**УДК 330.46:53**

# МЕТОД НАКЛАДАННЯ ЦІЛОЧИСЛОВИХ СІТОК У ЗАДАЧАХ БАГАТОВИМІРНОЇ ДИСКРЕТНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Сенчуков В. Ф., к. ф.-м. н., доцент кафедри вищої математики й ЕММ,
Харківський національний економічний університет імені Семена Кузнеця, м. Харків, Україна

*Анотація* — **Розглядається узагальнення названого методу на випадок області $m$-вимірного $(m > 3)$ цілочислового евклідового простору. Цілочислова сітка є прямокутним паралелепіпедом з $m$ вимірами. Такий підхід не потребує розв'язання послабленої задачі цілочислового математичного програмування. Описано алгоритм побудови цілочислових сіток. Апробація алгоритму проведена на п'ятивимірному брусі.**

*Ключові слова* — **Дискретне програмування, нумерація цілих точок, оптимізаційні задачі економіки, цільова функція, цілочислові бруси, шар.**

Однією із сучасних проблем управління підприємствами є моделювання нелінійних процесів в економіці, як і взагалі нелінійних динамічних процесів, і розробка методів розв'язання відповідних математичних задач. Застосування лінійних моделей опису економічних процесів, апарат яких добре розроблений, для постановки і розв'язання багатьох важливих задач не є ефективним.

Головне достоїнство запропонованого підходу до відшукання мінімуму чи максимуму цільової функції полягає в тому, що він не потребує неперервності і диференційовності цільової функції. Вона може бути будь-якою обмеженою в області допустимих значень функцією, а область допустимих значень – довільною замкненою областю, у тому числі многозв'язною, з межею із кусків неперервних кривих (чи поверхонь).

Отримані результати є подальшим розвитком методу накладання цілочислових сіток у поєднанні з методом повних і неповних сум знаходження загальних членів послідовностей у замкненому вигляді за допомогою функції антьє [3; 4].

Для багатовимірних просторів залишається, безумовно, проблема, пов'язана з експоненціальним зростанням кількості даних через збільшення вимірності простору.

Ідея пропонованого підходу до цілочислової оптимізації полягає в тому, щоб обминути розв'язування послабленої задачі (в методах відтинання) чи аналіз-перебір гілок (в комбінаторних методах) [1; 2].

Під **цілочисловим брусом** у просторі $\mathbf{Z}^3$ будемо розуміти множину цілих точок, яку включає в себе внутрішність і повна поверхня прямокутного паралелепіпеда. Цілочисловий куб є окремим випадком бруса. Побудову і аналітичний опис бруса легко здійснити, спираючись на нумерацію на площині – **основу** бруса:

$$x(n) = (-1)^{a-1}\left([a/2] + \min(0, n-A)\right),$$
$$y(n) = (-1)^{a}\left([a/2] - \max(0, n-A)\right), \qquad (1)$$

де $a$, $A$ – величини, залежні від номера точки $n$:

$$a = a(n) = [\sqrt{n-1}] + 1, \quad A = (a-1)a - 1).$$

Співвідношення (1) є **формулами визначення координат точки $(x, y)$ за її номером $n$.**

Їх можна тлумачити як параметричні рівняння $x = x(n), y = y(n)$ цілочислової площини, де роль параметра відіграє номер точки.

Формули (1) описують квадратну спіраль, яка побудована в роботі В. Серпінського [5] без формального подання.

Позначимо брус через $Bar(k, h)$,

де $k$ – номер квадрата, який покладено в основу бруса;

$h$ – висота бруса як кількість шарів цілих точок по вертикалі.

Кожний шар містить $N_2 = (2k+1)^2$ цілих точок. Для бруса, розташованого вище площини $xOy$, аплікати шарів описуються так:

$$z = [(n-1)/N_2] = [(n-1)/(2k+1)^2]. \quad (2)$$

Сітку на прямій – підмножину $\mathbf{Z}$ – можна розглядати як одновимірний брус (**1-брус**). Конкатенація (зчеплення) одновимірних брусів породжує двовимірний брус (**2-брус**) в $\mathbf{Z}^2$, а зчеплення кількох таких брусів – тривимірний брус (**3-брус**) в $\mathbf{Z}^3$.

Суть методу **накладання цілочислової сітки** полягає у такому:

1) *описуємо* множину цілих точок $D^c$, яку включає вихідна область допустимих значень $D$;

2) *обчислюємо* значення цільової функції на множині $D^c$, і серед елементів отриманого числового масиву визначаємо оптимальне;

3) *знаходимо* відповідний оптимальний план (або плани).

Конструктивний підхід до побудови сіток на прямій, на площині $\mathbf{Z}^2$, у просторі $\mathbf{Z}^3$ без принципових змін узагальнюється на простори більшої вимірності: брусом цілих точок у $\mathbf{Z}^m$ є конкатенація (зчеплення) брусів із $\mathbf{Z}^{m-1}$.

Основні етапи побудови такі:

*обведення* точок вихідного $(m-1)$-бруса; *конкатенація* необхідної (заданої) кількості вихідних брусів.

Якщо за основу 3-бруса взяти нумерацію за координатними функціями (1), які описують 2-брус, то позначення $m$-бруса міститиме $(m-1)$ параметрів: $Bar\,(k, s_3, s_4, ..., s_m)$, де $s_i, 3 \le i \le m$, якими, крім першого, визначається кількість операндів (шарів) зчеплення. Кількість точок шарів виміру $2, 3, ..., m$, підраховується за формулами:

$$N_2 = (2k+1)^2,\; n_2 = \overline{1, N_2};$$
$$N_i = N_{i-1} \cdot s_i,\; n_i = \overline{1, N_i}, \quad (3)$$
$$i = 3,\; 4, ..., m.$$

Апробація алгоритму проведена на п'ятивимірному брусі $Bar(1, 2, 2, 3)$, в основу якого покладено 1-квадрат, зчепленням двох таких квадратів отримано тривимірний брус (3-брус із двох шарів), зчеплення двох тривимірних брусів дає чотиривимірний брус із двох шарів, і, нарешті, конкатенація трьох таких брусів приводить до п'ятивимірного брусу з трьох шарів. На жаль, зобразити його неможливо.

## Список використаної літератури

1. Габасов Р. Методы оптимизации: Учеб. / Р. Габасов, Ф. М. Кириллова, В. В. Альсевич, А.И. Калинин, В. В. Крахотко, Н. С. Павленок. – Минск: Четыре четверти, 2011. – 474 с.

2. Кузнецов А. В. Высшая математика: Матем. программир.: Учеб. / А. В. Кузнецов, В. А. Сакович, И. И. Холод; под ред. А. В. Кузнецова. – Минск: Выш. шк., 1994. – 286 с.

3. Сенчуков В. Ф. Цілочислові сітки на площині в задачах дискретної оптимізації / В. Ф. Сенчуков // Економіка розвитку. Х. Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, №3 (71) – 2014. – С. 107 – 112.

4. Сенчуков В. Ф. Тривимірні цілочислові бруси в економічних задачах дискретної оптимізації / В. Ф. Сенчуков // матеріали Міжнародної науково-практичної конф. "Сучасні проблеми управління підприємствами: теорія та практика", Харків, 24–25 березня 2016. – С. 329–332.

5. Серпинский В. Сто простых, но одновременно трудных вопросов арифметики / В. Серпинский. – М.: Учпедгиз, 1961. – 76 с.

Автор

**Сенчуков В. Ф.** доцент, Харківський національний економічний університет імені Семена Кузнеця

(Viktor.Senchukov@m.hneu.edu.ua)

Тези доповіді надійшли 09 лютого 2018 року.

Опубліковано в авторській редакції.