

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДОВОДКИ ДЕГАЛЕЙ СВОБОДНЫМ АБРАЗИВОМ

Механизм съема материала при доводке свободным абразивом представляет собой сочетание процесса царапания обрабатываемой поверхности режуще-царапающими элементами алмазно-абразивных зерен с физико-химическими процессами, возникающими под действием активных составляющих паст [1, 2]. Следовательно, суммарный съем материала состоит из съема

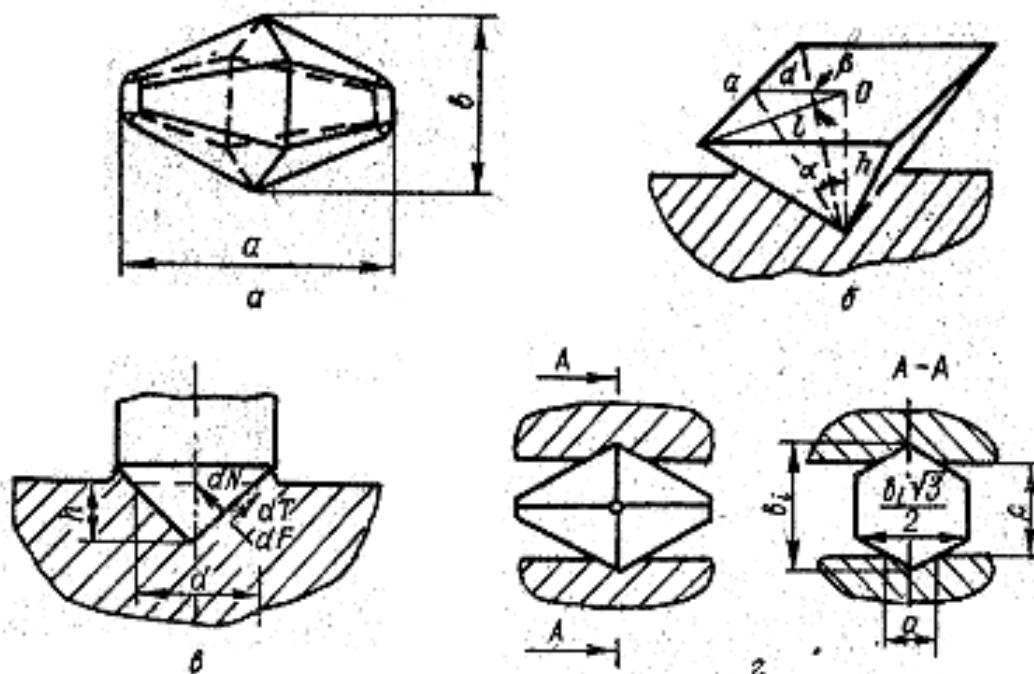


Рис. 1. Геометрия зерна: а — модель зерна; б — режуще-царапающий элемент модели зерна; в — схема внедрения конуса; г — схема внедрения модели зерна в материал притира и детали.

в результате механического царапания абразивом и физико-химического действия поверхностно-и химически активных веществ. Чтобы получить их количественные сротношения в суммарном съеме материала, процесс доводки свободным абразивом моделирован математическим описанием его количественных зависимостей.

При моделировании процесса на основании анализа взаимодействия алмазно-абразивных зерен с металлом в средах активных составляющих паст принимались следующие допущения.

1. Алмазно-абразивные зерна, находящиеся в зоне обработки, делятся на закрепленные, перекатывающиеся и пассивные.

2. Закрепленные зерна, внедряясь в материал притира, осуществляют микрорезание. Перекатывающиеся зерна, вращаясь между притиром и деталью, своими выступами и микронеровностями производят пластическое деформирование и микрорезание материала. Пассивные же зерна, проскальзывая и перекатываясь, способствуют упругому деформированию и съему рыхлых пленок, образованных вследствие взаимодействия активных составляющих паст с металлом.

3. Изучив геометрию зерен, за модель зерна примем многогранник (рис. 1, а), состоящий из двух шестигранных усеченных пирамид, которые сложены своими основаниями [3].

4. Режуще-царапающий элемент принятой модели, внедряющийся в при-  
тиж и в обрабатываемый материал, представляем как четырехгранную пира-  
миду (рис. 1, б).

В общем виде суммарный съем материала представим формулой

$$Q_{\text{сум}} = Q_{\text{зак}} + Q_{\text{пер}} + Q_{\Phi-x}. \quad (1)$$

где  $Q_{\text{зак}}$ ,  $Q_{\text{пер}}$  — съем материала закрепленными и перекатывающимися зер-  
нами;  $Q_{\Phi-x}$  — съем материала за счет физико-химической активации про-  
цесса.

Известно [4], что при вдавливании конуса (рис. 1, в) на поверхности  
контакта конуса с абразивом действуют нормальные и тангенциальные напря-  
жения. Определив их проекции на ось  $y$ , после соответствующих преобразо-  
ваний получим нормальную силу, действующую на конус:

$$P_y = \pi h^2 \sigma_k \operatorname{tg} \alpha (\operatorname{tg} \alpha + f), \quad (2)$$

где  $h$  — глубина внедрения конуса;  $\sigma_k$  — контактное напряжение;  $\alpha$  — полови-  
на угла заострения конуса;  $f$  — коэффициент трения.

На основании работы [4] предполагаем, что условия вдавливания пирамиды не отличаются от условий вдавливания конусов. Следовательно, при  
вдавливании четырехгранной пирамиды

$$P_y = \int \sigma_k (\sin \alpha + f \cos \alpha) dF, \quad (3)$$

где  $dF$  — боковая поверхность конуса с высотой  $h$  и углом  $2\alpha$ .

Выразив площадь боковой поверхности отпечатка через глубину внедре-  
ния конуса к первоначальной поверхности, получим следующее выражение:

$$S_{\text{бок}} = \frac{4h^2 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}}{\cos \alpha}. \quad (4)$$

Подставив (4) в (3), находим

$$P_y = 4h^2 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} (\operatorname{tg} \alpha + f) \sigma_k. \quad (5)$$

Авторами [4] для определения зависимости контактного напряжения  $\sigma_k$   
и коэффициента трения  $f$  от механических свойств материала и угла заостре-  
ния конусов проведены экспериментальные исследования. Установлено, что  
(для всех испытанных металлов отношение  $\sigma_k/\text{НВ}$  изменяется от 1,17 до 1,32  
 $f$  — от 0,276 до 6,320). Подставляем в формулу (5) средние значения  $f$   
и  $\sigma_k/\text{НВ}$ : ( $\text{НВ}$  — показатель твердости по Бринеллю):

$$P_y = 4 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} h^2 (\operatorname{tg} \alpha + 0,3) 1,23 \text{ НВ}. \quad (6)$$

Механические свойства металлических монокристаллов и обычных поли-  
кристаллических металлов в присутствии поверхностно-активных веществ  
исследованы методом растяжения, с постоянной скоростью деформации,  
и также методом течения при постоянном напряжении [5]. Отмечается зна-  
чительное уменьшение сопротивляемости монокристаллов деформированию  
под влиянием добавок поверхностно-активных веществ.

При испытаниях, проведенных по первому методу, наблюдалось снижение  
предела текучести примерно в два раза, а по второму — значительное повы-  
шение начальной скорости течения — в пять-десять раз.

Поскольку экспериментально определить абсолютную величину измене-  
ния предела текучести  $\sigma_t$  в поверхностно-активной среде трудно, для ее оцен-  
ки принимаем коэффициент  $K$ , учитывающий степень изменения предела тек-

$$P_y = \frac{\bar{P}}{\bar{N}}, \quad (9)$$

где  $\bar{P}$  — давление на притир;  $\bar{N}$  — количество зерен на единицу площади обрабатываемой поверхности.

Общее количество зерен в зоне обработки определяем из частотного распределения их по размерам [3], которое подчиняется нормальному закону Гаусса:

$$N = \frac{24\sqrt{2\pi}\sigma^3 W}{65\rho \sin 60^\circ} \frac{1}{\sum_{i=1}^k \left[ \exp \left\{ -\frac{(b_i - \bar{m})^2}{2\sigma^2} \right\} \right]}, \quad (10)$$

где  $W$  — вес зерен;  $\bar{m}$  — средняя величина их;  $b_i$  — ширина;  $m$  — коэффициент, определяемый как отношение длины к ширине зерна ( $m = \frac{a}{b}$ );

$\rho$  — плотность абразивного материала;  $\sigma$  — среднеквадратическое отклонение зерен;  $K$  — коэффициент ( $K = b_{\max} - b_{\min}/d$ ,  $d$  — градиент изменения размера зерен).

В процессе доводки между притиром и деталью находится большое количество зерен разных размеров в пределах одной зернистости. Чтобы определить количество закрепленных, перекатывающихся и пассивных зерен на основании схемы внедрения модели в материал притира и детали (рис. 1, 2), принимаем следующие ограничения: при  $\frac{b_i\sqrt{3}}{2} > c$  зерна работают в закрепленном состоянии, если  $\frac{c\sqrt{3}}{2} < \frac{b_i\sqrt{3}}{2} < c$ , зерна перекатываются, в случае  $\frac{c\sqrt{3}}{2} < \frac{b_i\sqrt{3}}{2}$  зерна пассивные ( $c$  — коэффициент, учитывающий количество закрепленных и перекатывающихся зерен).

Согласно закону нормального распределения и принятых ограничений, находим количество закрепленных зерен

$$\bar{n}_1 = \int_{-\infty}^c Nf(x) dx, \quad (11)$$

перекатывающихся зерен

$$\bar{n}_2 = \int_{0,86c}^c Nf(x) dx, \quad (12)$$

пассивных зерен

$$\bar{n}_3 = \int_{-\infty}^{0,86} Nf(x) dx. \quad (13)$$

Определяем съем металла закрепленными зернами

$$Q_{\text{зак}} = SpL\bar{n}_1\rho, \quad (14)$$

$S_p$  — площадь следа зерна в поперечном направлении;  
 $L$  — длина пути доводки;  $\rho$  — плотность обрабатываемого материала;  
 $n_1$  — количество закрепленных зерен.

Площадь следа зерна находим из схемы внедрения ее в металл

$$S_p = \frac{h^2 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}}{\cos \alpha}. \quad (15)$$

Подставляя (8) и (15) в (14), имеем

$$Q_{\text{зак}} = \frac{P_y}{8,6 \cdot KHB} L \bar{n}_1 \rho. \quad (16)$$

Съем материала перекатывающимися зернами определяем по формуле

$$Q_{\text{пер}} = V \bar{n}_2 P_1 \rho, \quad (17)$$

где  $P_1$  — количество лунок за длину пути доводки;  $V$  — объем снятого материала единичным зерном.

Из схемы перекатывания зерен (рис. 2, а) видно, что зерна, вращаясь вокруг оси, своими вершинами описывают окружность. На поверхности обрабатываемого материала остаются лунки, ограниченные диаметром окружности и боковыми сторонами зерна (рис. 2, б). Рассмотрим объем лунки (рис. 2, б), составленной четырьмя элементами, полученными при пересечении двух взаимно перпендикулярных плоскостей. В этом случае элемент лунки состоит из бесконечного множества треугольников с высотой от  $h_0$  до  $h$ , ограниченной боковой поверхностью лунки и диаметром окружности. Угол  $\beta$  между вписанными треугольниками изменяется от  $\frac{\pi}{2}$  до 0 ( $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ ). Тогда площадь треугольника с максимальной высотой находим по уравнению

$$S_{\max} = \frac{1}{2} h_0^2 \operatorname{tg} \alpha. \quad (18)$$

Площадь треугольника с высотой  $h$  имеет вид

$$Sh = \frac{1}{2} h_0 \sin \beta h_0 \sin \beta \operatorname{tg} \alpha, \quad (19)$$

или после простейших преобразований

$$Sh = \frac{1}{2} h_0^2 \sin^2 \beta \operatorname{tg} \alpha. \quad (20)$$

Объем одного элемента лунки

$$V_1 = \int_0^{\pi/2} Sh dx, \quad (21)$$

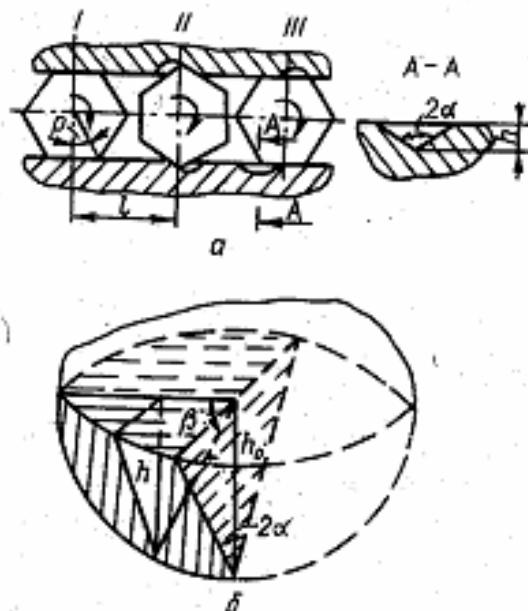


Рис. 2. Схемы перекатывания зерна (а) и лунки (б).

так как  $h = h_0 \sin \beta$ ,

$$dh = h_0 \cos \beta d\beta. \quad (22)$$

Тогда, подставив в (21) выражения (20) и (22), получим

$$V = \frac{1}{2} \int_{0}^{\pi/2} h_0 \sin^2 \beta \cos \beta d\beta \operatorname{tg} \alpha. \quad (23)$$

После преобразований

$$V = \frac{1}{6} h_0^3 \operatorname{tg} \alpha. \quad (24)$$

Путем подстановки выражения в (24) находим

$$V = \frac{2}{3} \left( \sqrt{\frac{P_y}{4,92 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} (\operatorname{tg} + 0,3) KHB}} \right) \operatorname{tg} \alpha. \quad (25)$$

В процессе доводки зерно, вращаясь между притиром и деталью, за один оборот оставляет шесть лунок. Тогда общее количество лунок за длину пути доводки

$$P_1 = \frac{6L}{\pi c}. \quad (26)$$

Подставив (25) и (26) в (17), имеем

$$Q_{\text{пер}} = \left( \sqrt{\frac{P_y}{17 KHB}} \right)^3 \frac{2,3 L \bar{n}_2}{c}. \quad (27)$$

Съем металла, возникший в результате физико-химических процессов, в общем виде выражается формулой

$$Q_{\Phi-x} = Q_{\text{ж}} - Q_{\text{и}}, \quad (28)$$

где  $Q_{\text{ж}}$  — съем металла активных составляющих пасты;  $Q_{\text{и}}$  — съем металла в неактивной среде.

С помощью выражений (16), (27) и (28) находим съем материала за счет физико-химической активации процессов

$$Q_{\Phi-x} = \left[ \frac{P_{\text{уж}}}{8,6 KHB} \bar{n}_1 + \left( \frac{P_{\text{уж}}}{17 KHB} \right)^{3/2} \frac{2,3 \bar{n}_2}{c} \right] - \left[ \frac{P_y}{8,6 HB} \bar{n}_1 + \left( \frac{P_y}{17 HB} \right)^{3/2} \frac{2,3 \bar{n}'_2}{c'} \right] L \rho. \quad (29)$$

С учетом уравнений (1), (16), (27), (28) и (29) суммарный съем материала

$$Q_{\text{сум}} = \left[ \frac{P_{\text{уж}}}{8,6 KHB} \bar{n}_1 + \left( \frac{P_{\text{уж}}}{17 KHB} \right)^{3/2} \frac{2,3 \bar{n}_2}{c} \right] L \rho. \quad (30)$$

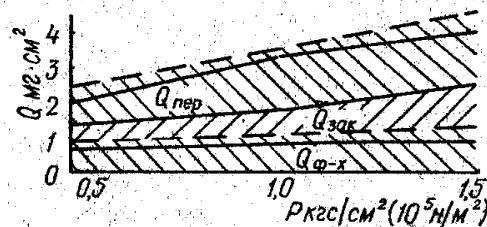
Доля участия физико-химической активации процессов определяем из уравнений (16), (27), (28), (29) и (30):

$$D_{\Phi-x} = \left\{ \frac{\frac{P_{\text{уж}}}{8,6 KHB} \bar{n}_1 + \left( \frac{P_{\text{уж}}}{17 KHB} \right)^{3/2} \frac{2,3 \bar{n}_2}{c}}{\frac{P_y}{8,6 HB} \bar{n}_1 + \left( \frac{P_y}{17 HB} \right)^{3/2} \frac{2,3 \bar{n}'_2}{c'}} \right\}, \quad (31)$$

где  $P_{u\text{ж}}$ ,  $P_u$  — силы, действующие на зерно в среде активных и неактивных добавок соответственно;  $K$  — коэффициент склерометрической твердости;  $n_1$ ,  $n_2$  — количество закрепленных и перекатывающихся зерен при доводке в средах активных добавок;  $\bar{n}_1$ ,  $\bar{n}_2$  — количество закрепленных и перекатывающихся зерен при доводке в средах неактивных добавок;  $L$  — длина пути доводки;  $c$ ,  $\bar{c}$  — коэффициенты, учитывающие количество закрепленных и перекатывающихся зерен;  $\rho$  — плотность материала.

Для расчета с помощью ЭЦВМ количественных соотношений съема материала разработаны программа и блок-схема алгоритма. На ЭВМ «ЕС-1020» рассчитаны и графически представлены доли участия процессов механического царапания и физико-химической активации химически активных веществ в суммарном съеме материала при доводке пастой с добавкой молочной кислоты для электрокорунда нормального \* (рис. 3).

Рис. 3. Зависимость доли участия процессов механического царапания и физико-химической активации в суммарном съеме материала от давления притира для электрокорунда М28:  
— экспериментальная;  
— теоретическая.



Доля участия процессов за счет физико-химической активации в суммарном съеме материала для электрокорунда достигает 30% (рис. 4). Абсолютная величина ее с увеличением давления притира не изменяется. Повышение давления оказывает существенное влияние на распределение съема материала между закрепленными и перекатывающимися зернами: при давлении 0,5 кгс/см<sup>2</sup> съем материала выполняют в основном перекатывающиеся зерна, с увеличением давления до 1 кгс/см<sup>2</sup> их соотношение уменьшается. Представленные графики на рис. 3 также показывают удовлетворительное совпадение теоретических и экспериментальных данных.

## ВЫВОДЫ

1. Моделирован процесс доводки деталей свободным абразивом математическим описанием его количественных показателей, что позволяет рассчитывать количественные соотношения съема материала и определять интервал давлений притира, при котором зерна находятся в условиях преимущественного их закрепления и перекатывания.

2. Определив интервалы давлений, при которых осуществляются условия преимущественного закрепления и перекатывания, возможно управлять производительностью процесса доводки и качеством обрабатываемых поверхностей.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гребенщикова Н. В. Роль химии в процессах полирования. — В кн.: Качество поверхности деталей машин. Вып. 3. М., 1957, с. 26—32.
- Дудко П. Д., Невлюдов И. Ш. Исследование влияния активных добавок на процесс алмазно-абразивной доводки стальных деталей. — Тезисы докл. Всесоюз. конф. по теории и практике алмазно-абразивной обработки деталей приборов и машин. М., 1973, с. 37—41.
- Икэда М. Исследование механизма притирки монокристаллов кремния. — «Сеймицу кикай», 1970, т. 36, № 10, с. 12. На япон. яз.

\* Расчеты также производились для алмазных и абразивных материалов.

- Сагарда А. А., Чеповецкий И. Х., Мишаевский А. А. Алмазно-абразивная обработка деталей машин. К., «Техника», 1974, с. 18—26.
- Ребиндер П. А., Карпенко Г. В., Лихтман В. И. Влияние поверхности-активной среды на процесс деформации металлов. Изд-во АН СССР. 1954, с. 36—42.
- Невлюдов И. Ш., Дудко П. Д. Влияние химически активных веществ в доводочных пастах на производительность доводки. — Материалы семинара. Высокопроизводительная абразивная обработка. М., 1974, с. 155.