УДК 621.923

РАСЧЕТ АМПЛИТУДЫ АВТОКОЛЕБАНИЙ ПРИ РЕЗАНИИ МЕТАЛЛОВ

Новиков Ф.В., докт. техн. наук
(г. Харьков, Украина)

The mathematical model of self-oscillations is adduced at cutting of metals

Проблеме автоколебаний при резании металлов в научно-технической литературе уделено большое внимание, однако единой точки зрения относительно причин возникновения и условий устранения автоколебаний до настоящего времени нет. В данной работе предложен подход к расчету амплитуды автоколебаний.

Рассмотрим инструмент в виде одномассовой системы (рис.1), на которую действуют упруго-восстанавливающая сила $c \cdot y$, сила инерции $m \cdot \ddot{y}$, сила сопротивления $k_1 \cdot \dot{y}$ и составляющая силы резания P_y, равная [1]:

$$P_y = 2 \cdot \tau_{сдв} \cdot S \cdot \frac{sin(\varphi - \gamma)}{1 - sin(\varphi - \gamma)}$$

где $\tau_{сдв}$ - предел прочности материала на сдвиг, Па; S - площадь поперечного сечения среза, м^2; γ - передний угол инструмента, град.; φ - угол трения ($tg\varphi = f$); f - коэффициент трения стружки с передней поверхностью инструмента.

Уравнение равновесия сил имеет вид

$$m \cdot \ddot{y} = P_y - k_1 \cdot \dot{y} - c \cdot y, \tag{2}$$

где m, c - соответственно приведенные масса и жесткость системы; k_1 - коэффициент пропорциональности; $y, \dot{y}, \ddot{y}$ - соответственно перемещение, скорость и ускорение движения системы.

Коэффициент трения $f = tg\varphi$ зависит от скорости скольжения стружки по передней поверхности инструмента $V = V_{стр} - \dot{y}$, рис.2 [2].

При движении массы m в положительном направлении скорость V меньше скорости $V_{стр} = \frac{V_o}{\xi}$ (где V_o - скорость резания, ξ - коэффициент усадки стружки), а при движении в отрицательном направлении, наоборот, больше $V_{стр}$. Зависимость $\varphi - V$ (которая соответствует зависимости $f - V$, рис.2) на падающем участке можно аппроксимировать

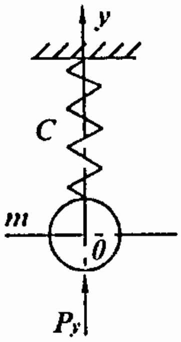

Рис. 1. Расчетная схема колебаний инструмента

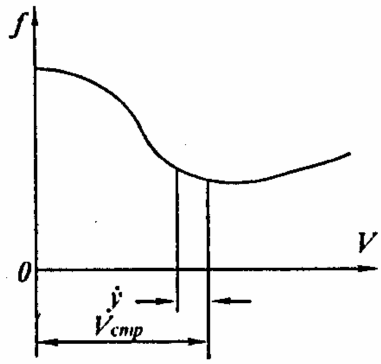

Рис. 2. Зависимость f от V

$$\varphi = \varphi_o - \alpha \cdot V = \varphi_o - \alpha \cdot (V_{стр} - \dot{y}) = (\varphi_o - \alpha \cdot V_{стр}) + \alpha \cdot \dot{y}, \quad (3)$$

где φ_o, α - некоторые постоянные.

Исключим из (2) слагаемые, определяющие статическое равновесие системы: $c \cdot (y - y_1) = 2 \cdot \tau_{сдв} \cdot W \cdot sin(\varphi_o - \alpha \cdot V_{стр} - \gamma)$, тогда

$$\ddot{y}_1 + 2 \cdot n \cdot \dot{y}_1 + k^2 \cdot y_1 = \frac{2 \cdot \tau_{сдв} \cdot W}{m} \cdot \Big\{ sin\big[(\varphi_o - \alpha \cdot V_{стр} - \gamma) + $$

$$+ \alpha \cdot \dot{y}_1 \big] - sin(\varphi_o - \alpha \cdot V_{стр} - \gamma) \Big\}, \quad (4)$$

где y_1, $\dot{y}_1$, $\ddot{y}_1$ - новые переменные,

$$W = \frac{1}{1 - sin(\varphi_o - \alpha \cdot V_{стр} - \gamma)}$$

С учетом тригонометрических преобразований, обозначая $u = \varphi_o - \alpha \cdot V_{стр} - \gamma$, уравнение (4) запишется

$$\ddot{y}_1 + \dot{y}_1 \cdot \left(2 \cdot n - \frac{2 \cdot \alpha \cdot \tau_{сдв} \cdot S \cdot cos\, u \cdot W}{m} \right) -$$

$$-\frac{2\cdot\tau_{сдв}\cdot S\cdot W}{m}\cdot\left[\ \sin u\cdot\left(-\frac{\alpha^2\cdot\dot{y}_1^2}{2!}+\frac{\alpha^4\cdot\dot{y}_1^4}{4!}-\ldots\right)+\right.$$
$$\left.+\cos u\cdot\left(-\frac{\alpha^3\cdot\dot{y}_1^3}{3!}+\ldots\right)\ \right]+k^2\cdot y_1=0. \qquad (5)$$

Получено нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка. При отрицательном значении коэффициента, стоящего при $\dot{y}_1$, имеет место неустойчивое состояние системы, т.е. возникают автоколебания [1].

Система будет совершать свободные колебания с собственной частотой k, если выполняется условие $\ddot{y}_1+k^2\cdot y_1=0$ или, исходя из (5),

$$R=-\dot{y}_1\cdot\left(\ 2\cdot n-\frac{2\cdot\alpha\cdot\tau_{сдв}\cdot S\cdot\cos u\cdot W}{m}\ \right)+$$
$$+\frac{2\cdot\tau_{сдв}\cdot S\cdot W}{m}\cdot\left[\ \sin u\cdot\left(-\frac{\alpha^2\cdot\dot{y}_1^2}{2!}+\frac{\alpha^4\cdot\dot{y}_1^4}{4!}-\ldots\right)-\right.$$
$$\left.-\cos u\cdot\left(-\frac{\alpha^3\cdot\dot{y}_1^3}{3!}+\ldots\right)\right]=0.$$

Амплитуду колебаний A определим методом энергетического баланса, согласно которому стационарные автоколебания описываются (приближенно) гармоническим законом

$$y_1=A\cdot\sin k\tau \qquad (6)$$

с частотой свободных колебаний системы k. Работа силы R за период автоколебаний $T=\dfrac{2\cdot\pi}{k}$ равна нулю: $\int_0^T R\cdot y\cdot \dot{d}\tau=0$

Откуда

$$A=\frac{1}{k}\cdot\sqrt{\frac{\int_0^T\frac{6}{\alpha^2}\cdot\left(1-\dfrac{n\cdot m}{\tau_{сдв}\cdot S\cdot W\cdot\cos u\cdot\alpha}\right)\cdot\cos^2 k\tau\cdot d\tau}{\int_0^T\cos^4 k\tau\cdot d\tau}}.$$

Коэффициент α определяет тангенс угла наклона функции u в точке статического равновесия системы, рис.2.

С учетом $\alpha = tgu$ амплитуда колебаний A выразится

$$A = \frac{\sqrt{8}}{k \cdot tgu} \cdot \sqrt{1 - \frac{n \cdot m}{\tau_{сдв} \cdot S \cdot \sin u \cdot W}}. \tag{7}$$

Второе слагаемое подкоренного выражения (7) определяет отношение силы сопротивления к силе резания P_y. Это отношение должно быть меньше единицы, в противном случае (при отрицательном подкоренном выражении) возбуждения автоколебаний не будет. С увеличением u и уменьшением знаменателя (т. е. силы резания P_y) амплитуда колебаний A уменьшится.

С учетом зависимостей, приведенных в работе [2], амплитуда колебаний опишется

$$A = \frac{\sqrt{8} \cdot tg2\beta}{k} \cdot \sqrt{1 - \frac{n \cdot tg\beta \cdot tg2\beta \cdot m}{\tau_{сдв} \cdot S}}. \tag{8}$$

Угол сдвига материала β неоднозначно влияет на A. С увеличением β подкоренное выражение уменьшается, а множитель $tg2\beta$, стоящий перед корнем, возрастает. Следовательно, возможна экстремальная зависимость $A - \beta$ и амплитуда колебаний A будет принимать максимальное значение.

Экспериментально установлено, что угол β с увеличением скорости резания V при точении возрастает. Исходя из (8), это может привести к экстремальной зависимости $A - V$, что соответствует экспериментальным данным, согласно которым амплитуда A проходит точку максимума.

По мере затупления инструмента угол β уменьшается. Следовательно, уменьшится множитель $tg2\beta$ и возрастет подкоренное выражение в (8). Учитывая преобладающую роль подкоренного выражения, это приведет к увеличению амплитуды колебаний A, что соответствует экспериментальным данным.

Аналогичное влияние на β и A оказывает коэффициент трения f (угол трения φ) и противоположное влияние – передний угол инструмента γ.

С увеличением площади поперечного сечения среза S амплитуда колебаний A возрастает.

При шлифовании

$$S = \frac{Q}{V_{кр}} = \frac{B \cdot V_{дет} \cdot t}{V_{кр}}, \tag{9}$$

где Q - производительность обработки; B - ширина шлифования; $V_{дет}$, $V_{кр}$ - соответственно скорости детали и круга; t - глубина шлифования.

Амплитуда колебаний A тем больше, чем больше B, $V_{дет}$, t и меньше $V_{кр}$. Теоретические результаты согласуются с экспериментальными, рис.3 [3].

Увеличение A с течением времени τ связано с затуплением зерен круга, уменьшением угла сдвига β и увеличением подкоренного выражения в (8).

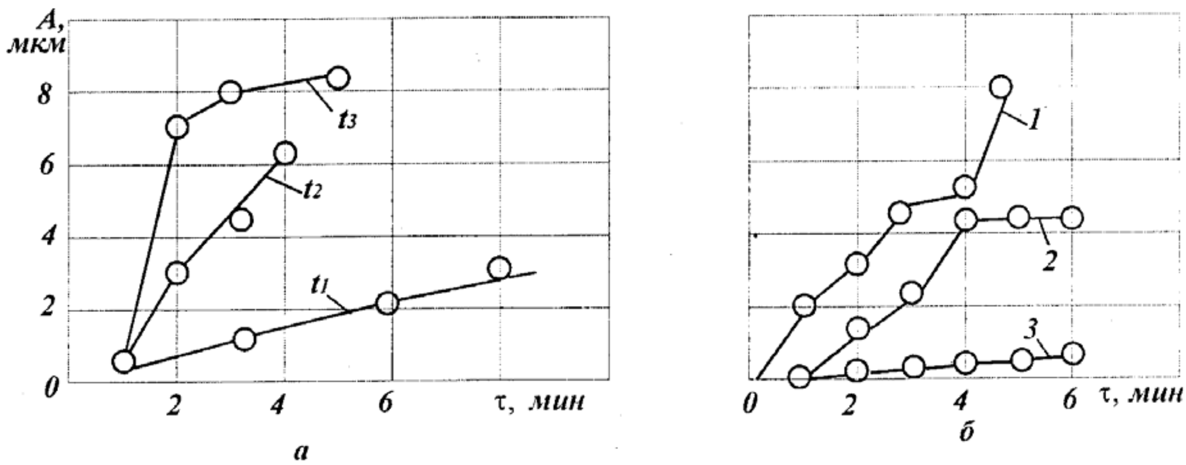

Рис. 3. Зависимость A от τ:
а) – $t_3 > t_2 > t_1$; б) – (1- $V_{кр}$ = 25 м/с; 2- $V_{кр}$ = 35 м/с; 3- $V_{кр}$ = 48 м/с)

Приблизительно к таким результатам можно прийти, если в преобразованном уравнении (2) положить

$$R = \frac{2 \cdot \tau_{сдв} \cdot S}{m} \cdot \frac{sin(\varphi - \gamma)}{1 - sin(\varphi - \gamma)} - 2 \cdot n \cdot \dot{y}_1 = 0. \qquad (10)$$

Из (2.62) вытекает: $\dot{y}_1 = A \cdot k \cdot cos\,k\tau$.

Максимальное значение $\dot{y}_1$ достигается при $sin\,k\tau = 0$. Это соответствует наибольшему значению φ. Тогда

$$A = \frac{\tau_{сдв} \cdot S}{k \cdot u \cdot m} \cdot \frac{sin(\varphi - \gamma)}{1 - sin(\varphi - \gamma)}. \qquad (11)$$

Амплитуда колебаний A тем больше, чем больше $\tau_{сдв}$, S, φ и меньше u, γ. Для отрицательного переднего угла инструмента (или режущего зерна круга)

$$A = \frac{\tau_{сдв} \cdot S}{k \cdot u \cdot m} \cdot \frac{sin(\varphi + \gamma)}{1 - sin(\varphi + \gamma)}. \qquad (12)$$

С увеличением γ амплитуда колебаний A неограниченно возрастает. Следовательно по мере затупления инструмента происходит увеличение $A \to \infty$ и процесс резания прекратится.

С увеличением скорости резания V при лезвийной обработке угол трения φ (коэффициент трения на передней поверхности инструмента f) уменьшается. Это ведет к снижению A. В случае образования нароста на передней поверхности инструмента, передний угол γ возрастает с увеличением V, амплитуда колебаний уменьшается. По мере вырождения нароста передний угол уменьшится, а амплитуда колебаний возрастет. При дальнейшем увеличении V происходит уменьшение A за счет уменьшения угла трения φ, т.е. характер изменения A аналогичен изменению составляющей силы резания P_y.

С увеличением собственной частоты системы k амплитуда колебаний пропорционально уменьшается.

Список литературы:

1. Основы прикладной теории колебаний и удара/Я.Г. Пановко. – 4-е изд. – Л.: Политехника, 1990. - 272с.
2. Теоретические основы резания и шлифования материалов: Учебн. пособие / А.В. Якимов, Ф.В. Новиков, Г.В. Новиков, Б.С. Серов, А.А. Якимов. – Одесса: ОГПУ, 1999. – 450с.
3. Лурье Г.Б. Шлифование металлов –М.:Машиностроение,1969.-172с.