

РАСЧЕТЫ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ И  
ТЕРМОУПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ РЕЗАНИИ  
МЕТАЛЛОВ

Новиков Ф.В., докт. тех. наук, Новикова Л.В.

(г. Харьков, Украина)

*Account of temperature fields at cutting metals*

Тепловые процессы играют исключительно важную роль в формировании параметров качества и точности обработки, определяют работоспособность инструмента. Для того чтобы правильно управлять тепловыми процессами при резании металлов необходимо уметь рассчитывать температурные поля, понимать взаимосвязь между образующимися тепловыми потоками и температурой резания. Решение температурных задач, как правило, связано с выполнением сложных численных расчетов. Это затрудняет анализ и поиск оптимальных решений.

Многолетний опыт решения тепловых задач показал перспективность использования для расчета температурных полей метода Фурье разделения переменных, когда удается при решении ряда важных практических задач получить весьма простые аналитические зависимости, открывающие новые возможности управления тепловыми процессами при резании металлов.

Суть метода Фурье состоит в том, что при расчете дифференцированного уравнения теплопроводности (в частных производных) искомое решение представляется в виде произведения функций, каждая из которых зависит от одной независимой переменной, входящей в уравнение.

В результате приходим к решению обычных дифференциальных уравнений, что не вызывает особых затруднений. Например, при решении уравнения Лапласа для полуплоскости, когда задана температура  $\Theta_0$  на определенном участке границы полуплоскости  $2a$ , распределение температуры подчиняется простому закону

$$\Theta(x, y) = \frac{\Theta_0}{\pi} \cdot \frac{a}{R}, \quad (1)$$

где  $R$ -радиус окружности. При  $R \rightarrow \infty$  температура  $\theta(x, y) \rightarrow 0$ , при  $R=a - \theta(x, y) = \theta_0 / \pi < \theta_0$ , рис. 1.а

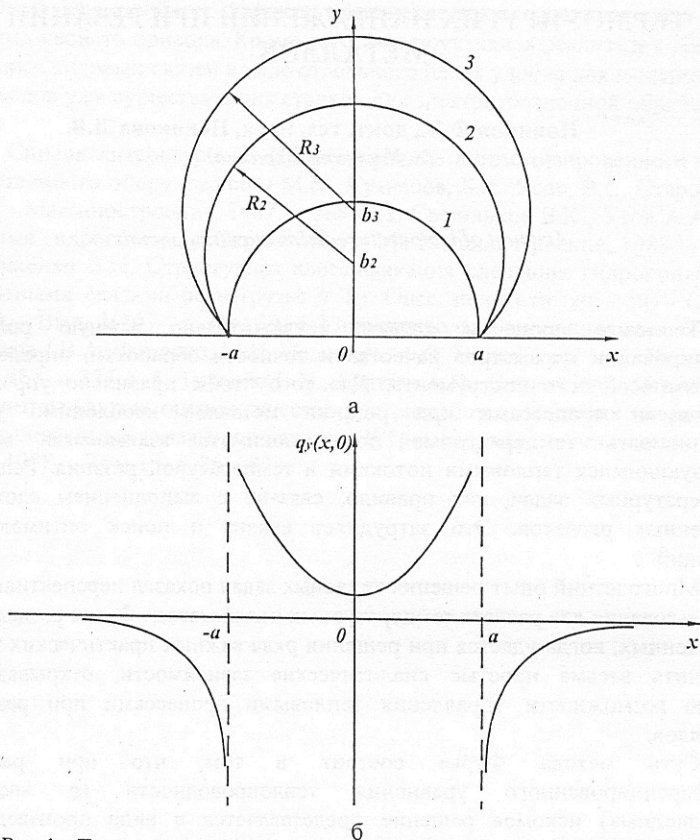


Рис.1. Температурное поле в изотермах (а) и изменение функции теплового потока (б)

Плотность теплового потока  $q_y(x, y=0)$  определяется:

$$q_y(x, 0) = -\frac{2 \cdot \lambda \cdot \theta_0 \cdot a}{\pi \cdot (x^2 - a^2)}, \quad (2)$$

где  $\lambda$ - коэффициент теплопроводности.

При  $x = \pm a$  функция  $q_y(x, 0) \rightarrow \infty$  (рис. 1,б).

Минимум  $q_y(x, 0)$  достигается при  $x=0$ , следовательно, наибольший подвод тепла в тепло осуществляется при  $x=\pm a$ , а наименьший – при  $x=0$ .

При  $|x| \geq a$ , плотность теплового потока  $q_y(x, 0)$  отрицательная величина, имеет место отвод тепла из тела. Наибольший отвод происходит при  $x=\pm a$ .

Распределение температуры в бесконечной полосе при условии постоянства температуры  $q_0$  на участке длиной  $2a$  при  $y=y_1$  (рис. 2, а) описывается аналитической зависимостью

$$\Theta(x, y) = \frac{\Theta_0}{\pi} \cdot \frac{y}{y_1} \cdot (\beta_1 - \beta_2), \quad (3)$$

где  $\beta_1, \beta_2$  - углы, определяющие положение произвольной точки А.

Положение изотерм  $\Theta(x, y) = \text{const}$  зависит от разности углов  $(\beta_1 - \beta_2)$  и соотношения  $y/y_1$ . Постоянство величины  $(\beta_1 - \beta_2)$  соответствует постоянству радиуса окружности  $R$ . С уменьшением  $y$  от  $y_1$  до нуля соотношение  $y/y_1$  уменьшается от 1 до 0. Следовательно, для обеспечения условия  $\Theta(x, y) = \text{const}$  величина  $(\beta_1 - \beta_2)$  должна увеличиваться, что ведет к уменьшению радиуса окружности  $R$  и “деформированию” окружности в кривую, показанную на рис. 2.б сплошной линией.

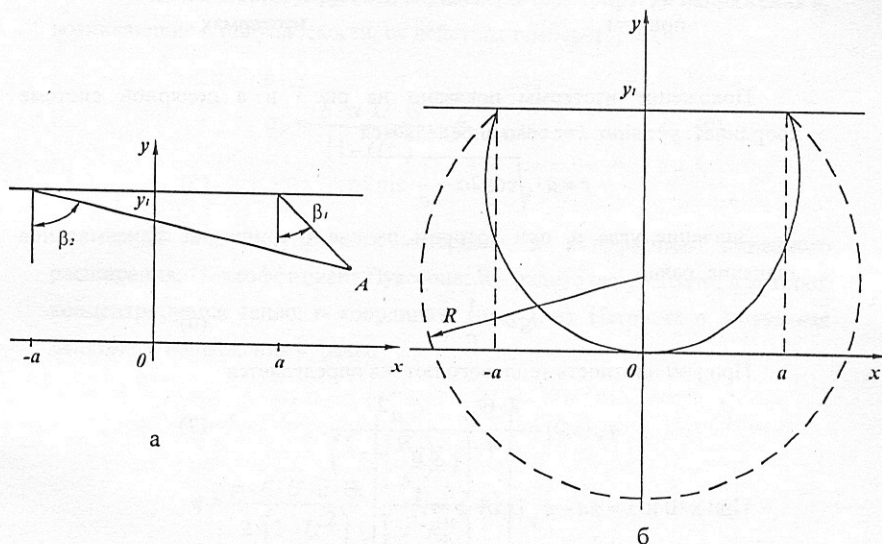


Рис.2. Положение углов  $\beta_1$  и  $\beta_2$  (а) и положение изотермы (б)

Распределение температуры в прямоугольном клине при заданной температуре  $\Theta_0$  на участке  $(0, a)$  описывается зависимостью

$$\operatorname{tg} \left[ 2\pi \cdot \frac{\Theta(x, y)}{\Theta_0} \right] = \frac{2a^2 \cdot x \cdot y}{\left[ (y^2 + x^2)^2 - x^2 a^2 + y^2 a^2 \right]} = C. \quad (4)$$

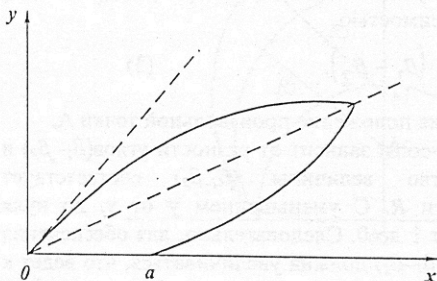


Рис.3 Положение изотермы при  $c=1$

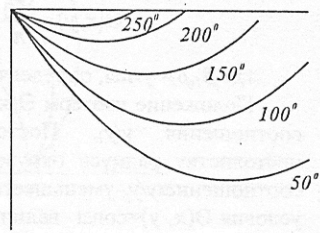


Рис.4 Температурное поле в изотермах

Положение изотермы показано на рис.3 и в полярной системе координат:  $y=r \sin \alpha$ ,  $x=r \cos \alpha$  определяется

$$r = a \cdot \sqrt{\cos 2\alpha + \frac{1}{c} \cdot \sin 2\alpha}. \quad (5)$$

Значение угла  $\alpha$ , при котором радиус  $r$  принимает максимальное значение, равно

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{c}. \quad (6)$$

При  $y=0$  плотность теплового потока определяется

$$q_y(x, 0) = \frac{\lambda \cdot \Theta_0}{\pi} \cdot \frac{a^2}{x(a^2 - x^2)}. \quad (7)$$

При  $x=0$  и  $x = \pm a - q_y(x, 0) \rightarrow \infty$ .

Минимум  $q_y(x, 0)$  достигается при  $x = a/\sqrt{3}$ .

Как видим, решение достаточно сложных задач сводится к весьма простой форме, позволяющей анализировать и оптимизировать параметры тепловых процессов.

Распределение температуры в прямоугольной пластине реза для заданной плотности теплового потока  $q_0$  подчиняется зависимости (рис. 4)

$$\Theta(x, y) = \frac{2 \cdot q_0 \cdot x_1}{k^2 \cdot \pi^2 \cdot \lambda} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left[ \left( 1 - \cos \frac{k\pi x_0}{x_1} \right) \cdot \left( e^{\frac{k\pi y}{x_1}} - e^{-\frac{k\pi y}{x_1}} \right) \right]}{k^2 \cdot \left( e^{\frac{k\pi y}{x_1}} + e^{-\frac{k\pi y}{x_1}} \right)} \cdot \sin \frac{k\pi x}{x_1} \quad (8)$$

Методами теории упругости определены термоупругие напряжения  $\sigma_r$ , возникающие в полуплоскости, от действия температуры  $\Theta$

$$\sigma_r = \frac{E \cdot \alpha \cdot U \cdot \Theta}{(1 - U^2)} \cdot \frac{R_2}{r}, \quad (9)$$

где  $E$  - модуль упругости материала;  $\alpha$  - коэффициент линейного расширения;  $U$  - коэффициент Пуассона;  $R_2$  - радиус окружности, в которой концентрируется тепло;  $r$  - координата (рис. 5, а). Нагрузка  $q$ , вызванная действием напряжения  $\sigma$ , равна

$$q = \frac{\pi \cdot E \cdot U \cdot a \cdot \Theta}{2 \cdot (1 - U^2)} \cdot \left[ \frac{\left( \frac{R_2}{R_1} - 1 \right)}{\left( 1 - \frac{R_1^u}{R_2^u} \right)} + 1 \right] \quad (10)$$

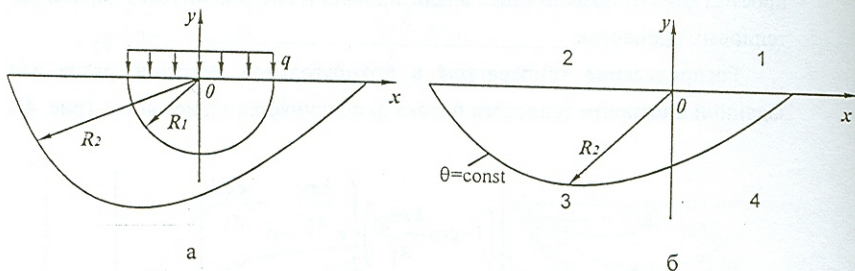


Рис.5 Расчетная схема термоупругих напряжений при шлифовании (а) и положение изотермы в обрабатываемом материале (б)  
 Предельная температура  $\Theta$ , при которой возможно разрушение материала, при  $R_2 \gg R$ , определяется

$$\Theta = \frac{(1-U^2) \cdot \sigma_{сжс}}{E \cdot U \cdot \alpha} \cdot \frac{R_1}{R_2}, \quad (11)$$

где  $\sigma_{сжс}$  - предел прочности обрабатываемого материала на сжатие.

Принципиально температурное поле (положение изотермы  $\Theta = \text{const}$ ) при резании имеет вид, рис. 5, б. В 3-й четверти параметр  $R_2$  существенно больше, чем в 4-й. Это предопределяет более высокие значения  $\sigma$ , в 3-й четверти и условия разрушения поверхностных слоев материала. Уменьшить  $\sigma$ , можно уменьшением  $\Theta$  и  $R_2$ .

#### Список литературы:

1. Теоретические основы резания и шлифования материалов: Учеб. пособие А.В. Якимов, Ф.В. Новиков, Г.В. Новиков, Б.С. Серов, А.А. Якимов – Одесса: ОГПУ, 1999.-450 с.