УДК 621.923

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕХАНИКИ ПРОЦЕССА МИКРОРЕЗАНИЯ ПРИ АЛМАЗНОМ ШЛИФОВАНИИ

Новиков Ф.В., докт. техн. наук, **Гасанов М.И**., канд. техн. наук.
(г. Харьков, Украина)

The results of studies of tension force in the process of cutting a diamond grinding.

Алмазные круги широко применяются при шлифовании труднообрабатываемых материалов. Исследованию алмазного шлифования постоянно уделяется большое внимание [1,2,3]. Однако, имеющиеся результаты в большинстве случаев носят частный характер, т.к. получены экспериментальным путем. Целью данной работы является аналитическое описание процесса микрорезания единичным зерном и установление его физических закономерностей.

Для разработки математической модели процесса микрорезания, рассмотрим режущее зерно в виде сферы, представляя ее пакетом круглых дисков бесконечно малой толщины разных диаметров, как показано на рис. 1. Толщина среза a_{zi} каждым диском будет зависеть от его диаметра и заданной толщины среза $a_{zi} = a_z - (R - R_i)$, где R - радиус зерна (радиус центрального диска); R_i - радиус текущего диска.

Рассмотрим закономерности резания центральным диском. Предположим, на диск действует сила P_{y_1}, обеспечивающая резание с толщиной среза a_z. При перемещении диска в горизонтальном направлении со скоростью V_0 происходит сжатие передних слоев обрабатываемого материала, рис. 2. В условных плоскостях, расположенных под разными углами к направлению движения диска, возникают напряжения сдвига. Материал будет деформироваться до тех пор, пока в определенной плоскости касательное напряжение достигнет предельного значения и произойдет сдвиг. В последующем процесс сдвига элементов материала будет периодически повторяться. Установим положение условной плоскости сдвига, определяемой углом сдвига β. Для этого определим силу F, действующую в плоскости сдвига, путем суммирования элементарных сил, возникающих на элементарных площадках контакта диска с обрабатываемым материалом по методике, приведенной в работах [4, 5]. В первом приближении давление P_T примем равным твердости обрабатываемого материала HV. С учетом $P_T = f \cdot P_p$, имеем

$$F = \int_{\varphi_0}^{90^o} HV \cdot R \cdot B \cdot \left[cos(\varphi + \beta) - f \cdot sin(\varphi + \beta)\right] \cdot d\varphi, \qquad (1)$$

где B - ширина диска, м; φ - текущее значение угла контакта диска с материалом, град; f - коэффициент трения зерна с материалом.

С учетом $f - tg\psi$ (где ψ - угол трения, рис. 2), зависимость (1) примет вид

$$F = \frac{2 \cdot HV \cdot R \cdot B}{cos\psi} \cdot cos\left(45^o + \frac{\varphi_0}{2} + \psi + \beta\right) \cdot sin\left(45^o - \frac{\varphi_0}{2}\right), \qquad (2)$$

Касательное напряжение τ в плоскости сдвига равно $\tau = F/(B \cdot I)$, где $I = a_z / \sin\beta$ - длина плоскости сдвига, м. С учетом (2), имеем

$$\tau = \frac{2 \cdot HV \cdot R}{a_z \cdot \cos\psi} \cdot \sin\beta \cdot \cos\left(45^o + \frac{\varphi_0}{2} + \psi + \beta\right) \cdot \sin\left(45^o - \frac{\varphi_0}{2}\right). \quad (3)$$

Напряжение τ неоднозначно зависит от β. С увеличением β за счет множителя $\sin\beta$ оно растет, а за счет множителя $\cos\left(45^o + \frac{\varphi_0}{2} + \psi + \beta\right)$ - уменьшается, рис. 3. Следовательно, напряжение изменяется по экстремальной зависимости от β. Значение β, соответствующее максимуму напряжения τ, определяет положение плоскости сдвига.

Приравнивая производную τ'_β нулю, получим

$$\beta = 22{,}5^o - \frac{\varphi_0}{4} - \frac{\psi}{2}. \quad (4)$$

Угол β тем больше, чем меньше φ_o и ψ. Максимальное значение β равно 22,5^o. Разрешая (4) относительно угла φ_o и подставляя полученное выражение в (3), при условии $\tau = \tau_{сдв}$ (где $\tau_{сдв}$ - предел прочности обрабатываемого материала на сдвиг, Па), имеем:

$$\sin^2\beta \cdot \sin(\psi + 2 \cdot \beta) = \frac{a_z \cdot \tau_{сдв} \cdot \cos\psi}{2 \cdot HV \cdot R}. \quad (5)$$

Зависимость (5) связывает угол сдвига β с основными параметрами процесса микрорезания. С увеличением соотношений a_z / R и $\tau_{сдв} / HV$ угол сдвига β растет, а с увеличением угла трения ψ - снижается. Учитывая небольшие значения угла β (β<22,5^o), в первом приближении можно принять $\sin\beta \approx \beta$; $\sin(\psi + 2\beta) \approx 2 \cdot \beta$. Зависимость (5) упростится

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{a_z \cdot \tau_{сдв} \cdot \cos\psi}{4 \cdot HV \cdot R}}. \quad (6)$$

Данная зависимость определяет угол сдвига β при резании центральным диском. Для других дисков зависимость (6) примет вид:

$$\beta_i = \sqrt[3]{[a_z - (R - R_i)] \cdot \frac{\tau_{сдв} \cdot \cos\psi}{4 \cdot HV \cdot R_i}}. \quad (7)$$

Чем меньше R_i, тем меньше β_i. Наибольший угол сдвига β имеет центральный диск. На рис. 4 графически показан характер изменения угла β_i для различных дисков. На рис. 5 показан вид сверху границы пересечения элементарных плоскостей сдвига с обрабатываемой поверхностью. Граница имеет сложную симметричную форму, что согласуется с экспериментальными данными [1,2,3]. Для определения тангенциальной составляющей силы резания P_{z1} рассмотрим бесконечно малую площадку контакта диска с материалом $B \cdot R \cdot d\varphi$ и спроектируем на ось OX действующие на ней силы: $HV \cdot B \cdot R \cdot d\varphi$ и $f \cdot HV \cdot B \cdot R \cdot d\varphi$ (рис. 6). Тогда

$$P_{z1} = \int_{\varphi_0}^{90^o} HV \cdot B \cdot R \cdot d\varphi \cdot \left[cos\,\varphi - f \cdot cos\left(90^o - \varphi\right)\right]. \qquad (8)$$

Подставим вместо угла φ_0 разрешенную относительно φ_0 зависимость (4) с учетом $f = tg\psi$:

$$P_{z1} = \frac{2 \cdot HV \cdot B \cdot R}{cos\,\psi} \cdot sin\,2\beta \cdot sin\left(2\beta + \psi\right). \qquad (9)$$

Принимая $sin\,2\beta \approx 2\beta$; $sin\left(2\beta + \psi\right) \approx 2\beta$ и подставляя в (9) зависимость (6), имеем:

$$P_{z1} = 3 \cdot B \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{HV \cdot R}{cos\,\psi}\right) \cdot \left(a_z \cdot \tau_{сдв}\right)^2} = \frac{8 \cdot HV \cdot B \cdot R}{cos\,\psi} \cdot \beta^2. \qquad (10)$$

Сила P_{z1} увеличивается с ростом всех входящих в (10) параметров. Уменьшить P_{z1} при $a_z = const$ можно уменьшением R и ψ, т.е. резанием "острым" зерном с применением технологических сред, снижающих коэффициент трения зерна с обрабатываемым материалом.

Для определения силы P_{y1} спроектируем элементарные силы, действующие на площадке $B \cdot R \cdot d\varphi$, на ось OY и проинтегрируем полученное выражение в пределах изменения угла φ - от φ_0 до 90^o (рис. 6).

$$P_{y1} = \frac{2 \cdot HV \cdot B \cdot R}{cos\,\psi} \cdot sin\left(45^o + \frac{\varphi_0}{2} + \psi\right) \cdot sin\left(45^o - \frac{\varphi_0}{2}\right). \qquad (11)$$

Подставим вместо φ_0 зависимость (4), разрешенную относительно φ_0 с учетом $f = tg\psi$:

$$P_{y1} = \frac{2 \cdot HV \cdot B \cdot R}{cos\,\psi} \cdot cos\,2\beta \cdot sin\left(2\beta + \psi\right). \qquad (12)$$

В силу малости углов β и ψ возможны упрощения: $cos\,2\beta \approx 1$; $sin\left(2\beta + \psi\right) \approx 2\beta$. Тогда

$$P_{y1} = \frac{4 \cdot HV \cdot B \cdot R}{cos\,\psi} \cdot \beta. \qquad (13)$$

С учетом зависимости (6) сила P_{y1} выразится

$$P_{y1} = 3 \cdot B \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{HV \cdot R}{cos\,\psi}\right)^2 \cdot \left(a_z \cdot \tau_{сдв}\right)}. \qquad (14)$$

Сила P_{y1} тем больше, чем больше параметры HV, R, a_z, $\tau_{сдв}$, ψ. В отличие от зависимости (10), в (14) первый множитель подкоренного выражения входит в большей степени, а второй множитель – в меньшей степени. Следовательно, силу P_{z1} определяют параметры a_z и $\tau_{сдв}$, а силу P_{y1}- параметры HV и R. Коэффициент резания-царапания $K_{рез} = P_{z1} / P_{y1}$ описывается зависимостью

$$K_{рез} = 2 \cdot \beta = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot a_z \cdot \tau_{сдв} \cdot cos\,\psi}{HV \cdot R}}. \qquad (15)$$

Коэффициент $K_{рез}$ тем больше, чем больше соотношения a_z / R и $\tau_{сдв} / HV$ и меньше угол ψ

$$\sigma = 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{HV \cdot R}{a_z \cdot cos\psi} \cdot \tau_{сдв}^2} = \frac{2 \cdot \tau_{сдв}}{\beta} \ . \qquad (16)$$

Чем тверже и прочнее обрабатываемый материал, тем больше σ. Уменьшить σ можно за счет увеличения соотношения a_z / R и угла ψ. Как и коэффициент $K_{рез}$, условное напряжение резания σ вполне однозначно определяется углом сдвига β. С его увеличением σ уменьшается, а $K_{рез}$ - возрастает. Из зависимостей (15) и (16) вытекает, что произведение параметров $K_{рез} \cdot \sigma$ - постоянная величина, равная $4 \cdot \tau_{сдв}$. Это позволяет по произведению $K_{рез} \cdot \sigma$ оценить характер протекания процесса микрорезания, в частности, раздельно учесть долю резания и трения в энергетическом балансе процесса резания. Данный вывод согласуется с результатами исследований резания единичным зерном в виде конуса [4].

При резании зерно изнашивается, радиус округления его режущей кромки R увеличивается. В соответствии с зависимостями (10), (14), (15) и (16), это ведет к росту P_{z1}, P_{y1}, σ и уменьшению $K_{рез}$. Выразим R через величину линейного износа зерна x, представляя зерно в виде усеченного конуса с углом при вершине 2γ, рис. 7. Радиус вписанной окружности равен R, тогда выполняется соотношение

$$\frac{R}{R + x} = sin\gamma \ , \qquad \text{откуда} \qquad R = x \cdot \frac{sin\gamma}{(1 - sin\gamma)} \ . \qquad (17)$$

Угол сдвига β с учетом зависимости (17), выразится

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{a_z \cdot \tau_{сдв} \cdot cos\psi}{4 \cdot HV \cdot x} \cdot \frac{(1 - sin\gamma)}{sin\gamma}} \ . \qquad (18)$$

Чем больше x и γ, тем меньше β. Это согласуется с экспериментальными данными проф. Сагарды А.А. [1], например, с полученной им эмпирической зависимостью:

$$K_{рез} = 1{,}8 \cdot k \cdot \left(1 - \frac{2\gamma}{\pi}\right), \qquad (19)$$

где k - коэффициент, равный для хрупких сталей 0,5; для вязких сталей – 1,1.

С учетом величины x параметры P_{z1}, P_{y1}, σ выражаются:

$$P_{z1} = 3 \cdot b \cdot \sqrt[3]{\left[\frac{HV \cdot x \cdot sin\gamma}{cos\psi \cdot (1 - sin\gamma)}\right] \cdot (a_z \cdot \tau_{сдв})^2} \ , \qquad (20)$$

$$P_{y1} = 3 \cdot b \cdot \sqrt[3]{\left[\frac{HV \cdot x \cdot sin\gamma}{cos\psi \cdot (1 - sin\gamma)}\right] \cdot (a_z \cdot \tau_{сдв})^2} \ , \qquad (21)$$

$$\sigma = 3 \cdot \sqrt[3]{\left[\frac{HV \cdot x \cdot sin\gamma}{a_z \cdot cos\psi \cdot (1 - sin\gamma)}\right] \cdot \tau_{сдв}^2} \ . \qquad (22)$$

Увеличение x ведет к росту P_{z1}, P_{y1}, σ, причем, силы P_{y1} в большей степени, что связано с ухудшением условий вдавливания зерна в обрабатываемый материал. Сравним полученные зависимости с известными зависимостями проф. Сагарды А.А. [1]:

$$P_{y1} = 3{,}86 \cdot HV \cdot tg\gamma \cdot (tg\gamma + 0{,}3) \cdot h_в^2 \ , \tag{23}$$

$$\sigma = 6{,}94 \cdot HV \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot \gamma}{\pi}\right) \cdot (tg\gamma + 0{,}3) \cdot \frac{k}{k_1}, \tag{24}$$

где $h_в$ - глубина внедрения зерна в виде "острого" конуса в обрабатываемый материал, мм; HV - твердость обрабатываемого материала по Виккерсу, кГс/мм^2.

В отличие от зависимостей (23) и (24), зависимости (20), (21), (22) содержат величину линейного износа зерна x и в явном виде параметр $\tau_{сдв}$. Это позволяет более полно учесть закономерности микрорезания отдельным зерном. Геометрически параметры a_z, x взаимосвязаны посредством параметра H (рис. 7): $H = a_z + x$. Используя безразмерный параметр $\eta = x / H$, определяющий степень затупления зерна [115], толщина среза a_z выразится:

$$a_z = x \cdot \frac{(1-\eta)}{\eta}. \tag{25}$$

Подставляя (25) в (18), имеем:

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{\tau_{сдв} \cdot cos\psi}{4 \cdot HV} \cdot \frac{(1-\eta)}{\eta} \cdot \frac{(1 - sin\gamma)}{sin\gamma}}\ . \tag{26}$$

Угол сдвига β вполне однозначно определяется параметром η, изменяющимся в пределах 0…1. Значения $\eta \to 0$ соответствуют работе "острым" зерном, значения $\eta \to 1$ - работе затупленным зерном. В реальных условиях $\eta = \eta_0 ... 1$, где $\eta_0 > 0$.

Составляющие силы резания P_{z1}, P_{y1} и параметры σ, $K_{рез}$ с учетом (25) выражаются (принимая в первом приближении $B = x$).

$$P_{z1} = 3 \cdot x^2 \cdot \sqrt[3]{\left[\frac{HV \cdot sin\gamma}{cos\psi \cdot (1 - sin\gamma)}\right] \cdot \left[\frac{(1-\eta) \cdot \tau_{сдв}}{\eta}\right]^2}\ , \tag{27}$$

$$P_{y1} = 3 \cdot x^2 \cdot \sqrt[3]{\left[\frac{HV \cdot sin\gamma}{cos\psi \cdot (1 - sin\gamma)}\right]^2 \cdot \frac{(1-\eta) \cdot \tau_{сдв}}{\eta}}\ , \tag{28}$$

$$K_{рез} 2 \cdot \sqrt[3]{\frac{\tau_{сдв} \cdot cos\psi}{4 \cdot HV} \cdot \frac{(1-\eta)}{\eta} \cdot \frac{(1 - sin\gamma)}{sin\gamma}}, \tag{29}$$

$$\sigma = 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{HV \cdot sin\gamma}{cos\psi \cdot (1 - sin\gamma)} \cdot \frac{\eta}{(1-\eta)} \cdot \tau_{сдв}^2}\ . \tag{30}$$

Увеличить $K_{рез}$ и уменьшить σ можно уменьшением безразмерного параметра η. Из зависимостей (17) и (25) следует соотношение:

$$\frac{a_z}{R} = \frac{(1-\eta)}{\eta} \cdot \frac{(1-\sin\gamma)}{\sin\gamma}. \qquad (31)$$

Чем больше параметр η, тем меньше a_z / R. При $\eta \to 1$ выполняется условие $(a_z / R) \to 0$.

Таблица 1

Расчетные значения a_z / R

η	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
a_z / R,(γ=45°)	3,87	1,72	1,0	0,65	0,43	0,29	0,18	0,10	0,048	0
a_z / R,(γ=60°)	1,35	0,6	0,35	0,22	0,15	0,10	0,06	0,035	0,016	0

По данным проф. Богомолова Н.И., стружкообразование начинается при a_z / R=0,4…0,8, а по данным проф. Крагельского И.В. – при a_z / R=0,14…0,17. Наиболее интенсивный процесс стружкообразования наступает при a_z / R=0,25…0,35. Исходя из табл. 1 процесс стружкообразования происходит: для $\gamma = 45^\circ$ при $\eta < 0{,}9$; для $\gamma = 60^\circ$ при $\eta < 0{,}7$. Угол $\gamma = 45^\circ…60^\circ$ принят на основании приведенных в работах проф. Семко М.Ф., проф. Сагарды А.А. данных обмера алмазных зерен. Зная экспериментальные значения параметра η для реальных условий шлифования, по зависимости (31) можно установить соотношение a_z / R. Это открывает новые возможности исследования процесса шлифования и его эффективного применения.

Согласно экспериментальным данным, приведенным в работе [1], с увеличением силы P_{y1} (при микрорезании алмазным конусом: $2\gamma = 120^\circ$ и $R = 20$ мкм) коэффициент $K_{рез}$ возрастает до определенного значения, затем становится почти постоянным, рис. 8. При этом толщина среза a_z с увеличением P_{y1} возрастает, рис. 9 [1]. Это согласуется с расчетной зависимостью (15), т.к. с увеличением толщины среза a_z (при постоянных значениях HV, R, $\tau_{сдв}$, ψ) коэффициент резания $K_{рез}$ увеличивается.

Уменьшение $K_{рез}$ с увеличением твердости обрабатываемого материала HV (рис. 8) связано с уменьшением в зависимости (15) соотношения $\tau_{сдв}/HV$. Например, для твердого сплава ВК8 оно меньше, чем для стали и меди.

В табл. 2 приведены расчетные данные коэффициента $K_{рез \cdot расч}$ при микрорезании стали, полученные по зависимости (15) с использованием экспериментальных значений толщины срезов a_z (рис. 9). Для сравнения в табл. 2 приведены экспериментальные значения $K_{рез \cdot эксп}$, взятые из рис. 8.

При $P_{y1} \geq 3{,}0$ Н расхождение расчетных и экспериментальных значений коэффициента резания составляет до 10%, что свидетельствует о достоверности полученных теоретических зависимостей. В табл. 3 приведены рассчитанные по зависимости (31) значения безразмерного параметра η с учетом экспериментальных данных соотношения a_z / R для $\gamma = 60^\circ$ (рис. 9).

Таблица 2

Значения коэффициента резания
($R = 20$ мкм; $HV = 5200$ МПа; $\tau_{сдв} = 700$ МПа; $\psi = 30^o$)

P_{y1}	2,0	3,0	5,0	7,0	9,0
$K_{рез \cdot расч}$	0,26	0,29	0,33	0,36	0,37
$K_{рез \cdot эксп}$	0,2	0,3	0,35	0,35	0,35

Таблица 3

Расчетные значения η

P_{y1}, Н	2,0	3,0	5,0	7,0	9,0
a_z / R	0,075	0,1	0,15	0,2	0,22
η	0,674	0,607	0,508	0,436	0,413

Расчетная зависимость для определения η имеет вид:

$$\eta = \frac{1}{\left[1 + \frac{a_z}{R} \cdot \frac{\sin\gamma}{(1 - \sin\gamma)}\right]}. \qquad (32)$$

Для $\gamma = 60^o$:

$$\eta = \frac{1}{1 + 6{,}46 \cdot \frac{a_z}{R}}. \qquad (33)$$

Исходя из табл. 3, с увеличением силы P_{y1} значения a_z / R увеличиваются, а параметра η - уменьшаются в пределах $\eta < 1$. Согласно зависимости (29), уменьшение η ведет к увеличению коэффициента резания $K_{рез}$, что соответствует экспериментальным данным. Таким образом, получены теоретические решения, которые позволяют более глубоко раскрыть физическую сущность алмазного шлифования, определяют пути его интенсификации.

Литература: 1. Синтетические алмазы в машиностроении / Под ред. В.Н. Бакуля. – К.: Наук. думка, 1976. – 352 с. 2. Захаренко И.П. Основы алмазной обработки твердосплавного инструмента. – К.: Наук. думка, 1981. – 300 с. 3. Маслов Е.Н. Теория шлифования металлов. – М.: Машиностроение, 1974. – 319 с. 4. Теоретические основы резания и шлифования материалов: Учеб. пособие / А.В. Якимов, Ф.В. Новиков, Г.В. Новиков, Б.С. Серов, А.А. Якимов – Одесса: ОГПУ, 1999. – 450 с. 5. Новиков Ф.В. Физические и кинематические основы высокопроизводительного алмазного шлифования. – Автореф. дис. .. докт. техн. наук. – Одесса, 1995. – 36 с.