підприємства, що бажають придбати акції п'яти компаній. Фінансові ресурси підприємств і вартість пакета акцій, а також можливі дивіденди для кожної пари «підприємство - пакет акцій» зведені в таблицю інвестицій.

Необхідно знайти об'єми вкладень в акції для кожної пари «підприємство - пакет акцій» так, щоб сумарний прибуток від вкладень в акції був б максимальним.

Таблиця

Підприємства	Фінансові ресурси підприємств	Вартість пакета акцій				
		1	2	3	4	5
		150	250	80	120	100
1	250	2	4	3	5	1
2	180	3	5	7	6	2
3	170	1	8	4	5	1
4	150	4	3	2	8	1

Завдання 2

Компанії необхідно сформувати інвестиційний портфель із фіксованою структурою активів, що складається з акцій, облігацій і депозитних внесків. Вихідні дані й позначення для постановки задачі наведені в таблиці (цифри умовні).

Необхідно визначити частку кожного фінансового інструмента в портфелі таким чином, щоб ризик ліквідності інвестиційного портфеля був мінімальним.

Таблиця

Показник	Значення (у частках)
Рівень середньої прибутковості інвестиційного портфеля	0,375
Математичне очікування прибутковості акцій	0,0232
Математичне очікування прибутковості облігацій	0,292
Математичне очікування прибутковості депозитних внесків	0,4
Стандартне відхилення прибутковості акцій	0,0079
Стандартне відхилення облігацій	0,086
Стандартне відхилення депозитних внесків	0,013

Варіант 6**Завдання 1**

Для виготовлення трьох видів продукції використовують чотири види сировини. Запаси ресурсів, норми його витрат й ціна від реалізації кожного продукту наведені в таблиці.

Скласти математичну модель на максимум виторгу від реалізації продукції. Для придбання устаткування підприємство одержало інвестиції в розмірі 30 тис. грош. од.

Таблиця

Ресурси	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції			Запаси
	1	2	3	
Праця	3	6	4	2000
Сировина 1	20	15	20	15000
Сировина 2	10	15	20	7400
Устаткування	0	3	5	1500
Ціна	6	10	9	

Завдання 2

Компанії необхідно сформувати консервативний інвестиційний

портфель із гнучкою структурою активів, що складається з акцій, облігацій і депозитних внесків. Вихідні дані й позначення для постановки задачі наведені в таблиці (цифри умовні).

Необхідно визначити частку кожного фінансового інструмента в портфелі таким чином, щоб ризик ліквідності інвестиційного портфеля був мінімальним.

Таблиця

Показник	Значення (у частках)
Рівень середньої прибутковості інвестиційного портфеля	0,46
Математичне очікування прибутковості акцій	0,18
Математичне очікування прибутковості облігацій	0,32
Математичне очікування прибутковості депозитних внесків	0,14
Дисперсія прибутковості акцій	0,0186
Дисперсія прибутковості облігацій	0,065
Дисперсія прибутковості облігацій	0,042

Варіант 7

Завдання 1

Підприємству необхідно сформувати консервативний інвестиційний портфель, що складається з акцій і облігацій. Вихідні дані й позначення для постановки задачі наведені в таблиці (цифри умовні).

Необхідно визначити частку акцій і облігацій у портфелі таким чином, щоб інвестиційний ризик був мінімальним.

Таблиця

Показник	Значення (у частках)
Рівень середньої прибутковості інвестиційного портфеля	0,27
Математичне очікування прибутковості акцій	0,037
Математичне очікування прибутковості облігацій	0,15
Коваріація прибутковості інвестиційного портфеля	0,0056

Завдання 2

Є п'ять компаній і п'ять інвестиційних проектів. Інвестиційні ресурси компаній і вартість інвестиційних проектів, а також інвестиційний прибуток на 1 грош. од. кожної пари «компанія - інвестиційний проект» зведені в таблицю інвестицій.

Необхідно знайти об'єми інвестицій для кожної пари «компанія - інвестиційний проект» так, щоб сумарний інвестиційний прибуток був би максимальним.

Таблиця

Компанії	Інвестиційні ресурси компаній	Інвестиційні проекти				
		1	2	3	4	5
		1200	3000	1500	2110	3100

1	6000	0,04	0,04	0,03	0,05	0,03
2	8500	0,07	0,05	0,07	0,06	0,02
3	3200	0,3	0,07	0,04	0,05	0,01
4	5500	0,4	0,03	0,08	0,08	0,03
5	63000	0,05	0,01	0,08	0,09	0,08

Варіант №8

Завдання 1

Є п'ять компаній і п'ять інвестиційних проектів. Інвестиційні ресурси компаній і вартість інвестиційних проектів, а також інвестиційний прибуток на 1 грош. Од. кожної пари «компанія – інвестиційний проект» зведені в таблицю інвестицій.

Необхідно знайти об'єми інвестицій для кожної пари «компанія – інвестиційний проект» так, щоб сумарний інвестиційний прибуток був би максимальним.

Таблиця

Компанії	Інвестиційні ресурси компаній	Інвестиційні проекти				
		1	2	3	4	5
		100	300	800	110	100
1	4000	0,02	0,04	0,03	0,05	0,01
2	850	0,03	0,05	0,07	0,06	0,02
3	1200	0,01	0,06	0,04	0,05	0,01
4	1500	0,04	0,03	0,02	0,08	0,01
5	1020	0,05	0,01	0,02	0,01	0,08

Завдання 2

Для виготовлення трьох видів продукції використовують чотири види сировини. Запаси ресурсів, норми його витрат й ціна від реалізації кожного продукту наведені в таблиці.

Скласти математичну модель на максимум виторгу від реалізації продукції. Для придбання устаткування підприємство одержало інвестиції в розмірі 30 тис. грош. од.

Таблиця

Ресурси	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції			Запаси
	1	2	3	
Праця	3	6	4	2000
Сировина 1	20	15	20	15000
Сировина 2	10	15	20	7400
Устаткування	0	3	5	1500
Ціна	60	100	90	

Варіант №9

Завдання 1

Компанії необхідно сформувати інвестиційний портфель із гнучкою структурою активів, що складається з акцій, облігацій і депозитних внесків. Вихідні дані й позначення для постановки задачі наведені в таблиці (цифри умовні).

Необхідно визначити частку кожного фінансового інструмента в портфелі

таким чином, щоб ризик ліквідності інвестиційного портфеля був мінімальним.

Таблиця

Показник	Значення (у частках)
Рівень середньої прибутковості інвестиційного портфеля	0,42
Математичне очікування прибутковості акцій	0,04
Математичне очікування прибутковості облігацій	0,2
Математичне очікування прибутковості депозитних внесків	0,3
Дисперсія прибутковості акцій	0,0056
Дисперсія прибутковості облігацій	0,023
Дисперсія прибутковості облігацій	0,047

Завдання 2

Є чотири інвестори й чотири підприємства. Потужність інвесторів і інвестиційні потреби, а також інвестиційні витрати на одну грош. од. для кожної пари «інвестор - інвестиційний об'єкт» зведені в таблицю інвестицій.

Необхідно знайти об'єми інвестиційних вкладень для кожної пари «інвестор - інвестиційний об'єкт» так, щоб сумарні інвестиційні витрати були б мінімальні.

Таблиця

Інвестори	Потужності інвесторів	Інвестиційний попит			
		1	2	3	4
		1120	2500	3500	1000
1	2000	0,6	0,18	0,29	0,1
2	2190	0,23	0,17	0,19	0,22
3	5100	0,05	0,07	0,23	0,39
4	980	0,16	0,27	0,49	0,04

Варіант 10

Завдання 1

Є чотири підприємства, що бажають придбати акції п'яти компаній. Фінансові ресурси підприємств і вартість пакета акцій, а також можливі дивіденди для кожної пари «підприємство - пакет акцій» зведені в таблицю інвестицій.

Необхідно знайти об'єми вкладень в акції для кожної пари «підприємство - пакет акцій» так, щоб сумарний прибуток від вкладень в акції був б максимальним.

Таблиця

Підприємства	Фінансові ресурси підприємств	Вартість пакета акцій				
		1	2	3	4	5
		1700	1500	800	900	1000
1	2500	20	40	30	12	14
2	1100	23	15	37	6	2
3	1700	17	18	24	15	11
4	1300	14	31	21	18	42

Завдання 2

Компанії необхідно сформувати інвестиційний портфель із фіксованою структурою активів, що складається з акцій, облігацій і депозитних внесків. Вихідні дані й позначення для постановки задачі наведені в таблиці (цифри умовні).

Необхідно визначити частку кожного фінансового інструмента в портфелі таким чином, щоб ризик ліквідності інвестиційного портфеля був мінімальним.

Таблиця

Показник	Значення (у частках)
Рівень середньої прибутковості інвестиційного портфеля	0,361
Математичне очікування прибутковості акцій	0,0245
Математичне очікування прибутковості облігацій	0,246
Математичне очікування прибутковості депозитних внесків	0,41
Стандартне відхилення прибутковості акцій	0,0072
Стандартне відхилення облігацій	0,085
Стандартне відхилення депозитних внесків	0,014

Тема 5. Методи прогнозування розвитку соціально-економічних систем на основі динамічних рядів

5.1. Методичні вказівки

Розглянемо технологію побудови трендової моделі показника валового обсягу продажів (тис. грн). Є статистичні дані показника валового обсягу продажів (тис. грн) за період, рівний року, дані представлені щомісячно (таблиця 5.1). Необхідно побудувати трендову модель показника та на її основі побудувати прогноз розвитку показника на наступний рік. Зробити економічні висновки по динаміці розвитку показника.

Таблиця 5.1 - Динаміка розвитку показника валового обсягу продажів (тис. грн) за звітний рік.

валовий обсяг продажів	січень	лютий	березень	квітень	травень	червень	липень	серпень	вересень	жовтень	листопад	грудень
	28	39	46	48	60	75	65	60	56	47	38	32

Першим кроком аналізу є перевірка гіпотези про існування тренду в ряді динаміки показника валового обсягу продажів. Для цього сформуємо в Microsoft Excel таблицю вхідних даних (рис. 5.1) (дані формуються по стовпцях).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	період часу	номер періода	Валовий обсяг продажів	U_t	T_r	Апроксимація по тренду	номер періода прогнозу	Прогноз по тренду
3	січень	1	28	11	0,39	26,00	13	14,55
4	лютий	2	39	7	0,18	38,32	14	-2,09
5	березень	3	46	2	0,04	48,22	15	-21,13
6	квітень	4	48	12	0,25	55,71	16	-42,60
7	травень	5	60	15	0,25	60,79	17	-66,47
8	липень	6	75	-10	-0,13	63,45	18	-92,76
9	червень	7	65	-5	-0,08	63,70	19	-121,46
10	серпень	8	60	-4	-0,07	61,54	20	-152,57
11	вересень	9	56	-9	-0,16	56,97	21	-186,09
12	жовтень	10	47	-9	-0,19	49,98	22	-222,03
13	листопад	11	38	-6	-0,16	40,58	23	-260,38
14	грудень	12	32			28,77	24	-301,14

Рисунок 5.1- Таблиця побудови трендової моделі

Зробимо перевірку гіпотези існування тренду методом істотності різниці середніх. Для проведення парного двохвибіркового тесту для середніх (t -тест Ст'юдента) виконаємо наступні дії:

1. Даные/Анализ данных/Парный двухвыборочный t -тест для средних/Ок.
2. Заповнити вікно діалогу (рис.5.2) за зразком.

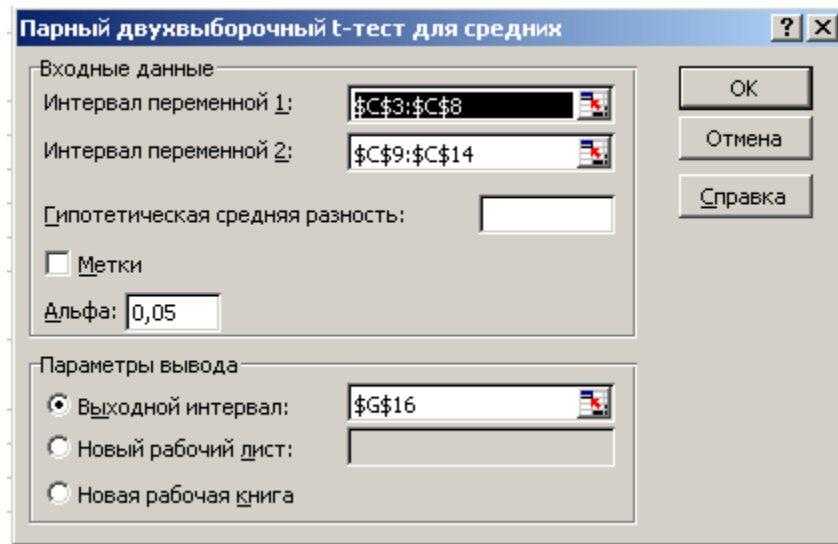


Рисунок 5.2 - Діалогове вікно парного двохвибіркового t -теста для середніх

У результаті виконання діалогу будуть отримані наступні результати (рис.5.3). t – розрахункове значення критерію становить – 0,028. t_{α} - критерій Ст'юдента склав 2,015. Так як табличне значення критерію більше розрахункового, то гіпотеза про існування тренду даним методом підтверджується.

		Двухвыборочный F-тест для дисперсии			Парный двухвыборочный t-тест для средних		
		Переменная 1	Переменная 2	Переменная 1/Переменная 2			
18		Среднее	49,33333333	49,66666667	Среднее	49,33333333	49,66666667
19		Дисперсия	269,4666667	167,4666667	Дисперсия	269,4666667	167,4666667
20		Наблюдения	6	6	Наблюдения	6	6
21		df	5	5	Корреляция Пирсона	-0,96910162	
22		F	1,609076433		Гипотетическая разность	0	
23		P(F<=f) одностороннее	0,30720049		df		5
24		F критическое одностороннее	5,050338814		t-статистика	-0,02802759	
25					P(T<=t) одностороннее	0,48936221	
26					t критическое одностороннее	2,015049176	
27					P(T<=t) двухстороннее	0,978724419	
28					t критическое двухстороннее	2,570577635	

Рисунок 5.3 – Розрахунок критеріїв перевірки гіпотези існування тренду

Виконаємо перевірку гіпотези існування тренду методом Фішера-Снедекера (F - критерій). Для проведення двохвибіркового F – теста для дисперсії треба виконати наступні дії:

1. *Анализ данных/Двухвыборочный F-тест для дисперсии/Ок.*
2. Заповнити вікно діалогу (рис.5.4) за зразком.

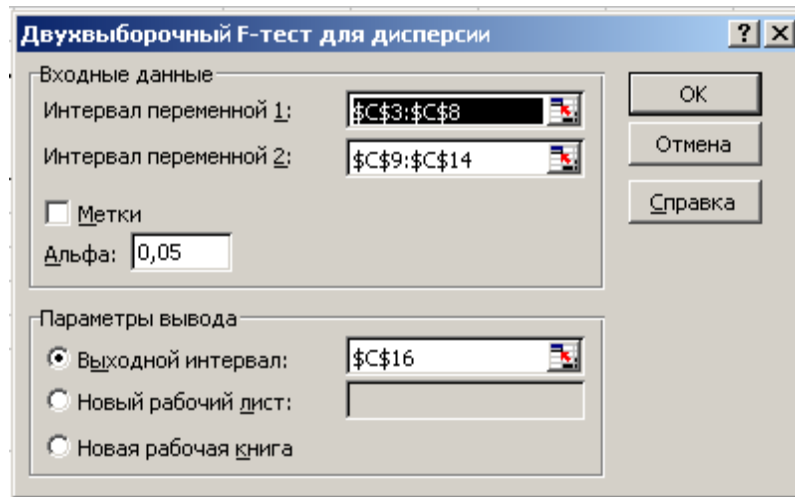


Рисунок 5.4 – Діалогове вікно двохвибіркового F -теста для дисперсії

У результаті виконання діалогу будуть отримані наступні результати (рис.5.3). Розрахункове значення F – критерію склало 1,609, а табличне – 5,05. Це означає, що табличне значення F – критерію вище розрахункового значення, отже, можна зробити висновок, що тренд показника валового обсягу продажів існує.

Наступним кроком аналізу є побудова трендової моделі показника валового обсягу продажів.

Визначимо тип функції, що описує тенденцію розвитку показника валового обсягу продажів. Для цього розрахуємо й проаналізуємо абсолютні прирости й темпи приросту показника.

На підставі графічного аналізу розрахованих характеристик (рис.5.5-5.6) можна зробити висновок про те, що функцією, що описує тенденцію розвитку показника є парабола другого порядку (абсолютні прирости лінійно змінюються, а темпи приросту дорівнюють приблизно 0).

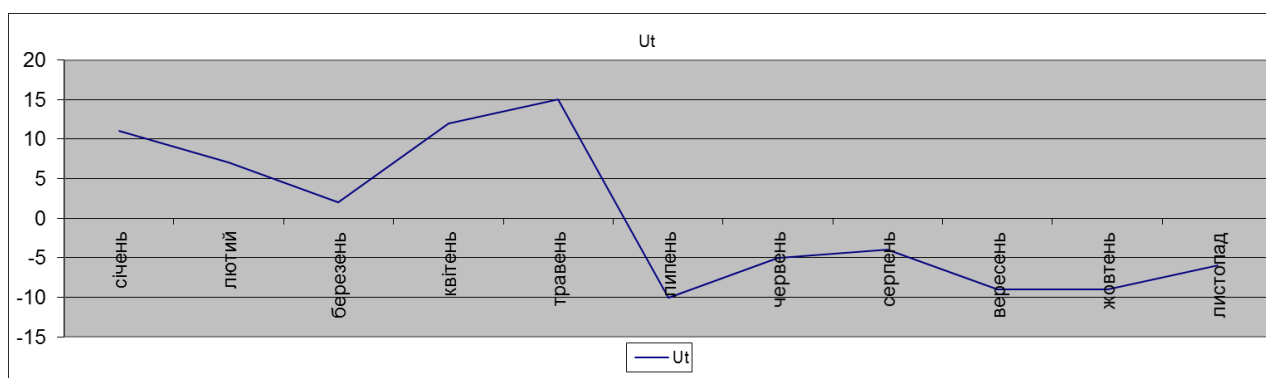


Рисунок 5.5 - Абсолютний приріст показника валового обсягу продажів

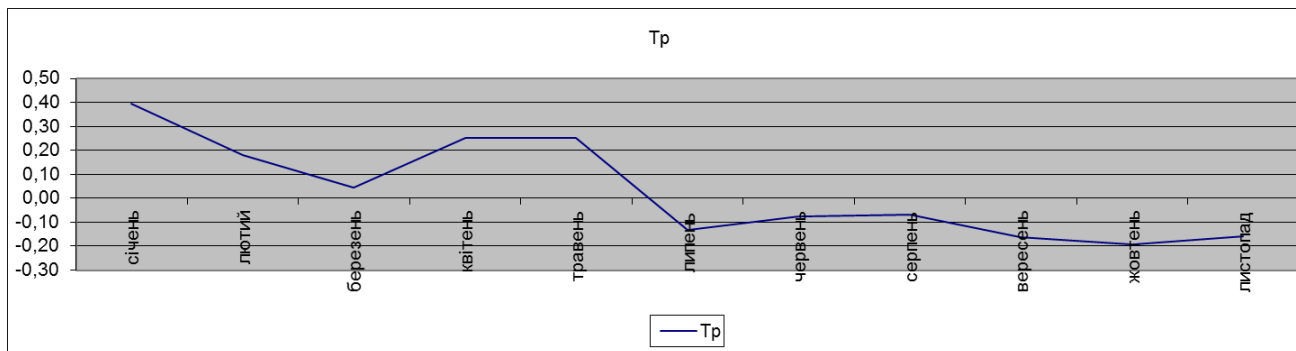


Рисунок 5.6 - Темп прироста показника валового обсягу продажів

Для побудови лінії тренду показника необхідно побудувати графік. Для цього запускаємо *Мастер диаграмм*, натиснувши однойменну кнопку на панелі інструментів або виконавши наступні дії: *Вставка/Диаграмма/Ok*.

Для додавання лінії тренду в діаграму необхідно виконати наступні дії:

1. Щелчок правой кнопкой мыши на ряде диаграммы.
2. Выбрати команду: *Добавить линию тренда* із контекстного меню. На екрані з'явиться вікно *Линия тренда* (рис.5.7).
3. Обираємо вид – *полиномиальный*, *степень* – 2.

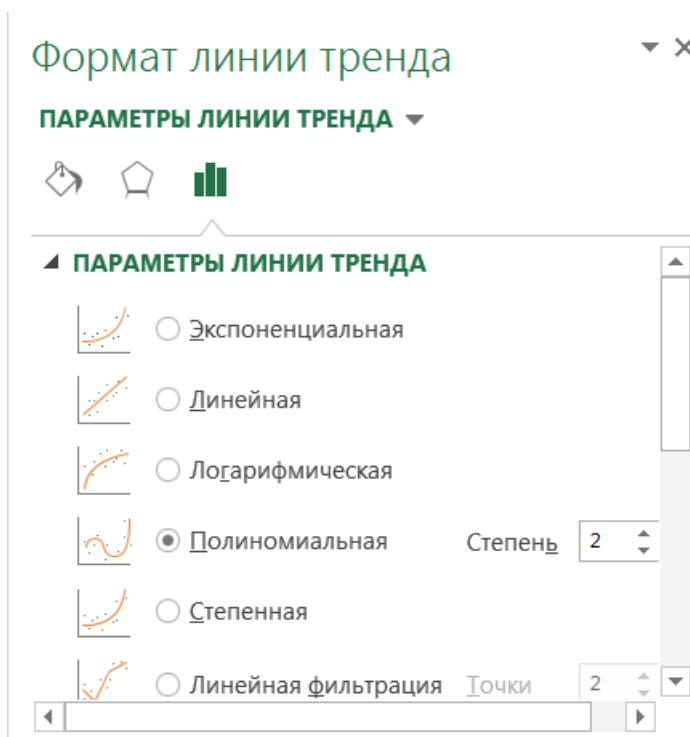


Рисунок 5.7 - Типы трендовых моделей экономических показателей

Зробимо перевірку точності, побудованої трендової моделі показника валового обсягу продажів за допомогою коефіцієнта детермінації (R^2).

Установлюємо прапорці для опцій (рис.5.8):

- показывать уравнение на диаграмме,
- поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации R^2 .

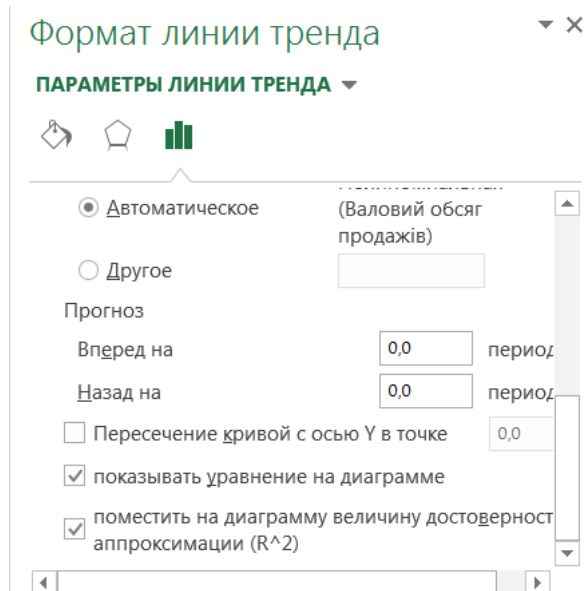


Рисунок 5.8 - Параметры линии тренду економічних показників

На рис. 5.9 наведений результат побудови тренду. $R^2=0,893$, отже функція $y=-1,2063x^2+15,934x+11,273$ є достовірною.

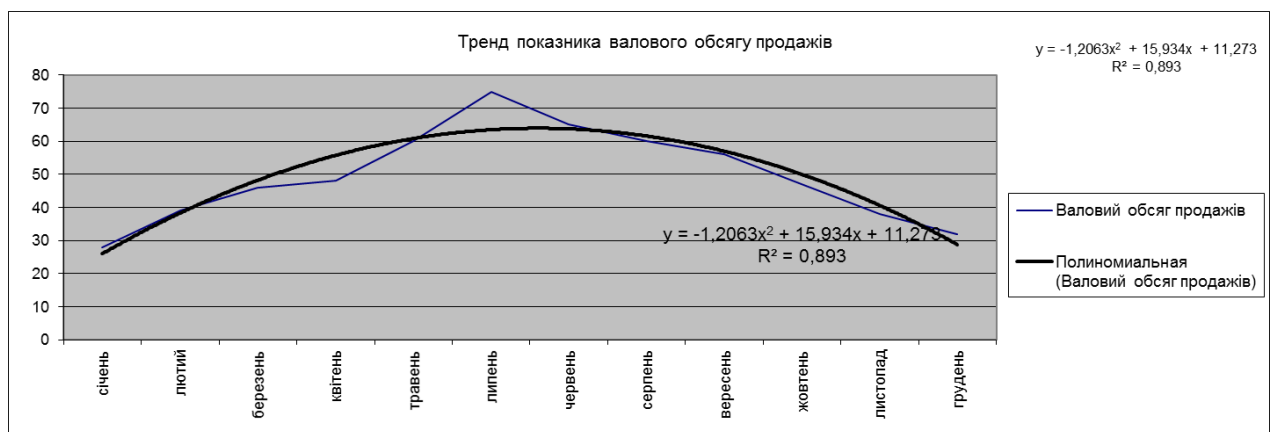


Рисунок 5.9 - Трендова модель показника валового обсягу продажів

На рис 5.1 у діапазоні F3:F14 наведена апроксимація по тренду. Для перерахування вихідних даних по функції необхідно замість змінної x підставити значення періоду часу. У діапазоні N3:P14 наведені прогностні значення показника валового об'єму продажів на наступний рік по функції.

Для добутку прогнозу необхідно у функцію замість змінної x підставити прогностне значення періоду часу. Для графічного відображення прогностних значень показника необхідно вказати період прогнозу в діалоговому вікні «Линия тренда».

Як видно з розрахунків прогностне значення показника валового обсягу продажів у наступному році буде знижуватися й досягне негативних значень, а отже фінансова стійкість підприємства буде нижче критичного значення. Це означає, що необхідно виробити методи по збільшенню показника валового об'єму продажів починаючи приблизно із грудня місяця поточного року.

Планується, у наступному періоді збільшення витрат на рекламу умовної продукції, що приведе до зростання показника валового обсягу продажів у першому періоді прогнозного року в 4 рази. Необхідно зробити висновок про економічну доцільність такого рішення.

Таким чином, збільшення витрат на рекламу, приведе до зростання значення показника валового обсягу продажів у першому періоді прогнозного року, і його значення складе 58,2 тис. грн. ($14,55 \cdot 4 = 58,2$). Тоді для аналізу ми маємо ряд, що складається вже з 13 значень. Побудуємо його тренд, використовуючи методикку викладену вище. У результаті одержуємо тренд розвитку показника валового обсягу продажів (рис. 5.10), при якому прогнозні значення показника різко зростають.

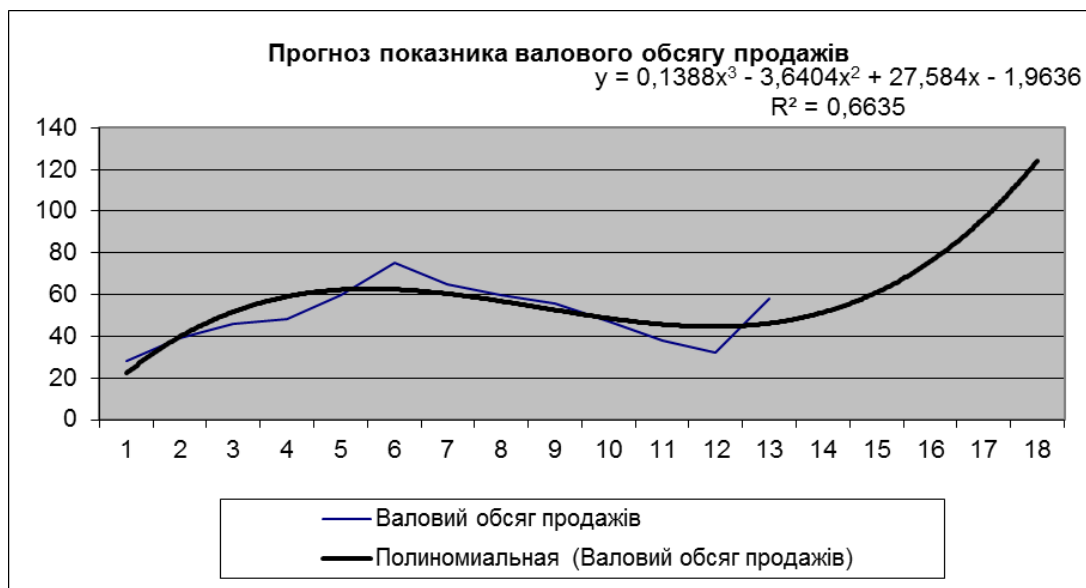


Рисунок 5.10 - Прогнозне значення показника валового обсягу продажів

Зростання показника валового обсягу продажів у прогнозному періоді свідчить про економічну доцільність проведення додаткових рекламних акцій.

5.2 Контрольні завдання

У таблицях, відповідно до індивідуального варіанта, наведені назви й значення економічних показників, часовий інтервал подання даних, період прогнозу. У ході виконання практичного завдання необхідно виконати наступні дії:

1. Зробити перевірку гіпотези про існування тренду в ряді динаміки економічного показника.
2. Визначити тип функції й параметри, що описує тенденцію розвитку показника.
3. Побудувати лінію тренду, аналізованого показника, відобразити її графічно.

4. Зробимо перевірку точності побудованої трендової моделі аналізованого показника.

5. Зробити перерахування вихідних даних показника по функції й побудувати прогноз.

6. Зробити економічні висновки за результатами аналізу трендової моделі показника.

7. Роздрукувати результати.

Варіант 1

Назва показника			Коефіцієнт ліквідності акції (%)									
5	5,2	5,6	5,8	6	6,5	7	7,5	8	9	10	12	
Часовий інтервал подання даних							місяць					
Період прогнозу							6 місяців					

Варіант 2

Назва показника			Надходження від продажу активів (тис. грн.)									
1800	1050	1750	1130	2200	1570	2500	1010	1090	1273	1393	7216	
Часовий інтервал подання даних							місяць					
Період прогнозу							5 місяців					

Варіант 3

Назва показника			Рівень віддачі акціонерного капіталу (%)									
14	20	32	33	34	34,2	34,25	34,3					
Часовий інтервал подання даних							квартал					
Період прогнозу							4 квартали					

Варіант 4

Назва показника		Потік готівки від інвестиційної діяльності (тис. грн)									
150	190	110	210	95	84	165	179	221	345		
Часовий інтервал подання даних							тиждень				
Період прогнозу							3 тижня				

Варіант 5

Назва показника			Інвестиційний ризик фінансового інструмента (%)									
19	21	5	13	12	9	18	22	6	14	10	8	
Часовий інтервал подання даних							місяць					
Період прогнозу							7 місяців					

Варіант 6

Назва показника			Акціонерний капітал (тис. грн)									
700	150	100	151	125	1000	250	130	570	537	911	384	
Часовий інтервал подання даних							місяць					

Період прогнозу	6 місяців
-----------------	-----------

Варіант 7

Назва показника		Коефіцієнт рентабельності капіталу (%)						
9	12	15	16	18	19	19,5	19,6	19,7
Часовий інтервал подання даних				місяць				
Період прогнозу				3 місяці				

Варіант 8

Назва показника		Сума чистого прибутку фінансових інвестицій (тис. грн.)						
160	140	110	98	120	125	132	143	
Часовий інтервал подання даних				квартал				
Період прогнозу				4 квартали				

Варіант 9

Назва показника		Сума чистих інвестицій (тис. грн.)							
5376	9112	38400	73235	12375	16640	21600	79040	91200	97785
Часовий інтервал подання даних				місяць					
Період прогнозу				6 місяців					

Варіант 10

Назва показника		Коефіцієнт ефективності капітальних вкладень (%)									
4	6	27	19	7	12	31	32	35	36	34	38
Часовий інтервал подання даних						місяць					
Період прогнозу						4 місяці					

Тема 6. Прогнозування розвитку соціально-економічних систем на основі тренд-сезонних моделей

6.1.Методичні вказівки

Розглянемо технологію використання сплайн-функцій та методу розрахунку коефіцієнтів сезонності економічного показника у програмі MS Excel. За цим методом динамічний ряд представляється мультиплікативною моделлю:

$$Y = tr_t * s_t * c_t * e_t$$

Технологія побудови коефіцієнтів сезонності динамічного ряду реалізується у наступні етапи:

1. Обґрунтування суттєвості сезонної компоненти.
2. Побудова моделі основної тенденції розвитку (виділення тренду).
3. Виділення сезонної та випадкової компоненти.
4. Виділення сезонної компоненти, побудова коефіцієнтів сезонності.

Розглянемо послідовність дій кожного з етапів на прикладі показника прибутку умовного підприємства.

Обов'язковою умовою розрахунку коефіцієнтів сезонності є представлення економічного показника не менш ніж за 36 підперіодів, наприклад, місяців, якщо маються місячні данні (динаміка показника за 3 роки). Ця умова забезпечує вірогідність побудованих коефіцієнтів сезонності, якщо динамічний ряд є меншим, то результати не будуть точними.

На початку роботи необхідно сформулювати вхідні данні. Вхідними даними виступають період часу та економічний показник. На рис (6.1) наведено шапку розрахункової таблиці та значення показника прибутку щомісяця протягом трьох років.

	A	B	C	D	E	F
	Період часу	Номер періоду	Показник прибутку (тис.грн)	Тренд показника	Сезонна та випадкова компоненти	Сезонна компонента
2						
3	01.01.08	1	300			
4	01.02.08	2	295			
5	01.03.08	3	320			
6	01.04.08	4	360			
7	01.05.08	5	345			
8	01.06.08	6	382			
9	01.07.08	7	490			
10	01.08.08	8	433			
11	01.09.08	9	497			
12	01.10.08	10	526			
13	01.11.08	11	493			
14	01.12.08	12	416			
15	01.01.09	1	325			
16	01.02.09	2	296			
17	01.03.09	3	310			
18	01.04.09	4	293			
19	01.05.09	5	302			
20	01.06.09	6	337			
21	01.07.09	7	392			
22	01.08.09	8	419			
23	01.09.09	9	385			
24	01.10.09	10	428			
25	01.11.09	11	411			
26	01.12.09	12	394			
27	01.01.10	1	283			
28	01.02.10	2	272			
29	01.03.10	3	291			
30	01.04.10	4	292			
31	01.05.10	5	283			
32	01.06.10	6	277			
33	01.07.10	7	324			
34	01.08.10	8	322			
35	01.09.10	9	344			
36	01.10.10	10	374			
37	01.11.10	11	347			
38	01.12.10	12	438			

Рисунок 3.12 – Шаблон представлення вхідних даних

Далі побудуємо графік показника прибутку, що аналізується (рис. 6.2)

З графічного аналізу показника прибутку можна зробити наступні висновки:

1. Показник має сталу тенденцію до значного зростання та падіння по однойменним періодам часу за 3 роки. Тому можна прийняти, що динамічний ряд показника прибутку має суттєву сезонну складову.

2. Екстремальні крапки (крапки максимуму та мінімуму) не співпадають за значеннями у різні роки, та основна тенденція розвитку показника є наступна: показник у другому році звітного періоду зменшується відносно першого, а у третьому збільшується відносно до другого, та менший відносно до першого. Тому для побудови достовірної математичної моделі розвитку показника у часі необхідно побудувати тренд для кожного року окремо.

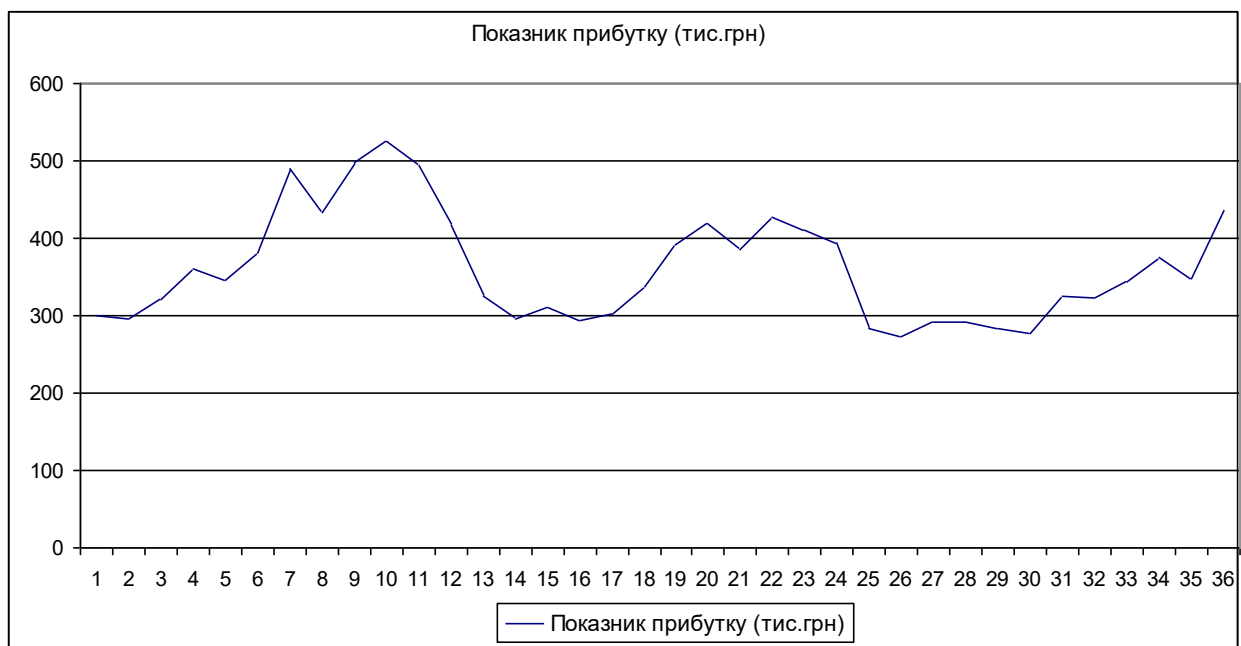


Рисунок 6.2 – Графік показника прибутку умовного підприємства

Для побудови трендів для кожного з трьох років, перевірки їх на вірогідність використовується методика побудови тренду, що описана у попередньому параграфі.

На рис. (6.3-6.5) наведено результати побудови трендів для трьох періодів.

Для тренду першого року коефіцієнт детермінації дорівнює $R^2=0,919$, для другого - $R^2=0,912$, для третього - $R^2=0,887$. Такі показники коефіцієнтів детермінації свідчать про вірогідність знайдених функцій.



Рисунок 6.3 – Тренд показника прибутку умовного підприємства за 1-й рік



Рисунок 6.4 – Тренд показника прибутку умовного підприємства за 2-й рік

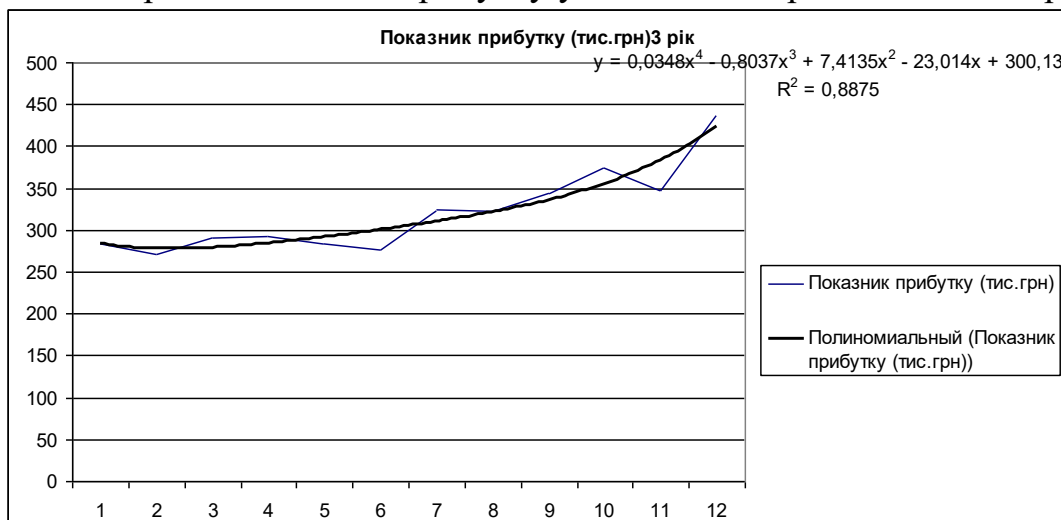


Рисунок 6.5 – Тренд показника прибутку умовного підприємства за 3-й рік

На основі знайдених функцій основного розвитку показника за різними роками виконаємо аппроксімацію емпіричних даних, тобто виділимо трендову складову показника.

Для цього зробимо у діапазоні D3:D38 перерахунок показника за

відповідними функціями:

У чарунку D3 вводимо наступну функцію:

$$=-0,1076*\text{СТЕПЕНЬ}(B3;4)+1,8989*\text{СТЕПЕНЬ}(B3;3)-8,4537*\text{СТЕПЕНЬ}(B3;2)+25,98*B3+275,54$$

Потім копіюємо цей вираз у діапазон D4:D14.

У чарунку D15 вводимо наступну функцію:

$$=0,0194*\text{СТЕПЕНЬ}(B15;4)-1,212*\text{СТЕПЕНЬ}(B15;3)+18,123*\text{СТЕПЕНЬ}(B15;2)-76,149*B15+387,05$$

Потім копіюємо цей вираз у діапазон D16:D26.

У чарунку D27 вводимо наступну функцію:

$$=0,0348*\text{СТЕПЕНЬ}(B27;4)-0,8037*\text{СТЕПЕНЬ}(B27;3)+7,4135*\text{СТЕПЕНЬ}(B27;2)-23,014*B27+300,13$$

Потім копіюємо цей вираз у діапазон D28:D38.

Наступним кроком є виділення сезонної та випадкової складових. Для цього у чарунку E3 вводимо вираз:

$$=C3/D3,$$

та копіюємо його у діапазон E4:E38.

Щоб виділити сезонну компоненту необхідно розрахувати середні значення, що відповідають однойменним місяцям. Для цього у чарунку F3 вводимо такий вираз:

$$=\text{СРЗНАЧ}(E3;E15;E27).$$

Потім копіюємо вираз у діапазон E4:E14.

Отримані значення є значеннями коефіцієнтів сезонності показника прибутку умовного підприємства.

На рис (6.6) наведено графік коефіцієнтів сезонності показника прибутку.



Рисунок 6.6 – Графічне відображення коефіцієнтів сезонності показника прибутку

З графіку (рис. 6.6) видно, що показник прибутку має значні сезонні коливання, максимальний пік приходиться на сьомий місяць, мінімальний – на п’ятий та шостий.

На рис. (6.7) наведено фрагмент таблиці, що містить результати розрахунку коефіцієнтів сезонності у режимі формул.

	В	С	D	E	F
1					
2	Номер періоду	Показник прибутку (тис.грн)	Тренд показника	Сезонна та випадкова компоненти	Сезонна компонента
3	1	300	=-0,1076*СТЕПЕНЬ(В3;4)+1,8989*СТЕ	=С3/D3	=СРЗНАЧ(Е3;Е15;Е27)
4	2	295	=-0,1076*СТЕПЕНЬ(В4;4)+1,8989*СТЕ	=С4/D4	=СРЗНАЧ(Е4;Е16;Е28)
5	3	320	=-0,1076*СТЕПЕНЬ(В5;4)+1,8989*СТЕ	=С5/D5	=СРЗНАЧ(Е5;Е17;Е29)
6	4	360	=-0,1076*СТЕПЕНЬ(В6;4)+1,8989*СТЕ	=С6/D6	=СРЗНАЧ(Е6;Е18;Е30)
7	5	345	=-0,1076*СТЕПЕНЬ(В7;4)+1,8989*СТЕ	=С7/D7	=СРЗНАЧ(Е7;Е19;Е31)
8	6	382	=-0,1076*СТЕПЕНЬ(В8;4)+1,8989*СТЕ	=С8/D8	=СРЗНАЧ(Е8;Е20;Е32)
9	7	490	=-0,1076*СТЕПЕНЬ(В9;4)+1,8989*СТЕ	=С9/D9	=СРЗНАЧ(Е9;Е21;Е33)
10	8	433	=-0,1076*СТЕПЕНЬ(В10;4)+1,8989*СТ	=С10/D10	=СРЗНАЧ(Е10;Е22;Е34)
11	9	497	=-0,1076*СТЕПЕНЬ(В11;4)+1,8989*СТ	=С11/D11	=СРЗНАЧ(Е11;Е23;Е35)
12	10	526	=-0,1076*СТЕПЕНЬ(В12;4)+1,8989*СТ	=С12/D12	=СРЗНАЧ(Е12;Е24;Е36)
13	11	493	=-0,1076*СТЕПЕНЬ(В13;4)+1,8989*СТ	=С13/D13	=СРЗНАЧ(Е13;Е25;Е37)
14	12	416	=-0,1076*СТЕПЕНЬ(В14;4)+1,8989*СТ	=С14/D14	=СРЗНАЧ(Е14;Е26;Е38)
15	1	325	=0,0194*СТЕПЕНЬ(В15;4)-1,212*СТЕГ	=С15/D15	
16	2	296	=0,0194*СТЕПЕНЬ(В16;4)-1,212*СТЕГ	=С16/D16	

Рисунок 6.7 - Фрагмент таблиці результатів розрахунку коефіцієнтів сезонності у режимі формул

На рис (6.8) наведено фрагмент таблиці, що містить результати розрахунку коефіцієнтів сезонності показника прибутку умовного підприємства.

	A	B	C	D	E	F
1						
2	Період часу	Номер періоду	Показник прибутку (тис.грн)	Тренд показника	Сезонна та випадкова компоненти	Сезонна компонента
3	01.01.08	1	300	294,8576	1,017	1,002
4	01.02.08	2	295	307,1548	0,960	0,978
5	01.03.08	3	320	319,9514	1,000	1,037
6	01.04.08	4	360	338,1848	1,065	1,023
7	01.05.08	5	345	364,21	0,947	0,954
8	01.06.08	6	382	397,7996	0,960	0,952
9	01.07.08	7	490	436,1438	1,123	1,073
10	01.08.08	8	433	473,8504	0,914	0,991
11	01.09.08	9	497	502,9448	0,988	0,981
12	01.10.08	10	526	512,87	1,026	1,032
13	01.11.08	11	493	490,4866	1,005	0,968
14	01.12.08	12	416	420,0728	0,990	1,010
15	01.01.09	1	325	327,8314	0,991	

Рисунок 6.8 - Фрагмент таблиці результатів розрахунку коефіцієнтів сезонності показника прибутку умовного підприємства

Розрахований коефіцієнт сезонності показника прибутку умовного підприємства дозволяє добре прогнозувати прибуток на протязі наступних періодів. Для цього необхідно десеzonувати ряд (знаходиться відношення: $t_s = Y / s_t$) та помножити знайдені значення на коефіцієнт сезонності відповідних періодів.

6.2.Контрольні завдання

Згідно з напрямом своєї наукової діяльності необхідно змоделювати предметну область (динаміка соціально-економічного показника за 36 періодів) для побудови прогнозу на основі тренд-сезонних моделей. Проведення аналізу містить наступні етапи:

1. Обґрунтування суттєвості сезонної компоненти.
2. Побудова моделі основної тенденції розвитку (виділення тренду).
3. Виділення сезонної та випадкової компоненти.
4. Виділення сезонної компоненти, побудова коефіцієнтів сезонності.
5. Прогнозування динаміки соціально-економічного показника на основі розрахованих коефіцієнтів сезонних.
6. Роздрукувати результати виконання завдання та зробити висновки.

Звіт про хід виконання практичного завдання повинен включати: титульний аркуш, роздруківку ходу виконання завдання, висновки за результатами дослідження набрані в Word.

Тема 7. Прогнозування розвитку соціально-економічних систем на основі виробничих функцій

7.1. Методичні вказівки

Побудуємо двофакторну лінійну регресійну модель за даними, наведеним у табл. 7.1 і проведемо її аналіз.

У табл. 7.1 представлені дані про прибуток на одиницю реалізованої продукції за 6 періодів. Потрібно виявити залежність показника прибутку Y від показника змінних витрат x_1 і показника торговельної націнки x_2 .

Таблиця 7.1 - Статистичний зв'язок між показниками прибутку, змінних витрат і торговельної націнки

№ п/п	Змінні витрати на од. продукції x_1 , грн	Торговельна націнка на од. продукції x_2 , %	Прибуток на од. продукції Y , грн.
1	15	3	86
2	8	4	88
3	10	5	94
4	18	3	70
5	20	6	77
6	12	4	92

На підставі даних наведених у табл. 7.1 виконаємо аналіз наявності у вхідних даних причинно-наслідкових зв'язків факторних показників із результативним показником.

Регресійну двофакторну модель побудуємо у лінійній формі:

$$\hat{Y}_{x_1x_2} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$$

і перевіримо її на адекватність.

У даній функції факторними показниками є показник змінних витрат на од. продукції (x_1) і показник торговельної націнки на од. продукції (x_2), результативним показником – показник прибутку на од. продукції (Y).

Першим кроком аналізу є формування таблиці зі вхідними показниками як це показано на рис. 7.1.

Зробимо перевірку факторів на виконання вимог для побудови регресійної моделі:

1. Факторні й результативні показники повинні відповідати нормальному закону розподілу.

Вхідні дані формуються по стовпцях.

Виконати команду **Данные – Анализ данных – Описательная статистика.**

Заповнити вікно діалогу за зразком (рис. 7.1):

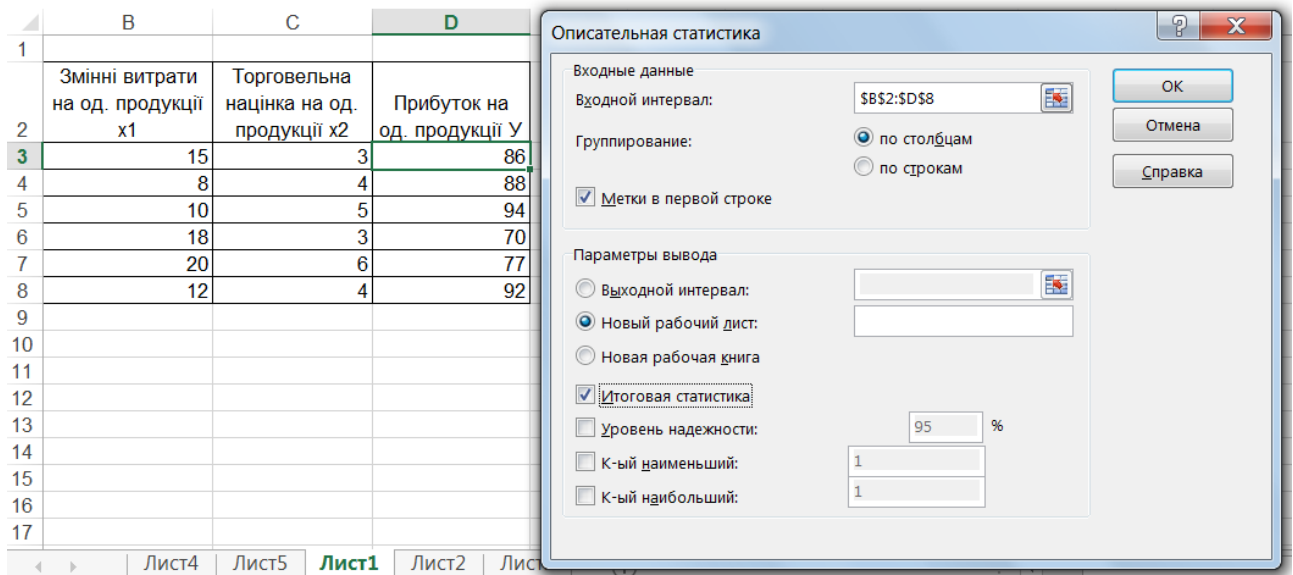


Рисунок 7.1 - Вікно діалогу «Описательная статистика»

У якості вхідного інтервалу виділяємо таблицю з найменуваннями стовпців, обов'язково встановлюємо прапорець «*Метки в первой строке*». Excel використовує ці мітки для створення заголовків у вихідній таблиці. Виділяємо прапорець «*Итоговая статистика*».

Після натискання кнопки *OK*, будуть отримані наступні результати, як показано на рис.7.2.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Змінні витрати на од. продукції x1	Торговельна націнка на од. продукції x2			Прибуток на од. продукції У		
2							
3	Среднее	13,83333333	Среднее	4,166666667	Среднее		84,5
4	Стандартная ошибка	1,904672617	Стандартная ошибка	0,477260702	Стандартная ошибка		3,774917218
5	Медиана	13,5	Медиана	4	Медиана		87
6	Мода	#Н/Д	Мода	3	Мода		#Н/Д
7	Стандартное отклонение	4,665476039	Стандартное отклонение	1,169045194	Стандартное отклонение		9,246621004
8	Дисперсия выборки	21,76666667	Дисперсия выборки	1,366666667	Дисперсия выборки		85,5
9	Эксцесс	-1,618938625	Эксцесс	-0,446162998	Эксцесс		-0,61635375
10	Асимметричность	0,140158271	Асимметричность	0,667628428	Асимметричность		-0,813953095
11	Интервал	12	Интервал	3	Интервал		24
12	Минимум	8	Минимум	3	Минимум		70
13	Максимум	20	Максимум	6	Максимум		94
14	Сумма	83	Сумма	25	Сумма		507
15	Счет	6	Счет	6	Счет		6
16	Распределение	Распределение нормальное		Распределение нормальное		Распределение нормальное	
17	Вариация	33,73		28,06		10,94	
18							

Рисунок 7.2 – Описова статистика показників

З результатів описової статистики для аналізу будуть використовуватися наступні показники:

Середнє значення - являє собою координату показника, щодо якої групуються всі значення ряду даних.

Стандартне відхилення - являє собою позитивне значення кореня квадратного з дисперсії показника.

Мінімальне значення - являє собою найменше значення показника.

Максимальне значення - являє собою найбільше значення показника.

У відповідність із законом 3-х сигм зробимо перевірку показників на відповідність нормальному закону розподілу.

Для цього необхідно в осередок В16 за допомогою функції ЕСЛИ ввести умову правила 3-х сигм. Заповнити вікно діалогу за зразком:

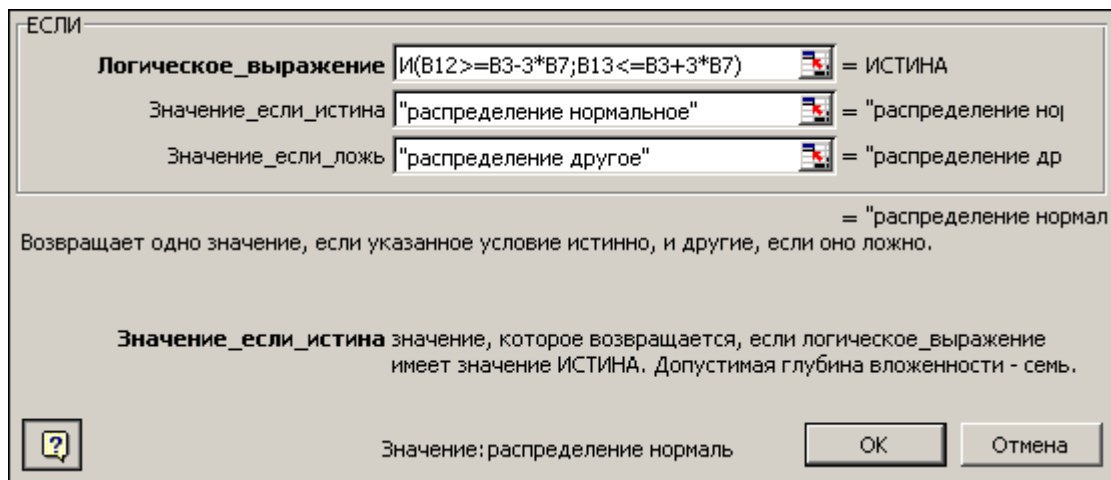


Рисунок 7.3- Вікно функції ЕСЛИ

В осередки D16, F16 скопіювати вираження осередку В16.

Як видно з рис.7.2 всі фактори мають нормальний закон розподілу, а виходить, можуть бути використані для побудови регресійної моделі.

2. Повинна дотримуватися статистична однорідність факторних показників і результативного. Виконання даної вимоги перевіряється за допомогою коефіцієнта варіації V_y . Коефіцієнти варіації показників не повинні перевищувати 33%.

Для перевірки даної умови необхідно ввести в осередок В17 формулу розрахунку коефіцієнта варіації, потім скопіювати вираження в осередки D17 і F18. Як видно з рис. 7.2 статистична однорідність дотримується для всіх показників. Це означає, що результати моделювання будуть досить точними.

3. Між факторними показниками не повинно бути функціонально щільного кореляційного зв'язку. Це означає, що парний коефіцієнт кореляції не повинен перевищувати за модулем 0.7 - 0.8.

Для перевірки даної умови необхідно виконати команду **Данные – Анализ данных – Корреляция**. Заповнити вікно діалогу за зразком:

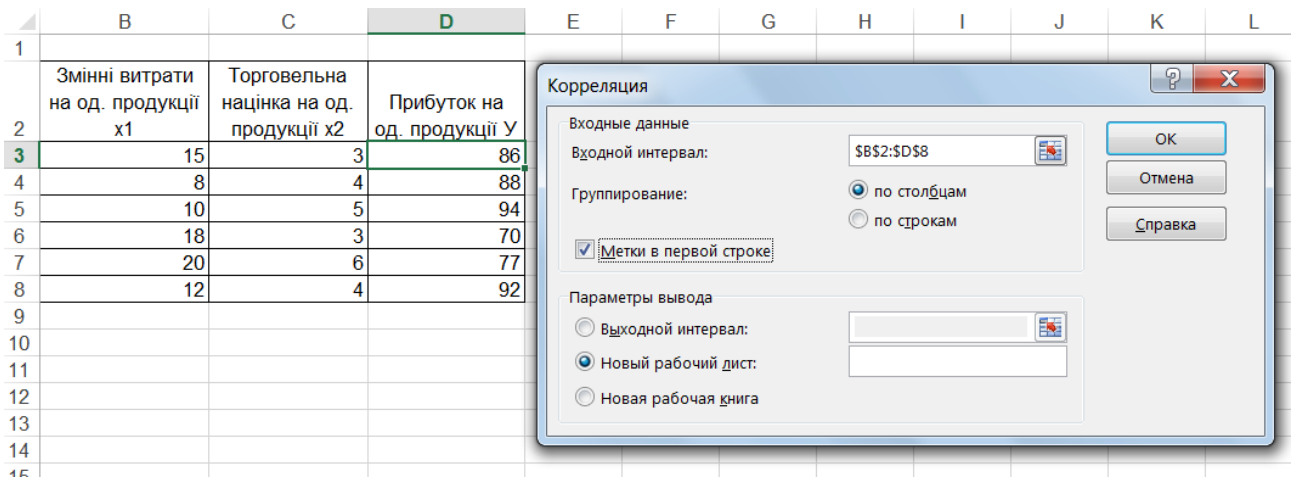


Рисунок 7.4- Вікно діалогу «Корреляция»

У результаті виконання даного діалогу будуть отримані наступні результати (рис.7.5)

	A	B	C	D
1		Змінні витрати на од. продукції x1	Торговельна націнка на од. продукції x2	Прибуток на од. продукції У
2	Змінні витрати на од. продукції x1			1
3	Торговельна націнка на од. продукції x2	0,11611948		1
4	Прибуток на од. продукції У	-0,81363214	0,138764029	1
5				

Рисунок 7.5 - Коefіцієнти кореляції

Як видно з рис.7.5 між факторними показниками коefіцієнт кореляції склав -0,116. Даний показник менше за модулем 0.7 - 0.8, це означає, що між факторами не існує щільного функціонального зв'язку. Фактори можуть бути використані для побудови регресійної моделі.

Для побудови регресійної моделі необхідно виконати наступні команди: **Данные – Анализ данных – Регрессия**. Заповнити вікно діалогу за зразком (рис.7.6):

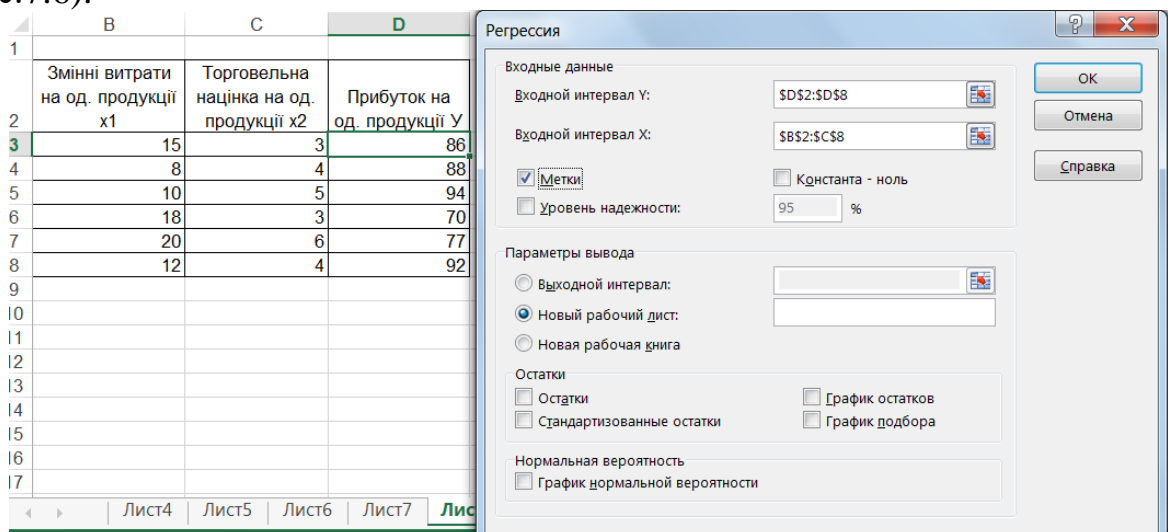


Рисунок 7.6 - Вікно діалогу «Регрессия»

У результаті виконання діалогу будуть отримані наступні дані (рис.7.7):

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Вывод ИТОГОВ										
2											
3	<i>Регрессионная статистика</i>										
4	Множественный R	0,846842917									
5	R-квадрат	0,717142925									
6	Нормированный R-квадрат	0,528571542									
7	Стандартная ошибка	6,348789894									
8	Наблюдения	6									
9											
10	<i>Дисперсионный анализ</i>										
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>					
12	Регрессия	2	306,5786	153,2893	3,803032	0,150435581					
13	Остаток	3	120,9214	40,30713							
14	Итого	5	427,5								
15											
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95,0%</i>	<i>Верхние 95,0%</i>	<i>Коэффициент эластичности</i>	
17	Y-пересечение	99,7678328	12,74006	7,831036	0,004336	59,22329134	140,3124	59,22329	140,3124		
18	Змінні витрати на од. продукції x1	-1,666969559	0,612714	-2,72063	0,072511	-3,616899236	0,28296	-3,6169	0,28296	27,29%	
19	Торговельна націнка на од. продукції x2	1,870059064	2,445246	0,764773	0,500061	-5,911804483	9,651923	-5,9118	9,651923	9,22%	

Рисунок 7.7 - Регресійна статистика

На підставі коефіцієнтів, отриманих у результаті регресійного аналізу, становимо рівняння регресії:

$$Y = 99,76 - 1,66x_1 + 1,87x_2$$

Зробимо оцінку значимості регресійної моделі.

Множинний коефіцієнт детермінації R^2 близький до одиниці й склав 0,846. Це означає, що лінія регресії точно відповідає всім спостереженням, і є достовірною.

Розглянемо технологію перевірки моделі на адекватність на основі F -критерію Фішера.

$$F_{\text{расч}} = 3,8.$$

Табличне значення F -критерію при довірчій імовірності 0,95 (тобто при $\alpha = 0,05$ і $\nu_1 = 2 - 1 = 1$; $\nu_2 = 6 - 2 = 4$) становить 7,71 (додаток А).

Розраховане значення $F_{\text{расч}} < F_{\text{кр}}$.

Але, у наслідок того, що множинний коефіцієнт детермінації R^2 близький до одиниці, то рівняння регресії можна визнати досить адекватним.

Зробимо оцінку значимості коефіцієнтів регресії за допомогою t -критерію Стьюдента.

У результаті проведеного регресійного аналізу одержали значення t -критерію Стьюдента:

Змінні витрати на од. продукції – (-2,72).

Торговельна націнка на од. продукції - 0,76.

По таблиці Ст'юдента знайдемо критичні значення *t-критерію Ст'юдента*. Табличне значення критерію при 95% рівні значимості й 3-х ступенях волі (6-2-1=3) становить 3,182 (додаток Б).

В наслідок того, що для показника змінних витрат табличне значення критерію перевищує розрахункове, то коефіцієнт a_1 варто визнати незначимим.

В наслідок того, що для показника торговельної націнки табличне значення критерію перевищує розрахункове, то коефіцієнт a_2 варто визнати незначимим.

Таким чином, побудована регресійна модель прибутку на одиницю продукції придатна тільки для аналізу, і не придатна для прогнозування.

Проведемо аналіз моделі. Аналіз коефіцієнтів множинної регресії:

$$Y=99,76-1,66x_1+1,87x_2$$

дозволяє зробити висновок про ступінь впливу кожного із двох факторів на показник прибутку.

Так наприклад, $a_1=-1,66$ свідчить про те, що зі збільшенням змінних витрат на од. продукції на 1 грн. варто очікувати зниження прибутку на од. продукції на 1,66 грн. (зворотний зв'язок).

Підвищення торговельної націнки на 1% може привести до збільшення прибутку на 1,87 грн. Звідси можна зробити відповідні практичні висновки й здійснити заходи, спрямовані на підвищення показника прибутку.

Але на основі коефіцієнтів регресії не можна сказати, який з факторних показників найбільш впливає на результативний показник, тому що коефіцієнти регресії між собою не порівнянні, оскільки вони обмірювані різними одиницями. На їхній основі не можна також установити в розвитку яких факторів закладені найбільш великі резерви зміни результативного показника, тому що в коефіцієнтах регресії не врахована варіація факторних показників. Відповіді на ці питання можна одержати, розрахувавши коефіцієнти еластичності.

Для цього в осередки J17 і J18 необхідно ввести формулу для розрахунку коефіцієнта еластичності.

У результаті отримано коефіцієнти еластичності для показників: змінні витрати на од. продукції - -27,29%, торговельна націнка на од. продукції -9,22% (рис.7.7).

Аналіз приватних коефіцієнтів еластичності показує, що за абсолютним приростом найбільший вплив на показник прибутку чинить показник торговельної націнки, тобто підвищення торговельної націнки на 1% приводить до зростання показника прибутку на 9,22%. Зниження показника змінних витрат на 1% підвищує показник прибутку на 27,29%.

Побудуємо прогноз показника прибутку залежно від показників (змінні витрати на од. продукції, торговельна націнка на од. продукції).

По отриманому рівнянню регресії спрогнозуємо результуючий фактор, припускаючи торговельну націнку рівну 7%- 8%, змінні витрати рівні 14-12. Прогнозне значення показника наведене в табл. 7.2.

Таблиця 7.2 - Прогнозне значення показника прибутку

Період упередже ння	Змінні витрати на од. продукції x_1	Торговельна націнка на од. продукції x_2	Прогноз прибутку	Нижня границя довірчого інтервалу	Верхня границя довірчого інтервалу
1	14	7	89,52067	88,65088821	90,39045664
2	12	8	94,72467	93,85488639	95,59445482

Для побудови прогнозу й довірчих інтервалів необхідно ввести формули як це показано на рис. 7.8.

	A	B	C	D	E	F
19						
20						
21	період упередження	Змінні витрати на од. продукції x_1	Торговельна націнка на од. продукції x_2	Прогноз прибутку	Нижня границя довірчого інтервалу	Верхня границя довірчого інтервалу
22	1	14	7	= $\$B\$16+\$B\$17*B22+\$B\$18*C22$	= $\$D22-0,137*\$B\$7$	= $\$D22+0,137*\$B\$7$
23	2	12	8	= $\$B\$16+\$B\$17*B23+\$B\$18*C23$	= $\$D23-0,137*\$B\$7$	= $\$D23+0,137*\$B\$7$
24						
25						

Рисунок 7.8 - Формульний вид прогнозу показника прибутку

7.2. Контрольні завдання

Згідно з напрямом своєї наукової діяльності необхідно змоделювати предметну область (мінімум 5 факторних показників) для проведення кореляційно-регресивного аналізу. Проведення аналізу містить наступні етапи:

7. Відбір факторів при заданих значеннях параметрів.
 8. Побудова лінійної багатфакторної регресивної моделі при заданих значеннях вхідних параметрів, перевірка її на адекватність.
 9. Проведення аналізу регресивної моделі по розрахованих коефіцієнтах регресії, кореляції, еластичності.
 10. Прогнозування економічного показника по побудованій моделі, якщо модель придатна для прогнозування.
 11. Роздрукувати результати виконання завдання та зробити висновки.
- Звіт про хід виконання практичного завдання повинен включати: титульний аркуш, роздруківку ходу виконання завдання, висновки за результатами дослідження набрані в Word.

8.Орієнтовний перелік питань для модульної контрольної роботи

1. Дайте визначення соціально-економічної системи та її характеристик. Наведіть приклади таких систем.
2. Дайте визначення ендогенних та екзогенних факторів соціально-економічної системи.
3. Визначить переваги системного підходу до аналізу соціально-економічних систем.
4. Назвіть принцип дослідження системи, який передбачає, що ціла система має властивості непритаманні жодній з її частин окремо. Наведіть приклади.
5. Дайте визначення макрофункції соціально-економічної системи.
6. Які проблеми вирішує структурно-функціональний підхід до аналізу соціально-економічних системи?
7. Що є траєкторією поведінки соціально-економічної системи?
8. За якою послідовністю згідно системного аналізу необхідно вирішувати складні проблеми з управління соціально-економічними системами?
9. Дайте визначення економіко-математичної моделі. Навести приклади.
10. Назвіть концепції побудови динамічних моделей?
11. Які складові частини включає економіко-математична модель?
12. Які ознаки покладено в систему класифікації економіко-математичних моделей?
13. Перелічить моделі за ознакою використання математичного апарату. Наведіть приклади.
14. Наведіть приклади систем масового обслуговування. Поясніть, що розуміють під каналом обслуговування, потоком замовлень, пропускнуою здатністю.
15. Дайте визначення балансовим моделям. Наведіть приклади їх використання.
16. Дайте визначення імітаційним моделям. Наведіть приклади їх використання.
17. Дайте визначення моделям математичного програмування. Наведіть приклади їх використання.
18. Навести приклади задач багатокритеріальної оптимізації.
19. Дайте визначення моделям заснованим на теорії графів. Наведіть приклади їх використання.
20. Дайте визначення моделям управління запасами. Наведіть приклади їх використання. Чи є актуальним на сьогодні їх використання.

9. Розподіл балів за виконаними завданнями

Поточне тестування та самостійна робота										Сума (в балах)
Змістовий модуль №1	Змістовий модуль №2				Змістовий модуль №3					
T1	T2	T3	T4	Тест	T5	T6	T7	Тест	Тези/н аук. стаття	
10	10	10	10	5	10	10	10	5	20	100

T1, T2, ... – змістові теми

Список рекомендованої літератури

1. Боровик О.В. Дослідження операцій / О.В. Боровик, Л.В. Боровик// Навч.посіб.- К.: Центр учбової літератури, 2007.-424с.
2. Вітлінський В. В. Моделювання економіки : навч. посіб. / В. В. Вітлінський ; Київ. нац. екон. ун-т. – К. : КНЕУ, 2005. – 408 с.
3. Глушик М.М. Математичне програмування: підручник / М.М. Глушик, І.М. Копич, В.М. Сороківський – Львів: Новий світ, 2009. - 280 с.
4. Копич І.М. Математичні моделі в менеджменті та маркетингу: навч. посіб. / І.М. Копич, В.М. Сороківський, В.І. Стефаняк. – Львів: «Науковий Світ», 2011. – 376 с.
5. Оліфіров О. В. Інформаційні системи в менеджменті / О.В. Оліфіров, Н.М. Спіцина, Т.В. Шабельник. – Донецьк: ДонНУЕТ, 2013. - 240с.
6. Оліфіров О.В. Інформаційні системи і технології підприємства : навч. посібник для студентів екон. напрямів підготов. ден. і заоч. форм навчання / О.В. Оліфіров, Н.М. Спіцина, Т.В. Шабельник; Донец. нац. ун-т економіки і торгівлі ім. М. Туган-Барановського, каф. інформац. систем і технологій упр. - Донецьк: [ДонНУЕТ], 2010.- 312с.
7. Петруня Ю.Є. Прийняття управлінських рішень: навч. посіб. / Ю.Є. Петруня, В.Б. Говоруха, Б.В. Літовченко. – 2-ге вид. - К.: Центр учбової літератури, 2011. - 216 с.
8. Семенова І.Ю. Математичні моделі МСС/ І.Ю. Семенова// Навч.посіб.- К.: КНЕУ, 2014.
9. Шабельник Т. В. Маркетинго-орієнтоване управління фармацевтичним підприємством: моделі і методи: монографія / Т.В. Шабельник. – Полтава: ПУЕТ, 2015. – 312с.
10. Шабельник Т.В. Математичне моделювання соціально-економічних систем : навч. посіб. / Т.В. Шабельник; Маріупольський державний університет, кафедра математичних методів та системного аналізу. – Маріуполь : МДУ, 2019. - 135 с.

Розподіл Фішера - Снедекера (F-Розподіл)

Перше значення відповідає ймовірності 0,05; друге – ймовірності 0,01 і третє – ймовірності 0,001; ν_1 – число ступенів волі чисельника; ν_2 - знаменники

ν_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞	t
ν_2											
1	161,4 4052 406523	199,5 4999 500016	215,7 5403 536700	224,6 5625 526449	230,2 5764 576449	234,0 5859 585953	238,9 5981 598149	243,9 6106 6106598	249,0 6234 623432	253,3 6366 636535	12,71 63,66 636,2
2	18,51 98,49 998,46	19,0 99,01 999,00	19,16 99,17 999,20	19,25 99,25 999,20	19,30 99,30 999,20	19,33 99,33 999,20	19,37 99,36 999,40	19,41 99,42 999,60	19,45 99,46 999,40	19,50 99,50 999,40	4,3 9,92 31,00
3	10,13 34,12 64,47	9,55 30,81 148,51	9,28 29,46 141,10	9,12 28,71 137,10	9,01 28,24 134,60	8,94 27,91 132,90	8,84 27,49 130,60	8,74 27,05 128,30	8,64 26,60 125,90	8,53 26,12 123,50	3,18 5,84 12,94
4	7,71 21,20 74,13	6,94 18,00 61,24	6,59 16,69 56,18	6,39 15,98 53,43	6,26 15,52 51,71	6,16 15,21 50,52	6,04 14,80 49,00	5,91 14,37 47,41	5,77 13,93 45,77	5,63 13,46 44,05	2,78 4,60 8,61
5	6,61 16,26 47,04	5,79 13,27 36,61	5,41 120,6 33,20	5,19 11,39 31,09	5,05 10,97 20,75	4,95 10,67 28,83	4,82 10,27 27,64	4,68 9,89 26,42	4,53 9,47 24,14	4,36 9,02 23,78	2,57 4,03 6,86
6	5,99 13,74 35,51	5,14 10,92 26,99	4,76 9,78 23,70	4,53 9,15 21,90	4,39 8,75 20,81	4,28 8,47 20,03	4,15 8,10 19,03	4,00 7,72 17,99	3,84 7,31 16,89	3,67 6,88 15,75	2,45 3,71 5,96
7	5,59 12,25 29,22	4,74 9,55 21,69	4,35 8,45 18,77	4,12 7,85 17,19	3,97 7,46 16,21	3,87 7,19 15,52	3,73 6,84 14,63	3,57 6,47 13,71	3,41 6,07 12,73	3,23 5,56 11,70	2,36 3,50 5,40
8	5,32 11,26	4,46 8,65	4,07 7,59	3,84 7,10	3,69 6,63	3,58 6,37	3,44 6,03	3,28 5,67	3,12 5,28	2,99 4,86	2,31 3,36

	25,42	18,49	15,83	14,39	13,46	12,86	12,04	11,19	10,30	9,35	5,04
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71	2,26
	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,47	5,11	4,73	4,31	3,25
	22,86	16,39	13,90	12,56	11,71	11,13	10,37	9,57	8,72	7,81	4,78
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54	2,23
	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,06	4,71	4,33	3,91	3,17
	21,04	14,91	12,55	11,28	10,48	9,92	9,20	8,45	7,64	6,77	4,59
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40	2,20
	9,65	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,74	4,40	4,02	3,60	3,11
	19,69	13,81	11,56	10,35	9,58	9,05	8,35	7,62	6,85	6,00	4,49
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30	2,18
	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,50	4,16	3,78	3,36	3,06
	18,64	12,98	10,81	9,63	8,89	8,38	7,71	7,00	6,25	5,42	4,32
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21	2,16
	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,30	3,96	3,59	3,16	3,01
	17,81	12,31	10,21	9,07	8,35	7,86	7,21	6,52	5,78	4,97	4,12
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13	2,14
	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,14	3,80	3,43	3,00	2,98
	17,14	11,78	9,73	8,62	7,92	7,44	6,80	6,13	5,41	4,60	4,14
15	4,45	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07	2,13
	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,00	3,67	3,29	2,87	2,95
	16,59	11,34	9,34	8,25	7,57	7,09	6,47	5,81	5,10	4,31	4,07
16	4,41	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01	2,12
	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	3,89	3,55	3,18	2,75	2,92
	16,12	10,97	9,01	7,94	7,27	6,80	6,20	5,55	4,85	4,06	4,02
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96	2,11
	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,79	3,45	3,08	2,65	2,90
	15,72	10,66	8,73	7,68	7,02	6,56	5,96	5,32	4,63	3,85	3,96

Розподіл Стьюдента (t - розподіл)

ν	Імовірність $\alpha = S_t(t) = P(T > t_{\text{табл}})$												
	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,61
2	0,142	0,287	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,620	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,941
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,043	6,859
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,405
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,860	3,355	5,041
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,260	0,327	0,541	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,583
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,976	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,833
20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850