

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**ІМЕНІ СЕМЕНА КУЗНЕЦЯ**

*О. М. Гоков*

**ФІЗИКА**

**Навчальний посібник**

**Харків**  
**ХНЕУ ім. С. Кузнеця**  
**2019**

УДК 53(075.034)

Г59

Рецензенти: завідувач кафедри електричного транспорту Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова, д-р техн. наук, професор, заслужений винахідник України *М. Ф. Смирний*; начальник відділу міжнародного співробітництва та науково-технічної інформації Науково-дослідної установи «Український науково-дослідний інститут екологічних проблем», канд. техн. наук, доцент *Н. С. Цалко*.

**Рекомендовано до видання рішенням ученої ради Харківського національного економічного університету імені Семена Кузнеця.**

Протокол № 5 від 26.12.2018 р.

*Самостійне електронне текстове мережеве видання*

**Гоков О. М.**

Г59 Фізика [Електронний ресурс] : навчальний посібник / О. М. Гоков. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2019. – 277 с.

ISBN 978-966-676-736-6

Подано основні теоретичні відомості з навчальної дисципліни. За основу взято матеріал, викладений у відомих навчальних посібниках, що рекомендовані для студентів, які навчаються в закладах освіти технічного та економічного профілю.

Рекомендовано для студентів спеціальності 125 «Кібербезпека» першого (бакалаврського) рівня всіх форм навчання.

**УДК 53(075.034)**

ISBN 978-966-676-736-6

© Гоков О. М., 2019

© Харківський національний економічний університет імені Семена Кузнеця, 2019

## Вступ

Навчальна дисципліна «Фізика» є комплексною, її курс включає основні розділи сучасної фізики. Фізика належить до фундаментальних наук, що становлять основу теоретичної підготовки фахівців різних напрямів, і відіграє роль тієї бази, без якої неможлива успішна діяльність у будь-якій області сучасної науки та техніки. Найважливіші досягнення фізики складають фундаментальну базу сучасних наукоємних технологій, на основі яких виробляється всіляка продукція, у тому числі вироби інформаційних технологій.

У наш час знання з фізики та засновані на них сучасні технології формують новий спосіб життя, і високоосвічена людина не може дистанціюватися від фундаментальних знань про навколишній світ, не ризикуючи виявитися безпорадною в професійній діяльності.

В останні десятиріччя серед важливих науково-технічних напрямів помітне місце займають комп'ютерні науки, електротехніка й електроніка, основою яких є фізика. Така роль фізики пов'язана насамперед з масовою комп'ютеризацією і автоматизацією сучасного життя.

Фізика, як основа сучасного природознавства та головна його складова, має велике значення у формуванні наукового світогляду фахівця з сучасного обладнання. Зокрема, без знання фізики неможливо зрозуміти, глибоко засвоїти та розвивати новітні комп'ютерні технології. Важливо розуміти також, що без розуміння сутності фізичних процесів, закладених в основу будь-якого виробництва, неможливо ефективно вирішувати економічні завдання щодо його оптимізації. Тому фахівець повинен добре знати основи фізики, вміти творчо застосовувати фізичні закономірності у своїй практичній діяльності.

З цієї причини логічним є побудування нового навчального курсу під назвою «Фізика». Навчальна дисципліна «Фізика» є базовою навчальною дисципліною, що вивчається згідно з навчальним планом підготовки фахівців освітнього ступеню «бакалавр» спеціальності 125 «Кібербезпека у скороченому обсязі. Тому методичною установкою автора було прагнення до балансу між фундаментальною строгістю та фізичною наочністю у викладенні навчального матеріалу. Фундаментальні ідеї в посібнику викладено без використання громіздких і строгих процедур.

Основою даного навчального посібника став курс лекцій з навчальної дисципліни «Фізика», який викладається у Харківському національному економічному університеті імені С. Кузнеця студентам бакалаврату за галуззю знань 12 «Інформаційні технології».

Навчальний матеріал у посібнику побудований відповідно до сучасних вимог. У його основу закладено такі принципи, як компетентність, фундаментальність, інноваційність і діяльнісний підхід. У розробленні змісту навчального посібника був зроблений наголос на фундаментальні знання [1 – 2; 7 – 19], що є основою перевагою університетської освіти.

Сучасна комп'ютерна техніка й електроніка, вироби яких широко застосовуються в устаткуванні, є галузями знань, які надзвичайно бурхливо розвиваються. Тому автор, відбираючи теоретичний матеріал, прагнув його повної відповідності сучасним вимогам і практичним завданням, які вирішуються у галузі знань 12 «Інформаційні технології».

Мета навчального посібника – формування у студентів системи теоретичних знань, прикладних умінь щодо використання базових фундаментальних фізичних понять, практичної роботи з широким колом сучасних фізичних і електронних пристроїв, розвиток самостійного мислення.

Для глибшого засвоєння студентами теоретичного матеріалу, що викладається в лекціях, вироблення і розвитку практичних навичок у навчальній дисципліні передбачений практикум. У цьому практикумі студенти виконують лабораторні роботи та навчаються розв'язувати типові задачі за основними темами.

Виходячи з цього і для більшої зручності й ефективності вивчення теоретичного матеріалу в посібнику стисло наведено основний теоретичний матеріал, який є основою для лабораторних робіт, практичних занять і завдань для самостійного виконання, які надані в практикумах [3; 4; 7; 9].

Зміст навчального посібника містить усі основні розділи сучасної фізики: основи механіки, молекулярної фізики та термодинаміки, електрики та магнетизму, коливання і хвилі, хвильову та квантову оптику, елементи фізики атомів, атомного ядра і елементарних частинок.

Основні знання та уміння, які має розвинути вивчення викладеного в посібнику матеріалу є такими:

знання основних фундаментальних понять і визначень сучасної фізичної теорії;

знання щодо можливості практично визначати та характеризувати основні фізичні закони, покладені в основу сучасних технологій та комп'ютеризованого обладнання;

знання щодо можливості виконувати оцінювання параметрів і характеристик різних процесів на підставі фізичних понять і знань;

знання щодо можливості виконувати математичний запис різних фундаментальних законів і функціональних залежностей з розділів фізичної науки;

чисельно оцінювати та вимірювати за допомогою контрольовано-вимірювальної апаратури параметри фундаментальних законів і функціональних залежностей з розділів фізичної науки;

знання щодо прикладних умінь використання базових фундаментальних фізичних понять що до розв'язання типових задач за основними темами;

знання щодо прикладних умінь використання базових фундаментальних фізичних понять, практичної роботи з широким колом сучасних фізичних і електронних пристроїв.

Основні компетентності, які має набути студент після вивчення викладеного в посібнику матеріалу є такими:

здатність використовувати базові знання фундаментальних розділів фізики в обсязі, необхідному для володіння фізичним апаратом відповідної галузі знань; здатність використовувати фізичні методи в обраній професії;

здатність демонструвати знання з існуючих фізичних методів, алгоритмів щодо обробки даних, методів оптимізації та їх використання для вирішення професійних завдань, у тому числі для управління і прийняття управлінських рішень;

здатність до вибору основних методів розв'язання типових задач з розділів фізики;

здатність оцінювати й аналізувати ефективність використання фундаментальних законів і функціональних залежностей з розділів фізичної науки;

здатність урахувати сучасні наукові положення фізичної науки з метою забезпечення реалізації комп'ютеризованих технологій;

здатність проводити натурні й обчислювальні експерименти, зіставляти результати експериментальних даних і отриманих рішень та

оформляти здобуті робочі результати у вигляді презентацій, науково-технічних звітів, статей і доповідей на науково-технічних конференціях;

здатність враховувати сучасні наукові положення фізичної науки щодо прикладних умінь використання базових фундаментальних фізичних понять у практичній роботі з широким колом сучасних фізичних і електронних пристроїв.

здатність використовувати базові знання фундаментальних розділів фізики що до розв'язання типових задач за основними темами;

Кожен з розділів навчального посібника висвітлює базові положення фізики як науки.

У розділі 1: загальні відомості про фізику як науку; зв'язок фізики з іншими науками і виробництвом; одиниці вимірювання фізичних величин; основні поняття та визначення механіки; елементи кінематики поступального і обертального руху матеріальної точки; основні закони динаміки матеріальної точки; кінематичні характеристики механічного руху; швидкість; прискорення, кривизна траєкторії; кінематика обертального руху; сила як джерело руху; закони Ньютона; імпульс та закон збереження імпульсу; доцентрова і відцентрова сили; псевдосили інерції; сила Коріоліса; потенціальна енергія тіла в однорідному гравітаційному полі Землі; фундаментальні взаємодії та сили в природі; сили тертя та сили опору; робота й потужність; кінетична та потенціальна енергія тіла; робота зовнішньої сили; механічна енергія; закон збереження енергії; пружні деформації; закон Гука; енергія пружної деформації; елементи статички; рівновага в механіці; механіка руху рідини.

У розділі 2: предмет і методи молекулярної фізики; побудова речовин; статистичний метод; маса і розмір молекул; теплота; тиск; ідеальний газ та його характеристики; енергія частинки ідеального газу; внутрішня енергія ідеального газу; молекулярно-кінетична теорія для тиску; кінематичні характеристики ідеального газу; явища переносу; теплопровідність; термодинамічний метод дослідження; енергообмін між термодинамічними системами; термодинамічні стани та процеси; ідеальний газ; термодинамічні процеси в ідеальному газі; поняття енергії; поняття внутрішньої енергії; перший закон термодинаміки; адіабатичний процес; теплоємність ідеального газу; нагрівачі й охолоджувачі; цикл Карно; ентропія; другий закон термодинаміки; третій закон термодинаміки; експериментальні газові закони; закон Бойля – Маріотта; закон Гей-Люссака; закон Дальтона; закон Авагадро; рівняння Клапейрона – Менделєєва;

основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів; абсолютна температура; основи молекулярно-кінетичної теорії газів; основна формула кінетичної теорії газів; оборотні та необоротні процеси; кругові процеси.

У розділі 3: електростатика; електричне поле у вакуумі; закон Кулона; напруженість електричного поля; потік вектора електричної індукції; теорема Остроградського – Гаусса; робота сил електричного поля; потенціал електричного поля; різниця потенціалів; провідники і діелектрики в електричному полі. Поляризація діелектриків; електрична ємність; конденсатори; електромагнітна взаємодія; електростатика; точкові, поверхневі й об'ємні заряди; потенціал електростатичного поля; провідники в електростатичному полі; діелектрики; поняття макроскопічного та мікроскопічного полів; сегнетоелектрики та п'єзоелектрики; енергія електричного поля; пондеромоторні сили в електричному полі; постійний електричний струм; закон Ома; основні характеристики електричного струму; закон Ома для ділянки кола; електричний опір провідників; питомий опір; явище надпровідності; закон Ома в диференціальній формі; сторонні сили; робота і потужність постійного електричного струму; тепла дія електричного струму; закони Кірхгофа; закон Джоуля – Ленца; температурна залежність опору провідника; поняття електронної теорії речовини; елементи квантової теорії електропровідності твердих тіл.

У розділі 4: основи магнетизму; постійне магнітне поле у вакуумі та речовині; закон Ампера; робота над контуром із струмом; закон Біо – Савара – Лапласа; взаємодія струмів; магнітний диполь; діа- та парамагнетика; теорема про циркуляцію магнітного поля у вакуумі; теорема про циркуляцію магнітного поля в речовині; феромагнетизм; змінні електричні та магнітні поля; властивості магнітних потоків; електромагнітна індукція; явище електромагнітної індукції; досліди Фарадея; закон Ленца; основний закон електромагнітної індукції; самоіндукція; індуктивність контуру; взаємоіндукція; енергія магнітного поля струму; густина енергії магнітного поля; коефіцієнти взаємної індукції і самоіндукції; енергія магнітного поля; закон повного струму; струм зсуву; рух зарядженої частки в однорідному магнітному полі; дія магнітного поля на рухому заряджену частинку; сила Лоренца; рух електрона в однорідних магнітному й електричному полях.

У розділі 5: коливальний рух; пружинний маятник; математичний маятник; гармонійні коливання та їх характеристики; поняття гармонійних

коливань; амплітуда і фаза коливань; механічні гармонічні коливання; енергія матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання; гармонійний осцилятор; маятник; характеристики вільних згасаючих коливань; вимушені коливання; явище резонансу; енергія коливання; хвильові процеси; рівняння хвилі, фаза та фазова швидкість; енергія та інтенсивність хвилі; інтерференція хвиль; ефект Доплера; акустичні хвилі; стоячі хвилі; електромагнітні коливання та хвилі; коливальний контур; незгасаючі електромагнітні коливання; вільні згасаючі електромагнітні коливання; плоска електромагнітна хвиля; поляризація хвилі; енергія, інтенсивність і тиск електромагнітної хвилі.

У розділі 6: предмет оптики; основи фотометрії; основні поняття і закони геометричної оптики; найпростіші оптичні системи; дисперсія світла; спектри; дзеркала; тонкі лінзи; призма; хвильова оптика; загальні відомості про хвильові властивості світла; дисперсія світла; інтерференція світла; дифракція світла; поширення світла в речовині; поляризація світла; поглинання (абсорбція) світла; випромінювання Вавилова – Черенкова; розсіяння світла.

У розділі 7: основні принципи квантової фізики; корпускулярно-хвильовий дуалізм властивостей речовини; хвилі де Бройля; постулати квантової механіки; співвідношення невизначеності; хвильова функція та її статистичний сенс; стаціонарне рівняння Шредингера і його застосування; квантова природа випромінювання; поняття спектрального аналізу; теплове випромінювання, його особливості та закони; основи квантової теорії випромінювання; основи квантової оптики; дії світла; основні елементи атомної фізики; борівська теорія атома водню; хвильова  $\psi$ -функція Л. де Бройля та її фізична змістовність; квантова механіка систем; періодична система хімічних елементів; оптичні властивості твердих тіл; поглинання. спонтанне та вимушене випромінювання; основи фізики атомного ядра; склад атомного ядра; радіоактивний розпад ядер; ядерні реакції; поняття про елементарні частинки; квантова природа випромінювання; теплове випромінювання; закон Кірхгофа; Закон Стефана – Больцмана; закон Віна; квантова гіпотеза і формула М. Планка. Фото-ефект; фотони; оптичні властивості твердих тіл; квантові генератори світла (лазери).



# Розділ 1. Механіка

*Мета:* розглянути основні поняття і закони класичної механіки, яка складається з трьох основних розділів: кінематики, динаміки і статички.

*Основні питання*

- 1.1. Загальні відомості про фізику як науку.
- 1.2. Одиниці вимірювання фізичних величин.
- 1.3. Основні поняття та визначення механіки.
- 1.4. Кінематика.
- 1.5. Динаміка.
- 1.6. Елементи статички.

*Ключові слова:* кінематика, динаміка; статика; основні закони збереження; фундаментальні взаємодії.

## 1.1. Загальні відомості про фізику як науку

**Фізика** – наука про природу, тобто про все, що нас оточує. Оточуючий нас світ складається з матерії. Фізика вивчає найбільш прості та разом з тим найбільш загальні властивості матеріального світу. Тому фізика є універсальною наукою, а її закони є основою всього природознавства. Усі природничі науки мають фізичні розділи: біофізику, астрофізику, геофізику, фізичну хімію. Уся сучасна техніка є втіленням прикладної фізики: космічна техніка, електроніка, ядерна енергетика, інформаційні технології, нано-технології (рис. 1.1).

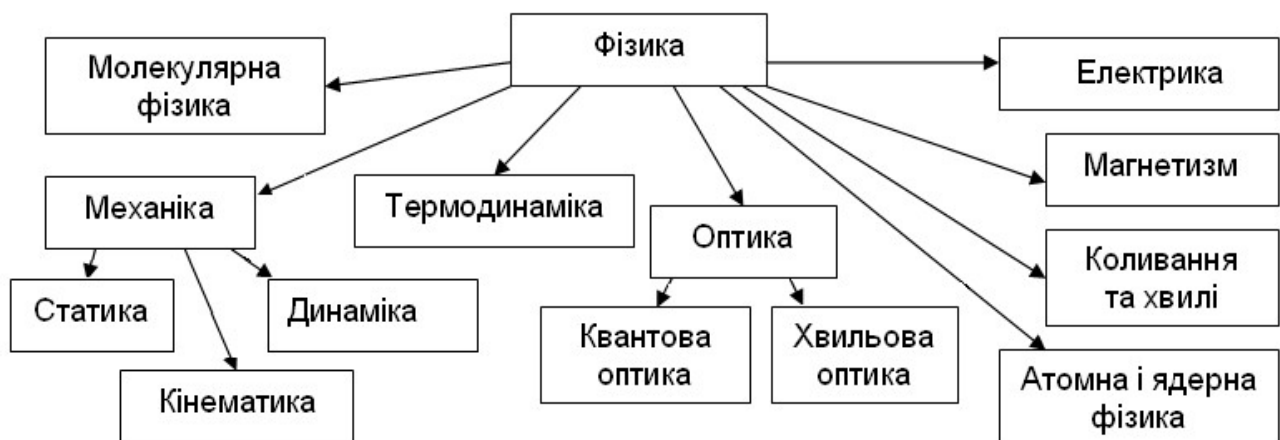


Рис. 1.1. Традиційні розділи фізики

Предмет фізики, як і будь-якої науки, розкривається в її детальному змісті. Визначити фізику через просте формулювання неможливо, як і відокремити фізику від хімії, астрономії.

Фізика – наука експериментальна, її закони базуються на досліді та перевіряються ним. Для встановлення законів сучасна фізика використовує такі методи: споглядання; дослід; математичні розрахунки; моделювання. Метод моделювання отримав широке розповсюдження з розвитком інформаційних технологій і використовується для досліджування фізичних процесів. Традиційно курс фізики вивчають за розділами, у кожному з яких розглядається відповідний вид руху матерії.

## 1.2. Одиниці вимірювання фізичних величин

Усі фізичні явища відбуваються в просторі та часі, а величини, що їх характеризують, називають фізичними. *Фізична величина* – це характеристика фізичного тіла або явища, яку можна виміряти або обчислити. Фізична величина – це властивість, яка є загальною в якісному відношенні для багатьох речовин, але індивідуальною в кількісному відношенні для конкретної речовини. *Виміряти фізичну величину* означає порівняти її з однорідною величиною, взятою за одиницю цієї величини. Наприклад: маса, час, температура, довжина, площа – це фізичні величини. Кожну фізичну величину позначають буквою латинського або грецького алфавітів. Ці букви є *символами фізичних величин*. Наприклад, запишемо символи деяких фізичних величин: час –  $t$ , довжина –  $l$ , висота –  $h$ , площа –  $s$ , об'єм –  $V$ , густина –  $\rho$ , температура –  $T$ .

Кожна фізична величина має одиницю вимірювання. Наприклад, одиниця вимірювання довжини – метр (м); одиниця вимірювання часу – секунда (с) та ін. *Розмір фізичної величини* визначає кількісний вміст у речовині конкретної властивості, відповідної поняттю фізичної величини. З цим поняттям взаємопов'язане поняття *вимірювання* – встановлення дослідним шляхом, скільки разів у фізичній величині міститься деякої елементарної порції, яку називають *оддиницею вимірюваної величини*. **Одиниця вимірювання** – це значення фізичної величини, взяте за основу порівняння кількісного оцінювання однорідних величин. Вибір такої одиниці довільний, але закріплюється відповідними міжнародними угодами та стандартами країн для єдності сприйняття. Одиницю

вимірювання фізичної величини позначають її символом у квадратних дужках:  $[h] = \text{м}$ ,  $[V] = \text{м}^3$ ,  $[\rho] = \text{кг/м}^3$ .

**Еталон** – це засіб вимірювання, який забезпечує відтворення та збереження одиниці фізичної величини.

**Система одиниць вимірювання** – це сукупність одиниць вимірювання, що охоплює всі або деякі області вимірювання. Система СІ – інтернаціональна система фізичних одиниць (Sistem International).

У тексті прийняті такі символічні позначення приростів фізичних величин: символом  $\Delta$  позначаються скінченні (у тому числі малі) прирости скалярних і векторних фізичних величин; символом  $d$  – нескінченно малі прирости скалярних і векторних фізичних величин, які є функціями стану тіла або системи тіл. Такі величини в математиці називають *диференціалами*. Вони утворюються як межа скінчених приростів  $\Delta$  у ході прямування їхнього аргументу або самого  $\Delta$  до 0. Основною властивістю нескінченно малої величини є те, що вона завжди менша будь-якої наперед заданої малої скінченої величини; символом  $\delta$  позначаються нескінченно малі (елементарні) значення фізичних величин, які не є функціями стану тіла або системи тіл, (наприклад,  $\delta A$  – елементарна робота,  $\delta Q$  – елементарна теплота та інші фізичні величини).

### 1.3. Основні поняття та визначення механіки

**Механічний рух** – це процес переміщення одних тіл відносно інших в умовах дії на них неврівноважених сил. У процесі механічного руху відбувається зміна взаємного розташування тіл у часі та просторі. Мірою зміни взаємного розташування тіл у просторі (зміни радіус-вектора положення тіла) є переміщення, а у часі – швидкість  $\vec{V}$ . Мірою зміни швидкості з часом є вектор прискорення тіла  $\vec{a}$ . Криволінійний рух завжди можна розкласти на прості рухи: *поступальний* та *обертювий*.

**Поступальний рух** – це рух, під час якого пряма АВ, проведена через дві точки тіла, залишається паралельною сама собі. Усі точки тіла описують однакові траєкторії, вони мають однакові переміщення, шляхи, швидкості та прискорення. Таким чином, щоб описати рух тіла, достатньо описати рух однієї з його точок.

**Обертювий рух** – це рух, під час якого кожна точка тіла рухається колом. Центри цих точок розміщені на одній прямій, яку називають віссю

обертання. *Вісь обертання* перпендикулярна площині обертання точок і може проходити через тіло або знаходитися поза ним. В обертальному русі всі точки мають однакові кутові швидкості та кутові прискорення.

Використовують такі *фізичні моделі тіла*.

**Матеріальна точка (МТ)** – це тіло, розмірами якого відносно до характерних відстаней у задачі можна знехтувати. В одну геометричну точку простору можна помістити лише одну матеріальну точку. Матеріальна точка введена фізиками для спрощення розрахунків у розв'язанні багатьох задач.

**Абсолютно тверде тіло (АТТ)** – це тіло, зміною розмірів і форми (деформаціями) якого в умовах певної задачі можна знехтувати.

**Абсолютно пружне тіло** – це тіло, деформації якого пропорційні діючим на нього зовнішнім силам і зникають після припинення дії сил.

**Абсолютно непружне тіло** – це тіло, деформації якого повністю зберігаються після припинення дії на нього зовнішніх сил.

## 1.4. Кінематика

Класична механіка вивчає найпростіші з фізичних явищ, а саме механічний рух як зміну місцеположення тіл із часом і взаємодію тіл, що проявляються в макросвіті.

Для вивчення механічних явищ вводиться система характеристик руху тіл та їх взаємодії, установлюються відповідні закономірності зв'язку між ними та їх властивості в часі. До таких характеристик відносять радіус-вектор положення тіла, швидкість, прискорення, кривизну траєкторії, імпульс, енергію.

Механіка вивчає кінематику, в якій описано поступальний та обертаний рух, без з'ясування причини руху тіла; динаміку, яка вивчає причини поступального та обертаного руху тіла та його наслідки та статику, яка вивчає умови рівно важності тіл.

**Пряма задача механіки:** знайти положення рухомого тіла у довільний момент часу за початковим положенням і силами, що діють на тіло в кожний момент часу.

**Обернена задача механіки:** знайти сили, що діють на тіло у довільний момент часу за початковим і кінцевим положенням тіла.

### 1.4.1. Кінематичні характеристики механічного руху

**Траєкторія** – геометричне місце точок простору, через які послідовно проходить матеріальна точка під час руху, або уявна крива  $S(t)$ , яку описує точкове тіло під час руху (рис. 1.2). Залежно від виду траєкторії розрізняють **прямолінійний** (траєкторія є пряма) та **криволінійний рух** (траєкторія є деякою, у загальному випадку, просторовою кривою).

**Початком відліку** називають тіло або сукупність взаємно нерухомих тіл, відносно яких розглядається переміщення інших тіл. З початком відліку, як правило, пов'язують початок системи координат.

**Початок відліку** – система координат і годинник, за яким проводиться відлік часу, утворюють систему відліку. Вибір тієї або іншої системи відліку визначає **відносність механічного руху**.

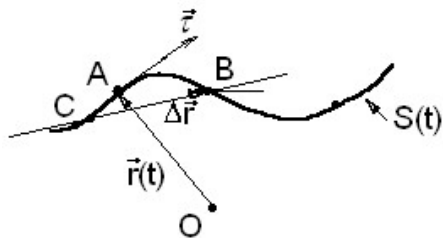


Рис 1.2. Приклад траєкторії руху

Форма траєкторії та довжина траєкторії того самого руху відносні. Вони залежать від вибору системи відліку. Щоб переконатися в цьому, проведіть олівцем на папері лінію; у системі відліку, зв'язаної з аркушем паперу, траєкторія кінчика олівця збігається

з проведеною лінією, а в системі відліку, зв'язаною з кистю руки, кінчик олівця спочиває, його траєкторія виродилася в точку – і форма, і довжина траєкторії кінчика олівця в різних системах відліку виявилися різними.

*Дотичною* до траєкторії у точці А є граничне положення січної СВ (рис 1.2), коли точки С і В прямують до точки А. *Напрямок дотичної* можна задати одиничним вектором  $\vec{\tau}$ :  $\vec{\tau} \parallel \overline{CB}$  за  $B, C \rightarrow A$ .

Вектор  $\vec{r}(t)$ , проведений з точки О, яка є початком системи відліку, у точку А положення точкового тіла у просторі називають **радіус-вектором**. Радіус-вектор  $\vec{r}$  тіла, що рухається, є функцією часу, а рівняння  $\vec{r} = \vec{r}(t)$  називають **кінематичним рівнянням руху тіла**. Лише вектор, що визначає положення тіла у просторі, має приставку радіус-

Якщо  $\Delta t$  проміжок часу, тіло перемістилося з точки С у точку В, то вектор  $\Delta \vec{r}$ , проведений з початкового положення тіла (точка С) у кінцеве

положення (точка В), визначає *зміну положення матеріальної точки* за деякий проміжок часу  $\Delta t$  і називають **вектором переміщення**, або **переміщенням**. Вектор переміщення  $\Delta \vec{r}$  лежить на січній СВ. Коли точки В і С прямують до точки А, то вектор переміщення  $\Delta \vec{r}$  переходить у нескінченно малий вектор переміщення  $d\vec{r}$ , який буде лежати на дотичній. Його можна записати у вигляді  $d\vec{r} = \vec{\tau} dr$ .

Одиничний вектор (модуль або величина вектора дорівнює 1), що визначає деякий напрямок, називають **ортом напрямку**. Ортом дотичної до кривої є вектор  $\vec{\tau}$ ; він є **тангенціальним**, а орт  $\vec{n}$  називають **ортом нормалі**. Будь-який вектор можна розкласти на нормальну та тангенціальну складові. Для цього потрібно з початку та вершини вектора опустити на цей напрямок перпендикуляри. Вектор  $\vec{a}$  на рис 1.3 має тангенціальну  $\vec{a}_\tau$  та нормальну  $\vec{a}_n$  складові, причому  $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ .

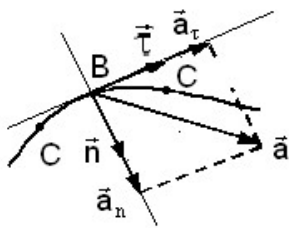


Рис 1.3. Приклад: вектор  $\vec{a}$  має тангенціальну  $\vec{a}_\tau$  та нормальну  $\vec{a}_n$  складові

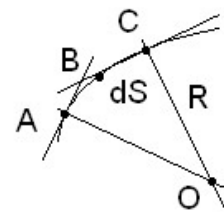


Рис 1.4. Приклад визначення кривизни траєкторії в точці

**Радіусом кривизни траєкторії в точці В** є радіус  $R$  дотичного до неї у цій точці кола, яке лежить у стичній площині. Дугою такого можна наблизити ділянку  $dS$  траєкторії  $AC$  (див. рис 1.4). Центр такого кола  $O$  визначається точкою перетину нормалей до траєкторії у точках  $A$  та  $C$ , коли вони прямують до точки  $B$ . Радіус цього кола буде радіусом кривизни  $R$ .

Величину, обернену до величини  $R$   $C = \frac{1}{R}$ , називають **кривизною траєкторії в даній точці**.

**Шлях**, пройдений тілом  $dS(t)$ , у ході переміщення з точки  $A$  у точку  $B$  – це довжина ділянки траєкторії  $\cup AB$ , або відстань від точки  $A$  до точ-

ки  $V$ , виміряна вздовж траєкторії. Одиницею вимірювання величини шляху є м.

### 1.4.2. Швидкість

Рух тіла в різні моменти часу може відрізнятися величиною та напрямком переміщення. Для визначення цих змін вводиться поняття швидкості тіла. **Швидкість** (миттєва швидкість) – це вектор, який дорівнює похідній від радіус-вектора положення тіла в просторі за часом:

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}. \quad (1.1)$$

Таким чином ми визначаємо, що вектор швидкості лежить на дотичній до траєкторії  $\vec{r}$ , а її величина дорівнює похідній за часом від шляху, пройденого тілом:

$$V = \frac{dS}{dt}. \quad (1.2)$$

**Середня швидкість** – це вектор, який дорівнює відношенню скінченного вектора переміщення  $\Delta\vec{r}$  тіла в просторі до проміжку часу  $\Delta t$ , за який це переміщення сталося:

$$\vec{V}_c = \Delta\vec{r} / \Delta t. \quad (1.3)$$

**Середня швидкість нерівномірного руху** визначається відношенням шляху  $\Delta S$ , пройденого тілом за час  $\Delta t$  уздовж траєкторії:

$$V_c = \Delta S / \Delta t, \quad (1.4)$$

тобто це є швидкість  $V$  такого рівномірного прямолінійного руху, коли за час  $\Delta t$  тіло проходить шлях  $\Delta S$ . Одиницею вимірювання швидкості є м/с.

Рух тіла може бути зі сталою швидкістю – це *рівномірний і прямолінійний*; із швидкістю, що змінюється за величиною і напрямком – *прискорений, криволінійний рух*.

### 1.4.3. Прискорення, кривизна траєкторії

Прискорення криволінійного руху визначає зміну швидкості за напрямком і величиною.

**Прискорення** (миттєве прискорення) – це вектор, який є похідною від швидкості тіла за часом:

$$\vec{a} = d\vec{V}/dt. \quad (1.5)$$

Кут між прискоренням матеріальної точки, що рухається кривою, і її швидкістю може змінюватися від 0 до 180 градусів. Одиницею вимірювання прискорення є  $m/c^2$ .

**Середнє прискорення** – це вектор, який дорівнює відношенню за приросту швидкості  $\Delta\vec{V}$  до часу  $\Delta t$ , за який цей приріст стався:

$$\vec{a}_c = \Delta\vec{V}/\Delta t. \quad (1.6)$$

Важливим є необхідність зобразити миттєве прискорення як суму двох складових, одна з яких визначає зміну швидкості за величиною, а друга – поворот вектора швидкості. Розглянемо це питання докладніше. Нехай в час  $t$  тіло має швидкість  $\vec{V}$ , а в час  $t + dt$  –  $\vec{V}_1$ .

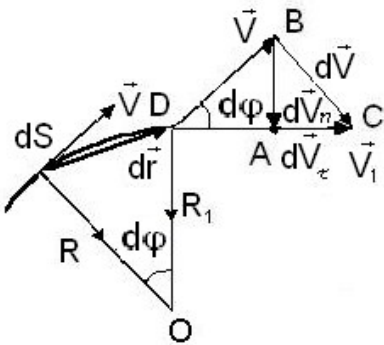


Рис 1.5. Приклад визначення миттєвого прискорення

Вектори  $\vec{V}$  і  $\vec{V}_1$  є дотичними до траєкторії (рис 1.5). Точка перетину нормалей до них визначає центр кола  $O$ , дуга якого  $dS$  співпадає з траєкторією  $dS$ . За радіус кола можна взяти  $R$  чи  $R_1$ , величини яких практично однакові і є радіусами кривизни траєкторії. Приріст вектора швидкості  $d\vec{V} = \vec{V}_1 - \vec{V}$  (це спрямований відрізок  $\overline{BC}$ ) шляхом проектування можна розкласти на два вектори: за нормаллю –  $d\vec{V}_n$  ( $dV$  (це спрямований відрізок  $\overline{BA}$ ) і за дотичною до траєкторії –  $d\vec{V}_t$  (це спрямований відрізок  $\overline{AC}$ ). Ці складові називають *нормальною* та *тангенціальною* складовими приросту швидкості, відповідно.



Вектор прискорення тепер можна записати у такому вигляді:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t, \quad (1.7)$$

де  $\vec{a}_n = \frac{d\vec{V}_n}{dt}$  – нормальне і  $\vec{a}_t = \frac{d\vec{V}_t}{dt} = \vec{\tau} \times \frac{dV}{dt}$  – тангенціальне прискорення.

Вектор швидкості  $\vec{V}_1$  за час  $dt$  повернувся відносно вектора  $\vec{V}$  на кут  $d\varphi$ . З рис. 1.5 видно, що  $dV_n = Vd\varphi$ , а  $d\varphi = dS/R$ , і тому:

$$\vec{a}_n = \vec{n} \cdot V \frac{dS}{Rdt} = \vec{n} \cdot \frac{V^2}{R}. \quad (1.8)$$

З іншого боку:

$$\vec{a}_n = \vec{n} \cdot V \frac{d\varphi}{dt}. \quad (1.9)$$

**Кривизна траєкторії** за визначенням є:

$$C = dS / d\varphi, \quad (1.10)$$

де  $d\varphi$  – кутова величина дуги  $dL$ .

Для малих  $d\varphi$  маємо  $dS = R \cdot d\varphi$  і кривизна траєкторії може бути записана у вигляді:

$$C = 1/R. \quad (1.11)$$

Таким чином, кривизна траєкторії є величиною, оберненою до радіуса кривизни. Розглянемо докладніше це питання з іншої точки зору. Знайдемо прискорення, підставивши в (1.5) значення вектора швидкості у вигляді  $\vec{V} = \vec{\tau} \cdot V$ :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{\tau} \cdot V) = \vec{\tau} \frac{dV}{dt} + V \frac{d\vec{\tau}}{dt}. \quad (1.12)$$

Підставивши в (1.12) вираз для похідної від тангенціального вектора  $\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \vec{n} \frac{d\varphi}{dt}$ , отримуємо:

$$\vec{a} = \vec{\tau} \frac{dV}{dt} + \vec{n} \cdot V \frac{d\varphi}{dt}. \quad (1.13)$$

Таким чином, ми отримали прискорення у вигляді суми тангенціального прискорення:

$$\vec{a}_\tau = \vec{\tau} \cdot (dV / dt) \quad (1.14)$$

та нормального прискорення:

$$\vec{a}_n = \vec{n} \cdot V(d\varphi / dt), \quad (1.15)$$

де  $\varphi$  – кут повороту вектора швидкості.

З (1.13) – (1.14) видно, що тангенціальна складова прискорення  $\vec{a}_\tau$  визначає зміну вектора швидкості  $\vec{V}$  за величиною, а нормальна складова  $\vec{a}_n$  – за напрямком. Одиницею вимірювання прискорення є  $\text{м/с}^2$ .

#### 1.4.4. Кінематика обертового руху

Обертний рух точки (рис. 1.6) визначається *кутом повороту* радіус-вектора положення тіла  $\vec{r}(t)$ . Елементарний поворот  $d\vec{\varphi}$  визначається як вектор, що лежить на осі обертання, причому обертання тіла відбувається проти годинникової стрілки, якщо його спостерігати з кінця вектора  $d\vec{\varphi}$ . Цей вектор задовільнює аксіомам алгебри векторів. Однак скінчені повороти  $\varphi$  не задовільнюють цим аксіомам і не можуть подаватись векторами. Вектор переміщення  $d\vec{r}(t)$  за величиною можна визначити як  $dr = r d\varphi$ .

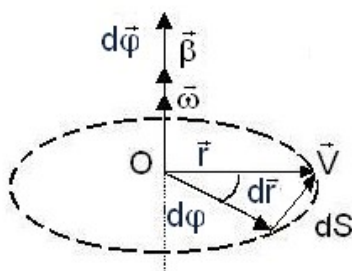


Рис 1.6. **Приклад визначення поняття обертового руху точки**

**Кутова швидкість** є похідною від кута повороту  $d\vec{\varphi}$  радіус-вектора, і її вектор лежить на вісі обертання і паралельний вектору  $d\vec{\varphi}$ :

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \quad (1.16)$$

**Кутове прискорення**  $\vec{\beta}$  визначається як:

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad (1.17)$$

і є вектором, паралельним вектору кутової швидкості.

Одиницею вимірювання величини кутової швидкості є рад/с, а кутового прискорення – рад/с<sup>2</sup>.

**Лінійна швидкість**  $\vec{V}$  обертового руху дорівнює векторному добуткові кутової швидкості  $\vec{\omega}$  і радіуса обертання  $\vec{r}$ :  $\vec{V} = [\vec{\omega}\vec{r}]$ . Дійсно, величина швидкості  $V = \frac{dr}{dt} = r \frac{d\varphi}{dt} = r\omega$ , а як вектор  $\vec{V} = [\vec{\omega}\vec{r}]$ .

Величина **тангенціального прискорення** обертового руху дорівнює добуткові кутового прискорення  $\beta$  і радіуса кривизни  $r$ :  $a_\tau = \beta r$ .

Дійсно,  $a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{d(\omega r)}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = \beta r$  ( $r = \text{const}$ ), причому  $\vec{a}_\tau = [\vec{\beta}\vec{r}]$ .

Час повного обороту (кут обертання 360 градусів) називають **періодом**  $T$ , а число повних оборотів за одиницю часу  $n = 1/T$  – **частотою**, причому кут повороту за одиницю часу дорівнює  $\varphi = 2\pi n$ .

## 1.5. Динаміка

### 1.5.1. Сила як джерело руху.

**Динаміка** – це розділ механіки, який вивчає рух тіла чи системи тіл у взаємозв'язку з причинами виникнення руху. До таких причин відносять дію одного тіла або системи тіл на інші тіла. Мірою взаємодії тіл є сила  $\vec{F}$ . Тіло або тіла, що можуть діяти на інші тіла на відстані, створюють силові поля. Тобто потрапляння тіла у силове поле викликає дію на це

тіло сили. Сила як вектор повністю визначена, коли задані такі її характеристики: величина (модуль); напрямок; точка прикладання. У результаті дії сили тіло змінює місцеположення, швидкість або деформується. Вимірювання сили здійснюється за зміною швидкості або деформації. Дію декількох сил, прикладених у деякій точці тіла, можна замінити однією силою, яку називають рівнодійною; вона дорівнює:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i. \quad (1.18)$$

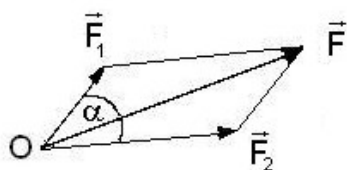


Рис 1.7. Приклад визначення рівнодійної сили

Зокрема, коли дві сили діють на одній прямій, то рівнодійна буде спрямована щодо напрямку більшої з них. За величиною рівнодійна буде рівна  $F = F_1 + F_2$ , коли напрямки сил співпадають і  $F = |F_1 - F_2|$ , коли сили мають протилежні напрямки. Якщо дві сили прикладені в одній точці тіла  $O$  та кут між ними  $\alpha$ , то рівнодійною буде сила, спрямована до діагоналі паралелограма (рис. 1.7), побудованого на них, і за величиною може бути обчислена таким чином:

$$|\vec{F}| = \sqrt{(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)^2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2(F_1 F_2 \cos \alpha)} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \alpha}. \quad (1.19)$$

Одиницею вимірювання величини сили є Н – ньютон.

В основі класичної динаміки (механіки) лежать три узагальнені експериментальні закони, які були сформульовані І. Ньютоном.

### 1.5.2. Закони Ньютона

**Перший закон Ньютона:** існують системи відліку, в яких тіло рухається рівномірно та прямолінійно або перебуває в стані спокою до тих пір, поки на нього не подіють сили. Такі системи відліку називають **інерційними**. Цей закон справджується для поступального руху як матеріальної точки, так і макроскопічного тіла. Явище збереження прямолінійного руху або стану спокою називають **інерцією тіла**.

**Другий закон Ньютона:** в інерційній системі відліку рух частинки визначається рівнянням:

$$m\vec{a} = \vec{F}, \quad (1.20)$$

де  $\vec{a}$  – прискорення частинки;

$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N$  – рівнодійна сил, що діють на неї.

Коефіцієнт пропорційності  $m$  визначається кількістю речовини – масою тіла. **Маса тіла** є мірою інертності тіла відносно до дії на нього зовнішньої сили: чим більше маса тіла, тим менше прискорення, створене силою, і навпаки. Маса є адитивною величиною, тобто визначається кількістю речовини тіла: чим більше речовини тим більша маса. Одиницею вимірювання маси є кілограм – кг.

**Третій закон Ньютона.** Дія одного точкового тіла на інше має характер взаємодії. Сили взаємодії рівні за величиною лежать на одній прямій, що з'єднує тіла, та протилежні за напрямком. Тобто якщо на перше тіло діє сила  $\vec{F}_{12}$ , то на друге тіло буде діяти сила  $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$ .

### 1.5.3. Імпульс і закон збереження імпульсу

**Імпульс сили** – це добуток сили на час її дії на тіло  $\vec{F}dt$ .

**Імпульс тіла** (кількість руху) є добуток маси тіла на його швидкість:

$$\vec{P} = m\vec{V}. \quad (1.21)$$

Одиницею вимірювання величини імпульсу сили є  $\text{Н} \cdot \text{с}$ , а імпульсу тіла  $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} = \text{Н} \cdot \text{с}$ .

Рівняння другого закону Ньютона можна записати через імпульс таким чином:  $m \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d(m\vec{V})}{dt} \Rightarrow \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}$ .

З цього рівняння випливає що  $d\vec{P} = \vec{F} \cdot dt$ , тобто приріст імпульсу тіла дорівнює імпульсу сили, що діє на нього.

Наведена форма запису другого закону Ньютона через імпульс є інваріантною і може використовуватися як у класичній, так і в релятивістській механіці.

Наведемо далі закон збереження імпульсу. Для цього надамо визначення поняття: *замкнена механічна система* – це система тіл, на які не діють зовнішні сили.

**Закон збереження імпульсу:** імпульс замкненої системи зберігається за величиною і напрямком.

Цей закон випливає з третього закону Ньютона, який можна сформулювати ще й так: дія  $i$ -ї матеріальної точки на  $j$ -ту точку має характер взаємодії; сили взаємодії чисельно рівні, їх вектори лежать на одній прямій і протилежні за напрямком  $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$ .

Закон збереження імпульсу  $\vec{P}(t) = \text{const}$  означає, що внутрішні сили взаємодії між тілами замкненої системи не змінюють імпульс системи. Нехай у моменти часу  $t_1$  і час  $t_2$  відбулися співударення тіл замкненої системи. За законом збереження імпульсу  $\vec{P}(t_1) = \vec{P}(t_2)$ .

#### 1.5.4. Фундаментальні взаємодії та сили в природі

Сучасна фізика розглядає чотири основні фундаментальні види взаємодії речовин, до яких зводяться усі відомі сили у Всесвіті: електромагнітну, гравітаційну, сильну та слабку взаємодію.

*Електромагнітна взаємодія* зв'язує електрони та ядра в атоми та зв'язує атоми у молекули.

*Гравітаційна взаємодія* зв'язує частинки земної кулі в планету Земля, а планети у Сонячну систему, а також зв'язує зірки у Галактику і т. д. Будучи найслабкішою із зазначених, гравітаційна взаємодія визначає великомасштабні події у Всесвіті.

*Сильна взаємодія* зв'язує нуклони (протони та нейтрони) в ядра всіх відомих хімічних елементів. Вона є найсильнішою в природі. Ця взаємодія існує на коротких відстанях порядку розмірів ядра атома  $\sim 10^{-15}$  м.

*Слабка взаємодія* відповідає за сили взаємодії між легкими елементарними частинками – такими, як електрони, мюони, нейтрино та іншими. Ця взаємодія не може створювати стійкі утворення і є, як і сильна взаємодія, короткодіючою. Досліди показали, що природа слабкої взаємодії витікає з електромагнітної.

У механіці розглядаються лише сили електромагнітної взаємодії між зарядженими структурними частинками середовища (закон Кулона) та гравітаційної взаємодії (закон всесвітнього тяжіння Ньютона) між час-

тинками, що мають масу. Саме ці сили зумовлюють сили тертя, пружні сили, силу тяжіння та інші.

**Сили електричної взаємодії** заряджених точкових тіл із зарядами  $q$  і  $q_0$  визначаються законом Кулона:

$$F = kq\varepsilon_0 / r^2, \quad (1.22)$$

де  $k = 1 / 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Н/Кл}^2$ ;

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$  – електрична стала;

$r$  – відстань між зарядами.

Джерелом кулонівських сил є електричний заряд тіл. Вони можуть бути силами тяжіння (різнойменно заряджені тіла) або силами відштовхування (однойменно заряджені тіла). Ці сили є *центральними*, тобто лежать на прямій, що з'єднує центри тіл.

**Сила гравітаційної взаємодії** двох точкових мас  $m$  і  $m_0$  визначається законом всесвітнього тяжіння між тілами:

$$F = Gm \cdot m_0 / r^2. \quad (1.23)$$

де  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$  – гравітаційна стала;

$r$  – відстань між тілами.

Джерелом таких сил є гравітаційна маса тіл.

**Сила тяжіння Землі** визначається гравітаційною взаємодією Землі та тіла, що знаходиться на поверхні Землі. За формулою (1.24) маємо:

$$F = G \cdot M_3 \cdot m / (R_3 + h)^2, \quad (1.24)$$

де  $h$  – висота тіла над поверхнею Землі;

$R_3 = 6400 \text{ км}$  – радіус земної сфери (радіус Землі);

$M_3 = 5.96 \cdot 10^{24} \text{ кг}$  – маса Землі.

Зазвичай формулу (1.24) подають у такому вигляді:

$$F = mg, \quad g = GM_3 / (R_3 + h)^2, \quad (1.25)$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння тіла в полі тяжіння Землі.

На поверхні Землі ( $h = 0$ ) прискорення сили тяжіння має таке значення  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ .

### 1.5.5. Сили тертя та сили опору

**Сила тертя** – це сила, що виникає під час взаємодії тіл дотичними поверхнями. Якщо під час дії іншого тіла дане тіло буде нерухомим, то така сила тертя є *силою тертя спокою*, у протилежному разі – *сила тертя ковзання*. Сила  $\vec{F}_n$ , яка діє на поверхню в перпендикулярному до неї напрямкові, називають *силою нормального тиску*.

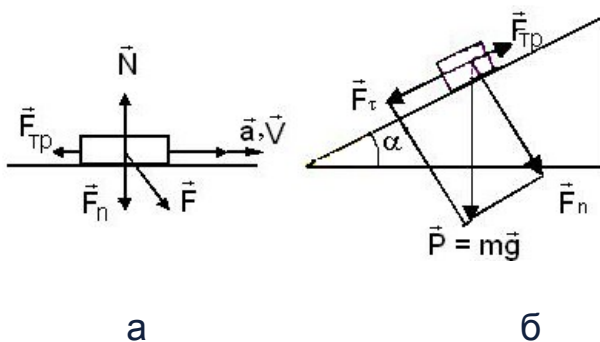


Рис 1.8. Приклад визначення сили тертя та сили опору

Нехай на тіло, що рухається на деякій поверхні (рис 1.8а) із швидкістю  $\vec{V}$ , діє сила  $\vec{F}$ . Під дією цієї сили виникає сила тертя ковзання  $\vec{F}_{тр}$ , спрямована протилежно напрямкові швидкості тіла  $\vec{V}$ . За величиною сила  $\vec{F}_{тр}$

пропорційна величині сили  $\vec{F}_n$  нормального тиску  $\vec{F}_{тр} = -\mu\vec{F}_n$ , де  $\mu$  – коефіцієнт тертя. Сила тертя спокою за величиною дорівнює тангенціальній складовій зовнішньої сили і має протилежний їй напрямок. Сила тертя не залежить від величини дотичних поверхонь і швидкості тіла.

Розглянемо стан тіла на похилій площині з кутом нахилу  $\alpha$ , який визначається величиною коефіцієнта тертя та кутом нахилу площини. Тіло буде знаходитися в стані спокою, коли величини тангенціальної сили та сили тертя мають співвідношення  $F_{тр} \geq F_{\tau}$ . З простих міркувань маємо (рис 1.8б):  $F_{\tau} = mgsin\alpha$  та  $F_{тр} = \mu F_n = \mu mgcos\alpha$ . Якщо  $tg\alpha > \mu$  – тіло буде ковзати вниз на похилій площині з прискоренням, якщо  $tg\alpha = \mu$  – здійснювати рівномірний прямолінійний рух або знаходитися в стані спокою, за  $tg\alpha < \mu$  тіло знаходиться у спокої.

**Силою опору**  $\vec{F}_{он}$  називають сила взаємодії між тілом та середовищем, у якому воно рухається. Середовищем може бути рідина або газ. Сила опору в газі має напрямок, протилежний напрямкові швидкості тіла



$\vec{V}$ , пропорційна швидкості  $\vec{F}_{\text{оп}} = -\chi\vec{V}$ , а за великих швидкостей – квадрату швидкості  $F_{\text{оп}} = -\chi'V^2$ , де  $\chi$  і  $\chi'$  – коефіцієнти опору.

Сила опору в рідині за невеликих швидкостей тіла також пропорційна швидкості.

### 1.5.6. Робота та потужність

**Робота** є характеристикою дії сили. У процесі роботи відбувається перетворення енергії одного тіла чи системи тіл на енергію іншого тіла чи системи тіл. Проте витрачувана та створювана енергії можуть різнитись за своїм видом. Елементарна робота дорівнює скалярному добуткові сили на переміщення:

$$\delta A = \vec{F}d\vec{r}, \quad \delta A = Fdr \cdot \cos\alpha = F_{\tau}dr, \quad (1.26)$$

де  $F_{\tau} = F \cos\alpha$  – тангенціальна складова сили;

$\alpha$  – кут між  $\vec{F}$  та  $d\vec{r}$ .

Робота є безконтактним способом передавання енергії від одного тіла до іншого, а її величина є мірою переданої енергії.

**Потужність сили** або системи сил чисельно дорівнює роботі, яку вони виконують за одиницю часу:

$$P = \delta A / dt. \quad (1.27)$$

Для механічного руху, що відбувається під дією сталої у часі сили:

$$\delta A = \vec{F}d\vec{r} \quad \text{і} \quad P = \vec{F} \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\vec{V}. \quad (1.28)$$

Потужність є динамічною характеристикою джерел енергії, а ефективністю застосування такого джерела є *коефіцієнт корисної дії* (ККД):

$$\eta = A_{\text{кор}} / A_{\text{витр}} = P_{\text{кор}} / P_{\text{витр}}, \quad (1.29)$$

де  $A_{\text{витр}}, P_{\text{витр}}$  – витрачені робота і потужність;

$A_{\text{кор}}, P_{\text{кор}}$  – корисні робота та потужність.

У реальних процесах  $\eta < 1$ .

Якщо сила задана у явному вигляді як функція радіус-вектора положення тіла, то роботу можна знайти прямим інтегруванням:

$$A = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_1^2 F \cos \alpha dr = \int_1^2 F_{\tau} dr, \quad (1.30)$$

де інтегрування виконується за переміщенням радіус-вектора положення тіла (дії сили).

### 1.5.7. Кінетична та потенціальна енергія тіла

**Енергія** – це міра спроможності тіла або поля виконати роботу.

**Кінетична енергія** є енергія тіла, що рухається; вона визначається рівністю:

$$E_k = \frac{mV^2}{2}. \quad (1.31)$$

**Потенціальна енергія** тіла визначається силою взаємодії між тілами та залежить від їх взаємного розташування.

Розглянемо потенціальну енергію  $E_n$  тіл для деяких взаємодій.

1. Електростатична взаємодія:  $E_n = kq_1q_2/r$ .
2. Гравітаційна взаємодія:  $E_n = G \cdot mm_0/r$ .
3. Взаємодія в полі земного тяжіння у поверхні Землі на висоті  $h$ :  $E_n = mgh$ .
4. Енергія пружної взаємодії:  $E_n = kx^2/2$ .

Дійсно, для електростатичної та гравітаційної взаємодій сила взаємодії обернено пропорційна квадратові відстані  $r$  між тілами:  $F = \frac{C}{r^2}$ , а робота:

$$\delta A = \vec{F} d\vec{r} = C \frac{dr}{r^2} = -d\left(\frac{C}{r}\right) \quad (1.32)$$

виконується за рахунок потенціальної енергії, тобто  $\delta A = -dE_n$ , і тоді:

$$E_n = \int dE_n = \frac{C}{r} + B, \quad (1.33)$$

де  $B$  – стала інтегрування.

Для кулонівської взаємодії  $C = kqq_0$ , а для гравітаційної  $C = Gmm_0$ .  
 За  $r \rightarrow \infty$  сили взаємодії зникають, і тому  $V = 0$ , а енергія  $E_n = \frac{C}{r}$ .  
 Підставляючи у (1.33) відповідні значення величин  $C$ , отримуємо наведені вирази для потенціальних енергій електричного та гравітаційного полів.

Для доведення виразу  $E_n = mgh$ , підставимо у  $E_n = G \cdot \frac{mm_0}{r}$   $r = R_3 + h$ , де  $R_3$  – радіус Землі,  $h$  – висота тіла над Землею, причому  $R_3 \gg h$ . Введемо масу Землі  $m_0 = M_3$ :

$$E_n = G \cdot \frac{M_3 m}{R_3 + h}. \quad (1.34)$$

Проведемо в (1.34) ряд очевидних послідовних перетворень:

$$E_n = G \cdot \frac{M_3 m}{R_3 + h} = G \cdot \frac{M_3 m}{(R_3 + h)^2} (R_3 + h) \approx G \cdot \frac{M_3 m}{R_3^2} (R_3 + h). \quad (1.35)$$

У (1.35)  $G \cdot M_3 / R_3^2 = g$  є прискоренням вільного падіння, і тоді:

$$E_n = mgR_3 + mgh. \quad (1.36)$$

В (1.36) величина  $E_0 = mgR_3$  є потенціальною енергією взаємодії Землі та тіла, що знаходиться на її поверхні; вона є сталою величиною. Від  $E_0$ , власне, починається відлік потенціальної енергії тіла зі зміною його висоти над поверхнею Землі, тобто:

$$E_n = mgh. \quad (1.37)$$

Вираз (1.37) можна отримати у такий спосіб. У поверхні Землі на тіло діє сила тяжіння  $\vec{F} = m\vec{g}$ , яка переміщує його на  $d\vec{l}$  (рис 1.9). Водночас нею буде виконана робота  $\delta A = \vec{F}d\vec{l} = F \cdot dl \cos \alpha = Fdh$ . Якщо тіло переміститься на висоту  $h$ , то буде виконана така робота:

$$A = \int_{h_1}^{h_2} Fdh = mg(h_2 - h_1) = mgh. \text{ Ця робота піде на створення потенціальної}$$

енергії  $A = E_n$ . У механіці суттєвим є приріст потенціальної енергії, а не початок її відліку. Тому коли кажуть про величину потенціальної енергії, то розуміють величину її приросту.

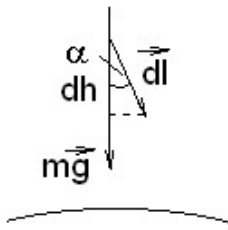


Рис 1.9. Приклад визначення потенціальної енергії тіла

Розглянуті сили є центральними та консервативними. Перше пов'язане з тим, що вектори сил лежать на прямій, що з'єднує центри тіл, а друге – з тим, що їх робота не залежить від шляху, а визначається початковим «1» та кінцевим «2» положенням тіла. З (1.32) можна записати:

$$A = -\int_1^2 d(C/r) = -\left. \frac{C}{r} \right|_1^2 = -C \cdot \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \quad (1.38)$$

Вираз (1.38) і показує консервативність указаних сил, які створюють потенціальну енергію. Якщо робота сил залежить від шляху, то такі сили називають **дисипативними**, наприклад сили тертя. Робота таких сил призводить до втрати тілом енергії шляхом переходу її у внутрішню теплову енергію. Механічні системи тіл, енергія яких перетворюється у інші, немеханічні види енергії, називають дисипативними системами. Усі реальні механічні системи практично є дисипативними.

### 1.5.8. Робота зовнішньої сили. Механічна енергія

Під дією зовнішньої сили відокремлене від інших тіл та силового поля тіло, придбає швидкість  $\vec{V}$ . У цьому випадку потрібно встановити, у що реалізується робота сили. Для розв'язання цієї задачі помножимо скалярно праву та ліву частини рівняння Ньютона  $m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}$  на відповідні частини переміщення тіла  $\vec{V} dt = d\vec{r}$ . У результаті ліворуч отримаємо вираз  $m \vec{V} dt \frac{d\vec{V}}{dt} = m \vec{V} d\vec{V} = d\left(\frac{m\vec{V}^2}{2}\right)$ , а праворуч  $\vec{F} d\vec{r} = \delta A$ .

Таким чином, отримано  $\delta A = d\left(\frac{m\vec{V}^2}{2}\right)$ : робота зовнішньої сили витрачена на приріст деякої величини  $E_k = m\vec{V}^2/2$ , яку називають

кінетичною енергією тіла. Отже, знаходячись у силовому полі, тіло може мати як потенціальну, так і кінетичну енергію.

Сума цих енергій складає **повну механічну енергію** тіла чи системи тіл:  $E = E_k + E_p$ .

### 1.5.9. Закон збереження енергії

**Закон збереження енергії:** величина повної механічної енергії замкненої системи з консервативними силами взаємодії, що є сумою потенціальної та кінетичної енергій  $E_k + E_p$ , зберігається. Тобто у будь-який момент часу до та після будь-яких внутрішніх взаємодій між складовими системи  $E = E_k + E_p = \text{const}$ .

Запишемо рівняння руху  $i$ -го тіла консервативної системи з  $N$  тіл у загальному вигляді:

$$m_i \frac{d\vec{V}_i}{dt} = \vec{F}_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N \vec{F}_{ij}, \quad (1.39)$$

де  $\vec{F}_i$  – зовнішня сила;

$\vec{F}_{ij}$  – сила внутрішньої дії  $j$ -го тіла.

Помножимо скалярно ліву та праву частини (1.39) на ліву та праву частини виразу для переміщення  $\vec{V}_i dt = d\vec{r}_i$  і отримаємо таке

$$m_i \vec{V}_i d\vec{V}_i = \vec{F}_i d\vec{r}_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N \vec{F}_{ij} d\vec{r}_i, \text{ і далі:}$$

$$d\left(\frac{m_i \vec{V}_i^2}{2}\right) = \delta A_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N \delta A_{ij}, \quad (1.40)$$

де  $d(m_i \vec{V}_i^2 / 2) = dE_{ik}$  – приріст кінетичної енергії;

$\delta A_i = \vec{F}_i d\vec{r}_i$  – елементарна робота зовнішньої сили;

$\sum_{j=1, j \neq i}^N \delta A_{ij} = -dE_{in}$  – робота внутрішніх сил, яка виконується за рахунок

зменшення потенціальної енергії тіла  $dE_{in}$ .

Тепер (1.40) можна записати таким чином:  $dE_{ik} = \delta A_i - dE_{in}$ ,  
 $dE_{ik} + dE_{in} = \delta A_i$  і:

$$dE_i = \delta A_i. \quad (1.41)$$

У (1.41)  $dE_i = d(E_{ik} + E_{in})$  – приріст повної механічної енергії і-го тіла.  
 Далі, взявши в (1.41) суму за всіма тілами системи, отримуємо:

$$dE = \delta A, \quad (1.42)$$

де  $E$  – повна механічна енергія системи;  
 $\delta A$  – робота зовнішніх сил над системою.

Якщо система тіл замкнена, тобто всі діючі сили  $\vec{F}_i = 0$ , то  $\delta A = 0$ ; і  
 тоді  $E = \text{const}$  – енергія замкненої системи тіл зберігається.

### 1.5.10. Пружні деформації. Закон Гука

**Пружна сила.** Під дією зовнішньої сили в тілі виникають деформації, які створюють сили протидії. Деформації називають **пружними**, якщо вони зникають після припинення дії зовнішньої сили, а внутрішні сили протидії у цьому випадку називають **пружними силами**. Прикладом пружних сил є сили, що виникають від незначних розтягувань пружини. Тут величина пружної сили  $\vec{F}_{\text{пр}}$  пропорційна величині приросту довжини пружини:

$$F_{\text{пр}} = kx, \quad (1.43)$$

де  $k$  – коефіцієнт жорсткості пружини;  
 $x$  – видовження пружини.

Напрямок пружної сили завжди такий, що протидіє деформації.

**Напругою**  $\sigma$  називають величина, яка чисельно дорівнює пружній силі, що припадає на одиницю площі перерізу тіла (рис 1.10):

$$\vec{\sigma} = \frac{d\vec{F}_{\text{пру}}}{dS}. \quad (1.44)$$

Вона може мати нормальну та тангенціальну до  $dS$  складові.

**Закон Гука:** напруга  $\sigma$  за умови пружнонь деформації твердого тіла прямо пропорційна відносній деформації  $\xi$ :

$$\sigma = K\xi, \quad (1.45)$$

де  $K$  – модуль пружності.

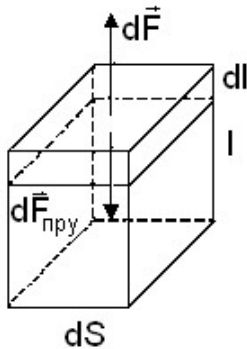


Рис 1.10. Приклад визначення пружної сили

У разі одностороннього стиснення (розтягування) змінюється довжина тіла  $x = l$  на величину  $dx = dl$ , що створює відносну деформацію  $\xi = \frac{dl}{l}$ .

Модуль пружності  $K$  є *модулем Юнга*  $E$ , який чисельно дорівнює напрузі, за якої тіло видовжується вдвічі.

Відносний поздовжній розтяг (стиснення)  $\xi_t = \Delta l / l$  призводить до відносного поперечного звуження (розширення)  $\xi_n = \Delta y / y$ , де  $y$  – поперечний розмір тіла. Відношення відносного поперечного звуження до відносного видовження  $\mu = \xi_n / \xi_t$  називають *коефіцієнтом Пуассона*.

Силу пружності, яка діє на тіло з боку опори або підвісу, називають **реакцією опори** або **силою натягу підвісу**.

Якщо сила, що діє на тіло, пропорційна зміщенню тіла зі стану рівноваги, то вона є **квазіпружною**.

Застосуємо закон Гука до пружної деформації пружини довжиною  $L$ . Пружна деформація створює в пружині напруженість:

$$\sigma = F/S, \quad (1.46)$$

де  $F$  – величина пружної сили;

$S$  – площа перерізу пружини.

За умови відносного видовження  $\xi = x / L$  закон Гука запишеться у вигляді:  $F/S = Ex/L$ .

Тоді з (1.43) отримаємо вираз для коефіцієнта жорсткості пружини  $k = ES/L$ .

### 1.5.11. Енергія пружної деформації

Розглянемо розтягнення циліндричного зразка з площею основи  $S$ . За умови дії нормальної до основи сили  $F$  зміщення основи на  $x$  викликає появу пружної сили  $F_n = kx$ , де  $k$  – коефіцієнт пружності. З подальшим зміщенням поверхні  $S$  на величину  $dx$  силою  $\vec{F}$  виконується робота  $\delta A$  проти пружної сили. Ця робота йде на приріст енергії деформації  $W$ :  $\delta A = dW$ . З очевидних співвідношень маємо  $\delta A = F_n dx = E \frac{S}{l} x \cdot dx$  і далі:

$$W = E \frac{S}{l} \int_0^x x dx, \quad W = \frac{1}{2} E \frac{S}{l} x^2 = \frac{1}{2} E (Sl) \frac{x^2}{l^2} = \frac{1}{2} EV \xi^2, \quad (1.47)$$

де  $V = Sl$  – об'єм тіла.

Введемо **густину енергії пружної деформації**  $w = W / V$  і з (1.47) отримаємо:

$$w = \frac{1}{2} \xi^2 E. \quad (1.48)$$

Таким чином, отримано, що густина енергії пружної деформації пропорційна квадрату відносної деформації.

## 1.6. Елементи статки

**Статика** – це частина механіки, яка вивчає умови рівноваги матеріальної точки або тіла під дією прикладених сил. Матеріальна точка знаходиться у рівновазі, тобто у стані покою або рівномірного прямолінійного руху, якщо геометрична сума всіх сил, що прикладені до точки, дорівнює нулю  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$ .

### 1.6.1. Рівновага в механіці

**Станом рівноваги** тіла є стан, в якому рівнодійні сил і моментів сил, що діють на тіло, дорівнюють нулю. Якщо з елементарним зміщен-



ням тіла зі стану рівноваги виникають сили, які сприяють подальшому зміщенню (рис 1.11а), то такий стан рівноваги називають **нестійким**.

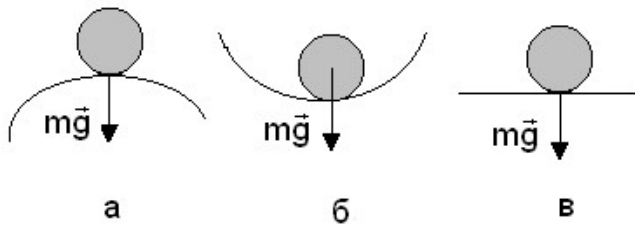


Рис 1.11. Приклад визначення стану рівноваги

Якщо під час елементарного зміщення тіла зі стану рівноваги виникають сили, які протидіють подальшому зміщенню (рис. 1.11б), то такий стан рівноваги є **стійким**.

Якщо від елементарного зміщення тіла зі стану рівноваги не виникають сили (рис. 1.11в), які сприяють або протидіють подальшому зміщенню, то такий стан рівноваги називають **невизначним** (невизначеним). Положенню стійкої рівноваги тіла відповідає мінімум потенціальної енергії.

### 1.6.2. Механіка руху рідини

**Тиск**  $\vec{P}$  сили  $d\vec{F}$  на поверхню рідини  $dS$  визначається силою, що діє за нормаллю до неї:

$$\vec{P} = \vec{n} \frac{dF}{dS}, \quad (1.49)$$

де  $\vec{n}$  – одиничний вектор нормалі до  $dS$ .

**Закон Паскаля** стверджує, що рідина або газ передують тиск у всіх напрямках однаково.

**Закон Архімеда** стверджує, що на тіло, занурене в рідину або газ, діє виштовхувальна сила, дорівнена за величиною вазі витісненої рідини або газу та прикладена в точці тіла, яка співпадає з центром мас витісненої рідини або газу. Сила Архімеда має напрямок протилежний напрямкові сили тяжіння Землі.

У механіці рідину вважають **суцільним середовищем**, густина якого не залежить від тиску. Рух рідини називають **течією**, а саму рідину, що рухається, **поток**. У випадку усталеного потоку рідини виділяють **лінію потоку**, яка є уявною кривою, дотична до якої у кожній її точці співпадає за напрямком із вектором швидкості рідини  $\vec{V}$  у цій точці.

*Трубка потоку* – це поверхня, утворена лініями потоку, які проведені через усі точки замкнутого контуру. Частина потоку, обмежена трубкою потоку, називають *струменем*. На дотичній до струменю розташований *вектор швидкості рідини*  $\vec{V}$ .

*Ідеальна рідина* – це рідина, в якій відсутня сила опору (сила внутрішнього тертя – в'язкість) між окремими шарами рідини, що рухаються. Нехай струмінь рідини з густиною  $\rho$  має в основах перпендикулярних перерізів площі  $dS_1$  і  $dS_2$  величини швидкостей  $V_1$  і  $V_2$ . В усталеній течії потік рідини нерозривний: кількість рідини (маса)  $\rho V_1 S_1$ , що проходить за одиницю часу через переріз  $S_1$ , дорівнює кількості рідини  $\rho V_2 S_2$ , що проходить за одиницю часу через переріз  $S_2$ . Математично це записується у вигляді *рівняння нерозривності*:

$$\rho V_1 S_1 = \rho V_2 S_2 \Rightarrow V_1 S_1 = V_2 S_2. \quad (1.50)$$

Перерізи в трубці потоку можуть вибиратися довільно, а тому рівняння нерозривності потоку рідини в струмені можна записати у вигляді  $VS = \text{const}$ .

## Контрольні запитання

1. Які питання вивчає механіка?
2. Який фізичний зміст вкладається у поняття простору та часу?
3. Поясніть фізичну модель абсолютно твердого тіла.
4. Що вивчає кінематика?
5. Запишіть переміщення через швидкість.
6. Дайте визначення середнього та миттєвого прискорення.
7. Дайте визначення нормального та тангенціального прискорення.
8. Визначіть частоту рівномірного руху матеріальної точки по колу.
9. Дайте визначення лінійних характеристик обертового руху.
10. Що є джерелом механічного руху? Який фізичний зміст сили?
11. Що таке рівнодійна сил та як її визначають?
12. Що визначає перший закон Ньютона?
13. Дайте визначення коефіцієнта корисної дії.
14. Доведіть закон збереження механічної енергії.
15. Який фізичний зміст статичного та динамічного тиску?

## Розділ 2. Молекулярна фізика та термодинаміка

*Мета:* розглянути основні поняття і закони сучасної класичної молекулярної фізики та термодинаміки.

*Основні питання*

2.1. Молекулярна фізика.

2.2. Термодинаміка.

*Ключові слова:* молекулярна фізика; термодинаміка; термодинамічні стани; ідеальний газ; реальний газ.

### 2.1. Молекулярна фізика

#### 2.1.1. Загальні відомості

**Молекулярна фізика** – це наука, що вивчає фізичні властивості й агрегатні стани речовини залежно від її молекулярної будови, сил взаємодії між структурними частинками – атомами чи молекулами та характеру теплового руху цих частинок [3; 8; 9; 9; 11].

Молекули складаються з атомів. У складі атомів є однакове число електронів і протонів і нейтрони. Протони та нейтрони утворюють ядро атома.

*Іон* – це заряджений атом. На малих відстанях між частинками речовини ( $r \sim 10^{-9}$  м) виникає сила притягання  $F_1(r) = -a \cdot r^{-7}$ , а за ще менших відстаней виникає сила відштовхування  $F_2(r) = b \cdot r^{-13}$ . Ці сили прикладені до частинки, лежать на одній прямій і протилежно спрямовані.

Велике число частинок речовини досліджується статистичним методом. **Статистичний метод** – це метод, що вивчає властивості макроскопічних систем на підставі ймовірнісного та статистичного аналізу закономірностей теплового руху великого числа мікрочастинок, що складають ці системи.

За допомогою *молекулярно-кінетичної теорії* визначаються такі властивості термодинамічних систем: тиск, температура, енергія, теплоємність, явища переносу та інше.

В основу молекулярно-кінетичної теорії закладені три положення:

усі фізичні тіла складаються з великого числа частинок – молекул,

атомів або іонів, розміри яких складають  $\sim 10^{-10}$  м;

частинки речовини постійно перебувають у тепловому хаотичному русі, а їх середня кінетична енергія визначає температуру тіла;

між частинками речовини діють сили взаємодії, які, залежно від відстані між ними, будуть силами тяжіння або силами відштовхування.

### 2.1.2. Ідеальний газ та його характеристики

Фізична модель ідеального газу передбачає таке:

- у ньому відсутні сили притягання між частинками на відстані;
- власним об'ємом частинок газу, порівняно з наданим йому об'ємом, можна знехтувати;
- співударення між частинками центральні та пружні;
- частинки здійснюють хаотичний тепловий рух, який відповідає рівно ймовірному напрямкові руху частинок за всіма виділеними напрямками. Наприклад, у системі координат XYZ є шість напрямків руху, і тому в напрямкові + OX, як і в інших напрямках, із N частинок буде рухатися N/6 частинок.

*Молекула* – це найменша стійка частинка речовини, яка має в собі її хімічні властивості. Молекула складається з атомів хімічних елементів, наприклад: молекула кисню –  $O_2$ , води –  $H_2O$ , азоту –  $N_2$ .

*Атом* – це найменша частинка хімічного елемента, яка є носієм його хімічних властивостей, наприклад: кисень – O, водень – H, азот – N.

**Атомна одиниця маси** (аом) – 1/12 частка маси атома стійкого ізотопу вуглецю  $^{12}_6C$  і:  $1 \text{ аом} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$  ( $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$ ), яка є мірою мас атомів і молекул.

**Атомна (молекулярна) маса**  $A(M)$  – маса атома (молекули)  $m$  виражена в атомних одиницях маси. Їх маса в системі СІ:

$$A(M) = m / 1 \text{ аом.}$$

Наприклад, атомна маса водню –  $A(H) = 1$ , молекулярна маса молекули водню –  $M(H_2) = 2$ ,  $A(N) = 14$ ,  $M(CO) = 20$ ,  $M(CO_2) = 28$ , а масу молекули  $CO_2$  можна обчислити через молярну масу у такий спосіб:

$$m = 28 \cdot 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 44,496 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

**Моль** – кількість речовини, що містить у собі число Авогадро  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup> структурних одиниць: атомів (простий хімічний елемент) або молекул (складний хімічний елемент).

Маса моля речовини  $\mu$  вимірюється в кг, і її можна обчислити через атомну  $A$  чи молекулярну  $M$  маси таким чином:

$$\mu = A(M) \cdot 1 \text{ аом} \cdot N_A = A(M) \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} = A(M) \cdot 10^{-3} \text{ кг}.$$

Кількість молів у речовині позначається літерою  $\nu$ , і вона дорівнює  $\nu = m/\mu$ .

Універсальна (молярна) газова стала  $R = 8,31 \text{ Дж} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}^{-1}$ .

Стала Больцмана  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ . Величини  $k$ ,  $N_A$ , і  $R$  зв'язані співвідношенням  $R = kN_A$ .

**Температура** характеризує ступінь нагріваності тіла і є мірою хаотичного руху структурних частинок речовини.

Шкали температури визначають температурою кипіння  $t_k$  води та температурою плавлення  $t_0$  льоду за нормального атмосферного тиску, який можна визначити через тиск стовпчика ртуті висотою 760 мм:

$$P = \rho gh = 0,76 \cdot 9,8 \cdot 13,6 \cdot 10^{-3} = 101,325 \text{ кПа}.$$

*Шкала Цельсія:*

$$t_0 = 0^\circ\text{C}, t_k = 100^\circ\text{C}.$$

*Шкала Фаренгейта:*

$$t_0 = 32^\circ\text{F}, t_k = 212^\circ\text{F}, t^\circ\text{F} = 1,8t^\circ\text{C} + 32.$$

*Шкала температури Кельвіна:*

$$t_0 = 273,15 \text{ К}, t_k = 373,15 \text{ К}, t_k = t^\circ\text{C} + 273,15.$$

$T = 0 \text{ К}$  є *температура абсолютного нуля* – це температура, за якої якій припиняється будь-який рух атомів чи молекул будь-яких речо-

вин, а у кристалах відбуваються нульові коливання решітки.

*Абсолютна термодинамічна шкала* визначається шляхом порівняння температур тіл нагрівача та охолоджувача в оборотному циклі Карно через виміряні кількості відданого нагрівачем робочому тілу тепла  $Q_H$  й одержаного тепла охолоджувачем  $Q_X$  таким чином,  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{Q_H}{Q_X}$ .

Прийнято вважати, що атмосфера Землі має *нормальні умови* (н.у.), коли: тиск 101,33 кПа (760 мм рт. ст.), температура 273,15 К, об'єм моля ідеального газу  $22,41 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot \text{моль}^{-1}$ .

### 2.1.3. Енергія частинки ідеального газу

Молекула має усього  $3N$  ступенів свободи. Для молекули з пружними зв'язками між атомами вказано, що вона має  $n_{\text{пост}} = 3$  *поступальні ступені свободи* – це координати  $X, Y, Z$  положення центра мас у просторі;  $n_{\text{оберт}} = 3$  *обертіві ступені свободи* – це кути  $\alpha, \beta, \gamma$ , що визначають орієнтацію молекули відносно осей  $OX, OY, OZ$ . Інші  $3n$  ступені свободи ( $n_{\text{пост}} + n_{\text{оберт}}$ ) є *коливальними ступенями свободи*.

Зв'язки між атомами в молекулі, (наприклад, води  $H_2O$ ) за кімнатних температур можна вважати жорсткими, тому що за таких температур теплової енергії замало для збурення коливань між атомами.

За високих температур такі збурення можуть відбуватися, і зв'язки стануть коливальними ступенями свободи.

Якщо система частинок є лінійною, то обертання навколо осі, що проходить через частинки, не змінює положення частинок, і тоді  $n_{\text{оберт}} = 2$ .

**Теорема Больцмана** про рівнорозподіл енергії за ступенями свободи встановлює, що на кожну поступальну або обертову ступінь свободи припадає енергія  $kT/2$ , а на коливальну ступінь –  $kT$  (коливальна ступінь характеризується наявністю кінетичної –  $kT/2$  і потенціальної –  $kT/2$  енергій).

**Внутрішня теплова енергія молекули** з  $N$  атомами визначається як:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}kTn_{\text{пост}} + \frac{1}{2}kTn_{\text{оберт}} + kTn_{\text{кол}} \Rightarrow \varepsilon = \frac{i}{2}kT, \quad (2.1)$$

де  $i = n_{\text{пост}} + n_{\text{оберт}} + 2n_{\text{кол}}$ ;

$n_{\text{пост}}$  – кількість поступальних;

$n_{\text{оберт}}$  – кількість обертових;

$n_{\text{кол}}$  – кількість коливальних ступенів свободи.

Зауважимо, що  $n_{\text{пост}} + n_{\text{оберт}} + n_{\text{кол}} = 3N$ .

Для звичайних температур теплової енергії  $kT$  недостатньо для теплових збуджень коливань у молекулі; тому покладається, що зв'язки частинок у молекулі жорсткі і  $n_{\text{кол}} = 0$ .

#### 2.1.4. Внутрішня енергія ідеального газу

Якщо частинка має масу  $m_0$ , а газ має –  $m$ , то він має  $N = \frac{m}{m_0} = \frac{m}{\mu} N_A$

частинок, а його внутрішня енергія теплового руху дорівнює:

$$U = N\varepsilon = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} N_A kT = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT,$$

де  $\mu$  – молярна маса, або:

$$U = \frac{i}{2} \nu RT. \quad (2.2)$$

Якщо врахувати, що стан ідеального газу визначається рівнянням Менделєєва – Клайперона  $PV = \nu RT$ , то вираз для внутрішньої енергії прийме вид:

$$U = iP\nu/2. \quad (2.3)$$

Тобто внутрішня енергія ідеального газу *пропорційна*  $PV$ .

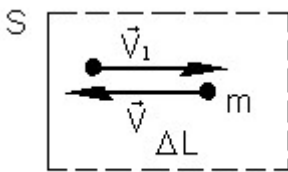
#### 2.1.5. Молекулярно-кінетична теорія для тиску

Якщо на плоску поверхню площею  $\Delta S$  з нормаллю  $\vec{n}$  діє сила  $\Delta \vec{F}$ , то під тиском  $P$  розуміють межу відношення величини нормальної

складової сили  $\Delta F_n = \Delta \vec{F} \cdot \vec{n}$  до  $\Delta S$ :  $P = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta S} = \frac{dF_n}{dS}$ .

Співударяючись із стінками посудини, в якій знаходиться ідеальний газ, частинки створюють середню силу  $\langle F \rangle$  дії на одиницю поверхні, тобто створюють тиск  $P$ . Як показав Джеймс Максвелл, цей тиск не залежить від того, чи співударяння з стінками пружні чи не пружні.

Знайдемо тиск газу в наближенні абсолютно пружного співударяння частинок із стінкою. Для цього покладемо, що частинка перед ударом має швидкість  $\vec{V}$ , котра спрямована перпендикулярно поверхні стінки (рис 2.1). Після абсолютно пружного співударяння, частинка змінить напрямок швидкості на протилежний, і її приріст імпульсу складатиме:  $\Delta \vec{p} = m(\vec{V}_1 - \vec{V})$ ,  $\Delta p = 2mV$ .



**Рис. 2.1. Траєкторії руху частинок після абсолютно пружного співударяння**

Якщо концентрація частинок дорівнює  $n$ , то у поперечному напрямку до стінки буде рухатися  $n/6$  частинок (маємо один із напрямків декартових координат). За час  $\Delta t$  стінки досягнуть усі частинки, котрі знаходяться від неї на відстані  $\Delta L = V\Delta t$ . Якщо розглянути одиничну поверхню  $\Delta S$ , то за цей час із стінкою співударяться  $\Delta N = n\Delta S\Delta L/6$  частинок, і стінці буде передано імпульс:

$$\Delta P = \Delta N \cdot \Delta p = nmV^2\Delta t/3. \quad (2.4)$$

За другим законом Ньютона на стінку буде діяти сила:  $F = \Delta P / \Delta t = nmV^2/3$ . Знайдемо середню силу  $\langle F \rangle = n\langle mV^2 \rangle/3$ , що діє перпендикулярно на стінку одиничної площі  $\Delta S$  і фактично є тиском  $P$ , який створюється частинками газу, тобто:  $P = n\langle mV^2 \rangle/3$ . Величина  $\langle mV^2 \rangle/2$  є середньою кінетичною енергією теплового руху частинки.

Якщо газ одноатомний з  $i = 3$ , то, враховуючи (2.3), отримаємо  $\langle mV^2 \rangle = 3kT$  і тоді для тиску отримаємо:

$$P = nkT. \quad (2.5)$$

Таким чином, тиск  $P$ , який створюється частинками газу, є пропорційним температурі  $T$ .



### 2.1.6. Кінематичні характеристики ідеального газу

Наведемо пояснення *статистичного розподілу частинок за напрямком руху*.

*Хаотичність теплового руху*  $n$  частинок ідеального газу означає їх рівнорозподіл руху за напрямками швидкостей, а саме: всі напрямки теплового руху рівно ймовірні. Якщо в простір частинок ввести декартову систему координат із трьома вісями –  $x$ ,  $y$ ,  $z$  і шістьма напрямками за ними ( $\pm$ ), то в кожному з них рухається  $n_{x,y,z} = n/6$  частинок. Наприклад, якщо частинки мають середню швидкість теплового руху  $V$ , то в додатному напрямку осі  $Ox$  через перпендикулярну до неї площину  $S$  за час  $dt$  пройдуть усі частинки, що знаходяться на відстані  $dL = V \cdot dt$  в об'ємі  $dL \cdot S$ , а їх загальна кількість становить:

$$dN_+ = n_x \cdot dL \cdot S = \frac{1}{6} n \cdot V \cdot S \cdot dt. \quad (2.6)$$

Наведемо далі пояснення *середньої довжини вільного пробігу* частинок. *Середня довжина вільного пробігу*  $\lambda$  є середня відстань між двома послідовними співудараннями частинок, що рухаються рівномірно та прямолінійно. Величину  $\lambda$  можна обчислити виходячи з того, що на довжині траєкторії  $dL = Vdt$  відбувається  $Zdt$  співударянь, і тоді середня довжина вільного пробігу між співудараннями становить:

$$\lambda = \frac{dL}{Zdt} = \frac{Vdt}{\sqrt{2}nV\sigma_{\text{еф}}dt} = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma_{\text{еф}}}. \quad (2.7)$$

Приймаючи до уваги, що  $n = \frac{P}{kT}$ , можна записати:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot n \sigma_{\text{еф}}} = \frac{kT}{\sqrt{2} \cdot \pi d_{\text{еф}}^2 P}. \quad (2.8)$$

За нормальних умов частинка атмосфери з  $d_{\text{еф}} = 7,5 \cdot 10^{-10}$  м має *середню довжину вільного пробігу*  $\lambda = 1,64 \cdot 10^{-8}$  м.

### 2.1.7. Явища переносу

**Явища переносу** (дифузія, теплопровідність, внутрішнє тертя) полягають у виникненні спрямованого переносу в газах маси (дифузія), внутрішньої енергії (теплопровідність) та імпульсу спрямованого руху, відповідно.

Явища переносу виникають за умови просторової неоднорідності концентрації  $n$ , температури  $T$  і швидкості спрямованого руху частинок  $u$ . Вирівнювання значень  $n$ ,  $T$ ,  $u$  в об'ємі відбувається за рахунок теплового руху частинок, що характеризується середньою швидкістю  $V$ .

Експериментально визначено, що у випадку одновимірної дифузії однорідного газу число частинок  $N$ , які переносяться за час  $dt$  через елементарний поперечний переріз  $S$ , визначається законом Фіка:

$$N = -D \frac{dn}{dx} S dt, \quad (2.9)$$

де  $D$  – коефіцієнт дифузії.

Для коефіцієнта дифузії маємо значення  $D = \frac{1}{3} \lambda V$ , де  $\lambda$  – середня довжина вільного пробігу частинок. Для повітря за нормальних умов  $D = 2,77 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 / \text{с}$ .

Якщо ліву та праву частини (2.9) домножити на масу частинки газу, то отримаємо вираз для маси газу  $m$ , що переноситься за час  $dt$  через елементарний поперечний переріз  $S$  за одновимірної дифузії:

$$m = -D \frac{dp}{dx} S dt. \quad (2.10)$$

Експериментально визначено, що для ідеального газу в одновимірному стаціонарному випадку кількість тепла  $dq$ , що переноситься в напрямку  $Ox$  нормально до площадки  $dS$  за час  $dt$ , визначається за законом Фур'є:

$$dq = -\chi \frac{dT}{dx} S dt, \quad (2.11)$$

де  $\chi$  – коефіцієнт теплопровідності.

Сила внутрішнього тертя  $F$  («в'язкість»), що діє на площадку  $S$  поверхні шару перпендикулярно до осі  $Ox$  за умови просторової неоднорідності швидкості спрямованого руху  $\vec{u} = \vec{u}(x)$  є:

$$F = -\eta \frac{du}{dx} S, \quad (2.12)$$

де  $\eta$  – коефіцієнт в'язкості.

Ця сила визначається за законом Ньютона.

### 2.1.8. Теплопровідність

*Теплопровідність* – це здатність речовини переносити теплову енергію, а також кількісна оцінка цієї здатності: фізична величина, що характеризує інтенсивність теплообміну в речовині, яка дорівнює відношенню густини теплового потоку до градієнта температури.

Явище теплопровідності полягає в тому, що кінетична енергія атомів і молекул, яка визначає температуру тіла, передається атомам і молекулам у тих областях тіла, де температура нижча.

Теплопровідність не єдиний шлях, яким тепло передається від тіла з вищою до тіла з нижчою температурою. Така теплопередача може також відбуватися за рахунок теплового випромінювання і конвекції. Різниця між теплопровідністю і конвекцією в тому, що за конвекції тепло переноситься разом із речовиною, а за теплопровідності переносу речовини немає. Якщо дві частини середовища або два різні середовища, що контактують між собою, мають різні температури, то між ними виникає тепловий потік від тіла з більшою температурою до тіла з меншою температурою.

Кількісно теплопровідність характеризується *коефіцієнтом теплопровідності* (табл.. 2.1).

Коефіцієнт теплопровідності  $\chi$  можна записати через коефіцієнт дифузії  $D$ :  $\chi = Dc_v\rho$ . Коефіцієнт теплопровідності вимірюється у  $\text{Вт}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$ . Для повітря, як ідеального газу, за нормальних умов  $\chi = 2,34 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$ .

Коефіцієнт теплопровідності  $\chi$  деяких речовин

Речовини	$\chi, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	Речовини	$\chi, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	Речовини	$\chi, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$
Срібло	407	Накип	3	Дерево	0,1 – 0,2
Мідь	384	Мармур	2,8	Корок	0,05
Золото	308	Лід (0°C)	2,23	Скловата	0,05
Алюміній	209	Піщаник	2	Повсть	0,046
Латунь	111	Фарфор	1,4	Шамот	0,04
Платина	70	Скло (кварц.)	1,36	Пінопласт	0,04
Олово	65	Бетон	0,7 – 1,2	Сухий пісок	0,325
Сірий чавун	50	Скло	0,7	Азот	0,0236
Бронза	47 – 58	Цегла	~ 0,7	Пара	0,024
Сталь	47	Вода	0,58	Повітря	0,034
Свинець	35	Азбест	0,4 – 0,8	Вакуум	0,00

У сталому режимі щільність потоку енергії, що передається за допомогою теплопровідності, пропорційна градієнту температури  $\vec{q} = -\chi \cdot \text{grad}(T)$ , де вектор щільності теплового потоку – кількість енергії, що проходить в одиницю часу через одиницю площі, перпендикулярної кожної осі,  $\chi$  – коефіцієнт теплопровідності (питома теплопровідність),  $T$  – температура. Мінус в правій частині показує, що тепловий потік спрямований протилежно вектору  $\text{grad}(T)$  (тобто в бік якнайшвидшого зменшення температури). Цей вислів відомий як закон теплопровідності Фур'є.

## 2.2. Термодинаміка

### 2.2.1. Загальні поняття та визначення фізичних величин

Речовина може існувати у трьох агрегатних станах. *Агрегатними станами* речовини є газ, рідина та тверде тіло. Існує також особливий стан речовини, який називають плазмою. На рис 2.2 показано процеси взаємних переходів між агрегатними станами речовини.

**У газах** відстань між атомами або молекулами в середньому набагато більша за їхні розміри. Молекули або атоми газу між зіткненнями рухаються рівномірно та прямолінійно з великими швидкостями. Стикаючись, вони відскакують одна від одної, змінюють напрям і швидкість руху. Траєкторією частинки є ламана лінія. З тиском  $P = 100$  кПа та температурою  $T = 300$  К середня швидкість становить 468 м/с; середня відстань вільного пробігу, яку частинка проходить без зіткнення (наприклад, молекула азоту) становить  $6,63 \cdot 10^{-8}$  м. Середній час вільного пробігу (тобто середній час руху молекули без зіткнення) в цьому разі дорівнює  $1,42 \cdot 10^{-10}$  с. Отже, кожна молекула за одну секунду має  $7,06 \cdot 10^9$  співударень з іншими молекулами. Гази досить легко стискаються, оскільки лише зменшується середня відстань між молекулами. У процесі зменшення температури газ може конденсуватися і перейти у рідину.



Рис 2.2. Процеси переходів між станами речовини

**У рідинах** відстані між молекулами набагато менші, ніж у газах. Кожна молекула деякий час здійснює коливання біля положення рівноваги в оточенні сусідніх молекул, а потім перестрибує в нове положення рівноваги на відстань, що дорівнює середній відстані між молекулами. Частота коливань дорівнює  $10^{12} \div 10^{13}$  с<sup>-1</sup> і залежить від температури. *Час осілого життя молекули* (середній час релаксації) у кімнатній температурі дорівнює  $10^{-11}$  с.

Під впливом будь-якої зовнішньої сили (наприклад, сили тяжіння до Землі) молекули рідини роблять стрибки переважно в напрямі дії цієї сили. Унаслідок цього рідина тече, набуваючи форми посудини, в якій міститься; водночас об'єм рідини зберігається.

У процесі збільшення температури рідина може випаруватися у газ, а у процесі зменшення – кристалізуватися і перейти у тверде тіло.

**У твердих тілах** атоми, молекули або іони знаходяться досить близько одне від одного, утворюючи впорядковану кристалічну решітку. Частинки твердого тіла здійснюють тепловий коливальний рух біля певних положень рівноваги, які називають *вузлами решітки*. Тверді тіла зберігають форму й об'єм. У процесі збільшення температури тверде тіло може плавитися та переходити у рідину. За певних умов тверде тіло може випаровуватися у газ – процес *сублімації* (возгонка).

**Плазма** – є високоіонізований стан речовини, що утворюється за надвисоких температур або у газовому електричному розряді.

У табл. 2.2 наведено відомості про фізичні властивості речовини в різних агрегатних станах.

Таблиця 2.2

### Фізичні властивості речовини в різних агрегатних станах

Властивості	Стани		
	твердий	рідина	газ
Кристалічна решітка	є	ні	ні
Сталість форми	є	ні	ні
Міжмолекулярна взаємодія	є	є	ні(так)
Сталість об'єму	є	є	ні

Агрегатні стани твердого тіла та рідини можуть мати різні модифікації, які називають **фазами**, але іноді поняття «агрегатні стани» та «фази» вживаються як тотожні. Різні фазові стани твердого тіла різняться за симетрією кристалічної решітки (наприклад, алмаз і графіт), а рідини характером міжмолекулярної взаємодії (наприклад, рідкі кристали). Перехід між такими фазовими станами відбувається без поглинання чи виділення теплоти.

#### 2.2.2. Термодинамічний метод дослідження

**Термодинамічна система** – це сукупність макроскопічних об'єктів (тіл, полів), що можуть обмінюватися масою (частинками) й енергією у формі роботи й у формі тепла як одне з одним, так із зовнішнім середо-

вищем (тілами та полями). З утворенням контакту на межі двох або більше термодинамічних систем їх частинки, співударяючись, обмінюються енергією.

Під **теплотою** розуміють передану або одержану енергію через поверхню контакту систем.

Термодинамічну систему називають **замкненою** або **ізолюваною**, якщо відсутній будь-який обмін енергією між нею і зовнішнім середовищем.

Якщо відсутній лише теплообмін – термодинамічна система **ізолювана адіабатично**.

**Термодинамічний метод** – це метод вивчення властивостей рівноважних станів речовини через установлення зв'язків і закономірностей між термодинамічними параметрами, які визначаються дослідним шляхом.

**Термодинамічні параметри** (параметри стану) системи – це сукупність фізичних величин, що характеризують макроскопічні властивості термодинамічної системи: об'єм  $V$ ; густина  $\rho$ ; температура  $T$ ; тиск  $P$ ; енергія  $U$ ; в'язкість  $\eta$ ; теплопровідність  $\kappa$ ; електрична або магнітна поляризація і т. п.

### 2.2.3. Енергообмін між термодинамічними системами

**Робота** – це процес взаємодії однієї термодинамічної системи з іншими термодинамічними системами, в результаті чого змінюється механічний рух структурних частинок або їх положення щодо до початкового стану.

**Робота** – безконтактний спосіб передавання енергії від однієї термодинамічної системи до іншої.

**Теплообмін** – це контактний спосіб передавання енергії від однієї системи до іншої через співударяння між частинками систем на межі.

Міру переданої енергії  $Q$  через теплообмін називають **теплотою**. Теплообмін здійснюється шляхом безпосередньої взаємодії (співударяння) між структурними частинками (атомами, молекулами) цих тіл, конвективного теплообміну, обміну енергією між структурними частинками одного тіла й електромагнітним випромінюванням (фотонами) інших тіл.

**Конвективний теплообмін** – це передавання енергії у формі те-

пла між нерівномірно нагрітими частинами рідини або між рідиною і твердими тілами в процесі руху одних макрочастин рідини відносно інших або відносно до твердих тіл.

#### 2.2.4. Термодинамічні стани та процеси

**Рівноважним станом** термодинамічної системи називають такий її стаціонарний (незалежний від часу) стан, коли його незмінність із часом не зумовлена протіканням будь-якого зовнішнього процесу, а термодинамічні параметри системи є сталими для будь-якої з її частин.

**Функція стану** – це характеристика системи, зміна якої під час переходу системи з одного стану в інший не залежить від виду відповідного цьому переходу процесу, а цілком визначається значеннями параметрів початкового та кінцевого станів. Наприклад, до функцій стану відносять тиск, об'єм, внутрішню енергію, ентропію та інші термодинамічні параметри.

**Екстенсивними** величинами називають функції стану тіла, що залежать від його маси (наприклад, енергія системи).

**Інтенсивними** величинами називають функції стану речовини, що не залежать від її маси (наприклад, температура, густина, в'язкість).

**Термодинамічним процесом** називають будь-яку зміну стану термодинамічної системи.

**Рівноважним (квазістатичним) процесом** називають термодинамічний процес, коли система проходить неперервний ряд рівноважних станів. До таких процесів відносять ізотермічний та адіабатичний.

**Коловим процесом**, або циклом, називають термодинамічний процес, у результаті якого система повертається у вихідний стан.

**Ізопроеесом** називають термодинамічний процес, за яким значення деякого термодинамічного параметра за сталою масою зберігається. Наприклад,  $T = \text{const}$  – ізотермічний,  $V = \text{const}$  – ізохоричний,  $P = \text{const}$  – ізобаричний.

Рівноважні стани однорідної системи та здійснювані нею рівноважні процеси можна відобразити графічно за допомогою діаграм. Їх будують точками, що лежать на відповідних кривих у площині з декартовими координатами. На координатних осях відкладаються значення параметрів стану (рис. 2.3).



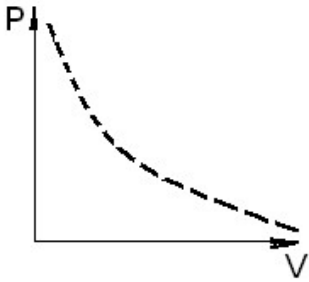


Рис 2.3. Приклад  
діаграми рівноважного  
стану

**Оборотним** термодинамічним процесом називають процес, що допускає можливість повернення системи у вихідний стан без того, щоб в оточуючому середовищі залишились будь-які зміни.

Необхідною та достатньою умовою оборотності процесу є його рівноважність.

**Необоротним** термодинамічним процесом називають процес, що допускає можливість повернення системи у вихідний стан тільки за умови, що в оточуючому середовищі залишаються певні зміни.

Усі *реальні процеси* відбуваються зі скінченою швидкістю і супроводжуються тертям, дифузією, теплообміном за умови скінченої різниці між температурами системи та зовнішнього оточення. І як наслідок, усі вони є *нерівноважними й необоротними*.

### 2.2.5. Ідеальний газ. Термодинамічні процеси в ідеальному газі

Під ідеальними газами в класичній термодинаміці розуміють гіпотетичні (реально не існуючі) гази, що строго підкоряються законам Бойля – Маріотта, Гей – Люссака і, відповідно, рівнянню газового стану Клапейрона.

**Ідеальний газ** – з позиції молекулярно-кінетичної теорії – є теоретичною (математичною, фізичною) моделлю газу, в якій передбачається, таке:

- 1) потенційною енергією взаємодії матеріальних часток, що складають газ, можна знехтувати порівняно з їх кінетичною енергією;
- 2) сумарний обсяг частинок газу дуже малий;
- 3) між частинками немає далекодіючих сил тяжіння або відштовхування; зіткнення часток між собою і зі стінками посудини абсолютно пружні;
- 4) час взаємодії між частинками дуже малий порівняно із середнім часом між зіткненнями.

У розширеній моделі ідеального газу частинки, з яких він складається, мають форму пружних сфер, або еліпсоїдів. Це дозволяє враховувати енергію не тільки поступального, а й обертально-

коливального руху, а також не тільки центральні, а й нецентральні зіткнення частинок.

**Ізотермічний процес** ідеального газу – це процес, що переводить термодинамічну систему в різні рівноважні стани за умови сталої температури; зв'язок між термодинамічними параметрами описується законом Бойля – Маріотта:

$$PV = \text{const} \Rightarrow P_1V_1 = P_2V_2 = \dots P_iV_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (2.13)$$

де  $P_i, V_i$  – тиск і об'єм газу після  $i$ -го ізотермічного процесу.

**Ізобарний процес** ідеального газу – це процес, що переводить термодинамічну систему в різні рівноважні стани зі сталим тиском; зв'язок між термодинамічними параметрами описується законом Шарля:

$$\frac{V}{T} = \text{const} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \dots = \frac{V_i}{T_i}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (2.14)$$

де  $T_i, V_i$  – температура й об'єм газу після  $i$ -го ізобаричного процесу.

**Ізохорний процес** ідеального газу – це процес, що переводить термодинамічну систему в різні рівноважні стани зі сталим об'ємом; зв'язок між термодинамічними параметрами описується законом Гей – Люсака:

$$\frac{P}{T} = \text{const} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} = \dots = \frac{P_i}{T_i}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (2.15)$$

де  $T_i, P_i$  – температура та тиск газу після  $i$ -го ізохоричного процесу.

**Об'єднаний газовий закон:** за будь-яких переходів ідеального газу з одного рівноважного стану в інший рівноважний стан виконується співвідношення виду:

$$\frac{PV}{T} = \text{const}, \quad \text{або} \quad \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} = \dots = \frac{P_iV_i}{T_i}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (2.16)$$

де  $P_i, V_i, T_i$  – тиск, температура й об'єм газу після  $i$ -го будь-якого процесу.

**Закон Авогадро:** за однакових тисків і температур у рівних об'ємах різних ідеальних газів міститься однакове число молекул або: за однакових тисків і температур моль різних ідеальних газів займає однаковий об'єм.

За нормальних умов ( $t=0^{\circ}\text{C}$ ,  $P=760$  мм. рт. ст.) моль будь-яких ідеальних газів займає об'єм  $V_{\mu} = 22,414$  л.

**Рівняння стану** ідеального газу описується рівнянням Клапейрона – Менделєєва:

$$PV = \nu RT, \quad (2.17)$$

де  $\nu = m / \mu$  – кількість молів газу;

$m$  – маса газу;

$\mu$  – його молярна маса;

$R = 8,31$  Дж/(моль К) – універсальна газова стала.

З рівняння Клапейрона – Менделєєва  $PV = \nu RT$  витікає рівняння для тиску, яке співпадає з рівнянням, обчисленим в молекулярно-кінетичній теорії:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT = \frac{m_0 N}{m_0 N_A} N_A kT \Rightarrow P = nkT,$$

де  $m_0$  – маса молекули;

$n = N/V$  – концентрація частинок.

**Парціальний тиск** газу в суміші – це тиск, який мав би цей газ, якщо б із суміші були вилучені всі інші гази, а об'єм і температура залишились би попередніми.

**Закон Дальтона:** тиск суміші з  $N$  ідеальних газів дорівнює сумі їх парціальних тисків  $P_i$ :

$$P = \sum_{i=1}^{1=N} P_i. \quad (2.18)$$

У випадку реальних газів існує декілька рівнянь стану, які описують його певну фізичну модель, наприклад, рівняння Ван-дер-Ваальса.

## 2.2.6. Поняття внутрішньої енергії

*Внутрішня енергія*  $U$  термодинамічної системи є сумою:

- а) кінетичної енергії хаотичного теплового руху частинок системи (молекул, атомів, іонів, вільних електронів і т. п.);
- б) потенційної енергії взаємодії цих частинок;
- в) енергії взаємодії атомів чи іонів у молекулі;
- г) енергії атомів та іонів;
- д) енергії ядра;
- е) енергії електромагнітного випромінювання.

*Внутрішня енергія* є однозначною функцією стану системи: її приріст  $\Delta U$  за переходом зі стану I у стан II не залежить від виду процесу і дорівнює  $\Delta U = U_2 - U_1$ . У випадку колового процесу повна зміна внутрішньої енергії системи дорівнює нулю. В елементарній термодинаміці ідеального газу внутрішня енергія включає лише кінетичну енергію хаотичного теплового руху частинок системи.

## 2.2.7. Робота термодинамічної системи

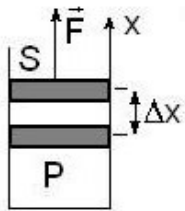
Умовою здійснення термодинамічною системою елементарної роботи  $\delta A$  є переміщення взаємодіючих із нею зовнішніх тіл; тут елементарна робота  $\delta A'$  зовнішніх тіл над системою  $\delta A' = -\delta A$ .

**Робота розширення** газу – це робота, що здійснюється системою проти сил зовнішнього тиску. Тут елементарна робота є:

$$\delta A = PdV \text{ і } A = \int_{V_1}^{V_2} PdV . \quad (2.19)$$

Наприклад, з розширенням газу в циліндрі (рис 2.4) газ створює тиск  $P$  на поршень площею  $S$ , і в результаті на нього діє сила  $F = PS$ . З переміщенням поршня на  $dx$ , газ виконує роботу  $\delta A = Fdx = Pd(xS) = PdV$ , де  $dV$  – приріст об'єму газу.

Робота розширення газу від об'єму  $V_1$  до об'єму  $V_2$  у ізотермічному процесі ( $T = \text{const}$ ) дорівнює  $A = \int_{V_1}^{V_2} PdV$ .



З рівняння Клапейрона – Менделєєва маємо  $P = mRT / \mu V$  і:

$$A = \frac{m}{\mu} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (2.20)$$

Рис 2.4. Приклад розширення газу в циліндрі

Робота розширення газу від  $V_1$  до  $V_2$  у ізобарному процесі ( $P = \text{const}$ ):

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = P(V_2 - V_1) = P\Delta V. \quad (2.21)$$

Таким чином, робота розширення газу в ізобарному процесі пропорціональна  $\Delta V$ .

### 2.2.8. Перший закон термодинаміки

**Перший закон (начало) термодинаміки:** передане системі тепло  $\delta Q$ , створює приріст внутрішньої енергії системи  $dU$  і йде на виконання нею елементарної роботи  $\delta A = PdV$  (нагадаємо, що символом  $\delta$  позначаються елементарні величини, які не є функціями стану системи):

$$\delta Q = dU + PdV. \quad (2.22)$$

Перший закон термодинаміки виражає загальний закон збереження та перетворення енергії і не визначає напрямок протікання процесу теплопередачі, а також умов, за яких відбувається теплопередача.

Це питання врегульовується другим законом термодинаміки.

### 2.2.9. Адіабатичний процес

**Адіабатичним** називають термодинамічний процес, що переводить термодинамічну систему в різні рівноважні стани без теплообміну із зовнішнім середовищем, тобто коли  $\delta Q = 0$ .

Для ідеального газу справджується рівняння адиабати:

$$PV^\gamma = \text{const} \Rightarrow P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma = \dots = P_N V_N^\gamma, \quad (2.23)$$

де  $\gamma = (i + 2) / i$  – стала адіабати, що залежить від структури газу.

Разом із тим рівноважні стани описуються рівнянням Клапейрона – Менделєєва  $PV = \nu RT$ .

За об'єднаним газовим законом  $\frac{PV}{T} = \text{const}$  отримане рівняння адіабати можна записати таким чином:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad PT^{(\gamma/1-\gamma)} = \text{const}., \quad (2.24)$$

Роботу розширення газу від  $V_1$  до  $V_2$  у адіабатичному процесі можна отримати з першого начала  $\delta Q = dU + \delta A = 0$ , а саме:

$$\delta A = -dU. \quad (2.25)$$

В інших виразах роботу можна знайти за прямим обчисленням:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV = -\Delta U \Rightarrow A = -\frac{i}{2} \nu R \Delta T \Rightarrow A = \frac{\Delta(PV)}{1-\gamma}. \quad (2.26)$$

Наведені формули використовують у розрахунках роботи розширення газу в адіабатичному процесі.

### 2.2.10. Теплоємність ідеального газу

Теплоємністю  $C$  термодинамічної системи називають відношення елементарного тепла  $\delta Q$ , переданого системі, до відповідної величини зміни температури тіла  $dt$ :

$$C = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU + \delta A}{dT} \Rightarrow C = \frac{i}{2} \nu R + P \frac{dV}{dT}. \quad (2.27)$$

І вона чисельно дорівнює теплоті, необхідній для збільшення температури тіла на 1 К. Питома теплоємність  $c$  – теплоємність одиниці ма-

си речовини  $c = C/m$ , а молярна  $c_\mu = \mu c = \frac{C}{\nu}$ .

**Теплоємність зі сталим об'ємом** позначається як  $C_V$  (система не виконує роботи  $p dV = 0$ ) і може бути обчислена з (2.27):

$$C_V = \frac{i}{2} \nu R. \quad (2.28)$$

Внутрішню енергію газу можна записати через  $C_V$ :

$$U = \frac{i}{2} \nu R T = C_V T. \quad (2.29)$$

**Теплоємність зі сталим тиском** позначається як  $C_P$  і може бути обчислена з (2.27) зі врахуванням (2.28) таким чином:

$$C_P = C_V + P \frac{dV}{dT} = C_V + \frac{d(PV)}{dT} \Rightarrow C_P = C_V + \nu R.$$

Ми знайшли  $d(pV)$  із рівняння Клапейрона – Менделєєва, врахувавши, що  $P = \text{const}$ ,  $\frac{d(PV)}{dT} = \nu R$ .

Знайдемо відношення  $C_P$  до  $C_V$ :

$$\frac{C_P}{C_V} = \frac{C_V + \nu R}{C_V} = \frac{\frac{i}{2} \nu R + \nu R}{\frac{i}{2} \nu R} = \frac{i+2}{i}. \quad (2.30)$$

З формули (2.30) стала адіабати  $\gamma$  може бути визначена через відношення  $C_P$  до  $C_V$  таким чином:

$$\gamma = (i+2)/i = C_P/C_V. \quad (2.31)$$

У табл. 2.3. наведено основні характеристики ізопроцесів.

## Характеристики ізопроцесів

Процеси	Рівняння процесу	Зв'язок між параметрами стану	Робота в процесі	Тепло, передане в процесі
Ізохорний	$V = \text{const}$	$\frac{P}{T} = \text{const}$	$\delta A = 0, A = 0$	$\delta Q = C_V dT,$ $Q = C_V(T_2 - T_1)$
Ізобарний	$P = \text{const}$	$\frac{V}{T} = \text{const}$	$\delta A = PdV,$ $A = P(V_2 - V_1)$	$\delta Q = C_p dT,$ $Q = C_p(T_2 - T_1)$
Ізотермічний	$T = \text{const}$	$PV = \text{const}$	$\delta A = PdV, A = \nu RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right),$ $A = \nu RT \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right),$	$\delta Q = \delta A,$ $Q = A$
Адiabатний	$\delta Q = 0$	$PV^\gamma = \text{const}$ $PT^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = \text{const}$ $TV^{(\gamma-1)} = \text{const}$	$\delta A = pdV = -dU$ $A = -\Delta U = C_V(T_1 - T_2)$ $A = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{\gamma - 1}, A = \frac{\nu RT}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]$ $A = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1-\gamma}\right]$	$\delta Q = 0,$ $Q = 0$

Наведені характеристики ізопроцесів (формули) використовують у розрахунках.

## 2.2.11. Нагрівачі й охолоджувачі

Основними складовими теплових двигунів і холодильних машин є робоче тіло, нагрівач або охолоджувач.

**Робоче тіло** – це термодинамічна система, що здійснює процес і призначена для перетворення одної форми енергії – теплоти або роботи – в іншу. У тепловому двигуні робоче тіло, отримавши енергію у формі тепла, частину її передає зовні у *формі роботи*.

**Нагрівачем** називають термодинамічну систему, що передає іншій термодинамічній системі енергію у *формі тепла*  $Q_1$ .

**Охолоджувачем** називають термодинамічну систему, що отримує від досліджуваної системи енергію у *формі тепла*  $Q_2$ .

Робота проти зовнішнього тиску, що здійснюється системою в обо-



ротному коловому процесі, вимірюється площею, обмеженою кривою цього процесу на діаграмі P-V. Дійсно, на шляху від  $V_1$  до  $V_2$  система виконує роботу  $A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} PdV$ , а на шляху від  $V_2$  до  $V_1$  робота виконується

із зовні над системою, і вона дорівнює  $A_{21} = \int_{V_2}^{V_1} PdV$ . У підсумку робота системи за цикл дорівнює:

$$A = A_{12} + A_{21} = \int_{V_1}^{V_2} PdV + \int_{V_2}^{V_1} PdV = \oint_{1-2-1} PdV .$$

**Прямий цикл** – це колоовий процес, у якому система виконує додатну роботу  $A > 0$ , обхід замкненої кривої проводиться за годинниковою стрілкою. У протилежному випадку цикл називають **зворотним**.

За визначенням, **термічним коефіцієнтом корисної дії (ККД) нагрівача**  $\eta_t$  є відношення теплового еквівалента роботи  $A$ , яку виконує робоче тіло в прямому коловому процесі, до суми всього тепла  $Q_1$ , яке за умови цьому передається робочому тілу нагрівачем:

$$\eta_t = A / Q_1 = (Q_1 - Q_2) / Q_1. \quad (2.32)$$

**ККД холодильної установки**  $\eta_{хол}$  дорівнює відношенню кількості тепла  $Q_2$ , забраного від охолоджуваного тіла, до теплового еквівалента роботи  $A$ , що витрачається у цьому процесі:

$$\eta_{хол} = Q_2 / A = Q_2 / (Q_1 - Q_2). \quad (2.33)$$

Охолоджувач працює у зворотному напрямі до нагрівача.

### 2.2.12. Цикл Карно

Цикл Карно є прямий *оборотний* круговий процес, що складається з двох оборотних ізотермічних процесів  $1 - 1'$  із температурою  $T_1$ ;  $2 - 2'$  із температурою  $T_2$  і двох оборотних адіабатних процесів  $1' - 2$  і  $2 - 1$  (рис. 2.5). У процесі  $1 - 1'$  робоче тіло отримує від нагрівача тепло  $Q_1$ , а в процесі  $2 - 2'$  віддає охолоджувачу тепло  $Q_2$ . У циклі Карно тепловий двигун може виконати роботу, еквівалентну лише частині отриманого від

нагрівача тепла, а решту витрачає для повернення у вихідний стан 1 із ненульовою роботою шляхом передання тепла охолоджувачу.

**Теорема Карно:** термічний ККД  $\eta_t$  оборотного циклу Карно не залежить від природи робочого тіла і є функцією лише абсолютних температур нагрівача  $T_1$  та охолоджувача  $T_2$ :

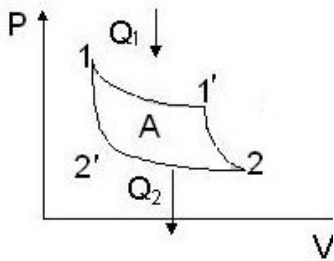


Рис 2.5. Приклад циклу Карно

$$\eta_t = (T_1 - T_2) / T_1. \quad (2.34)$$

Термічний коефіцієнт корисної дії будь-якого необоротного колового процесу  $\eta_{t,n}$  завжди менше коефіцієнта корисної дії  $\eta_t$  оборотного колового процесу за однакових температур нагрівача й охолоджувача. Для *оборотного* циклу величина  $\eta_{хол}$  залежить лише від спів-відношення температур нагрівача й охолоджувача. Для зворотного циклу Карно  $\eta_{хол} = T_2 / (T_1 - T_2)$  і є максимальним відносно до циклу з необоротними процесами.

### 2.2.13. Ентропія

**Ентропія** є функція стану системи, диференціал якої в елементарному оборотному процесі дорівнює відношенню нескінченно малої кількості тепла  $\delta Q$ , переданого системі, до її абсолютної температури:

$$dS = \delta Q / T. \quad (2.35)$$

Для *адіабатичного* оборотного процесу маємо  $\delta Q = 0$ ,  $dS = 0$ ,  $S = \text{const}$ , і тому цей процес називають ще й *ізоентропійним*.

У *ізотермічному* оборотному процесі маємо  $T = \text{const}$  і

$$\Delta S = \nu R \ln(V_2 / V_1) = \nu R \ln(P_1 / P_2),$$

у *ізобаричному* процесі  $P = \text{const}$  і

$$\Delta S = \nu C_p \ln \frac{T_2}{T_1} = \nu C_p \ln \frac{V_2}{V_1},$$

у ізохоричному процесі  $V = \text{const}$  і

$$\Delta S = \nu C_V \ln \frac{T_2}{T_1} = \nu C_V \ln \frac{P_2}{P_1}.$$

Для довільного елементарного термодинамічного процесу:

$$dS \geq \delta Q / T.$$

Наведені характеристики ізопроцесів (формули) використовують у розрахунках.

#### 2.2.14. Другий закон термодинаміки

Другий закон термодинаміки можна сформулювати такими еквівалентними положеннями:

неможливо створити вічний двигун другого роду, тобто двигун, що отримує тепло від нагрівача та перетворює його у рівну кількість механічної енергії;

неможливий процес, єдиним результатом якого є перетворення тепла, отриманого від нагрівача, в еквівалентну йому роботу;

неможливий процес, єдиним результатом якого є передавання енергії у формі тепла від холодного тіла до гарячого;

неможливий коловий процес, єдиним результатом якого було б виконання роботи за рахунок охолодження робочого тіла;

у замкненій системі ентропія може лише зростати або залишатися сталою.

Основне співвідношення термодинаміки, що об'єднує перший і другий закони термодинаміки має вигляд  $TdS \geq dU + \delta A$ , де знак рівності належить до оборотного процесу.

#### 2.2.15. Третій закон термодинаміки

За гіпотезою М. Планка, за абсолютного нуля температури внаслідок квантового характеру процесів, які відбуваються в довільній системі з низькими температурами за умов її стійкої рівноваги, є тільки

один мікростан, тотожній макростанові системи і  $\Omega = 1$ . У цьому випадку початкова ентропія  $S_0 = \ln \Omega = 0$ .

*Третій закон термодинаміки* за В. Г. Нернстом: в довільному ізотермічному процесі, який проведено з дотриманням абсолютного нуля температури, приріст ентропії  $\Delta S_{T=0} = 0$ , незалежно від можливої зміни будь-яких інших параметрів системи (тиск, об'єм і т. п.).

## Контрольні запитання

1. Визначіть основні положення молекулярної фізики?
2. Який стан називають рівноважним?
3. Який статистичний розподіл частинок за напрямком руху?
4. Поясніть у чому полягає статистичний метод дослідження речовини?
5. Які положення закладені в основу молекулярно-кінетичної теорії?
6. Як визначають імовірність деякого стану речовини?
7. Як визначають ідеальний газ?
8. Поясніть, що таке молекула й атом.
9. Що закладено в основу атомної одиниці маси?
10. Яка величина атомної одиниці маси?
11. Визначіть поняття моля та молярної маси речовини.
12. Сформулюйте об'єднаний газовий закон.
13. Що визначає температура?
14. Які існують шкали температур?
15. Визначіть нормальні умови газу.
16. Сформулюйте закон Авогадро.
17. Які існують агрегатні стани речовини?
18. Охарактеризуйте газовий стан речовини.
19. Що таке рідина?
20. Опишіть фізичні властивості твердих тіл.
21. Дайте визначення термодинамічній системі.
22. Сформулюйте третій закон термодинаміки.
23. Сформулюйте другий закон термодинаміки.
24. Сформулюйте теорему Карно.

## Розділ 3. Електрика

*Мета:* розглянути основні поняття і закони сучасної науки про електрику, електронну теорію речовини та елементи квантової теорії електропровідності твердих тіл.

*Основні питання*

3.1. *Електромагнітна взаємодія. Основні поняття.*

3.2. *Електростатика.*

3.3. *Постійний електричний струм.*

3.4. *Основні поняття електронної теорії речовини.*

*Ключові слова:* електрика; електростатика; електронна теорія речовини; провідник; речовина; заряди.

### 3.1. Електромагнітна взаємодія. Основні поняття

Світ складається з частинок, що взаємодіють між собою. На макроскопічному рівні в основу всього закладено чотири типи фундаментальної взаємодії. Вони називаються (у порядку убутання сили взаємодії): сильна, електромагнітна, слабка, гравітаційна.

*Сильна взаємодія* визначає структуру атомних ядер і глибші структури та виявляється на малих відстанях,  $10^{-13}$  см.

*Електромагнітна взаємодія* слабкіша на два порядки від сильної і виявляється на будь-яких відстанях.

*Слабка взаємодія* відіграє непомітну роль на макроскопічному рівні.

Найслабкіша *гравітаційна взаємодія* приблизно на сорок порядків слабкіша за електромагнітну.

На макроскопічному рівні електромагнітна взаємодія найважливіша. Те, що ми бачимо на Землі – це все електромагнітна взаємодія. Згідно з уявленням сучасної фізики будь-яка взаємодія передається через деяке поле. Електричні заряди взаємодіють через електричне поле, яке вони створюють, магніти й електричні струми – через магнітне поле. Частинки в атомному ядрі – протони та нейтрони – взаємодіють через мезонне поле. Кожна частинка створює поле, і це поле вже діє на іншу частинку. Сучасне вчення про електрику та магнетизм засноване на рівняннях Максвелла, що визначають поля через їх джерела та вихори [4; 6; 11].

### 3.1.1. Електричний заряд

Частинки, що беруть участь в електромагнітній взаємодії, володіють спеціальною властивістю – *електричним зарядом*. Заряди бувають двох знаків: «+» і «–». Електричний заряд – це первинне поняття і невід'ємна властивість елементарної частинки. Електрон володіє й іншими властивостями: масою, спіном, магнітним моментом. Якщо частинка не бере участь в електромагнітній взаємодії, то вона не володіє електричним зарядом. Заряди всіх тіл кратні величині заряду електрона Кл. Це означає, що в природі зустрічається мінімальний заряд, рівний  $e$ . Є частинки – кварки, заряд яких дробовий:  $\frac{1}{2}e$ ,  $\frac{1}{3}e$  і т.д. Кварки самотійно не спостерігаються.

### 3.1.2. Поняття металів і діелектриків

Валентні електрони *металу* слабо пов'язані зі своїми атомами. У атомах металу зовнішні електрони не пов'язані з окремими атомами і можуть вільно переміщатися в усьому тілі. Ці електрони обумовлюють значну провідність металів, вони так і називають *електронами провідності*. Електрони провідності, за відсутності зовнішнього електричного поля в металі, здійснюють безладний рух зі швидкостями близько тисячі кілометрів у секунду. Під дією зовнішньої напруги електрони провідності, не ослабляючи хаотичного руху, порівняно повільно «зносяться» електричним полем уздовж провідника. Електрони отримують, додатково до хаотичної швидкості, невелику швидкість упорядкованого руху. Цей слабкий впорядкований рух і обумовлює електричний *струм у провіднику*.

Інакші процеси відбуваються в речовинах, які мають назву *ізоляторів (діелектриків)*. У діелектриках атоми так само коливаються навколо положень рівноваги, як і в металах, але вони мають повний комплект електронів. Зовнішні електрони атомів діелектрика сильно пов'язані з своїми атомами. У звичайному стані електронів провідності в діелектрику немає, і діелектрики не пропускають струму.

Велика частина діелектриків є не атомними, а молекулярними кристалами або рідинами. Це означає, що у вузлах ґрат знаходяться не атоми, а молекули.

Багато молекул складаються з двох груп атомів або з двох атомів, один з яких електрично позитивний, а інший негативний.

Два заряди, що рівні за величиною, але протилежні за знаком, знаходяться на дуже малій відстані один від одного. Їх називають *диполем*. Полярні молекули є прикладом диполів. Молекули діелектрика є диполями. Якщо діелектрик помістити в електричне поле, в результаті орієнтації молекул діелектрика на його поверхню, звернену до позитивного заряду виступають негативні кінці молекул-диполів, а на протилежну поверхню – позитивні. На поверхнях діелектрика утворюються електричні заряди. Ці заряди мають назву *поляризаційних*, а їх виникнення називають *процесом поляризації* діелектрика.

У металах та інших провідниках заряди можуть вільно переміщатися в усьому тілі. Діелектрики ж не володіють провідністю, і в них заряди не можуть переміщатися на макроскопічні (тобто великі в порівнянні з розмірами атомів і молекул) відстані. У електричному полі діелектрик тільки поляризується.

Заряд, поміщений на тілі, розміри якого малі в порівнянні з відстанню до цих тіл, з якими він взаємодіє, називають *точковим зарядом*. Сила взаємодії точкових зарядів  $q_1$  і  $q_2$  (відстань між ними  $r$ ) спрямована на лінії, їх що сполучає. Її величина визначається за **законом Кулона**

$$F = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}, \quad (3.1)$$

де  $k = 1/4\pi\epsilon_0$ , діелектрична проникність  $\epsilon$  враховує вплив середовища на силу взаємодії.

Електричну силу, що діє на одиничний позитивний заряд, приймають за характеристику поля. Вона називають *напруженістю електричного поля*  $E$ . У векторній формі:

$$\vec{E} = \vec{F} / q. \quad (3.2)$$

Електричне поле зручно графічно зображати за допомогою картини *силових ліній*, або *ліній напруженості*. Це лінії, дотичні до якої в кожній точці співпадають за напрямом з напруженістю. Електричні заряди створюють електричне поле і є його *джерелами*.

Джерелами вектора напруженості (тобто тими точками, де починаються або кінчаються лінії напруженості) є всі заряди – як вільні, так і поляризаційні, тобто зв'язані. Лінії поля, що створюється джерелами, починаються і закінчуються на цих джерелах або в нескінченності і тому ніколи не бувають замкнутими.

Нерухомі електричні заряди створюють навколо себе *електричне поле*, магніти та струми – *магнітне поле*. Електричне та магнітне поля тісно зв'язані між собою. У природі існує єдине *електромагнітне поле*.

Магнітне поле володіє властивістю створювати електричне поле. Лінії напруженості цього електричного поля відрізняються від ліній поля, що створюється електричними зарядами. Ці лінії *замкнуті*. Змінне електричне поле створює магнітне поле. Основною характеристикою магнітного поля є вектор *магнітної індукції*, що визначається силою, що діє на заряд у магнітному полі. Магнітне поле діє на електричний заряд у напрямі, перпендикулярному до поля і до швидкості заряду. Магнітне поле на нерухомі заряди не діє. Формула (3.3) визначає величину *сили Лоренца* – сили, що діє на заряд, рухомий у магнітному полі:

$$F = kqvB\sin\alpha. \quad (3.3)$$

Сила Лоренца спрямована перпендикулярно до магнітного поля  $\vec{B}$  і до швидкості заряду. Коефіцієнт пропорційності  $k$  залежний від вибору системи одиниць;  $q$  – величина заряду;  $B$  – магнітна індукція (кількісна характеристика магнітного поля, яка визначає силу, що діє на заряд);  $\alpha$  – це кут між напрямом швидкості заряду та вектором магнітної індукції  $\vec{B}$ .

Магнітне поле може бути створено постійними магнітами, змінним електричним полем і рухомими електричними зарядами.

Лінії вектора  $\vec{B}$  завжди замкнуті. Це означає, що в природі не існує магнітних зарядів, тому вектор  $\vec{B}$  не має джерел; його лінії ніде не починаються і не закінчуються, а замикаються навколо електричних струмів.

Електричні струми (макро- та мікро-) слугують вихорами вектора  $\vec{B}$ .

### 3.1.3. Електромагнітне поле

Світ складається із частинок, що постійно взаємодіють між собою. *Поле* є переносником взаємодії, зокрема, переносником електромагніт-



них взаємодій є електромагнітне поле. Поле – це первинне поняття. Те, що створює заряджена частинка в просторі, є електромагнітне поле. **Електромагнітне поле** – це переносник електромагнітної взаємодії. Поле можуть створювати фізичні об'єкти двох абсолютно різних видів, названі джерелами та вихорами.

Точку, в якій лінії поля починаються (або закінчуються), називають *джерелом* (або *стоком*) поля. Лінія, навколо якої замикаються лінії поля (що не має джерел або інших вихорів), називають *вихором* поля.

*Джерелами електричного поля* є заряди, а *вихором* – змінне магнітне поле. У *магнітного поля* вихорами є струми та змінне електричне поле. Джерел вектора  $\vec{B}$  (магнітних зарядів) у природі не існує.

Будь-яке поле визначається своїми джерелами та вихорами (й умовами на нескінченності).

Джерела характеризуються тільки своєю величиною, напрямків вони не мають. Вихори ж характеризуються як величиною, так і напрямком.

*Джерела* можуть бути точковими, поверхневими й об'ємними.

*Вихори* можуть бути лінійними, поверхневими або об'ємними.

Графічне зображення поля, що має багато джерел і вихорів, є складним. Результівне поле складної системи є векторною сумою полів, що створюються елементарними джерелами та вихорами.

### 3.1.4. Потенційне поле

Найважливішою властивістю поля, що не має вихорів і створеного тільки нерухомими джерелами, є його потенційність. Електричне поле є *потенційним*, якщо робота, яку здійснює поле над зарядом, у процесі переміщення його на будь-якому замкнутому шляху дорівнює нулю (векторне поле буде потенційним, якщо його циркуляція на будь-якому замкнутому шляху дорівнює нулю). Відомим прикладом потенційного поля є поле сили тяжіння.

Властивістю потенційності володіє і поле, утворене нерухомими електричними зарядами, – електростатичне поле. Робота електростатичного поля на замкнутому шляху дорівнює нулю. (Еквівалентне визначення: поле є потенційним, якщо робота переміщення заряду між будь-якими точками не залежить від форми шляху, а залежить тільки від положення початкової і кінцевої точок).

### 3.1.5. Потенціал

Тільки в потенційному полі можна ввести поняття потенціалу.

*Потенціалом*  $\varphi$  даної точки поля називають роботу, яку потрібно витратити, щоб перемістити  $+1$  заряду з нескінченності в дану точку поля (або робота, яку витрачає поле, переміщуючи  $+1$  заряду з даної точки поля в нескінченність). Потенціал може бути позитивним або негативним залежно від знаку заряду, який його створює.

### 3.1.6. Потенціальна енергія

Якщо поле не потенційне, то потенціальної енергії не існує. *Потенціальною енергією* тіла  $U$  називають ту роботу, яку потрібно витратити, щоб перемістити це тіло з нескінченності в дану точку. Тільки якщо ця робота не залежить від форми шляху, потенціальна енергія має певне значення. Ця енергія заряду пов'язана з потенціалом тієї точки поля, де цей заряд знаходять за співвідношенням:

$$U = q\varphi. \quad (3.4)$$

**Вихрове поле** не є потенційним. У вихоровому полі існують замкнені контури, на яких робота (циркуляція) не дорівнює нулю. Проте не можна стверджувати, що у вихоровому полі циркуляція у будь-якому замкнутому шляху відмінна від нуля.

Усі вектори, які ми розглядаємо ( $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ ), під час переходу через межу розділу двох середовищ міняють тільки одну зі складових – нормальну, або тангенціальну. Якщо нормальна складова вектора міняється під час переходу через межу розділу, то це означає, що на межі є джерела. Якщо міняється тангенціальна, то на межі є вихори.

У вектора  $\vec{E}$  є поверхневі джерела, але немає поверхневих вихорів; у вектора  $\vec{B}$ , навпаки, є поверхневі вихори та немає джерел.

### 3.1.7. Потужність вихору та джерела

За відсутності вихору всередині заданого контуру циркуляція вектора у цьому контуру впадає до нуля. Тому природно вважати величину

циркуляції вектора у даному контурі мірою потужності повного вихору, поміщеного в цьому контурі. Аналогічно визначають і потужність джерела, вводючи поняття потоку вектора через поверхню. *Потоком через поверхню* є число ліній вектора, що перетинають цю поверхню. Потужність джерела визначається потоком через замкнуту поверхню, що оточує це джерело.

### 3.1.8. Теорема Остроградського – Гаусса

**Теорема Остроградського – Гаусса:** повний потік напруженості через замкнуту поверхню рівний сумі вільних і зв'язаних зарядів, що знаходяться усередині цієї поверхні (для вектора *електричної індукції*):

$$\vec{D} = \overline{\varepsilon\varepsilon_0\vec{E}}, \quad \oiint D_n dS = \sum q. \quad (3.5)$$

Отже, потужність джерела пропорційна створюваному ним повному потоку, а потужність вихору пропорційна створюваній ним циркуляції. Якщо потік вектора через замкнуту поверхню, що оточує деяку область простору, відмінний від нуля, то в цій області знаходяться джерела. Величина потоку пропорційна алгебраїчній сумі потужностей джерел, що знаходяться усередині замкнутої поверхні. Якщо циркуляція вектора у замкнутому контурі відмінна від нуля, то через площу, обмежену цим контуром, проходять вихори даного вектора. Величина циркуляції пропорційна повному вихору, що охоплюється контуром.

## 3.2. Електростатика

Електричне поле, що створюється нерухожими зарядами, називають *електростатичним*. Отже, електростатика виключає струми.

**Основне завдання електростатики** зводиться до знаходження поля за заданим розташуванням зарядів у просторі. Це завдання розв'язується на підставі двох законів: закону Кулона та принципу суперпозиції полів. *Закон Кулона* встановлює, що напруженість електростатичного поля, створюваного відокремленим точковим зарядом  $q$ , зменшується обернено пропорційно до квадрата відстані  $r^2$  від заряду до даної точки  $E = q / 4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2$ . Ш. Кулоном закон був сформульований інакше. Він розг-

лядав силу взаємодії двох точкових зарядів. У системі СІ закон Кулона в порожнечі має вигляд (це історично перше формулювання цього закону):

$$F = q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 r^2. \quad (3.6)$$

У однорідному й ізотропному діелектричному середовищі з проникністю  $\epsilon$  в знаменнику формули (3.6.) і для  $E$  з'являється  $\epsilon$ .

### 3.2.1. Точкові, поверхневі й об'ємні заряди

Якщо заряд знаходиться на тілі, розмірами якого можна нехтувати, його називають *точковим зарядом*. *Поверхневим* буде заряд, розташований на поверхні тіла в такому тонкому шарі, що можна нехтувати його товщиною. Нехтувати товщиною шару можна в тому випадку, якщо вона у багато разів менше, ніж відстані, що цікавлять нас, від поверхні. Ступінь зарядженої поверхні характеризують зарядом, що доводиться на одиницю площі, – так званою *поверхневою щільністю заряду*:  $\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta S}$ .

Тут  $\Delta q$  – заряд, що доводиться на площину  $\Delta S$ . Якщо поверхнева щільність постійна на всій поверхні, то  $\sigma = q/S$ .

Окрім точкових і поверхневих, існують і *об'ємні заряди*. Наприклад, біля розжареного катода електронної лампи, з невеликими напругами між катодом і анодом, є електронна хмарка – об'ємний електричний заряд. У напівпровідниках поблизу так званого  $p$  –  $n$ -переходу також існує об'ємний заряд і т. д. *Об'ємна щільність заряду* – це заряд, що доводиться на одиницю об'єму  $\rho = \frac{\Delta q}{\Delta V}$ . За умови постійної в усіх точках об'ємної щільності ця величина може бути записана простіше  $\rho = q/V$ .

**Напруженість поля, що створюється точковим зарядом**, виходить із закону Кулона. Напруженість поля в порожнечі або однорідному, ізотропному та безмежному діелектрику дорівнює  $E = q / 4\pi\epsilon_0\epsilon r^2$ . Напруженість нуля точкового заряду спрямована на радіус-вектор, який з нього витікає, тому у векторній формі буде:

$$\vec{E} = \vec{qr} / 4\pi\epsilon_0\epsilon r^3. \quad (3.7)$$

Поле будь-якої системи точкових зарядів можна знайти за принципом суперпозиції, беручи векторну суму полів окремих точкових зарядів. Будь-яке заряджене тіло теж можна розбити на точкові заряди, й потім скласти поля, що створюються ними в даній точці простору. Проте у ряді випадків таке інтегрування громіздке, тому доцільно застосувати для обчислення поля теорему Остроградського – Гаусса. Приведемо приклади.

### *3.2.1.1. Поле рівномірно зарядженої площини*

Напруженість поля, що створюється нескінченною площиною, не залежить від відстані до неї. Величина напруженості поля може бути легко обчислена і виявиться рівною (відповідно, в порожнечі та в однорідному діелектрику)  $E = \sigma / 2\varepsilon_0$ ,  $E = \sigma / 2\varepsilon_0\varepsilon$ .

### *3.2.1.2. Поле поблизу зарядженого провідника*

Усередині провідника немає ні зарядів, ні поля. Заряд розміщується на поверхні провідника з деякою поверхневою щільністю  $\sigma$ . Виберемо замкнуту поверхню у вигляді малого циліндра, розташованого перпендикулярно до поверхні провідника і що перетинає цю поверхню. Силкові лінії поблизу поверхні провідника нормальні до його поверхні. Потік вектора  $\vec{E}$  пронизує тільки зовнішню основу циліндра. У результаті за теоремою Гаусса  $E dS = \sigma dS / \varepsilon_0\varepsilon$  і, отже,  $E = \sigma / \varepsilon_0\varepsilon$ .

### *3.2.1.3. Поле усередині плоского конденсатора*

Поле декількох паралельних площин легко знайти за принципом суперпозиції. Напруженість поля позитивно зарядженої площини дорівнює  $E = 2\pi\sigma$  і спрямована від неї; напруженість поля негативно зарядженої площини  $2$  спрямована до неї. Тому поля двох площин, заряджених рівними та протилежними за знаком зарядами (плоский конденсатор), знаходяться в області між площинами і взаємно знищуються в зовнішніх областях.

Усередині конденсатора  $E = \sigma / \varepsilon_0\varepsilon$ . Поле плоского конденсатора однорідне та цілком замкнуте між пластинами конденсатора.

### 3.2.1.4. Поле зарядженого циліндра

Часто напруженість поля заряджених тіл знаходять, застосовуючи теорему Остроградського – Гаусса. З її допомогою легко знайти поле сфери, нескінченної площини та циліндра. Як наприклад на застосування теорема Остроградського – Гауса визначимо напруженість поля, що створюється рівномірно зарядженим довгим циліндром (на відстані  $r$ )  $E = \tau/2\pi\epsilon\epsilon_0 r$ . Тут  $\tau = q/l$  – заряд, що доводиться на одиницю довжини (*лінійна щільність заряду*). Отже, поле циліндра убуває обернено пропорційно до першого ступеня відстані від нього. Усередині циліндра поле дорівнює нулю.

### 3.2.1.5. Поле зарядженої сфери

Поле зарядженої сфери визначається як  $E = q/r^2$ . Зазначимо, що поле кулі й інших тіл, без змін у всіх вимірюваннях, убуває як  $1/r^2$ , поле циліндра, нескінченного в одному вимірюванні, – як  $1/r$ , а поле площини, нескінченної в двох вимірюваннях, не убуває з відстанню зовсім.

### 3.2.1.6. Поле електрично нейтральних систем (диполя)

Відомо, що атом (і молекула) складаються із заряджених частинок – ядра й електронів. У цілому вони нейтральні, але створюють електромагнітне поле, яке набагато слабкіше за те, яке створювалося б тільки ядром, і набагато швидше убуває з відстанню. Існування поля, що створюється нейтральним атомом, має величезне значення: завдяки йому атоми та молекули взаємодіють і утворюють кристали та рідини.

Розглянемо нейтральну систему, що складається з нерухомих зарядів. Простою і найважливішою такою нейтральною системою є **диполь**. Два рівних і протилежних за знаком заряди називають диполем у випадку, якщо відстань між ними  $l$  у багато разів менше відстані  $r$ , на якій шукають поле цієї системи. Поле диполя на заданій відстані від нього, але під різними кутами до його осі, різне. Тобто поле диполя не володіє сферичною симетрією, на відміну від поля точкового заряду.

Орієнтація диполя визначається вектором, який умовилися скеровувати від негативного заряду до позитивного.

Поле диполя в даній точці простору залежить, як можна довести, від утворення, званого дипольним моментом:  $\vec{p} = q\vec{l}$ . Зі збільшенням відстані від диполя напруженість убуває обернено пропорційно до куба відстані. Крім того, вона пропорційна моменту диполя:  $E \sim p/r^3$ .

Диполь, поміщений в однорідне електричне поле, буде повертатися. Якщо не перешкоджати повороту, він розташується паралельно силовим лініям. Сили, що діють на обидва заряди диполя, в однорідному полі рівні та протилежні за напрямом. Така пара сил обертає, але не переміщає тіло поступально. У неоднорідному полі сили мають різну величину, тому диполь буде повертатися і втягуватися в область сильнішого поля.

### 3.2.2. Потенціал електростатичного поля

Якщо відомий потенціал в усіх точках електростатичного поля, то можна знайти і напруженість. *Напруженість* – величина векторна, а *потенціал* – скалярна. У кожній точці потенціал  $\phi$  має одне певне значення, а напруженість задається в кожній точці трьома проекціями на осі координат  $E_x, E_y, E_z$ .

Обчислимо **потенціал точкового заряду**. Оскільки форма шляху не має значення, доцільно обчислити роботу видалення заряду  $q_1$  уздовж радіуса-вектора. Розбиваючи весь шлях від  $r$  до  $\infty$  на відрізки, запишемо роботу у вигляді суми  $A = \sum \frac{q_1 q}{r^2} \Delta r = q_1 q \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{q_1 q}{r}$ . Потенціал – це

робота над зарядом  $q_1 = 1$ . Отже, точковий заряд  $q$  на відстані  $r$  у порожнечі, створює потенціал:

$$\phi = q / 4\pi\epsilon\epsilon_0 r. \quad (3.8)$$

Потенціал може бути позитивним або негативним залежно від знаку заряду, який його створює.

#### 3.3.2.1. Робота потенційного електричного поля над зарядом

Робота з переміщення заряду з точки 1 у точку 2 у безвихоровому електричному полі виражається через різницю потенціалів

лів:  $A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$ . Робота поля позитивна тоді, коли потенціал початкової точки  $\varphi_1$  вищий, ніж потенціал кінцевої  $\varphi_2$  (і  $q > 0$ ).

### 3.3.2.2. Закон збереження енергії частинки в потенційному полі

Якщо заряд, над яким здійснює роботу поле, рухається рівномірно, то це означає, що сила поля  $qE$  врівноважується якою-небудь іншою силою. Поле, виконуючи роботу, збільшує енергію тіла, з боку якого діє ця сила. Якщо ж ніякої іншої сили немає, заряд під дією поля рухатиметься прискорено, збільшуючи свою кінетичну енергію. Придбана кінетична енергія рівна роботі поля над зарядом:

$$\frac{mv_2^2}{2} + q\varphi_2 = \frac{mv_1^2}{2} + q\varphi_1. \quad (3.9)$$

Ця формула виражає закон збереження енергії: сума кінетичної і потенційної енергії, що називають *повною енергією*, не змінюється уздовж шляху частинки.

### 3.3.2.3. Зв'язок між потенціалом і напруженістю

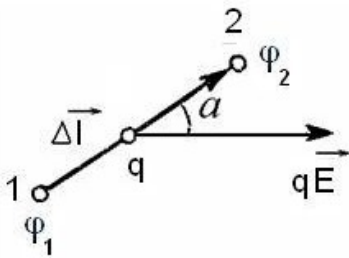


Рис. 3.1. **Визначення різниці потенціалів**

З формули (3,9) легко визначити зв'язок між потенціалом і напруженістю поля  $\Delta\varphi = -\vec{E} \cdot \Delta\vec{l}$ .

Ця формула визначає різницю потенціалів між двома близькими точками (рис. 3.1), сполученими малим вектором, що становить кут  $\alpha$  з напруженістю поля  $\vec{E}$ .

### 3.2.3. Провідники в електростатичному полі

Під словом «провідник» у фізиці розуміють провідне тіло будь-яких розмірів і форми. Це може бути будь-яке тіло, що містить вільні заряди, (наприклад, електрони або іони). Для визначеності під провідником ми будемо розуміти металеве тіло.



Розглянемо процес внесення провідника в електростатичне поле. Як тільки провідник потрапляє в поле, електрони в ньому починають рухатися у бік позитивно зарядженої частини пластини провідника. На частини поверхні провідника, зверненої до цієї пластини, виступає негативний заряд, тому поверхнева область виявляється збагаченою електронами. На протилежній частині поверхні електронів виявляється дещо менше, ніж потрібно для нейтралізації позитивного іонного заряду кристалічної решітки, і ця частина поверхні є зарядженою позитивно. Позитивна та негативна частини поверхні створюють своє власне поле, за напрямом протилежне зовнішньому.

Якщо провідник достатньо довго знаходиться в полі, а струм у ньому вже не проходить, то обидва поля (зовнішнє та поле власних поверхневих зарядів провідника) компенсують один одного в усіх точках усередині та на поверхні.

Відсутність струму означає повну компенсацію полів. Щільність заряду на поверхні провідника залежить від напруженості поля, в яке провідник вноситься.

Повний заряд поверхні завжди надзвичайно малий в порівнянні із загальним зарядом всіх електронів металу.

Відсутність поля усередині провідника не означає, що зовнішнє поле не проникає в провідник. Саме завдяки проникненню поля в провідник на його поверхні виступають заряди, поле яких компенсує зовнішнє поле.

Напруженість поля  $E$  в провіднику, що знаходиться в електростатичному полі, дорівнює нулю.

Із співвідношення  $\Delta\varphi = -\vec{E} \cdot \vec{dl}$  виходить, що між двома точками провідника різниця потенціалів також рівна нулю. Усі точки всередині та на поверхні провідника мають в електростатичному полі однаковий потенціал, а поверхня провідника є *еквіпотенційною*.

Провідник є *зарядженим*, якщо він має повний заряд, відмінний від нуля. Водночас на поверхні провідника існує не рівна нулю поверхнева щільність зарядів  $\sigma$ , у загальному випадку різна в різних точках цієї поверхні.

Якщо провідник не заряджений, але знаходиться в зовнішньому полі, на його поверхні також є заряди. Одні частини поверхні провідника мають поверхневу щільність  $\sigma > 0$ , інші –  $\sigma < 0$ , а загальний заряд дорівнює нулю.

### 3.2.3.1. *Поняття місткості провідника*

Пропорційність заряду та потенціалу  $\varphi$  відокремленого провідника записується як  $q = C\varphi$ . Коефіцієнт  $C$  називають *місткістю* відокремленого провідника, яка визначається його формою і розмірами. Наприклад, ємність витягнутого еліпсоїда обертання з півосями  $a$ ,  $a$ ,  $b$ , причому  $b \gg a$  дорівнює  $C = b / \ln(2b / a)$ . Ця ж формула визначає місткість дуже довгого циліндра, наприклад циліндрового дроту.

### 3.2.3.2. *Конденсатор. Місткість конденсатора*

Велику місткість можна отримати, якщо замість відокремленого провідника взяти **конденсатор** – два провідники, що мають рівні та протилежні за знаком заряди. Причому конфігурація провідників така, що поле, ними створюване, зосереджене в основному між провідниками. *Місткістю конденсатора* називають коефіцієнт пропорційності між зарядом і різницею потенціалів його обкладань  $q = C(\varphi_1 - \varphi_2)$ . Місткість не залежить від заряду обкладань, якщо діелектрична проникність  $\varepsilon$  діелектрика, що заповнює конденсатор, не залежить від поля, як це звичайно буває. Місткість конденсатора залежить від форми та розташування його обкладань, а також від  $\varepsilon$  діелектрика, його що заповнює. У *плоскому конденсаторі*  $(\varphi_1 - \varphi_2) = Ed = 4\pi\sigma d / \varepsilon = 4\pi qd / \varepsilon S$  (тут  $d$  – відстань між пластинами,  $S$  – площа пластин), і тоді місткість  $C = \varepsilon\varepsilon_0 S / d$ .

*Місткість сферичного конденсатора*, що складається з двох концентричних сфер з радіусами  $R_1$  і  $R_2$ , виражається формулою  $C = \varepsilon R_1 R_2 / (R_2 - R_1)$ .

### 3.2.3.3. *З'єднання конденсаторів*

Конденсатори можна з'єднувати різним чином, утворюючи з них місткості великі або менші. Визначити місткість з'єднання конденсаторів – означає визначити місткість, еквівалентну даному з'єднанню, тобто місткість такого конденсатора, який мав би той же заряд, що і дана система, з тим же загальним падінням потенціалу на ньому. З *послідовним з'єднанням конденсаторів* заряд обох конденсаторів однаковий, оскільки нижня пластина  $C_1$  і верхня пластина конденсатора  $C_2$  утворюють за-

мкнуту систему, повний заряд якої рівний нулю. Записавши тотожність для різниці потенціалів і скориставшись визначенням місткості, легко розрахувати місткість такого з'єднання  $C = C_1 C_2 / (C_1 + C_2)$ . Для *паралельного з'єднання конденсаторів* справедливо  $C = C_1 + C_2$ . Зазначимо, що ці формули справедливі для будь-якої кількості конденсаторів.

### 3.2.4. Діелектрики

У результаті повороту молекул-диполів (*орієнтаційна поляризація*) або поляризації молекул під дією поля (*деформаційна поляризація*) на поверхнях діелектрика з'являються зв'язані заряди. Обчислимо поверхневу щільність цих зарядів. Відомо, що напруженість поля в діелектрику, що знаходиться в плоскому конденсаторі, за поверхневої щільності на обкладаннях  $\sigma$  рівна  $4\pi\sigma/\epsilon$ . З іншого боку, ця напруженість створюється чотирма паралельними зарядженими площинами, оскільки джерелами  $E$  є в рівній мірі вільні та зв'язані заряди. Поле цих чотирьох площин дорівнює  $4\pi\sigma - 4\pi\sigma'$ , тобто  $\sigma' = \sigma(\epsilon - 1)/\epsilon$ . Щільність зв'язаних зарядів виявляється завжди менше щільності вільних зарядів, що створюють ці зв'язані. Інакше поле в діелектрику змінило б знак в порівнянні з полем, що його створює. Оскільки в конденсаторі  $E = 4\pi\sigma / \epsilon$ , то  $\sigma' = \sigma(\epsilon - 1)E / 4\pi$ . Цю формулу легко узагальнити на випадок, коли поле  $E$  не перпендикулярне до поверхні діелектрика. Очевидно, заряди виступають під дією складової  $E_n$ , нормальної до межі діелектрика. Тому  $\sigma' = \epsilon_0(\epsilon - 1)E_n$ . Підкреслимо, що поле  $E$  тут – це поле усередині діелектрика. У повітряному проміжку між пластиною і поверхнею діелектрика поле створюють тільки пластини конденсатора, і воно дорівнює  $4\pi\sigma$ . На межі діелектрика напруженість поля зазнає стрибок  $4\pi\sigma - 4\pi\sigma / \epsilon$ , викликаний зв'язаними зарядами. Щодо вектора індукції, то зв'язані заряди не є його джерелами. Із співвідношення  $\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}$  виходить, що в плоскому конденсаторі вектор  $\vec{D}$  дорівнює  $D = \sigma = q/S$ .

#### 3.2.4.1. Вектор поляризації $\vec{P}$

Відомо, що в однорідному ізотропному діелектрику (у відсутність змінного магнітного поля) ні  $\vec{E}$ , ні  $\vec{D}$  не мають вихорів і створюються тільки джерелами. У цьому випадку можна сказати, що  $\vec{D}$  – це поле вільних

зарядів, а  $\vec{E}$  – це поле вільних і зв'язаних зарядів. Вводять ще поле, джерелами якого є зв'язані заряди. Позначимо це поле в гаусовій системі як  $4\pi\vec{P}$ . Тоді маємо:

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}. \quad (3.10)$$

Вектор  $\vec{P}$  називають *вектором поляризації*. У системі СІ спостерігається відсутність діелектрика і, отже, зв'язаних зарядів  $\vec{D} = \epsilon_0\vec{E}$ . Далі, в цій системі  $\vec{D} = \epsilon_0\vec{E} + \vec{P}$ . Поле зв'язаних зарядів пропорційно полю вільних. Природно, тому що вектор  $\vec{P}$  пропорційний напруженості поля. У системі СГС:  $\vec{P} = (\epsilon - 1)\vec{E} / 4\pi$ . Позначаючи  $\chi = (\epsilon - 1) / 4\pi$ , отримаємо:

$$\vec{P} = \chi\vec{E}. \quad (3.11)$$

У системі СІ ця формула теж справедлива, тільки  $\chi = \epsilon_0(\epsilon - 1)$ . Величина  $\chi$  – це *поляризованість діелектрика*. У вакуумі  $\epsilon = 1$  і  $\chi = 0$ . Вектор  $\vec{P}$  повністю визначає поляризацію діелектрика в усіх його точках. Якщо вектор  $\vec{P}$  у всіх точках діелектрика має ту саму величину та напрям, то поляризація є *однорідною*. У більшості випадків поляризація не є однорідною.

### 3.2.5. Поняття макроскопічного та мікроскопічного полів

Електричне поле  $\vec{E}$  (а також магнітне поле  $\vec{B}$ ) у речовині – це просторове середнє значення мікроскопічного поля. Його називають *макроскопічним полем* (після просторового часове усереднювання вже не потрібне). Просторове усереднювання проводиться за так званими фізично нескінченно малими елементами об'єму. Дійсне електричне (і магнітне) поле в речовині міняється вельми швидко в просторі та в часі. Поле різне в різних точках атома та проміжків між атомами. Для визначення величини та напрямку цього поля в даний момент часу потрібно було б скласти поля всіх окремих ядер і електронів речовини. Розв'язання задачі точного визначення такого «дійсного» (так званого *мікроскопічного*)

поля є нереальним. Своєрідним проміжним між макроскопічними та мікроскопічними полями є так зване «діюче» поле.

Помістимо в однорідне електричне поле кристалічний діелектрик, що володіє кубічними ґратами. Нас цікавить поле  $\vec{E}$ , яке діє на одну з молекул-диполів цього кристалічного тіла. Молекула знаходиться не в будь-якій точці діелектрика, а саме у вузлі кристалічної решітки. Тому діюче на неї поле не співпадає з середнім полем, що створюється шляхом усереднювання за фізично нескінченно малим елементом об'єму. Ми не приводитимемо тут виведення величини цього діючого поля, важливого тому, що воно визначає ступінь поляризації кожної молекули. Воно визначене як  $\vec{E}_0 = \vec{E} + 4\pi\vec{P}/3$ , де  $\vec{P}$  – є вектор поляризації діелектрика. Це поле не є мікроскопічним. Воно теж середнє, хоча б тому, що насправді молекули кристала й електрони і ядра, які є їх складовими та докладають внеску в поле, не нерухомі, а рухаються. Разом з тим воно не є і полем, усередненим звичайним способом.

### 3.2.6. Сегнетоелектрики та п'єзоелектрики

Серед діелектриків є кристали, що володіють особливими властивостями. Деякі з них під дією стиснення, розтягування або зрушення набувають дипольного моменту. Тобто вектор поляризації  $\vec{P}$  може виникати в цих кристалах без електричного поля, через деформації. Такі кристали називають *п'єзоелектричними*. Прикладом п'єзоелектричного кристала є кварц. Інші кристали – *сегнетоелектрики*, володіють не рівними нулю  $\vec{P}$  (тобто є поляризованими) вже в недеформованому стані. Водночас у одних сегнетоелектриків (наприклад, у титанату барію) температура повинна бути нижче за так звану точку Кюрі (у титанату барію вона дорівнює 120 °С), у інших (сегнетова сіль) повинна знаходитись у більш-менш вузькому температурному інтервалі (у сегнетовій солі від -18 °С до +24 °С). Вище за 120 °С у титанату барію і поза вказаним інтервалом у сегнетовій солі мимовільна поляризація зникає. Усі сегнетоелектрики володіють також п'єзоелектричними властивостями, зворотне ж твердження несправедливо. Для того щоб кристал був сегнетоелектриком або п'єзоелектриком, необхідно (але не достатньо), щоб цей кристал не мав центру симетрії (поняття центру симетрії фігури відоме з елементарної геометрії).

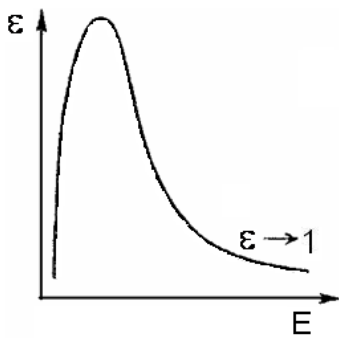


Рис. 3.2. Залежність  $\epsilon$  від  $E$  для сегнетоелектриків

Для сегнетоелектриків характерна залежність  $\epsilon$  від поля  $E$   $\epsilon = 1 + 4\pi P/E$ . Ця залежність показана на рис. 3.2.

Поляризований сегнетоелектричний зразок має на поверхнях зв'язані заряди великої величини та створює електричне поле. Якщо зразок знаходиться в повітрі, це поле притягує з повітря іони, поступово нейтралізуючи поверхневі заряди. У кристалі кварцу в недеформованому стані дипольний момент кожної комірки рівний нулю унаслідок компенсації декількох дипольних моментів, спрямованих не за однією прямою. Зі стисненням кристала у напрямі осі  $Oz$  відбувається невеликий поворот дипольних моментів  $\vec{p}_1, \vec{p}_2$ , із-за чого комірка набуває результтивного електричного моменту в напрямі  $\vec{p}_3$ . Таким є можливий механізм п'єзоелектричного ефекту, тобто виникнення дипольного моменту через деформацію кристала. Ефект, зворотний п'єзоелектричному, полягає в малій деформації (стисненні або розтягуванні) кристала з додаванням до нього електричного поля. Цей зворотний п'єзоелектричний ефект широко застосовується на практиці, наприклад для відтворення звуку.

### 3.2.7. Енергія електричного поля

Електричні заряди, що взаємодіють між собою, володіють потенційною енергією. Закріпимо точковий заряд  $q_1$  і будемо з нескінченності наближати до нього точковий заряд  $q_2$  того ж знаку. Робота, яку тут виконують зовнішні сили, буде в  $q_2$  раз більше, ніж потенціал  $q_1/r$ , тобто дорівнюватиме  $q_1 q_2/r$ , де  $r$  – відстань між зарядами в кінцевій точці шляху. Уся ця робота цілком йде на збільшення (від нуля) потенційної енергії взаємодії зарядів.

Отже, потенційна енергія взаємодії двох точкових зарядів, що знаходяться на відстані  $r$  у порожнечі, рівна  $U = q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 r$ . За умови нескінченно великої відстані між зарядами  $U = 0$ .

Якщо заряди відштовхуються, тобто мають однаковий знак, потенційна енергія зарядів позитивна. Якщо заряди притягуються, тобто мають різні знаки, потенційна енергія їх взаємодії негативна. Сили завжди

скеровані у бік зменшення потенційної енергії. Однойменні заряди, що відштовхуються, прагнуть збільшити взаємну відстань, тобто зменшити їх позитивну потенційну енергію. Різнойменні заряди, що притягуються, прагнуть зближуватися, а зближення прводить знову-таки до зменшення потенційної енергії (вона негативна, тому збільшення її абсолютної величини означає зменшення самої величини  $U$ ).

Потенційна енергія взаємодії двох зарядів є частиною енергії того електричного поля, яке вони спільно створюють. Частина – тому, що потрібно з повної енергії створюваного ними поля відняти енергію поля, що створюється кожним із зарядів порізно.

### 3.2.7.1. Енергія електричного поля в конденсаторі

Розглянемо спочатку енергію поля зарядженого плоского конденсатора. Повна енергія зарядженого конденсатора дорівнює тій роботі, яку треба провести для його зарядки. Повна робота, витрачена на зарядку

конденсатора, рівна  $A = \sum \frac{q}{C} \Delta q = \frac{1}{C} \int_0^q q dq = \frac{q^2}{2C}$ . Тоді енергія заряджено-

го конденсатора буде  $W_E = q^2 / 2C$ . Оскільки  $q = Cu$ , отримаємо ще один важливий вираз  $W_E = Cu^2 / 2$ .

Розглянемо далі випадок, коли  $\varepsilon = 1$ . Тоді  $W_E = \varepsilon_0 E^2 V / 2$ . Тут енергія конденсатора виглядає як енергія електричного поля  $E$ , що заповнює об'єм конденсатора  $V$ . У протилежність цьому попередні формули, в які входять заряди або потенціали пластин, неначе свідчать про те, що енергія конденсатора зосереджена на його заряджених пластинах.

Оскільки кожна з формул для енергії електричного поля в електростатиці абсолютно еквівалентна двом іншим, може здатися, що питання про локалізацію (тобто розміщенні в просторі) енергії електричного поля не має сенсу. Насправді ж ця проблема має глибокий сенс, і відповідь на нього витікає з існування електромагнітних хвиль, що поширюються в просторі та переносять енергію. Можливість такого перенесення свідчить про те, що енергія локалізована в полі і переноситься разом з ним. У плоскому конденсаторі (та взагалі в однорідному полі) щільність енергії  $W_E$ . Тобто енергія, що міститься в одиниці об'єму, постійна та рівна повній енергії, що ділиться на об'єм.

У разі конденсатора, заповненого діелектриком маємо:

$$w_E = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 / 2 = DE/2. \quad (3.12)$$

Сюди, крім енергії електричного поля, увійшла й енергія діелектрика, яку він придбав під дією цього поля. Іноді цей вираз називають *повною енергією поля*.

*Енергія взаємодії* – це частина енергії поля. Для довільного числа  $N$  зарядів енергія взаємодії дорівнюватиме:  $U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i$ , де  $\varphi_i$  – потенціал поля, що створюється всіма зарядами, окрім  $q_i$  у точці, де знаходиться заряд  $q_i$ . Під  $q_i$  можна розуміти не тільки точкові, але і заряди взаємодіючих провідних тіл. Проте сенс виразу для  $U$  для точкових зарядів і для провідників різний. Для точкових зарядів  $\varphi_i$  – це потенціал поля всієї решти зарядів в точці, тоді як для провідників  $\varphi_i$  – це потенціал поля, що створюється всіма зарядами, у тому числі зарядами даного провідника.

Коли йдеться про взаємодію, можна говорити лише про загальну потенційну енергію взаємодії всіх зарядів системи. Енергія взаємодії залежить не тільки від положення даного заряду, але і від положення всіх інших. Потенційна енергія взаємодії заряджених тіл убиває з відстанню дуже повільно, як  $1/r$ . Тому не можна нехтувати взаємодією даного заряду із зарядами, розташованими далеко від нього.

Якщо електричні заряди знаходяться в зовнішньому потенційному полі, то кожен заряд володітиме потенційною енергією. Сума цих потенційних енергій, спільно з енергією взаємодії, буде повною потенційною енергією системи.

Енергія кожного заряду в зовнішньому полі дорівнює  $U = q\varphi$ , де  $\varphi$  – є потенціал зовнішнього поля, так що для всіх зарядів  $U = \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i$ , де  $\varphi_i$  – це потенціал зовнішнього поля в точці, де знаходиться заряд  $q_i$ .

### 3.2.8. Пондеромоторні сили в електричному полі

Під терміном «*пондеромоторні сили*» розуміють сили, що діють на тіла в електричному полі. Прикладом пондеромоторної сили є куло-



нівська сила взаємодії двох точкових зарядів. Можна, проте, знайти сили, що діють на провідники довільної форми. Для цього потрібно знати повну енергію системи. Якщо провідники не підключені до джерел електро рушійної сили (е.р.с.), то з переміщенням провідників їх заряди залишаються постійними. Тоді робота  $\Delta A$  діючих між ними поелектростатичних сил виконується за рахунок зменшення повної енергії електричного поля  $\Delta W_E$ . Тоді,  $\Delta A = -(\Delta W_E)_q$ , де  $q$  означає, що заряди провідників залишаються постійними. Знаючи роботу, можна обчислити діючі сили.

### 3.3. Постійний електричний струм

#### 3.3.1. Основні поняття

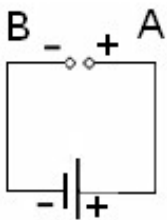
Відсутність поля в провідному середовищі є лише умовою нерухомості зарядів, тобто умовою відсутності струму. Оскільки провідне середовище містить заряди, здатні переміщатися, електричне поле в ній обов'язково викликає струм. У металі такими зарядами є електрони провідності, в електролітах – іони, в газах – електрони й іони, в напівпровідниках (і деяких металах) – електрони та дірки. За відсутності електричного поля електрони в металі здійснюють хаотичний «тепловий» рух. Якщо створити усередині металу поле, то електрони, неприпиняючи хаотичного руху, повільно «зноситимуться» проти вектора напруженості  $\vec{E}$ . Частково впорядкований рух, що з'являється, є електричним струмом. Інтенсивність і напрям струму характеризується: *величиною струму* (або просто струмом)  $I$  і *щільністю струму*  $\vec{j}$ .

Струмом через певну площадку (не обов'язково через весь поперечний перетин провідника) називають заряд, що проходить через неї за одну секунду:  $I = \Delta q / \Delta t$ . Струм вимірюється в *амперах*. Відмінний від нуля струм може виникнути, лише якщо рух вільних зарядів хоч би в слабкому ступені впорядкований. Саме так йде річ у відсутність поля, коли вільні заряди здійснюють лише хаотичний, тепловий рух.

**Щільністю струму**  $\vec{j}$  називають вектор, що має напрям швидкості впорядкованого руху позитивних зарядів  $\vec{u}$ , а за величиною дорівнює струму через одиничну площадку, перпендикулярну  $\vec{u}$ . Якщо через площадку  $\Delta S$  проходить струм  $\Delta I$  (і площадка є нормальною до  $\vec{u}$ , тобто до

$\vec{j}$ ), то щільність струму рівна  $j = \Delta I / \Delta S$ . Зазначимо, що  $\vec{j}$  (так само як напруженість поля  $\vec{E}$ , індукція  $\vec{D}$  та інші вектори полів) є *величиною локальною*, тобто має певне значення її напрям у кожній точці, тоді як струм  $I$  – *величина інтегральна*, він визначається як заряд, що проходить за секунду через весь перетин або через задану площадку. Струм  $I$  *скалярна величина*, тоді як щільність струму – *вектор*.

Електричне поле  $\vec{E}$  в речовині надає всім вільним зарядженим частинкам додаткову швидкість упорядкованого руху, який і обумовлює струм. Швидкість упорядкованого руху  $v$  в твердих, і рідких провідних тілах звичайно дуже мала порівняно зі швидкістю теплового руху. Вона складає близько  $10^{-1} - 10^{-3}$  см/с. Тобто в колі постійного струму електрони рухаються уздовж провідника досить повільно. Проте ця швидкість упорядкованого руху не має ніякого відношення до швидкості поширення струму уздовж провідника. Із замиканням дротів (з різною полярністю зарядів) від джерела струму походить перехід електронів з В до А (рис.3.3). Це зрушення електронів викликає змінні електричне та магнітне поля, тобто електромагнітну хвилю, що поширюється уздовж усього ланцюга. Електрони, до яких доходить електромагнітна хвиля, починають рухатися (в перший момент – прискорено), випромінюючи вторинні електромагнітні хвилі, що складаються з тією, що підійшла.



**Рис. 3.3. Схема для визначення швидкості поширення струму**

Результівна електромагнітна хвиля рухається уздовж дротів зі швидкістю, рівною швидкості світла в середовищі, що оточує дроти. Швидкість цієї хвилі є швидкістю поширення струму вздовж провідника.

Як виникає електричний опір? У квантовій механіці встановлено, що якщо кристал абсолютно позбавлений викривлень і його ґрати ідеально періодичні (тобто всі іони нерухомі та знаходяться у вузлах ґрат), то електронна хвиля, формуючись в цих ґратах, «приспосовується» до неї і проходить через них, немов «не помічаючи» її. Електрони рухаються через такі ґрати майже так само, як через порожній простір» не змінюючи напрямку руху і ні з чим не стикаючись (тобто не розсіваючись ні на чому). Зате будь-які порушення періодичності ґрат (дефекти, домішки, теплові коливання) є причиною розсіяння електронних хвиль, тобто зміни напрямку їх руху. Це розсіяння зменшує струм (зменшуючи впорядкованість ру-

ху електронів), тобто викликає *електричний опір*. Підвищення температури, що підсилює теплові коливання іонів ґрат, повинне збільшувати опір. Отримання кристалом навіть найменшої кількості енергії означає виникнення додаткового руху атомів понад нульових коливань. Атоми зв'язані між собою великими силами взаємодії; рух одного атома викликає рух його найближчих сусідів і т. д., тобто пружну хвилю. Тому збільшення енергії кристала означає появу в ньому слабкої пружної хвилі. Ця елементарна хвиля даної частоти має абсолютно певну енергію та імпульс і в цьому відношенні нагадує частинку.

Елементарні пружні хвилі, або, як то кажуть, елементарні збудження кристала, мають назву *фононів*. Фонони схожі на «справжні» частинки та відрізняються від останніх лише тим, що справжні частинки можуть існувати і в порожнечі, тоді як фонони є результатом колективного руху справжніх частинок (атомів кристала). Тепловий рух кристала має складну картину, якщо стежити за коливаннями окремих частинок. Уявлення про фонони робить цю складну картину простою. Кристал можна (за низьких температур) розглядати як посудину, що містить своєрідний газ – газ фононів. Тут роль елементарних коливальних систем (елементарних осциляторів), з коливань яких складається загальний рух, виконують не окремі атоми, а окремі елементарні хвилі – фонони. Таке уявлення про тепловий рух дозволяє розглядати розсіяння електронів на коливаннях ґрат як процес взаємодії частинок двох газів – електронного та фононного (зіткнення електронів з фононами, породження і поглинання фононів електронами).

Якщо електричне поле відсутнє і кристал перебуває в стані термодинамічної рівноваги, процеси породження і поглинання фононів електронами взаємно компенсуються. Це означає, що електронний газ знаходиться в термодинамічній рівновазі з фононним. Якщо ж в кристалі існує електричне поле, що розганяє електрони (тобто надає їм додаткову енергію), процес породження фононів починає переважати. Їх число збільшується, а це і означає підвищення температури провідника – нагрівання, що викликається електричним струмом.

Розсіяння електронної хвилі на дефектах ґрат і домішках також призводить до втрати електронами енергії, накопиченої в електричному полі. Ця енергія перетворюється на енергію коливального руху атома домішки або іншого дефекту, а від нього передається всім ґратам, через що число фононів також збільшується.

### 3.3.1.1. Поняття надпровідності

У деяких металів (свинцю, ртуті, олова, цинку та ряду інших) із досягненням достатньо низької температури, яку називають критичною, опір різко падає до нуля, з подальшим пониженням температури залишаючись рівним нулю. Для свинцю критична температура  $T_k = 7,22$  К, для цинку –  $0,79$  К, для ртуті –  $4,15$  К і т. д. Установлено, що *надпровідність* споріднена явищу *надтекучості* рідкого гелію. З'ясувалося, що надтекучу рідину можна розглядати як таку, що складається з двох компонент – надтекучої (яка і проходить через капіляри) та нормальної (яка не проходить). При  $T = 0$  вся рідина є надтекучою. Тепловий рух у рідкому гелії, як і в кристалі, має характер фононів, причому надтекуча частина позбавлена фононів. Її називають *конденсатом*. Ненадтекуча (нормальна) частина складається з газу елементарних збуджень (фононів). Під час руху нормальної частини фонони обмінюються імпульсом і енергією із стінкою капіляра, що викликає гальмування цієї компоненти.

### 3.3.2. Закон Ома

У нормальному металевому провіднику виконується закон Ома. Для ділянки провідника, що не містить джерела електрорушійної сили (гальванічного елемента, акумулятора, динамомашини, термопари, джерела фото е.р.с. тощо), закон Ома полягає в тому, що сила струму пропорціональна різниці потенціалів на кінцях ділянки:

$$I = (\varphi_1 - \varphi_2) / R = U / R. \quad (3.13)$$

Величину  $R$  називають *опором*.  $U = \varphi_1 - \varphi_2$ . *Напрямом струму* вважається напрям руху позитивних зарядів, тому якщо потенціал початкової точки ділянки  $\varphi_1$  більше потенціалу кінцевої точки, то струм тече від точки 1 до точки 2. Насправді в металевих провідниках струм переносять електрони, які рухаються від точки 2 до точки 1, якщо  $\varphi_1 > \varphi_2$ .

Закон Ома не є універсальним зв'язком між струмом і напругою. Для металів (у ненадпровідному стані) закон Ома має місце аж до дуже великої щільності струму. Для напівпровідників і газів пропорційність між

$I$  і  $U$  спостерігається лише за малих  $U$ . Термоелектронний струм у вакуумі не підкоряється закону Ома навіть за малих  $U$ .

Визначимо закон Ома для будь-якої ділянки кола. Оскільки в джерелах сторонньої е.р.с. діють, крім потенційних електричних сил, ще і сили іншого походження (сторонні сили), узагальнимо закон Ома і для тих ділянок кола, де є сторонні сили. Для підтримки в електричному колі струму певної величини, необхідно, щоб у ньому, крім кулонівських, існували б ще й інші сили, що підтримують певну різницю потенціалів. Ці сили називають *сторонніми*, і їх призначенням є розділ різнойменних зарядів для створення електричного поля. Усередині джерела сторонніх сил виконується робота із перенесення зарядів проти сил електростатичного поля. Позначимо роботу сторонніх сил над  $+1$  заряду на ділянці  $1 \rightarrow 2$  через  $\xi_{12}$  і назвемо цю величину *електрорушійною силою* на ділянці  $1 \rightarrow 2$ . Тоді закон Ома запишеться так:

$$IR_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \xi_{12}. \quad (3.14)$$

Роботу потенційних і сторонніх сил над « $+1$ » заряду на ділянці  $1 \rightarrow 2$  називають *напругою* на цій ділянці (що стоїть у правій частині формули). Під  $R_{12}$  розуміють повний опір ділянки (включаючи опір джерела е.р.с.). У правій частині е.р.с.  $\xi_{12}$  вважаємо позитивною, якщо під час руху в напрямі  $1 \rightarrow 2$  проходимо джерело е.р.с. від « $-$ » до « $+$ ». Знак сили струму  $I$  потрібно взяти позитивним, якщо струм тече у напрямі  $1 \rightarrow 2$ , і негативним в зворотному випадку. Якщо напрям струму невідомий, йому приписують будь-який напрям, тоді дійсний знак струму вийде з розв'язання рівняння (3.14).

Визначимо **зв'язок щільності струму і напруженості поля** в провіднику. Виразимо щільність струму  $\vec{j}$  через середню швидкість  $\vec{u}$  упорядкованого руху зарядів у провіднику:  $\vec{j} = en\vec{u}$ , де  $e$  – заряд однієї частинки,  $n$  – кількість частинок. Це співвідношення встановлює зв'язок між щільністю струму та середньою швидкістю його носіїв.

Щоб знайти зв'язок між струмом і напругою, необхідно виразити середню швидкість через напруженість поля в провіднику. Середня швидкість упорядкованого руху  $\vec{u}$  визначається як  $\vec{u} = e\vec{E}\tau / 2m$ , де  $\tau$  і  $m$  – час

вільного пробігу та маса електронів. Тоді маємо **закон Ома в диференціальній формі**:

$$\vec{j} = e^2 n \tau \vec{E} / 2m = \sigma \vec{E}. \quad (3.15)$$

Величину  $\sigma = e^2 n \tau / 2m$  називають *провідністю*.

Зазначимо, що звичайний закон Ома  $IR = \varphi_1 - \varphi_2$  називають **законом Ома в інтегральній формі**. Ці назви повинні підкреслити, що ліва та права частини формули (3.14) відносяться до даної точки всередині провідного середовища, тоді як звичайний закон Ома – до ділянки лінійного провідника. Закон Ома в диференціальній формі може бути записаний так, щоб він був придатний також і для тих точок провідника, де на заряди діють, окрім потенційних електричних, ще і сторонні сили. Для такого узагальнення треба до напруженості потенційного електричного поля додати напруженість сторонніх сил:  $\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}_{\text{ст.}})$ .

### 3.3.3. Закони Кірхгофа

Закони Кірхгофа дозволяють розрахувати будь-яке коло постійного струму. *Перший закон Кірхгофа* формулюється так: сума струмів, що приходять у точку розгалуження, дорівнює сумі струмів, що виходять із неї. Інакше кажучи, алгебраїчна сума струмів, що приходять у точку розгалуження, рівна нулю. Це окремий випадок *закону безперервності струму*, що не завжди має місце: різниця між сумою струмів, що надходять  $I_2$  у замкнуту область простору, і сумою струмів, що з неї виходять  $I_1$ , рівна зміні заряду цієї області за секунду:  $I_2 - I_1 = \Delta q / \Delta t$ .

Якщо струм у колі швидко міняється, то звичайний закон Кірхгофа  $I_2 = I_1$  не має місця, тоді як закон безперервності струму справедливий завжди.

Визначимо поняття – *струм зсуву*. Для цього розглянемо конденсатор, включений в коло змінного струму. З негативної пластини направо тече такий же струм, який підходить зліва до позитивної. У просторі між пластинами струму провідності немає – його замінює змінне електричне поле, що є там. Це змінне електричне поле називають **струмом зсуву**. Якщо в число струмів зарахувати струм зсуву, то перший закон Кірхгофа

також виконується. Щільність струму зсуву рівна зміні вектора електричної індукції за одиницю часу:  $j_{зс.} = \Delta D / 4\pi\Delta t$ . Відомо, що змінне електричне поле створює магнітне, будучи його вихором. Струм зсуву, що замикає струм провідності (тобто рівний йому), створює таке ж магнітне поле.

*Другий закон Кірхгофа* формулюється таким чином: у довільному замкнутому контурі, вибраному з розгалуженого кола, сума падінь напруги (творів  $IR$ ) рівна сумі е.р.с.

Далі визначимо роботу потенційних і сторонніх сил у колі струму. Потенційні електричні та непотенційні сторонні сили здійснюють у провіднику над переміщуваними ними зарядами роботу, яку записують так:  $\Delta A = I^2 R \Delta t$ .

Робота вимірюється в джоулях. Уся ця робота перетворюється на тепло, тому природно виразити її в калоріях:

$$\Delta Q = 0,24 I^2 R \Delta t.$$

Потужність, тобто робота за одиницю часу на ділянці, така:

$$N = \Delta A / \Delta t = I(\varphi_1 - \varphi_2 + \xi_{12}).$$

А потужність всього замкнутого кола  $N = I\xi$ . Звідси видно, що роботу в усьому колі здійснюють тільки сторонні сили.

### 3.3.3.1. Потік енергії всередину й уздовж провідника

Коли провідником проходить струм, у кожній ділянці провідника виділяється тепло. Існує стаціонарний потік енергії електромагнітного поля, що тече в просторі навколо провідника. Введемо вектор  $\vec{S}$ , напрям якого співпадає з напрямом руху енергії електромагнітного поля, а величина дорівнює кількості енергії, проходить за 1 с через одиничну площадку, нормальний до напрямку перенесення. Цей вектор, який називають вектором Пойнтинга – Умова, дорівнює векторному твору  $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ .

Електричне поле  $\vec{E}$  у поверхні провідника має тангенціальну  $E_t$  і нормальну  $E_n$  складові.

Складова  $E_t$  обумовлює перебіг струму вздовж провідника та рівна падінню потенціалу на одиницю довжини.

Складова  $E_n = 4\pi\sigma$ , де  $\sigma$  – це щільність поверхневих зарядів.

Повне поле дорівнює геометричній сумі складових.

Вектор  $\vec{S}$  також розбивається на дві частини:

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} \vec{E}_t \times \vec{H} + \frac{c}{4\pi} \vec{E}_n \times \vec{H} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2. \quad (3.16)$$

Складові  $S_1$  і  $\vec{S}_2$  визначають потік енергії всередину та вздовж провідника.

### 3.3.4. Закон Джоуля – Ленца

Розглянемо коло постійного струму з погляду закону збереження енергії. Під час протікання струму спостерігаються перетворення енергії. Енергія джерела перетворюється на теплоту, що виділяється в провідниках кола. Коли в колі тече струм, то носії струму беруть енергію безпосередньо від поля. Тому енергія джерела спочатку йде на «підтримку» поля, тобто перетворюється на енергію поля. Потім поле віддаватиме енергію зарядам, рухомим у провідниках кола. Енергія руху носіїв струму (енергія струму) перетворюватиметься на внутрішню (теплову) енергію провідників, після чого можливі два результати.

Якщо провідники теплоізовані (адіабатні), то енергія нікуди не передається, а накопичується в провідниках, що приводить до зростання температури.

Якщо ж провідники відкриті, то після деякого збільшення їх температури вся енергія, що виділяється, розсівається в навколишньому середовищі.

Коли говорять про виділення теплоти згідно з законом Джоуля – Ленца, то мають на увазі саме цей, останній випадок.

Повна кількість теплоти, що виділилася в колі, визначається із співвідношення:

$$Q_{\text{загал.}} = \varepsilon_i q = \varepsilon_i I dt = \varepsilon_i^2 t / R_{\text{загал.}} = R_{\text{загал.}} I^2 t, \quad (3.17)$$

де  $\varepsilon_i$  – е.р.с. джерела струму;

$R_{\text{загал.}}$  – загальний опір.



На ділянці кола виділяється теплота:

$$Q_{\text{загал.}} = \Delta\varphi dt = \Delta\varphi^2 t / R = RI^2 t. \quad (3.18)$$

де  $\Delta\varphi$  – різниця потенціалів на електродах розімкнутого джерела.

Таким чином, електричну енергію, що виділилася, можна виразити формулами:

$$Q_{\text{полн.}} = \varepsilon_1^2 t / R_{\text{загал.}} \quad \text{або на ділянці кола: } Q_{\text{загал.}} = \Delta\varphi^2 t / R. \quad (3.19)$$

Першою формулою зручно користуватися, коли одночасно вимірюються напруга та сила струму. Другою формулою – для розрахунку опору корисного навантаження кола. Останньою формулою користуються для розрахунку втрат в дротах, що підводять. Ці формули дозволяють визначати електричну енергію, що виділилася у всьому колі і на його ділянці. Тому вони виражають *інтегральний закон Джоуля – Ленца*.

Знайдемо формулу, що представляє той же закон у локальній формі, коли необхідно знати, скільки енергії виділяється у визначеному місці провідника. Введемо поняття щільності виділення енергії (*щільність потужності*):  $w = \frac{dW}{dVdt}$ . Знайдемо цю величину виходячи з формули

$Q = \Delta\varphi^2 t / R$ . Допустимо, що ділянка кола подана однорідним дротом завдовжки  $l$ , площею  $S$  і об'ємом  $V = lS$ . Тоді щільність виділення енергії в секунду визначається з формули:

$$w = Q / Vt = \sigma E^2 l S / V = \sigma E^2, \quad (3.20)$$

де  $\Delta\varphi = El$ .

Енергія, що виділяється в даному місці провідника в секунду, пропорціональна квадрату напруженості поля.

### 3.3.5. Температурна залежність опору провідника

Фізичну змістовність опору  $R$  провідника можна установити з виразу  $j = enV_d$ , де величина заряду  $e$  та концентрація  $n$  є сталими величинами.

Збільшення чи зменшення струму відбувається зі зменшенням чи збільшенням *дрейфової швидкості*  $V_d$ . У випадку сталої напруженості поля у провіднику зміна величини  $V_d$  спостерігається зі зміною його температури. Зі збільшенням температури (за рахунок збільшення інтенсивності розсіювання спрямованого руху зарядів тепловими коливаннями вузлів кристалічної ґратки) відбувається зменшення  $V_d$ , і навпаки. Тобто опір електричному струмові у провіднику збільшується із збільшенням температури провідника, і навпаки.

Експеримент показує, що для високих температур питомий опір металів залежить від температури лінійно:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha\Delta T). \quad (3.21)$$

У цьому виразі  $\rho_0$  – питомий опір,  $\alpha$  – температурний коефіцієнт опору, якщо  $T_0 = 273,15$  К,  $\Delta T = T - T_0$ .

### 3.4. Основні поняття електронної теорії речовини

#### 3.4.1. Основні поняття

Електрони в металі сильно взаємодіють з кристалічною решіткою, у вузлах якої знаходяться позитивні іони, та між собою. Рух електрона в кристалі фактично є колективним рухом великої кількості частинок – електронів та іонів ґрат. За абсолютного нуля температури інтенсивність руху всіх частинок досягає мінімуму, сумісного з самим існуванням матерії. Якщо температура відмінна від нуля, але наближується до нього, колектив електронів рухається декілька енергійніше. Це означає, що в ньому з'являються *елементарні збудження (квазічастинки)*. Елементарні збудження одного з можливих типів руху електронів є колективні коливання (що нагадують фонони в кристалі), за яких електричний заряд лише коливається, згущуючись і розріджуючись. Щільність електронного газу здійснює коливання, проте ніякого перенесення заряду на великі («макроскопічні», тобто великі порівняно з атомними розмірами) відстані не відбувається. Квазічастинки, відповідна цим хвилям щільність, мають назви *плазмонів*. Такі ж коливання можливі в будь-якій плазмі.

Електронна плазма в металі відрізняється від звичайної плазми – сильно іонізованого газу – дуже великою концентрацією заряджених частинок. Через це частота коливань електронної плазми дуже велика, а відповідна їй енергія плазмона може бути близько десятка електронвольт.

Другий тип елементарних збуджень електронів металу пов'язаний з перенесенням заряду на великі відстані. Це, як то кажуть, «одягнений в шубу» електрон. «Шубою» йому слугують рухи колективу електронів і кристалічної решітки, що його супроводжують. Таку квазічастинку називають *електроном провідності*. Властивості електрона провідності, залежно від виду металу й особливо від стану його руху, можуть бути або дуже схожими на властивості електрона в порожнечі, або зовсім не схожими на них. Електрони провідності взаємодіють між собою набагато слабше, ніж вільні, тому що кожен електрон оточує себе зарядами протилежного знаку (розганяючи інші електрони) і разом з ними є майже нейтральною частинкою. Якщо метал нагрівати до досить високої температури, з нього починають інтенсивно «випаровуватися» електрони. Це явище називають *термоелектронною емісією*.

Добитися виходу електронів з металу можна іншими шляхами, приклад, освітлюючи метал світлом досить великої частоти (*фотоелектронна емісія*) або поміщаючи метал у дуже сильне електричне поле (*автоелектронна емісія*). Під час виходу електрона з металу змінюється не тільки його кінетична та потенційна енергія. Якщо метал не заряджений, то на електрон, що знаходиться поза металом, ніякі сили не діють. Отже, потенційна енергія електрона поза металом дорівнює нулю.

Усередині металу потенційна енергія повинна бути негативною і досить великою за абсолютною величиною. Інакше електрони, оскільки вони мають велику кінетичну енергію, вільно виходили б з металу. Негативна потенційна енергія електрона в металі обумовлена тяжінням електрона до позитивних іонів ґрат, так саме, як і в атомі, де електрон притягується до ядра.

Під час контакту двох різних металів один з них заряджається позитивно, інший – негативно, і між ними виникає різниця потенціалів, яку називають *контактною*. Вона не дуже мала – від десятих доль вольт до декількох вольт. З контактом двох різнорідних металів деяке (невелике) число електронів переходить з одного металу в інший. Утворювані заряди, якщо метали продовжують перебувати в контакті, локалізовані в тонких поверхневих шарах ( $10^{-8}$  –  $10^{-7}$  см). У металах для створення різниці

потенціалів, що спостерігається, потрібна лише мала частка кількості електронів, яка міститься в шарі завтовшки  $10^{-8} - 10^{-7}$  см. У напівпровідниках концентрація вільних електронів значно менше, тому там можуть знадобитися електрони з набагато товстішого шару –  $10^{-4} - 10^{-3}$  см.

Розглянемо деякі *термоелектричні явища*. Складемо замкнуте коло з двох (або більшого числа) спаяних між собою різномірних провідників, яку називають *термопарою*. У кожному зі спаїв установлюється контактна різниця потенціалів. Якщо температура в усіх точках кола однакова, контактні різниці потенціалів будуть також однакові і протилежні за знаком. Струм у колі буде відсутній, вся система перебуватиме в термодинамічній рівновазі. Ця рівновага порушиться, якщо один із спаїв термопари нагріти або охолодити. Внаслідок залежності фермієвської енергії від температури від неї залежатиме і контактна *різниця потенціалів*. Контактні різниці потенціалів спаїв  $K_1$  і  $K_2$  виявляться різними і тому не компенсують один одного. Різниця контактних різниць потенціалів є одною з двох складових термоелектричної е.р.с. Друга складова обумовлена градієнтом температури між спаями. У моделі вільних електронів обидві складові рівні за величиною і за знаком; таким чином, перша складова просто подвоюється.

У реальних металах і напівпровідниках складові термо е.р.с. різні за величиною і навіть за знаком. Виникнення термоелектричної е.р.с. називають *явищем Зеєбека*. Термо-е.р.с.  $\xi$  (а разом з нею і електричний струм, що викликається нею) обертається на нуль разом з різницею температур спаїв:  $\xi = \alpha(T_1 - T_2)$ . За допомогою термопари можна виміряти різницю температур між двома спаями. Термопара є приладом, що безпосередньо перетворює теплову енергію на електричну.

Існує ефект, зворотний ефекту Зеєбека – *ефект Пелтьє*. Якщо через коло, що складається з декількох провідників, пропустити струм, то, на додаток до джоулевого тепла, в одному зі спаїв виділяється, а в іншому поглинається деяка кількість тепла:

$$Q_{\Pi} = \Pi It, \quad (3.22)$$

де  $I$  – сила струму;

$t$  – час його пропускання;

$\Pi$  – коефіцієнт Пелтьє, залежний від за природи контактуючих речовин і від температури.

Зі зміною напрямку струму змінюється знак  $Q_p$ .

Ефект Пелет'є може бути використаний для побудови холодильного пристрою, наприклад для охолодження деяких пристроїв сучасних комп'ютерів (застосовують так звані трубки Пелет'є).

### 3.4.2. Елементи квантової теорії електропровідності твердих тіл

Чому одні речовини погано проводять електричний струм, а інші (метали). навпаки, є дуже хорошими провідниками? На це фундаментальне запитання класична теорія електропровідності не в змозі відповісти. Вихід із утруднень потрібно шукати в квантовій природі електронів.

По-перше, електрони в атомах і в твердому тілі можуть приймати не будь-які значення енергії, а лише деякий дискретний ряд значень. На осі енергії їх зображають у вигляді системи енергетичних рівнів (рис. 3.4). Конкретний вид системи рівнів (їх розташування) залежить від виду атомів і від роду твердого тіла.

По-друге, електрони підкоряються *принципу заборони Паулі*: у системі електронів (наприклад, в електронній оболонці атома або в системі електронів твердого тіла) в кожному квантовому стані може знаходитися не більше одного електрона.

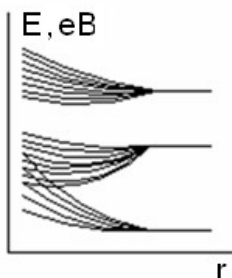


Рис. 3.4. Система енергетичних рівнів

Звичайно одному енергетичному рівню відповідають два квантові стани електрона (з протилежно спрямованими власними моментами імпульсу – спінами). Тому принцип заборони Паулі можна сформулювати ще так: на кожному енергетичному рівні може знаходитися не більше двох електронів. Нарешті слід врахувати, що система електронів прагне посісти стан з мінімальною в даних умовах енергією. Тому заповнення починається знизу: спочатку заповнюються вільні рівні, відповідні малим значенням енергії.

Енергетичні рівні атома розташовані групами. Кожній групі рівнів відповідає свій шар електронної оболонки атома. Нас цікавитиме самий верхній шар валентних електронів атомів. Унаслідок взаємодії електронних оболонок атомів з їх зближення окремі рівні зміщуються і розщеплюються. Кожен рівень розщеплюється на  $N$  ( $N$  – кількість атомів у твер-

дому тілі) дуже близьких *підрівнів*, так що кожен рівень перетворюється на смугу (звану *зоною*) тісно розташованих підрівнів (див. рис. 3.4) .

У металів зона валентних електронів (валентна зона) не повністю заповнена електронами. Коли металеве тверде тіло потрапляє в електричне поле, електрони валентної зони в змозі сприйняти додаткову енергію від поля (звичайно ця додаткова енергія дуже мала), оскільки в зоні валентних електронів є вільні підрівні, а електрони на них можуть переходити. Інша картина спостерігається для діелектриків. У цих речовинах уся валентна зона підрівнів опиняється повністю зайнятою електронами. Електрони, потрапляючи в електричне поле, не здатні прийняти енергію від поля, оскільки їх валентна зона заповнена повністю. Між цією зоною і зоною з вільними рівнями (ЗП) знаходиться широка зона енергії, яку електрони під дією поля не можуть подолати.

*Напівпровідники* відрізняються від діелектриків лише кількісно, а не якісно. У них валентна зона заповнена повністю, а заборонена зона порівняно вузька. Вона складає від 0,5 до 1,5 електронвольт (eV). *Електронвольт* називають ту енергію, якої набуває електрон, проходячи різницю потенціалів у один вольт. Порівняно з «тепловою енергією» електрона в «електронному газі» ця енергія велика («теплова енергія» електронів складає 0,01 eV). Тому якщо внаслідок теплового руху електрони потрапляють у верхню вільну зону, що знаходиться над валентною зоною (цю зону називають *зоною провідності*, ЗП), то їх кількість невелика. Цим пояснюється те, що напівпровідники проводять електричний струм погано (мало носіїв струму).

### 3.4.2.1. Метали

Яку ж принципову зміну в теорію «електронного газу» вносить квантова теорія? Неважко зрозуміти, що закон Больцмана не придатний до електронів провідності металу. Це особливо наочно видно, якщо розглянути стан електронів за температури, близької до абсолютного нуля. Закон Больцмана свідчить, що середнє число частинок газу  $n_\alpha$ , що знаходяться в певному стані рівноваги (на одному підрівні), визначається фо-

рмулою  $n_\alpha \propto e^{-\frac{E_\alpha}{kT}}$ . Видно, що закон Больцмана не накладає ніяких обмежень на це число. Згідно з принципом Паулі кожен підрівень може містити не більше двох електронів. Тому треба відмовитися від закону

Больцмана та для електронів провідності знайти інший статистичний закон. Цей закон має назву *закону Фермі – Дирака* і має вигляд:

$$n = \frac{2}{(e^{\frac{E-F}{kT}} + 1)}, \quad (3.23)$$

де  $F$  – рівень Фермі.

За високої температури, коли графік сильно розплавиться і середнє число електронів на кожному підрівні буде значно менше двох, принцип Паулі стане несуттєвим і формула Фермі – Дирака переходить у формулу Больцмана (за малих  $n$ ).

Температури, за яких тверде тіло ще не плавиться, звичайно відносять до низьких, тобто для них виконується співвідношення  $kT \ll F$ . Лише невелике число електронів бере участь у тепловому русі, тому їх загальний внесок в теплову енергію металу дуже малий. Малим буде і внесок «електронного газу» в теплоємність тіла.

#### 3.4.2.2. Особливості електропровідності напівпровідників

До напівпровідників відносять деякі елементи (кремній, германій, арсенід галію), а також багато сполук: закис міді ( $\text{Cu}_2\text{O}$ ), сірчистий свинець і ін. Розглянемо спочатку чистий напівпровідник. У такого напівпровідника немає сторонніх домішок, і його кристалічна решітка не має спотворень. Саме до такого напівпровідника належать ті відомості про енергетичні рівні та зони: за  $T = 0 \text{ K}$  валентна зона повністю зайнята електронами, в зоні провідності електронів немає. Якщо ж температура напівпровідника стає вищою  $0 \text{ K}$ , то якась частина електронів (дуже незначна) внаслідок теплових зіткнень потрапляє в зону провідності. Напівпровідник стає провідним. Якщо в такому стані напівпровідник потрапляє в електричне поле, то електрони в зоні провідності й електрони у валентній зоні за приходять у впорядкований рух. Тепер у цих зонах є вільні квантові стани, і електрони, що знаходяться поруч з ними, можуть переходити в ці стани, сприймаючи енергію від поля.

Рух електронів у валентній зоні має складний, колективний характер. Рис. 3.5. пояснює цей характер руху. Якщо в якомусь вузлі з'являється вільний квантовий стан для електрона (його називають *діркою*), то під дією поля в нього перейде електрон від сусіднього вузла – дірка пе-

реміститься в полі. Далі процес повторюється: у дірку потрапляє електрон справа, дірка переміщується управо.

Рух електронів і дірок має естафетний характер. Теорією доведено, що рух дірки описується точно так, як і рух частинки, тобто рівнянням, що нагадує другий закон Ньютона.



Рис. 3.5. Рух електронів у валентній зоні

Ця обставина дозволяє розглядати дірки (звичайно, умовно) як частинки з певною масою (маса дірок відмінна від маси електронів провідності) та з позитивним зарядом, що є рівним заряду електрона.

Таким чином, електричний струм у напівпровіднику утворюється двома родами носіїв струму: електронами та дірками. Електрони рухаються проти вектора напруженості поля, дірки – у напрямі вектора  $E$ .

Коефіцієнт електропровідності напівпровідника є сумою двох членів:  $\sigma = en_-\chi_- + en_+\chi_+$ . Рухливості електронів провідності та дірок  $\chi_-$  і  $\chi_+$  різні, але концентрації (або щільність) електронів і дірок  $n_-$  і  $n_+$  у чистих напівпровідниках однакові, оскільки кожна дірка народжується за рахунок переходу електрона з валентної зони в зону провідності. Незначна частина електронів з валентної зони переходить в зону провідності. Тому щільність (концентрація) електронів ( $n_-$ ) і дірок ( $n_+$ ) відносно невелика. Ця обставина, по-перше, пояснює, чому напівпровідники за відносно низьких температур володіють малою електропровідністю, а, по-друге, дозволяє замість закону Фермі – Дирака користуватися законом Больцмана. Проте порівняно із звичайними молекулярними газами електронний і дірковий газі мають одну істотну відмінність: у звичайному газі повна кількість частинок є число постійне (не залежне від температури). Цього не можна сказати про кількість електронів і дірок у напівпровіднику.

У тепловому русі дірки й електрони постійно виникають і анігілюють (знищуються): електрон, переходячи з валентної зони в зону провідності, доповнює собою електронний газ і одночасно породжує у валентній зоні дірку.

У зворотному процесі, навпаки, пара «електрон провідності – дірка» зникає. Ці переходи здійснюються постійно; середнє, стале число електронів і дірок буде суттєво залежати від температури (концентрації  $n_-$  і  $n_+$



є функціями температури). Цим, до речі, напівпровідники відрізняються від металів. У металів число електронів провідності постійне.

Залежність концентрації електронів і дірок від температури відображається на поведінці електропровідності напівпровідників під час нагрівання. Залежність  $\sigma$  від температури визначається двома чинниками: залежністю рухливості  $\chi$  від температури та залежністю концентрації носіїв струму  $n$  від температури. Як і у металів,  $\chi$  зменшується із зростанням температури, але зменшується порівняно повільно, тоді як  $n$  росте з температурою дуже швидко. Першим чинником порівняно з другим можна нехтувати. Залежність же  $n$  від температури можна встановити виходячи із закону Больцмана.

Середні числа заповнення підрівнів електронами та дірками визначаються множником  $\exp(-E/kT)$ .

Енергію теплового руху електрона і дірки слід відлічувати від верхнього рівня валентної зони. Тоді середнє число електронів і дірок у зоні провідності визначатиметься больцманівським множником, тільки під  $E$  слід розуміти енергетичний інтервал  $E$ , що відокремлює валентну зону від зони провідності.

Таким чином, можна записати:

$$\sigma = C e^{-\frac{\Delta E}{kT}} \quad \text{або} \quad \rho / \sigma = C^{-1} e^{\frac{\Delta E}{kT}}. \quad (3.24)$$

Якщо опір металів зростає пропорційно абсолютній температурі, то опір напівпровідників зменшується із зростанням температури за показовим законом. Темп цього зменшення визначається «енергією активації»  $E$ . У деяких напівпровідників  $E$  таке велике, що збільшення  $T$  у два-три рази призводить до зменшення опору в мільйони разів.

Домішки можуть сильно вплинути на електропровідність напівпровідника. *Домішкова електропровідність* може у багато разів перевищити власну електропровідність (електропровідність чистого напівпровідника).

Домішки і їм відповідні рівні можуть бути *донорними* (що віддають; донорні домішки збільшують електропровідність) і *акцепторними* (що приймають).

Акцептори, як і донори, збільшують електропровідність напівпровідника. Оскільки концентрації  $n_+$  і  $n_-$  відносно невеликі, то дуже малі добавки домішок можуть у тисячі разів змінити електропровідність напівпровідника.

У домішковому напівпровіднику числа  $n_+$  і  $n_-$  можуть дуже сильно відрізнятись. Якщо переважають донорні домішки, то відповідний напівпровідник називають провідником *n-типу* (електронним); якщо ж переважають акцептори, то напівпровідник є провідником *p-типу* (дірковим).

У напівпровіднику *n-типу* основними носіями струму є електрони, неосновними – дірки. У напівпровіднику *p-типу* основними носіями струму є дірки, неосновними – електрони.

### 3.4.2.3. *p-n* – перехід

В області контакту двох різнорідних (*p* і *n*) напівпровідників виявляється ряд цікавих явищ, які мають назву *p-n* переходу та пов'язані з електропровідністю. Щільний, стійкий контакт досягається шляхом приварювання за високої температури одного напівпровідника до іншого.

Розглянемо спочатку *p-n* – перехід за відсутності зовнішнього поля. В області контакту спостерігається зіткнення двох різнорідних газів: наприклад, ліворуч – дірковий, праворуч – електронний. Із зіткнення газів під дією теплового руху почнеться *дифузія* – проникнення одного газу в іншій: дірки почнуть дифундувати направо, електрони – наліво, *n*-провідник почне заряджатися позитивно, *p*-провідник – негативно. У області контакту виникне електричне поле, скероване від *n*- до *p*-напівпровідника. Це поле перешкоджатиме дифузії основних носіїв струму. У міру збільшення напруженості поля на контакті дифузія основних носіїв струму (дірок ліворуч і електронів праворуч) сповільнюватиметься. Проте вона не припиниться зовсім. Справа у тому, що в кожному напівпровіднику, крім основних присутні, неосновні носії струму. Власне поле у області контакту перешкоджає лише руху основних носіїв. Руху ж неосновних носіїв воно, навпаки, сприяє.

Таким чином, у стані рівноваги, в яку система неминує прийде, залишковий потік дифузії основних носіїв урівноважить потік неосновних носіїв, рухомих у протилежному напрямі під дією власного, контактного електричного поля. І для дірок, і для електронів у рівновазі має місце таке рівняння:  $I_{\text{дифф.}} - I_{\text{неосн.}} = 0$ . Із дотриманням цього рівняння струм через

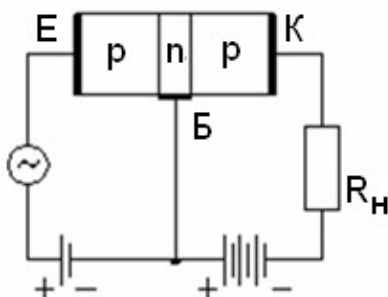
контакт припиниться, вся система прийде в стаціонарний (рівноважний) макроскопічний стан.

Розглянемо тепер випадок, коли на область контакту накладено зовнішнє електричне поле. Тут виявляються два варіанти:

- 1) зовнішнє поле спрямоване проти власного;
- 2) зовнішнє поле співпадає за напрямом із власним.

Якщо зовнішнє поле послаблює власне поле р-п-переходу, то дифузійний потік основних носіїв посилюється. Рівновага порушиться, і виникне струм у напрямі зовнішнього поля. У міру зростання напруженості зовнішнього поля сумарне поле в області контакту спочатку зменшується, а потім, пройшовши через нуль, стане посилюватися у напрямі зовнішнього поля: до потоку дифузії основних носіїв додасться струм основних носіїв під дією поля. Сила струму збільшуватиметься необмежено та швидко. Якщо зовнішнє поле складається з власним, то така ситуація приведе до посилення поля, що ослабляє дифузію. Рівновага знову буде порушена, але тепер за рахунок ослаблення потоку дифузії основних носіїв. Останній дуже швидко (у міру збільшення зовнішнього поля) зменшується до нуля, і струм через контакт визначатиметься тільки струмом неосновних носіїв, сила якого майже не залежить від напруженості зовнішнього поля. Установиться незалежний від поля невеликий струм, обумовлений рухом неосновних носіїв.

Якщо підсумувати зазначене і побудувати вольт-амперну залежність р-п-переходу, то залежність струму від напруги має нелінійний характер, тобто не виконується закон Ома; залежність явно несиметрична відносно до напрямку струму: в одному напрямі струм швидко зростає із збільшенням напруги, в іншому напрямі струму практично немає.



**Рис. 3.6. Схема для пояснення роботи транзистора**

Таким чином, р-п-перехід володіє вентильною властивістю: він добре пропускає струм в одному напрямі, але практично не пропускає струм в іншому. Ця властивість широко використовується в різних технічних пристроях: у випрямлювачах і в підсилювачах (у транзисторах).

Зупинимося на роботі транзистора (рис. 3.6). Пластинка містить два р-п-переходи, що розбивають її на три діля-

нки: *емітер, колектор і базу*. р-п-перехід емітера включений в прямому напрямі, а р-п-перехід колектора – в зворотному. Дірки, як основні носії струму емітера, частково дифундують через дуже вузьку базу (близько 1 – 10 мікрон) і створюють у колекторному колі посилений струм. Змінний потенціал сигналу, що подається на базу, дуже чутливо позначається на дифузії дірок і, отже, на падінні напруги на опорі навантаження, включеного в колекторне коло: коливання струму в емітерному колі значно посилюються в колекторному колі.

#### 3.4.2.4. Електричний струм через електроліти

Електроліти, на відміну від металів і напівпровідників, володіють іонною провідністю. Молекула NaCl у воді розпадається (дисоціює) не на атоми Na і Cl, а на іони Na<sup>+</sup> і Cl<sup>-</sup>. Дисоціація пояснюється взаємодією молекул розчиненої речовини з молекулами розчинника. Молекула NaCl – полярна, тобто складається з іонів, причому поле поблизу кожного іона близько 10<sup>8</sup> В/см. Це величезне поле орієнтує полярні молекули води, як показано на рис. 3.7.

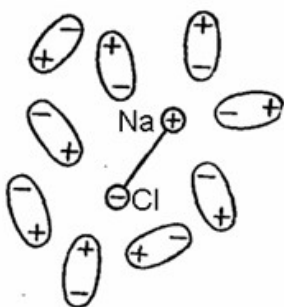


Рис. 3.7. **Поняття електролітів**

Виникають сили, які у багато разів послабляють зв'язок між іонами Na<sup>+</sup> і Cl<sup>-</sup>, через що навіть слабкий тепловий рух їх розриває. Частина самих молекул розчинника також дисоціює. Ступінь дисоціації зростає з температурою. Якщо прикласти до електроліту електричне поле, наявні в ньому вільні електричні заряди (іони обох знаків) створюватимуть струм.

Електроліти підкоряються закону Ома  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ , тобто щільність струму в них пропорційна напруженості поля. Провідність електроліта  $\sigma = e(n^+b^+ + n^-b^-)$  зростає із збільшенням концентрацій іонів  $n^+$ ,  $n^-$  і їх рухливостей  $b^+$ ,  $b^-$ . Закон Ома в електролітах пов'язаний з пропорційністю сили тертя першого ступеня швидкості руху.

За великих напруженостей поля (вище 10<sup>4</sup> в/см) спостерігаються відступи від закону Ома, викликані порушенням указаної пропорційності. З підвищенням температури провідність електролітів збільшується через збільшення рухливості (зменшення в'язкості рідини) і ступеня дисоціації, тобто відсотка дисоційованих молекул.

## Контрольні запитання

1. Що таке електромагнітна взаємодія ?
2. Надайте визначення потенціалу електростатичного поля.
3. Поясніть поняття макроскопічного та мікроскопічного полів.
4. Що таке діелектрики ?
5. Сформулюйте закони Кірхгофа.
6. Сформулюйте закон Джоуля – Ленца.
7. Що таке сегнетоелектрики?
8. Поясніть поняття: точкові, поверхневі й об'ємні заряди.
9. Що таке зони провідності?
10. Що таке п'єзоелектрики?
11. Надайте визначення електролітів.
12. Надайте температурну залежність опору провідника.
13. Сформулюйте закон Ома.
14. Як визначають енергію електричного поля?
15. Що є пондеромоторні сили в електричному полі?
16. Поясніть поняття макроскопічного поля.
17. Поясніть поняття мікроскопічного поля.
18. Як визначається потенціал електростатичного поля?
19. Наведіть основні поняття електронної теорії речовини сучасної фізичної теорії.
20. Надайте визначення поняття дифузії.
21. Розгляньте рух електронів у валентній зоні.
22. Поясніть поняття «сильна взаємодія».
23. Поясніть поняття «електромагнітна взаємодія».
24. Поясніть поняття «слабка взаємодія».
25. Поясніть поняття «гравітаційна взаємодія».
26. Надайте визначення сили Лоренца.
27. Поясніть поняття «р-п-перехід».
28. Надайте та поясніть електричну схему для пояснення роботи транзистора.
29. Надайте визначення поняття: «електричний струм через електроліти».
30. Поясніть поняття «домішкова електропровідність».

## Розділ 4. Магнетизм і електромагнетизм

*Мета:* розглянути основні поняття і закони сучасної теоретичної науки про магнетизм і електромагнетизм.

*Основні питання*

4.1. Основи магнетизму.

4.2. Змінні електричні та магнітні поля.

*Ключові слова:* постійне магнітне поле; електромагнітна індукція; взаємодія струмів; змінні електричні та магнітні поля; діа- та парамагнетика; феромагнетизм.

### 4.1. Основи магнетизму

#### 4.1.1. Постійне магнітне поле у вакуумі та речовині

Електричне поле є окремим станом електромагнітного поля. Електромагнітне поле та його стан описують непрямо: за дією поля на пробний заряд, що вноситься в поле [3; 6; 11; 15; 19].

Сила, що діє на заряд в електромагнітному полі, в загальному випадку розпадається на два доданки. Один з них не залежить від швидкості руху заряду й описує електричну складову електромагнітного поля; інший залежить від швидкості руху заряду. Поле дорівнюватиме нулю, якщо швидкість руху заряду дорівнює нулю. Цей доданок описує магнітну складову поля.

Стани електромагнітного поля, за яких електрична складова поля або взагалі відсутня, або постійна в часі (і тому не впливає на магнітну складову), тобто  $E = 0$ , називають *магнітним полем*.

Основну характеристику електричного поля називають *напруженістю електричного поля*. Аналогічна характеристика магнітного поля має назву *магнітної індукції* і позначається через  $B$ .

Напруженість електричного поля  $E$  вводиться на підставі формули для електричної сили:  $F = qE$ . Напруженість  $E$  співпадає з електричною силою за модулем і напрямом, якщо величина заряду дорівнює 1.

Магнітна індукція вводиться на підставі формули для магнітної сили. Проте магнітна індукція за жодних обставин не співпадає з магнітною силою, принаймні щодо напрямку (рис. 4.1).

Річ у тому, що не тільки модуль, але і напрям магнітної сили залежить від швидкості руху заряду.

Тому сила може бути використана тільки побічно для визначення магнітної індукції. У кожній точці магнітного поля існує такий напрям, уздовж якого на рухомому заряджену частинку магнітна сила не діє. Цей напрям можна назвати *магнітною віссю*. Істотно, що для кожної точки поля існує свій, відмінний від інших точок поля, напрям магнітної осі. Цей напрям вибирають за напрям вектора  $\vec{B}$ . Тим самим напрям вектора  $\vec{B}$  визначений. Слід визначити його модуль.

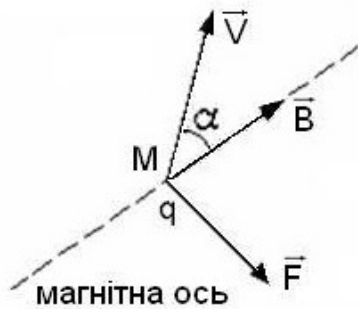


Рис. 4.1. Визначення магнітної індукції

По-перше, магнітна сила завжди спрямована перпендикулярно і до швидкості рухомої частинки, і до магнітної осі, а за модулем пропорційна заряду, швидкості та синусу кута між швидкістю і магнітною віссю (рис. 4.1). У вигляді

формули ця залежність виглядає таким чином:  $F \propto |q| \cdot v \cdot \sin \alpha$ . Коефіцієнт пропорційності в цій формулі не залежить від параметрів частинки. Коефіцієнт визначається виключно полем. Він і береться за модуль магнітної індукції. У результаті формула для сили (у СІ) набуває вигляду:  $F = B \cdot |q| \cdot v \cdot \sin \alpha$ . Індукція  $B$  за модулем рівна магнітній силі, що діє на одиничний позитивний заряд, що рухається з одиничною швидкістю (1 м/с) перпендикулярно до магнітної осі.

Вектор  $\vec{F}$  можна розглядати як векторний твір двох інших векторів  $\vec{v}$  і  $\vec{B}$ . Тоді формулу для магнітної сили в СІ можна подати у вигляді:

$$\vec{F} = q[\vec{v} \times \vec{B}] \quad (4.1)$$

Магнітна сила, що діє на рухомий позитивний заряд, скерована перпендикулярно до площини векторів  $\vec{v}$  і  $\vec{B}$  у бік, куди поступально переміщається правий гвинт, якщо його повертати по найкоротшій відстані від вектора  $\vec{v}$  до вектора  $\vec{B}$ .

Властивістю магнітної сили є те, що її *робота завжди рівна нулю*. Це витікає з того, що магнітна сила перпендикулярна до швидкості час-

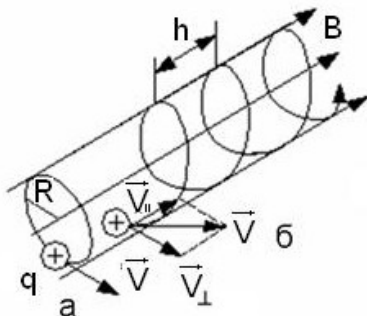
тинки. Таким чином, магнітне поле на відміну від електричного не може передати енергію зарядженій частинці.

Як приклад розглянемо **рух зарядженої частинки в однорідному магнітному полі**.

Спочатку розглянемо випадок, коли частинка влітає в магнітне поле перпендикулярно до його силових ліній. У цьому випадку магнітна сила не в змозі вивести частинку з площини, перпендикулярної до поля, оскільки сама перпендикулярна до ліній поля. Ураховуючи, що магнітне поле не здійснює роботи над зарядженою частинкою, її кінетична енергія залишається постійною (залишається постійним модуль швидкості частинки). Магнітне поле здатне змінювати тільки напрям руху частинки. Тому нормальне прискорення відмінно від нуля. Далі запишемо рівняння руху частинки. Згідно з другим законом Ньютона  $mv^2/R = |q|vB$ . Звідси витікає, що частинка рухається по колу з радіусом  $R = mv/|q|B$  і періодом обертання  $T = 2\pi R/v = 2\pi m/|q|B$ .

Ця формула показує, що в однорідному магнітному полі заряджена частинка рухається з періодом, не залежним від її швидкості, до тих пір, поки не позначається релятивістський ефект зростання маси із збільшенням швидкості.

Розглянемо тепер випадок, коли **частинка влітає в однорідне магнітне поле під довільним кутом до ліній поля** (рис. 4.2). У цьому випадку вона бере участь у двох рухах: уздовж ліній поля і перпендикулярно до цих ліній.



**Рис. 4.2. Частинка влітає в однорідне магнітне поле під довільним кутом до ліній поля**

Під час руху уздовж ліній поля на частинку не діє сила – вона рухається прямолінійно.

Траєкторія руху в площині, перпендикулярній силовим лініям поля, – коло. Шляхом складання цих двох рухів отримуємо рівномірний рух частинки на гвинтовій лінії. Радіус цієї лінії і її крок визначаються такими формулами:

$$R = mv_{\perp}/|q|B, \quad h = Tv_{\parallel} = 2\pi mv_{\parallel}/|q|B. \quad (4.2)$$



Якщо поле не однорідне, то і в цьому випадку заряджена частинка рухається на гвинтовій лінії, що накручується на силову лінію, але з радіусом і кроком, що зростають у міру зменшення  $B$ . Як застосування отриманих результатів можна привести *циклотрон* – прискорювач важких частинок: протонів та іонів. Електрони не прискорюють на циклотронах, оскільки релятивістський ефект зростання маси у них виявляється з порівняно малими енергіями.

Розглянемо ще один ефект, в якому виявляється сила Лоренца, **ефект Хола**. Розглянемо пластинку з провідника у формі паралелепіпеда, в якому тече струм у деякому (назвем його подовжним) напрямі. Пластинка поміщена в магнітне поле, лінії якого перпендикулярні до пластинки та спрямовані «на нас». На рухомі носії струму діє сила Лоренца, що завертає їх до бокових граней пластинки. Бокові грані заряджатимуться зарядами різних знаків – виникає поперечне електричне поле, яке визначається з умови  $eE = evB = jB/n$  ( $j = env$ ). Звідси поперечну різницю потенціалів знаходять згідно з формулою:

$$\Delta\varphi = Ed = djB / ne = RdjB. \quad (4.3)$$

Коефіцієнт  $R = 1/ne$  називають *постійною Хола*. Знак постійної Хола, а отже, і *поперечної різниці потенціалів* (під дією якої в поперечному колі може протікати струм) залежить від знаку носіїв струму. Таким чином, ефект Хола може слугувати індикатором характеру провідності (діркової або електронної) в напівпровідниках.

#### 4.1.2. Закон Ампера. Робота над контуром зі струмом

Розглянемо, з якою силою діє магнітне поле на провідник зі струмом. З цією метою спочатку розглянемо малий елемент струму – струм на малій ділянці дроту  $dl$  (рис. 4.3). Ділянка  $dl$  заповнена зарядом  $dq$ . Заряд рухається зі швидкістю  $v$ , і на нього діє сила Лоренца  $d\vec{F} = dq[\vec{v} \times \vec{B}]$ . Твір  $dqv$  можна подати в іншому вигляді, виразивши заряд над силу струму  $dqv = dq \frac{dl}{dt} = Idl$ . Час  $dt$  є той проміжок часу, за який заряд  $dq$  проходить через перетин елемента дроту  $S$ . Відношення  $dq/dt$  є

сила струму. Таким чином, сила, що діє на елемент струму  $I$ , визначається формулою:

$$d\vec{F} = I \cdot [d\vec{l} \times \vec{B}] \text{ або } d\vec{F} = \vec{B} \cdot I \cdot dl \cdot \sin \alpha. \quad (4.4)$$

Ця сила є **силою Ампера**. Сила Ампера пропорційна елементу струму, магнітній індукції і синусу кута між елементом струму та магнітною індукцією. Так виражається сила Ампера для елемента струму. Сила ж Ампера, що діє на скінченну ділянку дроту із струмом, знаходиться

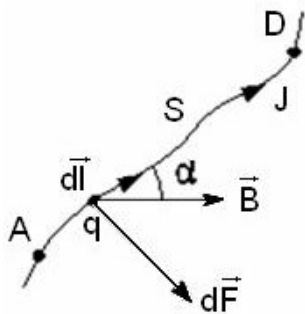


Рис. 4.3. **Визначення сили Ампера**

інтегруванням елементарних сил  $F = \int_{a-b} dF$ .

Обмежимося розглядом окремого випадку: нехай *прямолінійна ділянка дроту* з постійним струмом поміщена в однорідне магнітне поле. У цьому випадку всі елементарні сили  $dF$  будуть спрямовані однаково, а тому векторне інтегрування у формулі  $d\vec{F} = \vec{B} \cdot I \cdot dl \cdot \sin \alpha$  може бути зведено до звичайного, скалярного інтегрування:

$$F = \int_{a-b} IB \sin \alpha dl = IB \sin \alpha \int_0^l dl = IB l \sin \alpha. \quad (4.5)$$

Отже, сила Ампера пропорційна силі струму, магнітній індукції, довжині провідника та синусу кута між напрямом струму та вектором магнітної індукції. Напрямок сили Ампера визначається *правилом правого гвинта*: правий гвинт потрібно повертати в напрямі від струму до індукції поля найкоротшим шляхом; поступальне переміщення гвинта вкаже напрям сили Ампера. Таким чином, магнітна сила перпендикулярна і до струму, і до індукції поля.

### 4.1.3. Закон Біо – Савара – Лапласа

Закон Біо – Савара – Лапласа в теорії магнітного поля відповідає на те саме запитання, що і закон Кулона в теорії електростатичного по-

ля. На відміну від електричного, магнітне поле не тільки впливає лише на рухомі заряди, але і створюється лише рухомими зарядами.

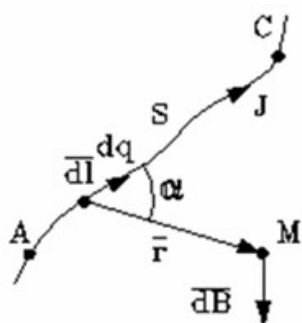


Рис. 4.4. **Визначення закону Біо – Савара – Лапласа**

Звичайно рухомі заряди представлені струмами. Тому і розглянемо постійний струм, що тече дуже тонким дротом. Дріт наповнений рухомим із швидкістю  $v$  зарядом. Виберемо малу ділянку дроту  $dl$  і заряд, що його заповнює, позначимо через  $dq$ . Нас цікавитиме магнітне поле від заряду  $dq$  у довільній точці простору  $M$  (рис. 4.4). Напруженість електричного поля, що створюється зарядом  $dq$ , обернено

пропорційна квадрату відстані від заряду до даної точки поля:  $dE \sim dq/r^2$ . Закон – Біо – Савара – Лапласа формулюється аналогічним чином. Індукція магнітного поля прямо пропорційна заряду й обернено пропорційна квадрату відстані від заряду. Магнітне поле ще залежить і від швидкості руху заряду: індукція магнітного поля пропорційна швидкості руху заряду та синусу кута між напрямками швидкості та радіус-вектора, проведеному від заряду в дану точку поля. У вигляді формули закон Біо – Савара – Лапласа записується у векторній і в скалярній формах:

$$d\vec{B} = \mu_0 \mu I [d\vec{l}, \vec{r}] / 4\pi r^3, \quad dB = \frac{\mu_0 dq}{4\pi r^2} v \sin \alpha, \quad (4.6)$$

де  $\mu_0 / 4\pi$  – коефіцієнт в СІ, чисельно рівний  $10^{-7}$  Гн/м.

Напрямок індукції поля  $d\vec{B}$  визначається правилом правого гвинта:  $d\vec{B}$  спрямований перпендикулярно до елемента провідника  $d$  і до радіус-вектора точки  $r$ , в якій визначаються параметри поля. Його напрям співпадає з обертальним рухом правого гвинта, якщо його повертати від елемента струму до радіус-вектора.

Твір  $dqv$  можна перетворити так  $dqv = \frac{dq}{dt} dl = Idl$ . Отже, формула закону Біо – Савара – Лапласа приймає вигляд:

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{dq}{r^2} v \sin \alpha = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}. \quad (4.7)$$

У системі СГС цей же закон записується з коефіцієнтом  $1/c$  ( $c$  – швидкість світла в см/с). Проте формула визначає лише поле від елемента струму  $d\mathbf{B}$ . Щоб мати можливість знайти результівне магнітне поле від струму або магнітне поле від ділянки скінченної довжини, потрібно скористатися *принципом суперпозиції*, який для магнітного поля виконується так же, як і для електричного, та виконати векторне інтегрування.

Якщо, наприклад, розглянути прямий нескінченно довгий дріт (його довжина значно перевищує відстань  $r \sin \alpha = R$ ), то  $\alpha = 0$ , і поле описується такою формулою:  $B = \mu_0 \mu I / 4\pi R$ . Очевидно, що магнітне поле в даному випадку володіє циліндровою симетрією, і його силові лінії є концентричні кола, центри яких лежать на провіднику із струмом. Той факт, що силові лінії магнітного поля замкнуті, є загальним для будь-якого магнітного поля. Цим магнітне поле радикально відрізняється від електростатичного, силові лінії якого завжди розімкнені: вони починаються на позитивних і закінчуються на негативних зарядах.

Якщо на електричні заряди дивитися як на джерела електричного поля, то можна сказати, що магнітних зарядів у природі немає. Магнітне поле в *центрі колового струму* радіусом  $R$  і на відстані  $r$  від центру витка уздовж осі витка буде, відповідно:

$$B = I\mu_0\mu / 2R, \quad B = \mu_0\mu I R^2 / 2(\sqrt{R^2 + r^2})^3. \quad (4.8)$$

Ці формули застосовують для розрахунку магнітного поля в довільній точці простору.

#### 4.1.4. Взаємодія струмів

Розглянемо взаємодію двох паралельних тонких нескінченно довгих провідників з постійним струмом (рис. 4.5).

Струм  $I_1$  створює навколо себе поле  $B_1$ , у якому перебуває струм  $I_2$ . За законом Ампера на струм  $I_2$  діє сила  $F = I_2 B_1 l$ . Оскільки індукція поля  $B_1 = \mu_0 2I_1 / 4\pi R$ , то сила дії струму 1 на ділянку струму 2 довжиною  $l$  визначається формулою  $F = \mu_0 I_2 I_1 l / 4\pi R$ . Використовуючи правило правого гвинта (спочатку для визначення напрямку поля  $B_1$ , а потім для визначення напрямку сили  $F$  згідно з законом Ампера), переконуємося, що струми

різного напрямку відштовхуються один від одного, а струми однакового напрямку – притягуються.

На підставі формули сили взаємодії паралельних постійних струмів

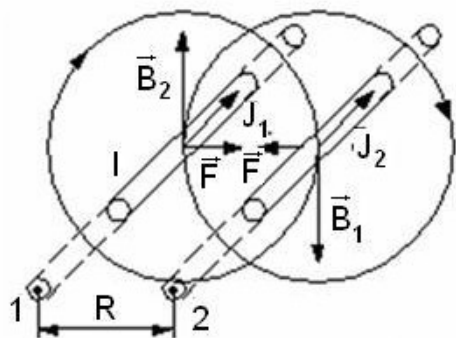


Рис. 4.5. Взаємодія двох паралельних тонких нескінченно довгих провідників

визначається одиниця сили струму в СІ – ампер. Ампером називають постійний струм, що протікає в тонкому та нескінченно довгому дроті, який на такий самий струм впливає з силою  $2 \cdot 10^{-7}$  ньютонів на один метр довжини дроту. Цим визначенням задається значення коефіцієнта  $\mu_0 / 4\pi$ . Згідно з визначенням

$$\text{ампера маємо: } 2 \cdot 10^{-7} \text{ Н} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2 \cdot 1\text{А} \cdot 1\text{А}}{1\text{м}} \cdot 1\text{м}.$$

Усі коефіцієнти у формулах електродинаміки тим самим будуть визначені. У лабораторіях палат мір і вагів ампер реалізується не за взаємодією паралельних струмів (точне вимірювання сил взаємодії в цьому випадку важко виконати), а за взаємодією котушок, вставлених одна в іншу: якщо в котушках течуть струми, то одна котушка втягуватиметься в іншу за рахунок магнітних сил. Сила втягування котушки в цьому випадку може бути точно виміряна за допомогою аналітичних вагів. З іншого боку, на підставі законів електродинаміки силу втягування однієї котушки в іншу можна розрахувати. До розрахункової формули ввійде коефіцієнт, значення якого розраховане на підставі визначення ампера.

реалізується не за взаємодією паралельних струмів (точне вимірювання сил взаємодії в цьому випадку важко виконати), а за взаємодією котушок, вставлених одна в іншу: якщо в котушках течуть струми, то одна котушка втягуватиметься в іншу за рахунок магнітних сил. Сила втягування котушки в цьому випадку може бути точно виміряна за допомогою аналітичних вагів. З іншого боку, на підставі законів електродинаміки силу втягування однієї котушки в іншу можна розрахувати. До розрахункової формули ввійде коефіцієнт, значення якого розраховане на підставі визначення ампера.

#### 4.1.5. Магнітний диполь

Магнітним диполем називають круговий струм. Вивчимо магнітне поле магнітного диполя. Прямі розрахунки надамо лише для точок поля, що лежать на осі диполя (рис. 4.6).

Скористаємося законом Біо – Савара – Лапласа та визначимо поле в точці М, створюване елементом струму  $Idl$ . Вектор поля  $dV$  розташований перпендикулярно до векторів  $r$  і  $dl$ . Індукції елементарних полів, що створюються іншими елементами кругового струму, визначаються аналогічним чином, так що вектори  $dV$  заповнять конічну поверхню з вершиною в точці М.

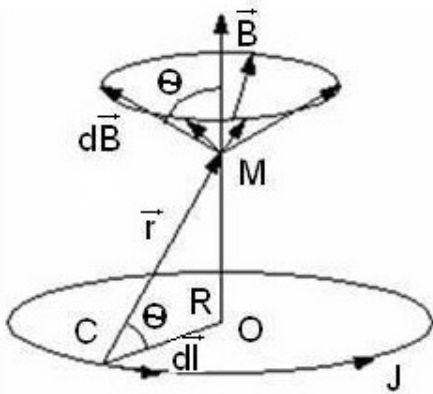


Рис. 4.6. **Визначення магнітного поля магнітного диполя**

Віссю конічної поверхні є вісь диполя. Згідно з принципом суперпозиції елементарні індукції необхідно скласти. У результаті векторного складання результівне поле буде, очевидно, спрямоване до осі диполя. Модуль результівної індукції поля  $B$  знайдемо, якщо складемо проєкції елементарних індукцій на вісь диполя і отримаємо:

$$B = \mu_0 2I\pi R^2 / 4\pi r^3 = \mu_0 2IS / 4\pi r^3, \quad (4.9)$$

де  $S$  – площа, обмежена струмом.

У центрі диполя магнітне поле визначається формулою  $B = \mu_0 I / 2R$ . Можна показати, що далеко від диполя не тільки у напрямі осі, але і в довільному напрямі, поле убуває обернено пропорційно до куба відстані від диполя  $r$  і зростає прямо пропорційно  $S$ . У цьому відношенні поле магнітного диполя аналогічно полю електричного диполя. Величину  $IS\vec{n} = \vec{m}$ , що визначає поле магнітного диполя, називають *магнітним моментом*.

Як і електричні, магнітні моменти диполів є векторами. Напрямок магнітного моменту диполя визначається правилом правого гвинта: гвинт потрібно повертати за напрямом струму, його поступальне переміщення покаже напрямок моменту  $m$ . Зіставимо поруч електричне поле електричного диполя і магнітне поле магнітного диполя. Поблизу диполів поля різні: силові лінії електричного диполя розімкнені, магнітного – замкнені. Далекі від диполів ці поля описуються однаково.

#### 4.1.6. Діа- та парамагнетики

Розглянемо речовини, що намагнічуються і в магнітному полі набувають власних магнітних полів. Такі речовини називають магнетиками. *Магнетики* є аналогами діелектриків. По суті, всі речовини без виключення є магнетиками, тільки ступінь їх намагнічування різний.

Є речовини, які в звичайних умовах (помірні температури) намагнічуються дуже сильно. У природі таких речовин небагато, і вони склада-

ють невелику групу *ферромагнетиків*. До них відносять: залізо, кобальт, нікель, деякі з'єднання і сплави цих речовин. Саме ферромагнетики знаходяться дуже широке практичне та наукове застосування.

Навпаки, всі інші речовини намагнічуються дуже слабо – настільки, що, як правило, їх намагнічування виявляється непомітним. Ці речовини, що слабо намагнічуються, слід розбити на два класи, механізм і властивості намагнічування яких істотно різняться. Один клас речовин називають *діамагнетиками*, інший – *парамагнетиками*. Відмінність цих класів речовин полягає в тому, що власне поле діамагнетиків спрямоване проти того зовнішнього поля, яке викликає намагнічування магнетиків; у парамагнетиків, власне поле спрямоване так само, як і зовнішнє. Ця відмінність обумовлена відмінністю в молекулярному механізмі намагнічування діа- та парамагнетиків, до розгляду яких тепер і звернемося.

Окремий атом складається з рухомих заряджених частинок, тобто атом можна розглядати як *систему струмів*. Кожна заряджена частинка атома, що здійснює рух замкнутою траєкторією, може розглядатися як замкнений струм з характерним для нього магнітним моментом  $m_e$ . Поля окремих струмів атома сумуються. Але попередньо можна скласти (векторно) їх магнітні диполі – тоді поле результативного диполя, принаймні далеко від диполя, співпадає з полем атома. Іншими словами, атом можна замінити його моделлю – диполем з магнітним моментом, що дорівнює  $\sum m_e = m$ .

У деяких атомів результативний магнітний момент  $m$  рівний нулю. Речовини, що складаються з таких атомів, і є *діамагнетиками*. До них, наприклад, відносять: вісмут, срібло, воду, азот, вуглекислоту.

Речовини ж, у яких результативний магнітний момент атома відмінний від нуля, відносять до *парамагнетиків*. Прикладами парамагнетиків є: хлористе залізо ( $FeCl_3$ ), платина, алюміній, кисень.

Розглянемо спочатку діамагнетики. Як же вони намагнічуються, якщо їх атоми не мають власних магнітних моментів і, отже, власних магнітних полів? Річ у тому, що електрони атома, поміщеного в зовнішнє магнітне поле, набувають додаткового обертання, обумовленого магнітним полем. У полі діамагнітний атом набуває магнітного моменту, спрямованого проти поля  $B$  і, отже, створює власне магнітне поле. За наявності зовнішнього магнітного поля всі атоми діамагнетика набувають магнітних моментів одного напрямку, протилежного зовнішньому полю.

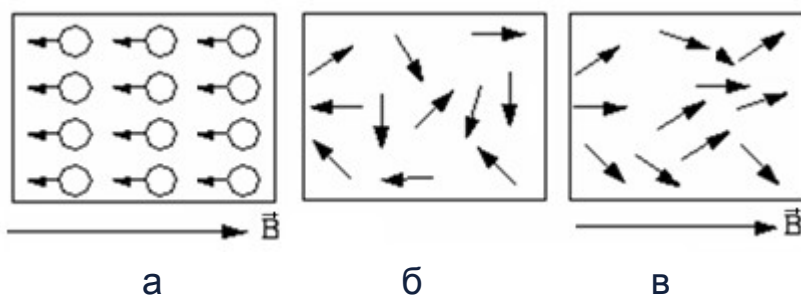


Рис. 4.7. Приклади для визначення магнетиків

Поля магнітних диполів атомів у процесі складання підсилюють один одного, і магнетик набуває власного магнітного поля, протилежного щодо зовнішнього поля напрямку (рис. 4.7а).

Усередині магнетика

магнітне поле ослаблюється. Проте намагнічування діамагнетика має місце лише у присутності зовнішнього поля. Якщо зняти поле, діамагнітний ефект негайно зникає.

Намагнічування магнетиків (будь-якого класу) характеризується вектором намагніченості, який визначається як векторна сума магнітних моментів атомів магнетика в одиниці об'єму: 
$$M = \sum_{\text{од.об'єму}} m.$$

Нагадаємо, що аналогічним чином визначається вектор поляризації діелектриків. Частота додаткового обертання, якого зазнають атоми діамагнетика в магнітному полі, пропорціональна індукції поля. У зв'язку з цим і вектор намагніченості в магнетик пропорціональний індукції поля  $B$ , але протилежний з нею за напрямом.

Діамагнітний ефект охоплює всі атоми без винятку. Тому він має місце і в парамагнетиків. Проте так званий *параефект* звичайно перекриває діаефект, і останнім можна нехтувати. У парамагнетиків атоми вже і без поля мають магнітні моменти. Але без поля вони орієнтовані безладно, як показано на рис. 4.7б. Поля диполів складаються, але з причини повного безладу в їх напрямках результівне поле буде нульовим. Магнетик без поля не намагнічений,  $M = 0$ .

Із внесенням парамагнетика в поле всі атоми отримують додаткове обертання. І якщо б не було теплових зіткнень атомів, то нічого нового порівняно з діамагнетиками не спостерігалось. Але теплові зіткнення за наявності додаткового обертання атомів збиватимуть магнітні моменти у напрямі поля. Цей ефект неможливо пояснити в межах класичної механіки. Він має суто квантову природу. Але так чи інакше моменти атомів у полі прагнуть орієнтуватися щодо поля, і вектор намагніченості (сума магнітних моментів) стає відмінним від нуля і спрямовується на поле. У цьому і полягає *парамагнітний ефект*.



Треба зауважити, що теплові зіткнення тут, як і в поляризації поляризованих діелектриків, відіграють подвійну роль. Якби їх не було взагалі, то не було б і ефекту. Але їх посилення зменшує ефект, тобто посилення випадкових зіткнень призводить до збільшення безладу в розташуванні магнітних моментів. Із збільшенням температури вектор намагніченості зменшується за законом зворотної пропорційності  $M/T$ .

Картина намагнічування парамагнетиків виглядає так, як вона зображена на рис. 4.7в. Як і у разі діамагнетика, намагнічування парамагнетика має місце лише за наявності зовнішнього поля. За відсутності магнітного поля намагнічування парамагнетика повністю зникає.

Намагнічування магнетиків можна характеризувати не тільки вектором намагніченості, але і так званими *зв'язаними струмами*. Розглянемо зразок з магнетика у вигляді циліндра, поміщеного в магнітне поле. Кожен диполь усередині циліндра оточений з усіх боків іншими диполями, так що струм диполя ніби компенсується струмами від інших диполів. Це стосується будь-якого диполя, розташованого всередині циліндра. Але диполі у бокової поверхні циліндра оточені «сусідами» тільки з одного боку. Тільки з одного боку відбудеться компенсація струмів. Результативна картина зв'язаних струмів буде такою: усередині магнетика струми компенсуються (щоправда, лише в однорідному магнетикі). На поверхні циліндра течуть зв'язані струми. Циліндр нагадуватиме котушку із струмом – соленоїд. Таким чином, намагнічення можна характеризувати ще і щільністю поверхневих зв'язаних струмів: струмом, що доводиться на одиницю довжини створювальної циліндра.

Між вектором намагніченості та поверхневою щільністю зв'язаних струмів  $j'$  існує залежність, оскільки ці величини характеризують той самий ефект  $j' = M \cos \alpha$ , де  $M$  – магнітний момент.

Поверхнева щільність зв'язаних струмів дорівнює проекції вектора намагніченості на напрям створювальної циліндра..

#### **4.1.7. Теорема про циркуляцію магнітного поля у вакуумі**

*(випадок постійних струмів)*

Введемо нове поняття теорії електромагнітного поля: поняття циркуляції вектора. Розглянемо довільне магнітне поле, що створюється струмами. Поняття *циркуляції вектора* пов'язується із замкнутим контуром. Виберемо в полі довільний контур  $L$  (рис. 4.8а). Розіб'ємо його на

малі елементи певного напрямку. Для кожного елемента в точці його початку побудуємо вектор магнітної індукції і складемо скалярний твір елемента контуру на вектор індукції:  $Bdl$ . Потім складемо суму (точніше інтеграл) з цих скалярних творів на всьому контурі:  $\oint_L Bdl$ . Отриманий таким

чином криволінійний інтеграл називають *циркуляцією вектора* (в даному випадку вектора магнітної індукції).

Циркуляція вектора  $E$  в електростатичному полі дорівнює нулю.

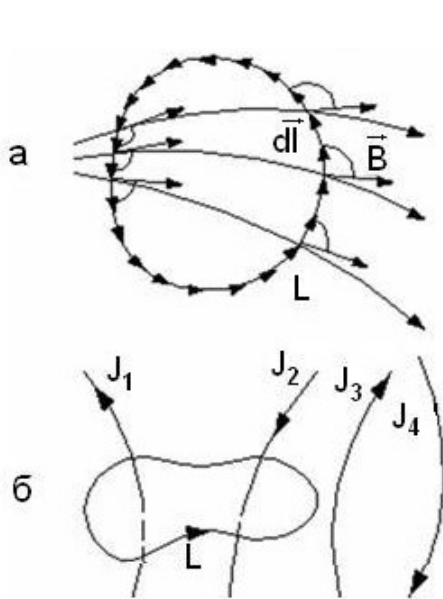


Рис. 4.8. Модель отримання циркуляції вектора  $B$

Насправді, інтеграл  $\int_1^2 Edl$  рівний приросту потенціалу між двома точками електростатичного поля  $\varphi_2 - \varphi_1$ . Якщо ж крива повертається в початкову точку (стає замкнутою), тобто циркуляція напруженості поля дорівнює нулю. Проте в неелектростатичному полі циркуляція вектора  $E$  відмінна від нуля.

Розглянемо теорему про циркуляцію вектора індукції магнітного поля для окремого випадку, коли поле викликане постійними струмами.

*Теорема.* У магнітному полі постійних струмів циркуляція вектора магнітної індукції на довільному контурі пропорційна алгебраїчній сумі струмів, що охоплюються даним контуром і що зачіпляють даний контур

$\oint_L Bdl = \mu_0 \sum_k I_k$ . Струм вважається позитивним, якщо він утворює правий гвинт з напрямом обходу контуру, і негативним – інакше. Наприклад, для контуру, зображеного на рис. 4.8б, циркуляція вектора  $B$  пропорційна  $(J_1 - J_2)$ .

Розглянемо спочатку окремий випадок: у полі, що створюється прямим провідником із струмом, як контур вибрана силова лінія. У цьому випадку циркуляція вектора магнітної індукції знаходиться елементарним обчисленням:

$\oint_L Bdl = 2\pi B = 2\pi \frac{\mu_0 2I}{4\pi r} = \mu_0 I$ . Ми переконуємося, що для даного випадку теорема доцільна. Далі деформуємо контур. Заздалегідь перетворимо підінтегральний вираз в циркуляції вектора  $B$  ( $Bdl$ ). Елемент

довжини контуру розкладемо на дві складові: паралельну струму ( $dl_{||}$ ) і перпендикулярну до нього ( $dl$ ). Тоді  $Bd\vec{l} = Bd\vec{l}_{||} + Bd\vec{l}_{\perp}$ . Але вектори  $B$  і  $dl_{||}$  взаємно перпендикулярні, а тому  $Bdl_{||} = 0$ . Отже  $Bdl = \frac{\mu_0}{2\pi} Id\varphi$ . Легко обчи-

слити і циркуляцію  $\oint_L Bdl = \frac{\mu_0}{2\pi} I \int_0^{2\pi} d\varphi = \mu_0 I$ . Теорема підтверджується і для складнішого випадку.

Розглянемо далі контур, не зчеплений із струмом  $J$  (рис. 4.9). У цьому випадку межі інтегрування щодо кута вибираються інакше

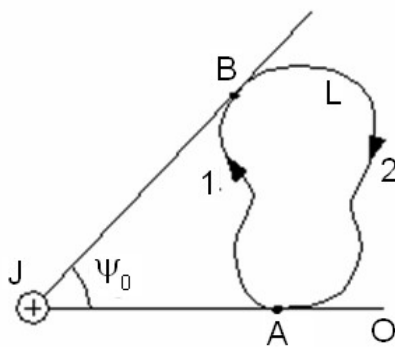


Рис. 4.9. Контур, не зчеплений із струмом  $J$

$$\oint_L Bdl = \frac{\mu_0}{2\pi} Id \left( \int_0^{\psi_0} d\varphi + \int_{\psi_0}^0 d\varphi \right) = 0.$$

Циркуляція вектора  $B$  дорівнює нулю, що знаходиться в повній відповідності з теоремою. Таким чином, теорема доведена для випадку поля, утвореного прямим провідником із струмом. Узагальнення теорема на випадок довільного за формою одиночного лінійного провідника із струмом приймемо без доказу. Узагальнимо теорему на загальний випадок

довільної сукупності струмів. Узагальнення виконується на підставі принципу суперпозиції магнітних полів. Теорема виконується для кожного з провідників із струмом окремо, тобто виконується рівність

$$\oint_L B_1 dl = \mu_0 I_1, \quad \oint_L B_2 dl = \mu_0 I_2, \quad \oint_L B_3 dl = 0.$$

Почленно складаючи рівність, отримуємо:

$$\oint_L B dl = \mu_0 \sum_k I_k, \tag{4.10}$$

де  $B = \sum_i B_i$ ,  $\sum_k I_k$  включає лише струми, зчеплені з контуром.

У теорії магнітного поля теорема про циркуляцію відіграє таку ж важливу роль, як і теорема про потік електричного поля (теорема Гаусса) в електростатиці. На підставі теореми про циркуляцію можна розв'язувати задачі, пов'язані із знаходженням магнітних полів. Розглянемо одне з таких завдань.

#### 4.1.7.1. Поле тороїда

Нехай струм тече у дроті, який однорідно намотано на тороїд, як показано на рис. 4.10. У розподілі струму в просторі спостерігається осьова симетрія. Очевидно, ця симетрія відобразиться і на магнітному полі.

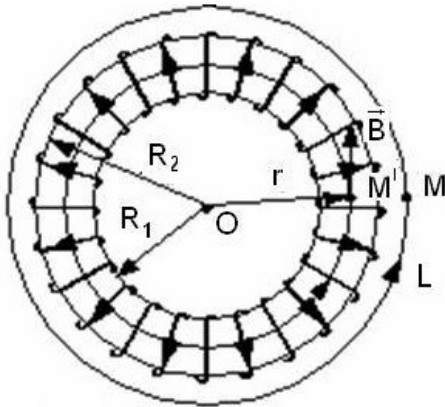


Рис. 4.10. **Визначення поля у тороїді**

Оскільки силові лінії поля замкнуті, то з осьової симетрії поля виходить, що вони є колами, центри яких лежать на осі симетрії. Крім того, осьова симетрія поля веде до того, що поле в усіх точках даної силовій лінії те саме. З цих властивостей поля витікає, що циркуляцію поля на силовій лінії легко обчислити таким чином:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B dl = 2\pi B.$$

Розглянемо поле в якійсь точці (у точці M) поза тороїдом. Проведемо через вибрану точку силову лінію і обчислимо циркуляцію поля за ній згідно з виведеною формулою. Але цей контур не охоплює жодного провідника зі струмом. Згідно з теоремою циркуляція вектора  $\vec{U}$  даному випадку дорівнює нулю. Звідси витікає, що в зовнішній області тороїда магнітне поле відсутнє. Розглянемо точку всередині тороїда (точка M') і також як контур виберемо силову лінію. Тепер з контуром зчеплені всі витки тороїда. Сумарний струм, зчеплений з контуром, рівний  $NI$ , де  $N$  – повне число витків тороїда.

Таким чином, рівняння для циркуляції вектора  $\vec{B}$  на колі, на якому лежить точка M', має вигляд:  $2\pi B = \mu_0 NI$ . Отже, поле усередині тороїда визначається формулою:

$$B = \mu_0 NI / 2\pi r. \quad (4.11)$$

Якщо тороїд тонкий ( $R_2 - R_1 \ll R_2$ )  $B = \mu_0 nI$ . Індукція магнітного поля усередині тонкого тороїда пропорційна силі струму, що доводиться на одиницю довжини тороїда  $nI$ .

Припустимо, що радіус тороїда нескінченно зростає за умови, що товщина залишається незмінною. Тоді кривизна тороїда прагнеться до

нуля, тобто якусь його частину можна буде розглядати як ділянку нескінченно довгого соленоїда. Індукція поля не залежить від радіуса тороїда. Вона без зміни матиме місце і для даного граничного випадку.

Таким чином, поле нескінченно довгого соленоїда цілком поміщене всередині соленоїда, де воно однорідне, і визначається формулою  $B = \mu_0 nI$ . У реальних, кінцевих соленоїдах на торцях має місце граничний ефект спотворення поля: поле виходить назовні соленоїда, але поза соленоїдом залишається слабким.

#### 4.1.8. Теорема про циркуляцію магнітного поля в речовині

Доведена теорема про циркуляцію стосується до будь-якого випадку магнітного поля за умови, якщо воно створене постійними струмами. Вона виконується і за наявності магнетика, в якому за присутності зовнішнього поля виникають зв'язані струми.

У цьому разі в праву частину рівняння для циркуляції вектора  $B$  повинні увійти як вільні, так і зв'язані струми. Розглянемо такий випадок.

Нехай провідник зі струмом поміщений в магнетик. Магнетик може бути неоднорідним і мати межі (ми розглядаємо загальний випадок). Яка циркуляція вектора індукції магнітного поля на контурі  $L$ ? Вона пропорційна сумі струмів, зчеплених з контуром. Окрім струму  $J$  потрібно врахувати зв'язані струми молекул магнетика. Молекули ми уподібнюємо магнітним диполям. Тільки частина диполів-молекул нанизана на контур. Ці диполі ніби утворюють деяку трубку, поверхнею якої тече струм. Рівняння для циркуляції вектора  $B$  матиме вигляд:

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu_0 (I + \sum I'). \quad (4.12)$$

Другий член справа – це зв'язаний струм, зчеплений з контуром. Його можна подати у вигляді деякого інтеграла.

Введемо лінійну щільність поверхневого струму на трубці ( $j'$ ). Це сила струму, що доводиться на одиницю довжини трубки. Тоді сила того струму, що доводиться на елемент довжини трубки  $d$ , дорівнюватиме  $j'd$ . Струм же, що тече поверхнею всієї трубки, визначається інтегралом

$$\oint_L j' d\mathbf{l}.$$

Отже, рівняння для циркуляції прийме вигляд:

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu_0 \left( I + \oint_L \mathbf{I}' d\mathbf{l} \right).$$

Тепер можна скористатися формулою, що зв'язує щільність струму на поверхні трубки з вектором намагніченості. Рівняння для циркуляції переписеться у вигляді  $\oint_L \left( \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \right) d\mathbf{l} = \sum_k I_k$ . Тут враховано, що  $M \cos \alpha d\mathbf{l} = M d\mathbf{l}$  і що в загальному випадку з контуром може бути зчеплений не один вільний струм. Вектор  $\mathbf{H}$  називають *напруженістю магнітного поля*. Зі введенням цього поняття теорема про циркуляцію формулюватиметься у вигляді такого співвідношення:

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = \sum_k I_k. \quad (4.13)$$

Циркуляція вектора напруженості магнітного поля дорівнює сумі вільних струмів, зчеплених з контуром.

Зв'язані струми, завдяки введенню поняття вектора напруженості магнітного поля, не входять явно в рівняння для циркуляції. У цьому слід убачати сенс введення нового поняття – напруженості магнітного поля. Воно вводиться з чисто формальних, розрахункових міркувань, з міркувань зручності. Ніякого фізичного змісту поняття напруженості магнітного поля не має. Це видно з його визначення.

Вектор напруженості поля, по суті, становить різницю двох векторів: індукції магнітного поля і намагніченості магнетика. Але ці два вектори характеризують абсолютно різну фізичну сутність: перший є характеристикою поля, а другий – характеристикою речовини.

Можна знайти які-небудь формальні тлумачення для вектора  $\mathbf{H}$ , але вони не можуть додати якийсь фізичний сенс цій величині. Вектор намагніченості  $\mathbf{M}$  визначається індукцією поля  $\mathbf{B}$  у магнетика. В ізотропних пара- та діамagnetиках цей вектор пропорціональний вектору  $\mathbf{B}$ . Тоді з формули  $\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = \sum_k I_k$  виходить, що для цих речовин вектор  $\mathbf{M}$  буде пропорційний і вектору  $\mathbf{H}$ . Саме цю залежність  $\mathbf{M}$  від  $\mathbf{H}$  (а не залежність  $\mathbf{M}$

від  $B$ ) беруть на практиці за основу, тобто закон для вектора намагніченості записують у такому вигляді:

$$M = \chi H (\chi > 0 \text{ у парамагнетиків і } \chi < 0 \text{ у діамагнетиків}). \quad (4.14)$$

Коефіцієнт пропорційності в цій формулі називають *магнітною сприйнятливістю*. Для пара- та діамагнетиків він не залежить від  $H$ , і має сенс його ввести як самостійне поняття. Тоді згідно з формулою

$$\oint_L H dl = \sum_k I_k \text{ для вектора } B \text{ отримуємо вираз:}$$

$$B = \mu_0(1 + \chi)H. \quad (4.15)$$

Множник  $(1 + \chi) = \mu$  є *магнітною проникністю*, і отримане співвідношення між  $B$  і  $H$  переписується у вигляді:

$$B = \mu \mu_0 H \text{ (в системі СІ)}. \quad (4.16)$$

У пара- та діамагнетиків  $\mu$  є величина постійна, що цілком характеризує речовину. І цим цілком виправдане її введення у фізику. У феромагнетиків  $\mu$  визначається не тільки властивостями речовини, але є функцією поля, що накладає на поняття магнітної проникності феромагнетика елемент умовності.

Проілюструємо зручність введення поняття напруженості магнітного поля на прикладі соленоїда. Якщо соленоїд має сердечник (наприклад, залізний), то формула для індукції поля  $B$  має такий вигляд:  $B = \mu \mu_0 H = \mu(H) \mu_0 n I$ . У цій формулі залежність  $\mu(H)$  може бути визначена лише емпірично. Але для вектора  $H$  формула має простий:  $H = nJ$ . Напруженість магнітного поля дорівнює твору числа витків, що доводяться на одиницю довжини соленоїда, на силу струму.

Таким чином, вимірювання  $H$  не складає ніяких труднощів. Нагадаємо, що в електростатиці нам довелося також ввести дві характеристики поля: напруженість і електричний зсув –  $E$  і  $D$ . Співвідношення між ними аналогічне співвідношенню  $B = \mu \mu_0 H$ :  $D = \epsilon \epsilon_0 E$ . Але за своїм сенсом ці формули суттєво відрізняються: в електростатиці вектор напруженості

має фізичний сенс, а вектор електричного зсуву є допоміжною, штучною величиною. У теорії магнітного поля навпаки: вектор магнітної індукції має фізичний сенс, а напруженість – штучне поняття.

#### 4.1.9. Феромагнетизм

Феромагнетики істотно відрізняються від парамагнетиків:

1) феромагнетики дуже сильно намагнічуються. Якщо у парамагнетиків  $\mu$  близька до одиниці, то у феромагнетиків  $\mu$  звичайно вимірюється тисячами та мільйонами. Тому у феромагнетиків практично  $\mu = \chi$  а, отже:  $B = \chi\mu_0 H = \mu_0 M$ ;

2) у феромагнетиків спостерігається залишковий магнетизм. Якщо залізний предмет помістити в магнітне поле, а потім вийняти, то предмет зберігає намагніченість, тобто сам стає магнітом;

3) залежність вектора намагніченості від напруженості магнітного поля у парамагнетиків лінійна, а у феромагнетиків – істотно нелінійна.

Феромагнетики виявляють магнітний *гістерезис*. Сутність цього явища полягає в тому, що намагніченість феромагнетика залежить від його передісторії. Зупинимося на гістерезисі докладніше. Припустимо, що знімається крива намагнічення на підставі схеми, яка зображена на рис. 4.11. Сила струму в обмотці феромагнітного сердечника спочатку збільшується, збільшується і вектор намагніченості або вектор магнітної індукції згідно з формулою  $B = \chi\mu_0 H = \mu_0 M$ ; ці два вектори пропорціональні один одному. За умови достатньо великої сили струму настає насичення,

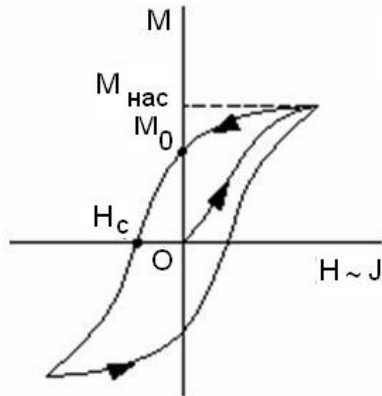


Рис. 4.11. Вивчення магнітного гістерезису

коли подальше зростання струму не позначається на намагніченості сердечника. Якщо тепер зменшувати силу струму в обмотці, то крива розмагнічування не повторює криву намагнічування, перша пройде вище другої.

У цій безповоротності намагнічування і розмагнічування полягає явище гістерезису. Величина  $M_0$  характеризує *залишкову намагніченість сердечника*. Якщо змінити напрям струму та поступово збільшувати



ти силу струму, то за деякого значення  $H_C$  сердечник повністю розмагнітиться. Це значення напруженості магнітного поля називають *коерцитивною силою*.

Із умови подальшого зростання  $H$  сердечник намагнічуватиметься в протилежному напрямі. Зі зміною струму спочатку в одному, а потім в іншому напрямі вектор намагніченості та, відповідно, магнітна індукція опишуть петлю гістерезису. Чим ширша петля гістерезису, тим більше залишкова намагніченість. З іншого боку, через гістерезис сердечник додатково розігрівається; і чим ширша петля гістерезису, тим більші теплові втрати струму. Таким чином, для створення постійних магнітів використовують висококоерцитивні феромагнітні матеріали (наприклад, вольфрамова сталь, різні спеціальні сплави), а для виготовлення сердечників трансформаторів, роторів машин, навпаки, застосовують магнітні матеріали з дуже малою шириною петлі гістерезису.

Зупинимося на поясненні феромагнетизму. Чому залізо сильно намагнічується навіть у слабких полях, а алюміній (типовий парамагнетик) зовсім не намагнічується навіть у сильних полях? Власні магнітні моменти атомів заліза того ж порядку, що і магнітні моменти атомів алюмінію. Ця обставина, здається, зближує феромагнетик з парамагнетиком. Потрібно взяти до уваги, що залізо й інші феромагнетики наділені феромагнітними властивостями лише за достатньо низьких температурах. У кожного феромагнетика існує деяка критична температура (її називають *температурою Кюрі*), вище за яку речовина перестає бути феромагнетиком і стає парамагнетиком. У заліза температура Кюрі  $77\text{ }^{\circ}\text{C}$ , у кобальта  $115\text{ }^{\circ}\text{C}$ , у нікелю  $36\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Це підтверджує той факт, що атоми заліза в магнітному відношенні мало відрізняються від атомів алюмінію. Проте існують інші причини. Температура, як відомо, впливає на результат взаємодії атомів. Існування у феромагнетиків температури Кюрі підказує, що причина феромагнетизму криється в особливостях взаємодії атомів. Власні магнітні моменти атомів складаються з моментів, обумовлених обертанням електронів біля ядер (*орбітальних моментів*), і з моментів, обумовлених спінами електронів (*спін* характеризує власне або внутрішнє обертання електрона. Відповідний йому момент є *спіном*).

Дослідження показують, що за феромагнетизм відповідають тільки моменти спінів. Останні володіють специфічною немагнітною взаємодією (її також називають спіном). Її сутність зводиться до того, що моменти спінів сусідніх атомів прагнуть розташуватись паралельно або анти-

паралельно один одному. Сила цієї взаємодії залежить від величини моментів, спінів і розташування атому в кристалічній решітці. У феромагнетиків ця взаємодія така велика, що спіни сусідніх атомів встають паралельно один одному, а теплові зіткнення атомів не в змозі зруйнувати це розташування спінів.

Таким чином, залізо спонтанно намагнічене та завжди намагнічене до насичення. Якщо моменти, спінів, паралельні один одному, то сумарний момент – найбільший зі всіх можливих, і більше речовина не може бути намагніченою. У такому разі виникає запитання, чому залізо в звичайному стані зовсім не намагнічене, а якщо і намагнічене, то не до насичення? Відповідь може бути надана термодинамікою.

У тісному зв'язку з другим началом термодинаміки знаходиться принцип мінімуму вільної енергії термодинамічної системи: в умовах постійності температури й об'єму термодинамічна система, переходячи в рівновагу, прагне прийти в стан з мінімальною вільною енергією. Енергія магнітного поля магнетика є частиною вільної енергії тіла. Тому в умовах рівноваги система, через внутрішні мікроскопічні рухи, прагне зайняти стан, за якого у неї не було б магнітного поля. З іншого боку, дія спіна сусідніх атомів прагне намагнітити магнетик до насичення. Як сумістити ці дві протилежні тенденції? Чи можна їх сумістити? Виявляється, можна. У рівновазі весь магнетик розбивається на малі, але макроскопічні області, **домени** (розмірами 1 – 10 мікрон). Кожна така область намагнічена до насичення. Проте відносно один до одного домени намагнічені безладно. Магнітні поля доменів геометрично складаються, а внаслідок безладності їх намагніченості за напрямом середнє сумарне поле магнетика виявляється рівним нулю. Так у даному випадку проявляється принцип мінімуму вільної енергії.

Що ж відбувається, коли магнетик потрапляє в зовнішнє магнітне поле? Зовнішнє поле впливає на магнітні моменти доменів, і магнетик прагне зайняти новий стан рівноваги, в якому він в цілому опиняється намагніченим. Процес цей у міру зростання зовнішнього поля може бути розбитий на три стадії. На першій і другій стадіях спостерігається зростання тих доменів, магнітні моменти яких орієнтовані щодо поля. Розміри ж доменів з моментами, спрямованими проти поля, зменшуються. Перша стадія (дуже малі зовнішні поля) відрізняється від другої тим, що вона зворотна: зі зняттям зовнішнього поля домени відновлюють свої колишні розміри. На третій стадії спостерігається новий процес: магнітні моменти

доменів повертаються за напрямом поля. З подальшим збільшенням індукції зовнішнього поля відбувається впорядкування магнітних моментів окремих іонів (процес насичення, «парапроцес»).

## 4.2. Змінні електричні та магнітні поля

### 4.2.1. Властивості магнітних потоків

Поняття потоку вектора напруженості поля пов'язане з поняттям поверхні. Але якщо силові лінії поля замкнуті, то потік можна пов'язати з контуром. Розглянемо який-небудь контур  $L$  у магнітному полі, лінії якого

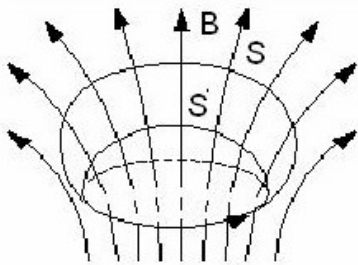


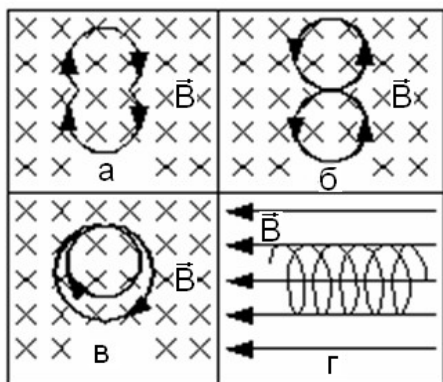
Рис. 4.12. **Визначення потоку вектора напруженості поля**

завжди замкнуті. У думках натягнемо на контур яку-небудь поверхню і для неї визначимо магнітний потік (потік визначається відповідним поверхневим інтегралом, хоча наочно може бути поданий як число силових ліній, що перетинають поверхню). Позначимо потік, пов'язаний з цією поверхнею ( $S$ ), буквами  $\Phi_S$ . Натягнемо тепер на той же контур іншу поверхню ( $S'$ ), з

нею пов'язаний потік  $\Phi_{S'}$  (рис. 4.12). Тоді комбінована поверхня  $S + S'$  є замкнутою поверхнею, пов'язаний з нею потік вектора  $B$  рівний нулю. Остання умова виходить із властивості замкнутості силових ліній: якщо лінія замкнута і пересікає замкнуту поверхню, то вона обов'язково перетне поверхню парну кількість разів, причому так, що, скільки разів увійде до порожнини, обмеженої поверхнею, стільки разів з неї і вийде. Силові лінії, які виходять із замкнутої поверхні, утворюють позитивний потік, а які входять – негативний: сумарний потік рівний нулю.

Потік виражається інтегралом, а інтеграли підкоряються закону адитивності, тому можна записати таку рівність:  $\Phi_{S+S'} = \Phi_S + \Phi_{S'} = 0$ ,  $\Phi_S = -\Phi_{S'}$ . Відомо, що протилежні знаки потоків  $\Phi_S$  і  $\Phi_{S'}$  обумовлені тим, що один з них пов'язаний з вхідними в замкнуту поверхню силовими лініями, а інший – з тими, що виходять.  $\Phi_S = -\Phi_{S'}$ . У результаті приходимо до важливого висновку: магнітний потік, пов'язаний з поверхнею, натягнутою на контур, не залежить від виду поверхні. Якщо це так, то магнітний потік можна однозначно пов'язати з контуром.

Магнітний потік, пов'язаний з контуром, називають *зчепленим з ним*.



**Рис. 4.13. Визначення потоку вектора напруженості поля складних контурів**

Зчепленому з контуром потоку приписується знак згідно з таким правилом: потік вважається позитивним, якщо він пов'язаний з напрямом обходу контуру правилом правого гвинта (із поворотом правого гвинта у напрямі обходу контуру гвинт поступово переміщається у напрямі силових ліній поля). Напрямок обходу контуру вибирається довільно.

Контури можуть мати складну форму. Ця обставина відобразиться на потоці, зчепленому з таким конту-

ром. Приведемо приклади. Допустимо, що в однорідному магнітному полі контур має форму, зображену на рис. 4.13а. Потік, зчеплений з таким контуром, рівний  $2BS$ , де  $S$  – площа однієї «пелюстки». Повернемо нижню пелюстку на  $180^\circ$  і перетворимо контур на «вісімку» (див. рис. 4.13б). Потік, зчеплений з нижньою «пелюсткою», дорівнюватиме  $(-BS)$ , а загальний потік – нулю. Повернемо верхню «пелюстку» біля горизонтальної осі на  $180^\circ$  і перетворимо контур на котушку з двома витками (див. рис. 4.13в). Магнітний потік, зчеплений з таким контуром, стане знову дорівнюватиме  $2BS$ . Допустимо, що котушка складається не з двох, а з  $N$  витків. Потік, зчеплений з нею в однорідному полі, дорівнює:  $\Phi = NBS$ .

#### 4.2.2. Закон електромагнітної індукції

Пригадаємо відомі досліди Фарадея, які ілюструють явище електромагнітної індукції. Якщо постійний магніт всувати в котушку, замкнуту через гальванометр, то гальванометр під час руху магніта покаже наявність струму. Чим швидше всувається магніт, тим сила виниклого струму більша. Можна всувати не магніт у котушку, а котушку в магніт – результат буде той самий (рис. 4.14а). Якщо висувати магніт з котушки, то з'являється струм протилежного напрямку. Якщо всувати магніт у котушку протилежним полюсом, то також з'являється струм протилежного напрямку порівняно з первинним.

Можна добитися появи струму в котушці іншим шляхом: наприклад, поміщаючи поряд з даною котушкою інший контур, яким від зовнішнього

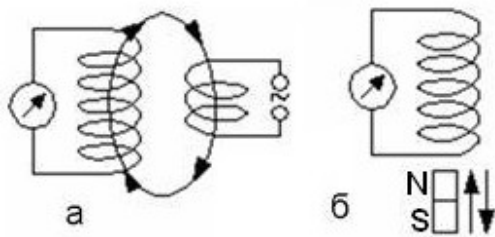


Рис. 4.14. Спрощена модель дослідів Фарадея, які ілюструють явище електромагнітної індукції

джерела струму тече змінний струм (див. рис. 4.14б). Легко помітити загальну межу в усіх варіантах досліду: струм індукції з'являється тоді, коли зчеплений з котушкою магнітний потік змінюється з часом. Струм завжди викликаний електрорушійною силою. Знайдемо закон для *електрорушійної сили індукції*. Розглянемо довільний контур у довільному змінному магнітному полі (див. рис. 4.15).

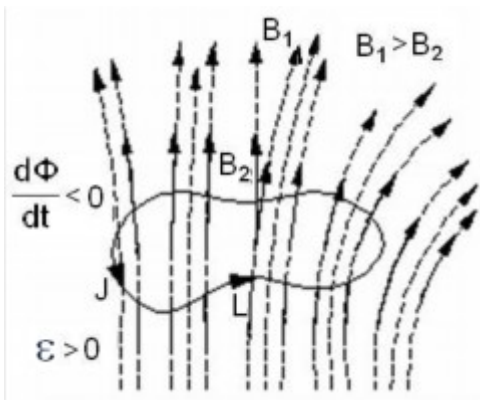


Рис. 4.15. Довільний контур у довільному змінному магнітному полі

Спиратимемося на дослід і виходитимемо з факту, що якщо контур провідний, то в ньому виникає струм. Але якщо магнітний потік, зчеплений з контуром, змінюється, то над контуром (у даному випадку над зарядами носіїв струму в контурі) здійснюється робота проти сил Ампера відповідно до формули:  $\sigma A = -Id\Phi$ . (Знак «мінус» обумовлений тим, що  $\sigma A$  уявляє роботу проти сил Ампера.) Ця робота створює струм,

енергія якого потім виділяється у вигляді джоулевої теплоти:  $\sigma Q = I\epsilon dt$ . Таким чином, можна скласти рівність  $\sigma A = \sigma Q$ , тобто  $\epsilon Idt = -Id\Phi$ . Оскільки згідно дослідом (приведений висновок не можна визнати суто теоретичним), то для е.р.с. індукції виводимо такий закон:

$$\epsilon = d\Phi/dt. \quad (4.17)$$

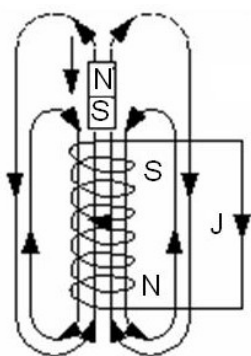
Е.р.с. електромагнітної індукції в контурі дорівнює швидкості зміни магнітного потоку, зчепленого з контуром (закон Фарадея). Знак «мінус» у формулі пов'язаний з правилом визначення напрямку струму (і відповідно е.р.с. індукції).

Правило полягає в такому. Заздалегідь визначається позитивний напрям обходу контуру, пов'язаний з напрямом магнітного потоку, зчеп-

леного з контуром: за позитивний напрям обходу контуру береться той, що вказує обертанню правого гвинта з його поступальним переміщенням  $d\Phi$  уздовж ліній поля. Тоді, якщо  $d\Phi/dt > 0$  (магнітний потік наростає),  $\varepsilon > 0$ ; а якщо  $< 0$  (потік зменшується, як це показано на рис. 4.15), то  $> 0$ . Таким чином, знак е.р.с. зв'язується з напрямом обходу контуру таким чином: якщо  $\varepsilon < 0$ , то струм індукції тече у напрямі обходу контуру; якщо  $> 0$ , то струм тече у зворотному напрямі.

Іншим формулюванням правила визначення напрямку струму індукції слугує *правило Ленца*: у контурі виникає струм такого напрямку, що він своєю магнітною дією перешкоджає причині, що його викликає. Застосуємо правило Ленца до одного з розглянутих спочатку дослідів. Нехай магніт (як показано на рис. 4.16) всовується в котушку, замкнуту на себе. Магнітне поле в котушці скероване вгору, і його індукція збільшується. За правилом Ленца струм індукції усередині котушки створює магнітне поле, спрямоване вниз (перешкоджає наростанню зовнішнього поля). За напрямом індукції цього поля згідно з правилом правого гвинта знаходять напрям індукційного струму. Можна міркувати інакше: струм, який виник, повинен перешкоджати руху магніта; отже, магніт повинен відштовхуватися від котушки. Угорі котушки електромагніту розташується її південний полюс. За напрямом магнітного поля усередині котушки знаходять напрям струму.

Ми ввели закон Фарадея, посилаючись на дослід. Тому необхідно пояснити цей закон і явище електромагнітної індукції. Струм індукції з'являється в двох випадках:



**Рис. 4.16. Застосування правила Ленца, коли магніт всовується в котушку, замкнуту на себе**

а) коли магніт нерухомий, а провідник рухається;

б) провідник нерухомий, а поле змінюється.

Зрозуміло, можливі змішані випадки, але їх пояснення зводиться до перших двох. Розглянемо ці випадки. Допустимо, що в однорідному магнітному полі з постійною швидкістю  $v$  під кутом  $\alpha$  до напрямку поля рухається провідний стрижень, орієнтований перпендикулярно до силових ліній поля. На ко-

жен електрон провідності (стрижень металевий) діє сила Лоренца, спрямована вздовж стрижня. Під дією цієї сили електрони придуть у рух і почнуть накопичуватися на ближньому до нас кінці стрижня. Кінець, який знаходиться якнадалі від нас, втратить електрони, тобто заряджатиме позитивно. Шляхом розділення зарядів з'явиться електричне поле, яке гальмуватиме рух електронів. Нарешті, через малий час напруженість електричного поля зросте настільки, що електрична сила зрівноважить магнітну:  $eE = evB\sin\alpha$ . На кінцях стрижня завдовжки  $l$  виникне різниця потенціалів  $\Delta\phi = El$ . Її можна знайти з рівняння  $eE = evB\sin\alpha$ :  $\Delta\phi = v l B \sin\alpha$ . Такий провідник є своєрідним джерелом струму (якщо його замкнути, то потече струм), і різниця потенціалів  $\Delta\phi$  становить різницю потенціалів на електродах розімкненого джерела струму, тобто електрорушійну силу. Таким чином:  $|\varepsilon| = v l B \sin\alpha$ .

Покажемо, що формула  $eE = evB\sin\alpha$  узгоджується із загальною формулою  $\varepsilon = d\Phi/dt$ . Обмежимося випадком, коли швидкість  $v = dx/dt$ , тоді формулу  $\varepsilon = d\Phi/dt$  можна записати так:  $|\varepsilon| = \frac{d}{dt}(x l B)$ . Але  $S B$  є магнітний потік через площу, яку обкреслює стрижень за час руху. Тоді формулу  $|\varepsilon| = v l B \sin\alpha$  можна подати у вигляді:  $\varepsilon = d\Phi/dt$ . Щодо наведеного пояснення може виникнути запитання: якщо стрижень замкнути, чи буде обумовлений силою Лоренца струм у колі?. Сила Лоренца не здійснює роботи над зарядами. Звідки ж береться енергія на створення струму? Що здійснює роботу над зарядами?

Щоб розібратися, звернемося до моделі провідника: у трубці, заповненій деяким середовищем, знаходяться позитивно заряджені кульки. Трубка рухається з деякою швидкістю в магнітному полі. У даному випадку кульки, рухаючись закругленою траєкторією під дією сили Лоренца, ударятимуться об стінку трубки, яка рухається їм назустріч. Від такого удару кулька відскакуватиме з більшою швидкістю, а отже, і з більшою кінетичною енергією, ніж та, з якою вона падала на стінку. Кульці передає енергію не магнітне поле, а стінка: щоб рухати трубку, до неї потрібно буде докласти зусилля і зробити роботу. Отже, роботу здійснюють зовнішні, сторонні сили, що викликають рух провідника. Сила Лоренца тут виступає в ролі посередника в передаванні енергії від зовнішніх тіл до носіїв струму.

У реальному провіднику носії струму (наприклад, електрони) стикаються не зі стінкою, а з вузлами кристалічної решітки, що рухається їм назустріч. Проте сутність явища та ж: за посередництвом магнітного поля енергія від зовнішніх тіл, які рухають провідник, передається носіям струму. Допустимо, що в однорідне та вісесиметричне змінне поле поміщений провідник у вигляді кільця, співвісного з полем. Такий випадок може бути реалізований за допомогою вісесиметричного широкого електромагніту, магнітне поле в проміжку якого (у його центральній частині) можна вважати однорідним. Потік, зчеплений з кільцем – змінний, і в кільці виникає струм. Якими силами викликаний цей струм? Силами магнітного поля, що діють на вільні заряди провідника, він не може бути викликаний, оскільки ці сили діють тільки на рухомі заряди (тепловий рух не слід враховувати з оглядом на його безладність). Ці сили не можуть провести і роботу над зарядами, якби вони і з'явилися. Кільце ізольоване, і сторонні сили (за визначенням) не діють на нього.

Що ж створює струм? Очевидно, необхідно ввести дещо нове в наші фундаментальні уявлення про поле. Тільки електричне поле в змозі проводити роботу над зарядами. Тому в нашому прикладі необхідно припустити, що струм у кільці викликається електричним полем, яке створюється не зарядами, а зміною магнітного поля. Фактично ми вводимо новий спосіб утворення електричних полів. Така можливість очевидно виходить із закону Фарадея. Обговоримо спочатку характер силових ліній електричного поля, що «вводиться». В області магнітного поля, що змінюється, немає ніяких особливих точок, на яких би лінії починалися і закінчувалися. З цієї причини лінії нового поля (його називають індукційним) замкнуті.

Нагадаємо, що лінії кулонівського поля, що створюється зарядами, навпаки, завжди розімкнені. З причини замкнутості силових ліній індукційного поля воно (як і магнітне) отримало ще одну назву – вихрове. *Вихрове поле* володіє однією важливою особливістю, з якої витікають дуже важливі наслідки: циркуляція такого поля у деяких замкнутих контурах відмінна від нуля. Відносно магнітного поля ця властивість витікає безпосередньо з розглянутої нами теореми про циркуляцію. Те ж можна довести і відносно до індукційного електричного поля, що вводиться. Насправді, допустимо, що контур співпадає з силовою лінією. На силевій лінії  $E_{dl} > 0$ . Отже, інтеграл, який називають *циркуляцією вектора E*,



$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} > 0$ . Навпаки, циркуляція (електростатичного) поля у будь-якому

замкнутому контуру дорівнює нулю. Саме ця обставина дозволяє для електростатичного поля ввести поняття **потенціалу**. Різницею потенціалів

( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) між двома точками поля є криволінійний інтеграл  $\int_1^2 \mathbf{E} d\mathbf{l}$ . Щоб

цей інтеграл становив різницю значень деякої функції координат точок, він не повинен залежати від вибору лінії, що сполучає початкову та кінцеву точки. Це, в свою чергу, має місце лише у разі, коли циркуляція поля у будь-якому контуру дорівнює нулю. Отже, ми приходимо до дуже важливого висновку: індукційне електричне поле – не потенційне, для нього не можна ввести поняття потенціалу.

Продовжимо розглядати приклад. Вісесиметричний характер магнітного поля в прикладі відобразиться на властивостях створюваного індукційного електричного поля. Можна стверджувати, що в нашому випадку електричне поле також вісесиметричне. Це означає, що силові лінії електричного поля є колами, центри яких лежать на осі симетрії.

Розглянемо лінію, яка співпадає з провідним кільцем. Циркуляція вектора  $\mathbf{E}$  на цій лінії обчислюється як  $\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = 2\pi r \mathbf{E}$ . Водночас циркуляція

електричного поля у замкнутому колі струму є роботою поля над одиничним зарядом з його переміщенням у замкнутому контурі. Цю роботу в даному випадку і слід розглядати як е.р.с. індукції, що виникає в кільці, тобто за визначенням  $\varepsilon = 2\pi r \mathbf{E}$ . З іншого боку, за законом Фарадея маємо:

мо:  $|\varepsilon| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(SB)}{dt} = \pi r^2 \frac{dB}{dt}$ . Таким чином, напруженість електричного

поля в межах однорідного магнітного поля змінюється згідно із  $\mathbf{E} = \frac{dB r}{2dt}$ .

На осі симетрії напруженість електричного поля дорівнює нулю.

Далі переглянемо поняття електрорушійної сили та напруги. Раніше е.р.с. джерела струму була визначена як робота сторонніх сил над одиницею заряду шляхом переміщення останнього через джерело, а напруга на ділянці кола визначалася як різниця потенціалів. У світлі закону електромагнітної індукції ці поняття потребують уточнення і зміни. Ми переконалися, що в колі з індукційним струмом сторонніх сил може і не бути. Тому під електрорушійною силою джерела струму слід у загально-

му випадку розуміти суму робіт сторонніх сил і сил індукційного електричного поля у ході перенесення позитивного одиничного заряду через джерело струму.

Переважно має місце щось одне: або за присутні сторонні сили, які створюють е.р.с., або є індукційне джерело, а сторонні сили відсутні. Тоді

е.р.с. джерела визначимо таким чином:  $\varepsilon = \frac{1}{q_L} \int E_{\text{стор.}} dl + \frac{1}{q_L} \int E_{\text{інд.}} dl$ .

У разі індукційного джерела сторонні сили не діють безпосередньо на носії струму. Проте якщо мати на увазі весь ланцюг перетворення енергії, то і в цьому випадку струм створюється за рахунок сторонніх сил. Наприклад, магніт всовується в котушку, замкнуту на себе. У котушці створюється індукційний струм. Звідки береться енергія на утворення струму? Від роботи сторонніх сил, які приводять у рух магніт. І так завжди. У ланцюгах індукційного струму носії струму та сторонні сили розведені.

Якщо мати на увазі цю обставину, то попереднє визначення електрорушійної сили можна було б залишити у силі: е.р.с. індукції дорівнює роботі сторонніх сил, що діють або безпосередньо, або опосередковано на носії струму з розрахунку на одиничний позитивний заряд.

Уточнимо поняття напруги. У колах постійного струму під напругою можна було розуміти різницю потенціалів. За наявності індукційного поля, яке не допускає введення поняття потенціалу, під напругою слід розуміти криволінійний інтеграл  $\int_L E dl$ , обчислений на L ділянці кола, або на-

пругою є робота сил електричного поля над одиничним позитивним зарядом за його переміщенням по даній ділянці кола. Під E тут розуміють напруженість результтивного поля в електричному колі (кулонівського і індукційного).

У формулі  $\varepsilon = \frac{1}{q_L} \int E_{\text{стор.}} dl + \frac{1}{q_L} \int E_{\text{інд.}} dl$  мається на увазі тільки індукційне

поле. Тому поняття е.р.с. і напруги у загальному випадку не співпадають. Але в окремому випадку, коли електричні заряди ніде не збираються і електричне поле в колі є індукційним, е.р.с. і напруга на якійсь ділянці співпадають

Розглянемо далі приклади застосування закону Фарадея.

#### 4.2.2.1. Обертання рамки в магнітному полі

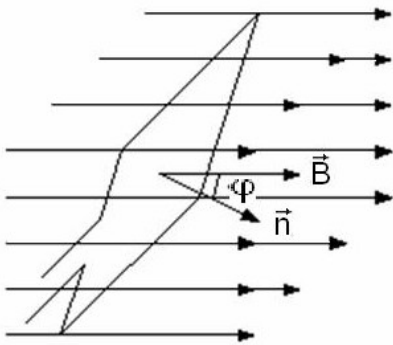


Рис. 4.17. Обертання рамки в магнітному полі

Провідна рамка обертається в однорідному магнітному полі з постійною кутовою швидкістю (рис. 4.17). У рамці наводиться е.р.с. індукції. За принципом працює індукційний генератор струму. Згідно з законом Фарадея е.р.с. у рамці визначають як:

$$\varepsilon = -BS \frac{d\cos\varphi}{dt} = \omega BS \sin\omega t. \quad (4.18)$$

Е.р.с. індукції в рамці змінюється за синусоїдою і пропорційна частоті обертання.

#### 4.2.2.2. Трансформатор

Розглянемо дію трансформатора (рис. 4.18) на холостому ході, коли у вторинне коло трансформатора не включене навантаження.

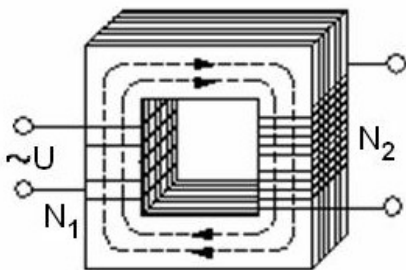


Рис. 4.18. Модель дії трансформатора на холостому ході

Первинна та вторинна обмотки трансформатора мають загальний сердечник. Змінне магнітне поле, зчеплене з обмотками, таке, що майже весь магнітний потік зосереджений в залізному сердечнику. За відсутності зовнішнього навантаження потужність, що виділяється в трансформаторі, близька до 0, тобто близька до 0 сила струму.

Застосуємо до первинного кола закон Ома: сума е.р.с. і напруги в колі дорівнює твору сили струму на опір. Можна вважати, що  $I = 0$ , тому:

$$\varepsilon_{\text{інд1}} + U = 0, \quad U = -\varepsilon_{\text{інд1}} = d\Phi_1/dt = Nd\Phi/dt,$$

де  $\Phi$  – потік, зчеплений з одним витком первинного кола.

Потік, зчеплений з одним витком вторинної обмотки, буде такий самий. Тоді:

$$\varepsilon_{\text{інд1}} = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}, \quad k = \frac{\varepsilon_{\text{інд2}}}{U} = \frac{N_2}{N_1}. \quad (4.19)$$

Таким чином, *коефіцієнт трансформації напруги*, дорівний відношенню напруги у вторинному колі до напруги в первинному колі, визначають як відношення числа витків вторинної обмотки до витків первинної обмотки.

#### 4.2.2.3. Струми Фуко

Якщо залізний сердечник знаходиться в змінному магнітному полі, то в ньому під дією індукційного електричного поля наводяться внутрішні вихрові струми – струми Фуко, що спричиняють його нагрівання. Оскільки е.р.с. індукції завжди пропорційна частоті коливань магнітного поля, то за високої частоти тепловиділення може бути вельми значним. Таке нагрівання феромагнітних матеріалів може бути використане для певної мети. У ряді випадків воно шкідливе, зокрема в трансформаторах. Щоб зменшити струми Фуко (повністю їх усунути неможливо), сердечники трансформаторів набирають з окремих, покритих ізоляційним лаком пластин. Цим досягається розрив ліній струмів Фуко, що і веде до їх зменшення.

#### 4.2.2.4. Скін-ефект (поверхневий ефект)

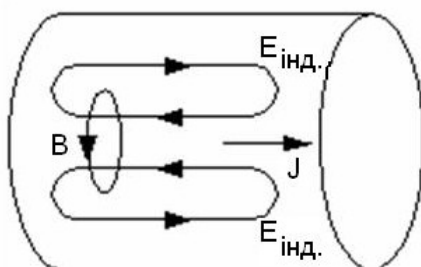


Рис. 4.19. **Модель до визначення скін-ефекту**

Змінний струм, що протікає в дротах, заповнює їх перетин нерівномірно. Щільність струму максимальна поблизу поверхні дроту. Цей ефект пояснюється електромагнітною індукцією. Із змінним струмом усередині дроту зв'язане змінне магнітне поле (рис. 4.19). Перпендикулярно до силових ліній цього поля (тобто вздовж дроту) наводиться індукційне електричне поле, яке, складаючись з полем від зовнішнього дже-

рела, створює нерівномірність в його розподілі на перетині провідника. Зі збільшенням щільності струму поблизу осі провідника індукційне поле спрямоване проти зовнішнього поля і ослабляє його. Поблизу поверхні провідника поля складаються, підсилюючи один одного (рис. 4.19).

#### 4.2.2.5. Бетатрон

Розглянемо роботу індукційного прискорювача електронів. Між полюсами електромагніту, обмотка якого живиться змінним струмом, розміщується вакуумна тороїдальна трубка, виготовлена з діелектрика. У

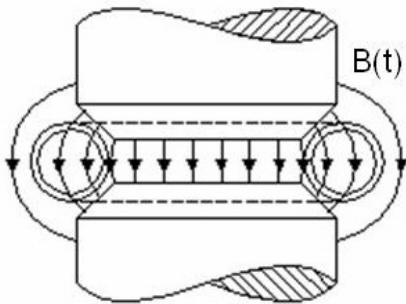


Рис. 4.20. Вивчення роботи індукційного прискорювача електронів

трубці виникає індукційне електричне поле, силові лінії якого представляють кола. Електрони прискорюються електричним полем. Щоб їх прискорення було постійним, вони повинні рухатися по колу постійного радіуса. У магнітному полі довільної конфігурації (якщо навіть воно буде вісесиметричним) електрони так не рухатимуться.

Виникає запитання: яким повинне бути магнітне поле (його конфігурація в просторі), щоб електрони рухалися по колу, прискорюючись (рис. 4.20)? У цьому завданні поєднуються електродинаміка та механіка.

Розв'яжемо задачу так: допустимо, що електрон рухається по колу. Які вимоги ставляться відносно до поля?

Запишемо рівняння руху електрона:  $\frac{m v^2}{2} = e v B,$

( $m a = (-e)[v \times B] + (-e)E$ )  $m \frac{dv}{dt} = eE.$  Закон Фарадея зв'язує характеристика полів  $B$  і  $E$  таким чином:  $2\pi R E = \frac{d}{dt} \left( \int_S B dS \right),$  де  $S$  – площа круга, обмеженого траєкторією електрона. Введемо середню за площею, обмеженою орбітою, індукцію магнітного поля, визначувану формулою  $\langle B \rangle = \int_S B dS / S = \frac{1}{\pi R^2} \int_S B dS.$  Тоді рівняння руху можна записати у вигляді:  $dv/dt = eR \langle \dot{B} \rangle / 2m.$  Точка над буквою означає похідну за часом.

Згідно з рівнянням руху маємо:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{e}{m} R \dot{B}. \quad (4.20)$$

Щоб електрон рухався по колу, індукція магнітного поля на траєкторії повинна задовольняти умові:  $B = \langle B \rangle / 2$ . Магнітна індукція на орбіті повинна дорівнювати половині середнього значення індукції магнітного поля усередині площі, обмеженої орбітою.

### 4.2.3. Коефіцієнти взаємної індукції і самоіндукції

Якщо два контури знаходяться поруч і в одному з них протікає струм, що змінюється за часом, то в іншому контурі наводиться е.р.с. Такий зв'язок контурів характеризується *коефіцієнтом взаємної індукції*

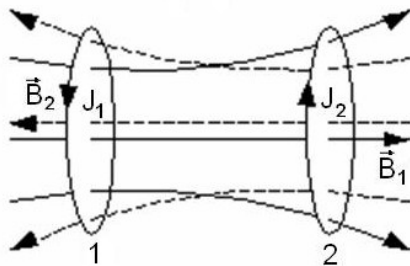


Рис. 4.21. Модель визначення взаємної індуктивності

(взаємною індуктивністю). Магнітний потік, що створюється в другому контурі (рис. 4.21) полем від струму в першому контурі, пропорційний струму:  $\Phi_{21} = M_{21}I_1$ . Коефіцієнт  $M_{21}$  називають *взаємною індуктивністю* другого контура залежно від першого. Аналогічним чином можна визначити взаємну індуктивність першого контура залежно від другого згідно з формулою  $\Phi_{12} = M_{12}I_2$ .

Доведемо, що  $M_{21} = M_{12}$ . Допустимо, що перший контур віддаляється від другого на велику відстань. Для цього над контуром доведеться зробити роботу  $A = I_1\Phi_{12} = I_1M_{12}I_2$ . Припустимо, що другий контур віддаляється від першого також на велику відстань. У цьому випадку довершена робота обчислюється за формулою  $A' = I_2\Phi_{21} = I_2M_{21}I_1$ . Згідно з законом збереження енергії ці роботи рівні, тобто  $I_1M_{12}I_2 = I_2M_{21}I_1$ , отже,  $M_{21} = M_{12} = M$ .

Таким чином, якщо в одному контурі тече змінний струм, то в другому контурі наводиться е.р.с.:  $\varepsilon_2 = -M \frac{dI_1}{dt}$ . Це явище називають *взаємною індукцією*.

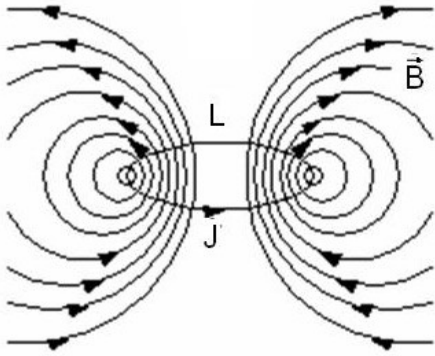


Рис. 4.22. **Випадок відокремленого контуру зі струмом**

Розглянемо відокремлений контур із струмом (рис. 4.22). З ним буде зчеплений потік власного магнітного поля. Цей потік також пропорціональний струму, тобто виконується рівність:  $\Phi = LI$ . Коефіцієнт пропорційності між струмом і потоком власного магнітного поля контуру називають *коефіцієнтом самоіндукції* або *індуктивністю контуру*. Тоді, якщо по контуру тече змінний струм, то в ньому індукується е.р.с., яку називають *е.р.с. самоіндукції*:

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}. \quad (4.21)$$

Таке явище називають *самоіндукцією*. У колах змінного струму слід урахувувати е.р.с. самоіндукції. Е.р.с. самоіндукції доводиться враховувати у випадку замикання і розмикання кіл, у яких протікають струми великої величини: змінні та постійні. Із замиканням кола сила струму наростає. За правилом Ленца е.р.с. самоіндукції буде спрямована так, щоб протидіяти наростанню струму в колі. Ця обставина розтягує встановлення струму на якийсь короткий час. Із розмиканням кола, навпаки, е.р.с. протидіятиме убутанню струму і затягуватиме його «спад». Це означає, що у момент розриву рубильника на повітряному проміжку між електродами на короткий час утворюється велика напруга, яка може привести до пробоя проміжку, тобто появи іскри.

Знайдемо *індуктивність довгого соленоїда з сердечником*. Для цього слід знайти залежність магнітного потоку, зчепленого з соленоїдом, від сили струму. Раніше було показано, що  $B = \mu\mu_0 \frac{N}{l}$ . Отже,

$\Phi = NBS = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} I$ . Звідси  $L = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l}$ . Індуктивність соленоїда пропорціональна магнітній проникності сердечника та квадрату числа витків.

Декілька зауважень з приводу одиниць вимірювань. Магнітний потік у СІ вимірюється у веберах (Вб), у СГС – в максвеллах (Мкс). Співвідношення між вебером і максвелом таке:  $1 \text{ Вб} = 10^8 \text{ Мкс}$ . Індуктивність (взаємна індуктивність) контуру в СІ вимірюється в генрі (Гн), у СГС – в

сантиметрах (см). Формула, що визначає індуктивність контуру, у СГС записується з коефіцієнтом  $1/c = 1/3 \cdot 10^{10} \text{ с/см}$ :  $\Phi = LI/c$ . Знайдемо співвідношення між генрі та сантиметром і тим самим проілюструємо загальний метод знаходження перехідних коефіцієнтів. Запишемо початкові формули у вигляді:  $\frac{\Phi}{\text{Вб}} = \frac{L}{\text{Гн}} \frac{I}{\text{А}}, \frac{\Phi}{\text{Мкс}} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10} \text{ см}} \frac{L}{1_{\text{СГС}}}$ . Поділимо відповідні члени цих формул один на одного й отримаємо:  $\frac{\text{Вб}}{\text{Мкс}} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10} \text{ см}} \frac{\text{Гн}}{1_{\text{СГС}}} \frac{\text{А}}{1_{\text{СГС}}}$ . Звідси  $10^8 = \frac{1}{3 \cdot 10^{10} \text{ см}} \frac{\text{Гн}}{3 \cdot 10^9}, 1 \text{Гн} = 10^9 \text{см}$ .

#### 4.2.4. Енергія магнітного поля

Магнітне поле як фізична система володіє енергією. Енергія є функцією стану системи, а тому енергія магнітного поля повинна виражатися через магнітну індукцію  $B$ . Знайдемо енергію магнітного поля контуру, в якому тече струм, як функцію сили струму. Допустимо, що струм у контурі наростає, наростає і магнітне поле. Водночас зовнішні сили здійснюють негативну роботу (зовнішні тіла віддають енергію магнітному полю), яка виражається відомою нам формулою  $\sigma A = -Id\Phi$ . Ця робота йде на збільшення енергії магнітного поля, тобто  $dW = -\sigma A$ . Повну енергію магнітного поля  $W$  знаходять інтегруванням:

$$W = \int_0^{\Phi} IdA = L \int_0^I Idt = \frac{LI^2}{2}. \quad (4.22)$$

Поле в загальному випадку неоднорідне. Енергія поля зосереджена в полі, і її концентрація в неоднорідному полі в різних точках поля різна: там, де поле сильніше, там більше і сконцентровано енергії. Отже, для характеристики енергії поля потрібно ввести (як це робилося і для електричного поля) поняття щільності енергії поля, тобто енергію поля, що доводиться на одиницю об'єму. У загальному випадку щільність енергії визначається так: допустимо, що в малому об'ємі  $dV$  поблизу даної точки поля сконцентрована енергія  $dW$ , тоді щільність енергії  $w$  визначається співвідношенням:  $w = dW/dV$ , де  $W$  – є функція вектора індукції магнітного поля. Найлегше знайти цю функцію, розглядаючи однорідне поле, наприклад, поле всередині соленоїда. Скористаємося формулою стосовно



соленоїда:  $W = \frac{LI^2}{2} = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{2l} \cdot \frac{I^2 B}{(\mu\mu_0)^2 N^2} = \frac{VB^2}{2\mu\mu_0}$ , де  $V = IS$  – об'єм соленоїда.

Щільність енергії однорідного поля знаходять за формулою:  $w = W/V$ . Отже  $w = B^2 / 2\mu\mu_0$ , тобто щільність енергії магнітного поля пропорційна  $B^2$ , так само як і щільність енергії електричного поля пропорційна  $E^2$ .

#### 4.2.5. Закон повного струму. Струм зсуву

Таким чином, електричне поле створюється двома способами: зарядами (кулонівське поле) та магнітним полем, що змінюється в часі (індукційне поле). Проте дотепер нам був відомий лише один спосіб виникнення магнітного поля за допомогою струму. Але електричне та магнітне поля – складові єдиного електромагнітного поля. Тому природно припустити, що і для магнітного поля існує другий спосіб його виникнення.

Аналогічно з електричним полем можна гіпотетично передбачити і закон, якому задовільнюватиме таке магнітне поле. Якщо відсутні заряди, то електричне поле може виникнути відповідно до закону Фарадея, який можна подати у вигляді  $\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = -d\Phi / dt$ . Якщо відсутні струми, то магнітне

поле, мабуть, може виникнути відповідно до аналогічного закону

$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = -\frac{dN_D}{dt}$  (знак у правій частині рівності поки залишимо невизначеним).

$N_D$  – потік вектора електричного зсуву, зчепленого з контуром. Що відбувається саме так, можна підтвердити іншим чином. Пригадаємо теорему про циркуляцію магнітного поля. Для полів, що створюються постійними струмами, вона виражається рівнянням:  $\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = -\sum_k I_k$ . Праворуч

стоїть сума струмів, зчеплених з контуром, для якого визначається циркуляція вектора  $\mathbf{H}$ .

Що характерне для постійних струмів? Вони завжди замкнуті. Тому в питанні, який струм зчеплений з контуром, а який ні, непорозуміння не може виникати. Інша справа, якщо струм – змінний. Змінний струм може бути і розімкнений. Розглянемо просте коло змінного струму, в яке включений конденсатор (рис. 4.23). У колі змінного струму конденсатор не заважає протіканню струму. Пластини конденсатора постійно перезаряджатимуться. Це означає, що в колі виникне коливальний струм.

Розглянемо який-небудь контур  $L$ , уявно зчеплений зі струмом. Поняття «зчеплення» потрібно уточнити. Очевидно, струм зчеплений контуром, якщо він перетинає поверхню, подумки натягнуту на цей контур. Поняття зчеплення набуває однозначного сенсу, якщо струм перетинає будь-яку поверхню, натягнуту на контур. У нашому випадку такої однозначності немає, оскільки (див. рис. 4.23) струм перетинає поверхню  $S_1$ , але не перетинає поверхню  $S_2$ . Якщо це так, то теорема про циркуляцію стає суперечливою і для змінних струмів повинна бути уточнена. Міркуватимемо формально, слідуючи Дж. Максвеллу, який і ввів вперше додатковий закон утворення магнітних полів.

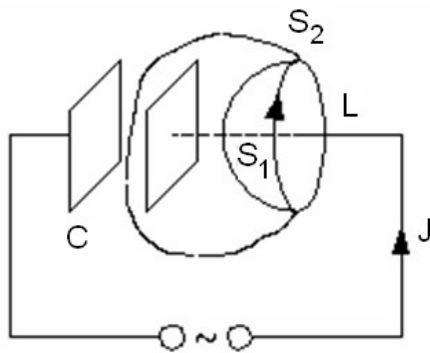


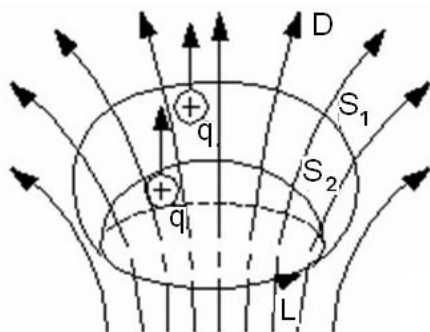
Рис. 4.23. Коло змінного струму, в яке включений конденсатор

Допустимо, що між пластинами конденсатора є якийсь прихований струм, сила якого дорівнює силі струму в провідній частині кола. Дж. Максвелл назвав цей струм *струмом зсуву* (потім з'ясуємо, чому він його так назвав). Тоді струм у колі не матиме розривів, і неоднозначність поняття «зчеплення струму з контуром» зникне. Вираз для циркуляції магнітного поля потрібно записати інакше:  $\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = (I + I_{зс.})_S$ .

Якщо вибирають поверхню  $S_1$ , то беруть до уваги тільки струм  $I$ ; якщо вибирають поверхню  $S_2$ , то враховують тільки струм зсуву  $I_{зс.}$ . Отже, для того, щоб струм був безперервний, повинна виконуватися рівність така  $I = I_{зс.}$ . Між пластинами конденсатора створюється електричне поле, тому струм зсуву потрібно виразити через характеристики поля  $I_{зс.} = dq / dt = d(\sigma S) / dt = dD_S / dt = dN_D / dt$ , тут  $q$  – заряд,  $\sigma$  – щільність заряду на пластині конденсатора. Таким чином, *теорема про циркуляцію вектора напруженості магнітного поля* в загальному випадку (закон повного струму) матиме вигляд:

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = \sum_k I_k + \frac{dN_D}{dt} \quad (4.23)$$

Вона формулюється таким чином: циркуляція вектора напруженості



**Рис. 4.24. У довільному магнітному полі на деякий контур натягнуті дві довільні поверхні**

магнітного поля у довільному контурі дорівнює сумі алгебри струмів провідності та струму зсуву, зчеплених з контуром. Щоб у такому вигляді теорема не була внутрішньо суперечливою, потрібно довести, що сума струмів провідності та струму зсуву, зчеплених з контуром, дійсно безперервна і, отже, повний струм, зчеплений з будь-яким контуром, не залежить від вибору поверхні, натягнутої на цей контур.

Допустимо, що в довільному магнітному полі на деякий контур натягнуті дві довільні поверхні  $S_1$  і  $S_2$  (рис.

4.24). Знак вектора потоку  $D$ , зчепленого з контуром, зв'язується правилом правого гвинта з напрямом обходу контуру  $L$ . Зокрема, з тим напрямом силових ліній, який зображений на рис. 4.24, потік  $D$ , зчеплений з контуром, для поверхонь  $S_1$  і  $S_2$  потрібно вважати позитивним.

Розглянемо замкнуту порожнину, обмежену поверхнею  $S_1 + S_2$ . Відповідно до теореми Гаусса можна записати рівняння  $\int_{S_1+S_2} DdS=q$  де  $q$  –

сума зарядів, що потрапляють в дану порожнину, обмежену поверхнею  $S_1 + S_2$ . Продиференціюємо обидві частини цього рівняння за часом

$$\frac{d}{dt} \left( \int_{S_1+S_2} DdS \right) = \frac{dq}{dt}$$

і перетворимо окремо ліву та праву частини цього рівняння.

Потік вектора  $D$  крізь замкнуту поверхню можна подати так:

$$\int_{S_1+S_2} DdS = \int_{S_1} DdS + \int_{S_2} DdS. \quad (4.24)$$

Лінії векторного поля  $D$  входять у замкнуту порожнину через поверхню  $S_2$ . Вони створюють негативний потік. Якщо розглядати потік, зчеплений з контуром, то, використовуючи правило знаків, його необхідно вважати позитивним.

Вираз  $\int_{S_1+S_2} DdS$  стосовно контуру можна записати як  $w = B^2 / 2\mu_0$ .

Похідна від повного заряду, поміщеного в порожнині, що стоїть у правій

частині  $\frac{d}{dt} \left( \int_{S_1+S_2} DdS \right) = \frac{dq}{dt}$ , показує, на яку величину змінюється заряд у

порожнині за секунду. За рахунок чого може змінюватися заряд у порожнині? Через закон збереження заряду він може змінюватися тільки за рахунок нерівних струмів, які входять і виходять з неї. За рівності цих струмів повний заряд у порожнині залишався б постійним. Причому струми, що входять у порожнину, слід вважати позитивними (вони збільшують заряд у порожнині), а струми, що виходять з неї, – негативними.

Таким чином, рівняння що до  $\frac{dq}{dt}$  можна подати так:

$$\int_{S_1(L)} DdS - \int_{S_2(L)} DdS = -I_{S1} + I_{S2}, \text{ або } [I + ND]_{S1} = [I + ND]_{S2},$$

що і потрібно було довести.

Пояснимо, чому величину  $dN_D / dt$  Дж. Максвелл назвав «струмом зсуву». Чи ховається за цією назвою відповідний йому сенс?

Електричний зсув  $D$  визначається на підставі рівності  $D = \epsilon_0 E + P$ . Струм зсуву в однорідному електричному полі можна виразити як:

$$I_{зс.} = (\epsilon_0 dE / dt + dP / dt) S. \quad (4.25)$$

Вектор поляризації  $P$  становить суму дипольних моментів молекул в одиниці об'єму діелектрика, тобто  $P = \sum d = \sum ql$ , де  $l$  – плече диполя-молекули. Тоді вираз для струму зсуву матиме вигляд:

$$I_{зс.} = \epsilon_0 \frac{dE}{dt} S + \sum q \frac{dl}{dt} S. \quad (4.26)$$

Перший доданок у правій частині ніякого відношення до струму, тобто до руху зарядів, не має. З цим доданком пов'язана поява нового закону для магнітного поля. Другий доданок повинен інтерпретуватися як

струм, обумовлений зв'язаними зарядами. У змінному електричному полі зв'язані заряди випробовують зсуви від їх середніх положень. Вектори  $dl / dt$  є швидкістю таких зсувів. Тому назва цього доданку «струм зсуву» цілком виправдана.

Коли Дж Максвелл заправджував закон, природа електромагнітного поля не була досліджена. Тому він допускав, що і перший доданок становить якийсь прихований від прямого вимірювання струм зсуву. Сьогодні природа поля з'ясована, і стало ясно, що перший доданок у вказаному рівнянні для  $I_{зс}$  можна назвати «струмом» лише формально. За рядом розрахункових міркувань таку назву, не додаючи їй прямого фізичного сенсу, доцільно зберегти, що в електротехніці і відбувається. З цієї ж причини вектор  $D$ , що входить у вираз для струму зсуву, називають *вектором електричного зсуву*.

### Контрольні запитання

1. Що таке магнітний диполь?
2. Сформулюйте теорему про циркуляцію магнітного поля.
3. Сформулюйте теорему про циркуляцію магнітного поля в речовині.
4. Поясніть поняття «ферромагнетизм».
5. Поясніть властивості магнітних потоків.
6. Поясніть закон електромагнітної індукції
7. Поясніть поняття «коефіцієнт взаємної індукції».
8. Як визначається енергія магнітного поля?
9. Запишіть закон повного струму.
10. Що таке струм зсуву?
11. Поясніть поняття «діамагнетики» та «парамагнетики».
12. Поясніть закон Біо – Савара – Лапласа.
13. Поясніть закон Ампера.
14. Поясніть поняття «циркуляція вектора напруженості магнітного поля».
15. Сформулюйте закон повного струму.
16. Поясніть поняття «магнітне поле» у вакуумі та речовині.
17. Як визначають роботу над контуром із струмом?
18. Що називають вектором електричного зсуву?

## Розділ 5. Коливання та хвилі

*Мета:* розглянути основні поняття і закони сучасної фізики з розділів коливання та хвилі.

*Основні питання*

5.1. Коливання.

5.2. Хвильові процеси.

5.3. Електромагнітні коливання та хвилі.

*Ключові слова:* коливальний рух; хвилі; енергія коливання, електромагнітні коливання та хвилі; акустичні хвилі; поляризація хвилі.

### 5.1. Коливання

#### 5.1.1. Коливальний рух

**Коливальним рухом**, або коливаннями, називають процеси, які в тій чи іншій мірі повторюються з часом. Залежно від фізичної природи коливального процесу коливання можуть бути: *механічні; електромагнітні; електромеханічні*. Залежно від характеру впливу на коливну систему розрізняють коливання: вільні (або власні), вимушені, автоколивання, параметричні.

*Вільними* (або власними) називають коливання, якщо вони відбуваються за рахунок первісно повідомленої енергії, без подальшого зовнішнього впливу на коливальну систему.

*Вимушеними* називають коливання, які відбуваються під дією зовнішньої сили, яка змінюється за будь-яким законом.

*Автоколивання* – коли система сама управляє зовнішнім впливом.

Під час *параметричних* коливань за рахунок зовнішнього впливу відбувається періодична зміна будь-якого параметра системи.

Але різні коливальні процеси описуються однаковими характеристиками й однаковими рівняннями. Тому доцільно, вивчаючи всі коливальні процеси, використовувати загальні властивості коливань.

Якщо повторюваність відбувається за один і той же проміжок часу  $T$ , то рух називають *періодичним*, а час  $T$  – *періодом*. За період здійснюється одне повне коливання.

*Частота коливань*  $\nu = 1/T$  – число повних коливань за одиницю часу.

Рівняння коливання описує залежність зміщення тіла  $x$  з положення рівноваги  $x_0$  від часу  $t$ .

*Гармонічним* називають коливання, рівняння якого описується функцією синуса або косинуса від часу:

$$x = A \cdot \cos(\omega t + \alpha), \quad (5.1)$$

де  $x$  – зміщення від положення рівноваги;

$A$  – амплітуда коливань (максимальне зміщення);

$\omega$  – циклічна частота;

$\alpha$  – початкова фаза ( $t = 0$ );

$\omega t + \alpha$  – фаза коливань.

Зв'язок періода  $T$  і частоти  $\nu$  через циклічну частоту  $\omega$  має вигляд  $\omega T = 2\pi$ ,  $T = 2\pi / \omega$ ,  $\nu = 1/T = \omega / 2\pi$ .

Одиниця виміру частоти – герц (Гц). Це частота періодичного процесу, за якого за 1 секунду відбувається один цикл коливань. Якщо рух тіла спричиняється пружною силою, або квазіпружною силою (величина сили пропорційна зміщенню тіла зі стану рівноваги), то такі коливання будуть також гармонічними. Це є динамічне визначення гармонічних коливань.

Способи зображення гармонічних коливань:

1) аналітичний – за допомогою рівнянь виду (5.1);

2) графічний – за допомогою графіка  $x = f(t)$ . На горизонтальній осі відкладаємо  $\omega t$  або  $t$  (тобто час), а на вертикальній осі – зміщення точки в даний момент часу;

3) метод векторних діаграм;

4) експоненціальна форма запису гармонічного коливання – за допомогою комплексного числа. В основу цього способу покладено формулу Ейлера для комплексних чисел.

### 5.1.2. Пружинний маятник

**Пружинний маятник** є тілом, яке підвішене на пружині, масою якої, порівнюючи з масою тіла  $m$ , можна знехтувати (рис. 5.1). Створимо зовнішньою силою  $\vec{F}$  зміщення маятника зі стану рівноваги  $\vec{x}$ . Напрямок

сили  $\vec{F}$  буде співпадати з напрямком прискорення маятника  $\frac{d^2\vec{x}}{dt^2}$ . У протилежному напрямку будуть діяти пружна сила  $\vec{F}_n$  і сила опору  $\vec{F}_{оп}$ . Величина пружної сили  $F_n = kx$ , де  $x$  – величина зміщення тіла зі стану рівноваги,  $k$  – жорсткість пружини, а сила опору дорівнює  $\vec{F}_{оп} = -\zeta \frac{d\vec{x}}{dt}$ , де  $\zeta$  – коефіцієнт опору. Лінійна залежність пружної сили від зміщення виконується лише для малих амплітуд коливань, коли виконується закон Гука. Рівняння другого закону Ньютона для тіла тепер має вигляд  $m \frac{d^2\vec{x}}{dt^2} = \vec{F} + \vec{F}_n + \vec{F}_{оп}$ .

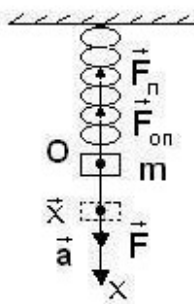


Рис 5.1. Пружинний маятник

Усі сили  $\vec{F}$ ,  $\vec{F}_n$ ,  $\vec{F}_{оп}$ , що діють на тіло та вектор прискорення  $\vec{a} = \frac{d^2\vec{x}}{dt^2}$ , лежать на одній прямій. Тому, взявши напрямок прискорення за додатний, запишемо рівняння в алгебраїчній формі  $m \frac{d^2x}{dt^2} = F - F_n - F_{оп}$ . Далі підставимо значення сил і запишемо рівняння у канонічній формі:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f, \quad (5.2)$$

де  $f = F/m$ ;

$\omega_0^2 = k/m$  – власна частота (частота вільних незгасаючих коливань);

$\gamma = \zeta/2m$  – коефіцієнт згасання коливань.

Період вільних незгасаючих коливань:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Він залежить від маси тіла  $m$  і жорсткості пружини  $k$ .



### 5.1.3. Математичний і фізичний маятники

**Математичний маятник** – це точкове тіло маси  $m$ , підвішене на нерозтяжному підвісі  $L$  (рис 5.2.), розмірами якого, порівнюючи з довжиною підвісу, можна знехтувати. Маса підвісу значно менша маси тіла  $m$  і нею також можна знехтувати.

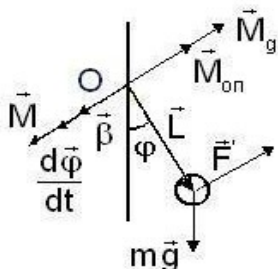


Рис 5.2. Математичний маятник

Коливання описуються кутом відхилення тіла від положення рівноваги –  $\varphi$ , кутовою швидкістю  $\frac{d\varphi}{dt}$  і кутовим при-

скоренням  $\vec{\beta} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$ . Вектор  $\vec{L}$  задає точку

прикладання сил. Коливання здійснюються в загальному випадку під дією моменту  $\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}]$  зовнішніх сил  $\vec{F}$ , моменту сили тяжіння  $\vec{M}_g = [\vec{L} \cdot m\vec{g}]$

і моменту сил опору  $\vec{M}_{оп} = -\zeta \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ , де  $\zeta$  – коефіцієнт опору. Вектори

моментів сил  $\vec{M}$ ,  $\vec{M}_g$ ,  $\vec{M}_{оп}$  і кутового прискорення  $\vec{\beta}$  лежать на осі обертання, яка перпендикулярна площині коливання та проходить через центр обертання  $O$ . Величину моменту сили тяжіння можна записати у вигляді  $M_g = mgL \sin \varphi$ . Для малих кутів  $\varphi$  маємо  $\sin \varphi \approx \varphi$  і  $M_g = mgL\varphi$ .

Такі коливання називають *малими*. За другим законом Ньютона для обертального руху маятника рівняння коливань можна записати так

$J \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} = \vec{M} + \vec{M}_g + \vec{M}_{оп}$ , де  $J = mL^2$  – *момент інерції точкового тіла*. Вектори

$\vec{\beta} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$ ,  $\vec{M}$ ,  $\vec{M}_g$ ,  $\vec{M}_{оп}$  лежать на одній прямій, а тому, взявши напрямок ку-

тового прискорення за додатний, наведене векторне рівняння запишемо

в алгебраїчній формі  $J \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \zeta \frac{d\varphi}{dt} + mgL\varphi = M$  і остаточно в канонічному

вигляді:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\gamma \frac{d\varphi}{dt} + \omega_0^2\varphi = M/J, \quad (5.3)$$

де  $\gamma = \frac{\zeta}{2J}$  – коефіцієнт згасання коливань,  $\omega_0^2 = \frac{mgL}{J} = \frac{g}{L}$ ,  $\omega_0$  – частота вільних незгасаючих коливань, або частота власних коливань маятника.

**Фізичним маятником** називають тверде тіло, що здійснює під дією сили тяжіння коливання навколо горизонтальної осі підвісу, що не проходить через центр мас тіла.

Якщо фізичний маятник відхилено з положення рівноваги на деякий кут  $\alpha$ , то момент поворотальної сили  $M = J\varepsilon = J\ddot{\alpha}$ . З іншого боку, за малих кутів  $M = F_\tau l = -mgl \sin \alpha \approx -mgl\alpha$ , де  $J$  – момент інерції маятника відносно осі, що проходить через точку підвісу  $O$ ;  $l$  – відстань між точкою підвісу і центром мас  $C$  маятника;  $F_\tau = -mg \sin \alpha$  – поворотальна сила. За малих коливань фізичний маятник здійснює гармонічні коливання за законом

$$(5.1) \text{ з циклічною частотою і періодом } \omega = \sqrt{\frac{mg l}{J}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mg l}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}},$$

$L = \frac{J}{ml}$  – приведена довжина фізичного маятника.

#### 5.1.4. Характеристики вільних згасаючих коливань

*Загасанням коливань* називають поступове ослаблення коливань з перебігом часу, обумовлене втратою енергії коливальною системою. Загасання викликається: механічних коливань – головним чином тертям; в електричних коливальних системах – тепловими втратами, втратами на випромінювання електромагнітних хвиль, а також тепловими втратами в діелектриках і ферромагнетиках внаслідок електричного і магнітного гистерезиса.

Вільні згасаючі коливання мають своїми характеристиками такі: час релаксації; кількість повних коливань за час релаксації; декремент згасання; логарифмічний декремент згасання; добротність коливальної системи. *Час релаксації*  $\tau$  – це час, за який амплітуда коливання зменшується в  $e$  разів:  $\varphi_0(t) = A \exp(-\beta t) \Rightarrow e = \varphi_0(t)/\varphi_0(t+\tau) = \exp(\beta\tau) \Rightarrow \tau = 1/\beta$ . За час релаксації система здійснить  $N_e = \tau/T = 1/(\gamma T)$  повних коливань. *Декрементом загасання* є відношення амплітуд  $\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{-\delta T}$ . Його логарифмічний декремент  $\delta = \gamma$ .

рифм  $\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N}$  називають *логарифмічним декрементом загасання*. Тут  $N$  – число коливань, що здійснюються за час зменшення амплітуди в  $e$  раз.

*Добротність* коливальної системи, за визначенням, є  $Q = \frac{2\pi E(t)}{A_T}$ ,

де  $E(t)$  – енергія системи в час  $t$ ,  $A_T = E(t) - E(t+T)$  – робота системи проти сил опору за період  $T$ . Приймавши до уваги, що енергія пропорційна квадрату амплітуди, можемо записати вираз для добротності у вигляді:

$$Q = \frac{\pi}{\gamma T} = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e .$$

Таким чином, добротність пропорційна числу коливань, що здійснюються за час зменшення амплітуди в  $e$  раз.

### 5.1.5. Вимушені коливання. Явище резонансу

Якщо коливальну систему вивести зі стану рівноваги, то в ній виникнуть вільні коливання, частота яких не залежить від амплітуди. Через витрати енергії вільні коливання завжди будуть згасаючими. Причиною згасаання коливань є сила тертя, яка виникає під час руху маятника. Щоб коливання не згасли, необхідно, щоб у коливальну систему завжди надходила енергія ззовні. Якщо енергії недостатньо, щоб відновити витрати на тертя, то амплітуда маятника буде зменшуватися, доки коливання не усталяться. Під час усталених коливань втрати енергії системи дорівнюють енергії, яка надходить у систему. Якщо енергії надходить більше, ніж витрачається на тертя, то амплітуда коливань буде збільшуватись. Однак із збільшенням амплітуди будуть збільшуватись і витрати енергії. Тому через деякий час коливання знов усталяться – маятник знову буде коливатися зі сталою амплітудою, тільки більшою ніж за слабого розгойдування.

*Вимушені коливання* маятника – це коливання, які відбуваються під дією зовнішньої періодичної сили. Для фізичного маятника це може бути сила, що створює момент сили  $\vec{M} = \vec{M}_0 \cos \Omega t$ , де  $\vec{M}_0$  – амплітуда і  $\Omega$  – частота. Рівняння вимушених коливань для періодичної примусової сили

має вигляд  $\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\gamma \frac{d\varphi}{dt} + \omega_0^2\varphi = \frac{M_0}{J} \cos\Omega t$ . Розв'язок цього рівняння можна знайти з розв'язку іншого рівняння (це неоднорідне диференціальне рівняння в загальному вигляді):

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2x = \frac{M_0}{J} e^{i\Omega t}, \quad (5.4)$$

де  $\varphi$  є дійсною частиною комплексної функції часу  $x(t) = \varphi(t) + i \cdot y(t)$ :  $\varphi = \text{Re}(x)$ .

Рішенням цього рівняння буде сума загального розв'язку однорідного рівняння і окремого розв'язку неоднорідного.

Механічний *резонанс* – це явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань, коли частота примусової сили  $\Omega$  наближається до резонансної частоти  $\Omega_{\text{рез}}$  – це частота, на якій досягається максимум амплітуди. Графік залежності амплітуди вимушених коливань від частоти називають *резонансною кривою*.

Механічний резонанс для швидкості – це явище різкого зростання амплітуди швидкості вимушених коливань. Можна показати, що це явище настає тоді, коли частота зовнішньої сили  $\Omega$  наближається до резонансної  $\Omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ .

Явище резонансу можна спостерігати там, де є коливання під дією зовнішньої періодичної сили. У ряді випадків резонанс може бути небезпечним, і таких прикладів можна навести багато. Принцип резонансу закладений в основу дії вимірювача частоти.

## 5.1.6. Енергія коливання

### 5.1.6.1. Енергія гармонічного коливання

Повна енергія  $E$  механічного гармонічного коливання тіла як сума його кінетичної і потенціальної енергій – величина стала. Це зумовлює перетворення під час руху одного виду енергії на інший. Наприклад, для пружинного маятника маси  $m$  зміщення із стану спокою в час  $t$  дорівнює  $x = A \cos(\omega t + \alpha)$  зі швидкістю  $V_x = -A\omega \sin(\omega t + \alpha)$ .

Механічна енергія буде  $E = E_n + E_k = \frac{mV_x^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$ . Під час коливального руху кінетична енергія тіла змінюється від найбільшого значення, яке вона має в момент проходження стану рівноваги, до нуля в крайніх точках.

Потенціальна енергія, навпаки, має максимальне значення в крайніх точках і дорівнює нулю в стані рівноваги. Оскільки повна механічна енергія залишається сталою в будь-який момент часу, то під час коливань потенційна енергія періодично перетворюється на кінетичну, і навпаки.

Величина  $E$  дорівнює максимальному значенню потенціальної енергії  $E = \frac{kA^2}{2}$  або максимальному значенню кінетичної енергії  $E = \frac{m(\omega_0 A)^2}{2}$ , тобто є пропорційним  $A^2$ .

#### 5.1.6.2. Енергія згасаючих коливань

У реальних коливальних системах за рахунок зміни енергії коливального руху виконується робота проти сил тертя й опору. Тому з часом амплітуда вільних коливань  $Ae^{-\gamma t}$  зменшується. Коли ж запас енергії вичерпується, коливання припиняються. Усі вільні коливання згасаючі, тому вони не гармонічні. Проте, якщо сили тертя набагато менші за сили пружності, або  $\omega_0 \gg \gamma$ , то затухаючі коливання можна наближено вважати гармонічними з власною частотою  $\omega_0$ . Тому у виразі для швидкості  $V_x = -Ae^{-\gamma t}[\omega \sin(\omega t + \alpha) + \gamma \cos(\omega t + \alpha)]$  можна обмежитись значенням  $V_x = -Ae^{-\gamma t}\omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha)$ .

За час релаксації  $\tau$  потенційна енергія маятника зменшиться до  $E_n = \frac{kA^2}{2}e^{-2\gamma\tau} \cos^2(\omega_0 t + \alpha)$ , а кінетична до  $E_k = \frac{m(\omega_0 A)^2}{2}e^{-2\gamma\tau} \sin^2(\omega_0 t + \alpha)$ .

Повна механічна енергія у реальних коливальних системах становитиме  $E = E_n + E_k = \frac{kA^2}{2}e^{-2\gamma\tau} = \frac{m(\omega_0 A)^2}{2}e^{-2\gamma\tau}$ .

Таким чином, повна механічна енергія буде загасати за експоненціальним законом.

### 5.1.6.3. Вимушені коливання

Якщо примусова сила змінюється за законом гармонічних коливань  $F = F_0 \cos \Omega t$ , то зумовлені нею усталені вимушені коливання  $x = A(\Omega) \cos(\Omega t - \alpha)$  – гармонічні тому, що з часом вільні згасаючі коливання припиняються, а вимушені набувають гармонічного характеру. Запишемо повну механічну енергію через максимальну кінетичну енергію:

$$E = \frac{mV_{x,\max}^2}{2} = \frac{m(\Omega A)^2}{2} = \frac{m}{2} \cdot \frac{\Omega^2 (F_0 / m)^2}{(\Omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\gamma\Omega)^2}.$$

Використання цієї формули надає можливість розрахувати повну механічну енергію вимувених коливань.

### 5.1.6.4. Явище резонансу

Із зміною частоти  $\Omega$  зовнішньої сили змінюється амплітуда вимувених коливань. Якщо частота  $\Omega$  наближається до частоти вільних коливань системи  $\omega_0$ , то амплітуда вимувених коливань збільшується, досягаючи максимуму, коли  $\Omega = \omega_0$ . Механічна енергія становитиме:

$$E = \frac{1}{2m} \cdot \frac{F_0^2}{(2\gamma)^2} = \frac{1}{2m} \cdot \frac{F_0^2}{(2\frac{k}{2m})^2} = \frac{1}{2m} \cdot \frac{F_0^2}{(\frac{k}{m})^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{mF_0^2}{k^2}.$$

З подальшим збільшенням частоти  $\Omega$  амплітуда вимувених коливань зменшується. Під час резонансу в системі з малим тертям амплітуда коливань може досягнути великого значення навіть тоді, коли зовнішня сила мала, але діє досить довго. Тут збільшується енергія вимувених коливань, що може призвести до руйнації коливальної системи.

## 5.2. Хвильові процеси

У середовищі частинки зв'язані між собою силами взаємодії. Періодичне невелике зміщення деякої частинки середовища зі стану

рівноваги викликає зміщення сусідніх частинок, тобто коливання однієї з таких частинок викликає вимушені коливання інших.

Процес розповсюдження коливань у середовищі із деякою швидкістю  $V$  називають **хвилею**.

Якщо зміщення частинок  $\xi$  від положення рівноваги перпендикулярне швидкості  $V$ , то така хвиля є **поперечною**, а якщо  $\xi$  паралельне  $V$  – хвиля **повздовжня**.

*Швидкість хвилі* залежить від сили взаємодії між частинками середовища – чим більша сила взаємодії, тим більша швидкість хвилі.

Для твердого тіла виконується таке співвідношення  $V = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ , де  $E$  – модуль Юнга,  $\rho$  – густина речовини.

Для повітря (газу)  $V = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}} = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}$ , де  $\gamma$  – стала адіабати,  $R$  – універсальна газова стала,  $T$  – температура,  $\mu$  – маса моля речовини,  $\rho$  – густина повітря (газу),  $P$  – тиск газу.

Наведемо деякі визначення характеристик хвильового процесу:

*хвильовий фронт* – геометричне місце точок середовища, до яких дійшли коливання;

*плоска хвиля* – це хвиля, у якої хвильовий фронт є нескінченною площиною;

*сферична хвиля* – це хвиля, у якої хвильовий фронт є сферою;

*циліндрична хвиля* – це хвиля, у якої хвильовий фронт обмежений скінченною площиною;

*промінь* – уявна крива, дотична до якої визначає напрямок розповсюдження коливань.

*Рухомою хвилею* називають хвилю, яка переносить у просторі енергію. Перенесення енергії кількісно характеризується вектором густини потоку енергії (вектор Умова). Прикладами рухомих хвиль є плоска і сферична хвилі.

*Хвильовим фронтом* називають геометричне місце точок, до яких доходять коливання до певного моменту часу  $t$ .

*Хвильова поверхня* – це геометричне місце точок, що коливаються в однаковій фазі.

### 5.2.1. Рівняння хвилі, фаза та фазова швидкість

Рівняння хвилі, що поширюється в додатному напрямкові  $Ox$ , описує величину відхилення у матеріальній точці від положення рівноваги з координатою  $x$  в момент часу  $t$  і має вигляд:

$$y = A \cos(\omega t - kx + \alpha), \quad (5.5)$$

де  $k = \frac{\omega}{V} = \frac{2\pi}{\lambda}$  – хвильове число.

Рівняння плоскої хвилі має вигляд  $\xi = A \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha)$ , де  $\vec{k} = k\vec{n}$  – хвильовий вектор,  $k = \omega/V$  – хвильове число,  $\vec{n}$  – одиничний вектор нормалі до хвильового фронту.

За визначенням, *довжина хвилі* – це відстань, на яку поширюється хвиля за період коливань  $T$ :  $\lambda = VT$ . Довжина хвилі  $\lambda$  є періодом просторового розподілу коливань частинок середовища.

Якщо коливання поширюються в зворотному напрямі, то  $x$  замінюємо на  $-x$  і рівняння зворотної хвилі матиме вигляд  $y = A \cos(\omega t + kx + \alpha)$ . Величина  $\Phi(t) = \omega t - kx + \alpha$  є *фазою хвилі* а  $\Phi(t=0) - kx + \alpha$ . Це *початкова фаза*.

Визначимо величину, яку називають швидкістю розповсюдження фази коливань, або *фазовою швидкістю* (це є швидкість поширення фіксованою фази хвилі):  $V_\phi = \frac{dx}{dt} = \frac{k}{\omega} = V$ . Вона за величиною дорівнює швидкості хвилі.

### 5.2.2. Енергія та інтенсивність хвилі

Якщо хвиля  $\xi = A \cos(\omega t - kx + \alpha)$  поширюється в пружному середовищі, то його частинки мають кінетичну  $W_k$  і потенціальну  $W_n$  енергії. Одиниця об'єму має кінетичну енергію  $W_k = \rho V_c^2 / 2$  і потенціальну  $W_n = E \varepsilon^2 / 2$ , де  $V_c = \frac{\partial \xi}{\partial t} = -A \omega \sin(\omega t - kx + \alpha)$  – швидкість частинок, а  $\varepsilon = \frac{\partial \xi}{\partial x} = -A k \sin(\omega t - kx + \alpha)$  – відносне зміщення частинок,  $E$  – модуль Юнга. Квадрат хвильового числа, визначений через величину швидкості



тіла у твердому тілі, можна записати у вигляді  $k^2 = \left(\frac{\omega}{V}\right)^2 = \omega^2 \frac{\rho}{E}$ . Ураховавши це, отримаємо повну енергію одиниці об'єму пружного середовища (густину енергії) у вигляді  $W = W_k + W_n = A^2 \omega^2 \rho \sin^2(\omega t - kx + \alpha)$ . Середнє за період  $T$  значення повної енергії  $\langle W \rangle$  визначається середнім значенням  $\sin^2(\omega t - kx + \alpha)$ , яке дорівнює  $1/2$  і тоді  $\langle W \rangle = A^2 \omega^2 \rho / 2$ .

*Інтенсивністю хвилі* називають кількість енергії, яка проходить через одиничний поперечний переріз за одиницю часу  $I = \frac{\Delta W}{\Delta S_n \Delta t}$ , де  $\Delta W$  – енергія, яка проходить через поперечний переріз  $\Delta S_n$  за час  $\Delta t$ . За час  $\Delta t$  через  $\Delta S_n$  пройде енергія  $\Delta W$ , яка міститься в об'ємі  $\Delta V = \Delta S_n \Delta l = \Delta S_n V \cdot \Delta t$  і дорівнює  $\Delta W = \langle W \rangle \Delta S_n V \cdot \Delta t$ , причому  $I = \frac{1}{2} A^2 \omega^2 \rho V$ .

### 5.2.3. Інтерференція хвиль. Ефект Доплера

*Когерентними* називають дві хвилі, частоти яких співпадають  $\omega_1 = \omega_2$ , а різниця фаз  $\delta(t) = \Phi_1 - \Phi_2$  за період змінюється менше ніж на  $\pi$ . Надалі розглядатимуться когерентні хвилі з  $\delta = \text{const}$ .

На кожную частинку середовища, до якої приходять дві або кілька хвиль, діють пружні сили, викликані коливаннями, що приносять ці хвилі. Взаємодія когерентних хвиль призводить до перерозподілу їх енергії в просторі. Це явище називають *інтерференцією хвиль*.

Нехай в деякій точці середовища взаємодіють дві когерентні хвилі. Результат взаємодії можна визначити через додавання в цій точці двох коливань одного напрямку. Математично це виражається у вигляді  $\xi = \xi_1 + \xi_2$ , де  $\xi_1 = a_1 \cos(\omega t - kx_1 + \alpha_1)$ ,  $\xi_2 = a_2 \cos(\omega t - kx_2 + \alpha_2)$ , причому  $\xi = A \cos(\omega t + \alpha)$ , і де  $A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos \delta$ . Величина  $\delta = k(x_2 - x_1) + \alpha_1 - \alpha_2$  є *різниця фаз* хвиль,  $x_1, x_2$  – шлях, який пройшли коливання в середовищі.

Для інтенсивності коливання виконується  $I \sim A^2$ , і можна записати  $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos \delta$ . У цьому виразі доданок  $2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos \delta$  називають інтерференційним членом. Як видно з виразу для амплітуди результтивного коливання, з додаванням когерентних хвиль, залежно від  $\delta$ , може виникнути підсилення та послаблення інтенсивності.

Можливі два випадки, характерні для інтерференції. Нехай  $\alpha_2 = \alpha_1$ , тоді  $\Delta x = x_2 - x_1$  – різниця ходу хвиль, причому  $\delta = 2\pi\Delta x / \lambda$ .

Якщо  $\delta = 2n\pi$ , то  $\cos\delta = 1 \Rightarrow 2\pi\Delta x / \lambda = 2n\pi \Rightarrow \Delta x = n\lambda$ , а результівна амплітуда дорівнює  $A = a_1 + a_2$ , і спостерігається *максимум інтенсивності*. Таким чином, за умови інтерференції максимум виникає, якщо різниця ходу когерентних хвиль дорівнює цілому числу довжин хвиль  $\Delta x_{\max} = n\lambda$ .

Якщо  $\delta = 2n\pi + \pi$ , то  $\cos\delta = -1 \Rightarrow 2\pi\Delta x / \lambda = (2n+1)\pi \Rightarrow \Delta x = (2n+1)\lambda / 2$ , а результівна амплітуда дорівнює  $A = |a_1 - a_2|$ , і спостерігається *мінімум інтенсивності*. Мінімум інтерференції виникає, якщо різниця ходу когерентних хвиль дорівнює напівцілому числу довжин хвиль  $\Delta x_{\min} = (2n+1) \cdot \lambda / 2$ . Числа ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) називають *порядком інтерференційного максимуму або мінімуму*.

**Ефектом Допплера** називають зміну частоти коливань, що приймається приймачем, під час руху джерела цих коливань і приймача один щодо одного.

В акустиці ефект Допплера проявляється як підвищення тону під час наближення джерела звуку до приймача та пониження тону звуку під час віддалення джерела від приймача.

#### 5.2.4. Акустичні хвилі

**Акустичні хвилі** – це хвилі з частотами від 16 Гц до 20 000 Гц, які викликають у людини слухові (звукові) відчуття. Хвилі з  $\nu < 16$  Гц – *інфразвукові*, а хвилі з  $\nu > 20000$  Гц – *ультразвукові*. *Звукові шуми* – це акустичні хвилі з неперервним спектром. *Музикальні (тональні) звуки* – акустичні хвилі з лінійчастим спектром. Кожна синусоїдальна хвиля є звуковим тоном, а тон із найменшою частотою  $\nu_0$  – основним; тони з  $\nu > \nu_0$  – обертонами; якщо  $\nu$  кратні  $\nu_0$  – обертони будуть гармонічними (перша, друга і т. д. гармоніки). *Тембр звуку* визначається набором обертонів – їх частотами та амплітудами. *Мірою сили* слухового відчуття є гучність звуку, яка залежить від його інтенсивності та частоти. *Порогом чутності* називають ту мінімальну інтенсивність звуку  $I_0$ , за якого звук сприймається органами слуху. Стандартний поріг чутності  $I_0^* = 10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup> якщо  $\nu = 1000$  Гц. *Порогом больового відчуття* є та мінімальна

інтенсивність звуку  $I_{\text{пор}}$ , за якої сприймання звуку органами слуху не викликає больового відчуття.

**Інтенсивність плоскої звукової хвилі** – це кількість енергії, що проходить за одиницю часу через одиничну плоску поверхню перпендикулярно напрямкові поширення хвилі і може бути подана у вигляді:

$$I = \frac{1}{2} A \rho \omega^2 V,$$

де  $\rho$  – густина середовища;  $\omega$  – частота хвилі;  $A$  – амплітуда хвилі;  $V$  – швидкість хвилі.

*Суб'єктивною, фізіологічною оцінкою інтенсивності звуку є гучність звуку. З ростом інтенсивності звуку його гучність зростає за логарифмічним законом. За об'єктивну оцінку гучності звуку беруть рівень інтенсивності звуку  $L = \lg I / I_0^*$ . Одиницею інтенсивності звуку є Бел. У практиці користуються одиницею у 10 разів меншою – децибел (дБ). Фізіологічною характеристикою є рівень гучності, що вимірюється в фонах. Так, за умови інтенсивності в 1 дБ, звук чистого стандартного тону (1000 Гц) має рівності гучності 1 фон.*

Акустичні хвилі з частотою  $\nu > 20$  кГц є **ультразвуком**. Ці хвилі характеризуються особливою властивістю поширюватися у вигляді строго спрямованих променів. Це викликано високими частотами (малими довжинами хвиль) ультразвуку. Для генерації ультразвуку використовують змінні електричні або магнітні поля, що діють, наприклад, на кварцову пластину у першому випадку – *зворотний п'єзоелектричний ефект*, або феромагнетик у другому випадку – *магнітострикція*. В обох випадках у кристалах виникають вимушені пружні деформації, що породжують у випадку резонансу (власні частоти кристалів співпадають з частотами примусового поля) випромінювання потужних ультразвукових хвиль. Ультразвуки широко використовують у техніці та промисловості, у вивченні фізичних властивостей речовин, у медицині, біології тощо.

### 5.2.5. Стоячі хвилі

Якщо всі частинки середовища коливаються в фазі, а амплітуда коливань залежить від координати точки, то кажуть, що в середовищі ви-

никала стояча хвиля. Для простоти розглянемо результат взаємодії двох зустрічних хвиль з однаковими частотами й амплітудами. Нехай  $\xi = \xi_1 + \xi_2$ , де  $\xi_1 = a \cos(\omega t - kx)$ ,  $\xi_2 = a \cos(\omega t + kx + \alpha)$ , причому  $\xi = A(x) \cos(\omega t + \alpha / 2)$ , де  $A(x)$  є амплітудою стоячої хвилі, причому  $A(x) = 2a \cos(kx + \alpha / 2)$ .

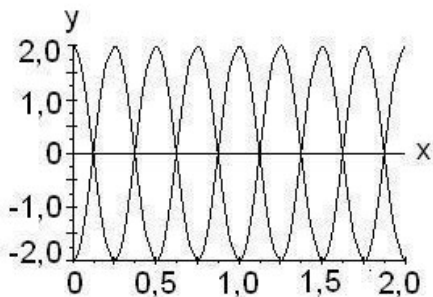


Рис 5.3. Стоячі хвилі

З  $\xi = A(x) \cos(\omega t + \alpha / 2)$  видно, що фаза стоячої хвилі  $\Phi$  не залежить від координати точки середовища, і всі його точки коливаються з однаковою фазою  $\Phi = \omega t + \alpha / 2$ , але з різними амплітудами. Відстань між двома сусідніми вузлами (або пучностями) називають *довжиною стоячої хвилі* і вона дорівнює  $\lambda_{\text{ст}} = \lambda / 2$ .

На рис 5.3 показано розподіл амплітуди коливань частинок середовища в стоячій хвилі з вузлами та пучностями в залежності від координати  $x$ .

### 5.3. Електромагнітні коливання та хвилі

*Електромагнітне поле* – це особливий вид матерії. Це взаємопов'язані коливання електричного та магнітного полів. Відрізняється безперервним розподілом (електромагнітні хвилі); виявляє дискретність структури (фотони); характеризується здатністю поширюватися в вакуумі (за відсутності сильних гравітаційних полів) зі швидкістю, близькою до  $3 \cdot 10^8$  м/с; надає на заряджені частинки силовий вплив, залежне від їх швидкості. Окремим випадком електромагнітного поля є світло і радіохвилі.

Електромагнітні поля описуються векторними функціями і є векторними полями. Електромагнітне поле – це фундаментальне фізичне поле. Електромагнітне поле (та його зміна за часом) описується в електродинаміці в класичному наближенні за допомогою системи рівнянь Максвелла.

У сучасному формулюванні електромагнітне поле представлено тензором електромагнітного поля, складовими якого є три компоненти напруженості електричного поля і три компоненти напруженості

магнітного поля (або магнітної індукції), а також чотиривимірним електромагнітним потенціалом.

Дія електромагнітного поля на заряджені тіла описується в класичному наближенні за допомогою сили Лоренца.

Квантові властивості електромагнітного поля і його взаємодії з зарядженими частинками (а також квантові поправки до класичного наближення) – це предмет квантової електродинаміки.

Збурення електро-магнітного поля, що поширюється в просторі, називають *електромагнітної хвилею*.

### 5.3.1. Коливальний контур

Коливальним RLC-контуром називають замкнений електричний контур, у якому є конденсатор із ємністю  $C$ , омичний опір  $R$  і соленоїд з індуктивністю  $L$ . У цей контур може бути ввімкнено джерело струму із за примусовою електрорушійною силою  $E = E_0 \cos \omega t$ . У загальному випадку протікання струму  $I$  у контурі на елементах контуру виникає напруга на опорі  $U_R = IR$ , напруга на конденсаторі  $U_C = q/C$ , *е.р.с. індукції* у соленоїді

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}.$$

Застосовуючи друге правило Кірхгофа до такого контуру, отримуємо  $U_R + U_C = \mathcal{E}_L + \mathcal{E}$ . Підставляючи відповідні вирази для напруги та електрорушійних сил, отримуємо  $IR + q/C = \mathcal{E}_0 \cos \omega t - L dI/dt$ .

Для розв'язання канонічного диференціального рівняння коливань заряду на обкладинках конденсатора підставимо в останню формулу

замість  $I$  його значення  $I = \frac{dq}{dt}$  і розділимо рівняння на індуктивність  $L$ :

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\gamma \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = e_0 \cos \omega t, \quad (5.6)$$

$$\text{де } \gamma = \frac{R}{2L}; \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}; \quad e_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{L}.$$

Диференціальне рівняння (5.6) за своєю структурою тотожне з рівнянням механічних коливань (наприклад, коливаннями пружинного маятника). З цієї причини ми далі скористаємося розв'язаннями

диференціального рівняння для механічних коливань, підставляючи відповідні значення параметрів  $\gamma, \omega_0, e_0$ .

### 5.3.2. Незгасаючі електромагнітні коливання

Незгасаючі вільні електромагнітні коливання, або близькі до них, виникають, коли в контурі без зовнішнього джерела енергії ( $E = 0$ ) можна знехтувати омичним опором ( $R \rightarrow 0$ ). У цьому випадку рівняння незгасаючих електромагнітних коливань буде мати вигляд  $\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0$ , а його розв'язком є  $q = q_0 \cos(\omega_0 t + \alpha)$ . Сталі розв'язку  $q_0$  та  $\alpha$  знаходяться з початкових умов; наприклад, якщо задано величини заряду на конденсаторі та струму у контурі в деякий момент часу  $t$ .

#### Характеристики коливань:

$q_0$  – амплітуда коливань;

$\Phi = \omega_0 t + \alpha$  – фаза коливань;

$\Phi_0 = \alpha$  – початкова фаза;

частота коливань  $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ ;

період коливань  $T_0 = 1/\nu_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ ;

струм у колі  $I = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 q_0 \sin(\omega_0 t + \alpha) = I_0 \cos(\omega_0 t + \alpha + \pi/2)$ ,  $I_0 = \omega_0 q_0$ .

Коливання струму випереджають коливання заряду за фазою на  $\pi/2$ . Повна енергія буде такою:

$$W = \langle W_e \rangle + \langle W_m \rangle = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{1}{2} L \omega_0^2 q_0^2. \quad (5.7)$$

Під час коливань електрична енергія конденсатора (потенціальна енергія) переходить у магнітну енергію соленоїда (кінетична енергія), і навпаки; тому зберігається повна енергія контуру  $W$ .

Хвильовий опір контуру змінному струмові визначається співвідношенням  $\rho = \frac{\epsilon_{0L}}{I_0} = L\omega_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ . Він залежить від  $L$  і  $C$ .

### 5.3.3. Вільні згасаючі електромагнітні коливання

Вільні згасаючі електромагнітні коливання виникають у RLC-контурі у тому випадкові, коли в ньому відсутнє зовнішнє джерело енергії (тобто  $\mathcal{E} = 0$ ). Рівняння цих коливань запишеться у вигляді

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\gamma \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0, \quad (5.8)$$

а його рішенням є:

$$q = A(t) \cdot \cos(\omega t + \alpha), \quad A(t) = A_0 \cdot e^{-\gamma t}, \quad (5.9)$$

де  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \frac{R}{2L} \sqrt{\left(\frac{2\rho}{R}\right)^2 - 1}$  – циклічна частота.

Основні характеристики згасаючих коливань такі:

період коливань  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{(1/LC) - (R^2/4L^2)}} = \frac{4\pi L}{R} \frac{1}{\sqrt{(2\rho/R)^2 - 1}}$ ;

час релаксації  $\tau = \frac{1}{\gamma} = \frac{2L}{R}$ ;

число коливань за час релаксації:  $N_e = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{\gamma T} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{2\rho}{R}\right)^2 - 1}$ ;

амплітуда коливань  $A(t) = A_0 e^{-\gamma t}$ ; вона є спадною функцією часу.

### 5.3.4. Плоска електромагнітна хвиля

*Електромагнітна хвиля* – це процес послідовної, взаємопов'язаної зміни векторів напруженості електричного та магнітного полів, спрямованих перпендикулярно променю (напрямку) поширення хвилі. Зміна електричного поля викликає зміни магнітного поля, які, в свою чергу, викликають зміни електричного поля (рис 5.4). Поширення електромагнітних хвиль характеризується часовими залежностями векторів напруженості електричного  $\vec{E}(t)$  і магнітного  $\vec{H}(t)$  полів. Для плоскої електромагнітної хвилі, що поширюється в напрямку ОХ, складові поля в загальному ви-

падку можна подати у вигляді  $\vec{E} = \vec{f}(t - \frac{x}{V})$ ,  $\vec{H} = \vec{\varphi}(t - \frac{x}{V})$ . Підстановка цих виразів у перші два рівняння Максвелла показує, що всі частинні похідні від проекцій  $E_y, E_x$  цих векторів на осі координат  $OY, OZ$  дорівнюють нулю.

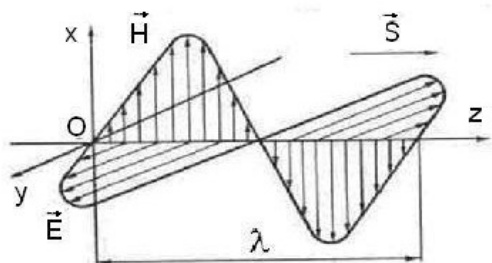


Рис 5.4. Електромагнітна хвиля

Крім указаного, частинні похідні від  $x$ -компонент цих векторів за часом  $t$  і змінній  $x$  також дорівнюють нулю, що означає їх незалежність від координат і часу. Тоді для змінного поля з  $E_x = 0, H_x = 0$  вектори  $\vec{E}, \vec{H}$  перпендикулярні напрямковій швидкості поширення хвилі  $\vec{V}$ . Таким чином три вектори  $\vec{E}, \vec{H}, \vec{V}$  утворюють праву трійку векторів.

Прийmemo напрям  $OX$  уздовж вектора  $\vec{H}$ , напрям вектора  $OZ$  уздовж вектора  $\vec{E}$ , і тоді напрям швидкості  $\vec{V}$  буде вздовж осі  $OY$ . Покладемо  $\vec{E} = \{0, 0, E_z\}$ ,  $\vec{H} = \{0, H_y, 0\}$  та  $|\vec{E}| = E = E_0 \cos(\omega t - ky)$ ,  $|\vec{H}| = H = H_0 \cos(\omega t - ky)$  і після прямої підстановки в рівняння  $\text{rot } \vec{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$ ,  $\text{rot } \vec{H} = \epsilon\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  отримаємо  $H\sqrt{\mu\mu_0} = E\sqrt{\epsilon\epsilon_0}$ .

### 5.3.5. Поляризація хвилі

#### 5.3.5.1. Лінійна поляризація

Площина, утворена векторами  $\vec{E}, \vec{V}$  хвилі, є *площиною поляризації* хвилі. Якщо площина поляризації зберігає своє положення в просторі, то така хвиля є *лінійно поляризованою* (плоско поляризованою).

#### 5.3.5.2. Природна поляризація

Якщо в площині, перпендикулярній вектору  $\vec{V}$ , вектор  $\vec{E}$  кожної миті займає рівно ймовірні напрямки, то таку хвилю називають *природно поляризованою*.



### 5.3.6. Енергія, інтенсивність і тиск електромагнітної хвилі

Об'ємна густина енергії електромагнітного поля  $w$  дорівнює сумі об'ємних густин енергії електричного  $w_e$  і магнітного  $w_m$  полів:

$$w = w_e + w_m = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu \mu_0 H^2. \quad (5.10)$$

Зважаючи на рівність  $H \sqrt{\mu \mu_0} = E \sqrt{\epsilon \epsilon_0}$ , отримаємо:

$$w = \sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0} E H = \frac{1}{V} E H, \quad (5.11)$$

де  $V = 1 / \sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}$  – швидкість поширення електромагнітної хвилі в середовищі;

$n = \sqrt{\epsilon \mu}$  – показник заломлення середовища;

$c = 1 / \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  – швидкість поширення електромагнітної хвилі у вакуумі.

Для плоскої монохроматичної хвилі  $E = A \cos(\omega t - ky)$  маємо:

$$w = \epsilon \epsilon_0 A^2 \cos^2(\omega t - ky). \quad (5.12)$$

Середнє за період  $T$  значення *густини енергії* отримаємо таким чином:

$$\langle w \rangle = \frac{1}{T} \epsilon \epsilon_0 A^2 \int_0^T \cos^2(\omega t - ky) dt \Rightarrow \langle w \rangle = \frac{1}{T} \epsilon \epsilon_0 A^2 \int_0^T \left[ 1 + \frac{1}{2} \cos 2(\omega t - ky) \right] dt,$$

і далі отримаємо :

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 A^2,$$

тому, що  $\int_0^T \cos 2(\omega t - ky) dt = 0$ .

Якщо електромагнітні хвилі поглинаються або відбиваються тілами (ці явища підтвержені дослідями Р. Герца), то з теорії Максвелла випливає, що електромагнітні хвилі повинні тиснути на тіла. Тиск електромагнітних хвиль пояснюється тим, що під дією електричного поля хвилі

заряджені частинки речовини починають впорядковано рухатися і піддаються з боку магнітного поля хвилі дії сил Лоренца. Проте значення цього тиску надто мале. Можна оцінити, що за середньої потужності сонячного випромінювання, що приходить на Землю, тиск для абсолютно поглинальної поверхні складає приблизно 5 мкПа. Існування тиску електромагнітних хвиль приводить до висновку про те, що електромагнітному полю властивий механічний імпульс. Імпульс електромагнітного поля виражається залежністю  $p = W/c$  (тут  $W$  – енергія електромагнітного поля).

### Контрольні запитання

1. Дайте визначення коливального руху.
2. Який рух називають періодичним?
3. Дайте визначення гармонічного коливання.
4. Запишіть рівняння гармонічних коливань у комплексній формі.
5. Дайте визначення пружинного маятника
6. Що таке поляризація хвилі?
7. Дайте визначення вільних незгасаючих коливань.
8. Дайте визначення амплітуди, фази та фази коливання.
9. Що таке енергія, інтенсивність і тиск електромагнітної хвилі?
10. Визначіть інтенсивність хвилі.
11. Що таке стояча хвиля?
12. Назвіть і стисло поясніть діапазони електромагнітного випромінювання.
13. Що таке за природна поляризація?
14. Що таке електромагнітна хвиля?
15. Що таке автоколивання?
16. Який вигляд має зв'язок періода  $T$  її частоти  $\nu$  через циклічну частоту  $\omega$  для гармонічного коливання?
17. Що таке математичний маятник?
18. Що таке фізичний маятник?
19. Охарактеризуйте вимушені коливання маятника.
20. Охарактеризуйте вільні згасаючі електромагнітні коливання, що виникають у RLC-контурі.
21. Що таке ультразвук?

## Розділ 6. Оптика

*Мета:* розглянути основні поняття і закони геометричної і хвильової оптики; поширення світла в речовині.

*Основні питання*

6.1. Предмет оптики.

6.2. Основи фотометрії.

6.3. Геометрична оптика.

6.4. Хвильова оптика. Інтерференція і дифракція світла.

6.5. Поширення світла в речовині.

*Ключові слова:* оптика; поняття і закони геометричної оптики; оптичні системи; хвильова оптика; поширення світла; поглинання (абсорбція) світла; розсіяння світла.

### 6.1. Предмет оптики

Розділ фізики, в якому вивчаються властивості світла, його фізична природа та взаємодія з речовиною, називають оптикою. Під світлом у фізиці розуміють електромагнітні хвилі з довжиною хвилі в діапазоні  $10^{-9}$  –  $10^{-3}$  м, який містить видиме світло, ультрафіолетове та інфрачервоне випромінювання [2; 4; 11; 13; 17].

Фізична оптика як наука про природу світла і його властивості сформувалася наприкінці XVII ст., в основному в роботах І. Ньютона і Х. Гюйгенса. Емпірично були встановлені основні закони, які виконуються у звичайних умовах: закон прямолінійного поширення світла в оптично однорідному прозорому середовищі та закон незалежності світлових променів. Складність світлових явищ зумовила появлення і розвиток двох альтернативних механістичних теорій світла: корпускулярної і хвильової.

У новій теорії Ньютона світло розглядалося як потік матеріальних частинок (корпускул), що вилітають з джерела та рухаються в однорідній речовині прямолінійно та рівномірно. Ця теорія пояснювала відоме прямолінійне поширення світла у вигляді променя, але на її основі неможливо зрозуміти спостережуване чергування темних і світлих смуг на межі тіні, тобто *явища дифракції*.

У хвильовій теорії Гюйгенса світло уявлялось у вигляді хвиль пружної деформації, що виникають і поширюються в гіпотетичному всепрони-

кному середовищі – світовому ефірі. Згідно з цією теорією кожна точка фронту світлової хвилі є вторинним джерелом сферичної хвилі. Огинальна всіх цих вторинних хвиль є фронтом результативної хвилі.

У XIX ст. Дж. Максвелл і Г. Герц визначили електромагнітну природу оптичних явищ. Було встановлено, що світлові хвилі є окремим випадком поперечних електромагнітних хвиль. З іншого боку, дослідження випромінювання, що випускається нагрітим тілом, показали, що воно не є безперервним, а відбувається окремими порціями – *квантами світла*, які були названі **фотонами**.

У сучасному уявленні фотон є ланцюгом електромагнітних хвиль тривалістю  $\sim 10^{-8}$  с і частотою приблизно  $10^{15}$  Гц (мова йде тільки про діапазон коливань видимого світла). Вони випускаються під час випромінювання атомом з його переходом з одного енергетичного стану в інший. Тобто один фотон (квант випромінювання) містить близько  $10^7$  хвиль. Тому світло в спостережуваних явищах демонструє як хвильові, так і корпускулярні властивості. Отже, фотон можна розглядати як матеріальну частинку. Однак на відмінну від звичайних частинок речовини він має кінцеву швидкість, яка дорівнює швидкості світла  $c$ , енергію та кінцеву масу.

Відповідно до теорії відносності слід вважати, що маса спокою фотона дорівнює нулю. Зауважимо, що спостерігати спокійний фотон принципово неможливо: не існує такої системи відліку, щодо якої фотон був спокійним.

Таким чином, світло має суперечливі корпускулярно-хвильові властивості – так званий **корпускулярно-хвильовий дуалізм**: у тих чи інших умовах, у певному аспекті світло виявляє одні або інші властивості: або хвильові, або корпускулярні.

## 6.2. Основи фотометрії

Відповідно до ГОСТ 26148-84 світлові величини позначаються тими самими літерами, що і відповідні їм енергетичні величини випромінювань. Відрізняються позначення тільки індексами:  $e$  – для енергетичних величин і  $v$  – для світлових. Але в позначеннях світлових величин індекс  $v$  дозволяється опускати в тих випадках, коли це не може призвести до непорозумінь.

### 6.2.1. Світловий потік

Як відомо під **поток**ом енергії через деяку поверхню розуміють кількість енергії, що пройшла через дану поверхню в одиницю часу. Для світла вводиться аналогічне поняття – **світловий потік**. Під світловим потоком розглядають кількість світлової енергії, яка пройшла через дану поверхню в одиницю часу. Світловий потік прийнято вимірювати в спеціальних одиницях, званих **люменами**. Як і потік енергії, світловий потік можна вимірювати у ватах. Світловий потік  $\Phi_v$ , що випускається ізотропним точковим джерелом світла в межах тілесного кута  $\Omega$ , у вершині якого знаходиться джерело, виражається формулою:

$$\Phi_v = I \Omega,$$

де  $I$  – сила світла джерела;

$\Omega = 2\pi(1 - \cos\zeta)$ ;  $\zeta$  – кут між віссю конуса і його утворювальною.

Повний світловий потік, що випускається ізотропним точковим джерелом світла, обчислюється так  $\Phi_0 = 4\pi I$ .

### 6.2.2. Сила світла

Під **силою світла** розуміють величину світлового потоку, що випромінюється точковим джерелом в одиничному тілесному куті. Якщо в тілесному куті  $d\Omega$  випромінюється світловий потік  $d\Phi$ , то сила світла в цьому напрямку буде  $I = d\Phi / d\Omega$ . У загальному випадку сила світла є величиною, що залежить від напрямку. Джерела в цьому випадку називають **анізотропними**. У разі, якщо сила світла не залежить від напрямку, джерела є **ізотропними**. Для ізотропних джерел сила світла визначається так:  $I = \Phi / 4\pi$ . Сила світла будь-якого елемента поверхні **косинусного випромінювача**  $I = I_0 \cos\varphi$ , де  $\varphi$  – кут між нормаллю до елемента поверхні та напрямком спостереження;  $I_0$  – сила світла елемента поверхні у напрямку нормалі до цього елемента.

### 6.2.3. Яскравість

Випромінювання точкового джерела в даному напрямку характеризується силою світла. З метою аналогічної характеристики

протяжного джерела вводиться поняття сили світла одиниці видимої поверхні – **яскравість**.

Яскравість у напрямку визначається величиною світлового потоку, що випромінюється з одиниці видимої в даному напрямку поверхні в одиницю тілесного кута  $d\Omega$ . Іншими словами, вона чисельно дорівнює силі світла в даному напрямку, що створюється одиницею площі видимої поверхні джерела.

Під видимою площею поверхні, яка світиться, розуміють проекцію площі поверхні  $d\sigma$ , що світиться в напрямку, перпендикулярному до осі пучка  $B_\varphi = d^2\Phi / d\Omega d\sigma \cdot \cos\varphi$ , де  $\varphi$  – кут між віссю виділеного світлового пучка і зовнішньою нормаллю до поверхні.

Яскравість джерела може бути різною в різних напрямках. Однак зустрічаються джерела світла (Сонце, абсолютно чорні тіла, освітлювана стороннім джерелом матова поверхня та ін.), для яких величина  $B_\varphi$  не залежить від напрямку спостереження, тобто  $B_\varphi = B = \text{const}$ . У цьому випадку потужність випромінювання, а отже, і сила світла джерела пропорційні косинусу кута з нормаллю.

Подібна залежність потужності випромінювання від  $\varphi$  має назву *закону Ламберта*. Джерела, що підкоряються цьому закону, називають ламбертовими.

#### 6.2.4. Світність

Світність вимірюється величиною повного світлового потоку, що випромінюється з одиниці площі за найрізноманітнішими напрямками, тобто  $R = d\Phi / d\sigma$ , де  $d\Phi$  – світловий потік, який випромінюється з площі всередині тілесного кута  $2\pi$ . Світність та яскравість є взаємно пов'язаними фотометричними величинами. Не важко встановити зв'язок між ними

$$R = 2\pi \int_0^{\pi/2} B_\varphi \cos\varphi \sin\varphi d\varphi.$$

Для ламбертових джерел  $B_\varphi = B$ . Отже,  $R = \pi B$ . Слід зазначити, що освітлені поверхні, які не є самостійними світловими джерелами, можна формально характеризувати за допомогою введених величин яскравості та світності.

### 6.2.5. Освітленість

**Освітленість**  $E$  вимірюється відношенням світлового потоку, який падає на дану поверхню, до величини площі поверхні, тобто  $E = d\Phi / d\sigma$ . Виходячи з цієї формули визначимо освітленість, що створюється точковим джерелом. Будемо вважати потік, що виходить від точкового джерела, рівномірним у всіх напрямках. Оскільки  $d\Phi = I d\Omega$  і  $d\Omega = d\sigma \cos \varphi / r^2$ , то  $E = I \cos \varphi / r^2$ , де  $\varphi$  – кут між зовнішньою нормаллю до поверхні та напрямком світлового потоку (віссю конуса, в межах якого поширюється світлова енергія). Освітленість є фотометричною величиною, що належить тільки до поверхні, яка освітлюється.

### 6.2.6. Одиниці вимірювання світлових величин

Людське око по-різному сприймає електромагнітне випромінювання з різними довжинами хвиль. Найкраще око бачить світло в діапазоні  $\lambda = 555$  нм (жовто-зелене світло). Тому історично були введені спеціальні фотометричні одиниці вимірювання, що відображають сприйняття світла саме людським оком (у різних людей різна світлочутливість). Як еталон випромінювання було вибрано випромінювання абсолютно чорного тіла за температури затвердіння хімічно чистої платини Pt:  $T = 2042,5$  К. Випромінювання, що йде нормально до поверхні такого тіла з ділянки площею  $1/60$  см<sup>2</sup> = 1,66666 мм<sup>2</sup>, створює силу світла в одну **канделу** [1 кд]. Раніше в якості основної фотометричної величини була прийнята сила світла, яка вимірюється у свічах (св).

**Свіча** – 1/60 сили світла одного квадратного сантиметра повного випромінювача (абсолютно чорного тіла, яке повністю поглинає енергію випромінювання, що падає на нього) за температури затвердіння платини (2042,5<sup>0</sup> К) у напрямку нормалі до випромінювальної поверхні.

**Кандела** – це основна світлотехнічна одиниця. Вона вимірює силу світла, видиму оку (а око той самий предмет, що світиться, в різних умовах бачить по-різному). Для довжини хвилі  $\lambda = 555$  нм сила світла 1 кд = енергетичної сили світла 683 Вт/ср. Енергетичні та світлотехнічні характеристики порівнюються щодо довжини хвилі 555 нм. Для інших довжин хвиль око бачить меншу силу світла. Тому всі світлотехнічні величини, пов'язані із зоровим сприйняттям людини, у всіх фотометричних зако-

нах вживаються без слова «енергетична» та виражаються через канделу. Усі інші фотометричні величини є похідними. Виходячи з одиниці сили світла можна визначити одиниці вимірювання інших величин.

**Світловий потік**  $\Phi = \int I d\Omega$  [лм] – люмен – це потік світла в межах тілесного кута в один стерадіан із силою світла в 1 кд: 1 лм = 1 кд ср.

**Світність**  $R = \frac{d\Phi}{ds}$  [лм/м<sup>2</sup>] – світловий потік, що приходить з 1 м<sup>2</sup> поверхні, що світиться (раніше – радлюкси, радфоти).

**Освітленість**  $E = \frac{d\Phi}{ds}$  [1 люкс = 1 лк = 1 лм/м<sup>2</sup>] (раніше – фот).

**Яскравість**  $B = \frac{d\Phi}{d\Omega ds \cos\theta}$  [кд/м<sup>2</sup>] – яскравість джерела, кожен квадратний метр поверхні якого має в даному напрямку силу світла в одну канделу (раніше 1 стільб = 1 кд/см<sup>2</sup>).

**Люмен** – світловий потік, що випромінюється точковим ізотропним джерелом з силою світла, яка дорівнює одній канделі, в тілесний кут величиною в один стерадіан.

Для вимірювання фотометричних величини в енергетичних одиницях треба перейти від світлового потоку до енергетичного, користуючись відомими співвідношеннями між фотометричними величинами. На практиці доводиться виражати світловий потік через одиниці потужності. З цієї причини виникає необхідність установити зв'язок між люменом і ватом. Слід зазначити, що такий зв'язок через специфічність фізіологічного впливу світла не є універсальним, оскільки світло різних довжин хвиль в однаковому потоці енергії викликає різне зорове відчуття. Чутливість людського ока помітно змінюється залежно від довжини хвилі випромінювання. Найбільша чутливість для нормальних очей спостерігається, якщо  $\lambda = 555$  нм. Однакова кількість променистої енергії інших довжин хвиль викликає порівняно менше відчуття. Світло з довжинами хвиль, меншими 400 нм або більшими 760 нм, не викликає зорового відчуття незалежно від інтенсивності. Тому частина шкали електромагнітних хвиль в інтервалі 400 – 760 нм є *видимою областю*. Крива чутливості ока (функція видності) зображається колоподібною кривою з вираженим максимумом з  $\lambda = 555$  нм, що спадає до нуля в бік червоного та фіолетового світла. Максимум функції видності, умовно прийнятий рівним одиниці, відповідає  $\lambda = 555$  нм. Тому доцільно знайти зв'язок між



люменом та ватом за цієї довжині хвилі. Якщо  $\lambda = 555$  нм, світловому потоку в 1 лм відповідає потужність 0,0016 Вт або 1 Вт ( $\lambda = 555$  нм) = 650 лм. Для встановлення зв'язку з довільною довжиною хвилі у видимій області потрібно користуватися функцією видності  $v_h$ , табличні значення якої можна знайти в довідниках:  $1 \text{ Вт} (\lambda) = 650 v_h \text{ лм}$ .

Розділ оптики, присвячений вимірюванню світлових величин, називають **фотометрією**. Існують два загальних методи фотометрії:

*візуальна фотометрія*, у якій для вирівнювання механічними або оптичними засобами яскравості двох полів порівняння використовується здатність людського ока відчувати відмінності в яскравості;

*фізична фотометрія*, в якій для порівняння двох джерел світла використовуються різні приймачі світла іншого роду – вакуумні фотоелементи, напівпровідникові фотодіоди та ін.

В обох методах для того, щоб результати мали універсальну значущість, умови спостереження (або роботи приладів) повинні бути такими, щоб фотометр реагував на різні довжини хвиль у точній відповідності до «стандартного спостерігача». Важливо також, щоб світловий вихід лампи не змінювався в ході вимірювань. Прилади, пристосовані для вимірювання сили світла або світлових потоків різних джерел, називають *фотометрами*. За принципом реєстрації фотометри бувають двох типів: суб'єктивні (візуальні) й об'єктивні.

В основу *суб'єктивних фотометрів* закладене зорове спостереження. Воно засноване на тому, що відчуття яскравості є монотонною функцією енергії світла, що падає. Для визначення повного світлового потоку застосовується сферичний фотометр. Для досягнення однакової освітленості порівнюваних площин за допомогою двох різних джерел користуються різними приладами та застосовують різні методи. Вибір того чи іншого методу обумовлюється конкретною постановкою завдання.

Визначення фотометричних величин в *об'єктивних фотометрах* базується на електричних і фотографічних методах. У фотографічному методі виходять з того, що ступінь потемніння фотопластинки пропорційний кількості світлової енергії, що падає на неї. Об'єктивні фотометри вільні від багатьох недоліків, що властиві візуальним фотометрам. Перевагою об'єктивного фотометра є можливість його використання також у невидимій частині спектра (в ультрафіолетовій та інфрачервоній). Тому вони значно ширше використовуються на практиці.

## 6.3. Геометрична оптика

### 6.3.1. Основні поняття і закони геометричної оптики

**Геометрична оптика** (променева оптика) – це наближений розгляд поширення світла у припущенні, що світло поширюється вздовж деяких ліній – променів. У цьому наближенні нехтують скінченністю довжин хвиль світла, вважаючи, що  $\lambda \rightarrow 0$ . Геометрична оптика дозволяє в багатьох випадках досить добре розрахувати оптичну систему. Але в ряді випадків реальний розрахунок оптичних систем потребує врахування хвильової природи світла, розрахунок у рамках геометричної оптики дає наближений результат, іноді неправильний навіть на якісному рівні. У геометричній оптиці досліджується поширення променів світла та їх перетворення на межах розділу середовищ, не з'ясовуючи природи цих променів. Тут світловий промінь уявляється як нескінченно тонка лінія, вздовж якої поширюється промениста енергія.

#### 6.3.1.1. Закон прямолінійного поширення світла

Закон прямолінійного поширення світла стверджує, що *в однорідному середовищі світло поширюється прямолінійно*. Якщо середовище неоднорідне, тобто його показник заломлення змінюється від точки до точки, то світло не буде поширюватися за прямою. За наявності різких неоднорідностей спостерігається відхилення світла від прямолінійного поширення.

#### 6.3.1.2. Закон незалежності світлових променів

Цей закон стверджує, що *промені на перетині не збурюють один одного*. За великих інтенсивностей цей закон не дотримується, відбувається розсіяння світла на світлі.

#### 6.3.1.3. Закони відбиття і заломлення світла. Повне відбиття

Ці закони стверджують, що на межі розділу двох середовищ відбувається відбиття та переломлення світлового променя. Відбитий і залом-

млений промені розташовані в одній площині з променем, що падає, і перпендикуляром, відновленим до межі розділу в точці падіння.

Експериментально встановлено два закони відбиття світла від плоскої межі:

1) промінь світла А, що падає на площину межі розділу двох середовищ, перпендикуляр до цієї площини в точці О падіння променя і промінь В, відбитий від межі, лежать в одній площині, що називають площиною падіння (рис. 6.1). Кут  $0 \leq i \leq \pi/2$  між променем А, що падає, і перпендикуляром до площини розділу середовищ (кут падіння), дорівнює

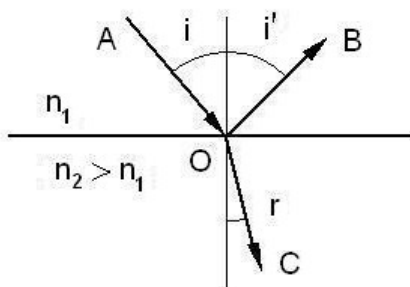


Рис. 6.1. До закону відбиття світла

куту відбиття між відбитим променем В і перпендикуляром до цієї площини:  $i = i'$ . З відбиттям від ідеально плоскої межі розділу середовищ спостерігається так зване *дзеркальне відбиття*. Воно проявляється в тому, що пучок паралельних світлових променів, який падає на неї, відбивається від неї також у вигляді пучка паралельних променів. Водночас сама поверхня, що

відбиває, невидима, а видно тільки джерела світла. У разі шорсткої поверхні відбиття від неї має дифузний характер (*розсіяне відбиття*);

2) з переходом променя світла з одного середовища в інше на плоскій межі їх розділу відбувається його *заломлення*. Це явище описується *емпіричним законом Снелліуса*, який зазвичай формулюють у вигляді двох тверджень:

а) заломлений промінь С (див. рис. 6.1) лежить у площині, проведеній через промінь А, що падає, і перпендикуляром до межі поділу, проведеній в точці його падіння О. Тоді кут  $0 \leq r \leq \pi/2$  між заломленим променем і перпендикуляром до межі в точці О є **кутом заломлення**;

б) відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення для даних середовищ не залежить від кута падіння і дорівнює відношенню показника заломлення другого середовища до показника заломлення

першого:  $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$ . Це відношення є *відносним показником*

(*коефіцієнтом*) заломлення другого середовища відносно першого середовища. Якщо  $n_{21} > 1$ , то друге середовище називають оптично більш щільним. Якщо  $n_{21} < 1$  – навпаки, друге середовище є оптично менш щільним, ніж перше.

Для законів відбиття і заломлення світла справедливий *принцип оборотності ходу світлових променів*: промінь світла, що падає в точці  $O$  в напрямку, зворотному до відбитого (заломленому), відбивається (заломлюється) у цій точці у напрямку, зворотному до променя, що падає. У разі переходу світлового променя з оптично більш щільного в оптично менш щільне середовище ( $n_2 < n_1$ , тобто  $n_{21} < 1$ ), кут падіння не може перевищувати деякого граничного значення  $i_{кр}$ . Зі збільшенням кута падіння і кут заломлення теж збільшується. Тоді інтенсивність відбитого променя зростає, а заломленого – падає (їх сума дорівнює інтенсивності променя, що падає). З певним значенням  $i = i_{кр}$  кут  $r = \pi/2$  інтенсивність заломленого променя дорівнюватиме нулю, все світло відіб'ється. З подальшим збільшенням кута  $i > i_{кр}$  заломленого променя не буде, відбувається *повне відбиття світла*. Значення критичного кута падіння, за якого починається повне відбиття, знайдемо, поклавши в законі заломлення  $r = \pi/2$ ; тоді  $\sin^0 r^0 = 0^0 1$  означає  $i_{кр} = \arcsin n_{21}$ .

Явище повного відбиття широко використовується в різних оптичних приладах. Зокрема, на ньому засноване передавання зображень за світловодом у волоконній оптиці. Закони відбиття і заломлення світлових променів на межі розподілу середовищ можна отримати як наслідок одного загального принципу. *Згідно з принципом Ферма промінь світла поширюється в середовищах незалежно від їх меж розділу за таким шляхом, за яким час, необхідний на проходження променя від однієї точки до іншої, має екстремальне значення.*

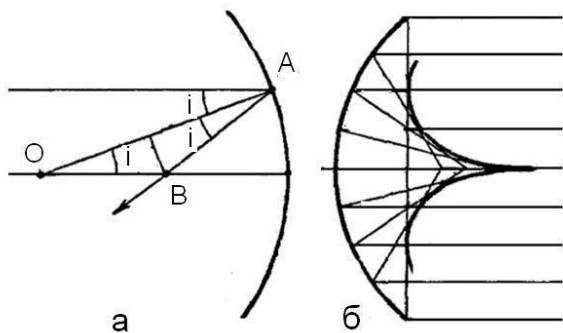
### 6.3.2. Найпростіші оптичні системи

На основі законів відбиття і заломлення променів світла можна пояснити та розрахувати явища, які спостерігаються в оптичних системах. Обмежимося аналізом простих складових вузлів оптичних систем.

#### 6.3.2.1. Відбиття пучка паралельних променів від увігнутого сферичного дзеркала

Розглянемо відбиття пучка паралельних променів від увігнутого сферичного дзеркала – сегментної сферичної поверхні радіуса  $OA = R$ . На рис. 6.2 наведено зображення в перетині площиною, що проходить

через вісь  $OS$  симетрії сферичного сегмента – оптичну вісь сферичного дзеркала. Нехай на сферичне дзеркало паралельно його вісі падає світловий промінь і відбивається у точці  $A$ , яку видно з центра сфери під кутом  $i$ , що обчислюються від його вісі проти годинникової стрілки. Після відбиття він перетинає вісь у точці  $B$ . Потрібно з'ясувати, як відстань  $BS$  залежить від кута  $i$ . З трикутника  $\triangle OBA$  легко визначити, що:  $BS = OS - OB = R \cdot (1 - (1/2 \cdot \cos i))$ . З цього виразу видно, що паралельні промені, по-різному віддалені від вісі дзеркала. Тому вони відбиваються від нього під різними кутами  $i$ , перетинаючи цю вісь на різних відстанях від його вершини  $S$ : сферичне дзеркало не збирає в одну точку пучок паралельних променів, що падають на нього у ході їх відбиття. Це явище називають *сферичною аберацією*.



**Рис. 6.2. Відбиття пучка паралельних променів від увігнутого сферичного дзеркала**

Була введена в розгляд геометрична поверхня, що огинає світлові промені, отримані під час відбиття від сферичної сегментної поверхні пучка, паралельного її вісі, – *сферична каустика*. Дотична до неї (в кожній її точці), проведена в осьовій площині сегментної сферичної поверхні, як показано на рис. 6.2б, збігається з одним із променів, відбитих від сферичного дзеркала.

Один із способів боротьби з аберацією – заміна сферичного дзеркала параболічним, оскільки параболоїд обертання має таку властивість: він збирає всі промені, що падають паралельно його вісі, в одну точку, яку називають його фокусом.

### 6.3.2.2. Заломлення променів світла на плоскопаралельній пластинці

Розглянемо **плоскопаралельну прозору пластинку**, обмежену з двох сторін плоскими паралельними площинами (рис. 6.3). Така оптична система є моделлю звичайного віконного скла. Промінь світла після заломлення на двох площинах пластинки збереже напрям, але зміститься паралельно собі на величину  $\delta$ :

$$\delta = \frac{d \cdot \sin(i - \alpha)}{\cos \alpha} = d \cdot \sin i \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i}{n^2 - \sin^2 i}} \right),$$

де  $d$  – товщина пластинки;

$i$  – кут падіння;

$\alpha$  – кут заломлення на першій межі розділу;

$n$  – показник заломлення речовини пластинки відносно навколишнього простору.

Для спостерігача за пластинкою джерело світла здається зміщеним за вертикаллю на величину  $\Delta = d \cdot \left( 1 - \sqrt{(1 - \sin^2 i) / (n^2 - \sin^2 i)} \right)$ .

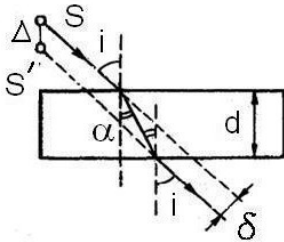


Рис. 6.3. Заломлення променів світла на плоскопаралельній пластинці

З наведених формул видно, що зміщення світлового променя  $\delta$  і  $\Delta$  під час проходження плоско-паралельної пластинки пропорційно її товщині та складним чином залежить від кута падіння  $i$ . Можна показати, що із проходженням світлового променя через дві плоскопаралельні пластинки з різних прозорих речовин з показниками заломлення  $n_1$  і  $n_2$ , які знаходяться у вакуумі промінь світла виходить у напрямку, паралельному первинному.

### 6.3.2.3. Заломлення променів світла на гранях призми

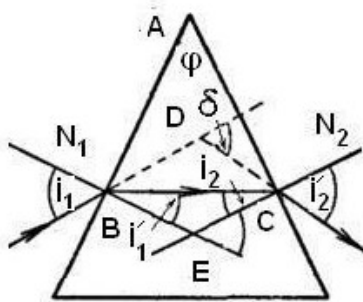


Рис. 6.4. Заломлення променів світла на гранях призми

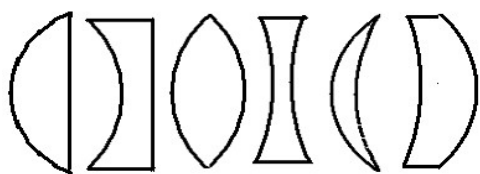
**Призмою** є прозоре тіло, обмежене з двох сторін плоскими поверхнями, які утворюють між собою кут – заломлювальний кут призми (рис. 6.4).

У загальному випадку розрахунок ходу світлового променя в призмі з довільними значеннями кутів падіння променя на неї і заломлювального кута  $\phi$  є досить

громіздким і важким. Тому для наочності обмежуються випадком їх малих значень і вважають, що призма з показником заломлення її речовини  $n$  знаходиться у вакуумі. У цьому випадку кут  $\delta$  сумарного заломлення світлового променя на призмі дорівнює:  $\delta = (i_1 - i'_1) + (i'_2 - i_2) = n \cdot i'_1 + n \cdot i_2 - (i_1 + i_2) = (n - 1) \cdot \varphi$ . Позначення у формулі відповідають позначенням на рис. 6.4. Видно, що кут  $\delta$  відхилення світлового променя призмою тим більший, чим більше її заломлювальний кут  $\varphi$  і чим більше показник заломлення її речовини.

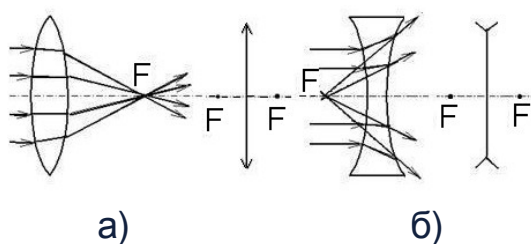
### 6.3.2.4. Лінзи

**Лінзою** називають прозоре тіло (зазвичай скло або пластик), обмежене сферичною поверхнею і площиною (рис. 6.5а, б) або двома сферичними поверхнями (див. рис. 6.5в, г, д, е). Вони обидві можуть бути опуклими (див. рис. 6.5в) або увігнутими (див. рис. 6.5г), або одна з них – опукла, а друга – увігнута (див. рис. 6.5 д, е). Лінзи бувають збиральними та розсіювальними (див. рис. 6.6).



а) б) в) г) д) е)

Рис. 6.5. Приклади лінз



а) б)

Рис. 6.6. Збиральна (а) та розсіювальна (б) лінзи та відповідні позначення тонких лінз

**Збиральна лінза** в середній частині товща та відхиляє промені до оптичної осі, якщо показник заломлення лінзи більший, ніж показник заломлення середовища. **Розсіювальна лінза** в середній частині тонша та відхиляє промені від оптичної осі. Схематично тонкі збиральні та розсіювальні лінзи зображуються так, як показано на рис. 6.6а,б.

Лінза є *тонкою*, якщо її товщиною можна знехтувати. На рис. 6.7 наведено основні параметри лінз:  $F$  – головний фокус лінзи;  $F'$  – побічний фокус; 1 – головна вісь, 2 – побічна вісь лінзи; 3 – фокальна площина

на, в якій лежать усі побічні фокуси; О – оптичний центр лінзи; OF – фокусна відстань лінзи, що позначається як F або f.

Для сферичної тонкої лінзи згідно з законом заломлення існує формула для фокусної відстані  $F = \frac{1}{[(n_n/n_{cp})-1]} \cdot \frac{1}{[(1/R_1)-(1/R_2)]}$ , де  $n_n$  і  $n_{cp}$  –

показники заломлення лінзи та середовища, відповідно;  $R_1$  і  $R_2$  – радіуси

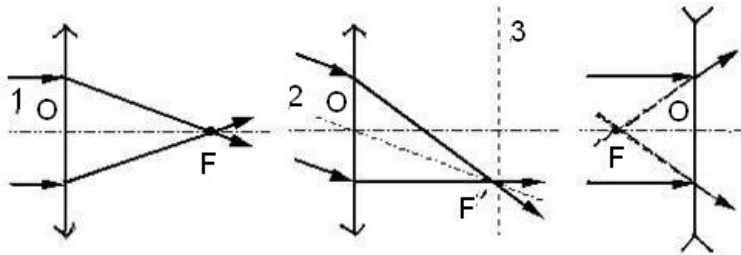


Рис. 6.7. Фокуси лінз

кривизни лінзи (величини алгебраїчні, можуть бути позитивними та негативними). Ця формула справедлива лише для приосьових променів. Радіус кривизни опуклої поверхні лінзи

вважається позитивним, увігнутої – негативним. Для збиральної лінзи фокусна відстань F є позитивною, а для розсіювальної – негативною.

### 6.3.2.5. Побудова зображення в лінзах

Для побудови зображення предмета необхідно побудувати зображення кожної його точки. Для побудови зображення точки досить знайти точки перетину двох будь-яких променів, що йдуть із заданої точки. Найзручніше використовувати в якості одного з них промінь, що йде через оптичний центр, він проходить через лінзу, не відхиляючись. Інший зручний промінь – той, що йде паралельно оптичній осі. Він заломлюється в

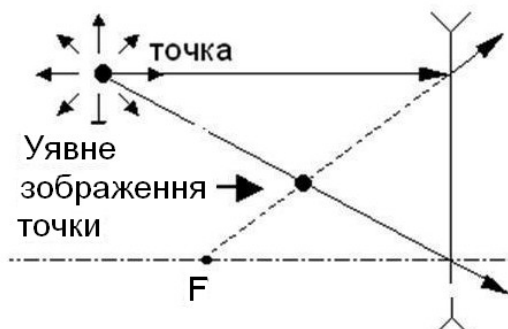


Рис. 6.8. Побудова зображення точки в розсіювальній лінзі

лінзі та проходить через фокус, якщо лінза збиральна. Якщо лінза розсіювальна, то через фокус проходить продовження променя. І якщо промінь проходив через фокус збиральної лінзи, то після заломлення він піде паралельно оптичній осі. Для розсіювальної лінзи паралельно оптичній осі піде після заломлення промінь, продовження якого проходить через фокус. На рис.



6.8 наведено приклад побудови зображення точки в розсіювальній лінзі. Розглянемо приклад випадок двоопуклої тонкої лінзи з показником заломлення  $n$ . Її заломлювальний кут  $\alpha$  малий, і її товщина багато менша, ніж радіуси кривизни  $R_1$  і  $R_2$  її сферичних поверхонь, центри яких позначимо через  $O_1$  і  $O_2$  (рис. 6.9). Очевидно, що промінь, який падає на лінзу з будь-якої з її оптичних осей, проходить через неї без заломлення.

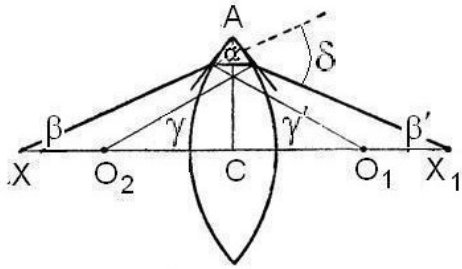


Рис. 6.9. Випадок двоопуклої тонкої лінзи з показником заломлення  $n$

Загальна задача заломлення світлових променів на лінзі на кут  $\delta$  полягає в знаходженні на її головній оптичній осі точки  $X_1$  перетину із заломленим променем, що вийшли з іншої точки  $X$  на цій осі.

Лінзу можна уявити як сукупність тонких призм. То-

ді отримаємо формулу тонкої лінзи:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = (n - 1) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (6.1)$$

де  $a = CX$  і  $b = CX_1$  – відстані джерела променя (предмета) і його зображення, відповідно, від лінзи;

$n$  – показник заломлення матеріалу лінзи;

$R_1$  і  $R_2$  – радіуси кривизни сферичних поверхонь лінзи.

Зазначимо, що з формули (6.1) випливає, що за обраної відстані від предмета до лінзи відстань від лінзи до його зображення залежить лише від параметрів лінзи  $n$ ,  $R_1$  і  $R_2$ . Це означає, що всі промені світла, які вийшли з точки  $X$ , збираються лінзою в одній і тій же точці  $X_1$ . Якщо точка  $X$  знаходиться нескінченно далеко, практично паралельні промені світла від неї збираються в точці  $X_1$ , яку будемо тепер називати *фокусом лінзи* і позначати  $F_1$ . Тоді формула (6.1) приймає вигляд:

$$\frac{1}{b} = (n - 1) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (6.2)$$

де відстань  $b = CX_1 = CF_1$  – **головна фокусна відстань**. Її позначають через  $f$  (або  $F$  як раніше):  $f = b = CX_1 = CF_1$ . Тоді  $f = R_1 \cdot R_2 / ((n-1) \cdot (R_1 + R_2))$ .

Зауважимо, що відповідно до принципу оборотності ходу світлових променів предмет і його зображення на рис. 6.9 можна поміняти місцями. Виявляється, що лінза крім введеного раніше її фокуса в точці  $F_1$ , віддаленій від лінзи направо на відстань  $f$ , має другий фокус у точці  $F'_1$ , симетрично точці  $F_1$  щодо лінзи. Формулу лінзи (6.1) можна перетворити до вигляду  $1/a + 1/b = 1/f$ .

Величину, зворотну головній фокусній відстані лінзи, називають її **оптичною силою**:

$$D = 1/f = (n-1) \cdot (R_1 + R_2 / R_1 R_2). \quad (6.3)$$

Кожна з двох заломлювальних поверхонь лінзи має свою оптичну силу  $D_1 = (n-1)/R_1, D_2 = (n-1)/R_2$ . **Оптична сила тонкої лінзи** дорівнює сумі оптичних сил її обох заломлювальних поверхонь:  $D = D_1 + D_2$ . Оптичну силу вимірюють у діоптріях. **Діоптрія** – це оптична сила лінзи з фокусною відстанню в 1 метр.

Крім розглянутої двоопуклої лінзи, що збирає промені, існують **двоввігнуті розсіювальні лінзи**. На відміну від збиральної лінзи її фокуси – уявні. Після заломлення на розсіювальній лінзі пучки променів, паралельних її головній оптичній осі, йдуть так, ніби вони вийшли з джерела, розташованого в уявному фокусі. Формула для розсіювальної лінзи виглядає так:  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ . Оптична сила розсіювальної лінзи негативна.

З формули лінзи можна знайти її **лінійне збільшення**, яке вводиться з формули відношення лінійного розміру зображення  $h$  до лінійного розміру предмета  $H$ :  $k = h/H = b/a = f/(a-f)$ .

Наведені формули придатні лише для тонких лінз і променів, що утворюють малі кути з головною оптичною віссю лінзи. У практичному застосуванні лінз ці умови зазвичай не виконуються. Тому всі заломлювані лінзою промені вже не збираються в одну точку. Виникає так звана **сферична аберація**. Для боротьби з нею використовують оптичну систему з кількох лінз з абераціями протилежних знаків так, щоб вони взаємно компенсувались.

## 6.4. Хвильова оптика. Інтерференція і дифракція світла

### 6.4.1. Загальні відомості про хвильові властивості світла

Розділ оптики, в якому досліджуються явища поширення світла як електромагнітної хвилі і його взаємодії з речовиною з хвильової точки зору, називають **хвильовою оптикою**.

Проведемо загальний огляд вчення про електромагнітні хвилі, взявши за основу їх класифікації довжину хвилі. Теорія електромагнітних хвиль охоплює безліч фізичних явищ, між якими, на перший погляд, немає прямої схожості.

**Електромагнітні хвилі**, які вимірюються від тисяч метрів до часток міліметра, вивчає радіотехніка. Такі хвилі можна генерувати штучно за допомогою радіотехнічних приладів, в основу яких закладений коливальний контур, що є з'єднанням ємності та індуктивності.

Проте атоми та молекули також випромінюють радіохвилі, і ця обставина широко використовується в радіоастрономії. Хвилі всіх інших діапазонів (окрім радіо) можуть бути отримані тільки шляхом використання природних генераторів, якими є молекули, атоми, ядра атомів і окремі елементарні частинки. В узагальненому вигляді випромінювачем електромагнітних хвиль є прискорено рухомий електричний заряд. В атомах і ядрах заряджені частинки рухаються з прискоренням, тому вони і є випромінювачами електромагнітних хвиль.

За **радіотехнічним діапазоном** йде діапазон теплових або інфрачервоних хвиль. Ці хвилі випромінюються переважно за рахунок коливань атомів у молекулах. Їх називають тепловими тому, що коливання молекул зазвичай викликані тепловим зіткненням молекул. Чим вище температура тіла, тим з більш великими частотами здійснюються коливання молекули. Довжина хвилі інфрачервоних хвиль зменшується зі зростанням температури тіл. Інфрачервоні промені генеруються нагріванням тіл і реєструються прикладами, базованими на теплових явищах. Зазвичай використовується термопара.

За **інфрачервоними променями** йде видиме світло, що заповнює відносно вузький діапазон:  $7,6 \times 10^{-7} - 4 \times 10^{-7}$  м. Видимі промені можуть бути зареєстровані (крім сприйняття очима) багатьма способами: тепловими, фотографічними та фотоелектричними. Випромінюється видиме

світло вже не молекулами, а окремими збудженими атомами. Це, можна сказати, атомарне світло.

До *атомарного ж світла* належать прилеглі до видимих, тобто відносно довгі, *ультрафіолетові хвилі*. Загальний діапазон довжини хвиль ультрафіолетових променів досить широкий: від фіолетової межі видимих променів до  $10^{-9}$  м. Ультрафіолетові промені реєструються також тепловими, фотографічними та фотоелектричними методами.

За ультрафіолетовими променями йдуть *рентгенівські промені*, діапазон довжини хвиль яких складає від  $10^{-9}$  –  $10^{-12}$  м. Рентгенівські промені випромінюються або за рахунок взаємодії швидких електронів з атомами і ядрами атомів (у рентгенівських трубах, наприклад), або за рахунок випромінювання ядер атомів, коли останні попередньо збуджені. Рентгенівські промені реєструються фотографічними та фотоелектричними методами.

За рентгенівськими променями, перекриваючи їх, йдуть *гаммапромені*, випромінювані порушеними ядрами атомів, а також шляхом взаємодії і перетворення елементарних частинок.

Стислий огляд електромагнітних хвиль показує, що загальне вчення про електромагнітні хвилі охоплює і поєднує багато розділів фізики: від радіотехніки до ядерної фізики та фізики елементарних частинок.

Відомо, що атомна фізика і фізика атомного ядра потребує квантових теорій, тоді як електротехніка обмежується класичною електродинамікою. Подібна подвійність опису істотно відіб'ється і на вченні про електромагнітні випромінювання. Ми обмежимося класичною хвильовою оптикою, яка дозволяє пояснити більшість спостережувальних явищ, зокрема дисперсію, інтерференцію і дифракцію світла.

#### 6.4.2. Дисперсія світла

**Дисперсією світла** або, як говорять, **дисперсією речовини** щодо світлових хвиль називають залежність її абсолютного показника заломлення  $n$  від частоти  $\omega$  і, відповідно, від довжини його хвилі  $n = n(\omega)$ . Дисперсією світла називають також розкладання світла в спектр, що спостерігається у ході його заломлення, інтерференції або дифракції. Промінь білого кольору, в якому міститься весь неперервний спектр видимих світлових хвиль, із заломленням на призмі (завдяки залежності її показника заломлення  $n$  від довжини хвилі  $\lambda$ ) розгортається в дисперсійний спектр

– набір різнокольорових смуг. Зміна кольорів у спектрі відбувається безперервно. Умовно його розподіляють на сім основних кольорів (за аналогією з музичною гамою з семи звукових нот) у порядку зростання кута заломлення: червоний, помаранчевий, жовтий, зелений, блакитний, синій і фіолетовий. Кожному з цих кольорів відповідає свій діапазон довжин хвиль, поданий у табл. 6.1.

Таблиця 6.1

### Основні кольори та відповідні їм діапазони довжин хвиль

Кольори	Червоний	Помаранчевий	Жовтий	Зелений	Блакитний	Синій	Фіолетовий
$\lambda$ , нм	770–647	647–587	587–536	536–492	492–454	454–426	426–393
Додатковий колір	Блакитно-зелений	Блакитний	Синій	Пурпуровий	Помаранчевий	Жовтий	Жовто-зелений

Зі змішуванням усіх кольорів спектра, отриманого розкладанням білого світла за допомогою призми, знову створюється білий світ. Водночас якщо в суміші не додати якогось кольору, ця суміш теж буде мати якийсь колір, який можна назвати додатковим до того, який був недодаваний. Експериментально були підібрані поєднання додаткових кольорів, які наведені в табл. 6.1. В якості кількісної характеристики дисперсії речовини щодо видимого світла можна взяти різницю кутів заломлення променів, що відповідають крайнім кольорам дисперсійного спектра: фіолетового  $\delta_{\text{фіол}}$  і червоного  $\delta_{\text{черв}}$ :  $D = \delta_{\text{фіол}} - \delta_{\text{черв}}$ . Величина  $D$  характеризує дисперсію лише інтегрально. Для більш точного її оцінювання необхідно брати відношення різниці показників заломлення речовини для різних довжин хвиль і різниці цих довжин  $\Delta\lambda$ :  $\frac{\Delta n}{\Delta\lambda}$  або в

диференціальній формі:  $\frac{dn}{dt}$ .

Оскільки показник заломлення речовини залежить від довжини заломленого ним світла, в довідниках зазвичай приводять його значення для жовтої лінії натрію  $\lambda_D \approx 0,589$  мк і позначають символом  $n_D$ . Вид

спектра обумовлений характером і властивостями джерела світла та речовини, через яке він проходить. Розрізняють три основні різновиди спектрів: *суцільні, лінійчасті та смугасті спектри*. *Лінійчастий спектр* – це декілька різко окреслених кольорових ліній (з широкими темними проміжками між ними), які відповідають певним довжинам хвиль. Темні проміжки відповідають відсутності цілих діапазонів довжин хвиль у випромінюванні. Лінійчастий спектр випромінюється окремими атомами, що не взаємодіють між собою, за умови їх переходів (переходів їх електронів) із збуджених станів у незбуджені. *Смугастий спектр* відрізняється від лінійчастого безліччю широких ліній, кожна з яких є сукупністю близько розташованих вузьких кольорових ліній. Він випромінюється розрідженим газом у збудженому стані, як і лінійчастий спектр. Але в цьому випадку газ є багатоатомним, і спектр випромінюється молекулами та їх атомами, які не взаємодіють між собою. У *суцільному спектрі*, який є ідеалізацією, наявні всі довжини хвиль, тому перехід від одного кольору до іншого відбувається безперервно. Такий спектр випромінюється сукупністю атомів і молекул, що взаємодіють між собою за високих температур.

### 6.4.3. Інтерференція світла

Явище утворення смуг, що чергуються посиленням і ослабленням інтенсивності світла, називають **інтерференцією**. Більш точне описання інтерференції будь-яких хвиль – це не просто їх взаємне посилення або ослаблення в різних точках у якийсь певний момент часу, а незмінна, стаціонарна така картина, що триває досить довго. Інтерференція світла спостерігається у спеціальних умовах під час накладення один на одного двох або більшої кількості пучків світла. Окремим випадком інтерференції хвиль (а інтерференція є істотно хвильове явище і має місце не тільки для світлових хвиль) є стояча хвиля. У стоячій хвилі спостерігаються пучності (максимумами інтенсивності) та вузли (мінімуми інтенсивності), що чергуються один з одним у правильному порядку. Стояча хвиля утворюється шляхом накладання на спадну хвилю хвилі, відбитої від будь-якої перешкоди.

Для утворення стаціонарної інтерференційної картини необхідно, щоб в кожній точці простору різниця фаз хвиль, що накладаються від різних джерел коливальних збурень, зберігалася б незмінною. Тому основною умо-

вою спостереження інтерференції хвиль є їх **когерентність**. Під когерентністю розуміють узгодженість хвиль одна з одною за фазою. Інтерференція буде спостерігатися за умови, коли хвилі, що накладаються одна на одну в кожній точці світлового поля, мають постійну в часі різницю фаз. Якщо ця різниця фаз дорівнює парному числу  $\pi$ , то буде максимум, якщо непарному числу  $\pi$ , то буде мінімум інтенсивності світла. Хвилі з постійною різницею фаз називають **когерентними**.

Світло, що випромінюється природними джерелами, є некогерентним, оскільки воно хаотично випромінюється різноманітними атомами, між якими немає ніякої узгодженості. Забезпечити когерентність двох різних джерел практично неможливо.

Як можна спостерігати інтерференцію? Загальне та перше правило спостереження інтерференції світла таке: необхідно світловий пучок, що йде від одного джерела, якимось чином розділити на два або на більше число пучків (ці пучки будуть когерентні між собою), а потім примусити їх накладатися один на одного. Тобто треба штучно отримати віртуальні джерела когерентних хвиль. *Максимуми інтенсивності* хвилі спостерігатимуться в точках, де виконується умова  $\Delta\varphi = 2m\pi$ , *мінімуми* – в точках, де  $\Delta\varphi = (2m + 1)\pi$ . У формулах через  $\Delta\varphi$  позначена різниця фаз хвиль, що складаються,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ .

Реалізувати ідею роздвоєння одного джерела світла можна, наприклад, за допомогою екрана з двома отворами в ньому. Джерело світла  $S$  відповідно до принципу Гюйгенса – Френеля створює в отворах екрана два вторинні джерела світла  $S_1$  і  $S_2$ , когерентність яких очевидна. Можливий також інший спосіб отримання віртуальних когерентних джерел світла за допомогою одного джерела та дзеркал Френеля, розташованих одне щодо іншого під кутом близько  $180^\circ$ . Тут когерентними джерелами світла є зображення  $S_1$  і  $S_2$  реального джерела  $S$  у двох дзеркалах. Інтерференцію світла можна спостерігати також за допомогою біпризми Френеля: дві скляні призми з малим заломлювальним кутом  $\theta$  виготовляють з одного шматка скла так, що призми складені своїми основами; джерело світла – яскраво освітлена щілина  $S$ . Після заломлення біпризмою пучок, що спадає, розщеплюється на два, які виходять від уявних джерел  $S_1$  і  $S_2$  і дають дві когерентні циліндричні хвилі. Оскільки заломлювальний кут  $\theta$  малий, то всі промені відхиляються кожною з половинок біпризми на один і той самий кут  $\varphi$ . Можна показати, що в цьому

випадку  $\varphi = (n-1) \cdot \theta$ , де  $n$  – показник заломлення матеріалу призми. Відстань між джерелами:  $d = 2a \cdot \sin \varphi$ .

Розглянемо приклад інтерференції – дослід Юнга. Припустимо, що світло від лампочки  $S$  зі світлофільтром, який створює практично монохроматичне світло, проходить через дві вузькі, поряд розташовані щілини, за якими встановлено екран (рис. 6.10). На екрані буде спостерігатися система світлих і темних смуг – *смуг інтерференції*. У цьому випадку єдина світлова хвиля розбивається на дві, що йдуть від різних щілин. Ці дві хвилі когерентні між собою і з накладанням одна на одну дають систему максимумів та мінімумів інтенсивності світла у вигляді темних і світлих смуг відповідного кольору.

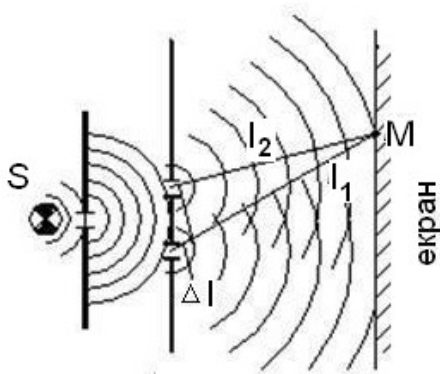


Рис. 6.10. Приклад інтерференції

Визначимо, де виникне максимум і де – мінімум. Розглянемо якусь точку екрана  $M$ . Проведемо від щілин, як від вторинних когерентних джерел, промені, що сходяться в одній точці. Знайдемо різницю ходу цих променів – відрізок  $\Delta l = l_2 - l_1$ . Якщо на ньому вкладається парне число напівхвиль (напівхвилі відповідає різниця фаз  $\pi$ ), то хвилі від щілин у точці  $M$  складуться в однаковій фазі, буде спостерігатися

максимум. Якщо на відріжку  $\Delta l$  вкладається непарне число півхвиль, то вони складаються в протифазі; спостерігатиметься мінімум. Таким чином, умови спостереження максимумів і мінімумів можна подати, відповідно, таким чином:

$$\Delta l = 2m \frac{\lambda}{2} \text{ (умова максимуму); } \Delta l = (2m+1) \frac{\lambda}{2} \text{ (умова мінімуму).} \quad (6.4)$$

Інтерференційні хвилі можуть проходити різні середовища та, як наслідок, мати різні фазові швидкості. У цьому випадку замість геометричної різниці ходу потрібно говорити про так звану *оптичну різницю ходу*. У формулах під  $\lambda$  слід розуміти *довжину хвилі світла в даному середовищі*. Якщо позначити довжину тієї ж хвилі у вакуумі через  $\lambda_B$ , то  $\lambda_B = \lambda/n$ .



Якщо інтерференційні хвилі проходять різні середовища, показники заломлення котрих  $n_1$  і  $n_2$ , то умови екстремумів потрібно записати так:  $\Delta l = n_1 l_1 - n_2 l_2 = 2m \frac{\lambda}{2}$  (максимум);  $\Delta l = n_1 l_1 - n_2 l_2 = (2m+1) \frac{\lambda}{2}$  (мінімум), де  $nl$  – оптична довжина шляху променя;  $\Delta l = n_1 l_1 - n_2 l_2$  (іноді позначають просто  $\Delta$ ) – оптична різниця ходу променів.

Таким чином, максимуми інтерференції спостерігаються в точках, для котрих різниця ходу дорівнює парному числу півхвиль, а мінімуми – у точках, для котрих на оптичній різниці ходу вкладається непарне число напівхвиль.

Ми припускали, що щілини для вторинних хвиль нескінченно вузькі. Кінцева ширина щілин призводить до розмиття максимумів і мінімумів. На досить широких щілинах максимуми будуть перекриватися, інтерференція не буде спостерігатися. Відірає роль і відстань між щілинами: чим вона менша, тим ширша картина інтерференції.

Інтерференцію можна спостерігати і в білому, тобто немонахроматичному, світлі. У цьому випадку кожна смуга буде райдужно забарвлена: інтерференція супроводжується розкладанням світла на монохроматичні складові (чим більше  $\lambda$ , тим на більш великій відстані відстоять максимуми один від одного). У разі використання білого світла буде спостерігатися накладення картин інтерференції для всіх довжин хвиль світла видимого діапазону. Це призведе до ліквідації темних смуг дифракційної картини на екрані, а також до розширення освітлених смуг та їх періодичному фарбуванню. Тоді на кожному періоді фарбування освітлених смуг буде подібне дисперсійному спектру розкладання білого світла на клині, однак у зворотному порядку щодо довжини хвилі.

У *дисперсійному спектрі*, як відомо, найменше відхиляється найдовша хвиля світла з видимого спектра – червона, сильніше за всіх – найкоротша з хвиль – фіолетова. У *інтерференційному спектрі* центральна освітлена смуга буде незабарвленою, а в інших смугах найменше відхилиться від центру інтерференційної картини хвиля з найкоротшою з хвиль – відповідна фіолетовому кольору, найбільш найдовша з видимих хвиль – червона.

Інтерференційні кольорові явища спостерігаються також у відображенні світла від тонких прозорих плівок (наприклад, від мильних плівок, від плівок бензину на поверхні води). Падіння променів під невеликими кутами на плівку, яку нанесено на оптично більш щільне середовище,

має практичний інтерес для конструювання безвідбивачевих фотооб'єктивів з максимальним проходженням світлової енергії у фотокамеру. Такі об'єктиви з нанесеною тонкою плівкою називають *просвітленою оптикою*. Якщо товщина плівки, на яку падає світло, змінюється, то за найменшого зміщення спостерігача він під тим же кутом буде бачити на її поверхні чергування світлих і темних плям. Зокрема, якщо перетин плівки клиноподібний, її поверхня здається спостерігачеві покритою темними та світлими смугами, паралельними ребру клину.

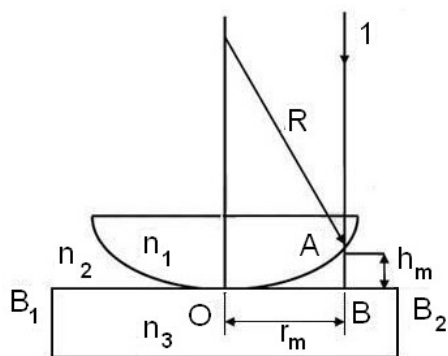


Рис. 6.11. Розрахунок радіуса кілець Ньютона.  $B_1 B_2$  – верхня плоска поверхня скляної пластини

**Кільця Ньютона** є історично першим прикладом спостереження інтерференційної картини смуг рівної товщини. Геометрія спостереження цих кілець надзвичайно проста (рис. 6.11). Кільця Ньютона – кільцеподібні інтерференційні максимуми та мінімуми, що з'являються навколо точки дотику злегка зігнутої опуклої лінзи, сферична поверхня якої

має великий радіус кривизни, і плоскопаралельної пластини під час проходження світла крізь лінзу та пластину. Якщо на систему падає пучок світла 1, то промені, відбиті від верхньої і нижньої меж повітряного зазора (не показані на рис. 6.11), будуть інтерферувати. Смуги мають вигляд світлих і темних кілець, що чергуються, спадної ширини з центром у точці дотику поверхонь  $O$ . Унаслідок зміни фази на  $\pi$  у ході відбиття від плоскої скляної поверхні  $B_1 B_2$  центр інтерференційної картини виявляється темним (геометрична різниця ходу дорівнює нулю). Такі інтерференційні смуги вперше спостерігав Р. Гук, а І. Ньютон установив залежність розмірів кілець від кривизни лінзи.

Легко розрахувати радіуси кілець Ньютона. Нехай  $R$  – радіус кривизни опуклої поверхні лінзи. Товщина зазора  $h_m$ , відповідна кільцю з порядком  $m$  (пов'язана з радіусом цього кільця  $r_m$ ); якщо обмежитися першими двома членами розкладання до ряду Тейлора  $r_m^2 \ll R^2$ , визначається співвідношенням  $h_m = R - \sqrt{R^2 + r_m^2} \approx \frac{r_m^2}{2R}$  За приблизно нормального

падіння світла та малого нахилу поверхні лінзи до поверхні пластинки

умова створення інтерференційних смуг, якщо повітря ( $n \approx 1$ ), має вигляд  $2h_m + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$ . Тоді для радіусів кілець отримуємо  $r_m^2 = R\lambda(m - \frac{1}{2})$ , де  $m = 1/2, 3/2, 5/2 \dots$  – для темних кілець і  $m = 0, 1, 2, \dots$  – для світлих кілець. Видно, що, наприклад, радіуси темних кілець пропорційні квадратному кореню з позитивних цілих чисел, а відстань між сусідніми кільцями зменшується зі збільшенням порядку інтерференційних смуг. Вимірюючи радіуси кілець, які відповідають різним порядкам, і знаючи довжину хвилі світла, можна визначити радіус кривизни лінзи зі співвідношення  $R = \frac{r_{m+\Delta m}^2 - r_m^2}{\Delta m \lambda}$ , де  $\Delta m$  – зміна порядку інтерференційних смуг. У разі освітлення світлом, що містить дві квазімонохроматичні компоненти з близькими довжинами хвиль  $\lambda_1$  і  $\lambda_2 > \lambda_1$ , кожна компонента утворює свою інтерференційну картину.

У міру віддалення від центра інтерференційні кільця від різноманітних компонент світла розходяться. У результаті перекриття кілець різних порядків виникають періодичні зміни «видності» інтерференційної картини (вузли та пучності або світлові биття). Перше від центра розмиття відбувається тоді, коли радіус світлого кільця порядку  $m$  для довжини хвилі  $\lambda_1$  збігається з радіусом темного кільця порядку  $(m - 0,5)$  для довжини хвилі  $\lambda_2$ . Звідси випливає, що  $\lambda_2(m - 1/2) = \lambda_1 m$ . Оскільки кожне кільце має помітну ширину і в ньому здійснюється плавний перехід від максимуму до мінімуму, тому область розмиття має деяку протяжність. Очевидно, що з умови виникнення другого розмиття виходить  $\lambda_2(m' - 1/2) = \lambda_1(m' + 1)$ .

Тоді отримуємо, що  $\Delta m = m' - m = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$ , де  $\Delta m$  – зміна порядку інтерференційних смуг між сусідніми розмитими ділянками.

З освітленням білим світлом кільця стають забарвлені, а кількість спостережуваних кілець невелика, Причина в тому, що за великих  $m$  відбувається настільки складне накладення кілець різних довжин хвиль, що інтерференційна картина зникає; крім того, на білому світлі легко порушується умова часової когерентності.

Кільця Ньютона використовують для вимірювання радіусів кривизни поверхонь, вимірювання довжин хвиль світла та показників заломлення. У деяких випадках кільця Ньютона є небажаним явищем.

**Застосування інтерференції** дуже важливі та численні. Існують спеціальні прилади – інтерферометри, дія яких заснована на явищі інтерференції. Призначення їх може бути різним: точне вимірювання довжин світлових хвиль, вимірювання показника заломлення газів і інших речовин.

Є інтерферометри спеціального призначення. За допомогою інтерференції можна оцінити якість обробки поверхні виробу з точністю до  $1/10$  довжини хвилі, тобто з точністю до  $10^{-6}$  см. Для цього потрібно створити тонкий клиноподібний прошарок повітря між поверхнею зразка та дуже гладкою еталонною пластиною. Тоді нерівності поверхні розміром до  $10^{-6}$  см викличуть помітні викривлення інтерференційних смуг, що утворюються під час відбиття світла від перевірюваної поверхні та нижньої межі еталонної пластини.

Об'єктиви сучасних фотоапаратів і кінопроекторів, перископи підводних човнів і різні інші оптичні пристрої складаються з великого числа оптичних стекол – лінз, призм тощо. Проходячи через такі пристрої, світло відбивається від багатьох поверхонь. Кількість відображувальних поверхонь у сучасних фотооб'єктивах перевищує 10, а в перископах підводних човнів доходить до 40.

За умови падіння світла перпендикулярно поверхні частка відбитої від неї енергії становить 5 – 9 % від усієї енергії. Тому крізь прилад часто проходить усього 10 – 20 % світла, що надходить у нього. У результаті цього освітленість зображення виходить малою. Крім того, погіршується якість зображення. Частина світлового пучка після багаторазового відбиття від внутрішніх поверхонь проходить через оптичний прилад, але розсіюється і вже не бере участь у створенні чіткого зображення. На фотографічних зображеннях, наприклад, з цієї причини утворюється «вуаль». Для усунення цих хиб відбиття світла від поверхні оптичних стекол треба зменшити частку відображеної енергії світла. Зображення, створюване приладом, стає яскравіше, «просвітлюється». Звідси і термін *просвітлення оптики*.

Просвітлення оптики засноване на інтерференції. На поверхню скла, наприклад лінзи, наносять тонку плівку з показником заломлення  $n_p$ , меншим показника заломлення скла  $n_c$ . Одношарове просвітлення часто використовують для лазерної оптики, розрахованої на роботу у вузькому спектральному діапазоні.

Багатошарові просвітлювальні покриття характеризуються низькими втратами на відбиття (вузькосмугові покриття для лазерної оптики з відбивною здатністю близько 0,2 % і менше, широкосмугові – до 0,5 %).

Основна перевага багатошарового просвітлення фотографічної і спостережувальної оптики – мала залежність відбивної здатності від довжини хвилі в межах видимого спектра, що істотно зменшує спотворення кольору.

#### 6.4.4. Дифракція світла

**Дифракція** (від лат. *diffractus* – переломлений) – будь-які відхилення у процесі поширення хвиль (світла) від законів геометричної оптики, тобто загибання світла в область геометричної тіні. Причина дифракції, як і інтерференції, – суперпозиція хвиль, яка призводить до перерозподілу інтенсивності. Якщо кількість інтерференційних джерел скінченна, то говорять про інтерференцію хвиль. За умови безперервного розподілу джерел говорять про *дифракцію хвиль*.

Дифракція виявляється у хвилях будь-якої природи. Дифракція світла може бути пояснена тільки з хвильової точки зору. Вона призводить до того, що замість різкої межі між світлом і тінню (як це впливає з геометричної оптики) створюється розмита, складним чином освітлена область. Якщо  $\lambda$  – довжина хвилі,  $b$  – розміри перешкоди,  $L$  – відстань від перешкоди до точки спостереження, то розрізняють такі ситуації:  $b^2 / L\lambda \gg 1$  – *геометрична оптика*,  $b^2 / L\lambda = 1$  – *дифракція Френеля*,  $b^2 / L\lambda \ll 1$  – *дифракція Фраунгофера*.

Строге розв'язання будь-якої дифракційної задачі для світлових хвиль зводиться до знаходження рішення рівнянь Максвелла з відповідними граничними умовами.

В оптиці велике значення має наближене рішення дифракційних задач, засноване на принципі Гюйгенса – Френеля:

1) кожна точка, до якої доходить хвиля, є джерелом вторинних сферичних хвиль, огинаюча яких дає положення хвильового фронту в наступний момент часу (Х. Гюйгенс);

2) амплітуда результівної хвилі в будь-якій точці простору може бути знайдена як результат інтерференції всіх вторинних хвиль з урахуванням їх фаз і амплітуд (О. Френель).

#### 6.4.4.1. Математичне формулювання принципу Гюйгенса – Френеля

Нехай  $S$  – хвильова поверхня, не закрита перешкодою,  $P$  – точка спостереження. Тоді елемент поверхні  $dS$  збудить у точці  $P$  коливання:

$$dE = k(\varphi) \frac{a_0 dS}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0).$$

Результівне коливання має вигляд:

$$E = \int_S dE = \int_S k(\varphi) \frac{a_0 dS}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) dS,$$

де  $k(\varphi)$  визначає залежність амплітуди  $dE$  від кута між нормаллю до площадки  $dS$  і напрямком на точку  $P$ ,

множник  $a_0$  дає амплітуду світлового коливання в тому місці, де знаходиться  $dS$ , величини  $\omega$  і  $k$  – кругова частота і хвильове число сферичної хвилі, що поширюється від елемента  $dS$ .

Обчислення інтеграла у загальному випадку – важке завдання. У випадках, якщо в задачі існує симетрія, амплітуду результівного коливання можна знайти методом зон Френеля, не вдаючись до обчислення інтеграла.

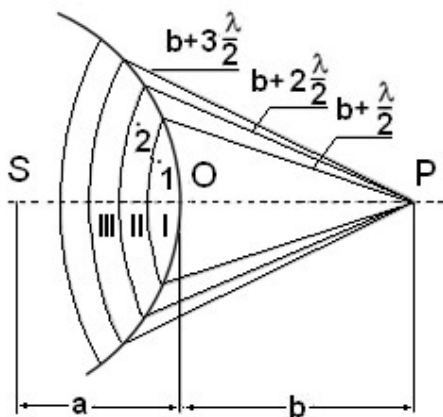


Рис. 6.12. Формулювання принципу Гюйгенса – Френеля

Нехай від джерела світла  $S$  (рис. 6.12) поширюється монохроматична сферична хвиля,  $P$  – точка спостереження. Через точку  $O$  проходить сферична хвильова поверхня. Вона симетрична відносно прямої  $SP$ . Розіб'ємо цю поверхню на кільцеві зони I, II, III і т. д. так, щоб відстані від країв зони до точки  $P$  відрізнялися на  $\lambda/2$  – половину довжини світлової хвилі. Це розбиття було запропонова-

но  $O$ . Френелем, і зони називають *зонами Френеля*.

Що дає таке розбиття для розрахунку інтенсивності в точці  $P$ ? Візьmemo довільну точку 1 у першій зоні Френеля. У зоні II через правило побудови зон знайдеться така відповідна їй точка, що різниця ходу променів, що йдуть у точку  $P$  від точок 1 і 2, буде дорівнювати  $\lambda/2$ . Унаслідок цього коливання від точок 1 і 2 взаємно погасяться в точці  $P$ .

З геометричних міркувань випливає, що за не дуже великих номерів зон їх площі приблизно однакові. Значить, кожній точці першої зони

знайдеться відповідна їй точка в другій, коливання яких взаємно погасяться. Амплітуда результтивного коливання, що приходить у точку Р від зони з номером  $m$ , зменшується зі зростанням  $m$ , тобто  $A_1 > A_2 > A_3 \dots A_{m-1} > A_m > A_{m+1} \dots$ . Відбувається це через збільшення зі зростанням  $m$  кута між нормаллю до хвильової поверхні та напрямком на точку Р. Отже, гасіння коливань сусідніх зон буде не зовсім повним.

#### 6.4.4.2. Дифракція Френеля на круглому отворі

Нехай на шляху сферичної світлової хвилі, що випускається джерелом S, розташований непрозорий екран з круглим отвором радіуса  $r_0$ . Якщо отвір відкриває парне число зон Френеля, то в точці Р буде спостерігатися мінімум, оскільки всі відкриті зони можна об'єднати в сусідні пари, коливання яких у точці Р приблизно гасять одна одну. З непарним числом зон у точці Р буде максимум, оскільки коливання однієї зони залишаться не погашеними. Радіус зони Френеля з номером  $m$  за не дуже великих  $m$ :  $r = \sqrt{ab \cdot m\lambda / (a + b)}$ . Відстань «а» приблизно дорівнює відстані від джерела до перепони, відстань «b» – від перепони до точки спостереження Р. Якщо отвір залишає відкритим ціле число зон Френеля, то, прирівнявши  $r_0$  і  $r_m$ , отримаємо формулу для підрахунку числа відкритих зон Френеля  $m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$ . За  $m$  парним, у точці Р буде мінімум інтенсивності, за непарним – максимум.

#### 6.4.4.3. Дифракція Фраунгофера на щілині

У разі дифракції Фраунгофера параметр  $b^2/(L\lambda) \ll 1$ . Це означає, що якщо розмір перешкоди  $b \sim \lambda$ , то відстань до екрана спостереження  $L \gg b$ . Нехай на довгу щілину шириною  $b$  падає плоска монохроматична хвиля з довжиною  $\lambda$ . Помістимо між щілиною та екраном спостереження лінзу так, щоб екран спостерігача перебував у фокальній площині лінзи. Лінза дозволяє спостерігати на екрані дифракцію в паралельних променях ( $L \rightarrow \infty$ ). Збиральна лінза має властивість *таутохронності*: промені, що йдуть від хвильової поверхні АС до точки спостереження Р, мають однакову оптичну довжину. Таким чином, результат суперпозиції вторин-

них хвиль, який визначає амплітуду коливань світлової хвилі в точці Р, залежить від різниці ходу, що набігає в трикутнику АВС.

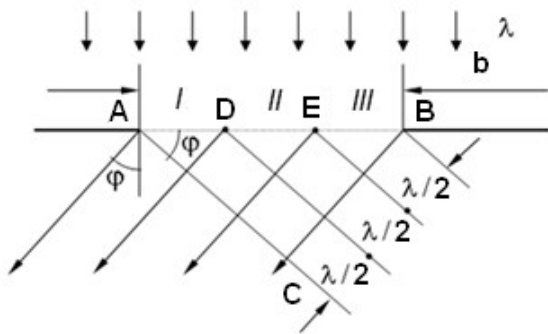


Рис. 6.13. Визначення дифракції Фраунгофера на щілині

Зображено три: AD, DE і EB. Число зон Френеля k залежить від  $\lambda$  і довжини відрізка BC =  $b \sin \varphi$ . Якщо k ціле, то  $b \cdot \sin \varphi = k \frac{\lambda}{2}$ . З парним числом зон Френеля  $k = 2m$ , де  $m = \pm 1, \pm 2 \dots$  зони можна розбити на сусідні пари, які гасять одна одну.

Отже, умова мінімуму щодо дифракції Фраунгофера на щілині має вигляд:  $b \cdot \sin \varphi = m\lambda$ ,  $m = \pm 1, \pm 2 \dots$

За непарного  $k = 2m+1$  одна зона залишається без пари, і її коливання не будуть погашені. Отже, умова максимуму для дифракції Фраунгофера на щілині буде мати вигляд:

$$b \cdot \sin \varphi = m\lambda + \frac{\lambda}{2}.$$

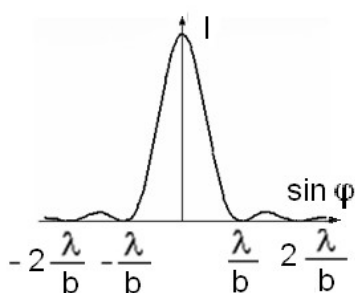


Рис. 6.14. Залежність інтенсивності дифрагованого світла від кута φ

Звернемо увагу, що умови формально протилежні умовам максимумів і мінімумів з інтерференцією від двох джерел. Залежність інтенсивності дифракційної картини від кута дифракції φ має вигляд

$$I_{\text{щ}}(j) = I_0 \sin^2 \left( \frac{\pi b}{\lambda} \sin j \right) \left( \frac{\pi b}{\lambda} \sin j \right)^2, \text{ де } I_0$$

– інтенсивність за  $\varphi = 0$ . Графік цієї

функції в осях  $I - \sin \varphi$  має вигляд наведений на рис. 6.14.



#### 6.4.4.4. Дифракційні ґратки

**Дифракційна ґратка** – це сукупність великої кількості однакових щілин, віддалених одна від одної на ту саму відстань. Відстань  $d$  між відповідними точками сусідніх щілин називають *періодом ґратки*:  $d = a + b$ . Можна отримати вираз для інтенсивності  $I_p$  результтивного коливання, що створюється ґраткою для кута  $\varphi$  у вигляді:

$$I_p(\varphi) = I_0 \left[ \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda} \cdot \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda} \cdot \sin \varphi\right)^2} \right] \cdot \left[ \frac{\sin^2\left(N\pi \frac{d}{\lambda} \cdot \sin \varphi\right)}{\sin^2\left(\pi \frac{d}{\lambda} \cdot \sin \varphi\right)} \right].$$

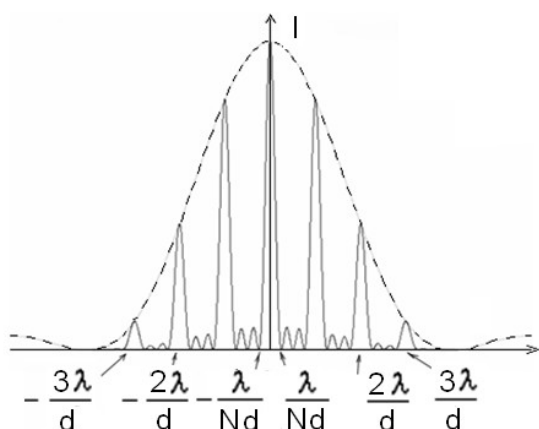


Рис. 6.15. Залежність інтенсивності дифракційної картини від  $\sin \varphi$

Можна формально отримати умови, за яких будуть спостерігатися мінімуми, якщо проаналізувати на мінімум цей вираз. У хороших ґрат  $d \approx 10^{-6}$  м і за довжини ґратки  $l_p = 1$  см кількість щілин  $N = l_p / d = 10000$ , що дає дуже вузькі головні максимуми, необхідні в спектральних приладах. Графік залежності інтенсивності дифракційної картини від  $\sin \varphi$  ( $N = 4$ ) зображений на рис. 6.15 суцільною

лінією. Штрихова лінія – обвідна дифракційної картини – це інтенсивність дифракційної картини від однієї щілини, помножена на  $N^2 = 16$ .

#### 6.4.4.5. Поняття про голографію

**Голографія** (від грец. «*Όλος* – *holos*» – «повний запис») – особливий спосіб запису та подальшого відновлення хвильового поля, заснований на реєстрації інтерференційної картини. Вона зобов'язана своїм виникненням *законам хвильової оптики* – законам інтерференції і дифракції. Цей принципово новий спосіб фіксації і відтворення просторового зображення предметів винайдений англійським фізиком Д. Габором (1900 – 1979 рр.) у 1947 р. (Нобелівська премія 1971 р.). Експериментальне втілення і подальше розроблення цього способу (Ю. М. Денисюком в 1962 р. і американськими фізиками Е. Лейтом і Ю. Упатнієксом у

1963 р.) стали можливими після появи в 1960 р. джерел світла високого ступеня когерентності – *лазерів*.

Ідея голографування полягає в тому, що фотографується розподіл інтенсивності в інтерференційній картині, яка виникає через суперпозицію хвильового поля об'єкта та когерентної йому опорної хвилі відомої фази. Подальша дифракція світла на зареєстрованому розподілі почорнінь у фотошарі відновлює хвильове поле об'єкта та припускає вивчення його за відсутності об'єкта. Крім того, відновлюється і дійсне зображення предмета, що має рельєф, який є зворотним до рельєфу предмета. Тобто опуклі місця замінені увігнутими, і навпаки (якщо спостереження ведеться праворуч від голограми).

Слід зазначити, що голограми Ю. М. Денисюка записуються за допомогою когерентного лазерного випромінювання, а зчитувати їх можна у звичайному білому світлі. Причому колір відновленого зображення предмета буде таким самим, як і колір лазерного випромінювання, використаного під час запису. Це дозволяє записувати кольорові зображення, використовуючи лазери, що випромінюють у червоній, синій і зеленій областях спектра. Розглядаючи таку голограму в білому світлі, ми отримуємо зображення предмета в цих же кольорах. Додавання їх, так само як і в кольоровому телебаченні, передає колірні відтінки предмета.

Запис і читання плоских голограм можливі тільки з використанням когерентного, лазерного випромінювання. Для запису об'ємних голограм необхідно когерентне випромінювання, проте розглядати їх можна і за звичайного освітлення.

Виготовлення голограм (як плоских, так і об'ємних) є технічно складним завданням. Тому голограми дорогі. Три типи голограм: *плоскі, об'ємні та райдужні* – можна об'єднати загальною назвою «*оптичні статичні голограми*». Ці голограми фіксують об'ємне зображення предмета в електромагнітному полі у видимій, як правило, області спектра з використанням опорного пучка, під час запису на фоточутливому матеріалі (фотоплівка, фоторезист) з утворенням статичного (не змінного за часом) зображення.

Методи голографії (запис голограми у тривимірних середовищах, кольорове та панорамне голографування і т. д.) знаходять усе більшого розвитку. Застосування голографії різноманітні, але найбільш важливими, що набувають усе більшого значення, є запис і зберігання інформації. Методи голографії дозволяють записувати в сотні разів

більше сторінок друкованого тексту, ніж методи звичайної мікрофотографії. За підрахунками, на фотопластинку розміром 32 × 32 мм можна записати 1 024 голограми (площа кожної з них 1 мм<sup>2</sup>), тобто на одній фотопластинці можна «розмістити» книгу обсягом понад тисячу сторінок. Як майбутні розробки можуть слугувати ЕОМ з топографічною пам'яттю, голографічний електронний мікроскоп, голографічне кіно та телебачення, топографічна інтерферометрія і т. д. Поява лазерів, когерентних джерел оптичного випромінювання, дало не тільки зручний і надійний інструмент для запису та відновлення об'ємного зображення предметів, але й розширило можливості самої голографії.

Область оптики, предметом якої є ефекти, які пов'язані зі зміною характеристик середовища під дією лазерного випромінювання, називають *нелінійною оптикою*. Ці явища цікаві тим, що шляхом інтерференції опорної і предметної хвиль інтенсивність світла змінюється в просторі. Відповідно до неї змінюється і показник заломлення, а в середовищі виникає голограма об'єкта, яка існує, доки існують лазерні поля. Таку голографію називають *динамічною*, оскільки вона фіксує в реальному масштабі часу всі зміни в розташуванні та формі предмета в обсязі нелінійно-оптичного середовища. Динамічна голографія має переваги перед статичною. На основі динамічних голографічних перетворювачів можуть бути створені логічні елементи ЕОМ з надзвичайно високою швидкодією ( $10^{-12}$  с), системи оперативної пам'яті й інші пристрої оптоелектроніки. Динамічна голограма змінюється відповідно до зміни в просторі та часі предметної хвилі та може бути відновлена.

## 6.5. Поширення світла в речовині

### 6.5.1. Поляризація світла

Світло є окремим випадком електромагнітної хвилі, яка має поперечний характер і є двома взаємно-перпендикулярними синфазними векторами напруженостей електричного та магнітного полів, які коливаються в площинах, що перпендикулярні вектору швидкості електромагнітної хвилі (див. рис 5.4). Поперечну хвилю називають поляризованою, якщо для неї є певний, виділений напрям коливань. Площина, що перпендикулярна до напрямку поширення світлової хвилі, в якій

лежать обидва вектори напруженостей електричного  $\vec{E}$  та магнітного  $\vec{H}$  полей, є *площиною поляризації*. Розрізняють три види поляризації: *лінійна або плоска, кругова або циркулярна та еліптична* поляризація. До них можна умовно додати *випадково хаотичну* поляризацію.

Плоску світлову хвилю називають *лінійно-поляризованою*, якщо її вектор напруженості електричного поля  $\vec{E}$  (відповідно і вектор  $\vec{H}$ ) лежить в тій самій площині. Історично склалося так, що *площиною поляризації* названо площину, в якій знаходиться вектор напруженості магнітного поля  $\vec{H}$ . Площина, в якій знаходиться вектор  $\vec{E}$ , є *площиною коливань*. Тому надалі, описуючи поляризацію хвилі, будемо стежити тільки за її вектором напруженості електричного поля  $\vec{E}$ .

Плоска світлова хвиля є *поляризованою по колу*, якщо з її поширенням кінець її вектора напруженості електричного поля  $\vec{E}$  описує спіральну циліндричну лінію. Узагальненням поляризації за колом є *еліптична поляризація*, за якої у процесі поширення хвилі кінець її вектора  $\vec{E}$  описує спіральну еліптичну лінію.

*Природне світло*, що випускається великою кількістю атомів, довільно орієнтованих у просторі, строго кажучи, є неполяризованим. Умовно природне світло можна називати випадково хаотично поляризованим. Можна створити *частково поляризоване світло*, в якому не всі площини коливань є однаково представленими, а є деяка виділеність одних коливань перед іншими. Можна ввести величину, яка характеризує ступінь поляризації у частково поляризованому світлі.

Поляризоване та частково поляризоване світло, так само як і поляризоване по еліпсу, можна розкласти на два плоскополяризованих променя. Цією обставиною на практиці широко користуються для створення плоскополяризованого світла. Принцип такого процесу такий: потрібно створити прилад, який би одну зі складових плоскополяризованих хвиль природного світла затримував, а іншу – пропускав. Коли справу мають з поляризаційними явищами, то зазвичай доводиться вирішувати два питання: як створити поляризоване світло і як зареєструвати його поляризацію. Прилад для вирішення першого завдання називають *поляризатором*, для вирішення другого – *аналізатором*. Як правило, поляризатор і аналізатор взаємозамінні.

Наведемо приклади поляризаторів. Існують кристали, в яких плоскополяризоване світло поглинається суттєво по-різному залежно від роз-

ташування площини коливань. За певного розташування цієї площини поглинання слабке, а за розташуванням, що перпендикулярне до першого, навпаки, поглинання дуже сильне. У проміжних положеннях площини коливань поглинання світла поступово змінюється від максимуму до мінімуму. Речовини з такими властивостями називають *дихроїчними*. До таких речовин, зокрема, належить *кристал турмаліна*. Пластинка з турмаліна навіть товщиною 1 – 2 мм може слугувати поляризатором і аналізатором. Іншим прикладом поляризатора є *поляроїд* – штучно виготовлена плівка, що володіє також властивістю дихроїчності (кристали з герпатіта, які вводяться в желатин або целюлозу). Поляроїди зазвичай дають лише частково поляризоване світло, ступінь поляризації якого не дуже велика.

*Ступінь поляризації* того чи іншого променя суттєво залежить від кута падіння променя. Існує *кут падіння* (у кожній парі прозорих середовищ він свій), за якого відбите світло стає повністю плоскополяризованим (ступінь поляризації дорівнює одиниці), а заломлений промінь залишається частково поляризованим. Ступінь його поляризації у цьому куті максимальна. Цей кут називають кутом Брюстера  $i_0$ . Він визначається з умови (*закон Брюстера*):  $\operatorname{tg} i_0 = n$ .

Пристрій, у якому з різних кінців труби вмонтовані поляризатор і аналізатор, називають *поляриметром*. Аналізатор пропускає світло повністю (не беручи до уваги поглинання), якщо його площина коливань поєднана з площиною пропускання самого аналізатора. Якщо повертати аналізатор навколо осі поляриметра, то інтенсивність світла, що проходить, буде змінюватися від нуля (у такому випадку говорять, що поляризатор і аналізатор схрещені) до деякого максимального значення. Якщо позначити інтенсивність світла  $J_p$ , що пройшло через поляризатор, то інтенсивність світла, що пройшло через аналізатор, буде підпорядковуватися **закону Малюса**:  $J_a = J_p \times \cos^2 \alpha$ . Розміщуючи між поляризатором і аналізатором в трубці поляриметра різні середовища (розчини, кристали та ін.), можна спостерігати різного роду явища поляризації.

Розглянемо процес заломлення світла в анізотропних середовищах, у кристалах. Цей процес тісно пов'язаний з поляризацією світла (і використовується для виготовлення поляризаторів). Зупинимося на так званих одноосьових кристалах. У таких кристалах (наприклад, у кристалі ісландського шпату  $\text{CaCO}_3$ ) існує виділений напрям – такий, що якщо за-

ломлений промінь йде в цьому напрямі, то спостерігається звичайне заломлення, підпорядковане закону заломлення. Якщо ж заломлення відбувається у всіх інших напрямках, то спостерігається незвичайне, так зване подвійне променезаломлення. Напрямок, у якому не спостерігається подвійного променезаломлення, називають *оптичною віссю кристала*. Кристали, у яких такий виділений напрям є єдиним, називають *одноосними*. Кристал ісландського шпату належить до такої категорії.

Світло, що падає на кристал, заломлюючись, створює не один заломлений промінь, як в ізотропних середовищах, а два, що йдуть у різних напрямках. У цьому й полягає саме *явище подвійного променезаломлення*. Якщо через такий кристал подивитися на навколишні предмети, то кожен предмет буде роздвоюватися. Особливістю подвійного променезаломлення є те, що один з заломлених променів підкоряється закону заломлення, а інший промінь цьому закону не підпорядковується. Обидва заломлених променя плоскополяризовані, і їх площини коливань взаємно-перпендикулярні. Тут промінь «о» називають *звичайним*, а промінь «е» – *незвичайним*. Обидва промені виходять з кристала плоскополяризованими у взаємно-перпендикулярних площинах.

Подвійне променезаломлення дозволяє побудувати досконалі поляризатори, наприклад *призми Ніколя* (скорочено – *ніколь*), які складаються з двох прямокутних призм з ісландського шпату. Кути призм дорівнюють 68 і 22. Призми склеєні шаром канадського бальзаму. Оптична вісь лежить у площині креслення під кутом 48 до грані призми. Промінь, що падає, розбивається на звичайний і незвичайний. Перший сильніше заломлюється, ніж другий, і на межі ісландський шпат – канадський базальт випробовує повне внутрішнє відбиття, тобто цілком відхиляється вбік. Тільки незвичайний промінь проходить призму. На виході призми отримуємо плоскополяризований промінь.

#### 6.5.1.1. Інтерференція поляризованого світла

Явища інтерференції поляризованих променів досліджувалися в класичних дослідах О. Ж. Френеля (1816 р.), які довели поперечність світлових коливань. Сутьність їх полягає у залежності результату інтерференції від кута між площинами світлових коливань: смуги найбільш контрастні у паралельних площинах і зникають, якщо хвилі поляризовані ортогонально. Труднощі отримання інтерференції поляризованих хвиль

полягають в тому, що з накладенням двох когерентних променів, поляризованих у взаємно-перпендикулярних напрямках, ніякої інтерференційної картини з максимумами та мінімумами інтенсивності бути не може. Інтерференція виникає тільки в тому випадку, якщо коливання у взаємодіючих променях відбуваються вздовж одного і того ж напрямку. Коливання у двох променях, що спочатку поляризовані у взаємно-перпендикулярних напрямках, можна звести в одну площину, пропустивши ці промені крізь поляризуючу кристалічну пластинку.

#### 6.5.1.2. Штучна анізотропія

Ізотропні прозорі середовища не викликають інтерференцію, але якщо пластинку з такого матеріалу (наприклад, з прозорої пластмаси) піддати деформації і напрузі, то вона набуває анізотропних властивостей і виявляє подвійне променезаломлення. Цією обставиною можна скористатися для моделювання картини напружень у різних деталях напружених конструкцій (наприклад, будівельних).

Смуги в кристалічному клині слідують за рівною товщиною, їх можна назвати *смугами рівної товщини*, а смуги в напруженій ізотропній пластинці йдуть за рівною напругою – це будуть *смуги рівної напруги*. Моделюючи напружену деталь з прозорої пластмаси та висвітлюючи її монохроматичним світлом, між схрещеними ніколями можна якісно оцінити напругу в деталі, а головне – знайти розподіл напружень у ній (наприклад, у навантаженої балці).

Інше застосування інтерференції поляризованих променів пов'язано з електричним полем. Рідини ізотропні. Якщо їх помістити між схрещеними ніколями, то інтерференція не спостерігається. Рідина, яка поміщена в електричне поле, електрично поляризується і стає *анізотропною*. У результаті під впливом електричного поля в рідині (так звана *комірка Керра*) виникає подвійне променезаломлення. Якщо ніколі схрещені, то за відсутності поля світло через комірку Керра не проходить. Під дією однорідного електричного поля між пластинками конденсатора рідина (використовується зазвичай нітробензол) стає анізотропною. Світло, що проходить через кювету, повертає площину поляризації, і система стає прозорою. Тому комірка Керра може слугувати затвором світла, що управляє потенціалом одного з електродів конденсатора, поміщеного в комірку.

На основі комірок Керра побудовані практично безінерційні затвори та модулятори світла з часом спрацьовування до  $10^{-12}$  с. Величина подвійного променезаломлення прямо пропорційна квадрату напруженості електричного поля:  $\Delta n = nkE^2$  (закон Керра). Тут  $n$  – показник заломлення речовини за відсутності поля,  $\Delta n = n_e - n_o$ , де  $n_e$  і  $n_o$  – показники заломлення для незвичайної і звичайної хвиль,  $k$  – постійна Керра.

### 6.5.2. Дисперсія світла

З поширенням світла в речовині виникають такі явища:

- 1) змінюється швидкість поширення, причому швидкість поширення залежить від довжини світлової хвилі. Це явище називають **дисперсією**;
- 2) частина енергії світлової хвилі втрачається. Це явище називають **поглинанням або абсорбцією** світла;
- 3) з поширенням світла в оптично неоднорідному середовищі виникає **розсіювання** світла на його просторових неоднорідностях.

**Дисперсією світла** називають залежність показника заломлення  $n$  речовини від частоти  $\nu$  (довжини хвиль  $\lambda$ ) світла або залежність фазової швидкості світлових хвиль  $v$  від їх частоти.

**Фазова швидкість** – швидкість переміщення фази гармонійної хвилі. Фазова швидкість  $v$  виражається через частоту  $\nu$  і довжину хвилі (або через кругову частоту  $\omega = 2\pi\nu$  і хвилеве число  $k = 2\pi / \lambda$ ) формулою  $v = \lambda\nu = \omega/k$ . Поняття «фазова швидкість» можна застосовувати, якщо гармонічна хвиля поширюється без зміни форми. Ця умова завжди виконується в лінійних середовищах. За умови залежності фазової швидкості від частоти або, що є тим самим, від довжини хвилі говорять про **дисперсію швидкості**. У відсутності дисперсії будь-які хвилі поширюються, не міняючи форми, зі швидкістю, що дорівнює фазовій швидкості. За наявності дисперсії негармонічні хвилі змінюють свою форму, і звичайне поняття швидкості щодо таких хвиль стає непридатним. У цих випадках важливим є поняття **групової швидкості** та **швидкості фронту хвилі**.

Дисперсію світла можна подати у вигляді залежності:  $n = n(\lambda)$  або  $n = n(\nu)$ . Ця залежність пов'язана з взаємодією електромагнітного поля світлової хвилі з атомами та молекулами, що призводить до поглинання. Показник заломлення стає комплексною величиною  $\tilde{n} = n + i\chi$ , де  $\chi$



характеризує поглинання. У видимій і ультрафіолетовій областях спектра основне значення мають коливання електронів, а в інфрачервоній – коливання іонів.

Наслідком дисперсії є розкладання в спектр пучка білого світла під час проходження його через призму. Кут відхилення променів призмою залежить від показника заломлення  $n$ , а  $n$  – функція довжини хвилі. Тому промені різних довжин хвиль після проходження призми відхиляються на різні кути. Пучок білого світла за призмою розкладається в спектр, який називають *дисперсійним* або за призматичним, що і спостерігав І. Ньютон. За допомогою призми, так само як за допомогою дифракційної ґрати, розкладаючи світло в спектр, можна визначити його спектральний склад.

Величина  $D = \frac{dn}{d\nu}$  (або  $D = \frac{dn}{d\lambda}$ ), яку називають **дисперсією речовини**, показує, як швидко змінюється показник заломлення з довжиною хвилі. Ця залежність не лінійна і не монотонна. Области значення  $\nu$ , у яких  $\frac{dn}{d\nu} > 0$  або  $\frac{dn}{d\lambda} < 0$ , відповідають **нормальній дисперсії світла** (із зростанням частоти  $\nu$  показник заломлення  $n$  збільшується). Нормальна дисперсія спостерігається у речовин, прозорих для світла. Звичайне скло прозоре для видимого світла, і в цій області частот спостерігається нормальна дисперсія світла у склі. На основі явища нормальної дисперсії засновано «розкладання» світла скляною призмою монохроматорів.

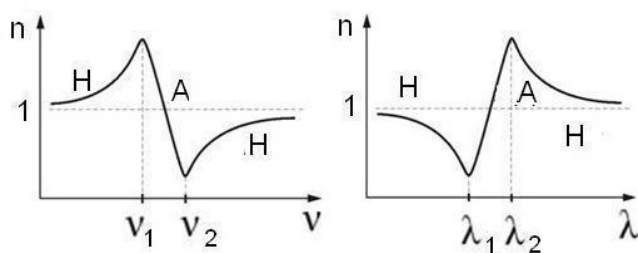


Рис. 6.16. Залежності  $n$  від  $\nu$  і  $\lambda$

У звичайного скла в інфрачервоній і ультрафіолетовій частинах спектра спостерігається аномальна дисперсія. Залежності  $n$  від  $\nu$  і  $\lambda$  показані на рис. 6.16. На графіку залежності  $n(\lambda)$  є ділянка, де  $n < 1$ . Це

Дисперсія є **аномальною**, якщо  $\frac{dn}{d\nu} < 0$  або  $\frac{dn}{d\lambda} > 0$ , тобто із

зростанням частоти  $\nu$  показник заломлення  $n$  зменшується. Аномальна дисперсія спостерігається в областях частот, що відповідають смугам інтенсивного поглинання світла в даному середовищі.

означає, що фазова швидкість світлової хвилі:  $v = (c / n) > 1$ . На перший погляд, це твердження суперечить теорії відносності, згідно з якою швидкість світла у вакуумі є максимально можливою швидкістю передавання сигналу. Але монохроматична хвиля не може передавати сигнал: вона ніколи не закінчується і ніде не починається. Така хвиля складається з нескінченно повторюваних однакових горбів і западин, які нічим не відрізняються один від одного.

Передавати сигнал можна лише обмеженим у просторі та в часі відрізком електромагнітної хвилі – *електромагнітним імпульсом*. Такий імпульс (група хвиль) можна подати у вигляді накладення нескінченного числа монохроматичних хвиль з різними частотами й амплітудами (інтеграл Фур'є). Можна подавати імпульс (групу хвиль) сукупністю двох близьких за частотою монохроматичних хвиль ( $\omega_2 - \omega_1 = \Delta\omega$  і, відповідно, для хвильового числа  $\Delta k = k_2 - k_1$ ). І тоді можна вважати, що імпульс (група хвиль) – це *монохроматична хвиля*  $\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$  з амплітудою  $A = \left| 2a \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x\right) \right|$ , яка повільно змінюється.

Будемо стежити за поширенням у просторі точки  $x_m$ , де амплітуда  $A$  максимальна. Назвемо **груповою швидкістю**  $u$  швидкість переміщення в просторі точки з координатою  $x_m$   $u = \frac{dx_m}{dt}$ . Остаточний вираз для групової швидкості  $u = \frac{d\omega}{dk}$ . Залежно від характеру дисперсії групова швидкість  $u$  в речовині може бути як більше, так і менше фазової швидкості  $v$  (у недиспергуючому середовищі  $u = v$ ).

Групову швидкість  $u$  можна записати у вигляді:  $u = \frac{d\omega}{dk} = v / \left(1 + \frac{v}{n} \frac{dn}{dv}\right)$ .

За нормальної дисперсії  $u < v$  і  $\frac{dn}{d\lambda} > 0$ . За *аномальної дисперсії*  $u > v$ ; зокрема, якщо  $n + v \frac{dn}{dv} < 1$ , то  $u > c$ . Цей результат не суперечить спеціальній теорії відносності.

Поняття групової швидкості правильно описує поширення тільки такого сигналу (хвильового пакета), форма якого не змінюється з переміщенням сигналу в середовищі. В області частот, що відповідають аномальної дисперсії, групова швидкість не збігається зі швидкістю сиг-

налу, оскільки внаслідок значної дисперсії форма сигналу так швидко змінюється, що не має сенсу говорити про групову швидкість.

Послідовний опис взаємодії світла з речовиною можливий тільки в рамках квантової теорії. Однак у багатьох випадках можна обмежитися описом у рамках хвильової (електромагнітної) теорії випромінювання і класичної електронної теорії. Згідно з нею кожен молекулу середовища можна розглядати як систему зарядів, які мають можливість здійснювати гармонічні коливання – як систему осциляторів з різними власними частотами та коефіцієнтами загасання. Рух цих осциляторів можна розглядати на основі законів Ньютона. Тобто дисперсія світла може бути пояснена на основі електромагнітної теорії та електронної теорії речовини. З падінням світла на речовину світлові хвилі, падають, складаються із вторинними хвилями, що виникають унаслідок коливань електронів і ядер, що входять до складу атомів і молекул речовини та наведених у стан коливального руху змінним полем світлової хвилі, що падає. Водночас прийнято вважати, що заряджені частинки в атомах і молекулах утримуються біля свого положення рівноваги квазіпружними силами. Унаслідок цього електрони, ядра, іони можуть мати власну частоту коливань  $\omega_0$ . Світлова хвиля, що падає, поширюючись через речовину, змушує заряджені частинки здійснювати вимушені коливання з частотою  $\omega$ . Базуючись на цих уявленнях, можна отримати залежність показника заломлення від довжини світлової хвилі. Класичну теорію, яка розглядає процеси, що протікають за умови  $E_m \ll E_A$ , називають *лінійною оптикою* (де  $E_m$  – амплітудне значення напруженості електричного поля хвилі;  $E_A$  – амплітуда такої хвилі, енергія якої дорівнює енергії зв'язку частинки в структурі). Закони лінійної оптики справедливі для  $E_m = 10 - 10^3$  В/м. Якщо амплітудне значення  $10^9 - 10^{11}$  В/м, то  $E_m > E_A$  і відповідний розділ теорії відносять до *нелінійної оптики*.

Дисперсія світла є результатом взаємодії електромагнітної хвилі з зарядженими частинками, що входять до складу речовини. Теорія Максвелла не могла пояснити це явище, тому що тоді ніхто не знав про складну будову атома. Класична теорія була розроблена Х. А. Лоренцем після створення ним електронної теорії будови речовини. Він показав, що  $n^2 = \epsilon$ , а  $\epsilon$  – теж залежить від частоти.

Для видимого світла існує тільки поляризація електрично пружного зсуву. Зміщуються в основному валентні електрони. У процесі *вимушених* (під дією світлової хвилі, що падає) коливань електронів з частотою  $\nu$

(частота примусової сили) періодично змінюються дипольні електричні моменти атомів, частота яких теж дорівнює  $\nu$ . Середня відстань між атомами речовини багато менша, ніж довжина одного цугу хвиль. Отже, вторинні хвилі, які випромінюються великою кількістю сусідніх атомів, когерентні як між собою, так і з первинною хвилею. Із додаванням цих хвиль вони інтерферують, у результаті і створюються усі спостережувані оптичні явища, пов'язані із взаємодією світла з речовиною.

Фаза вторинної хвилі інша (впливає запізнювання зміщення електрона – зсув відбувається тільки з досягненням певної величини електричного поля), але різниця фаз первинної та вторинної хвиль постійна. Швидкість поширення фронту хвилі (*фазова швидкість*) залежить від результату додавання, тобто від фази результуючої хвилі. В однорідній ізотропній речовині в результаті інтерференції утворюється хвиля, напрям поширення якої збігається з напрямком первинної хвилі. В оптично неоднорідному середовищі (з різним  $n$ ) додавання першої та другої хвиль призводить до розсіювання світла. За умови падіння світла на межу розділу двох середовищ у результаті інтерференції виникає не тільки хвиля, що проходить (заломлюється), але і відбита хвиля. Відбиття відбувається не від геометричної поверхні розділу, а від більш-менш значного шару частинок середовища, що прилягають до межі розділу.

Слід особливо відзначити, що дисперсія світла є невід'ємною властивістю речовини. Для речовин, що складаються з атомів з декількома електронами, можлива наявність декількох смуг аномальної дисперсії, оскільки частота власних коливань електрона  $\omega_0$  в атомах залежить від їх віддалення від ядра атома. Кількість електронів залежить від величини заряду ядра. З цього випливає, що кожна речовина обов'язково має не менше двох смуг аномальної дисперсії. Одна смуга відповідає коливанням зовнішніх електронів, а друга – коливанням ядер. Смуги аномальної дисперсії, які відповідні коливанням ядер, лежать у далекій інфрачервоній області спектра, тому що коливання ядер відбуваються з меншою частотою, ніж коливання електронів.

### 6.5.3. Поглинання (абсорбція) світла

**Поглинанням (абсорбцією) світла** називають явище втрати енергії світловою хвилею, що проходить через речовину. Із проходженням електромагнітної хвилі через речовину частина енергії хвилі

витрачається на збудження коливань електронів. Частково ця енергія знову повертається випромінюванню у вигляді вторинних хвиль, що збуджуються електронами; частково ж вона переходить в інші види енергії (наприклад, в енергію руху атомів, тобто у внутрішню енергію речовини). Із поглинанням світла коливання загасають, і амплітуда електричної складової зменшується у міру поширення хвилі. Таким чином, інтенсивність світла із проходженням через речовину зменшується – світло поглинається в речовині. Вимушені коливання електронів, а отже, і поглинання світла, стають особливо інтенсивними за резонансної частоти. Інтенсивність хвилі буде змінюватися **за законом Бугера**. П. Бугер (1698 – 1758 рр.) – французький вчений вивів таку закономірність:

$$J(x) = J_0 \exp(-\alpha x), \quad (6.5)$$

де  $J_0$  – інтенсивність хвилі на вході в середовище;

$\alpha$  – постійна, що залежить від властивостей поглинальної речовини. Це *коефіцієнт поглинання* – фізична величина, що кількісно дорівнює зворотному значенню товщини шару речовини, в якому інтенсивність хвилі зменшується в  $e = 2,72$  разів.

Залежність коефіцієнта поглинання від довжини хвилі визначає *спектр поглинання матеріалу*. У речовині (наприклад, у газі) можуть бути присутні кілька сортів часток, що беруть участь у коливаннях під дією електромагнітної хвилі, що розповсюджується. Якщо ці частки слабо взаємодіють, то коефіцієнт поглинання малий для широкого спектру частот, і лише у вузьких областях він різко зростає. Ці області відповідають частотам власних коливань оптичних електронів у атомах різних видів. Спектр поглинання таких речовин *лінійчастий* у формі темних смуг на райдужній забарвленості спектра, якщо це видима область. Максимуми відповідають резонансним частотам коливань електронів усередині атомів. Коефіцієнт поглинання, що залежить від довжини хвилі  $\lambda$  (або частоти  $\omega$ ), для різних речовин різний. Наприклад, одноатомні гази та пари металів (тобто речовини, в яких атоми розташовані на значних відстанях один від одного і їх можна вважати ізольованими) мають близький до нуля коефіцієнт поглинання. І лише для дуже вузьких спектральних областей (приблизно  $10^{-12} - 10^{-11}$  м) спостерігаються різкі максимуми (так званий *лінійчастий спектр поглинання*). Ці лінії відповідають частотам власних коливань електронів у атомах.

Спектр поглинання молекул, що визначається коливаннями атомів у молекулах, характеризується смугами поглинання (приблизно  $10^{-10}$  –  $10^{-7}$  м). Коефіцієнт поглинання для діелектриків невеликий (приблизно  $10^{-3}$  –  $10^{-5}$ ). Однак у них спостерігається селективне поглинання світла в певних інтервалах довжин хвиль, коли  $\alpha$  різко зростає і спостерігаються порівняно широкі смуги поглинання (приблизно  $10^{-7}$  –  $10^{-6}$  м), тобто діелектрики мають суцільний спектр поглинання. Це пов'язано з тим, що в діелектриках немає вільних електронів і поглинання світла обумовлене явищем резонансу за умови вимушених коливань електронів у атомах і атомів у молекулах діелектрика.

Коефіцієнт поглинання для металів має великі значення (приблизно  $10^3$  –  $10^4$  см<sup>-1</sup>), і тому метали практично непрозорі для світла. У металах через наявність вільних електронів, що рухаються під дією електричного поля світлової хвилі, виникають швидкозмінні струми, що супроводжуються виділенням джоулевої теплоти. Тому енергія світлової хвилі швидко зменшується, перетворюючись у внутрішню енергію металу. Чим вище провідність металу, тим більше у ньому поглинання світла. Залежністю коефіцієнта поглинання від частоти (довжини хвилі) пояснюється забарвленість тіл, що поглинають. Спектральний аналіз дозволяє отримати інформацію про склад Сонця, оскільки певний набір спектральних ліній винятково точно характеризує хімічний елемент. Так, за допомогою спостережень спектра Сонця був відкритий гелій. Видима частина сонячного випромінювання, яку вивчають за допомогою спектроаналізуючих приладів, виявляється неоднорідною – у спектрі спостерігаються *лінії поглинання*, вперше описані в 1814 році І. Фраунгофером.

За допомогою спектрального аналізу дізналися, що зірки складаються з тих же самих елементів, які є і на Землі. Явище поглинання використовується в *абсорбційному спектральному* аналізі суміші газів, заснованому на вимірюваннях спектрів частот та інтенсивностей ліній (смуг) поглинання. Структура спектрів поглинання визначається складом і будовою молекул, тому вивчення спектрів поглинання є одним з основних методів кількісного і якісного дослідження речовин.

#### 6.5.4. Випромінювання Вавилова – Черенкова

П. А.Черенков, вивчаючи дію електромагнітного випромінювання на речовину, з'ясував *особливий вид світіння рідини* під дією  $\gamma$ -променів

радію. Подібне випромінювання світла було виявлено і під дією інших заряджених частинок, наприклад електронів. Основні характерні особливості цього випромінювання:

1) *світіння мало блакитний колір* і спостерігалось у всіх чистих прозорих рідин, причому яскравість і колір світіння незначно залежали від хімічного складу рідини;

2) *на відміну від люмінесценції*, не спостерігалось ні температурного, ні домішкового ослаблення світіння;

3) випромінювання має *поляризацію і спрямованість* уздовж напрямку руху частинки.

**Випромінювання Вавилова – Черенкова** – це випромінювання електрично зарядженої частинки, що рухається в середовищі зі швидкістю  $c/n < v < c$ , що перевищує швидкість світла в цьому середовищі. Експерименти П. А. Черенкова, зроблені за ініціативою С. І. Вавилова, виявили ряд непояснених особливостей випромінювання: свічення спостерігається у всіх прозорих рідин; яскравість мало залежить від їх хімічного складу та хімічної природи; випромінювання поляризоване з переважним напрямком електричного вектора вздовж напрямку поширення частинок. Водночас, на відміну від люмінесценції, не спостерігається ні температурного, ні домішкового згасання. На підставі цих даних С. І. Вавіловим було зроблено основоположне твердження, що виявлене явище – не є люмінесценцією, а світло випромінюють рухомі в рідині швидкі електрони. Згідно з електромагнітною теорією, заряд, що рухається рівномірно, не випромінює електромагнітної хвилі. Однак І. Є. Тамм і І. М. Франк показали, що це справедливо лише для швидкостей частинок, що не перевищують фазову швидкість хвилі в даному середовищі. У процесі випромінювання Вавилова – Черенкова енергія та швидкість випромінювальної частки зменшується, тобто частка гальмується.

У разі руху частинки зі швидкістю швидше, ніж поширюються хвилі в середовищі ( $v = c/n$ ), відповідні до елементарних хвиль сфери перетинаються і їх загальна огиначна (хвильова поверхня) є конусом з вершиною в точці, яка збігається з моментним розташуванням рухомої частки. У результаті інтерференції елементарні хвилі підсилюють одна одну. Нормалі до утворювальних конуса визначають хвильові вектори, тобто напрямки поширення світла. Кут  $\varphi$ , який складає хвильовий вектор з напрямком руху частки, задовільнює співвідношенню:  $\cos \varphi = (c/n \cdot v)$ . У цих напрямках вторинні хвилі будуть посилюватися і формувати

випромінювання Вавилова – Черенкова. Світло, що виникає на кожній малій ділянці траєкторії частинки, поширюється уздовж утворювальних конуса, вісь якого збігається з напрямком руху вільного електрона, а кут на вершині дорівнює  $2\varphi$ .

У рідинах і твердих тілах умова  $v < c/n^0$  починає виконуватися для електронів з енергіями  $W > 10^5$  еВ, а для протонів – з  $W > 10^8$  еВ. Ефект Вавилова – Черенкова використовують у лічильниках Черенкова, призначених для реєстрації заряджених мікрочастинок (електронів, протонів, мезонів і т. п.).

### 6.5.5. Розсіяння світла

З класичної точки зору процес розсіяння світла полягає в тому, що світло, яке проходить через речовину, збуджує коливання електронів у атомах. Коливні електрони стають джерелами вторинних хвиль, що поширюються в усіх напрямках. Це явище, здавалося б, має за всіх умов заводити до розсіювання світла. Однак вторинні хвилі є когерентними, тому необхідно врахувати їх взаємну інтерференцію. Виявляється, що у випадку однорідного середовища вторинні хвилі повністю гасять одна одну в усіх напрямках, крім напрямку поширення первинної хвилі. Тому перерозподіл світла за напрямками, тобто розсіювання світла, відсутнє. У напрямку первинного променя вторинні хвилі, інтерферуючи з первинною хвилею, що проходить, утворюють результівну хвилю з фазовою швидкістю, відмінною від  $c$ . Цим пояснюються заломлення і дисперсія світла.

Таким чином, розсіяння світла виникає тільки в неоднорідному середовищі. Світлові хвилі, дифрагуючи на неоднорідностях середовища, дають дифракційну картину, що характеризується досить рівномірним розподілом інтенсивності в усіх напрямках. Таку дифракцію на дрібних неоднорідностях називають **розсіянням світла**.

Середовища з явно вираженою оптичною неоднорідністю звуться *каламутними середовищами*. До їх числа належать:

- 1) дими, тобто суспензії дрібних часток у газах;
- 2) тумани – суспензії в газах найдрібніших крапель рідини;
- 3) суспензії або суспензії, утворювані твердими частинками, що плавають у рідині;



4) емульсії, тобто суспензії дрібних крапель однієї рідини в іншій, яка не розчинює першу;

5) тверді тіла на зразок перламутру, молочних стекел і т. д.

У результаті розсіяння світла в бічних напрямках інтенсивність у напрямку розповсюдження убуває швидше, ніж у випадку одного лише поглинання. Характер розсіювання в цьому випадку залежить від співвідношення між розміром неоднорідностей  $r$  і довжиною хвилі світла  $\lambda$ . Для великих частинок ( $r \gg \lambda$ ,  $r$  – розмір часток) спостерігається геометричне розсіювання. У цьому випадку все світло, що падає на поверхню великої частинки, розсіюється у боки. Якщо розмір розсіювальних частинок  $r \ll \lambda$ , то вимушені коливання всіх електронів однієї такої частинки, що збуджуються пучком, відбуваються в одній фазі. Таку частинку можна розглядати як один коливний диполь. Інтенсивність випромінювання диполя, що коливається за гармонічним законом, пропорційна четвертому ступеню частоти, тобто:  $I \sim \omega^4 \sim 1/\lambda^4$ .

Така залежність інтенсивності розсіяного світла від довжини хвилі для розсіювання на частинках має назву **закона Релея**. Розсіяння світла спостерігається також у чистих середовищах, які не містять будь-яких домішок (наприклад, у чистих газах і рідинах, дійсних розчинах). Його називають **молекулярним розсіюванням світла**. Явище обумовлено, як уперше припустив М. Смолуховський, флуктуаціями щільності, що виникають у процесі хаотичного теплового руху молекул середовища.

Додатковими причинами виникнення оптичної неоднорідності в чистих середовищах з анізотропними (полярними) молекулами є флуктуації орієнтації молекул (флуктуації анізотропії), а в дійсних розчинах, крім того, – флуктуації концентрації. А. Ейнштейн, ґрунтуючись на ідеї М. Смолуховського, створив у 1910 р. теорію молекулярного розсіювання світла. Як показують розрахунки, розміри ділянок середовища, відповідних більш-менш значним флуктуаціям, за звичайних умов значно менше довжин хвиль видимого світла. Тому теорія А. Ейнштейна привела до тих же результатів щодо залежності інтенсивності розсіяного світла від  $\lambda$ , а також характеру поляризації розсіяного світла, що і теорія Дж. Релея.

Молекулярним розсіюванням в атмосфері короткохвильової частини видимого сонячного світла пояснюється блакитний колір неба. З тих же причин під час сходу та заходу пряме сонячне світло, що пройшло крізь значну товщу атмосфери, повинно бути червоно-помаранчевим.

Флуктуації щільності й інтенсивність розсіювання світла зростають зі збільшенням температури. Цим пояснюється більш насичений колір неба в ясний літній день порівнянно з таким же зимовим днем.

### Контрольні запитання

1. Поясніть поняття «корпускулярно-хвильовий дуалізм» в оптиці.
2. Що розуміють під світловим потоком?
3. Наведіть і поясніть фотометричне поняття сили світла.
4. Наведіть і поясніть основні одиниці вимірювання світлових величин.
5. Сформулюйте закони відбиття і заломлення світла.
6. Сформулюйте закони прямолінійного поширення світла.
7. Сформулюйте принцип оборотності ходу світлових променів.
8. Яке явище називають сферичною аберацією?
9. Що таке лінза? Наведіть основні приклади лінз.
10. У чому полягають особливості розсіювальних лінз?
11. Яку лінзу називають тонкою?
12. Назвіть і поясніть основні параметри лінз.
13. Наведіть і поясніть недоліки оптичних систем.
14. Поясніть поняття «когерентні хвилі».
15. Стисло поясніть, у чому полягає явище інтерференції світла?
16. Поясніть, у чому полягає метод просвітління оптики?
17. Стисло поясніть, у чому полягає явище дифракції світла?
18. Наведіть основні приклади лінз.
19. Чим пояснюється більш насичений колір неба в ясний літній день порівнянно з таким же зимовим днем?
20. Чим пояснюється блакитний колір неба?
21. Що називають молекулярним розсіюванням світла?
22. Чим обумовлене молекулярне розсіювання світла?
23. Наведіть приклади використання ефекту Вавилова – Черенкова.
24. Наведіть і поясніть закон Бугера.
25. Поясніть, що означає поняття «монохроматична хвиля».
26. Поясніть, що означає поняття «групова швидкість» хвилі.
27. Поясніть, що означає поняття «фазова швидкість» хвилі.

## Розділ 7. Елементи квантової фізики, фізики атома і ядра

*Мета:* розглянути основні поняття і закони сучасної квантової фізики, фізики атома і ядра.

*Основні питання*

7.1. Основні принципи квантової фізики.

7.2. Квантова природа випромінювання.

7.3. Дії світла.

7.4. Основні елементи атомної фізики.

7.5. Основи фізики атомного ядра.

*Ключові слова:* корпускулярно-хвильовий дуалізм; теплове випромінювання; атом; атомне ядро; елементарні частинки.

### 7.1. Основні принципи квантової фізики

#### 7.1.1. Корпускулярно-хвильовий дуалізм властивостей речовини. Хвилі де Бройля

**Корпускулярно-хвильовий дуалізм** є теорією про те, що будь-яка речовина (електромагнітне випромінювання, фізичне тіло, атом тощо) на мікрорівні є одночасно як найдрібнішою частинкою (корпускулою), так і хвилею. Спочатку тільки світлу присувалася така властивість – бути водночас і хвилею, і частинкою. Речовина ж розглядалася як система звичайних точкових частинок. Французький вчений Л. де Бройль у 1924 р., спираючись на подвійну природу світла, дійшов висновку, що подвійність повинна бути поширена і на частинки речовини. Він висунув гіпотезу про універсальність корпускулярно-хвильового дуалізму, стверджуючи, що не тільки фотони, але й будь-які інші мікрочастинки матерії поряд з корпускулярними володіють також хвильовими властивостями.

Згідно з Л. де Бройлем, з кожним мікрооб'єктом пов'язуються, з одного боку, корпускулярні характеристики – енергія  $E$  і імпульс  $p$ , а з іншого – хвильові – частота  $\nu$  і довжина хвилі  $\lambda$ . Кількісні співвідношення, що пов'язують хвильові та корпускулярні властивості частинок, такі ж, як для фотонів  $E = h\nu$ ,  $p = h / \lambda$ . Таким чином, будь-якій частинці, що володіє імпульсом, зіставляють хвильовий процес з довжиною хвилі, яка ви-

значається за формулою де Бройля  $\lambda = h / p$ . Хвилі де Бройля, які іноді називають електронними хвилями, не є електромагнітними.

У 1927 р. американськими фізиками К. Девіссоном і Л. Джермером у процесі розсіювання електронів монокристалом нікелю була експериментально підтверджена гіпотеза де Бройля. Формула де Бройля була підтверджена дослідями Г. Томсона, у котрих спостерігалася дифракційна картина під час проходження пучка швидких електронів (енергія  $\sim 50$  кеВ) крізь металеву фольгу (товщина  $\sim 1$  мкм). Оскільки дифракційна картина досліджувалася для потоку електронів, то необхідно було довести, що хвильові властивості притаманні кожному електрону окремо. Це експериментально було підтверджено у 1948 р. радянським фізиком В. А. Фабрикантом. Він показав, що навіть у разі такого слабкого електронного пучка, коли кожен електрон проходить крізь прилад незалежно від інших, дифракційна картина, що виникає, не відрізняється від дифракційних картин, отриманих для потоків електронів.

Отже, хвильові властивості притаманні кожній частинці окремо, а не є властивістю їх «колективу». Поєднуючи в собі властивості частинки та хвилі, мікротіла не поводять себе ні як хвилі, ні як частинки. Відмінність мікрочастинки від хвилі полягає в тому, що вона завжди є неподільним цілим. Ніхто ніколи не спостерігав, наприклад, половину електрону. Водночас хвилю можна розділити на частини (інтерференцією, поляризацією, та ін.) і сприймати потім кожну частину окремо. Відмінність мікрочастинки від звичної нам макрочастинки полягає в тому, що вона не володіє одночасно певними значеннями координати й імпульсу, внаслідок чого поняття траєкторії стосовно до мікрочастинок втрачає сенс. Таким чином, дифракція електронів та інших мікрочастинок доводить справедливість гіпотези Л. де Бройля та підтверджує корпускулярно-хвильовий дуалізм мікрочастинок речовини.

### **7.1.2. Постулати квантової механіки. Співвідношення невизначеності. Хвильова функція та її статистичний сенс**

У класичній фізиці «зрозуміти» означає скласти наочний образ об'єкта або процесу. У квантовій фізиці так міркувати не можна. Будь-яка наочна модель буде діяти за класичними законами і тому не придатна для подання квантових процесів. Наприклад, обертання електрону на

орбіті навколо атома – таке подання є даниною класичній фізиці, проте не відповідає дійсному стану та квантовим законам.

**Квантова (хвильова) механіка** – теорія, що встановлює спосіб опису та закони руху мікрочастинок (елементарних частинок, атомів, молекул, атомних ядер) і їх систем (наприклад, кристалів), а також зв'язок величин, що характеризують частинки та системи з фізичними величинами, які безпосередньо вимірюються в макроскопічних дослідах.

Закони квантової механіки – це фундамент вивчення будови речовини. Вони дозволяють з'ясувати будову атомів, установлювати природу хімічного зв'язку, пояснюють періодичну систему елементів, будову ядер атомів, властивості елементарних частинок. Закони квантової механіки закладені в основу розуміння більшості макроскопічних явищ.

Квантова механіка дозволяє пояснити температурну залежність і обчислити теплоємності газів і твердих тіл, визначити будову та зрозуміти багато властивостей твердих тіл (металів, діелектриків, напівпровідників). Тільки базуючись на законах квантової механіки, вдалося послідовно пояснити такі явища, як феромагнетизм, надтекучість, надпровідність, зрозуміти природу таких астрофізичних об'єктів, як білі карлики, нейтронні зірки; з'ясувати механізм протікання термоядерних реакцій в Сонці та зірках.

Квантово-механічні закони є основою роботи лазерів, ядерних реакторів. Вони зумовлюють можливість здійснення в земних умовах термоядерних реакцій, проявляються в ряді явищ у металах і напівпровідниках, використовуються в новітній техніці та інше.

Така область фізики, як квантова електроніка, що бурхливо розвивається, базується на квантово-механічній теорії випромінювання.

Попре те, що закони квантової механіки вельми складні для розуміння та вимагають глибоких знань фізики та математики, її основні постулати можна сформулювати, використовуючи цілком доступні для розуміння засоби. Серед них можна виділити такі:

1) будь-який стан системи мікроскопічних частинок описується деякою функцією  $\Psi(x, y, z, t)$ , яка залежить від координат і часу та має назву **«хвильова»**. Квадрат модуля цієї функції (квадрат модуля амплітуди хвиль де Бройля) визначає ймовірність знаходження частинки в даний момент часу в певному обмеженому обсязі;

2) передбачення квантової механіки мають статистичний характер. Вона передбачає тільки середні значення великої серії випробувань для однаково виготовлених систем;

3) принцип суперпозиції: якщо в системі можуть реалізуватися стани, що описуються хвильовими функціями  $\Psi_1(x, y, z, t)$  і  $\Psi_2(x, y, z, t)$ , то може реалізуватися і будь-яка їх лінійна комбінація  $c_1\Psi_1(x, y, z, t) + c_2\Psi_2(x, y, z, t)$ , де  $c_1$  і  $c_2$  – деякі комплексні константи;

4) результати експериментів повинні переходити в область класичної механіки, коли величини розмірності цієї дії стають набагато більшими за постійну Планка  $h$ .

### 7.1.2.1. Співвідношення невизначеностей

Після висунення де Бройлем гіпотези про універсальність дуалізму хвиля – частинка й експериментального підтвердження наявності у частинок речовини хвильових властивостей виникли нові принципові проблеми. Стало необхідним поєднати хвильову природу частинок зі звичними уявленнями про розміщення (локалізацію) частинок у просторі. У класичній механіці будь-яка частинка в будь-який момент часу має точно фіксовані координати й імпульс, оскільки рухається певною траєкторією. Мікрочастинки істотно відрізняються від класичних частинок через наявність у них хвильових властивостей.

Не можна говорити про рух мікрочастинки певною траєкторією та неправомірно говорити про одночасні точні значення її координат та імпульсу. Двоєкорпускулярно-хвильова природа мікрочастинок накладає обмеження на точність визначення фізичних величин, що характеризують стан частинки. Причому ці обмеження не пов'язані з точністю вимірювань, досяжною в конкретному експерименті, проте мають принципове значення.

У 1927 р. В. Гейзенберг відкрив так звані **співвідношення невизначеностей**, відповідно до яких невизначеності координати  $\Delta x$  та імпульсу  $\Delta p_x$  пов'язані між собою співвідношеннями  $\Delta x \Delta p_x \geq h$ ,  $\Delta y \Delta p_y \geq h$ ,  $\Delta z \Delta p_z \geq h$ . З них випливає, що чим точніше визначена координата ( $\Delta x$  є малим, тобто вузька щілина), тим більша невизначеність в імпульсі частинки  $\Delta p_x \geq h / \Delta x$ . Точність імпульсу буде зростати зі збільшенням ширини щілини  $\Delta x$  і за умови, що  $\Delta x \rightarrow \infty$ , дифракційна картина не

спостерігатиметься. Тому невизначеність імпульсу  $\Delta p_x$  буде такою ж, як і до проходження частинки крізь щілину, тобто  $\Delta p_x = 0$ . Але в цьому випадку не визначена координата  $x$  частинки, тобто  $\Delta x \rightarrow \infty$ .

Неможливість одночасно точно визначити координату й імпульс (швидкість) не пов'язана з недосконалістю методів вимірювання або вимірювальних приладів. Співвідношення невизначеності є квантовим обмеженням застосовності класичної механіки до мікрооб'єктів. Вираз  $\Delta x \Delta p_x \geq h$  можна подати у вигляді  $\Delta x \Delta v_x \geq h/m$ . З цієї формули випливає, що, чим більше маса частинки, тим менші невизначеності її координати та швидкості. Для порошинки масою  $10^{-12}$  кг з лінійними розмірами  $10^{-6}$  м, координата якої визначена з точністю до 0,01 від її розмірів (тобто  $\Delta x = 10^{-8}$  м), невизначеність швидкості згідно з формулою  $\Delta x \Delta p_x \geq h$  буде  $\Delta v_x = 6,62 \cdot 10^{-31} / (10^{-8} \cdot 10^{-12}) = 6,62 \cdot 10^{-14}$  м/с, тобто буде мізерно малою.

Таким чином, для макроскопічних тіл їх хвильові властивості не відіграють ніякої ролі; координата та швидкість макротіл можуть бути виміряні достатньо точно.

У квантовій механіці розглядається також співвідношення невизначеностей між енергією частинки  $E$  та часом  $t$  знаходження частинки в даному енергетичному стані. Воно має вигляд  $\Delta E \Delta t \geq h$ . З цього виразу випливає, що частота випромінювання фотона також повинна мати невизначеність  $\Delta \nu \geq \Delta E/h$ , тобто лінії спектра повинні характеризуватися частотою  $\nu \pm \Delta \nu$ . Дійсно, дослід показує, що всі спектральні лінії розмиті.

#### 7.1.2.2. Хвильова функція та її статистична змістовність

Теорія, яка охоплює всі властивості елементарних частинок, повинна враховувати як їх корпускулярні властивості, так й хвильові. З дослідів випливає, що пучок елементарних частинок має властивості плоскої хвилі, що поширюється в напрямку швидкості частинок. Цей хвильовий процес може бути описаний введенням співвідношення  $\nu = E/h$  і  $1/\lambda = p/h$ , або, рівнянням хвилі де Бройля:  $y = A \cos 2\pi (t/T - x/\lambda) = A \cos 2\pi (\nu t - x/\lambda)$ . Тоді отримуємо  $y = A \cos 2\pi/h (Et - px)$ .

Якщо це рівняння подати у комплексному вигляді, то воно називатиметься хвильовою функцією або *пси-функцією*

$$\Psi = \Psi_0 \exp(-2\pi/h \cdot (Et - px)). \quad (7.1)$$

Її фізична змістовність зрозуміла з порівняння дифракції світлових хвиль і мікрочастинок. Згідно з хвильовим уявленням про природу світла інтенсивність дифракційної картини пропорційна квадрату амплітуди світлової хвилі. За уявленнями фотонної теорії інтенсивність визначається кількістю фотонів, що потрапляють в дану точку дифракційної картини. Отже, кількість фотонів у даній точці дифракційної картини задається квадратом амплітуди світлової хвилі, тоді як для одного фотона квадрат амплітуди визначає ймовірність потрапляння фотона в ту чи іншу точку.

Наявність максимумів у дифракційній картині, що спостерігається для мікрочастинок, з прозиції хвильової теорії означає, що ці напрямки відповідають найбільшій інтенсивності хвиль де Бройля. Інтенсивність же більша там, де більша кількість частинок.

Таким чином, дифракційна картина для мікрочастинок є проявом статистичної зако-номірності. Отже, визначенність виду хвилі де Бройля, тобто  $\Psi$ -функції, дозволяє судити про ймовірність того чи іншого з можливих процесів.

Таким чином, у квантовій механіці стан мікрочастинок описується за допомогою хвильової функції, яка є основним носієм інформації про їх корпускулярні та хвильові властивості. Інтерпретацію хвильової функції в 1926 р. дав М. Борн: квадрат модуля хвильової функції визначає ймовірність того, що частинка буде виявлена в межах об'єму  $dV$ :  $dW = |\Psi|^2 / dV = \Psi\Psi^* dV$ . Величина  $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^* = dW / dV$  означає щільність імовірності, тобто визначає ймовірність знаходження частинки в одиничному обсязі в околі заданої точки.

Таким чином, фізична змістовність має не сама  $\Psi$ -функція, а квадрат її модуля  $|\Psi|^2$ , яким задається інтенсивність хвиль де Бройля. Вірогідність знайти частинку в момент часу  $t$  у кінцевому обсязі  $V$ , згідно з теоремою додавання імовірностей, дорівнює  $W = \int dW = \int |\Psi|^2 dV$ . А оскільки частинка існує, то вона обов'язково десь існує в просторі. Імовірність достовірної події дорівнює одиниці, тоді  $\int |\Psi|^2 dV = 1$ . Цей вираз називають *умовою нормування ймовірності*.

Функція  $\Psi$ , яка характеризує ймовірність виявлення дії мікрочастинки в елементі обсягу, повинна бути кінцевою, однозначною та неперервною.



Хвильова функція  $\Psi$  є основною характеристикою стану мікрооб'єктів. Вона дозволяє в квантовій механіці обчислювати середні значення фізичних величин, що характеризують даний мікрооб'єкт. Наприклад, середня відстань  $\langle r \rangle$  електрона від ядра обчислюється за формулою:  $\langle r \rangle = \int |\Psi|^2 r dV$ , де інтегрування проводиться у всьому нескінченному просторі. Середнє значення сили, що діє на електрон з боку ядра, визначається так:  $\langle F \rangle = \int F |\Psi|^2 dV$ , де  $F = e^2/4\pi\epsilon_0 r^2$ ;  $dV = 4\pi r^2 dr$ .

### 7.1.3. Стаціонарне рівняння Шредингера і його застосування

У квантовій механіці виникла найважливіша проблема про відшукування такого рівняння, яке виявилось б тим же, чим є рівняння руху Ньютона для класичної механіки. Як відомо, рівняння Ньютона дозволяє для макроскопічних тіл розв'язувати основне завдання механіки – за заданими силами, що діють на тіло (або систему тіл), і певними початковими умовами (початковим значенням координат і швидкості тіла) знайти для будь-якого моменту часу координати тіла і його швидкість, тобто описати рух тіла в просторі та в часі.

Для постановки аналогічного завдання у квантовій механіці потрібно врахувати, що для частинок мікросвіту характерна подвійна природа, яка обмежує можливість застосування до таких частинок класичних понять про координати та швидкості (або імпульси).

Імовірнісне (статистичне) тлумачення хвиль де Бройля та співвідношення невизначеностей вказують, що рівняння руху в квантовій механіці має бути таким, щоб воно дозволяло пояснити спостережувані на досліді хвильові властивості частинок.

У 1926 році Е. Шредингером було описане рівняння щодо хвильової функції  $\Psi$ , яке називають *основним рівнянням нерелятивістської квантової механіки*. Воно, як і всі основні рівняння фізики, не виводиться, а постулюється.

Справедливість рівняння Шредингера доводиться тим, що висновки, які отримані за допомогою цього рівняння в атомній і ядерній фізиці, узгоджуються з дослідом. Рівняння Шредингера має вигляд:

$$-\hbar^2/2m \cdot \Delta\Psi + U(x, y, z, t) \cdot \Psi = i \hbar \cdot \partial\Psi/\partial t, \quad (7.2)$$

де  $\hbar = h/(2\pi)$ ;  $m$  – маса частинки;

$i$  – уявна одиниця;

$\Delta$  – оператор Лапласа  $\Delta\Psi = (\partial^2\Psi/\partial x^2 + \partial^2\Psi/\partial y^2 + \partial^2\Psi/\partial z^2)$ ;

$U(x, y, z, t)$  – потенціальна функція частинки в силовому полі, в якому вона рухається;

$\Psi(x, y, z, t)$  – шукана хвильова функція частинки.

Рівняння (7.2) є **загальним рівнянням Шредингера**. Його також називають рівнянням Шредингера, що залежить від часу. Воно справедливе для будь-якої частинки, що рухається з малою ( $v \ll c$ ) швидкістю. Воно доповнюється умовами, що накладаються на хвильову функцію:

1) хвильова функція повинна бути кінцевою, однозначною та безперервною;

2) її похідні за координатами та в часі мають бути безперервними;

3) функція  $|\Psi|^2$  повинна бути інтегрована.

Для багатьох фізичних явищ, що відбуваються в мікросвіті, рівняння (7.2) можна спростити, виключивши залежність  $\Psi$  від часу, тобто знайти рівняння Шредингера для стаціонарних станів – станів з фіксованими значеннями енергії. Це можливо, якщо силове поле, в якому частинка рухається, стаціонарне, тобто функція  $U = U(x, y, z)$  не залежить явно від часу та має сенс потенційної енергії. Тоді рівняння Шредингера прийме вигляд:

$$\Delta\Psi + m/\hbar^2(E - U)\Psi = 0, \quad (7.3)$$

де  $E$  – повна енергія частинки, стала у випадку стаціонарного поля.

Рівняння (7.3) називають **рівнянням Шредингера для стаціонарних станів**. У цьому рівнянні функція  $\Psi$  повинна бути кінцевою, однозначною та безперервною у всьому розглянутому просторі.

Значення рівняння Шредингера полягає, наприклад, у тому, що воно дає відповідний досліду розподіл частинок. Із нього випливають правила квантування енергії, що збігаються з енергіями стаціонарних станів атома водню в теорії Бора.

Для вільних частинок розв'язання, як правило, однозначне та безперервне для будь-яких значень  $(E - U)$ ; тобто енергія вільної частинки може приймати будь-яке значення.

### 7.1.3.1. Рух вільної частинки

**Вільна частинка** – частинка, що рухається за відсутності зовнішніх полів. Оскільки на вільну частинку (під час руху вздовж осі  $x$ ) сили не діють, то її потенційна енергія постійна. Тому можна прийняти, що вона дорівнює нулю. Тоді повна енергія частинки дорівнює її кінетичної.

Рівняння Шредингера (7.3) для стаціонарних станів набуде наступного вигляду:

$$\partial^2 \Psi / \partial x^2 + (m/\hbar^2) E_k \Psi = 0.$$

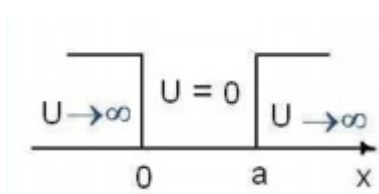
Підстановкою можна переконатися в тому, що окремим рішенням цього рівняння є функція  $\Psi(x) = Ae^{ikx}$ , де  $A = \text{const}$ ,  $k = \text{const}$ , з власним значенням енергії  $E_k = \hbar^2 k^2 / 2m$ .

Функція  $\Psi(x) = Ae^{ikx}$  є тільки координатною частиною хвильової функції  $\Psi(x, t)$  і є плоскою монохроматичною хвилею де Бройля. З останнього виразу отримано таку залежність енергії від імпульсу:  $E_k = \hbar^2 k^2 / 2m = p_x^2 / 2m$ .

Отже, енергія вільної частинки може приймати будь-які значення (оскільки хвильове число  $k$  може приймати будь-які позитивні значення), тобто енергетичний спектр частинки є безперервним.

### 7.1.3.2. Частинка в одновимірній потенційній ямі з нескінченно високими стінками

Нехай частинка знаходиться в потенційній ямі з нескінченно високими стінками (рис. 7.1). Така яма описується потенційною енергією



виду:  $U(x) = \infty$ ,  $x < 0$ ;  $U(x) = 0$ ,  $0 \leq x \leq a$ ;  $U(x) = \infty$ ,  $x > a$ , де  $a$  – ширина ями, а енергія відліковується від її дна. Рівняння Шредингера в цьому випадку запишеться у вигляді:

Рис. 7.1. **Одновимірна потенційна яма з нескінченно високими стінками**

$$\partial^2 \Psi / \partial x^2 + (m/\hbar^2) (E - U) \Psi = 0.$$

У межах «ями» ( $0 \leq x \leq a$ ) рівняння

Шредингера зведеться до рівняння:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + (m/\hbar^2) E_k \Psi = 0, \text{ або } \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + k^2 \Psi = 0,$$

де  $k^2 = 2m E_k / \hbar^2$ .

Загальне розв'язання цього рівняння має такий вигляд:

$$\Psi(x) = A \sin kx + B \cos kx.$$

За умовою завдання частинка не вилітає за межі ями, тому ймовірність її виявлення за межами ями дорівнює нулю, тобто  $|\Psi|^2 = 0$ . Це відбувається за умови  $x = 0$  і  $x = a$ , тоді функція  $\Psi(x) = 0$ . Якщо  $x = 0$ , функція  $\Psi(x) = 0$  тільки за  $B = 0$ . Тоді  $\Psi(x) = A \sin kx$ .

Умова  $\Psi(x) = 0$  з  $x = a$  виконується у випадку, коли  $ka = n\pi$ , де  $n$  – цілі числа; тобто необхідно, щоб  $k = n\pi/a$ . Тоді з наведеного випливає, що енергія частинки є  $(E_k)_n = n^2 \hbar^2 \pi^2 / 2ma$ , ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ). Тобто стаціонарне рівняння Шредингера, що описує рух частинки в потенційній ямі з нескінченно високими стінками, задовільнюється лише з власними значеннями  $(E_k)_n$ , які залежать від цілого числа  $n$ .

Отже, енергія  $(E_k)_n$  частинки в потенційній ямі з нескінченно високими стінками приймає лише певні дискретні значення, тобто квантується.

Квантовані значення енергії  $(E_k)_n$  називають *рівнями енергії*, а число  $n$ , що визначає енергетичні рівні частинки, – *головним квантовим числом*.

Підставлянням у  $\Psi(x) = A \sin kx$  значення  $k$  з  $k = n\pi/a$  знайдено власні функції у вигляді  $\Psi_n(x) = A \sin \pi x/a$ . Постійну  $A$  можна знайти з умови нормування, яке для даного випадку запишеться таким чином:  $A^2 \int \sin^2 n\pi x/a dx = 1$ . У результаті інтегрування отримано  $A = \sqrt{2/a}$ , а власні функції будуть мати вигляд:  $\Psi_n(x) = \sqrt{2/a} \sin(n\pi x/a)$ , ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).

З виразу  $(E_k)_n = n^2 \hbar^2 \pi^2 / 2ma$  випливає, що енергетичний інтервал між двома сусідніми рівнями дорівнює  $\Delta E_{k(n)} = E_{k(n+1)} - E_{k(n)} = (2n+1) \hbar^2 \pi^2 / 2ma \approx n \hbar^2 \pi^2 / ma$ . Наприклад, для електрона, якщо характерні розміри ями  $a = 10^{-1}$  м (вільні електрони в металі),  $\Delta E_{k(n)} \approx n \cdot 10^{-35}$  Дж  $\approx n \cdot 10^{-16}$  еВ. Тобто енергетичні рівні розташовані так тісно, що спектр можна вважати безперервним.

Якщо розміри ями співмірні з атомними ( $a \approx 10^{-10}$  м), то для електрона  $\Delta E_{k(n)} \approx n \cdot 10^{-17}$  Дж  $\approx n \cdot 10^2$  еВ. Тобто отримані дискретні значення енергії (лінійчастий спектр).

Таким чином, застосування рівняння Шредингера до частинки в потенційній ямі з нескінченно високими стінками призводить до квантованих значень енергії, тоді як класична механіка на енергію частинки обмежень не накладає.

### 7.1.3.3. Проходження частинки крізь потенційний бар'єр

Якісна відмінність властивостей макроскопічних частинок і мікрочастинок особливо різко дається взнаки в поведінці за умови зустрічі з потенційним бар'єром. Ввіжаємо, що механічна частинка рухається в силовому полі, у якому область руху частки вздовж осі  $x$  розділена потенційним бар'єром. Наприклад, цей потенційний бар'єр обумовлений тим, що потенційна енергія дорівнює нулю для всіх значень  $x < 0$  і  $x > l$  і має постійне значення  $U$  для значень координати  $x$ , укладених у межах:  $0 \leq x \leq l$ . Якщо повна енергія частинки  $E < U$ , то, з класичної точки зору, частка може рухатися або в області 1, де  $x < 0$ , або в області 3, де  $x > l$ . Потрапити в область бар'єра 2 вона не може, оскільки там її кінетична енергія  $T = E - U$  виявилася б негативною, що неможливо. Частинка, повна енергія якої  $E$  менше висоти потенційного бар'єра  $U$ , не може з класичної точки зору перейти через бар'єр з області 1 в область 3. Проте для мікрочастинок, поведінка якої виражається рівнянням Шредингера, ситуація буде інакшою.

Вид хвильових функцій, що є рішеннями рівняння Шредингера для областей 1, 2 і 3, свідчить про те, що:

1) в області 1 хвильова функція є сумою двох плоских хвиль – що рухається в бік бар'єра та що відбивається від нього;

2) в області 2 у випадку  $E < U$ :  $q = i\beta$ , де  $\beta = \frac{\sqrt{2m(U-E)}}{\hbar}$ ;

3) в області 3 є тільки хвиля, що пройшла крізь бар'єр ( $B_3 = 0$ ) і яка має вигляд хвиль де Бройля з тією ж довжиною хвилі, але меншою амплітудою.

Отже, хвильова функція  $\Psi$  буде в цьому випадку відмінна від нуля та в області 2. Завдяки цьому ймовірність проникнення частинки крізь бар'єр виявиться відмінною від нуля. Тому мікрочастинка, яка має енер-

гію меншу за висоту бар'єру, здатна пройти (просочитися) крізь бар'єр. Це явище отримало назву **тунельного ефекту**.

Проходження частинки крізь область, в яку, згідно із законами класичної механіки, вона не може проникнути, можна пояснити співвідношенням невизначеностей.

Невизначеність імпульсу  $\Delta p$  на відрізку  $\Delta x = l$  становить  $\Delta p > h / l$ . Пов'язана з цим розкидом у значеннях імпульсу кінетична енергія  $(\Delta p)^2 / 2m$  може виявитися достатньою для того, щоб повна енергія частинки виявилася більшою за потенційну. Прикладом цього може слугувати викидання  $\alpha$ -частинки з ядра радіоактивного атома.

Квантово-механічний розрахунок дозволяє кількісно врахувати ймовірність проходження частинки крізь бар'єр. Виявляється, що ймовірність проникнення частинки крізь бар'єр з області 1 в область 2l убуває експоненційно зі збільшенням ширини бар'єру  $l$ . Крім того, вона сильно залежить від різниці енергій  $U - E$ .

Ймовірність проникнення частинки крізь бар'єр тим більша, чим менша різниця  $U - E$ , тобто чим менше різниця висот енергетичного рівня  $E$  та потенційного бар'єра  $U$ . Наприклад, якщо різниця енергій  $U - E$  дорівнює кільком електрон-вольтам, а ширина бар'єра дорівнює атомних розмірів ( $l = 10^{-8}$  см), то ймовірність проходження електронів через бар'єр значна.

Існування факту просочування мікрочастинок крізь потенційний бар'єр підтверджується численними даними.

Таким чином, квантова механіка пояснює ще одне явище, не зрозуміле з класичної позиції.

Просочування мікрочастинок крізь потенційний бар'єр тісно пов'язане з їх хвильовими властивостями. Воно аналогічне явищу проникнення хвиль крізь тонкий прошарок, що розділяє два оптично більш щільні середовища, коли з позиції променевої оптики повинно було б мати місце явище повного внутрішнього відбиття.

Для широких бар'єрів і великих різниць енергії ймовірність проходження мікрочастинок крізь бар'єр дорівнює нулю, тобто в цих випадках висновки з квантово-механічної теорії співпадають з висновками з класичної механіки.

## 7.2. Квантова природа випромінювання

### 7.2.1. Поняття спектрального аналізу

#### 7.2.1.1. Методи спектрального аналізу

**Дисперсія світла** – залежність показника заломлення речовини від довжини хвилі світла, відкрита І. Ньютоном у 1666 р. призвела до створення цілої науки, яка називають *спектральний аналіз*. Розкладання електромагнітного випромінювання за довжинами хвиль з метою їх вивчення називають *спектроскопією*. Під назвою *спектральний аналіз* назвали фізичний метод аналізу хімічного складу речовини, заснований на дослідженні спектрів випускання і поглинання атомів або молекул. Ці спектри визначаються властивостями електронних оболонок атомів і молекул, коливаннями атомних ядер у молекулах, обертанням молекул, а також впливом маси та структури атомних ядер на положення енергетичних рівнів; крім того, вони залежать від взаємодії атомів і молекул з навколишнім середовищем. Відповідно до цього спектральний аналіз використовує широкий інтервал довжин хвиль – від рентгенових до мікрорадіохвиль.

Різні типи спектрального аналізу слід розглядати з трьох точок зору:  
за вирішуваними завданнями;  
за вживаними методами;  
за характером отриманих результатів.

Усі ці типи аналізу, за винятком якісних, використовують спрощені або точні методи фотометрування спектрів.

За способом реєстрації спектрів розрізняють такі методи:

*візуальні;*

*фотографічні*, що використовують фотографічну пластинку або плівку для реєстрації спектрів з подальшою обробкою;

*фотоелектричні;*

*термоелектричні.*

Типи спектрального аналізу використовують спектри атомів або молекул як засіб для проведення аналізу. У всіх випадках необхідно отримати спектр проби, потім розшифрувати цей спектр за таблицями або атласом спектрів (тобто знайти в цьому спектрі лінії або смуги,

характерні для визначених атомів, молекул або структурних елементів молекул). Цим обмежується *якісний аналіз*.

Для отримання кількісної величини концентрації треба, крім того, визначити інтенсивність цих характерних ліній або смуг (фотометрувати спектр). Потім визначити величину концентрації, використовуючи залежність між концентрацією та інтенсивністю ліній або смуг. Цю залежність визначають або на підставі теоретичних міркувань, або емпіричним шляхом у вигляді аналітичної кривої, побудованої на основі набору проб із заданими концентраціями.

### 7.2.1.2. Види спектрів

**Аналіз спектрів** – основний метод вивчення, наприклад, астрономічних об'єктів, що застосовується в астрофізиці. Спостережувані спектри розподіляють на **три класи**: *лінійчастий спектр випромінювання; безперервний спектр; лінійчастий спектр поглинання*.

Як правило, атом перебуває у збудженому стані мікросекунди, після чого він мимоволі переходить у стан з меншою енергією, випромінюючи її надлишок у вигляді кванта електромагнітного випромінювання. Оскільки енергетичні рівні в атомах дискретні та мають цілком певне значення, то з переходом енергія може поглинатися і випромінюватися тільки певними порціями, властивими лише даному атому. Тобто поглинаються і випромінюються кванти певної частоти або довжини хвилі. Це ніби індивідуальний штрихкод, за яким можна однозначно визначити хімічний елемент. Фотон, поглинений атомом, що зустрівся на його шляху, буде випромінюватися ним знову вже не в тому напрямі, у якому фотон рухався спочатку, а з рівною імовірністю на всі боки. У результаті спостерігач помітить у спектрі брак фотонів. Це виразиться в появі темних ліній (брак квантів) на тих частотах, які були спочатку поглинені, а потім випущені назад атомами водню. Вивчення спектрів дає інформацію про температуру, швидкість, тиск, хімічний склад, магнітні поля і про інші найважливіші властивості об'єктів.

### 7.2.2. Теплове випромінювання, його особливості та закони

**Теплове випромінювання** – це електромагнітне випромінювання, що випускається речовиною за рахунок її внутрішньої енергії. У нагрітих



тілах частина внутрішньої енергії речовини може перетворюватися в енергію випромінювання. Тому нагріті тіла є джерелами електромагнітного випромінювання в широкому діапазоні частот. Усі інші види світіння (випромінювання світла), що збуджуються за рахунок будь-якого іншого виду енергії, крім теплової, називають **люмінесценцією**. За визначенням С. І. Вавілова, *люмінесценція* – це випромінювання надлишкове над тепловим; воно має тривалість, яка значно перевищує період світлових коливань. **Три види люмінесценції:**

окислення – *хемілюмінесценція*;

світіння під час протікання струму в газі, рідині або у твердих тілах – *електролюмінесценція*;

світіння під дією світла – *фотолюмінесценція* і т. д.

Речовину, що світиться, називають *люмінофором*.

Дослід показує, що єдиним видом випромінювання, яке може перебувати в рівновазі з випромінювальними тілами, є *теплове випромінювання*. Усі види люмінесценції виявляються нерівноважними. Експерименти показують, що теплове випромінювання має безперервний спектр. Це означає, що нагріте тіло випускає деяку кількість енергії випромінювання в будь-якому діапазоні частот або довжин хвиль. Розподіл енергії випромінювання тіла за спектром залежить від температури тіла. Для всіх тіл зі збільшенням температури максимум енергії випромінювання зміщується в короткохвильовий діапазон спектра, а загальна енергія випромінювання зростає. Так, якщо випромінювання батареї центрального опалення ( $T \approx 350 \text{ K}$ ) має пік енергії в діапазоні невидимого інфрачервоного випромінювання, то розпечена поверхня Сонця ( $T \approx 6 \cdot 10^3 \text{ K}$ ) випромінює значну частину енергії в діапазоні видимого світла, а за ядерного вибуху ( $T \approx 10^6 \text{ K}$ ) велика частка його енергії рухається короткохвильовим рентгенівським і гамма-випромінюваннями.

Якщо кілька нагрітих випромінювальних тіл оточити непроникною для випромінювання ідеально відбивною оболонкою, то після закінчення деякого проміжку часу в системі «випромінювальні тіла + випромінювання в порожнині» встановиться термодинамічна рівновага. Це означає, що температури всіх тіл вирівнюються, а розподіл енергії між тілами та випромінюванням не буде змінюватися з часом. Такий рівноважний стан системи стійкий, тобто після всякого його порушення стан рівноваги знову відновлюється. Термодинамічна рівновага встано-

вється і в порожнині, стінки якої виконані з будь-якого реального матеріалу, та підтримуватимуться за деякої незмінної температури.

Здатність теплового випромінювання перебувати в рівновазі з тілом, що випромінює, відрізняє теплове від інших видів випромінювання. Тому таке випромінювання, що знаходиться в рівновазі з випромінювальним тілом, будемо називати *рівноважним*. Рівноважному випромінюванню можна приписати температуру, з якою тіло перебуває в рівновазі, поширивши закони рівноважної термодинаміки на теплове випромінювання. Це означає, що для рівноважного теплового випромінювання можна визначити та розрахувати внутрішню енергію, тиск, ентропію та інші термодинамічні характеристики, які не будуть змінюватися з часом. Рівноважне теплове випромінювання однорідне, тобто щільність його енергії однакова в усіх точках всередині порожнини, де воно є. Таке випромінювання *ізотропне та неполяризоване* – воно містить усі можливі напрямки поширення і коливань векторів  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$ .

#### 7.2.2.1. Характеристики теплового випромінювання

Для опису спектрального складу теплового випромінювання розглянемо енергію, що випромінюється одиницею поверхні нагрітого тіла в одиницю часу у вузькому діапазоні частот від  $\omega$  до  $\omega + d\omega$ . Цей потік променистої енергії  $dR$ , що випускається з одиниці поверхні тіла в усіх напрямках, пропорційний ширині спектрального діапазону, тобто  $dR = r d\omega$ . Енергію  $r$ , що припадає на одиничний діапазон частот, називають *спектральною емісійною здатністю тіла або спектральною щільністю енергетичної світності*. Дослід показує, що для кожного тіла випромінювальна здатність є певною функцією частоти, вид якої змінюється зі зміною температури тіла  $T$ . Надалі для такої функціональної залежності  $r = r(\omega, T)$ , що розглядається для заданого значення температури тіла як деяка функція частоти, будемо використовувати прийняте в теорії теплового випромінювання позначення:  $r(\omega, T) = r_{\omega, T}$ .

Сумарний потік енергії випромінювання з одиниці поверхні тіла в усьому діапазоні частот  $R = \int_0^{\infty} r_{\omega, T} d\omega$  називають *інтегральною емісійною здатністю тіла*, або його *енергетичною світністю*. У системі СІ енергетична світність вимірюється у  $\text{Вт}/\text{м}^2$ , а спектральна емісійна здатність

має розмірність Дж/м<sup>2</sup>. Емісійну здатність тіла можна подавати і як функцію довжини хвилі випромінювання  $\lambda$ , яка пов'язана з частотою  $\omega$  через швидкість світла у вакуумі  $c$  за формулою  $\lambda = 2\pi c/\omega$ . Дійсно, виділяючи потоки випромінювання, що припадають на інтервал частот  $d\omega$  і на відповідний йому інтервал довжин хвиль  $d\lambda$ , і прирівнюючи їх один до одного, знаходимо, що  $r_{\omega,T}d\omega = r_{\lambda,T}d\lambda$ . Звідси отримуємо формулу зв'язку між емісійними здатностями за шкалою частот і шкалою довжин хвиль:

$$r_{\lambda,T} = r_{\omega,T} \frac{d\omega}{d\lambda} = r_{\omega,T} \frac{2\pi c}{\lambda^2}.$$

Знак «мінус» похідної  $d\omega/d\lambda$  у формулі формально пропущено, оскільки він лише показує, що зі зростанням довжини хвилі  $\lambda$  частота  $\omega$  убуває.

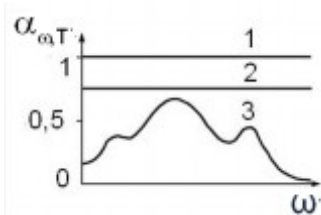
Для опису процесу поглинання тілами випромінювання введемо *спектральну поглинальну здатність тіла*  $\alpha_{\omega,T}$ . Для цього виділимо вузький інтервал частот від  $\omega$  до  $\omega + d\omega$  і розглянемо потік випромінювання  $d\Phi_{\omega}$ , який падає на поверхню тіла. Якщо частина цього потоку  $d\Phi'_{\omega}$  поглинається тілом, то його поглинальну здатність на частоті  $\omega$  визначимо як безрозмірну величину  $\alpha_{\omega,T} = \frac{d\Phi'_{\omega}}{d\Phi_{\omega}}$ , яка характеризує частку випромінювання з частотою  $\omega$ , яке падає на тіло та поглинається ним. Дослід показує, що будь-яке реальне тіло поглинає випромінювання різних частот по-різному – залежно від його температури. Тому спектральна поглинальна здатність тіла  $\alpha_{\omega,T}$  є функцією частоти  $\omega$ , вид якої змінюється зі зміною температури тіла  $T$ . За своїм визначенням поглинальна здатність тіла не може бути більше одиниці. Тіло, у якого поглинальна здатність менше одиниці і однакова в усьому діапазоні частот, називають *сірим тілом*.

Особливе місце в теорії теплового випромінювання належить *абсолютно чорному тілу*. Так Г. Кірхгоф назвав тіло, у якого на всіх частотах і за будь-яких температур поглинальна здатність дорівнює одиниці.

*Реальне тіло* завжди відбиває частину енергії випромінювання, що падає на нього (рис. 7.2). Навіть сажа наближається за властивостями до абсолютно чорного тіла лише в оптичному діапазоні.

Абсолютно чорне тіло є еталоном у теорії теплового випромінювання. І хоча в природі немає абсолютно чорного тіла, досить просто реалізувати модель, для якої поглинальна здатність на всіх частотах незначно відрізнятиметься від одиниці. Таку модель абсолютно

чорного тіла можна виготовити у вигляді замкнутої порожнини, забезпеченої малим отвором, діаметр якого значно менше поперечних розмірів порожнини. Порожнина може мати практично будь-яку форму і бути виготовлена з будь-якого матеріалу. Малий отвір має властивість майже повністю поглинати випромінювання, що падає на нього. Причому зі зменшенням розміру отвору його поглинальна здатність прагне до одиниці. У розглянутій моделі можна вважати, що випромінювання, яке падає на отвір, не відбивається, а повністю поглинається. Тому саме малому отвору і приписується властивість абсолютно чорного тіла.



**Рис. 7.2. Залежності спектральної поглинальної здатності тіл: 1 – абсолютно чорне тіло; 2 – сіре тіло; 3 – реальне тіло**

Зазначимо, що якщо стінки порожнини підтримувати у деякій температурі  $T$ , то отвір буде випромінювати. Це випромінювання з великою мірою точності можна вважати випромінюванням абсолютно чорного тіла, яке має температуру  $T$ . Досліджуючи розподіл енергії цього випромінювання за спектром, можна експериментально визначити *емісійну здатність абсолютно чорного тіла*  $r_{\omega,T}^*$  і  $r_{\lambda,T}^*$ .

Площа, яка охоплена кривою, дає енергетичну світність абсолютно чорного тіла за відповідної температури. Для різних тіл криві схожі на функцію розподілу молекул за швидкостями. Але там площі, що охоплюються кривими, постійні, а тут із збільшенням температури площа істотно збільшується. Це говорить про те, що енергетична сумісність сильно залежить від температури. Максимум випромінювання (емісійна здатність) зі збільшенням температури зміщується в бік більших частот.

#### 7.2.2.2. Закон Кірхгофа

Між емісійними та поглинальними властивостями будь-якого тіла повинен існувати зв'язок. Адже в досліді з рівноважним тепловим випромінюванням рівновага в системі може встановитися тільки в тому випадку, якщо кожне тіло буде випромінювати в одиницю часу стільки ж енергії, скільки воно поглинає. Це означає, що тіла, які інтенсивніше поглинають випромінювання будь-якої частоти, будуть це випромінювання

інтенсивніше й емітувати. Тому відповідно до *принципу детальної рівноваги співвідношення емісійної і поглинальної здатностей однакові для всіх тіл у природі (включаючи абсолютно чорне тіло) та за заданої температури є однією й тією ж універсальною функцією частоти (довжини хвилі)*. Цей закон теплового випромінювання, встановлений Г. Кірхгофом у 1859 р. під час розгляду термодинамічних закономірностей рівноважних систем з випромінюванням, можна записати у вигляді співвідношення:

$$\begin{aligned} (r_{\omega,T} / \alpha_{\omega,T})_1 &= (r_{\omega,T} / \alpha_{\omega,T})_2 = (r_{\omega,T} / \alpha_{\omega,T})_3 = \dots = r'_{\omega,T} / 1 = f(\omega, T) \text{ або} \\ (r_{\lambda,T} / \alpha_{\lambda,T})_1 &= (r_{\lambda,T} / \alpha_{\lambda,T})_2 = (r_{\lambda,T} / \alpha_{\lambda,T})_3 = \dots = r'_{\lambda,T} / 1 = \varphi(\lambda, T), \end{aligned}$$

де індекси 1, 2, 3 ... відповідають різним реальним тілам.

Із закону Кірхгофа випливає, що універсальні функції  $f(\omega, T)$  і  $\varphi(\omega, T)$  є спектральними емісійними здатностями  $r_{\omega,T}^*$  і  $r_{\lambda,T}^*$  абсолютно чорного тіла за шкалою частот або довжин хвиль, відповідно. Тому зв'язок між ними визначається формулою  $r_{\lambda,T} = r_{\omega,T} \frac{d\omega}{d\lambda} = r_{\omega,T} \frac{2\pi c}{\lambda^2}$ . У теорії випромінювання абсолютно чорного тіла має універсальний характер. За будь-якої температури реальне тіло випромінює завжди менше енергії, ніж абсолютно чорне тіло. Знаючи емісійну здатність абсолютно чорного тіла (універсальну функцію Кірхгофа) і поглинальну здатність реального тіла, із закону Кірхгофа можна визначити енергію, що випромінюється цим тілом у будь-якому діапазоні частот або довжин хвиль.

### 7.2.2.3. Закон Стефана – Больцмана

Теоретичне пояснення випромінювання абсолютно чорного тіла мало величезне значення в історії фізики – воно привело до поняття квантування енергії. Австрійський фізик І. Стефан у 1879 р., аналізуючи експериментальні дані, дійшов до висновку, що *енергетична світність будь-якого тіла пропорційна  $T^4$* . Пізніше (1884 р.) Л. Больцман, застосувавши термодинамічний метод до дослідження чорного випромінювання, показав, що це справедливо лише для абсолютно чорного тіла. Ці дослідження дозволили довести важливий закон теплового випромінювання абсолютно чорного тіла. Цей закон стверджує, що енер-

гетична світність абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому ступеню його абсолютної температури. Площа під кривою  $r_{\lambda,T}^* = f(T)$  дорівнює енергетичній світності абсолютно чорного тіла, тобто  $R^* = \sigma T^4$ .

За сучасними вимірами постійна Стефана – Больцмана  $\sigma = 5,6686 \times 10^{-8} \text{ Вт} \times \text{м}^{-2} \times \text{К}^{-4}$ . Для реальних тіл закон Стефана – Больцмана виконується лише якісно, тобто зі зростанням температури енергетичні світності всіх тіл збільшуються. Однак для реальних тіл залежність енергетичної світності від температури вже не описується простим співвідношенням  $R^* = \sigma T^4$ , а має вигляд  $R = A_T R^* = A_T \sigma T^4$ .

Коефіцієнт  $A_T$ , який завжди менший одиниці, можна назвати *інтегральною поглинальною здатністю* тіла. Значення  $A_T$  у загальному випадку залежать від температури, вони відомі для багатьох технічно важливих матеріалів. Так, у досить широкому діапазоні температур для металів  $A_T = 0,1 - 0,4$ , а для вугілля і оксидів металів  $A_T = 0,5 - 0,9$ .

Для реальних нечорних тіл можна ввести поняття *ефективної радіаційної температури*  $T_P$ , що визначається як температура абсолютно чорного тіла, яке має таку саму енергетичну світність, що й реальне тіло. Радіаційна температура тіла  $T_P$  завжди менше реальної температури тіла  $T$ . Дійсно, для реального тіла  $R = \sigma T_P^4 = A_T \sigma T^4$ . Звідси знаходимо, що  $T_P^4 = A_T \sigma T^4$ , тобто  $T_P < T$ , оскільки у реальних тіл  $A_T < 1$ . Радіаційну температуру дуже нагрітих розпечених тіл можна визначити за допомогою *радіаційного пірометра*. У пірометрі зображення досить віддаленого нагрітого джерела  $I$  проектується за допомогою об'єктива  $L$  на приймач  $\Pi$  так, щоб зображення випромінювача повністю перекривало приймач. Для оцінювання енергії випромінювання, що потрапило на приймач, зазвичай використовуються металеві або напівпровідникові болометри або термоелементи. Дія болометрів заснована на зміні електричного опору металу або напівпровідника зі зміною температури, що викликається поглинанням падаючого потоку випромінювання. Зміна температури поглинальної поверхні термоелементів призводить до появи в них термо-е.р.с. Показання приладу, приєднаного до болометра або термоелемента, є пропорційним енергії випромінювання, що потрапило на приймач пірометра.

Проградувавши попередньо пірометр за випромінюванням еталона абсолютно чорного тіла за різних температур, можна за шкалою приладу вимірювати радіаційні температури різних нагрітих тіл. Знаючи

інтегральну поглинальну здатність матеріалу випромінювача, можна перевести виміряну радіаційну температуру випромінювача  $T_p$  у його справжню температуру  $T$  за формулою  $T = T_p / (A_T)^{1/4}$ . Зокрема, якщо радіаційний пірометр покаже температуру  $T_p = 933$  К під час спостереження розжареної поверхні вольфрамового випромінювача ( $A_T = 0,15$ ), то її справжня температура  $T = 1500$  К.

#### 7.2.2.4. Закон зміщення Віна

У 1893 р. німецький фізик В. Він теоретично розглянув термодинамічний процес стиснення випромінювання, укладеного в порожнині з ідеально дзеркальними стінками. З урахуванням зміни частоти випромінювання за рахунок ефекту Допплера у процесі відбиття від рухомого дзеркала В. Він прийшов до висновку, що емісійна здатність абсолютно чорного тіла повинна мати вигляд  $r_{\omega,T}^* = \omega^3 f\left(\frac{\omega}{T}\right)$ , де  $f$  – деяка функція, конкретний вид якої термодинамічними методами встановити не можна. Переходячи в формулі Віна від частоти до довжини хвилі, відповідно до правила переходу отримаємо  $r_{\lambda,T}^* = \frac{(2\pi c)^5}{\lambda^5} f\left(\frac{2\pi c}{\lambda T}\right)$ . Як видно, у вираз для емісійної здібності  $r_{\lambda,T}^*$  температура входить лише у вигляді добутка  $\lambda T$ . Уже це ґрунтовно дозволяє передбачити деякі особливості функції. Зокрема, ця функція досягає максимуму на певній довжині хвилі  $\lambda_m$ , яка зі зміною температури тіла змінюється так, щоб виконувалася умова:  $\lambda_m T = \text{const}$ .

Таким чином, В. Він сформулював закон теплового випромінювання, згідно з яким *довжина хвилі  $\lambda_m$ , на яку припадає максимум емісійної здатності абсолютно чорного тіла, обернено пропорційна його абсолютній температурі*. Цей закон можна записати у вигляді  $\lambda_m = b / T$ . Значення константи в цьому законі було отримане з експериментів, воно дорівнює  $2,9 \times 10^{-3}$  м  $\times$  К.

Закон Віна називають **законом зміщення**, підкреслюючи тим самим, що з підвищенням температури абсолютно чорного тіла положення максимуму його емісійної здатності зміщується в область коротких довжин хвиль.

Для реальних тіл закон Віна виконується лише якісно. Зі зростанням температури будь-якого тіла довжина хвилі, поблизу якої тіло випромінює найбільше енергії, також зміщується в бік коротких довжин хвиль. Цей зсув, проте, вже не описується простою формулою, яку для випромінювання реальних тіл можна використовувати тільки як оцінювальну.

#### *7.2.2.5. Нічне бачення*

Уночі за відсутності сонячного світла, тобто в темряві, людина перестає бачити навколишні предмети. Однак усі вони, маючи ненульову температуру, продукують електромагнітне теплове випромінювання навіть вночі. За допомогою закону Віна можна оцінити довжину хвилі, на яку припадає максимум емісійної здатності тіла, якщо відома його температура. З цієї оцінки випливає, що за середньої температури тіл порядку 300 К основна енергія їх теплового випромінювання за припадає на інфрачервоне випромінювання з довжиною хвилі близько 10 мкм. Випромінювання у видимій області спектра ( $0,4 \text{ мкм} < \lambda < 0,7 \text{ мкм}$ ) за таких температур має занадто малу енергію і не може бути виявлено неозброєним оком.

Оскільки у бік неба система наземних тіл не є замкнутою, то рівноваги між тілами у поверхні Землі та їх випромінюванням не встановлюється. Тому всі тіла, температура яких дещо більше, ніж температура земної поверхні, можуть бути зафіксовані в мікрохвильовому діапазоні як випромінювальні об'єкти. Побачити джерела інфрачервоного випромінювання можна тільки за допомогою спеціальних приладів, у яких мікрохвильове невидиме оком випромінювання реєструється спеціальними датчиками інфрачервоного випромінювання. Воно перетворюється в модульовані електричні сигнали, які управляють електронним пучком, що дає на екрані кінескопа видиме зображення предметів.

Наприкінці ХХ ст. відбулася якісна зміна техніки нічного бачення, що пов'язане зі створенням електронно-оптичних перетворювачів нового типу. За допомогою сучасних біноклів і прицілів нічного бачення спостерігач може отримати в темноті видиме зображення достатньо високої якості людини на відстані кількох сот метрів або рухомого танка на відстані декількох кілометрів. Пілотажні окуляри нічного бачення доз-



воляють експлуатувати гелікоптери в умовах обмеженої видимості практично цілодобово.

### 7.2.2.6. Формула Релея – Джинса

У 1900 р. Дж. Релей підійшов до вивчення спектральних закономірностей випромінювання чорного тіла з позиції статистичної фізики, використувавши класичний закон рівномірного розподілу енергії за ступенями свободи. Він розглянув *рівноважне випромінювання в замкнутій порожнині з дзеркальними стінками як сукупність стоячих електромагнітних хвиль (осциляторів)*. До стоячих хвиль, що утворюються в проміжку між двома стінками, Дж. Релей застосував один з основних законів статистичної фізики – закон про рівномірний розподіл енергії між ступенями свободи системи, яка перебуває в рівновазі. Кожній стоячій хвилі зі своєю власною частотою відповідає свій коливальний ступінь свободи. На один коливальний ступінь свободи доводиться енергія  $E = kT$ , тобто сума потенційної  $1/2kT$  і кінетичної  $1/2kT$  енергії (в середньому). Тобто *кожен осцилятор у середньому має енергію, що дорівнює  $kT$* :  $E = \langle \varepsilon \rangle = kT$ . У 1905 р. Дж. Х. Джинс уточнив розрахунки Дж. Релея і остаточно отримав:

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT.$$

Це і є **формула Релея – Джинса**. З цієї формули видно, що:  $r_{\nu,T}$  монотонно зростає зі зростанням  $\nu^2$  на відміну від експериментальної кривої, що має максимум (рис. 7.3).



Рис. 7.3. Порівняння експериментальних і теоретичних кривих  $r_{\nu,T}(\nu)$

Формула Релея – Джинса справедлива лише в області малих частот і не узгоджується з законом Віна. Спроба отримати з формули Релея – Джинса закон Стефана – Больцмана ( $R \sim T^4$ ) призводить до абсурду. Класична теорія теплового випромінювання приводить до висновку про те, що за кінцевих значень енергії випромінювання рівновага між ре-

човиною і випромінюванням неможлива. Проте висновок суперечить досліді. Цей результат отримав назву «*ультрафіолетової катастрофи*», оскільки з точки зору класичної фізики висновок Релея – Джинса був зроблений бездоганно.

Отже, отримано дві формули, що описують випромінювання абсолютно чорного тіла: одна для короткохвильової частини спектру (формула Віна), інша – для довгохвильової (формула Релея – Джинса). Завдання полягало в тому, щоб отримати вираз, який описує теплове випромінювання у всьому діапазоні частот.

### 7.2.3. Основи квантової теорії випромінювання

Класична фізика містить ряд принципових внутрішніх суперечностей, які проявилися в теорії теплового випромінювання. Вирішити їх можна тільки за допомогою принципово нових фізичних ідей. Така фізична ідея була сформульована в 1900 р. М. Планком у вигляді гіпотези про кванти. Відповідно до цієї гіпотези *випромінювання емітується і поглинається речовиною не безперервно, а кінцевими порціями енергії*, які М. Планк назвав *квантами енергії*. Величина кванта енергії залежить від частоти випромінювання і визначається формулою:

$$E = h\nu \quad \text{або} \quad E = \hbar\omega, \quad (7.4)$$

де  $h = 2\pi\hbar$  – нова фундаментальна фізична константа, яку називають **постійною Планка**.

За сучасними даними значення цієї константи було визначено з дослідів:  $h = (6,62618 \pm 0.00004) 10^{-34}$  Дж·с. Оскільки розмірність цієї постійної збігається з розмірністю величини, яку в механіці називають дією, то постійну Планка називають також *квантом дії*.

Гіпотеза М. Планка про кванти порушила «непорушне» правило класичної фізики про те, що будь-яка фізична величина (в тому числі енергія) змінюється безперервним чином, і за нескінченно малий проміжок часу її зміна завжди нескінченно мала. Ця гіпотеза зробила величезний вплив на подальший розвиток фізики. Саме розвиток гіпотези М. Планка про кванти, висловленої на початку ХХ ст. спричинив появу квантової механіки – сучасної фізичної теорії, в якій ідея квантування,

або дискретності, поширюється на різні фізичні величини, що характеризують стан системи.

За допомогою гіпотези про квантування енергії випромінювання М. Планку вдалося дати вичерпний теоретичний опис рівноважного теплового випромінювання, знявши всі суперечності класичної теорії. Основна відмінність квантової теорії випромінювання від класичної виявляється вже у розрахунку середньої енергії випромінювання частоти  $\omega$ . З урахуванням гіпотези Планка середня енергія випромінювання визначається за формулою:

$$\langle \varepsilon \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} P_n \varepsilon_n,$$

де  $\varepsilon_n = n\hbar\omega$  – можливі значення енергії випромінювання;

$P_n$  – вірогідність того, що в стані термодинамічної рівноваги за температури  $T$  випромінювання матиме енергію  $\varepsilon_n$ .

У квантовій теорії середнє значення енергії випромінювання частоти  $\omega$  визначається таким виразом:

$$\langle \varepsilon \rangle = \hbar\omega / (e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1).$$

Зауважимо, що на малих частотах, коли  $\hbar\omega / kT \ll 1$ , з цієї формули приходимо до формули класичної теорії:  $\langle \varepsilon \rangle = kT$ . Однак в області великих частот відмінність середньої енергії випромінювання, розрахованої за різними формулами, стає суттєвою. Але саме в цій області частот класична теорія випромінювання призводить до «ультрафіолетової катастрофи». Квантова теорія випромінювання вирішує цю суперечність між теорією і експериментом. Дійсно, підставляючи  $\langle \varepsilon \rangle = \hbar\omega / (e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1)$  у вираз для спектральної об'ємної щільності енергії рівноважного теплового випромінювання  $u_{\omega,T}$ , отримуємо відому *формулу Планка* для спектральної густини енергії рівноважного теплового випромінювання (спектральна емісійна здатність абсолютно чорного тіла  $r_{\omega,T}^*$  і  $u_{\omega,T}$  пов'язані співвідно-

шенням  $r_{\omega, T}^* = c \cdot u_{\omega, T} / 4$ ):  $u_{\omega, T} = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1}$ . Формула зв'язку  $r_{\omega, T}^* = c \cdot u_{\omega, T} / 4$

дозволяє також записати *функцію Планка*, яка описує емісійну здатність абсолютно чорного тіла у всьому діапазоні частот:

$$r_{\omega, T}^* \equiv f(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1}. \quad (7.5)$$

Функція Планка знаходиться у відповідності з результатами експериментальних досліджень випромінювання абсолютно чорного тіла на всіх частотах і за всіх температур. У випадку низьких частот формула (7.5) квантової теорії випромінювання переходить у формулу Релея – Джинса для емісійної здатності абсолютно чорного тіла  $r_{\omega, T}^* = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT$ . За високих частот, коли  $\hbar \omega \gg kT$ , формула (7.4) переходить у співвідношення  $f(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} e^{-\frac{\hbar \omega}{kT}}$ , структуру якого передбачив ще в 1893 р. В. Він.

З формули Планка можна обчислити постійну Стефана – Больцмана  $\sigma$  і Віна  $b$ . З іншого боку, знаючи експериментальні значення  $\sigma$  і  $b$ , можна обчислити  $h$  і  $k$  (саме так було вперше знайдено числове значення постійної Планка). Таким чином, формула Планка не тільки добре узгоджується з експериментальними даними, але і містить приватні закони теплового випромінювання. Формула Планка є повним розв'язком основного завдання теплового випромінювання, яке було поставлене Г. Кірхгофом. Її розв'язання стало можливим лише завдяки революційній квантової гіпотези М. Планка.

#### 7.2.4. Основи квантової оптики

Розвиваючи гіпотезу М. Планка про кванти, А. Ейнштейн у 1905 р. припустив, що квантові властивості випромінювання (світла) виявляються не тільки під час випускання і поглинання його речовиною, а й у процесі розповсюдження випромінювання в просторі. Відроджуючи корпускулярну теорію світла, запропоновану І. Ньютоном ще на початку XVIII ст. А. Ейнштейн висунув гіпотез, згідно з якою можна уявити, що випро-

мінювання складається з великого числа частинок. Кожна з них, маючи квант енергії, рухається в просторі зі швидкістю світла у вакуумі  $c = 3 \times 10^8$  м/с.

Розглянемо властивості таких частинок. Частина випромінювання, яку назвали **фотон**, є *ультрарелятивістською незарядженою частинкою*. Властивості фотона можуть бути описані тільки з використанням основних співвідношень спеціальної теорії відносності. Зокрема, з цієї теорії випливає, що фотон є унікальною елементарною частинкою, що має нульову масу спокою. Це означає, що фотон завжди рухається зі швидкістю  $c$  і не може перебувати в стані спокою. Якщо у разі непружного зіткнення з іншою елементарною частинкою фотон «зупиняється», то він зникає, передаючи всю свою енергію цій частинці. Енергія фотона  $\varepsilon_{\text{ф}} = h\nu = hc/\lambda$  лежить у широкому діапазоні від кількох електронвольт для видимого світла ( $\lambda \sim 500$  нм) до мільйонів електронвольт для жорсткого гамма-випромінювання ( $\lambda \sim 10^{-3}$  нм). Як і будь-яка матеріальна частинка, фотон має масу  $m_{\text{ф}}$ , яка пов'язана з його енергією релятивістською формулою:  $m_{\text{ф}} c^2 = \varepsilon_{\text{ф}}$ . Тоді  $m_{\text{ф}} = h\nu / c^2 = h / c\lambda$ .

Фотон, який рухається зі швидкістю  $c$ , має імпульс, величина якого пов'язана з його енергією релятивістським співвідношенням  $P_{\text{ф}} c = \varepsilon_{\text{ф}}$ , яке враховує, що *маса спокою фотона дорівнює нулю*. Звідси випливає, що  $p_{\text{ф}} = h\nu / c = h/\lambda$ . Для фотона випромінювання, напрямок поширення якого задається хвильовим вектором  $\vec{k}$ , модуль якого  $k = 2\pi/\lambda$ , останню формулу можна записати у векторному вигляді  $\vec{p}_{\text{ф}} = \hbar\vec{k}$ .

Клас оптичних явищ, для пояснення яких слід залучати уявлення про кванти енергії випромінювання та їх носії – фотони, отримав назву явищ *квантової оптики*. Такі явища пов'язані насамперед із взаємодією випромінювання з речовиною. Цей процес можна описати як взаємодію частинок випромінювання (фотонів) з частками речовини. Розглянемо кілька таких явищ квантової оптики.

#### 7.2.4.1. Фотоефект

Гіпотеза М. Планка, що вирішила завдання теплового випромінювання чорного тіла, отримала підтвердження і подальший розвиток у поясненні **фотоефекту** – явища, відкриття і дослідження якого відіграло

важливу роль у становленні квантової теорії. У 1887 р. Г. Герц виявив, що за умови освітлення негативного електроду ультрафіолетовими променями розряд між електродами відбувається з меншою напругою. Це явище, як показали досліди В. Гальвакса (1888 р.) і А. Г. Столетова (1888 – 1890 рр.), обумовлене вибиванням з електрода під дією світла негативних зарядів. На той час електрон ще не був відкритий. Лише в 1898 р. Дж. Дж. Томпсон і Ф. Леонард, вимірявши питомий заряд, що випускається тілом часток, установили, що це електрони. Розрізняють зовнішній, внутрішній, вентильний і багатофотонний фотоефект.

**Зовнішнім фотоефектом** називають випускання електронів речовиною під дією електромагнітного випромінювання. Зовнішній фотоефект спостерігається у твердих тілах (металах, напівпровідниках, діелектриках), а також у газах на окремих атомах і молекулах (фотоіонізація).

**Внутрішній фотоефект** – це викликані електромагнітним випромінюванням переходи електронів усередині напівпровідника або діелектрика з пов'язаних станів у вільні без вильоту назовні. У результаті концентрація носіїв струму всередині тіла збільшується, що за умовиводить до виникнення фотопровідності (підвищення електропровідності напівпровідника або діелектрика під час його висвітлення) або до виникнення електрорушійної сили.

**Вентильний фотоефект** (різновид внутрішнього фотоефекту) – це виникнення е.р.с. (фото-е.р.с.) з освітленням контакту двох різних напівпровідників або напівпровідника та металу (за відсутності зовнішнього електричного поля). Вентильний фотоефект відкриває шляхи для прямого перетворення сонячної енергії в електричну.

**Багатофотонний фотоефект** можливий, якщо інтенсивність світла дуже велика (наприклад, у використанні лазерних пучків). Причому електрон, що випускається металом, може одночасно отримати енергію не від одного, а від декількох фотонів.

Хоча емісія електронів під дією випромінювання спостерігається практично для всіх речовин, найбільш часто фотоефект пов'язують з металами, у яких існують відірвані від атомів «вільні» електрони, утримувані всередині металу деяким енергетичним бар'єром поблизу його поверхні. Долаючи цей бар'єр під час вильоту з металу, електрон здійснює роботу виходу, витрачаючи на це частину своєї кінетичної енергії. Робота виходу  $A$  електронів з металів досягає порядку декількох

електронвольт. Експериментально були встановлені такі основні закономірності фотоефекту:

1) для монохроматичного світла певної довжини хвилі фотострум насичення пропорційний світловому потоку, що падає на катод;

2) максимальна кінетична енергія фотоелектронів не залежить від величини світлового потоку, а визначається лише частотою випромінювання;

3) для кожної речовини катода існує своя гранична частота  $\nu_k$  така, що випромінювання з частотою  $\nu < \nu_k$  фотоефекту не викликає. Цю граничну частоту називають *частотою червоного кордону фотоефекта*. За шкалою довжин хвиль їй відповідає довжина хвилі червоного кордону  $\lambda_k$ , така, що фотоефект з даного металу викликає випромінювання лише з меншою довжиною хвилі  $\lambda < \lambda_k$ .

А. Ейнштейн легко пояснив закономірності фотоефекту. У такому процесі електрон набуває всю енергію від фотона, яка пропорційна частоті випромінювання. Число ж вирваних з металу електронів і, тим самим, фотострум насичення, пропорційний числу фотонів, що падають на метал. Цим визначається величина потоку енергії випромінювання. Якщо в такій моделі процесу знехтувати втратами енергії електрона під час його руху всередині металу в напрямку до поверхні, то закон збереження енергії призводить до співвідношення:

$$h\nu = A + E_m . \quad (7.6)$$

Це рівняння називають *рівнянням Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту*. Тут  $E_m = m_0 v_m^2 / 2$  – максимальна енергія фотоелектронів,  $A$  – робота виходу. У більшості металів робота виходу  $A$  становить кілька електрон-вольт ( $1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ Дж}$ ). У квантовій фізиці електрон-вольт часто використовується як енергетична одиниця вимірювання. Отже, закони фотоефекту свідчать, що світло під час випускання і поглинання поводить себе подібно до потоку частинок, які отримали назву **фотонів** або **світлових квантів**. Енергія фотонів дорівнює  $E = h \nu$ . Фотон рухається у вакуумі зі швидкістю  $c$  і не має маси,  $m = 0$ . Важливою кількісною характеристикою фотоефекту є *квантовий вихід*  $\Upsilon$ , що визначає число електронів, що вилетіли та які припадають на один фотон, що падає на метал.

Фотоефект знайшов широке застосування в науці та техніці. Прилади, в основу пристрою яких закладений фотоефект, називають *фотоелементами*. Зовнішній фотоефект використовується також у *фотоелектронних помножувачах* (ФЕП) – сучасних електронних приладах для реєстрації та перетворення слабких світлових сигналів. Такі прилади широко застосовують в астрономії, прикладній оптиці, ядерній фізиці. У ФЕП фотоелектронна емісія поєднується з системою множення кількості електронів, дія якої базується на явищі вторинної електронної емісії.

#### 7.2.4.2. Ефект Комптона

Для великої енергії фотонів, зокрема, для рентгенівського випромінювання ( $E_\nu \sim 0,1 \text{ MeV}$ ), процес поглинання фотонів електронами речовини стає малоімовірним. У цьому випадку за взаємодії електромагнітного випромінювання з речовиною спостерігається його розсіювання зі зміною напрямку поширення. У 1923 р. А. Комптон, вивчаючи розсіювання рентгенівського випромінювання на парафіні, виявив, що довжина хвилі розсіяного випромінювання більше довжини хвилі падаючого випромінювання  $\lambda$ . Водночас зміна довжини хвилі не залежала від матеріалу розсіювача, а визначалась тільки величиною кута розсіяння  $\theta$ . Такий ефект збільшення довжини хвилі випромінювання внаслідок розсіювання його речовиною отримав назву *ефекта Комптона*. Дослідним шляхом А. Комптон показав, що:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \Lambda_K(1 - \cos\theta). \quad (7.7)$$

Це співвідношення називають *формулою Комптона*. Значення постійної  $\Lambda_K = 2,426 \times 10^{-12} \text{ м}$  Комптон визначив експериментально. Як показав Дж. Томсон, у класичній теорії розсіювання можна розглядати як процес, у якому електрон здійснює вимушені коливання під дією електричного поля падаючої хвилі. Електрон сам як антена починає випромінювати вторинні (розсіяні) сферичні електромагнітні хвилі на частоті падаючого випромінювання. Ефект Комптона належить до явищ квантової оптики, і фотонна теорія випромінювання пояснює цей ефект як наслідок пружного розсіяння фотона на вільному електроні речовини. Формула



Комптона (7.7) є наслідком законів збереження енергії та імпульсу в пружному зіткненні фотона й електрона.

Для енергій квантів з діапазону 0,1 – 10 МеВ комптон-ефект є основним фізичним механізмом енергетичних втрат гамма-випромінювання з його поширенням у речовині. Тому комптонівське розсіяння широко використовується в дослідженнях гамма-випромінювання атомних ядер. Воно закладене в основу принципудії деяких гамма-спектрометрів.

### 7.3. Дії світла

*Електрооптичний ефект* – це зміна коефіцієнта заломлення деяких матеріалів під дією електричного поля. Матеріали з такою властивістю називають *електрооптичними матеріалами*. Електрооптичні ефекти бувають двох видів:

1) коефіцієнт заломлення лінійно залежить від сили поля, прикладеного до кристалу, який не має внутрішньої симетрії (напр., п'єзокристал);

2) коефіцієнт пропорційний квадрату сили поля в речовинах з внутрішньою симетрією.

Перший називають ефектом Поккельса, а другий – ефектом Керра.

Електрооптичний ефект застосовують для модуляції світла та для виготовлення швидкодіючих оптичних затворів (час спрацьовування порядку наносекунд), відомих як затвори Керра; для виготовлення оптичних відхиляючих систем; в оптичній пам'яті; в тривимірних модуляторах; в оптичних бістабільних елементах.

*Акустооптичний ефект* – це явища дифракції, заломлення, відбиття або розсіювання світла на періодичних неоднорідностях середовища (зонах з різним показником заломлення), викликаних пружними деформаціями під час проходження ультразвуку. Періодичне чергування неоднорідностей середовища «працює» як дифракційна решітка, що змінює напрямок світлового променя. Акустооптичні ефекти бувають двох видів. За низької частоти ультразвуку та малої ширини фронту (довжині взаємодії) ультразвукової хвилі виникає *дифракція Рамана – Натана*. А якщо частота ультразвуку висока та довжина взаємодії велика, то відбувається *дифракція Брегга*.

*Магнітооптичний ефект* – це зміна оптичних властивостей речовини залежно від її намагніченості або від сили прикладеного до неї

магнітного поля. Під оптичними властивостями слід розуміти відбиття, пропускання, поляризацію світла та інші явища. Серед магнітооптичних ефектів зі зміною відбиття або пропускання світла розрізняють ефект Фарадея та ефект Керра. Магнітооптичний ефект Керра застосовують для зчитування інформації, яка записана на оптичних дисках на циліндричних магнітних доменах (з пам'яті). Вона має високу щільність.

У лазерах – джерелах когерентного випромінювання з високою інтенсивністю (з великою амплітудою коливань) виникають нелінійні відгуки на опромінення, що спотворюють лінійні залежності в спостережуваних явищах. Такі випадки назвали *нелінійними оптичними ефектами*.

### 7.3.1. Корпускулярно-хвильовий дуалізм світла

Яка фізична природа світла? Виявилось, що уявлення про електромагнітну хвилю та потік частинок виключають один одного. Світлова хвиля становить нелокалізоване електромагнітне поле, розподілене у просторі. Густина енергії електромагнітного поля хвилі може змінюватись на як завгодно малу величину, тобто безперервно. На відміну від хвилі, фотон, як світлова частка, в даний момент часу локалізована поблизу деякої точки простору і з часом переміщується в просторі. Світлова енергія в такій моделі змінюється не безперервно, а тільки дискретно, залишаючись завжди кратною мінімальній порції енергії, яку несе одиночний фотон.

Як же несуперечливим чином в одному матеріальному об'єкті об'єднати протилежності, які, здавалося б, виключають одне одного? Відповідь на це питання міститься ще в роботах найвидатніших філософів, які дійшли висновку про те, що матеріальні об'єкти природи можуть мати внутрішні суперечності, об'єднуючи в собі протилежні якості. Саме так, діалектично, сучасна фізика відповідає на питання про природу світла.

Світло є матеріальний об'єкт як з хвильовими, так і корпускулярними властивостями. У різних фізичних процесах ці властивості можуть виявлятися в різному ступені. За певних умов, тобто в ряді оптичних явищ, світло проявляє свої хвильові властивості. У цих випадках ми повинні розглядати світло як електромагнітні хвилі. В інших оптичних явищах світло проявляє свої корпускулярні властивості, і тоді його слід вважати потоком фотонів.

Існують оптичні явища, які можуть бути пояснені якісно та кількісно як хвильовими, так і корпускулярними теоріями світла. Так, наприклад, обидві ці теорії приводять до однакових співвідношень для тиску, що чиниться світлом під час його падіння на речовину.

Таким чином, у результаті поглиблення уявлень про природу світла з'ясувалося, що світло має подвійну природу, що отримало назву *корпускулярно-хвильового дуалізму світла*. «Протилежності не суперечності, а доповнення», – це девіз Н. Бора. Такий спосіб об'єднання корпускулярних і хвильових властивостей матеріальних об'єктів, коли за допомогою хвиль ми описуємо рух частинок, закладений в основу квантової механіки.

## 7.4. Основні елементи атомної фізики

### 7.4.1. Борівська теорія атома водню

Результати дослідів із розсіювання  $\alpha$ -частинок на атомах дали можливість Е. Резерфорду створити їх планетарну модель. Згідно з нею у центрі атома знаходиться позитивно заряджене ядро розміром  $\sim 10^{-15}$  м, а навколо нього у сфері діаметром  $\sim 10^{-10}$  м на замкнених орбітах рухаються електрони (рис. 7.4). З точки зору класичної теорії обертовий рух електрона є прискореним рухом, і як заряджена частинка він повинен

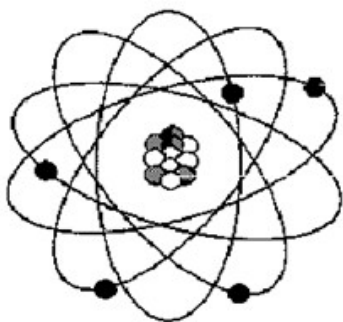


Рис. 7.4. Планетарна (ядерна) модель атома

випромінювати електромагнітні хвилі суцільного спектра. Водночас повинна зменшуватися його енергія, і, зрештою, він має упасти на ядро.

Проте, всупереч цьому, атоми є стійкими утвореннями, їх спектр випромінювання є лінійним, а не суцільним. Вихід із цієї суперечності був знайдений в 1913 році Н. Бором, який об'єднав планетарну модель атома Е. Резерфорда з гіпотезою М. Планка про кван-

тову природу випромінювання та сформулював два постулати, сенс яких нез'ясовний з позиції уявлень класичної фізики.

**Перший постулат Бора (постулат стаціонарних станів):** існують стаціонарні (що не змінюються з часом) стани атома, перебуваючи в

яких, він не випромінює енергії. Стаціонарні орбіти, якими рухаються електрони, відповідають стаціонарним станам атома. Кожний такий стан характеризується певним (дискретним) значенням енергії. Під час руху електронів на стаціонарних орбітах електромагнітні хвилі не випромінюються. **Правило квантування орбіт Бора** стверджує, що в стаціонарному стані атома електрон, рухаючись круговою орбітою, повинен мати квантовані значення моменту імпульсу, що задовільнює умовам  $m_e v r_n = n \hbar$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), де  $\hbar = h / (2\pi)$ ,  $m_e$  – маса електрона,  $v$  – його швидкість на  $n$ -й орбіті радіуса  $r_n$ .

**Другий постулат Бора (правило частот):** перехід атома з одного стаціонарного стану з енергією  $E_m$  у збуджений стан з більшою енергією  $E_n$  супроводжується поглинанням енергії  $\Delta E_{nm} = E_n - E_m$ . Перехід атома із збудженого стану в основний супроводжується випромінюванням електромагнітної хвилі з частотою, яка визначається рівнянням  $\hbar \omega_{mn} = \Delta E_{nm}$ . Атом поглинає електромагнітні хвилі лише коли їх частота  $\omega$  задовільнює умові  $\hbar \omega = \Delta E_{nm}$ . Експеримент показує, що перехід електрона з одного стаціонарного стану на інший триває майже  $10^{-8}$  с.

#### 7.4.1.1. Розрахунок орбіт та енергій воднеподібних атомів

За постулатами Н. Бора можна розрахувати спектр енергії та радіуси стаціонарних орбіт воднеподібних атомів (атомів з одним електроном на зовнішній орбіті). З правила квантування орбіт знайдемо  $V_n = n \hbar / m r_n$

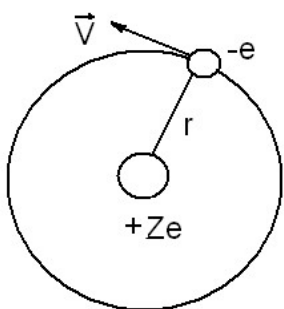


Рис. 7.5. Електрон у полі атомного ядра

Н. Бор вважав, що електрон у воднеподібній системі рухається колом під дією кулонівської сили взаємодії електрона з ядром  $F_{\text{доц}} = k \frac{Ze^2}{r^2}$ , яке має заряд

$Ze$  (рис. 7.5). Ця сила є доцентровою і створює доцентрове прискорення  $a_{\text{доц}} = V^2/r$ . Рівняння другого закону Ньютона для електрона  $m \vec{a}_{\text{доц}} = \vec{F}_{\text{доц}}$  буде мати

вигляд  $m V_n^2 / r_n = k Z e^2 / r_n^2$ ,  $k = 1/4\pi\epsilon_0$ .

Далі отримаємо вираз для радіуса  $n$ -ї орбіти  $r_n = n^2 \hbar^2 / mkZe^2$ . Електрон має повну енергію, що складається з кінетичної енергії  $mV_n^2 / 2$  і потенціальної енергії  $(-kZe^2 / r_n)$ , тобто повна енергія  $E_n = \frac{1}{2}mV_n^2 - k\frac{Ze^2}{r_n}$ .

Тому можна отримати  $\frac{mV_n^2}{2} = k\frac{Ze^2}{2r_n}$ , далі  $E_n = -k\frac{Ze^2}{2r_n}$ , і остаточно

отримаємо вираз для енергії електрона на  $n$ -й орбіті  $E_n = -k^2 \frac{e^4 m}{2\hbar^2} \cdot \frac{Z^2}{n^2}$ .

Або  $E_n = -m_e Z^2 e^4 / 8n^2 \hbar^2 \epsilon_0^2 = -13,6 Z^2 / n^2$  е, де знак мінус означає, що електрон знаходиться у зв'язаному стані. Тут враховано, що постійна Планка:  $h = 2\pi\hbar$  і  $1 \text{ еВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ . З цієї формули видно, що  $E_n$  приймає тільки дискретні значення енергії, тому що  $n = 1, 2, 3, \dots$ .

Ціле число  $n$ , що визначає енергетичні рівні атома, називають *головним квантовим числом*.

Енергетичний рівень з  $n = 1$  є *основним (нормальним) рівнем*, а відповідний йому стан атома – *основним (нормальним) станом*.

Рівні з  $n > 1$  і відповідні їм стани називають *збудженими*.

Якщо надати  $n$  цілочисельні значення для атома водню, будуть отримані енергетичні рівні, що визначаються рівнянням  $E_n = -13,6 Z^2 / n^2$ .

Вираз для радіуса  $n$ -ї орбіти можна подати так:  $r_n = r_B \cdot n^2 / Z$ , а вираз для енергії електрона – у вигляді  $E_n = -E_0 \cdot Z^2 / n^2$ .

Значення величини енергії основного стану атома водню  $E_0$  і борівського радіуса орбіти основного стану  $r_B$  є такими:  $E_0 = 2,17 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 13,6 \text{ еВ}$ ,  $r_B = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}$ .

Швидкість електрона можна визначити таким чином:

$V_n = k \frac{e^2}{\hbar} \cdot \frac{Z}{n} = V_B \cdot \frac{Z}{n}$ , де  $V_B = k \frac{e^2}{\hbar} = 2184735,3 = 2,2 \cdot 10^6 \frac{\text{М}}{\text{с}}$  – швидкість електрона на першій стаціонарній орбіті атома водню.

Використовуючи правило частот, можна записати:

$$\omega_{nk} = \frac{E_k - E_n}{\hbar} = \frac{E_0}{\hbar} Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right).$$

Під час переходу електрона в атомі водню зі стану  $n$  у стан  $k$  випромінюється фотон.

Його енергія становить  $\hbar\omega = h\nu = -m_e e^4 / 8h^2 \epsilon_0^2 (1/n^2 - 1/k^2)$ . Частота випромінювання:

$$\nu = m_e e^4 / 8h^3 \epsilon_0^2 (1/k^2 - 1/n^2). \quad (7.8)$$

Отримана узагальнена **формула Бальмера**, яка добре узгоджується з експериментом. Вираз перед дужками має назву **постійної Рідберга**  $R = m_e e^4 / 8h^3 \epsilon_0^2$ .

Вираз для оберненої довжини хвилі  $1/\lambda = \omega / 2\pi c$  випромінювання має вид:

$$\lambda_{nk}^{-1} = \frac{E_k - E_n}{2\pi c \hbar} = \frac{E_0}{2\pi c \hbar} Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) \text{ м}^{-1}, \text{ або } \lambda_{nk}^{-1} = R \cdot Z^2 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) \text{ м}^{-1}, \quad (7.9)$$

де постійна Рідберга  $R$  записується так:  $R = \frac{E_0}{2\pi c \hbar} = 1,09 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ .

#### 7.4.1.2. Обмеженість теорії Бора

Модель атома за Бором знайшла своє підтвердження в дослідках Франка – Герца з дослідження збудження парів ртуті. Ця модель пояснила природу спектральних ліній атома водню, дозволила розрахувати його енергетичні рівні. А. Зоммерфельд додатково ввів поряд із сферичними еліптичні орбіти електронів. Однак теорія Бора – Зоммерфельда не змогла пояснити інтенсивність ліній спектра та явища поляризації, дисперсії та поглинання світла.

Повною невдачею скінчилась спроба створити теорію атома гелію. Проте теорія М. Бора відіграла величезну роль у створенні атомної фізики, ставши своєрідним трампліном до створення квантової фізики.

#### 7.4.2. Хвильова $\psi$ -функція Л. де Бройля та її фізична змістовність

Наявність хвильових властивостей у рухомих частинок ставить питання про фізичну змістовність їх хвильових функцій, які було названо  $\psi$  – **функціями**. Для характеристики хвиль де Бройля знайдемо спочатку фазову  $V_\phi$  і групову  $V_{\text{грп}}$  швидкості такого хвильового процесу, у якому частинка рухається із швидкістю  $V < c$  і має енергію  $W$ .

Для знаходження *фазової швидкості*, запишемо послідовність очевидних рівностей, що випливають з формули Бройля:

$$V_{\phi} = \omega / k = \hbar\omega / \hbar k = W / P = mc^2 / mV = c^2 / V \text{ і } V_{\phi} > c.$$

Для *групової швидкості* маємо послідовність очевидних рівностей:

$$V_{\text{грп}} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dW}{dp}, \quad W = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}, \quad V_{\text{грп}} = cp / \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2} = c^2 mv / mc^2 = V,$$

тобто групова швидкість хвилі дорівнює швидкості частинки  $V_{\text{грп}} = V$ .

У дослідах з дифракції електронів у просторі спостерігалось більше чи менше скупчення електронів, що відповідало різним значенням інтенсивності хвиль де Бройля. Це означає наявність певної ймовірності знаходження електрона в точках простору, яка характеризується густиною ймовірності та зв'язана з інтенсивністю хвиль де Бройля.

У 1926 р. М. Борн так сформулював фізичну змістовність хвиль де Бройля: *квадрат модуля псі-функції визначає густину ймовірності dP того, що частинка знаходиться в елементі об'єму dV=dx·dy·dz, обмеженого координатами x, x+dx; y, y+dy; z, z+dz, dP = |Ψ|<sup>2</sup> · dx · dy · dz.*

За допомогою ψ-функції можна обчислити середні значення величин, які характеризують стан частинки.

Наприклад, для середнього значення відстані електрона від ядра можна записати вираз  $\langle r \rangle = \int \Psi \cdot r \cdot \Psi^* \cdot dV$ .

Псі-функція повинна бути нормованою  $\int_V dP = \iiint_V |\Psi|^2 dy \cdot dz \cdot dx = 1$ .

Нормованість псі-функції означає, що ймовірність знаходження частинки в наданому їй об'ємі V дорівнює 1.

### 7.4.3. Квантова механіка систем

Квантова механіка – не просто узагальнення теорії Бора. Вона є набагато глибшою та створює зовсім іншу картину будови атома. Згідно з квантовою механікою не існує певних колових орбіт електронів, як в теорії Бора. У силу хвильової природи електрон «розмазаний» у просторі подібно до «хмари» негативного заряду.

Розміри та форму електронної хмари для основного стану атома можна обчислити за формулою:  $\Psi(r) = \sqrt{1/\pi a_1^3} e^{(-r/a_1)}$ , де  $\Psi(r)$  – хвильова функція, що залежить від відстані  $r$  до центру, постійна  $a_1$  – перша борівська орбіта. Отже, електронна хмара в основному стані водню сферично-симетрична, як показано на рис. 7.6. Електронна хмара

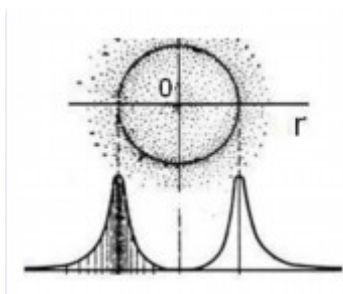


Рис. 7.6. Електронна хмара

характеризує розміри атома, але, оскільки хмара може не мати чітко виражених меж, атоми також не мають точної межі й, отже, певного розміру.

Не всі електронні хмари сферично симетричні. Хоча функція  $\Psi(r)$  з великими радіусами  $r$  сильно убуває, вона не звертається в нуль на кінцевих відстанях. Тому квантова механіка стверджує, що основна частина атома не є порожнім

простором. Оскільки  $\Psi \rightarrow 0$  тільки якщо  $r \rightarrow \infty$ , можна дійти висновку, що і у Всесвіті не існує в справжньому розумінні порожнього простору.

Електронну хмару можна інтерпретувати як у корпускулярному, так і в хвильовому аспекті. Під частинкою розуміють дещо локалізоване в просторі: в будь-який момент часу частинка займає цілком певне положення в просторі. Отже, розмита в просторі хмара є результатом хвильової природи електронів. Електронну хмару можна також інтерпретувати як розподіл ймовірностей для даної частинки. Не можна передбачити траєкторію, якою рухатиметься електрон. Неможливо передбачити, де буде знаходитися електрон у наступні моменти часу. Можна лише обчислити вірогідність виявлення електрона в різних точках. Звісно, подібна ситуація докорінно відрізняється від класичної фізики.

#### 7.4.3.1. Квантові числа електрона в атомі

Квантовою механікою доведено, що рівнянню Шредингера задовільняють власні функції  $\Psi_{n,l,m}$ , які визначаються набором трьох квантових чисел: головним  $n$ , орбітальним  $l$  і магнітним  $m$ .

**Головне квантове число  $n$**  характеризує відстань електрона від ядра – радіус орбіти. Воно визначає енергетичні рівні електрона в атомі



та може приймати будь-які цілочисельні значення, починаючи з одиниці. В атомній фізиці стани електрона, що відповідають головному квантовому числу  $n$  ( $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ ), прийнято позначати буквами K, L, M, N, ... .

**Орбітальне квантове число**  $l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1)$  характеризує еліптичність орбіти електрона та визначає момент імпульсу електрона  $L$ .

Є два типи орбіталей, за якими «розмазаний» електронний заряд (рис. 7.7):  $s$  (вона одна, сферична),  $p$  (їх три.

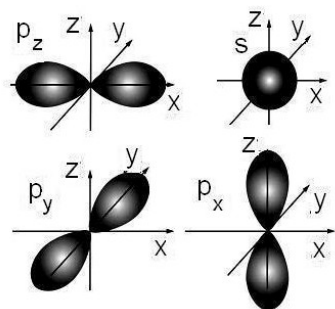


Рис. 7.7. **Форми та напрями  $s$  і  $p$  орбіталей**

Орбіталі часто називають підоболонками оболонки, оскільки вони характеризують форми різних орбіт, на яких можна виявити електрони, що знаходяться в одній оболонці (з заданим квантовим числом  $n$ ). Послідовне розв'язання завдання про електрон у прямокутній потенційній ямі, доводить, що енергія та стан електрона квантуються, тобто приймають дискретні значення.

Розв'язуючи рівняння Шредингера для атома, можна отримати вирази для енергії, моменту імпульсу й інших динамічних змінних електрона без залучення будь-яких постулатів.

Розв'язання рівняння Шредингера доводить, що вектор  $L_l$  моменту імпульсу електрона може мати лише такі орієнтації в просторі, за якими його проекція  $L_{lz}$  на напрям  $z$  зовнішнього магнітного поля приймає квантовані значення, кратні  $\hbar$ :  $L_{lz} = \hbar m$ . Тут  $m$  – **магнітне квантове число**, що за заданим  $l$  може приймати значення  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ , тобто всього  $(2l + 1)$  значень.

Таким чином, магнітне квантове число  $m_l$  визначає проекцію моменту імпульсу електрона на заданий напрямок, причому вектор моменту імпульсу електрона в атомі може мати в просторі  $(2l + 1)$  орієнтацій. Основним станом електрона в атомі водню є  $s$ -стан.  $(2l + 1)$ . Якщо обчислити найбільш ймовірну відстань від ядра для електрона в  $s$ -стані, буде отриманий перший борівський радіус:  $r_1 = \hbar^2 / 4\pi\epsilon_0 m_e^2$ . Для інших значень  $n$  справедливі вирази, що відповідають борівським орбітам електрона, тобто геометричному місцю точок, в яких з найбільшою ймовірністю може бути виявлений електрон. За теорією Бора, ймовірність знаходження електрона за будь-якими іншими значеннями  $r$ , крім  $r = r_1$ , дорівнює нулю.

### 7.4.3.2. Просторове квантування

З класичної фізики випливає, що орбітальний момент імпульсу електрона  $L_e$  і пропорційний йому магнітний момент  $P_m$  орієнтовані перпендикулярно площині орбіти електрона та протилежно спрямовані. Між  $L_e$  і  $P_m$  існує зв'язок  $P_m = -\gamma L_e = e / 2m_e L_e$ , де  $\gamma = e / 2m_e$  – **орбітальне гіромагнітне співвідношення**. Такий зв'язок векторів зберігається і в теорії Бора. У квантовій механіці не може бути вказана орієнтація  $L_e$  і  $P_m$  щодо площини електронної орбіти (орбіти, в буквальному сенсі цього слова, немає). Для зазначеної орієнтації  $L_e$  і  $P_m$  треба вибрати деякий напрямок у просторі, і розташування  $L$  може бути задане кутом між вектором  $L$  і цим напрямком. За зазначений вибирається напрямок зовнішнього або внутрішнього магнітного поля, створюваного всіма електронами, крім розглянутого (але це важко та незручно). Зазвичай беруть напрям зовнішнього магнітного поля  $H$ , поєднаного з віссю  $z$ .

У квантовій механіці строго доводиться (це випливає з розв'язання рівняння Шредингера), що проекція ( $L_z$ ) вектора  $L$  на напрям зовнішнього магнітного поля  $z$  може приймати лише цілочисельні значення, кратні  $L_z = m\hbar$ , де  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$  – магнітне квантове число;  $l$  – орбітальне квантове число, що визначає модуль вектора  $L$ ;  $\hbar$  – стала Планка. Необхідно визначити величину модуля  $L$ .  $m$  може приймати  $(2l + 1)$  значень ( $l = 0$  дає одне зайве значення), тобто  $L$  може приймати  $(2l + 1)$  орієнтацій в просторі. Наявність квантового числа  $m$  у магнітному полі повинна призвести до розщеплення рівня з головним квантовим числом  $n$  на  $(2l + 1)$  підрівней. Відповідно, в атомному спектрі повинно спостерігатися розщеплення спектральних ліній. Дійсно, в 1896 р. голландським фізиком П. Зеєманом було зареєстроване розщеплення енергетичних рівнів у магнітному полі, яке отримало назву **ефект Зеємана**. Розщеплення рівнів енергії в зовнішньому електричному полі теж доведено експериментально і названо **ефектом Штарка**. Таким чином, просторове квантування призводить до «розщеплення» енергетичних рівнів на ряд підрівнів.

### 7.4.3.3. Правила відбору

Переходи між електронними станами можливі тільки в тому випадку, якщо виконуються умови:

1) зміна  $\Delta l$  орбітального квантового числа  $l$  задовільнює умові  $\Delta l = \pm 1$ ;

2) зміна  $\Delta m$  магнітного квантового числа  $m$  задовільнює умові  $\Delta m = 0, \pm 1$ .

Так, наприклад, в атомі водню переходи  $n p \rightarrow 1s$  ( $n = 2, 3, \dots$ ) утворюють серію Лаймана, а переходи  $n p \rightarrow 2s$ ,  $n s \rightarrow 2p$ ,  $n d \rightarrow 2p$  ( $n = 3, 4, \dots$ ) – серію Бальмера.

#### 7.4.3.4. Спін електрона

У 1922 р. німецькі фізики О. Штерн і В. Герлах поставили досліди, метою яких було вимірювання магнітних моментів  $P_m$  атомів різних хімічних елементів. Для хімічних елементів, що утворюють першу групу таблиці Д. І. Менделєєва і мають один валентний електрон, магнітний момент атома дорівнює магнітному моменту валентного електрона, тобто одного електрона. Ідея досліду полягала у вимірюванні сили, що діє на атом у сильно неоднорідному магнітному полі. Був доведений квантовий характер магнітних моментів електронів. Кількісний аналіз показав, що проекція магнітного моменту атома (електрона) на напрям магнітного поля чисельно дорівнює **магнетону Бора**  $\mu_B = 9,27 \cdot 10^{24}$  Дж/Тл. Отже,  $P_m = e/2m_e L = e\hbar^2/2m_e \sqrt{l(l+1)} = \mu_B \sqrt{l(l+1)}$ .

Досліди О.Штерна та В. Герлаха не тільки підтвердили просторове квантування моментів імпульсів у магнітному полі, а й експериментально підтвердили, що магнітні моменти електронів теж складаються з деякого числа елементарних моментів, тобто мають дискретну природу.

Одиницею вимірювання магнітних моментів електронів і атомів є магнетон Бора ( $\hbar$  – одиниця вимірювання механічного моменту імпульсу). У 1925 р. С. Гаудсміт і Д. Уленбек припустили існування власного механічного моменту імпульсу електрона  $L_s$  (**спіна**) і, відповідно, власного магнітного моменту електрона  $P_{ms}$ . Введення поняття «спін» відразу пояснило ряд труднощів, притаманних квантовій механіці. І в першу чергу – щодо результатів дослідів О. Штерна і В. Герлаха.

У сучасному уявленні спін як заряд і маса є властивістю електрона. П. Дирак згодом показав, що існування спіна впливає з розв'язання релятивістського хвильового рівняння Шредингера. Із загальних висновків квантової механіки випливає, що спін повинен бути квантованим:  $L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}$ , де  $s$  – **спінове квантове число**. Аналогічно,

проекція спіна на вісь  $z$  ( $L_{sz}$ ) (вісь  $z$  збігається з напрямком зовнішнього магнітного поля) повинна бути квантованою, і вектор  $L_s$  може мати  $(2s + 1)$  різних орієнтацій в магнітному полі. З дослідів О. Штерна та В. Герлаха випливає, що таких орієнтацій всього дві:  $(2s + 1) = 2$ , звідки  $s = 1/2$ , тобто спінове квантове число має тільки одне значення.

Чисельне значення спіна електрона є  $L_s = \hbar / 2$ . За аналогією з просторовим квантуванням орбітального моменту  $L$  проекція спіна  $L_{sz}$  теж квантується (як  $m = \pm l$ , так і  $m_s = \pm s$ ). Проекція спіна на напрям зовнішнього магнітного поля є квантовою величиною та визначається виразом:  $L_{sz} = \hbar m_s$ , де  $m_s = \pm 1/2$  – **магнітне спінове квантове число**, яке може прийматитільки два значення, що й спостерігається в досліді О. Штерна та В. Герлаха.

Отже, проекція спінового механічного моменту імпульсу на напрям зовнішнього магнітного поля може приймати лише два значення:  $L_{sz} = \pm 1/2 \hbar$ . Оскільки завжди розглядаються проекції, то для спіна, який має дві орієнтації, беруться до уваги дві проекції. Проекція спінового магнітного моменту електрона на напрям зовнішнього магнітного поля:  $P_{msz} = \mu_B = e\hbar^2/2m_e = e/m_e L_{sz}$ . Відношення  $P_{msz}/L_{sz} = -e/m_e = \gamma_s$  – **спінове гіромагнітне відношення**.

#### 7.4.3.5. Принципи нерозрізненості тотожних частинок.

##### Ферміони та бозони

Якщо перейти від розгляду руху однієї мікрочастинки (одного електрона) до багатоелектронних систем, то проявляються особливі властивості, які не мають аналогів у класичній фізиці.

Розглянемо квантово-механічну систему, яка складається з однакових частинок, наприклад електронів. Усі електрони мають однакові фізичні властивості: масу, електричний заряд, спін та інші внутрішні характеристики (наприклад, квантові числа). Такі частинки називають **тотожними**. Необхідні властивості системи однакових тотожних частинок проявляються у фундаментальному принципі квантової механіки – **принципі нерозрізненості тотожних частинок**, згідно з яким тотожні частинки неможливо експериментально розрізнити. У квантовій механіці тотожні частинки повністю втрачають свою індивідуальність і стають невиразними.

Принцип нерозрізненості тотожних частинок викликає певні властивості хвильової функції, а саме – симетрію. Якщо частинки обмінуються місцями, а хвильова функція не змінює знака, то її називають *симетричною*, якщо змінює – *антисиметричною*. Зміна знака хвильової функції не означає зміни стану, тому фізична змістовність має лише квадрат модуля хвильової функції.

Квантова механіка доводить, що характер симетрії хвильової функції не змінюється з часом. Це не є доказом того, що властивості симетрії або антисиметрії – ознака даного типу мікрочастинок.

Установлено, що симетрія або антисиметрія хвильових функцій визначається спіном частинок. Залежно від характеру симетрії всі елементарні частинки та побудовані з них системи (наприклад атоми: електрони, нейтрони та протони) описуються антисиметричними хвильовими функціями та підкорюються статистиці Фермі – Дирака; ці частинки називають **ферміонами**.

Частинки з нульовим, або цілочисловим, спіном (наприклад: фотони, мезони) описують симетричними хвильовими функціями та підкорюються статистиці Бозе – Ейнштейна; ці частинки називають **бозонами**. Складні частинки (наприклад, атомні ядра), складені з непарного числа ферміонів, є *ферміонами* (сумарний спін у них напівцілий), а з парного – *бозонами* (сумарний спін – цілий). Залежність характеру симетрії хвильових функцій системи тотожних частинок від спіна теоретично обґрунтована швейцарським фізиком В. Паулі.

#### 7.4.3.6. Принцип Паулі. Розподіл електронів в атомі за станами

Якщо тотожні частинки мають однакові квантові числа, то їх хвильова функція симетрична щодо перестановки частинок. Звідси випливає, що два однакових ферміона, що входять в одну систему, не можуть перебувати в однакових станах. Тому для ферміонів хвильова функція повинна бути антисиметричною.

Фізик В. Паулі узагальнив дослідні дані та сформував **принцип виключення**, відповідно до якого системи ферміонів зустрічаються в природі тільки в станах, що описуються антисиметричними хвильовими функціями (квантово-механічне формулювання принципу Паулі). З цього випливає більш просте формулювання принципу Паулі, яке було введено ним у квантову теорію до побудови квантової механіки: в системі од-

накових ферміонів будь-які два з них не можуть одночасно перебувати в тому самому стані.

Зазначимо, що кількість однакових бозонів, що перебувають в одному стані, не лімітується.

Доцільно зауважити також, що стан електрона в атомі однозначно визначається набором чотирьох квантових чисел: головного  $n$  ( $n = K, L, N, M, \dots$ ); орбітального  $l$  ( $l = s, p, d, f, \dots$ ) (зазвичай ці стани позначають  $1s, 2d, 3f$ ); магнітного  $m$  ( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm l$ ); магнітного спінового  $m_s$  ( $m_s = \pm 1/2$ ).

Розподіл електронів в атомі відбувається за **принципом Паулі**, який може бути сформульований для атома в найпростішому вигляді таким чином: в одному і тому ж атомі не може бути більше одного електрона з однаковим набором чотирьох квантових чисел  $n, l, m, m_s$ :  $Z(n, l, m, m_s) = 0$  або  $1$ . Тут  $Z(n, l, m, m_s)$  – кількість електронів, що перебувають у квантовому стані, який описується набором чотирьох квантових чисел:  $n, l, m, m_s$ .

Принцип Паулі стверджує, що два електрони, що належать одному атому, розрізняються значеннями принаймні одного квантового числа.

Сукупність електронів у багатоелектронному атомі, що мають одне головне квантове число  $n$ , називають *електронною оболонкою*, або *шаром*. У кожній з оболонок електрони розподіляються за підоболонками відповідно до  $l$ . Область простору, в якій висока ймовірність виявити електрон, називають *підоболонкою*, або *орбіталлю*. Оскільки  $l$  приймає значення від  $0$  до  $(n - 1)$ , то кількість підоболонок дорівнює порядковому номеру  $n$  оболонки. Кількість електронів у підоболонці визначається квантовими числами  $m$  і  $m_s$ .

Максимальна кількість електронів у підоболонці з даними  $l$  дорівнює  $2(2l + 1)$ . Квантові числа  $n$  і  $l$  характеризують розмір і форму електронної хмари, а квантове число  $m$  характеризує орієнтацію електронної хмари в просторі.

В атомній фізиці, за аналогією зі спектроскопією, стан електрона, що характеризується квантовим числом  $l = 0$ , називають *s-станом* (електрон у цьому стані – *s-електрон*),  $l = 1$  – *p-станом*,  $l = 2$  – *d-станом*,  $l = 3$  – *f-станом* тощо.

На підставі міркувань щодо квантових стаціонарних станів багато електронних атомів теоретично обґрунтовано і дано пояснення будови періодичної системи хімічних елементів Д. Менделєєва:

порядковий номер хімічного елемента дорівнює загальному числу електронів у його атомі;

стан електронів в атомі визначається набором квантових чисел  $n, l, m, m_s$ ; електрони в оболонках і підоболонках атомів послідовно розміщуються на енергетичних рівнях відповідно до принципу Паулі так, щоб потенційна енергія атома була мінімальною;

періодичність у хімічних властивостях елементів пояснюється повторюваністю в структурі зовнішніх оболонок в атомах споріднених елементів.

#### 7.4.4. Періодична система хімічних елементів

У табл. 7.1. подані позначення оболонок і розподіл електронів за оболонками та підоболонками. Енергетичні рівні оболонок і підоболонок позначаються так, як це показано в цій таблиці. Наприклад, атом Кр криптону має таку електронну конфігурацію  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6$ , а в атомі натрію Na –  $1s^2 2s^2 2p^6 3s$ .

Таблиця 7.1

#### Позначення оболонок, розподіл електронів за оболонками та підоболонками

Головне квантове число	1	2			3			4			5				
Символ оболонки	K	L			M			N			O				
Максимальна кількість електронів в оболонці		8			18			32			50				
Орбітальне квантове число	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4
Символ підоболонки	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	5g
Максимальна кількість електронів в підоболонці	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	18

Повторюваність у структурі зовнішніх оболонок в атомах споріднених елементів полягає в тому, що, наприклад, в атомах інертних газів (He, Ne, Ar, Kr, Xe) однакові зовнішні оболонки з восьми електронів (повністю заповнені s- і p-стани), в зовнішніх оболонках лужних металів

(Li, Na, K, Rb, Cs, Fr) є лише один s-електрон, у лужноземельних елементів (Be, Mg, Ca, Sr, Ba, Ra) два s-електрона, а в галоїдів (F, Cl, Br, I, At) не вистачає одного електрона до оболонки інертних газів.

#### 7.4.4.1. Характеристики періодичної системи елементів (ПСЕ)

**Номер періоду** (горизонтальний рядок) дорівнює головному квантовому числу  $n$  оболонки, яка почала будуватися. У першому періоді будується перша оболонка  $H(1s^1)$  і  $He(1s^2)$ . У другому періоді відбувається будова другої оболонки, що містить вісім елементів: від  $Li(1s^2 2s^1)$  до  $Ne(1s^2 2s^2 2p^6)$ .

Третій період подібний другому. Будується третя оболонка восьми елементів: від  $Na(1s^2 2s^2 2p^6 3s^1)$  до  $Ar(1s^2 2s^2 2p^6 3s^1 3p^6)$ . Починаючи з четвертого, періоди розміщуються у двох рядках. У першому рядку елементи (неперехідні) у клітинці таблиці записують зліва, а в другому (перехідні елементи) – справа.

У першому рядку четвертого періоду будується спочатку підоболонка  $4s$  у  $K$  і  $Ca$  (енергія таких станів менша ніж енергія у послідовній будові підоболонки  $3d$ ), а далі будується  $3d$  підоболонка (10 елементів) від  $Sc$  до  $Zn$ . З цих десяти елементів у міді  $Cu(1s^2 2s^2 2p^6 3s^1 3p^6 3d^{10} 4s^1)$  підоболонка  $4s$  містить лише один електрон (як у  $Sc$ ). Другий рядок четвертого періоду (перехідні елементи) починається з міді  $Cu$  і закінчується криптоном  $Kr$ .

П'ятий період будується аналогічно четвертому. У шостому періоді аналогія послідовності будови четвертого та п'ятого періодів порушується. Після лантану  $La$  виділяється окрема група із чотирнадцяти елементів із заповненою підоболонкою  $6s$ , в яких послідовно заповнюється підоболонка  $4f$ . У двох елементів гадолінію  $Gd$  і лютецію  $Lu$  по одному електрону розміщується в підоболонці  $5d$ . Елементи цієї групи називають *лантаноїдами* або *рідкоземельними*, а їх властивості дуже схожі.

У сьомому періоді у франція  $Fr$  і радія  $Ra$  заповнюється підоболонка  $7s$ , потім в актинія  $Ac$  і торія  $Th$  починає заповнюватися підоболонка  $6d$  (два електрони), і, починаючи з проактинія, будується підоболонка  $5f$ . Починаючи з торію  $Th$  і закінчуючи лоуренсієм, утворюється група подібних за властивостями елементів, які називають актиноїдами.



Стовпці таблиці називають *групами*, неперехідні елементи утворюють *головну підгрупу*, а перехідні – *побічну*. Елементи підгруп одної групи схожі за своїми хімічними властивостями.

#### 7.4.4.2. Хімічний зв'язок у молекулах. Валентність

Природа сил, що об'єднують атоми в молекули, має квантово-механічне пояснення. **Валентність** – це характеристика здатності атомів до взаємного об'єднання в молекулу. Валентність чисельно дорівнює подвоєному спіну (в одиницях  $\hbar$ ) атома в основному або низьколежачому збудженому стані. Коли таких станів декілька, то атом може проявляти різні валентності. Спін заповнених оболонок і підоболонок дорівнює нулю, тому в утворенні хімічного зв'язку беруть участь електрони зовнішніх незаповнених підоболонок, які називають *валентними*.

Лужні елементи мають спін рівний  $\frac{\hbar}{2}$  і по одному валентному електрону. Їх валентність дорівнює одиниці. Для елементів другої підгрупи спін елементів в основному стані дорівнює нулю, а в збудженому стані з конфігурацією оболонки  $s^1p^1$  – спін дорівнює одиниці й атом має валентність два. По дві валентності мають ті атоми, в яких спіни основного стану та низьколежачого збудженого відрізняються на одиницю. До них, наприклад, відносять атоми головної підгрупи періодичної системи: вуглець С, кремній Si, германій Ge і т.п. В основному стані з конфігурацією незаповненої  $s^2p^2$  оболонки спін дорівнює 1, а в збудженому стані з конфігурацією  $s^1p^3$  – 2. Тому ці атоми можуть бути дво- та чотиривалентними.

Суттєво інша валентність в атомах перехідних елементів (металів), розташованих у побічних підгрупах періодичної системи. У цих атомах відбувається забудова підгрупи d глибоколежачої оболонки з нижчим квантовим числом. У зв'язку з цим їх хімічні властивості визначаються валентними електронами атомів із меншим зарядовим числом (порядковим номером). У ході створення цими атомами молекул спіни d-електронів можуть не компенсуватися, а конфігурація оболонок суттєво відрізняється від атомних. У зв'язку з тим, що в атомах таких молекул порушується симетричний розподіл заряду електрона, в них утворюється *іонний (гетерополярний) зв'язок*.

Якщо симетрія розподілу заряду електронів у атомах молекули не порушується або залишається близькою до сферичної симетрії, то виникає гомеоплярний (ковалентний) зв'язок між атомами (наприклад, у ході утворення молекули з однакових атомів). Такий зв'язок має квантово-механічне тлумачення і не має аналогів у класичній теорії. Сутність його полягає у тому, що електрони різних атомів тотожні та з утворенням молекули електронні оболонки атомів перекриваються.

В області перекриття електрони належать одночасно обом атомам (атоми в цій області обмінюються електронами), і це зумовлює виникнення обмінної енергії зв'язку між ними.

#### **7.4.5. Оптичні властивості твердих тіл. Поглинання. Спонтанне та вимушене випромінювання**

Спектр електромагнітних випромінювань досить широкий і охоплює довжини хвиль з розмірами від часток ангстрема до декількох кілометрів. Для фізики твердого тіла і її додатків найбільш важливими є діапазони спектра від інфрачервоного до рентгенівського. Видимий діапазон спектра вузький за довжинами хвиль (приблизно від 0,4 мкм до 0,7 мкм). Водночас цей діапазон становить особливу значущість для додатків фізики твердого тіла.

Фізичною основою випромінювання та поглинання світла (електромагнітного випромінювання у видимому та близькому до нього ультрафіолетовому й інфрачервоному спектрах) для твердих тіл є *рекомбінація* та *генерація нерівноважних носіїв* заряду, оскільки переходи електронів між станами відбуваються або з випусканням, або з поглинанням квантів світла.

Для видимого й інфрачервоного спектрів випромінювання важливі електронні переходи між валентною зоною та зоною провідності. Електронні переходи між станами зони провідності та більш глибоких енергетичних зон у твердих тілах супроводжуються поглинанням або випусканням квантів у рентгенівському діапазоні спектра.

*Поглинанням (абсорбцією)* світла називають явище зменшення енергії світлової хвилі під час її поширення в речовині внаслідок перетворення енергії хвилі на інші види енергії (внутрішню енергію речовини, енергію вторинного випромінювання в інших напрямках та іншого спект-

рального складу та ін.). У результаті поглинання інтенсивність світла під час проходження через речовину зменшується.

Поглинання світла в речовині описується **законом Бугера**:

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (7.10)$$

де  $I_0$  та  $I$  – інтенсивності плоскої монохроматичної світлової хвилі, відповідно, на вході та виході шару поглинальної речовини товщиною  $x$ ;

$\alpha$  – **коефіцієнт поглинання**, що залежить від довжини хвилі світла, хімічної природи та стану речовини і не залежить від інтенсивності світла. Його значення показує товщину шару  $x$ , що дорівнює  $1/\alpha$ , після проходження якого інтенсивність плоскої хвилі падає в  $e = 2,72$  рази.

Існують такі види спектрів поглинання.

**Лінійчастий спектр поглинання** – характерний для одноатомних газів (або парів). Дуже різкі та вузькі лінії в таких спектрах відповідають частотам власних коливань електронів у атомах. Якщо щільність газу збільшувати, то взаємодія атомів між собою призводить до розширення ліній поглинання.

**Спектр поглинання у вигляді смуг поглинання** – характерний для поглинання молекул. Коливання атомів (і обертання груп атомів) у молекулах приводить до утворення широких смуг поглинання.

**Суцільний спектр поглинання** – характерний для рідин і твердих тіл, в яких утворюються колективні збудження (наприклад, електрони провідності в металах), які обумовлюють поглинання світла в широкій області частот.

#### 7.4.5.1. Спонтанне випромінювання

Доцільно розглянути два квантових стани з енергіями  $E_1$  й  $E_2$ . Атом, перебуваючи у збудженому стані 2, може спонтанно (без зовнішніх впливів) перейти в основний стан, випускаючи водночас фотон з енергією  $h\nu = E_2 - E_1$ .

Процес випускання фотона збудженим атомом без зовнішніх впливів називають **спонтанним випромінюванням**. Чим більша ймовірність спонтанних переходів, тим менше середній час життя атома у збудженому стані. Оскільки спонтанні переходи взаємно не пов'язані, то спонтанне випромінювання некогерентне.

#### 7.4.5.2. Вимушене випромінювання

А. Ейнштейн для пояснення термодинамічної рівноваги між речовиною та випромінюванням, яке випускається та поглинається речовиною, що спостерігалось на досліді, постулював, що крім поглинання та спонтанного випромінювання повинен існувати третій, якісно інший тип взаємодії. Якщо на атом у збудженому стані 2 діє зовнішнє випромінювання з частотою, що задовільнює умові  $h\nu = E_2 - E_1$ , то виникає **вимушений (індукований) перехід** в основний стан 1 з випромінюванням фотона тієї ж енергії  $h\nu = E_2 - E_1$  додатково до того фотону, під дією якого відбувся перехід.

Таким чином, у процес вимушеного випромінювання залучені два фотони: первинний фотон, що викликає (стимулює) випромінювання збудженим атомом, і вторинний фотон, який випускається атомом.

Вимушене випромінювання (вторинні фотони) **тотожне стимуляційному випромінюванню** (первинним фотонам): воно має таку ж частоту, фазу, поляризацію, напрям поширення. Отже, вимушене випромінювання строго когерентне з стимуляційним випромінюванням, тобто фотон, який випускається, не відрізняється від фотона, що падає на атом. Фотони, що випускаються, рухаючись в одному напрямі та зустрічаючи збуджені атоми, стимулюють вимушені переходи: відбувається розмноження фотонів.

Для того щоб відбувалося посилення випромінювання, необхідно, щоб інтенсивність вимушеного випромінювання перевищувала інтенсивність поглинання фотонів. А для цього необхідно, щоб заселеність збудженого стану (кількість атомів у збудженому стані) була більшою, ніж заселеність основного стану (кількість атомів в основному стані). Такий термодинамічно нерівноважний стан називають **станом з інверсною заселеністю**.

Процес переведення системи в стан з інверсною заселеністю називають **накачуванням** (здійснюється оптичними, електричними й іншими способами).

Інверсне середовище, в якому відбувається посилення пучка світла, що падає на нього, називають **активним**. Закон Бугера для таких середовищ має негативний коефіцієнт поглинання  $I = I_0 \exp(-\alpha x)$ .

## 7.5. Основи фізики атомного ядра

### 7.5.1. Склад атомного ядра

Дослідження Е. Резерфордом дії електричних і магнітних полів на частинки, які були вибиті з ядер азоту, показали, що існують частинки, які володіють позитивним елементарним зарядом; їх маса дорівнює масі ядра атома водню. Для інших газоподібних речовин результат виявився аналогічним. Цю частинку назвали **протон**. За сучасними вимірюваннями позитивний заряд протона в точності дорівнює за модулем негативному елементарному заряду електрона  $e = 1,60217733 \cdot 10^{-19}$  Кл.

Дорівненність зарядів протона й електрона перевірено з точністю до  $10^{-22}$ . Такий збіг зарядів двох несхожих частинок є дивним і залишається однією з фундаментальних загадок сучасної фізики. Маса протона за сучасними вимірюваннями дорівнює  $m_p = 1,67262 \cdot 10^{-27}$  кг. Після відкриття протона було висловлено припущення, що ядра атомів складаються з одних протонів. Однак це припущення виявилось недоцільним. Ідея Е. Резерфорда про існування важкої нейтральної частинки в ядрі підтвердилася в 1932 р. Д. Чедвіком. Вчений експериментально досліджував випромінювання, що виникає під час опромінення берилію  $\alpha$ -частинками, і виявив, що це випромінювання є потік нейтральних частинок з масою, приблизно дорівненою масі протона.

**Нейтрон** – це елементарна частинка. Її не слід уявляти у вигляді компактної протон-електронної пари, як припускав Е. Резерфорд. За сучасними вимірюваннями, маса нейтрона  $m_n = 1,67493 \cdot 10^{-27}$  кг. Відразу ж після відкриття нейтрона німецький фізик В. Гейзенберг висунув гіпотезу про протонно-нейтронну будову атомних ядер, яка повністю підтвердилася подальшими дослідженнями. Протони та нейтрони прийнято називати **нуклонами**.

Для характеристики атомних ядер вводиться ряд позначень. Число протонів, що входять до складу атомного ядра, позначають символом  $Z$  і називають **зарядовим числом** або **атомним номером** (це порядковий номер у періодичній таблиці Менделєєва). Заряд ядра дорівнює  $Ze$ , де  $e$  – елементарний заряд. Число нейтронів позначають символом  $N$ . Загальне число нуклонів (протонів і нейтронів) називають **масовим числом**  $A = Z + N$ . Ядра хімічних елементів позначають символом  ${}^A_Z X$ , де

X – хімічний символ елемента. Наприклад,  ${}^1_1\text{H}$  – водень,  ${}^4_2\text{He}$  – гелій,  ${}^{14}_7\text{N}$  – азот,  ${}^{16}_8\text{O}$  – кисень,  ${}^{238}_{92}\text{U}$  – уран.

Ядра того самого хімічного елемента можуть відрізнятися числом нейтронів. Такі ядра називають **ізотопами**. У більшості хімічних елементів є кілька ізотопів. Наприклад, водень має три ізотопи:  ${}^1_1\text{H}$  – звичайний водень,  ${}^2_1\text{H}$  – дейтерій і  ${}^3_1\text{H}$  – тритій; вуглець – 6 ізотопів, кисень – 3. Хімічні елементи в природних умовах зазвичай є сумішшю ізотопів. Існування ізотопів визначає значення атомної маси природного елемента в періодичній системі Менделєєва. Так, наприклад, відносна атомна маса природного вуглецю дорівнює 12,011.

### 7.5.1.1. Дефект маси й енергія зв'язку атомних ядер

Дослідження показують, що атомні ядра є стійкими утвореннями. Це означає, що в ядрі між нуклонами існує певний зв'язок. Масу ядер дуже точно можна визначити за допомогою мас-спектрометрів. Мас-спектрометричні вимірювання показали, що маса ядра менша, ніж сума мас нуклонів, що складають його. Але оскільки кожній зміні маси має відповідати зміна енергії, то під час утворення ядра повинна виділятися певна енергія. Із закону збереження енергії випливає і зворотне: для поділу ядра на складові частини необхідно затратити таку ж кількість енергії, яка виділяється під час його утворення.

Енергію, яку необхідно затратити, щоб розщепити ядро на окремі нуклони, називають **енергією зв'язку ядра**. Енергія зв'язку нуклонів у ядрі  $E_{зв} = [Zm_p + (A - Z) m_n - m_{я}] c^2$ , де  $m_p$ ,  $m_n$ ,  $m_{я}$  – маси протона, нейтрона і ядра відповідно. У таблицях зазвичай надаються не маси  $m_{я}$  ядер, а маси  $m$  атомів. Тому для енергії зв'язку ядра користуються формулою  $E_{зв} = [Zm_H + (A - Z) m_n - m] c^2$ , де  $m_H$  – маса атома водню. Оскільки  $m_H$  більше  $m_p$  на величину  $m_e$ , то перший член у квадратних дужках включає масу  $Z$  електронів. Але маса атома  $m$  відрізняється від маси ядра  $m_{я}$  точно на масу електронів. Тому обчислення за наведеними формулами приводять до однакових результатів.

Величину  $\Delta m = [Zm_p + (A - Z) m_n] - m_{я}$  називають **дефектом маси ядра**. На цю величину зменшується маса всіх нуклонів під час утворення з них атомного ядра. Зменшення питомої енергії зв'язку під час переходу до важких елементів пояснюється тим, що зі зростанням числа протонів

у ядрі збільшується енергія їх кулонівського відштовхування. Тому зв'язок між нуклонами стає менш сильним, а самі ядра менш міцними.

Найбільш стійкими виявляються так звані магічні ядра, у яких число протонів або число нейтронів дорівнює одному з **магічних чисел**: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Особливо стабільні двічі магічні ядра, у яких магічними є і число протонів, і число нейтронів (цих ядер налічується всього п'ять:  ${}^4_2\text{He}$ ,  ${}^{16}_8\text{O}$ ,  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ ,  ${}^{48}_{20}\text{Ca}$ ,  ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ ).

### 7.5.1.2. Ядерні сили та їх основні властивості

Нуклони в ядрі утримуються за рахунок особливих сил, які називають **ядерними**. Ядерна взаємодія отримала назву **сильної взаємодії**, тому що ці сили в мільйони разів перевищують сили електромагнітної взаємодії. Основні властивості ядерних сил:

- 1) є силами тяжіння;
- 2) є короткодійними, їх дія проявляється на відстанях  $\approx 10^{-12}$  м;
- 3) мають неелектричну природу;
- 4) нецентральні, тобто не діють уздовж лінії, що з'єднує центри частинок;
- 5) залежать від взаємної орієнтації спінів нуклонів. Наприклад, протон і нейтрон утримуються разом, утворюючи ядро важкого водню  ${}^2_1\text{H}$  тільки в тому випадку, якщо їх спіни паралельні один одному;
- 6) мають властивість насичення, тобто кожен нуклон взаємодіє не з усіма іншими, а з обмеженою кількістю нуклонів. Насичення виявляється в тому, що питома енергія зв'язку нуклонів в ядрі зі збільшенням числа нуклонів не зростає, а залишається приблизно постійною.

У 1935 р. японський фізик Х. Юкава висловив гіпотезу про те, що в ядрах протони та нейтрони з величезною швидкістю ніби обмінюються частинками, які мають масу в 200 – 300 разів більшу, ніж електрон. Пізніше ці частинки назвали **мезонами**. У 1947 р. у космічних променях були виявлені частинки, які були названі ***p*-мезони (піони)**.

Сучасне уявлення про будову нуклона є таким: у центрі нуклонів знаходиться ядро, радіус якого  $0,3 \cdot 10^{-15}$  м; воно оточено «хмарою», що складається з мезонів. Носіями ядерних сил є *p*-мезони, або піони; існують позитивний ( $p^+$ ), негативний ( $p^-$ ) і нейтральний ( $p^0$ ) мезони.

### 7.5.1.3. Моделі ядра

Одним з методів вивчення властивостей атомного ядра є метод моделей ядра, заснований на зовнішній аналогії властивостей атомного ядра з властивостями відповідної моделі.

Ядерні моделі розподіляють на групи: **крапельна, оболонкова, узагальнена, оптична** та інші. Жодна з моделей не може дати вичерпної відповіді про всі властивості атомного ядра і характеризує лише деякі з них. Найбільш поширеними є **крапельна й оболонкова моделі**.

**Крапельна модель ядра** (1936р.; Н. Бор і Я. І. Френкель). Ця модель заснована на аналогії між поведінкою нуклона в ядрі та поведінкою молекул у краплі рідини. Відмінність ядра від краплі рідини в цій моделі полягає в тому, що ядро трактується як крапля електрично зарядженої нестисливої рідини (з щільністю, що дорівнює ядерній), яка підпорядковується законам квантової механіки.

Застосування крапельної моделі дозволило пояснити механізм ядерних реакцій, і особливо реакції поділу ядер. Ця модель допускає зміну форми ядра зі збереженням обсягу. Це може призвести до поділу краплі-ядра на частини. Однак ця модель не змогла, наприклад, пояснити підвищену стійкість ядер, що містять магічні числа протонів і нейтронів.

**Оболонкова модель** (1949 – 1950 рр.; М. Гепперт-Майєр і Х. Ієнсен). Ця модель передбачає розподіл нуклонів у ядрі за дискретними енергетичними рівнями (оболонкам), які заповнюються нуклонами відповідно до принципу Паулі, і пов'язує стійкість ядер із заповненням цих рівнів. Відстань між рівнями порядку МеВ. Під час переходу з одного рівня на інший відбувається випромінювання  $\gamma$ -квантів.

Вважається, що ядра з повністю заповненими оболонками є найбільш стійкими. Тому особливо стійкі (магічні) ядра дійсно існують (наприклад, двічі магічні ядра,  ${}^4_2\text{He}$ ,  ${}^{16}_8\text{O}$ ,  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ ,  ${}^{48}_{20}\text{Ca}$ ,  ${}^{208}_{92}\text{Pb}$ ).

Оболонкова модель ядра дозволила пояснити спіни та магнітні моменти ядер, різну стійкість атомних ядер, а також періодичність змін їх властивостей. Ця модель може бути застосована для опису легких і середніх ядер, а також для ядер, що знаходяться в основному (не збудженому) стані.



#### 7.5.1.4. Магнітні властивості атомного ядра

Магнітний момент є основною фізичною величиною, яка характеризує магнітні властивості речовини. Магнітні моменти є у елементарних частинок, в атомних ядрах, електронних оболонках атомів і молекул; причому для елементарних частинок (електронів, протонів, нейтронів) магнітні моменти пов'язані з наявністю в них спіна.

Сумарний магнітний момент ядер складається зі спінових магнітних моментів протонів і нейтронів, що утворюють ці ядра, а також з магнітних моментів, пов'язаних з їх орбітальним рухом усередині ядра. Магнітний момент ядра дорівнює  $\vec{\mu} = g\vec{I}$ , де  $\vec{I}$  – спін ядра;  $g$  – гіромагнітне відношення, яке дорівнює відношенню величин магнітного та механічного моментів  $g = |\vec{\mu}| / |\vec{I}| = e\mu / 2m_p c$ , де  $e$  – елементарний електричний заряд;  $m_p$  – маса протона;  $c$  – швидкість світла у вакуумі,  $\mu$  – безрозмірне число.

Проекція магнітного моменту  $\mu$  на вісь  $z$ , яка збігається з напрямом зовнішнього магнітного поля, є  $\mu_H = \mu_B \mu$ , де  $\mu_B = e\hbar / 2m_p c = 5,05 \cdot 10^{-27}$  Дж/Тл є ядерний **магнетон Бора**. Магнетон Бора є такою ж універсальною одиницею вимірювання магнітних моментів ядер, як елементарний електричний заряд  $e$  – для вимірювання заряду тіл або постійна Планка  $\hbar$  – для вимірювання механічних моментів. Як і безрозмірне число,  $\mu$  слугує для вимірювання магнітних моментів ядер в одиницях ядерних магнетонів Бора  $\mu_B$ , подібно до атомного номера  $Z$  у вимірюванні заряду ядер в одиницях  $e$  або до квантових чисел у вимірюванні механічних моментів у одиницях постійної Планка  $\hbar$ . Ядерний магнетон Бора в  $m_p/m_e = 1836$  разів менший електронного  $\mu_0$  магнетона Бора, який використовується в атомній фізиці.

### 7.5.2. Радіоактивний розпад ядер

#### 7.5.2.1. Три види ядерного випромінювання та радіоактивний розпад

Майже 90 % з 2 500 відомих атомних ядер нестабільні. Нестабільне ядро самовільно перетворюється в інші ядра з випусканням частинок. Цю властивість ядер називають **радіоактивністю**.

У великих ядер нестабільність виникає внаслідок конкуренції між притяганням нуклонів ядерними силами та кулонівським відштовхуванням протонів. Стабільних ядер з зарядовим числом  $Z > 83$  і масовим числом  $A > 209$  не існує. Але радіоактивними можуть виявитися і ядра атомів з істотно меншими значеннями чисел  $Z$  і  $A$ . Якщо ядро містить значно більше протонів, ніж нейтронів, то нестабільність обумовлюється надлишком енергії кулонівської взаємодії. Ядра, які містять надлишок нейтронів, є нестабільними внаслідок того, що маса нейтрона перевищує масу протона. Збільшення маси ядра приводить до збільшення його енергії.

Явище радіоактивності було відкрито в 1896 р. французьким фізиком А. Беккерелем. Було з'ясовано, що радіоактивні ядра можуть випускати частинки трьох видів: позитивно, негативно заряджені та нейтральні. Ці три види випромінювань були названі  $\alpha$ -,  $\beta$ - і  $\gamma$ -випромінюваннями. Ці три види радіоактивних випромінювань сильно відрізняються за здатністю іонізувати атоми речовини та за здатністю проникання.

Найменшу проникальну здатність має  $\alpha$ -випромінювання. У повітрі за нормальними умовами  $\alpha$ -промені проходять шлях у кілька сантиметрів.  $\beta$ -промені набагато менше поглинаються речовиною. Вони здатні пройти крізь шар алюмінію завтовшки в кілька міліметрів. Найбільшу проникальну здатність мають  $\gamma$ -промені, які можуть проходити крізь шар свинцю товщиною 5 – 10 см. Дослідження показали, що  $\alpha$ -промені – це потік ядер гелію  ${}^4_2\text{He}$ ;  $\beta$ -промені – це потік електронів;  $\gamma$ -промені є короткохвильове електромагнітне випромінювання з надзвичайно малою довжиною хвилі  $\lambda < 10^{-10}$  м і внаслідок цього з яскраво вираженими корпускулярними властивостями, тобто є потоком частинок –  $\gamma$ -квантів.

#### 7.5.2.2. Альфа-розпад

Альфа-розпадом називають самовільне перетворення атомного ядра з числом протонів  $Z$  і нейтронів  $N$  на інше (дочірнє) ядро, що містить число протонів  $Z - 2$  і нейтронів  $N - 2$ . Водночас випускається  $\alpha$ -частинка – ядро атома гелію. Прикладом такого процесу може слугувати  $\alpha$ -розпад радію:  ${}^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn} + {}^4_2\text{He}$ .  $\alpha$ -розпад ядер у багатьох випадках супроводжується  $\gamma$ -випромінюванням.

Виліт  $\alpha$ -частинки з ядра можливий тільки завдяки квантово-механічному явищу – *тунельному ефекту*.

### 7.5.2.3. Бета-розпад

Під час бета-розпаду з ядра вилітає електрон. Усередині ядер електрони існувати не можуть, вони виникають під час  $\beta$ -розпаду в результаті перетворення нейтрона на протон. Цей процес може відбуватися не тільки всередині ядра, але й з вільними нейтронами. Середній час життя вільного нейтрона становить близько 15 хвилин. Під час розпаду нейтрон  ${}^1_0\text{n}$  перетворюється на протон  ${}^1_1\text{p}$  і електрон  ${}^0_{-1}\text{e}$ . Під час  $\beta$ -розпаду зарядове число  $Z$  збільшується на одиницю, а масове число  $A$  залишається незмінним. Дочірнє ядро є ядром одного з ізотопів елемента, порядковий номер якого в таблиці Менделєєва на одиницю перевищує порядковий номер вихідного ядра. Типовим прикладом  $\beta$ -розпаду може слугувати перетворення ізоотопу торію  ${}^{234}_{90}\text{Th}$ , що виникає під час  $\alpha$ -розпаді урану  ${}^{238}_{92}\text{U}$  на паладій  ${}^{234}_{91}\text{Pa}$ :  ${}^{234}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{234}_{91}\text{Pa} + {}^0_{-1}\text{e} + {}^0_0\tilde{\text{e}}_e$ . Поряд з електронним  $\beta$ -розпадом виявлений так званий позитронний  $\beta^+$  – розпад, під час якого з ядра вилітають позитрон  ${}^0_{+1}\text{e}$  і нейтрино  ${}^0_0\tilde{\text{e}}_e$ .

**Позитрон** – це двійник електрона, що відрізняється від нього тільки знаком заряду.

### 7.5.2.4. Гама-розпад

На відміну від  $\alpha$ - і  $\beta$ -радіоактивності,  $\gamma$ -радіоактивність ядер не пов'язана зі зміною внутрішньої структури ядра та не супроводжується зміною зарядового або масового чисел. Як у  $\alpha$ -, так і в  $\beta$ -розпаді дочірнє ядро може опинитися в деякому збудженому стані та мати надлишок енергії. Перехід ядра із збудженого стану в основний супроводжується випусканням одного або декількох  $\gamma$ -квантів, енергія яких може досягати декількох МеВ.

### 7.5.2.5. Закони радіоактивного розпаду

Оскільки радіоактивний розпад має випадковий характер і не залежить від зовнішніх умов, то закон зменшення кількості  $N(t)$  ядер, що не розпалися до даного моменту часу, може слугувати важливою статистичною характеристикою процесу радіоактивного розпаду. Для практичного використання закон радіоактивного розпаду зручно записати, вико-

ривуючи в якості підстави число 2, а не  $e$   $N(t) = N_0 2^{-t/T}$ . Величина  $T$  є періодом напіврозпаду. За час  $T$  розпадається половина початкової кількості радіоактивних ядер. Величини  $T$  і  $t$  пов'язані співвідношенням  $T = (\ln 2) / \lambda = \tau \cdot \ln 2 = 0,693 \cdot \tau$ . Період напів-розпаду є основною величиною, що характеризує швидкість процесу.

Радіоактивне випромінювання всіх видів (альфа, бета, гамма, нейтрони), а також електромагнітна радіація (рентгенівське випромінювання) дуже сильно впливають на живі організми. Такий вплив полягає в процесах збудження та іонізації атомів і молекул, які входять до складу живих клітин.

### 7.5.3. Ядерні реакції

**Ядерні реакції** – це перетворення атомних ядер під час їх взаємодії з елементарними частинками. Найбільш поширеним видом ядерної реакції є реакція, яка йде за схемою:  $x + a \rightarrow y + b$ , де  $x$  і  $y$  – вихідне та кінцеве ядра;  $a$  – бомбардувальна,  $b$  – випромінювальна частинки. Ефективність реакції характеризується ефективним розтином (або просто розтином), визначеним за формулою:  $\sigma = dN/nNdx$ , де  $N$  – кількість частинок, що попадають за одиницю часу на одиницю площі поперечного розчину речовини, яка має в одиниці обсягу  $n$  ядер;  $dN$  – кількість частинок, що вступають у реакцію в шарі товщиною  $dx$ .

Розчин  $\sigma$  характеризує ймовірність того, що під час падіння пучка частинок на речовину відбудеться реакція. Розчин ядерних реакцій вимірюється в барнах ( $1 \text{ барн} = 10^{-28} \text{ м}^2$ ). У результаті ядерних реакцій можуть утворюватися нові радіоактивні ізотопи, яких немає на Землі в природних умовах. У ядерних реакціях виконується кілька законів збереження: імпульсу, енергії, моменту імпульсу, заряду. На додаток до цих класичних законів збереження у процесі ядерних реакцій виконується закон збереження так званого *баріонного заряду* (тобто числа нуклонів – протонів і нейтронів). Виконується також ряд інших законів збереження, специфічних для ядерної фізики та фізики елементарних частинок. Ядерні реакції можуть протікати під час бомбардування атомів швидкими зарядженими частинками (протонами, нейтронами,  $\alpha$ -частинками, іонами). Ядерні реакції супроводжуються багатьма енергетичними перетвореннями.

**Енергетичним виходом** ядерної реакції називають величину:  $Q = (M_A + M_B - M_C - M_D)c^2 = \Delta M c^2$ , де  $M_A$  і  $M_B$  – маси вихідних продуктів;  $M_C$  і  $M_D$  – маси кінцевих продуктів реакції. Величина  $\Delta M$  є **дефектом мас**. Ядерні реакції можуть протікати з виділенням ( $Q > 0$ ) або з поглинанням енергії ( $Q < 0$ ). У другому випадку первісна кінетична енергія вихідних продуктів повинна перевищувати величину  $|Q|$ , яка є **порогом реакції**.

Основний інтерес для ядерної енергетики становить реакція поділу ядра. Нині відомі близько 100 різних ізотопів з масовими числами приблизно від 90 до 145, що виникають під час поділу цього ядра. Кінетична енергія, що виділяється поділом одного ядра урану, величезна – близько 200 МеВ. Під час повного поділу всіх ядер, що містяться в 1 г урану, виділяється така ж енергія, як і під час згоряння 3 т вугілля або 2,5 т нафти. Під час поділу ядра урану-235, викликаного зіткненням з нейтроном, звільняється 2 або 3 нейтрона. За сприятливих умов ці нейтрони можуть потрапити в інші ядра урану та викликати їх поділ. На цьому етапі з'являться вже від чотирьох до дев'яти нейтронів, здатних викликати нові розпади ядер урану. Такий лавиноподібний процес називають **ланцюговою реакцією**.

Для здійснення ланцюгової реакції необхідно, щоб так званий коефіцієнт розмноження нейтронів був більшим одиниці. Ланцюгова реакція в урані з підвищеним вмістом урану-235 може розвиватися тільки тоді, коли маса урану перевершує так звану **критичну масу**.

Пристрій, в якому підтримується керована реакція поділу ядер, називають **ядерним** (або **атомним**) **реактором**.

### 7.5.3.1. Термоядерні реакції

Інший шлях звільнення ядерної енергії пов'язаний з реакціями синтезу. У процесі злиття легких ядер і утворення нового ядра має виділятися велика кількість енергії. Аж до ядер з масовим числом близько 60 питома енергія зв'язку нуклонів зростає із збільшенням  $A$ . Тому синтез будь-якого ядра з  $A < 60$  з більш легких ядер повинен супроводжуватися виділенням енергії. Загальна маса продуктів реакції синтезу буде в цьому випадку меншою за масу первісних частинок. Реакції злиття легких ядер називають **термоядерними реакціями**, оскільки вони можуть протікати тільки за дуже високих температур. Щоб два ядра вступили в реакцію синтезу, вони повинні зблизитися на відстань дії ядерних

сил порядку  $2 \cdot 10^{-15}$  м, подолавши електричне відштовхування їх позитивних зарядів. Для цього середня кінетична енергія теплового руху молекул повинна перевершувати потенційну енергію кулонівської взаємодії. Розрахунок необхідної для цього температури  $T$  призводить до величини  $10^8 - 10^9$  К. За такої температури речовина перебуває в повністю іонізованому стані, який називають *плазмою*.

Енергія, яка виділяється у термоядерних реакціях, у розрахунку на один нуклон у кілька разів перевищує питому енергію, що виділяється в ланцюгових реакціях поділу ядер. Однак умови для здійснення стійкої, безперервної термоядерної реакції – важке, досі не вирішене науково-технічне завдання.

#### 7.5.4. Поняття про елементарні частинки

Уявлення про те, що світ складається з фундаментальних частинок, мало складний розвиток. Сьогодні відомо близько чотирьохсот суб'ядерних частинок, які прийнято називати **елементарними**. Переважна більшість цих частинок є нестабільними. Виняток становлять лише фотон, електрон, протон і нейтрино. Усі інші частинки через певні проміжки часу здатні мимовільно перетворюватися на інші частинки.

Нестабільні елементарні частинки сильно відрізняються за часом життя. Найбільш довге життя у нейтрона. Час життя нейтрона близько 15 хв. Інші частинки живуть набагато менший час. Наприклад, середній час життя  $\mu$ -мезона –  $2,2 \cdot 10^{-6}$  с, нейтрального  $\pi$ -мезона –  $0,87 \cdot 10^{-16}$  с. Масивні частинки (гіперони) мають середній час життя порядку  $10^{-10}$  с. Існує кілька десятків частинок з часом життя, що перевершує  $10^{-17}$  с. За масштабами мікросвіту це значний час. Такі частинки називають *відносно стабільними*.

Більшість короткоживучих елементарних частинок мають час життя порядку  $10^{-22} - 10^{-23}$  с. Здатність до взаємних перетворень – це найбільш важлива властивість усіх елементарних частинок. Вони здатні народжуватися і знищуватися (випромінюватися та поглинатися). Прикладом може бути анігіляція (зникнення) електрона та позитрона, що супроводжується народженням фотонів великої енергії. Може протікати зворотний процес – народження електронно-позитронної пари, наприклад, під час зіткнення фотона достатньо великої енергії з ядром. Такий

небезпечний двійник, яким для електрона є позитрон, є і у протона. Його називають **антипротон**.

Сьогодні античастинки знайдені у всіх частинок. Античастинки протиставляються частинкам тому, що під час зустрічі будь-якої частинки зі своєю античастинкою відбувається їх анігіляція (обидві частинки зникають, перетворюючись на кванти випромінювання або інші частинки).

Елементарні частинки об'єднуються в три групи: фотони, лептони і адрони. До групи фотонів належить єдина частинка – **фотон**, яка є носієм електромагнітної взаємодії. Наступна група складається з легких частинок – **лептонів**. У цю групу входять два «сорти» нейтрино (електронне та мюонне), електрон і  $\mu$ -мезон. До лептонів відносять ще ряд частинок. Усі лептони мають спіні  $\frac{1}{2}$ . Третю велику групу становлять важкі частинки – **адрони**. Ця група розподілена на дві підгрупи. Більш легкі частинки складають підгрупу мезонів. Найбільш легкі з них – позитивно та негативно заряджені, а також нейтральні  $\pi$ -мезони з масами порядку 250 електронних мас. **Піони** є квантами ядерного поля подібно до того, як фотони є квантами електромагнітного поля. У цю підгрупу входять також чотири  $K$ -мезона й один  $\eta$ -мезон. Усі мезони мають спіні, дорівнений нулю.

Друга підгрупа – **баріони**, включає більш важкі частинки. Вона є найбільш великою. Найлегшими з баріонів є **нуклони** – протони та нейтрони. Далі слідують так звані **гіперони**. Замикає таблицю омега-мінус-гіперон. Це важка частинка з масою в 3 273 електронних мас. Усі баріони мають спіні  $\frac{1}{2}$ . Усі важкі частинки – **адрони** побудовані з більш фундаментальних частинок, названих **кварками**. На основі кваркової гіпотези не тільки була зрозуміла структура вже відомих адронів, а й передбачене існування нових. Так, кожен баріон складається з трьох кварків, антибаріон – з трьох антикварків. Мезони, що складаються з пар кварків, – це **антикварки**.

З прийняттям гіпотези кварків удалося створити струнку систему елементарних частинок. Більшість фахівців зараз упевнені в тому, що кварки існують всередині важких частинок – адронів.

#### 7.5.4.1. Фундаментальні взаємодії

Процеси, в яких беруть участь різні елементарні частинки, розрізняються за енергіями та характерним часом їх перебігу. Згідно з

сучасним уявленням, у природі здійснюється чотири види взаємодій, які не можуть бути зведені до інших, більш простих видів: *сильне, електромагнітне, слабе та гравітаційне*. Ці види взаємодій називають *фундаментальними*.

**Сильна (ядерна) взаємодія** – найбільш інтенсивна. Вона зумовлює винятково міцний зв'язок між протонами та нейтронами в ядрах атомів. У сильній взаємодії можуть брати участь тільки важкі частинки – адрони (мезони та баріони). Ця взаємодія проявляється на відстанях  $10^{-15}$  м і менше. Тому її називають короткодіючою.

**Електромагнітна взаємодія** – визначає більшість властивостей речовин. У ній можуть брати участь електрично заряджені частинки, а також фотони – кванти електромагнітного поля. Ця взаємодія відповідає, зокрема, за існування атомів і молекул. Електромагнітна взаємодія обумовлює процеси поглинання та випромінювання фотонів атомами та молекулами речовини та багато інших процесів фізики мікро- та макросвіту.

**Слабка взаємодія** – визначає хід найбільш повільних процесів, що протікають у мікросвіті. У ній можуть брати участь будь-які елементарні частинки, крім фотонів. Слабка взаємодія відповідальна за протікання процесів за участю нейтрино або антинейтрино.

**Гравітаційна взаємодія** притаманна всім без винятку частинкам. Однак через малість мас елементарних частинок сили гравітаційної взаємодії між ними малі, і в процесах мікросвіту їх роль несуттєва. Гравітаційні сили відіграють вирішальну роль у взаємодії космічних об'єктів (зірок, планет тощо) з їх величезними масами.

Фундаментальні взаємодії виникають у результаті обміну частинками подібно до того, як ковалентний хімічний зв'язок атомів виникає в обміні валентними електронами, які об'єднуються на незаповнених електронних оболонках. Взаємодія, що здійснюється шляхом обміну частинками, отримала у фізиці назву **обмінної взаємодії**. Так, наприклад, електромагнітна взаємодія між зарядженими частинками виникає внаслідок обміну фотонами – квантами електромагнітного поля. Усі види взаємодій тісно пов'язані між собою і, отже, є різними проявами деякого єдиного поля. Проте об'єднання всіх взаємодій залишається лише привабливою науковою гіпотезою.

Фізики-теоретики докладають значних зусиль, щоб розглянути на єдиній основі не тільки електромагнітну та слабку, але й сильну



взаємодію. Ця теорія отримала назву *Великого об'єднання*. Вчені припускають, що й у гравітаційної взаємодії повинен бути свій переносник – гіпотетична частинка, названа *гравітоном*. Сьогодні вважається доведеним, що єдине поле, яке об'єднує всі види взаємодії, може існувати тільки за умови надзвичайно великих енергій частинок, недосяжних на сучасних прискорювачах. Такими великими енергіями частинки могли володіти тільки на самих ранніх етапах існування Всесвіту, який виник у результаті так званого *Великого вибуху*.

### Контрольні запитання

1. Що таке спін електрона?
2. Яка фізична природа зв'язку атомів у молекулі водню?
3. Чим визначається енергія зв'язку двоатомних молекул?
4. Що таке Великий вибух?
5. Дайте визначення слабкої взаємодії.
6. Дайте визначення сильної (ядерної) взаємодії.
7. Що таке кварк?
8. Опишіть склад атомного ядра.
9. Що називають дефектом мас?
10. Назвіть три види ядерного випромінювання.
11. Дайте визначення гравітаційної взаємодії.
12. Дайте визначення електромагнітної взаємодії.
13. Що таке акустооптичний ефект?
14. Наведіть і поясніть формулу Комптона.
15. Наведіть і поясніть рівняння Ейнштейна для зовнішнього фото-ефекту.
16. Які розрізняють різновиди фотоефекту?
17. Запишіть функцію Планка, яка описує емісійну здатність абсолютно чорного тіла.
18. За якою формулою визначається величина кванта енергії?
19. Що таке нічне бачення?
20. Наведіть і поясніть закон зміщення Віна.
21. Наведіть і поясніть закон Стефана – Больцмана.
22. Поясніть основні характеристики теплового випромінювання.

## Рекомендована література

### Основна

1. Анисимов В. М. Практический курс физики. Основы квантовой физики / В. М. Анисимов, О. Н. Третьякова; под ред. Г. Г. Спирина. – Москва : Изд. МАИ; Наука, 2008. – 163 с.
2. Ахманов С. А. Физическая оптика : учебник / С. А. Ахманов, С. Ю. Никитин. – 2-е изд. – Москва : Изд МГУ; Наука, 2004. – 656 с.
3. Бондаренко О. О. Електрика та магнетизм : практикум з навч. дисц. «Фізика» / О. О. Бондаренко, О. М. Гоков, К. О. Катрунов. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2009. – 266 с.
4. Бондаренко О. О. Оптика : практикум з навч. дисц. «Фізика» / О. О. Бондаренко, О. М. Гоков, К. О. Катрунов. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2011. – 277 с.
5. Бушок Г. Ф. Курс фізики. У 3-х кн. Кн.1. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм / Г. Ф. Бушок, В. В. Левандовський, Г. Ф. Півень. – Київ : Либідь, 2001. – 448 с.
6. Детлаф А. А. Курс физики : учеб. пособ. для втузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – Москва : Высш. шк., 2002. – 718 с.
7. Элементы квантовой физики: физика атомів, молекул і твердого тіла : практикум з навч. дисц. «Фізика» / О. О. Бондаренко, О. М. Гоков, К. О. Катрунов та ін.; за ред. О. О. Бондаренко – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2015. – 248 с.
8. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. У 2-х т. Т. 1: Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук. – Київ : Техніка, 1999. – 536 с.
9. Методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт з навч. дисц. «Фізика» для студентів напрямів підготовки «Комп'ютерні науки», «Видавничо-поліграфічна справа» денної форми навчання / О. О. Бондаренко, А. Г. Батрак, В. Ю. Вдовьонков та ін.; за ред. О. О. Бондаренко – Харків : Вид. ХНЕУ, 2008. – 212 с.
10. Михайлов М. А. Ядерная физика и физика элементарных частиц. В 2-х частях. Ч. 1: Физика атомного ядра : учеб. пособ. / М. А. Михайлов. – Москва : Изд «Прометей», 2011. – 92 с.

11. Трофимова Т. И. Краткий курс физики / Т. И. Трофимова. – Москва : Высш. школа, 2001. – 541 с.

12. Элементы физики твёрдого тела : учеб. пособ. / сост. В. Я. Чечуев, С. В. Викулов, И. М. Дзю. – Новосибирск : Изд. НГАУ, 2012. – 99 с.

### **Додаткова**

13. Барсуков В. И. Физика. Волновая и квантовая оптика : учеб. пособ. / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев. – Тамбов : ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012. – 132 с.

14. Грабовский Р. И. Курс физики / Р. И. Грабовский. – Москва : Высш. школа, 1980. – 608 с.

15. Детлаф А. А. Курс физики : учеб. пособ. для вузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 4-е изд., испр. – Москва : Высш. школа, 2002. – 718 с.

16. Зисман Г. А. Курс общей физики. В 3-х т. Том 1. Механика. Молекулярная физика. Колебания и волны / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – Москва : Наука, 1974. – 336 с.

17. Кузнецов С. И. Физика. В 3-х ч. Ч. III. Оптика. Квантовая природа излучения. Основы атомной физики и квантовой механики. Физика атомного ядра и элементарных частиц : учеб. пособ. / С. И. Кузнецов, Э. В. Поздеева, Э. Б. Шошин. – Томск : Изд-во ТПУ, 2012. – 212 с.

18. Трофимова Т. И. Курс физики : учеб. пособ. для вузов / Т. И. Трофимова – 9-е изд., перераб. и доп. – Москва : Изд. центр «Академия», 2004. – 560 с.

19. Трофимова Т. И. Физика – 500 основных законов и формул / Т. И. Трофимова – Москва : Высшая школа, 1995. – 63 с.

## Зміст

Вступ .....	3
Розділ 1. Механіка .....	9
1.1. Загальні відомості про фізику як науку .....	9
1.2. Одиниці вимірювання фізичних величин .....	10
1.3. Основні поняття та визначення механіки .....	11
1.4. Кінематика .....	12
1.5. Динаміка .....	19
1.6. Елементи статички .....	32
Розділ 2. Молекулярна фізика та термодинаміка .....	35
2.1. Молекулярна фізика .....	35
2.2. Термодинаміка .....	44
Розділ 3. Електрика .....	61
3.1. Електромагнітна взаємодія. Основні поняття .....	61
3.2. Електростатика .....	67
3.3. Постійний електричний струм .....	81
3.4. Основні поняття електронної теорії речовини .....	90
Розділ 4. Магнетизм і електромагнетизм .....	102
4.1. Основи магнетизму .....	102
4.2. Змінні електричні та магнітні поля .....	123
Розділ 5. Коливання та хвилі .....	142
5.1. Коливання .....	142
5.2. Хвильові процеси .....	150
5.3. Електромагнітні коливання та хвилі .....	156
Розділ 6. Оптика .....	163
6.1. Предмет оптики .....	163
6.2. Основи фотометрії .....	164
6.3. Геометрична оптика .....	170
6.4. Хвильова оптика. Інтерференція і дифракція світла .....	179
6.5. Поширення світла в речовині .....	195
Розділ 7. Елементи квантової фізики, фізики атома і ядра .....	211
7.1. Основні принципи квантової фізики .....	211
7.2. Квантова природа випромінювання .....	223
7.3. Дії світла .....	241
7.4. Основні елементи атомної фізики .....	243
7.5. Основи фізики атомного ядра .....	261
Рекомендована література .....	274

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

**Гоков** Олександр Михайлович

# **ФІЗИКА**

**Навчальний посібник**

*Самостійне електронне текстове мережеве видання*

Відповідальний за видання *Ю. В. Буц*

Відповідальний редактор *М. М. Оленич*

Редактор *Н. І. Ганцевич*

Коректор *Н. І. Ганцевич*

План 2019 р. Поз. № 13-ЕНП. Обсяг 277 с.

---

Видавець і виготовлювач – ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 61166, м. Харків, просп. Науки, 9-А

*Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру  
ДК № 4853 від 20.02.2015 р.*