ΛΌΓΟΣ
DIE KUNST DES WISSENSCHAFTLICHE DENKEN
DER SAMMLUNG WISSENSCHAFTLICHER ARBEITEN
ZU DEN MATERIALIEN DER INTERNATIONALEN WISSENSCHAFTLICH-PRAKTISCHEN KONFERENZ

WISSENSCHAFTLICHE ERGEBNISSE UND ERRUNGENSCHAFTEN: 2020

25. DEZEMBER 2020 • MÜNCHEN, DEU

BAND 1

DOI 10.36074/25.12.2020.v1
ISBN 978-3-471-37237-1

EUROPEAN
SCIENTIFIC
PLATFORM

ΛΌΓΟΣ

DER SAMMLUNG WISSENSCHAFTLICHER ARBEITEN

ZU DEN MATERIALIEN DER INTERNATIONALEN WISSENSCHAFTLICH-PRAKTISCHEN KONFERENZ

«WISSENSCHAFTLICHE ERGEBNISSE UND ERRUNGENSCHAFTEN: 2020»

25. DEZEMBER 2020

BAND 1

München • Deutschland

UDC 001(08)
W 77

https://doi.org/10.36074/25.12.2020.v1

Vorsitzender des Organisationskomitees: Holdenblat M.

Verantwortlich für Layout: Kazmina N.
Verantwortlich für Design: Bondarenko I.

W 77 **Wissenschaftliche Ergebnisse und Errungenschaften: 2020**: der Sammlung wissenschaftlicher Arbeiten «ΛΌГОΣ» zu den Materialien der internationalen wissenschaftlich-praktischen Konferenz (B. 1), 25. Dezember, 2020. München, Deutschland: Europäische Wissenschaftsplattform.

ISBN 978-3-471-37237-1
DOI 10.36074/25.12.2020.v1

Es werden Thesen von Berichten und Artikeln von Teilnehmern der internationalen wissenschaftlich-praktischen Konferenz «Wissenschaftliche Ergebnisse und Errungenschaften: 2020», am 25. Dezember, 2020 in München vorgestellt.

Die Konferenz ist im Katalog internationaler wissenschaftlicher Konferenzen enthalten. genehmigt von ResearchBib und UKRISTEI (Zertifikat № 453 vom 05.10.2020); ist von der Euro Science Certification Group zertifiziert (Zertifikat № 22201 vom 04.12.2020).

Bibliografische Beschreibungen der Konferenz Tagungsband sind von CrossRef, ORCID, Google Scholar, ResearchGate, OpenAIRE und OUCI werden indiziert.

UDC 001 (08)

ISBN 978-3-471-37237-1

INHALT

ABSCHNITT I. WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTEN

DOI 10.36074/25.12.2020.v1.40

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РАНГОВОГО ПІДХОДУ

НАУКОВО-ДОСЛІДНА ГРУПА:

ORCID ID: 0000-0003-2599-8834 **Третяк Вячеслав Федорович**
кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, доцент,
науковий співробітник наукового центру Повітряних Сил
Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба

ORCID ID: 0000-0002-6873-7004 **Голубничий Дмитро Юрійович**
кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри Інформаційних систем
Харківський національний економічний університет імені Семена Кузнеця

ORCID ID: 0000-0002-3476-2666 **Коломійцев Олексій Володимирович**
Заслужений винахідник України, доктор технічних наук,
старший науковий співробітник, професор кафедри,
Національний технічний університет «Харківський політехнічний університет»

ORCID ID: 0000-0002-2873-4677 **Мегельбей Ганна Василівна**
кандидат технічних наук,
старший науковий співробітник наукового центру Повітряних Сил
Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба

Возний Олександр Олександрович
старший науковий співробітник наукового центру Повітряних Сил
Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба

Філіпенков Олексій Володимирович
Ад'юнкт науково-організаційного відділу,
Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба

УКРАЇНА

Розглянемо сутність рангового підходу до рішення задач цілочисельного лінійного програмування (ЦЛП) з булевими змінними (БЗ) на прикладі задачі про рюкзак. Загальна постановка цієї задачі формулюється таким чином. Необхідно знайти вектор $\vec{x}$, що доставляє максимум функції:

$$f(\vec{x}) = \sum_{j=1}^{n} c_j \times x_j, \tag{1}$$

при виконанні умов:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \times x_j \le b_i, \tag{2}$$

$$x_j \in \{0,1\}, \qquad \mathrm{i} = \left(\overline{1,\mathrm{m}}\right); \qquad \mathrm{j} = \left(\overline{1,\mathrm{n}}\right). \tag{3}$$

Для спрощення викладу математичної моделі розглянемо одномірну задачу, тобто максимізуємо функціонал

$$f(\vec{x}) = c_1 \times x_1 + c_2 \times x_2 + \ldots + c_n \times x_n, \tag{4}$$

при обмеженнях:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{1j} \times x_j \le b, \tag{5}$$

$$c_1 \ge c_2 \ge ... \ge c_n; \qquad a_{ij} > 0; \qquad \mathrm{c_j} > 0 \qquad \mathrm{j} = \left(\overline{1, \mathrm{n}}\right) \tag{6}$$

Поставимо у відповідність задачі (4 – 6) граф G (рис. 1), що зображує бінарне дерево усіх рішень, число яких дорівнює 2^n [1-3].

Множина X = {x_j} усіх векторів розмірності *n*, усі компоненти яких $x_j \in \{ 0,1 \}$ $x_j \in \{ 0,1 \}$ становлять множину можливих значень.

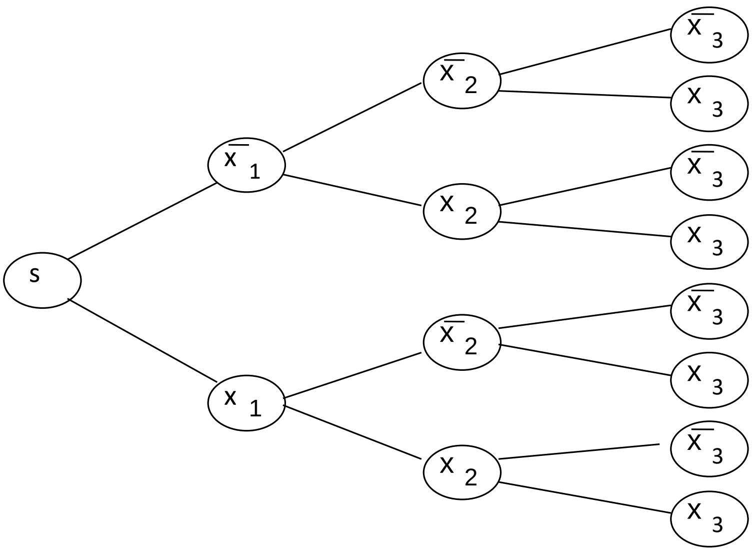

Рис. 1. **Граф G**

Деяка його підмножина V, усі вектори якої задовольняють обмеженням (5 – 6), утворюють множину припустимих рішень.

Множина H $\subset$ V є множиною оптимальних рішень вихідної задачі, якщо для будь-яких векторів x $\in$ H функціонал (4) досягає свого екстремального значення.

Усю множину можливих рішень можна розбити на групи векторів, що містять: один компонент x_j = 1, $j = (\overline{1, n})$ і всі інші рівні 0; два компоненти x_j = 1 і всі можливі їхні сполучення по 2, а інші, рівні 0; три компоненти x_j = 1 і всі можливі їхні сполучення й т. д. n – компонент x_j = 1. Якщо позначити підмножини векторів цих груп через m^r $\mathrm{r} = (\overline{1, \mathrm{n}})$, тоді множину усіх можливих рішень можна записати як об'єднання підмножин m^r:

$$X = \bigcup_{j=1}^{n} m^r. \tag{7}$$

Як показано в роботі [2-3], згідно з графом G можна побудувати граф G' (рис. 2), у якому множина шляхів рангу r (ранг шляху – число ребер, що утворять шлях) відповідає групам підмножин, які описуються співвідношенням (7).

Для цього вершину s з'єднаємо спрямованими ребрами з вершинами 1,2,...,n і т. д.; вершину i з'єднуємо з вершинами i+1,...,n. В останню вершину n входять ребра, спрямовані із усіх вершин, і жодне ребро із цієї вершини не виходить

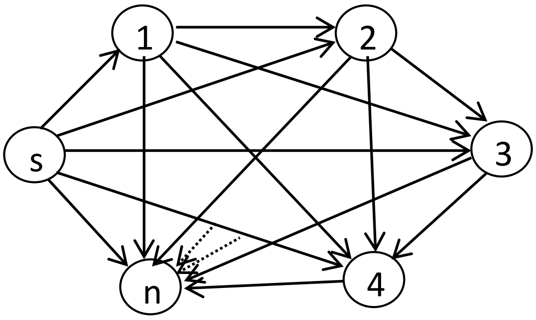

Рис. 2. **Граф G'**

Дерево шляхів DΔ графа G' з вершини s будується таким чином [2]: на нульовому ярусі (r = 0) розташуємо вершину s. На першому ярусі розмістимо всі вершини графа G', що мають зв'язок з вершиною s і з'єднаємо їх з s (при цьому утворилася підмножина шляхів рангу r = 1). У другому ярусі розмістяться всі вершини, що мають зв'язок з вершинами першого ярусу, без вершини з номером 1 і з'єднаємо їх з вершинами першого ярусу (утворені всі шляхи рангу r = 2) і так далі доти, поки в останньому не залишиться одна вершина n. На рис. 3 наведено приклад, коли n = 4.

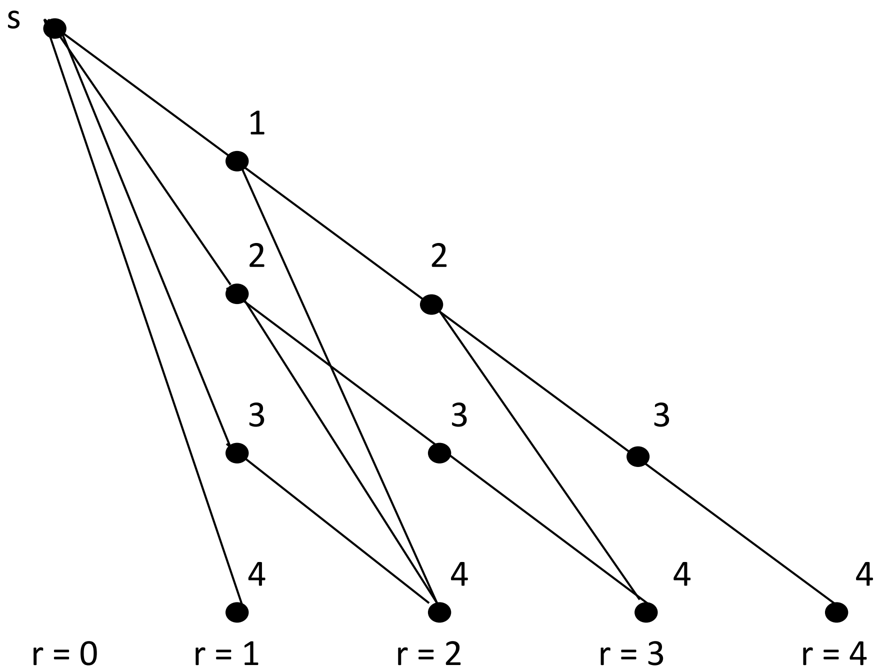

Рис. 3. **Граф D Δ**

Геометрично вершина k графа DΔ рангу r – це множина векторів $\vec{x}$ $(x_1,x_2,...,x_k,...,x_n)$, у яких $x_k = 1$, а на позиціях від 1 до k перебуває r одиниць (рис. 2.4). Ребру, що входить у вершину k графа DΔ, відповідає одиничний вектор $\vec{e}_k$ (0, 0, …,0, 1, 0, … 0) n-мірного одиничного куба B^n з одиницею в k-тій позиції. Тоді, шляху μ_{sj}^{r} рангу r у графі DΔ відповідає вектор $\vec{x}$, який дорівнює сумі одиничних векторів ребер, через які він досяг вершину j рангу r, починаючи з вершини s.

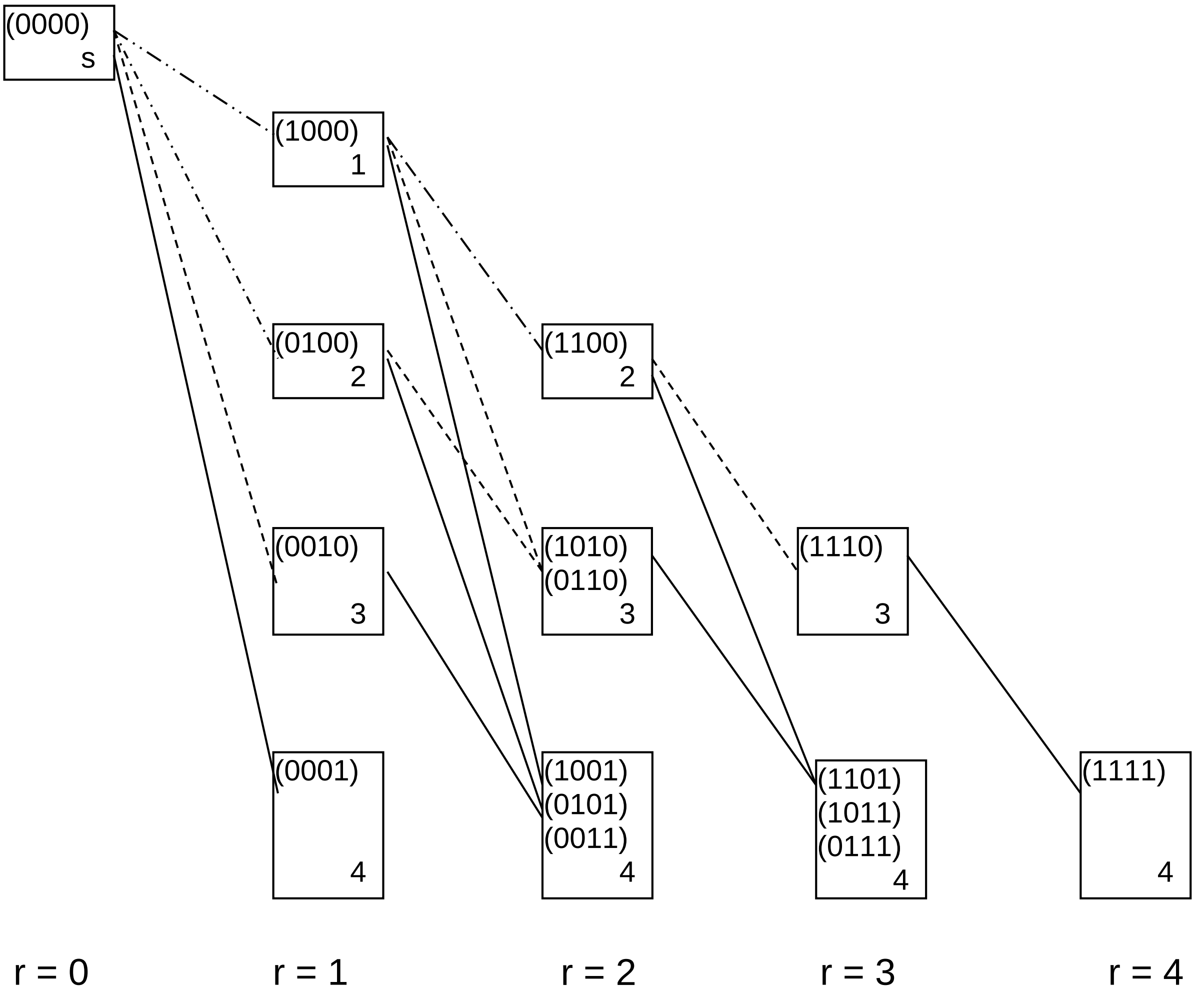

Рис. 4. **Геометрична інтерпретація графа DΔ**

Наприклад, шляху $\mu_{s24}^{r=2}$ відповідає вектор $\overrightarrow{x_{s24}}$, що утвориться сумою нульового вектора $\vec{0}$ {0000} і одиничних векторів $\vec{e}_2$ = {0100}, $\vec{e}_4$ = {0001}, тобто:

$$\overrightarrow{x_{s24}} = \vec{0}\ \{0000\} + \vec{e}_2\ \{0100\} + \vec{e}_4\ \{0001\} = \{0101)$$

Нехай у графі DΔ кожному ребру, що входить у вершину j, $j = (\overline{1,n})$ відповідає дві ваги: вага c_j, якій дорівнює коефіцієнт при x_j у функціоналі (4), і вага a_{1j}, якій дорівнює коефіцієнту при x_j в обмеженні (5). Тоді, шлях μ_{sj}^{r} у графі DΔ з вершини s у вершину j характеризується двома довжинами: $d_c\left(\mu_{sj}^{r}\right)$ - довжиною за вагою функціонала й $d_a\left(\mu_{sj}^{r}\right)_1$ – довжиною за вагою обмежень.

Множину шляхів $m_s^r(j)$ у графі DΔ до вершин j, розташовану на ярусах $r = (\overline{1,n})$ від вершини s, можна зобразити у вигляді

$$m_s^r(j) = m_{sj}^{r=1} \cup m_{sj}^{r=2} \cup ... \cup m_{sj}^{r=n}, \qquad j = (\overline{1,n}), \tag{8}$$

де m_{sj}^{r} – множина шляхів у графі DΔ від вершини s до вершин j, розташованим на r-х ярусах графа DΔ (ранг шляху $\mu_{sj}^{r} \in m_{sj}^{r}$ визначається числом ребер, що утворюють цей шлях). Варто мати на увазі, що множині шляхів $m_{sj}^{r=k}$ у графі DΔ відповідає множина векторів $\{\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_v\}$, що містять k одиниць. Отже, $\left|m_{sj}^{r}\right| = C_n^{r=k}$, тобто кожному шляху в множині $m_{sj}^{r=k}$ відповідає деякий вектор $(x_1, x_2, ..., x_n)$. З множини (8) слідує, що:

$$\left|m_s^r(j)\right| = C_n^{r=1} + C_n^{r=2} + ... + C_n^{r=n} = 2^n - 1. \quad (9)$$

Таким чином, граф DΔ являє собою впорядкований за рангами еквівалент n-мірного одиничного куба B^n, у якому шляхи $\mu_{sj}^r \in m_{sj}^r$ відповідають вершинам B^n. Довжина кожного шляху за вагою функціонала визначає значення функціонала (4) у вершинах одиничного куба B^n. Довжина за вагою обмежень визначає, чи відповідає дана вершина B^n обмеженням (5), тобто належить вершина n-мірного одиничного куба B^n гіперплощини (5). Якщо $d_a\left(\mu_{sj}^r\right)_1 \le b,$ то вершина належить гіперплощині (5), і будемо говорити, що шлях μ_{sj}^r задовольняє властивості ν. Якщо $d_a\left(\mu_{sj}^r\right)_1 > b,$ то вершина n-мірного куба, що відповідає шляхам μ_{sj}^r, не належить гіперплощині (5), а шлях μ_{sj}^r вважаємо таким, який не задовольняє властивості ν.

Оптимальному рішенню задачі (4 – 6) в DΔ відповідає самий довгий шлях за вагою функціонала, що задовольняє властивості ν.

У випадку m-мірної задачі (1 - 3) ребрам, що входять до вершин графа DΔ, крім ваги c_j функціонала, відповідає m ваг a_{ij} обмежень, а шлях μ_{sj}^r характеризується довжинами: $d_c\left(\mu_{sj}^r\right)$ – довжиною за вагою функціонала й $d_a\left(\mu_{sj}^r\right)_i,\ i = \overline{(1, m)}$ – довжинами за вагою m обмежень.

На основі математичної моделі рангового підходу для побудови алгоритмів рішення завдань ЦЛП із БЗ покладений принцип оптимізації у напрямку в дискретному просторі станів, заданому графом DΔ [5]. Подання n-мірного одиничного куба у вигляді графа DΔ дозволяє розбити множину усіх шляхів графа DΔ з нульової вершини s на Ω локальних областей, де $|\Omega|$ не перевищує величину $\frac{n^2}{2}$, оскільки число вершин у графі DΔ визначається сумою чисел натурального ряду

$$\Omega = n + (n-1) + ... + 1 = \frac{n \cdot (n+1)}{2} \approx \frac{n^2}{2}, \quad (10)$$

причому Ω-області в графі DΔ упорядковані за рангами і шляхи наступного рангу можуть бути отримані на основі шляхів попереднього рангу за рахунок приєднання до них ребра (j,p) у графі DΔ:

$$m_{sp}^{r=r+1} = \left\{\left(\forall\left(\mu_{sj}^r \in m_{sj}^r\right)\right) \cup (j, p)\right\}.$$

Нехай задані деякі правила відсікань $\{L_w\}$ шляхів μ_{sj}^r у множинах m_{sj}^r. Тоді, якщо в множинах утримуються шляхи, що задовольняють властивості ν і правилам $\{L_w\}$, то під оптимізацією за напрямком *у* графі DΔ до вершини p будемо розуміти формування множин $m_{sp}^{r=r+1}$ наступного рангу, які виходять за рахунок виділення в m_{sj}^{r} шляхів, приєднання до яких ребрам (j, p) дозволить у множині $m_{sp}^{r=r+1}$ одержати шляхи, що задовольняють правилам {Lw} на основі наступного рекурентного співвідношення

$$\forall\left(\mu_{sj}^{r} \in m_{sj}^{r}\right)\left[\mu_{sp}^{r=r+1} = L_{w}\left\{\mu_{sj}^{r} \cup (j, p)\right\}\right]; \quad \mathrm{p} = (\overline{\mathrm{r}+1, \mathrm{n}}); \quad \mathrm{j} = (\overline{\mathrm{r}, \mathrm{n}}), \qquad (11)$$

де $\mu_{sj}^{r} \cup (j, p)$ – шлях з вершини s графа DΔ у вершину p, що проходить через проміжну вершину j і який задовольняє правилам {Lw}, тобто який одержуємо за рахунок приєднання до шляху μ_{sj}^{r} ребра (j,p), якщо таке з'єднання не суперечить правилам {Lw}. Надалі для спрощення викладу, якщо шлях $\mu_{sp}^{r=r+1} = \mu_{sj}^{r} \cup (j, p)$ задовольняє правилам {Lw}, то будемо говорити, що він задовольняє й властивості ν.

Таким чином, для рішення задачі (1 – 2), використовуючи правила {Lw} і оптимізацію за напрямком (11), побудуємо деяку узагальнену процедуру A0, що дозволяє формувати множини локальних екстремумів Ω і виділяти серед них глобальний.

Уведемо узагальнену процедуру A0, що дозволяє на основі обраного правила відсікань {Lw} вирішувати завдання (1) – (2.3).

Узагальнена процедура A0

КРОК 1. З вершини s будуються множини шляхів $\mathrm{m}_{\mathrm{sj}}^{\mathrm{r=1}}$, $\mathrm{j} = \left(\overline{1, \mathrm{n}}\right)$, що задовольняють властивості ν. Виділяються шляхи $\overset{*}{\mu}{}_{\mathrm{sj}}^{\mathrm{r=1}}$, що визначають локальні екстремуми областей Ωj.

КРОК 2. Формуються множини шляхів $m_{sp}^{r=r+1}$ $p = \left(\overline{r+1, n}\right)$ наступного рангу, що задовольняють властивості ν, на базі множини шляхів m_{sj}^{r} попереднього рангу відповідно до рекурентного співвідношення (11). В утворених множинах $m_{sp}^{r=r+1}$ здійснюється відсівання шляхів відповідно до обраного правила відсікань {Lw} і виділяються шляхи $\overset{*}{\mu}{}_{sp}^{r=r+1}$, що визначають локальні екстремуми областей Ωp.

КРОК 3. Перевіряємо, чи всі множини $m_{sp}^{r=r+1}$ наступного рангу порожні. Якщо це так, то переходимо до кроку 4, якщо ні, то перевіряємо r = (n - 1). У випадку виконання рівності переходимо до кроку 4, інакше збільшуємо r на 1 і виконуємо крок 2.

КРОК 4. Виділяємо серед множин локальних екстремумів Ωj $j = \left(\overline{1, n^{2}/2}\right)$ глобальний і процедура A0 закінчує роботу.

Узагальнена процедура A0 дозволяє визначити локальні екстремуми в Ω-областях графа DΔ щораз на кроці 2 і потім на кроці 4 виділити глобальний екстремум з $n^{2}/2$ локальних, які отримуються на основі принципу оптимізації за напрямком (11) з використанням правил відсікань, що вводять, {Lw} шляхів у m_{sj}^{r} множинах.

Таким чином, із представленої математичної моделі n-мірного одиничного куба B^n у вигляді графа D∆ і сформульованого принципу оптимізації за напрямком на основі рангового підходу випливають наступні завдання:

1. Визначення стратегій відсікань $\{L_w\}$ безперспективних шляхів у множинах m^r_{sj}, що приводять до наближених і точних рішень задачі ЦЛП із БЗ (1 – 3).
2. Побудови наближених і точних алгоритмів на основі обраних правил відсікань $\{L_w\}$ для рішення одномірних і багатомірних задач ЦЛП із БЗ.

Створення паралельних обчислювальних структур як спеціалізованих пристроїв для рішення даного класу задач дискретної оптимізації.

Список використаних джерел:

[1] Kolomiitsev, O., Tretiak, V., Zakirov, Z., Kukobko, S., Kalachova, V., & Martovytskyi, V. (2020). Optymizatsiia zavantazhennia failiv skhovyshcha danykh v olap-faily na osnovi ranhovoho pidkhodu. InterConf, (25), 108-117. vylucheno iz https://ojs.ukrlogos.in.ua/index.php/interconf/article/view/4300.

[2] Kolomiitsev, O., Holubnychyi, D., Kots, H., Tretiak, V., Yevstrat, D., & Lysytsia, A. (2020). Zadachi dyskretnoi optymizatsii ta yikh postanovka dlia rozmishchennia zasobiv zakhystu v rozpodilenii systemi. Zbirnyk naukovykh prats ΛΌΗΟΣ, 36-41. vylucheno iz https://doi.org/10.36074/20.11.2020.v5.12

[3] T. Viacheslav, D. Filgus, O. Stetsenko and B. Sergii, "Parallel Computation Method for Fragmentation of Distributed Database Data Based on Rank-Based Approach," 2019 3rd International Conference on Advanced Information and Communications Technologies (AICT), Lviv, Ukraine, 2019, pp. 92-95, doi: 10.1109/AIACT.2019.8847907.