

МЕХАНИЗМ ВОЗНИКНОВЕНИЯ АВТОКОЛЕБАНИЙ ПРИ РЕЗАНИИ МАТЕРИАЛОВ

Новиков Ф.В., докт. техн. наук

(г. Харьков, Украина)

В работе аналитически описаны условия возникновения автоколебаний при резании материалов. Амплитуда автоколебаний установлена методом энергетического баланса с учетом предложенных аналитических зависимостей для определения составляющих силы резания, в которые входят параметры режима резания, физико-механические характеристики обрабатываемого материала и режущего инструмента. Приведены примеры расчета амплитуды автоколебаний при резании лезвийными инструментами и при шлифовании. Показаны условия уменьшения амплитуды автоколебаний.

Проблема устранения автоколебаний при резании материалов, по-прежнему, остается актуальной и требует изыскания новых решений. В связи с этим в работе предложен подход к расчету и анализу амплитуды автоколебаний при резании лезвийными и абразивными инструментами.

Предположим, на резец в радиальном направлении y действуют три силы (рис.1 [1]): сила упругости $-c \cdot y$ системы резец, радиальная составляющая силы $-P_y(y)$ и сумма различных неупругих сопротивлений, которая может быть объединена в одно слагаемое вида $-k_1 \cdot \dot{y}$. Дифференциальное уравнение системы резец-суппорт имеет вид

$$-P_y(\dot{y}) - c \cdot y - k_1 \cdot \dot{y} = m \cdot \ddot{y}, \quad (1)$$

где m - приведенная масса системы резец-суппорт.

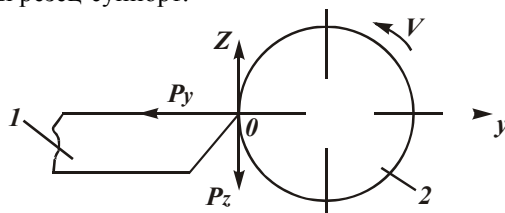


Рис. 1. Расчетная схема: 1 – резец; 2 – обрабатываемая деталь.

Радиальную составляющую силы резания P_y представим

$$P_y = \frac{P_z}{K_{рез}}, \quad (2)$$

где $K_{рез}$ - коэффициент резания (для резца с передним углом $\gamma = 0^\circ$; $K_{рез} = 1/f$; f - коэффициент трения стружки с передней поверхности резца).

Тангенциальную составляющую силы резания P_z выразим

$$P_z = \sigma \cdot S, \quad (3)$$

где $\sigma = \frac{2 \cdot \sigma_{сж}}{K_{рез}}$ - условное напряжение резания, Н/м^2 ; $\sigma_{сж}$ - предел прочности обрабатываемого металла на сжатие, Н/м^2 ; S - площадь поперечного сечения среза, м^2 .

С учетом (3) зависимость (2) примет вид

$$P_y = 2 \cdot \sigma_{сж} \cdot f^2 \cdot S. \quad (4)$$

На падающем участке характеристики трения коэффициент f представим линейным выражением $f = f_0 - f'_0 \cdot \dot{y}$, тогда

$$P_y(\dot{y}) = 2 \cdot \sigma_{сж} \cdot S \cdot (f_0 - f'_0 \cdot \dot{y})^2, \quad (5)$$

где f_0 - значение коэффициента f , соответствующее состоянию равновесия резца при скорости V_0 ; f'_0 - тангенс угла наклона характеристики трения в точке с координатами f_0 и y_0 .

Подставим (5) в уравнение (1) рассматривая вместо $-c \cdot y$ слагаемое $-c \cdot (y - y_0)$

$$m \cdot \ddot{y} + (-4 \cdot \sigma_{сж} \cdot S \cdot f'_0 + k_1) \cdot \dot{y} + 2 \cdot \sigma_{сж} \cdot S \cdot f_0^2 \cdot y^2 + c \cdot y = 0. \quad (6)$$

Как видно, при $(-4 \cdot \sigma_{сж} \cdot S \cdot f'_0 + k_1) < 0$ имеет место неустойчивость системы. Система будет совершать незатухающие колебания. Для того чтобы их устранить, необходимо или увеличить второе слагаемое $-k_1$, или уменьшить первое $-4 \cdot \sigma_{сж} \cdot S \cdot f'_0$ путем уменьшения параметров S и f'_0 . В общем случае $S = a \cdot b$, где a и b соответственно толщина и ширина среза. Уравнение (6) является нелинейным дифференциальным уравнением, описывающим автоколебания системы. Амплитуду колебаний A определили методом энергетического балан-

са. Предположим, что стационарные автоколебания могут быть приближенно описаны гармоническим законом

$$y = A \cdot \sin k\tau, \quad (7)$$

где k – собственная частота системы, $k = \sqrt{\frac{c}{m}}$; τ – время.

Положим, что сумма слагаемых, входящих в уравнение (6) и зависящих от скорости \dot{y} , равна нулю, т. е.

$$(-4 \cdot \sigma_{сжс} \cdot S \cdot f_0' + k_1) \cdot \dot{y} + 2 \cdot \sigma_{сжс} \cdot S \cdot f_0'^2 \cdot \dot{y}^2 = 0. \quad (8)$$

Поставим $\dot{y} = A \cdot k \cdot \cos k\tau$ в (8) при $\tau = 0$:

$$A = \frac{1}{k} \cdot \left(\frac{2}{f_0'} - \frac{k_1}{2 \cdot \sigma_{сжс} \cdot S \cdot f_0'^2} \right). \quad (9)$$

Амплитуда установившихся колебаний A тем меньше, чем больше собственная частота системы k , коэффициент сопротивления системы k_1 и меньше площади поперечного сечения среза S . Величина f_0' оказывает неоднозначное влияние на A . Для определения экстремума продифференцируем амплитуду A по величине f_0' и полученное выражение приравняем к нулю, тогда

$$f_{0'экстр} = \frac{k_1}{2 \cdot \sigma_{сжс} \cdot S}, \quad (10)$$

$$A_{экстр} = \frac{2 \cdot \sigma_{сжс} \cdot S}{k \cdot k_1}. \quad (11)$$

Вторая производная от A по величине f_0' в точке экстремума отрицательна, следовательно функция A имеет максимум. Уменьшить A можно уменьшением $f_0' \rightarrow 0$, исключая падающий участок характеристики трения. Уменьшение $A_{экстр}$, согласно (11), предполагает уменьшение $\sigma_{сжс}$, S и увеличение k и k_1 .

Полученное решение следует рассматривать в качестве первого приближения, так как оно основано на линейной зависимости для f . В действительности функцию f необходимо рассматривать нелинейной. Параметр $S = a \cdot v$ зависит от схемы процесса резания.

При радикальном точении толщина среза a определяется из соотношения $\tau = \frac{a}{S_{рад}} = \frac{\pi \cdot D}{V}$, откуда

$$a = \pi \cdot D \cdot \frac{S_{рад}}{V}, \quad (12)$$

где τ – время одного вращения обрабатываемой детали; D – диаметр детали; V – скорость резания; $S_{рад}$ – скорость радиальной подачи.

Подставим (12) в (4)

$$P_y = 2 \cdot \sigma_{сжс} \cdot f^2 \cdot v \cdot \pi \cdot D \cdot \frac{S_{рад}}{V}. \quad (13)$$

Предположим, коэффициент трения f не зависит от скорости (т.е. отсутствует падающий участок характеристики трения), а фактическая скорость радиальной подачи $S_{рад}$ с учетом скорости колебаний резца \dot{y} равна $S_{рад} + \dot{y}$ (при движении резца в положительном направлении оси y , рис.1). Тогда

$$P_y = 2 \cdot \sigma_{сжс} \cdot f^2 \cdot v \cdot \pi \cdot D \cdot \frac{(S_{рад} + \dot{y})}{V}. \quad (14)$$

Подставим (14) в уравнение (1), исключая слагаемые, определяющие статическое равновесие системы

$$m \cdot \ddot{y} + \left(2 \cdot \sigma_{сжс} \cdot f^2 \cdot v \cdot \pi \cdot D \cdot \frac{1}{V} + k_1 \right) \cdot \dot{y} + c \cdot y = 0. \quad (15)$$

В данном случае коэффициент при переменной \dot{y} положительный. Следовательно, система совершает затухающие колебания. Из этого сделать вывод, что толщина среза за счет периодического изменения скорости радиальной подачи не является источником возбуждения незатухающих колебаний. Из зависимости (13) следует, что с увеличением скорости резания радиальная составляющая силы резания V радиальная составляющая силы резания P_y уменьшается. Это, по сути, аналогично падающему участку характеристики трения, который является источником возникновения в системы автоколебаний.

С учетом колебаний резца со скоростью \dot{z} в тангенциальном направлении, т.е. в направлении оси z , радиальная P_y и тангенциальная составляющие силы резания опишутся

$$P_y = 2 \cdot \sigma_{сж} \cdot f^2 \cdot \epsilon \cdot \pi \cdot D \cdot \frac{S_{рад}}{(V + \dot{z})}, \quad (16)$$

$$P_z = 2 \cdot \sigma_{сж} \cdot f \cdot \epsilon \cdot \pi \cdot D \cdot \frac{S_{рад}}{(V + \dot{z})}. \quad (17)$$

Оценим возможности возникновения незатухающих колебаний в направлении оси z под действием переменной силы P_z , которую представим в виде

$$P_z = 2 \cdot \sigma_{сж} \cdot f \cdot \epsilon \cdot \pi \cdot D \cdot \frac{S_{рад}}{V} \cdot \left[1 - \left(\frac{\dot{z}}{V} \right) + \left(\frac{\dot{z}}{V} \right)^2 - \left(\frac{\dot{z}}{V} \right)^3 + \dots \right]. \quad (18)$$

Характер колебаний в направлении оси z описывается дифференциальным уравнением (1), рассматривая в нем вместо переменной y переменную z , а вместо P_y -силу P_z . Исключая из уравнения слагаемые, определяющие статическое равновесие системы, получим

$$m \cdot \ddot{z} + \left(\frac{-P_{z_1}}{V} + k_1 \right) \cdot \dot{z} + \frac{P_{z_1}}{V^2} \cdot z^2 - \frac{P_{z_1}}{V^3} \cdot z^3 + c \cdot z = 0, \quad (19)$$

где $P_{z_1} = 2 \cdot \sigma_{сж} \cdot f \cdot \epsilon \cdot \pi \cdot D \cdot \frac{S_{рад}}{V}$.

При $\left(\frac{P_{z_1}}{V} + k_1 \right) < 0$ система находится в неустойчивом состоянии – совершает автоколебания. Это обусловлено нелинейностью дифференциального уравнения (19). Таким образом, изменение толщины среза может возбудить незатухающие колебания резца в тангенциальном направлении. Определим амплитуду установившихся колебаний A_1 , используя метод энергетического баланса и, предполагая, что система совершает гармонические колебания

$$z = A_1 \cdot \sin k\tau, \quad (20)$$

где k - собственная частота системы.

Подставим $\dot{z} = A_1 \cdot k \cdot \cos k\tau$ при $\tau = 0$ в уравнение

$$\left(\frac{-P_{z_1}}{V} + k_1 \right) \cdot \dot{z} + \frac{P_{z_1}}{V^2} \cdot z^2 - \frac{P_{z_1}}{V^3} \cdot z^3 = 0. \quad (21)$$

Ограничиваясь первыми двумя слагаемыми в (21), в первом приближении получим

$$A_1 = \frac{1}{k} \left(V - \frac{k_1 \cdot V^2}{P_{z_1}} \right) = \frac{1}{k} \left(V - \frac{k_1 \cdot V^3}{2 \cdot \sigma_{сж} \cdot f \cdot \epsilon \cdot \pi \cdot D \cdot S_{рад}} \right). \quad (22)$$

Уменьшить A_1 можно увеличением k , k_1 и уменьшением P_{z_1} путем уменьшения f , ϵ , D , $S_{рад}$. С изменением скорости резания V амплитуда колебаний A_1 изменяется по экстремальной зависимости. Электронные значения V и A_1 равны:

$$V_{экстр} = \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_{сж} \cdot f \cdot \epsilon \cdot \pi \cdot D \cdot S_{рад}}{3 \cdot k_1}}, \quad (23)$$

$$A_{1экстр} = \frac{2}{3 \cdot k_1} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_{сж} \cdot f \cdot \epsilon \cdot \pi \cdot D \cdot S_{рад}}{3 \cdot k_1}}. \quad (24)$$

Вторая производная функции A_1 по V в точке экстремума $V = V_{экстр}$ отрицательна, следовательно, имеет место максимум функций A_1 (рис.2). Уменьшить A_1 можно уменьшением ($V < V_{экстр}$) и увеличением ($V > V_{экстр}$) скорость резания V . Решение получено для переднего угла инструмента $\gamma = 0^\circ$. Если $\gamma \neq 0^\circ$, то, имеем

$$V_{экстр} = \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_{сж} \cdot \operatorname{tg}(\varphi - \gamma) \cdot \epsilon \cdot \pi \cdot D \cdot S_{рад}}{3 \cdot k_1}}, \quad (25)$$

$$A_{1экстр} = \frac{2}{3 \cdot k_1} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_{сж} \cdot \operatorname{tg}(\varphi - \gamma) \cdot \epsilon \cdot \pi \cdot D \cdot S_{рад}}{3 \cdot k_1}}. \quad (26)$$

Чем больше угол φ и меньше угол γ , тем больше $V_{экстр}$ и $A_{1экстр}$. При отрицательном переднем угле инструмента γ с его увеличением параметры $V_{экстр}$ и $A_{1экстр}$ неограниченно увеличиваются, т. к. $\operatorname{tg}(\varphi + \gamma) \rightarrow \infty$. Следовательно, при резании необходимо уменьшать угол $(\varphi - \gamma)$ путем уменьшения коэффициента трения на

передней поверхности инструмента f (угол трения φ) и увеличения положительного переднего угла γ (в том числе регулируя степень затупления лезвия инструмента).

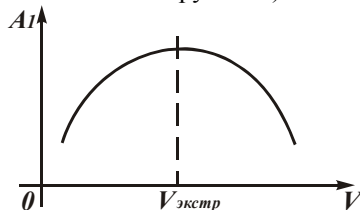


Рис. 2. Зависимость A_1 от V .

Рассмотрим условия возникновения колебаний при шлифовании. Тангенциальная составляющая силы резания P_z с учетом (3) определяется

$$P_z = \sigma \cdot S_{\text{сумм}} = \frac{2 \cdot \sigma_{\text{сж}}}{K_{\text{рез}}} \cdot \frac{Q}{V_{\text{кр}}}, \quad (27)$$

где Q – производительность шлифования, $\text{м}^3/\text{с}$; $V_{\text{кр}}$ – скорость круга, $\text{м}/\text{с}$.

При круглом шлифовании периферией круга производительность Q равна

$$Q = S_0 \cdot V_{\text{дем}} \cdot t,$$

где S_0 – предельная подача, $\text{м}/\text{об}$ (ширина шлифования, м), $V_{\text{дем}}$ – скорость детали, $\text{м}/\text{с}$, t – глубина шлифования, м .

При условии возникновения колебаний в тангенциальном направлении со скоростью \dot{z} могут измениться фактические значения скоростей детали ($V_{\text{дем}} + \dot{z}$) и круга ($V_{\text{кр}} + \dot{z}$). Зависимость (27) примет вид

$$P_z = \frac{2 \cdot \sigma_{\text{сж}}}{K_{\text{рез}}} \cdot \frac{S_0 \cdot t \cdot (V_{\text{дем}} + \dot{z})}{(V_{\text{кр}} + \dot{z})}. \quad (28)$$

Как показано выше, изменение скорости, стоящий в числителе, не приводит к возбуждению незатухающих колебаний. Автоколебания могут возникнуть в связи с изменением знаменателя ($V_{\text{кр}} + \dot{z}$). По аналогии с решением (18)-(24), экстремальные значения скорости круга $V_{\text{крэкстр}}$ и амплитуды автоколебаний $A_{1\text{экстр}}$ опишутся

$$V_{\text{крэкстр}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_{\text{сж}} \cdot S_0 \cdot t \cdot V_{\text{дем}}}{K_{\text{рез}} \cdot 3 \cdot K_1}}, \quad (29)$$

$$A_{1\text{экстр}} = \frac{2}{3 \cdot K} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_{\text{сж}} \cdot S_0 \cdot t \cdot V_{\text{дем}}}{K_{\text{рез}} \cdot 3 \cdot K_1}}. \quad (30)$$

Уменьшить $A_{1\text{экстр}}$ можно увеличением собственной частоты системы K , коэффициента сопротивления K_1 , коэффициента резания $K_{\text{рез}}$ и уменьшением производительности обработки $Q = S_0 \cdot V_{\text{дем}} \cdot t$. Коэффициент резания $K_{\text{рез}}$ при шлифовании описывается [2]:

$$K_{\text{рез}} = \sqrt[3]{2 \cdot \frac{a}{\rho} \cdot \frac{\tau_{\text{сдв}}}{HV}}, \quad (31)$$

где a – толщина среза отдельным зерном круга, м ; ρ – радиус округления вершины режущего зерна, м ; $\tau_{\text{сдв}}$, HV – предел прочности на сдвиг и твердость (по Виккерсу) обрабатываемого материала, $\text{Н}/\text{м}^2$.

Увеличить $K_{\text{рез}}$ можно увеличением a и уменьшением ρ . Однако, увеличение a предполагает увеличения производительности шлифования, что нежелательно с точки зрения уменьшения амплитуды автоколебаний. Следовательно, необходимо уменьшать радиус округления вершины зерна ρ , например, принудительно удаляя с поверхности круга затупившиеся зерна (методом правки круга); применяя в качестве абразива синтетические сверх твердые материалы (СТМ), обладающие высокой остротой режущих кромок, а также применяя относительно мягкие связки круга, исключая затупление режущих зерен в связи с низкой прочностью удержания их в круге; эффективные технологические среды, обеспечивающие повышение режущей способности круга за счет уменьшения предельных значений a/ρ , при которых начинается процесс резания.

Для сталей справедливо условие $\sigma_{\text{сж}} \approx 2 \cdot \tau_{\text{сдв}}$. Следовательно, амплитуда автоколебаний тем больше, чем больше предел прочности на сжатие $\sigma_{\text{сж}}$ и твердость HV обрабатываемого материала. Этим объясняется, установленный на практике, более высокий уровень колебаний (вибраций) при шлифовании труднообрабатываемых материалов, характеризующихся увеличенными значениями $\sigma_{\text{сж}}$ и HV .

Литература:

1. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара, 4-е изд., перераб. и доп. – Л.: Политехника, 1990. – 272 с.
2. Теоретические основы резания и шлифования материалов: Учеб. пособие / А.В. Якимов, Ф.В. Новиков, Г.В. Новиков, Б.С. Серов, А.А. Якимов – Одесса: ОГПУ, 1999. – 450с.