

УДК 313.42

ГІПЕРБОЛІЧНА МОДЕЛЬ ЕКОНОМІЧНОГО ЗРОСТАННЯ

Воронін Анатолій Віталійович, к.т.н., доцент, Харківський національний економічний університет імені Семена Кузнеця, м. Харків, Україна

Гулько Ольга Володимирівна, к. ф.-м. н., доцент, Харківський національний економічний університет імені Семена Кузнеця, м. Харків, Україна

Анотація — Наведено математичну модель макроекономічного зростання з урахуванням кризових явищ. Знайдено траєкторії зростання капіталу у гіперболічній залежності. З'ясован взаємозв'язок між відносним доходом та відносним капіталом. Проаналізований на модельному рівні фактор амортизації капіталу у кризових умовах.

Ключові слова: макроекономіка, зростання, динаміка, гіперболічна залежність, амортизація, криза, капітал.

Традиційна модель економічного зростання, іменована як «модель Харрода - Домара», базується на тому, що національний дохід

$$Y(t) = C(t) + I(t), \quad (1)$$

де t — час. При цьому полагають, що споживання $C(t) = cY(t)$, $0 < c < 1$, а інвестиції є похідною капіталу $K(t)$, тобто

$$\frac{dK(t)}{dt} = I(t). \quad (2)$$

Також зазначається, що величина капіталу пропорційна доходу з коефіцієнтом ν , що має розмірність часу

$$K(t) = \nu \cdot Y(t) \quad (3)$$

Неважко відзначити, що з (1) та уявного вигляду функції споживання, витікає, що

$$I(t) = s \cdot Y(t)$$

де $s = 1 - c$ є безрозмірна величина, яка є граничною схильністю до збереження. З об'єднання виразів (1) - (4) отримаємо диференціальне рівняння першого порядку для динаміки капіталу:

$$\frac{dK}{dt} = \sigma K, \quad \sigma = \frac{s}{\nu}. \quad (5)$$

В економічній літературі величину σ , яку вимірюють в оберненому часі, прийнято називати відносним темпом приросту капіталу. Рішення (5) дає наступне співвідношення:

$$K(t) = K_0 \cdot e^{\sigma \cdot t} \quad (6)$$

з початковою умовою $K_0 = K(0)$.

Формула (6) визначає зростання капіталу з постійним темпом σ на необмежений період часу. Теж саме можна сказати та про динаміку доходу $Y(t)$ та інвестицій $I(t)$, оскільки вони пов'язані з капіталом $K(t)$ пропорційними залежностями (3) и (4).

У роботі (2) піддано критичному аналізу співвідношенню (3), оскільки воно отримане шляхом розповсюдження на неперервний час t дискретної залежності

$$K(t) = \nu \int_t^{t+1} Y(\tau) d\tau$$

Тому є коректним замість (3) використовувати іншу форму зв'язку між капіталом та доходом:

$$K(t) = \frac{\nu}{t} \int_0^t Y(\tau) d\tau \quad (7)$$

Інтегральне співвідношення при $t = 0$ шляхом граничного переходу з усуненням невизначеності перетворюється у

$$K_0 = \nu \cdot Y_0,$$

що цілком достатньо обгрунтовано. У такому випадку, диференціюючи (7) за часом t будемо мати:

$$t \frac{dK}{dt} + K = \nu \cdot Y \quad (8)$$

З іншої сторони з (2) та (4) випливає

$$\frac{dK}{dt} = s \cdot Y \quad (9)$$

Виключаючи дохід Y з (8) та (9), отримаємо диференціальне рівняння для еволюції капіталу:

$$\frac{dK}{dt} = s \cdot Y, \quad K(0) = K_0 \quad (10)$$

Рішення відповідної (1) задачі Коші дає

$$K(t) = \frac{K_0}{1 - \sigma t}. \quad (11)$$

Формула (11) показує, що зростання капіталу здійснюється за гіперболічною залежністю з визначенням «моменту загострення»

$$t^* = \sigma^{-1} = \frac{\nu}{s}.$$

По всій видимості значення t^* є характерним часом життя економічної системи та відповідає «кризі», при якому чисельник та знаменник (11) відображаються в ноль. З економічної точки зору має місце знецінен-

ня початкового капіталу та загальний стан невизначеності.

Якщо з формул (8) та (9) виключити похідну капіталу $\frac{dK}{dt}$, то негайно витікає взаємозв'язок між капіталом та доходом:

$$K(t) = (\nu - \sigma t) Y(t). \quad (12)$$

А за допомогою (11) та (12) виведемо формулу для залежності доходу від часу:

$$Y(t) = \frac{Y_0}{(1 - \sigma t)^2}. \quad (13)$$

У книзі [3] наведена статистика зростання світового ВВП (доходу) за останнє тисячоліття, яка відповідає квадратично-гіперболічній залежності, тобто формулі (13).

Список використаної літератури

1. Аллен Р. Математическая экономия / Р. Аллен // М. Изд-во иностр. лит.. – 1963. – 668 с.
2. Chernyshov S. I. /The Problem of Modelling of Economic Dynamics in Differential Form. S. I. Chernyshov, V.S. Ponomarenko, A.V. Voronin. – X.: Вид ХНЕУ, 2008 – 44 с. (Англ. мов.)
3. Прогноз и моделирование кризисов и мировой динамики/ Отв. ред. А. А. Акаев, А. В. Каратаев, Г. Г. Малинецкий. – М.: Изд-во ЛКИ. 2010. – 352 с.

Автори

Воронин Анатолий Витальевич, доцент,
Харьковский национальный экономический
университет имени Семена Кузнеця,
Voronin61@ukr.net

Гулько Ольга Владимировна, доцент,
Харьковский национальный экономический
университет имени Семена Кузнеця, Gunko-
Olga@lenta.ru

Тези доповіді надійшли 25 січня 2019 року. **(Пишіть дату, коли Ви відправили свою доповідь).**

Опубліковано в авторській редак

