УДК 313.42

МОДЕЛЬ КОНКУРЕНЦИИ ИННОВАЦИИ

Воронин Анатолий Витальевич, к. т. н., доцент, Харьковский национальный экономический университет имени Семёна Кузнеца, г. Харьков, Украина

Гунько Ольга Владимировна, к. ф.-м.н., доцент, Харьковский национальный экономический университет имени Семёна Кузнеца, г. Харьков, Украина

***Аннотация.* — Настоящая работа посвящена исследованию модельного механизма двух конкурирующих инновационных процессов. Математическая модель данного взаимодействия представляет собой систему двух обыкновенных диф-ференциальных уравнений с квадратич-ными нелинейностями. Изучены периодические режимы функционирования динамической системы в окрестности тривиального положения равновесия. Определена цикличность данной особой точки и доказано, что рождающиеся предельные циклы являются трехкратными. Сформулированы параметрические условия возникновения и существования вышеуказанных циклов.**

Ключевые слова: бифуркации, динамика, инновация, конкуренция, ляпуновские величины, неустойчивость, предельный цикл.

В настоящем изложении рассматривается механизм конкурентного взаимодействия двух инновационных процессов. Данный подход базируется на изучении экономической системы как эндогенного динамического объекта, способного искать различные направления развития посредством иерархии неустойчивости, разрушающих стагнацию. следует полагать, что процессы эволюции в соответствующей экономической среде могут быть квалифицированы как неравновесные.

В экономической действительности, как правило, принято выделять три основных типа взаимодействия: кооперация, конкуренция за общие ресурсы, отношения типа «хищник-жертва». Каждый из вышеуказанных видов действий имеет аналоги в математической биологии, в частности в популяционной динамике и обладает соответствующим модельным рядом. Сосредоточим дальнейшее внимание на более пристальном изучении функционирования модели типа «хищник-жертва». При этом процедура построения математической модели подразумевает следующую последовательность действий:

1) выявление фундаментальных экономических закономерностей и значимых факторов, которые безусловно необходимо учитывать при конструировании системы «хищник-жертва» и удовлетворительным образом описывающих их функций;

2) построение класса моделей системы «хищник-жертва» , включающих допустимое многообразие базовых экономических показателей, определяющих динамическое поведение исследуемой системы;

3) выявление факторов сходных для разнообразных моделей и постулирования обобщений о структурной динамике системы.

Рассмотрим динамическую систему:

$$\begin{cases} \dot{x} = F_1(x) - G_1(x,y), \\ \dot{y} = -F_2(y) + G_2(x,y), \end{cases} \qquad (1)$$

где t – время, $x = x(t)$ — количество инновационного продукта типа «жертва», а $y = y(t)$ – количество инноваций типа «хищник». Функции $F_1(x), F_2(y)$ имеют смысл скоростей роста каждого нововведения без взаимного влияния друг на друга, а $G_1(x,y), G_2(x,y)$ характеризуют влияние конкуренции на процесс эволюции. Не нарушая общности, будем полагать, что система (1) имеет тривиальное положение равновесия $x^* = 0, y^* = 0$.

Правые части системы (1) представлены в виде разложения в ряд вблизи окрестности тривиального положения равновесия с сохранением слагаемых первой и второй степеней.

Тогда имеем $F_1(x) = p_1 x - p_2$, $F_2(y) = q_1 y - q_2 y^2$, $p_1, p_2, q_1, q_2 > 0$. При этом различие в знаках при квадратичных слагаемых характеризует качество роста «жертв» и «хищников». Предполагаем достаточно простую связь

$G_2(x,y) = r \cdot G_1(x,y)$, где $0 < r < 1$. При этом $G_1(x,y) = g_{10} \cdot x + g_{01} \cdot y + {}$ $+ g_{20} x^2 + g_{11} xy + g_{02} y^2$.

С учетом конкретного вида вышеприведенных функций система обыкновенных дифференциальных уравнений (1) получит явное представление:

$$\begin{cases} \dot{x} = (p_1 - g_{10})x - g_{01} y - (p_2 + g_{20})x^2 - \\ - g_{11} \cdot xy - g_{02} \cdot y^2, \\ \dot{y} = r g_{10} x + (r g_{01} - q_1) y - r g_{20} x^2 + \\ + r g_{11} xy - (r g_{02} - q_2) y^2. \end{cases} \quad (2)$$

Для системы (2) одной из основных проблем качественного исследования является задача отыскания числа предельных циклов, если они существуют. С этой целью представляется эффективным путь использования известной канонической системы, для которой уже установлены основные результаты о количестве, относительном расположении и характере устойчивости имеющихся предельных циклов. В качестве примера подобной системы может быть взята модель Е.А. Андроновой [1], имеющая следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = \lambda x - y + k x^2 + m xy + n y^2, \\ \dot{y} = x + a x^2 + b xy. \end{cases} \quad (3)$$

Сравнивая соответствующие коэффициенты в линейных слагаемых систем (2) и (3), получим взаимосвязи:

$$\lambda = p_1 - g_{10}, \; g_{01} = 1,$$
$$r g_{10} = 1, \; r g_{01} = q_1.$$

Для наличия положения равновесия типа сложного фокуса необходимо, чтобы параметр λ являлся малой знакопеременной величиной. Для слагаемых второй степени поучим следующие равенства:

$$k = -p_2 - g_{20}, m = -g_{11},$$
$$n = -g_{02}, a = r g_{20},$$
$$b = r g_{11}, r g_{02} = q_2.$$

По поводу динамической системы (3) известны условия обращения в нуль двух первых ляпуновских величин, что свидетельствует о возможности навличия вокруг тривиального положения равновесия трёх предельных циклов [2]. Для (3) при помощи [2] нетрудно получить параметрические условия сосуществования трёх предельных циклов вокруг особой точки:

$$m = 5a,$$
$$k = -\frac{7}{3} n,$$
$$b = -2n.$$

Данные условия легко трансформируются к исходным обозначениям системы (2):

$$\begin{cases} g_{11} + 5 r g_{20} = 0, \\ 3 p_2 + g_{20} + 7 g_{02} = 0, \\ r g_{11} - 2 r g_{02} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Топологические свойства бифуркаций трехкратного цикла в зависимости от знака третьей ляпуновской величины с соответствующими геометрическими иллюстрациями представлены в [3]. Следует подчеркнуть, что в данном случае предъявленный анализ динамики системы (2) фактически использует широкоизвестный метод сравнительной статики, так как все параметры квадратичных слагаемых в функциях F_1, F_2, G_1, G_2 не являются динамическими по своей сути.

В настоящем исследовании мы ограничились изучением бифуркационных свойств циклической динамики конкурентного взаимодействия только вокруг тривиального положения равновесия. Однако известно, что система (3) может иметь ещё одно положение равновесия $\left(0;\frac{1}{n}\right)$ также при условии $\lambda = -\frac{m}{n}$, являющееся сложным фокусом. При этом вопрос о максимальном количестве предельных циклов в системе (3) до настоящего времени остается открытым (шестнадцатая проблема Д. Гильберта) [4].

Кроме того, вне нашего рассмотрения еще остается два возможных равновесных положення – седло и узел, не исключая седлоузловой бифуркации. Именно здесь наиболее ярко проявляется свойства структурно неустойчивых систем по отношению к малым изменениям параметров. Только в нелинейных системах вблизи бифуркационных границ, по разные стороны которых на исследуемом объекте наблюдается качественно различный характер динамического поведения. Ярким примером такой перестройки топологического портрета есть смена устойчивого непериодического режима на неустойчивый автоколебательный катастрофическим образом. Для двумерной динамической системы на фазовой плоскости это иллюстрируют сепаратрисы – линии, отделяющие друг от друга разные области притяжения.

Другими словами, если малое возмущение «перебрасывает» систему через сепаратрису, то она попадает в зону влияния другого аттрактора с кардинальной перестройкой фазового портрета.

Здесь уже достаточно предметно исследованы качественные особенности динамики инновационного рынка для двух участников конкурентного взаимодействия. Очевидно, что это всего лишь упрощение реальной сложной самоорганизующейся системы. Гармонизация рыночных отношений, по всей видимости, должна быть направлена на увеличение количества учасников в сфере инновационного предпринимательства.

Список использованной литературы

1. Андронова Е.А. К топологии квадратич-ных систем с четырьмя или более пре-дельными циклами // УМН, 1986 – т. 41. – Вып. 2 – с.183-184.
2. Гайко В. А. Глобальные бифуркации предельных циклов и шестнадцатая проб-лема Гильберта. – Мн.:Университетское, 2000. – 167 с.
3. Воронин А. В., Райнин И.Л. Циклическая динамика конкурентных инновационных процессов // Інновації : проблеми науки та практики: Монографія.ВД «ІНЖЕК», 2007. – с. 188-208.
4. Воронин А. В. Циклы в задачах нелиней-ной макроэкономики. Х.: ИД «ИНЖЄК», 2006.– 136 с.

Автори:

Воронин Анатолий Витальевич,
доцент кафедры высшей математики и экономико-математических методов,
Харьковский национальный экономический университет имени Семена Кузнеца,
Voronin61@ukr.net

Гунько Ольга Владимировна, доцент кафедры высшей математики и экономико-математических методов,
Харьковскийнациональный экономический университет имени Семена Кузнеца,
Gunko-Olga@lenta.ru

Тези доповіді надійшли 09 лютого 2017 року.
Опубліковано в авторській редакції.