

А. В. Воронин<sup>1</sup>, О. В. Гунько<sup>2</sup>

*voroninb1 @ukr.net, Olha.Hunko@hneu.net*

<sup>1</sup>*Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця, Харків*

<sup>2</sup>*Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця, Харків*

## **ЦИКЛИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В МОДЕЛЯХ РЫНОЧНОЙ КОНКУРЕНЦИИ**

Современная теория традиционных подходов таких, экономических циклов тесно например, как метод связана с базовыми проблемами сравнительной статистики синергетической экономики. Самуэльсона. Это, в свою очередь, порождает проблему предсказания динамики нелинейных взаимодействий в экономических процессах с учетом существенно нелинейных механизмов, свойственных реально функционирующим экономическим структурам. Присутствие динамического хаоса ставит под сомнение достоверность экономического прогнозирования в долгосрочной экономической перспективе и делает неэффективным применение методов эконометрического анализа как процедуры верификации выдвинутых теоретических постулатов. Наличие концепции экономического хаоса с соответствующими сценариями

Современная теория традиционных подходов таких, экономических циклов тесно например, как метод связана с базовыми проблемами сравнительной статистики синергетической экономики. Самуэльсона. Это, в свою очередь, порождает проблему предсказания динамики нелинейных взаимодействий в экономической среде. Именно здесь и находится основное отличие методологии нелинейной экономической динамики от традиционной теории деловых циклов. Ярким примером этому является наблюдаемое нерегулярное экономическое поведение в сугубо детерминированных системах, подтвержденное реальными данными. Сам по себе факт существования эндогенного динамического хаоса в экономических системах не может иметь удовлетворительного объяснения в рамках

перехода к нему от регулярного (циклического) поведения может оказать негативное влияние на объяснение экономических явлений в исторической ретроспективе и, тем более, на построение прогнозов будущего.

В конце прошлого века известный американский математик С. Смейл в своей знаменитой лекции в Филдсовском институте Торонто, посвященном важным проблемам математики следующего столетия, прямо утверждал о необходимости создания новых экономических теорий с точки зрения динамических систем [1]. Речь шла о пересечении экономических и математических формализмов на феноменологическом уровне в направлении расширения математических моделей общей теории экономического равновесия с учетом корректирования цен на нескольких рынках. Здесь имеется в виду теория равновесия цен истоки которой идут от Л. Вальраса к Эрроу и Дебре.

В частности, подход С. Смейла базируется на понятии избыточного спроса, то есть разностью между спросом и

предложением, который является генератором динамического поведения системы. При этом основными переменными являются цены, зависящие от времени. Сама же математическая модель является системой дифференциальных уравнений для формирования временной эволюции цен при воздействии значимых экономических факторов.

В настоящем исследовании предлагается в некотором смысле альтернативный подход к данной проблеме, основанный на применении распределенных в непрерывном времени запаздываний на стороне спроса. В общем случае, модель конкурентных рынков может быть представлена как система нелинейных интегральных уравнений типа Гаммерштейна для переменных цен.

Рассмотрим математическую модель взаимодействия на двух рынках.

Не нарушая общности, допустим, что функции спроса на каждом из рынков являются линейными функциями цены:

$$\begin{cases} D_1(p_1, p_2) = d_{10} + d_{11}p_1 + d_{12}p_2, \\ D_2(p_1, p_2) = d_{20} + d_{21}p_1 + d_{22}p_2. \end{cases}$$

где  $p_1, p_2$  – переменные во времени цены на каждом из рынков;  $d_{ij}, i=1,2, j=0,1,2$  – постоянные коэффициенты. Относительно функций предложения полагаем существенно нелинейную зависимость, например, квадратичную форму по  $p_1, p_2$ :

$$\begin{cases} S_1(p_1, p_2) = s_{10} + s_{11}p_1 + s_{12}p_2 + s_{120}p_1^2 + \\ + s_{111}p_1p_2 + s_{102}p_2^2, \\ S_2(p_1, p_2) = s_{20} + s_{21}p_1 + s_{22}p_2 + s_{220}p_1^2 + \\ + s_{211}p_1p_2 + s_{202}p_2^2. \end{cases}$$

Здесь также считаем все структурные коэффициенты при  $p_1, p_2$  постоянными величинами. Динамический процесс формируется в условиях допущения о том, что спрос на каждом из рынков зависит от всех предшествующих значений во времени функции предложения. В частности, в качестве распределенных запаздываний выберем

$$K_i(t-\tau) = \mu_i e^{-\mu_i(t-\tau)}, \quad \mu_i > 0, \quad i=1,2$$

Таким образом, получим следующую динамическую модель рыночной конкуренции на двух рынках:

$$D_i(p_1, p_2) = \int_0^t K_i(t-\tau) S_i(p_1(\tau), p_2(\tau)) d\tau, \quad (1)$$

Система двух интегральных уравнений (1) относительно  $p_1(t), p_2(t)$  путем дифференцирования сводится к системе двух нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\frac{dD_i(p_1(t), p_2(t))}{dt} = \mu_i (S_i(p_1(t), p_2(t)) - D_i(p_1(t), p_2(t))), \quad i=1,2 \quad (2)$$

При помощи линейного преобразования

$$p_1 = q_{11}x_1 + q_{12}x_2, \quad p_2 = q_{21}x_1 + q_{22}x_2$$

получим

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \lambda \cdot x_1 - x_2 + a_{20} \frac{x_1^2}{2} + a_{11}x_1x_2 + a_{02} \frac{x_2^2}{2}, \\ \dot{x}_2 = x_1 + \lambda x_2 + b_{20} \frac{x_1^2}{2} + b_{11}x_1x_2 + b_{02} \frac{x_2^2}{2}. \end{cases} \quad (3)$$

где  $\lambda$  – малая знакпеременная величина и все остальные коэффициенты – постоянные числа. Если ввести комплекснозначную переменную  $z = x_1 + ix_2$ ,  $i^2 = -1$ , то система (3) будет представлена в виде одного дифференциального уравнения первого порядка относительно  $z$ :

$$\dot{z} = (\lambda + i) \cdot z + g_{20} \frac{z^2}{2} + g_{11}z\bar{z} + g_{02} \frac{\bar{z}^2}{2}, \quad (4)$$

где  $\bar{z} = x_1 - ix_2$  – сопряженная величина по отношению к  $z$ ;

$$g_{jk} = g_{jk}(a_{jk}, b_{jk}), \quad j, k = 0, 1, 2, \quad j+k=2$$

О периодических решениях уравнения (4) и, соответственно, системы (3) известно достаточно много [2]. В данной работе приведены условия, при которых (3) является консервативной системой, т.е. имеет бесконечный набор периодических траекторий вокруг тривиального положения равновесия. В диссипативной системе существуют предельные циклы и их количество вокруг положения равновесия не может быть больше 3. Условия сосуществования трех предельных циклов в зависимости от параметров системы (3) запишется так:

$$\begin{cases} 2b_{11} = 3a_{20} + 5a_{02}, \\ 2a_{11} = 5b_{20} + 3b_{02} \end{cases} \quad (5)$$

В данном исследовании основное внимание при изучении моделей рыночной конкуренции уделено процессам с выраженным осцилляционным поведением. Прогнозирование циклических режимов, обнаружение скрытых периодичностей всегда востребовано при исследовании качественных свойств моделей экономической динамики, описываемых системой двух обыкновенных дифференциальных уравнений с квадратичными нелинейностями. Изучение фено-

мена возникновения эндогенных циклов по своей сути есть достаточно сложная проблема не только теории дифференциальных уравнений, но и соответствующих разделов экономического анализа. До сих пор остается открытым вопрос о количестве предельных циклов в системе (3) - частный случай так называемой шестнадцатой проблемы Гильберта. Наиболее важные свойства циклического поведения в моделях рыночной конкуренции проявляются на границах устойчивости динамических режимов, где могут происходить всевозможные бифуркации и катастрофы. Вследствие принципиальной структурной неустойчивости экономических систем относительно малых возмущений параметров на объектах рыночной структуры могут наблюдаться абсолютно различные типы качественного поведения [3].

Такую динамику с перечисленными качественными особенностями демонстрируют участники конкурентного взаимодействия на двух рынках. При этом мы наблюдаем достаточно сложное поведение самоорганизующейся рыночной структуры.

В случае увеличения числа рынков даже до трех возможно появление принципиально но-

вых сложных типов динамического поведения. Такими следует считать инвариантные торы, характерные для двух независимых колебательных режимов, различные виды внутренних резонансов при наличии кратных частот вышеуказанных колебаний, а также нерегулярная хаотическое поведение с ограниченным горизонтом прогноза. Последний тип динамического описания в литературе принято называть « страным аттрактором». Данный аттрактор существенным образом переформатирует динамику эволюции модели рыночной конкуренции, что крайне затрудняет возможности планирования желаемых экономических показателей, предъявляемых к системе [4,5].

### **Список литературы**

1. К. Сино, С. Смейл, А Шенсине, Современные проблемы хаоса и нелинейности. Ижевск: Институт комп. исследований, 2002.

. 2. H. Zoladek, Quadratic systems with center and their perturbations// J. Diff.Equations. 1994. Vol. 109. P223-273.

3. А.В. Воронин. Циклы в задачах нелинейной макроэкономики. Х.: ВД «ИНЖЭК» , 2006.

4. Ю.В. Яковец. Циклы. Кризисы. Прогнозы. М. : Наука, 1999.

5. Ю.В. Яковец. Прогнозирование циклови кризисов. М. : МФК,2000.