

## НОВЫЙ ПОДХОД К РАСЧЕТУ ТЕМПЕРАТУРЫ РЕЗАНИЯ

Современная теория теплофизики резания основана на решении дифференциального уравнения теплопроводности в частных производных второго порядка для различных начальных и граничных условий. Однако решить данное уравнение не всегда возможно вследствие его сложности. Для его решения необходимо располагать глубокими знаниями математической физики. Поэтому в настоящей работе предложено упрощенное решение задачи определения температуры резания применительно к процессу шлифования.

Профессор Якимов А. В. показал, что при шлифовании расчет температуры резания можно производить на основе упрощенной расчетной схемы, представляя снимаемый припуск пакетом элементарных прямолинейных адиабатических стержней, по которым уходит тепло из зоны резания вглубь поверхностного слоя обрабатываемой детали (рис. 1). В итоге задача сводится к определению закона распределения температуры вдоль адиабатического стержня, на торце которого (в зоне контакта шлифовального круга с обрабатываемым материалом) действует тепловой источник с плотностью  $q$  в течение времени  $\tau$ .

Решить эту задачу можно на основе закона сохранения энергии, используя условие равенства количества тепла, уходящего в адиабатический стержень, и количества тепла, затрачиваемого на нагревание адиабатического стержня:

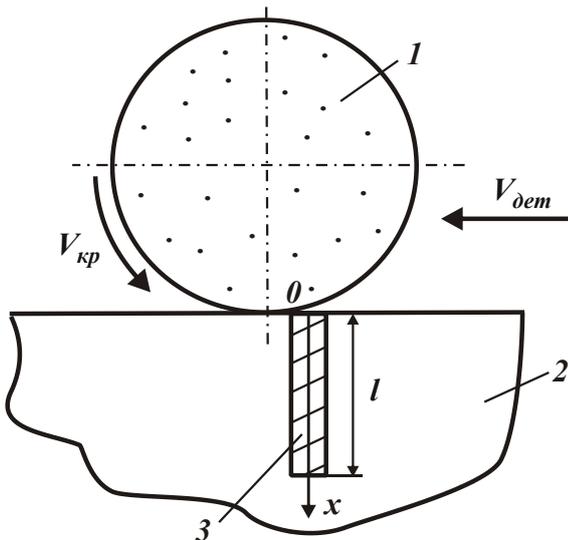


Рисунок 1. – Расчетная схема температуры шлифования:

1 – круг; 2 – деталь;  
3 – адиабатический стержень

$$\lambda \cdot \frac{d\theta}{dx} \cdot \tau = c \cdot \rho \cdot \int_0^x \theta \cdot dx, \quad (1)$$

где  $\theta$  – температура адиабатического стержня в точке с координатой  $x$ , град.;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности обрабатываемого материала, Вт/(м·град.);  $c$  – удельная теплоемкость обрабатываемого материала, Дж/(кг·град.);  $\rho$  – плотность обрабатываемого материала, кг/м<sup>3</sup>.

После дифференцирования обоих слагаемых по координате  $x$ , имеем:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \alpha \cdot \theta = 0, \quad (2)$$

где  $\alpha = \frac{c \cdot \rho}{\lambda \cdot \tau}$ .

В результате получено дифференциальное линейное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами без правой части. Его решением для граничных условий:

$$\left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=0} = -\frac{q}{\lambda}; \quad \theta|_{x \rightarrow \infty} = 0$$

является функция:

$$\theta = q \cdot \sqrt{\frac{\tau}{c \cdot \rho \cdot \lambda}} \cdot e^{-\sqrt{\frac{c \cdot \rho}{\lambda \cdot \tau}} \cdot x}, \quad (3)$$

где  $q = -\lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x}$  – плотность теплового потока, Вт/м<sup>2</sup>.

Как видно, по мере удаления от торца адиабатического стержня, т.е. от места действия теплового источника плотностью  $q$ , температура  $\theta$  непрерывно уменьшается по экспоненциальному закону, асимптотически приближаясь к нулевому значению. Максимальная температура  $\theta_{max}$  определяется:

$$\theta_{max} = q \cdot \sqrt{\frac{\tau}{c \cdot \rho \cdot \lambda}}. \quad (4)$$

В работе [1] приведено аналогичное решение, полученное с использованием уравнения теплопроводности для одномерной системы координат:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}, \quad (5)$$

которое решено методом интегрального преобразования и имеет вид:

$$\theta(x, \tau) = 2 \cdot a \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \cdot \frac{q}{\lambda} \cdot e^{-\frac{x^2}{4 \cdot a^2 \cdot \tau}} - \frac{q}{\lambda} \cdot x \cdot \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2 \cdot a \cdot \sqrt{\tau}} \right) \right], \quad (6)$$

где  $\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^x e^{-t^2} \cdot dt$  – табулированная функция;  $a^2 = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}$  – коэффициент температуропроводности материала, м<sup>2</sup>/с;  $x$  – координата, м;  $\tau$  – время, с.

Используя новую безразмерную координату  $z = \frac{x}{2 \cdot a \cdot \sqrt{\tau}}$ , преобразованная зависимость (6) примет вид:

$$\theta(z, \tau) = 2 \cdot a \cdot \sqrt{\tau} \cdot \frac{q}{\lambda} \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-z^2} - z \cdot (1 - \operatorname{erf} z) \right]. \quad (7)$$

Зависимость (6) позволяет вполне однозначно определить максимальную температуру шлифования (температуру на торце адиабатического полубесконечного стержня – в точке его контакта с шлифовальным кругом):

$$\theta_{max} = \theta(x = 0, \tau) = 2 \cdot a \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \cdot \frac{q}{\lambda} = 1,129 \cdot q \cdot \sqrt{\frac{\tau}{c \cdot \rho \cdot \lambda}}, \quad (8)$$

однако не позволяет определить истинное значение безразмерной координаты – глубины  $z$  проникновения тепла в поверхностный слой обрабатываемой дета-

ли. Его можно установить с лишь наперед заданной степенью точности, например, принимая  $z = 1; 1,5; 2$  и т.д. Однако, по сути, это лишено физического смысла. Поэтому для определения истинного значения глубины  $z$  проникновения тепла в поверхностный слой обрабатываемой детали необходимо использовать более приемлемый подход.

Сравнивая максимальные значения температуры  $\theta_{max}$ , определяемые зависимостями (4) и (8), видно, что они отличаются незначительно – лишь числовым коэффициентом (в 1,129 раз). Это указывает на то, что предложенный в настоящей работе упрощенный теоретический подход к определению температуры  $\theta$  вполне правомочен, поскольку позволяет установить температуру  $\theta$  по зависимости (4), которая незначительно отличается от температуры, полученной по зависимости (8), являющейся решением уравнения теплопроводности.

В табл. 1 и на рис. 2 приведены расчетные значения температуры  $\theta$  (по безразмерной координате  $z$ ), полученные с использованием зависимости (7) и преобразованной с учетом  $z = \frac{x}{2 \cdot a \cdot \sqrt{\tau}}$  зависимости (3):

$$\theta = q \cdot \sqrt{\frac{\tau}{c \cdot \rho \cdot \lambda}} \cdot e^{-2z}. \quad (9)$$

Для удобства анализа в расчетах принято  $a \cdot \sqrt{\tau} \cdot \frac{q}{\lambda} = 1$ . Как видно, расхождение расчетных значений температуры  $\theta$  (по безразмерной координате  $z$ ) незначительно, что позволяет использовать зависимости (7) и (9) для практических расчетов температуры  $\theta$ .

Таблица 1. – Расчетные значения функции  $\theta(z)$

$z$	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0
Зависимость (7)	1,129	0,5	0,182	0,051	0,016	0,0006
Зависимость (9)	1,0	0,449	0,202	0,09	0,048	0,018
Зависимость (13)	1,414	0,614	–	–	–	–

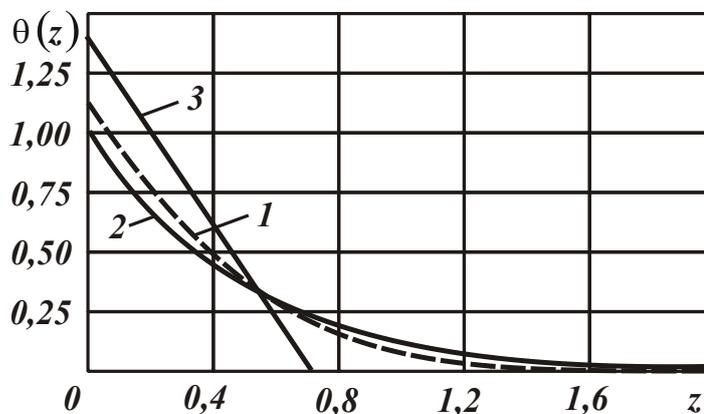


Рисунок 2. – Графики функции  $\theta(z)$ : 1 – расчет по зависимости (7); 2 – расчет по зависимости (9); 3 – расчет по зависимости (13)

Основным недостатком полученного решения, также как и решения, описываемого зависимостями (6) и (7), является неопределенность глубины проникновения тепла в поверхностный слой обрабатываемой детали, поскольку температура  $\theta$  не достигает конечного нулевого значения, она лишь асимптотически приближается к этому значению. Это не позволяет вполне однозначно определить толщину нарушенного или дефектного поверхностного слоя обрабатываемой детали в связи с воздействием на него теплового источника в процессе шлифования.

Решить данную задачу можно на основе упрощенного представления расчетной схемы плоского шлифования, например, рассматривая в уравнении (1) величину  $d\theta = \theta_n - \theta_k$ , где  $\theta_n$ ,  $\theta_k$  – начальное и конечное значения температуры, принимая для упрощения расчетов  $\theta_k = 0$  и  $\theta_n = \theta$ .

Аналогично можно представить  $dx = l_2$ , где  $l_2$  – глубина проникновения тепла в поверхностный слой обрабатываемой детали, м. Тогда вместо интеграла в уравнении (1) следует рассматривать величину  $0,5 \cdot c \cdot \rho \cdot l_2 \cdot \theta$ , поскольку температура  $\theta$  уменьшается по линейному закону от значения  $\theta_n = \theta$  до значения  $\theta_k = 0$  в пределах длины  $l_2$  (рис. 3). В результате уравнение (1) примет упрощенный вид:

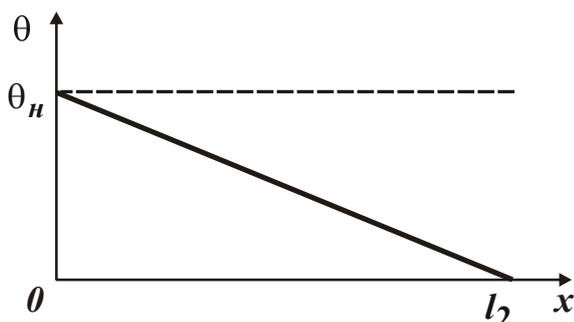


Рисунок 3. – График изменения температуры  $\theta$  по координате  $x$

упрощенный вид:

$$\frac{\theta}{l_2} = 0,5 \cdot \alpha \cdot l_2 \cdot \theta \quad (10)$$

или

$$l_2 = \sqrt{\frac{2}{\alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \lambda \cdot \tau}{c \cdot \rho}}. \quad (11)$$

Таким образом, упрощая полученное решение, удалось установить конечное значение величины  $l_2$ . Максимальную температуру  $\theta$  можно определить

из упрощенной зависимости:

$$q = \lambda \cdot \frac{d\theta}{dx} = \lambda \cdot \frac{\theta_n - \theta_k}{l_2} \approx \lambda \cdot \frac{\theta}{l_2}. \quad (12)$$

Откуда

$$\theta = \frac{q \cdot l_2}{\lambda} = q \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \tau}{c \cdot \rho \cdot \lambda}}. \quad (13)$$

Как видно, температура  $\theta$  изменяется по закону изменения величины  $l_2$ , т.е. чем больше  $l_2$ , тем больше температура  $\theta$ . Следовательно, уменьшить температуру  $\theta$  можно уменьшением величины  $l_2$ , фактически исключая проникновение тепла в поверхностный слой обрабатываемой детали.

В табл. 1 и на рис. 2 представлены расчетные значения температуры  $\theta$  (по безразмерной координате  $z$ ) для начального значения  $\theta_n = \theta$ , определяемого зависимостью (13), и величины  $l_2$ , определяемой зависимостью (11), с уче-

том условия  $a \cdot \sqrt{\tau} \cdot \frac{q}{\lambda} = 1$ . Безразмерная координата  $z$  для  $x = l_2$  равна  $z=0,7071$ .

При этом значении  $z$  конечное значение температуры  $\theta_k = 0$ . Как следует из табл. 1 и рис. 2, максимальные значения температуры  $\theta$ , рассчитанные на основе зависимостей (13) и (7) отличаются незначительно, что позволяет использовать упрощенную зависимость (13) для практических расчетов.

Рассмотрим возможности практического использования полученной упрощенной зависимости (13) для анализа теплового процесса при плоском шлифовании, принимая время  $\tau = l / V_{dem}$ , где  $l$  – длина круга с обрабатываемой деталью, м;  $V_{dem}$  – скорость детали, м/с.

Плотность теплового потока  $q$  выражается зависимостью:  $q = \sigma \cdot V_{рез}$ , где  $\sigma$  – условное напряжение резания, Н/м<sup>2</sup>;  $V_{рез} = t / \tau$  – скорость перемещения теплового источника вглубь поверхностного слоя обрабатываемой детали, м/с;  $t$  – глубина шлифования, м;  $\tau$  – время перемещения теплового источника вглубь поверхностного слоя обрабатываемой детали на глубину, равную глубине шлифования  $t$ , с.

После соответствующих преобразований зависимость (13) примет вид:

$$\theta = \sigma \cdot t \cdot \sqrt{\frac{2}{c \cdot \rho \cdot \lambda \cdot \tau}} = \sigma \cdot t \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot V_{dem}}{c \cdot \rho \cdot \lambda \cdot l}} = \sigma \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot t \cdot Q_{yd}}{c \cdot \rho \cdot \lambda \cdot l}}, \quad (14)$$

где  $Q_{yd}$  – удельная производительность обработки, м<sup>2</sup>/с.

Как следует из зависимости (14), уменьшить температуру  $\theta$  можно уменьшением параметров  $\sigma$ ,  $t$  и  $V_{dem}$  или уменьшением глубины шлифования  $t$  при условии  $Q_{yd} = const$ , т.е. применяя многопроходное шлифование (с увеличенной скоростью детали  $V_{dem}$ ).

Таким образом показано, что температура  $\theta$  и величина  $l_2$  взаимосвязаны между собой линейной зависимостью (13). Это позволяет совершенно по-другому анализировать тепловой процесс при шлифовании (или резании лезвийными инструментами) по сравнению с зависимостями (3) и (6), в которых температура  $\theta$  не достигает конечного нулевого значения на некотором удалении от действия теплового источника, тогда как с физической точки зрения, тепло не может мгновенно распространиться на бесконечное расстояние. Следовательно, полученное упрощенное решение, описываемое зависимостью (13), позволяет привести в соответствие теплофизические закономерности процесса шлифования и в целом процесса резания материала. Это открывает новые технологические возможности определения путей уменьшения температуры резания  $\theta$  и дальнейшего совершенствования процессов резания и шлифования материалов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Чупров И. Ф. Уравнения математической физики с приложениями к задачам нефтедобычи и трубопроводного транспорта газа: учебное пособие / И. Ф. Чупров, Е. А. Канева, А. А. Мордвинов. – Ухта: УГТУ, 2004. – 128 с.