

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ
ОДЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ СОДЕРЖАНИЯ И МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ**

**А.В. Якимов, Ф.В. Новиков,
Г.В. Новиков, Б.С. Серов, А.А. Якимов**

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ
РЕЗАНИЯ И ШЛИФОВАНИЯ
МАТЕРИАЛОВ**

Одесса ОГПУ 1999

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ
ОДЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ СОДЕРЖАНИЯ И МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ**

**А.В. Якимов, Ф.В. Новиков,
Г.В. Новиков, Б.С. Серов, А.А. Якимов**

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РЕЗАНИЯ И ШЛИФОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ

**Допущено Министерством образования Украины
в качестве учебного пособия для студентов
высших технических учебных заведений**

Одесса ОГПУ 1999

УДК 621.923

Теоретические основы резания и шлифования материалов:

Учеб. пособие /А.В. Якимов, Ф.В. Новиков, Г.В. Новиков, Б.С. Серов, А.А. Якимов - Одесса: ОГПУ, 1999. – 450 с.

В учебном пособии приведены расчеты напряжений и деформаций, сил и температуры, возникающих при резании и шлифовании материалов. Методом Фурье разделения переменных выполнены расчеты температурных полей. Выявлены условия возникновения автоколебаний. Теоретически определены условия повышения производительности, точности и качества обработки. Предложены новые подходы к расчету припусков под обработку и оптимальных параметров шлифования с учетом основных технологических ограничений обработки. Определена доля энергий резания и трения в энергетическом балансе процесса обработки. Сформулированы условия повышения эффективности шлифования материалов высокой твердости, резки материалов, обработки на станках с ЧПУ и т.д. Даны практические рекомендации.

Пособие предназначено для студентов и аспирантов вузов машиностроительных специальностей.

Ил. 173 Табл. 48 Библиограф. 63 назв.

ISBN 966-7560-05-4

Рецензенты: Ю.Н. Сухоруков, д-р техн. наук, проф.
В.Г. Лебедев, д-р техн. наук, проф.
А.Н. Подкорытов, д-р техн. наук, проф.

Учебное пособие рекомендовано к изданию институтом промышленных технологий, дизайна и менеджмента (ИПТДМ) при ОГПУ.

© Одесский государственный
политехнический университет, 1999

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	7
Введение.....	9
1. Напряжения и деформации при резании материалов.....	11
1.1. Общие сведения из теории упругости о напряженно-деформированном состоянии тела.....	11
1.2. Напряжения, возникающие от действия сосредоточенной силы, приложенной в некоторой точке прямолинейной границы.....	18
1.3. Напряжения, возникающие от действия распределенной нагрузки, действующей на прямолинейной границе.....	24
1.4. Распределение напряжений в зоне резания.....	28
1.5. Упрощенная расчетная схема процесса резания.....	31
1.6. Напряжения в зоне резания от действия распределенной нагрузки.....	37
1.7. Физическая суть полученного решения.....	43
1.8. Упрощенный расчет параметров силовой напряженности процесса резания.....	46
1.9. Упругие деформации при резании материалов.....	49
1.10. Напряжения при резании относительно хрупких материалов.....	51
1.11. Напряжения в режущем клине инструмента.....	56
1.12. Напряжение в поверхностном слое обрабатываемой детали.....	59
1.13. Напряжение на передней поверхности инструмента.....	61
1.14. Напряжения, возникающие от контакта задней поверхности инструмента с материалом.....	62
1.15. Термоупругие напряжения.....	63
1.16. Динамические напряжения.....	70
2. Силы резания при лезвийной и абразивной обработке.....	74
2.1. Общий подход к расчету сил резания.....	74
2.2. Условия резания единичным зерном.....	81
2.3. Энергетический баланс процесса шлифования.....	88
2.4. Условия снижения сил резания при шлифовании.....	91
2.5. Автоколебания при резании материалов.....	94
2.6. Анализ колебаний с учетом переменной жесткой системы.....	101
2.7. Колебания при врезании инструмента в обрабатываемый материал.....	105
3. Расчеты температурных полей методом Фурье разделения переменных... ..	107
3.1. Уравнение теплопроводности.....	107
3.2. Распределение температуры в полуплоскости.....	109
3.3. Изменение плотности теплового потока.....	118
3.4. Распределение температуры в бесконечной полосе.....	129

3.5.	Распределение температуры в клине	131
3.6.	Действие некоторого источника на некотором удалении от вершины клина	134
3.7.	Распределение температуры в полубесконечной полосе	136
3.8.	Распределение температуры в прямоугольной пластине	139
3.9.	Нестационарное распределение температуры в полуплоскости.....	141
3.10.	Теплопроводность для полубесконечного стержня	145
3.11.	Распределение температуры при движущемся тепловом источнике	149
3.12.	Распределение температуры в полуплоскости для заданной плотности теплого потока	152
3.13.	Распределение температуры в прямоугольной пластине для заданной плотности теплого потока	156
4.	Приближенные расчеты температуры резания	160
4.1.	Температура резания при плоском шлифовании периферией круга	160
4.2.	Температура глубинного шлифования	164
4.3.	Уточненный расчет температуры шлифования	167
4.4.	Температура прерывистого шлифования	169
4.5.	Расчет температуры резания при лезвийной обработке	170
4.6.	Износ и стойкость инструмента.....	175
4.7.	Расчет температуры резания с учетом температурной зависимости прочности обрабатываемого материала.....	178
5.	Физические закономерности процессов шлифования.....	179
5.1.	Шлифование по упругой схеме	179
5.2.	Шлифование по жесткой схеме	197
5.3.	Выхаживание	223
5.4.	Плоское шлифование торцом круга	236
5.5.	Расчет параметров рабочей поверхности круга.....	250
5.6.	Прерывистое шлифование	256
6.	Производительность и точность обработки при шлифовании и точении	260
6.1.	Определение максимально возможной производительности с учётом ограничений по точности обработки	260
6.2.	Определение максимально возможной производительности обработки, обусловленной прочностными свойствами круга	263
6.3.	Производительность обработки по схеме шлифования без поперечной подачи с начальным натягом в технологической системе.....	266
6.4.	Точность обработки при шлифовании по жёсткой схеме.....	268
6.5.	Производительность обработки при шлифовании по жёсткой схеме с учетом упругих перемещений в системе	272

6.6.	Формирование параметров точности обработки с учётом погрешности формы заготовки	276
6.7.	Исправление погрешности формы заготовки	283
6.8.	Производительность и точность обработки при установившемся шлифовании	286
6.9.	Исправление погрешности формы заготовки при шлифовании без поперечной подачи.....	288
6.10.	Точность обработки при резании лезвийным инструментом.....	290
6.11.	Условия повышения производительности обработки.....	294
6.12.	Условия электроэрозионной правки алмазных кругов на металлических связках	296
6.13.	Расчёт и анализ шероховатости обработанной поверхности	305
7.	Кинематика шлифования и оптимизация условий обработки.....	308
7.1.	Общие закономерности кинематики шлифования на уровне микросрезов	308
7.2.	Определение количества работающих зерен с позиции кинематики шлифования	311
7.3.	Кинематика продольного шлифования.....	314
7.4.	Расчет параметров шероховатости обработки с учетом износа зерен круга.....	321
7.5.	Определение параметра η расчетно-экспериментальным путем для многопроходного шлифования	323
7.6.	Определение параметра η расчетно-экспериментальным путем для глубинного шлифования.....	332
7.7.	Оптимизация шлифования по максимально возможной производительности с учетом основных технологических ограничений обработки	335
7.8.	Определение собственных частот элементов технологической системы.....	348
7.9.	Себестоимость обработки при точении	354
8.	Расчет оптимальных режимов шлифования.....	361
8.1.	Определение максимально возможной производительности обработки и реализующих ее режимов шлифования с учетом ограничений по точности и шероховатости обработки	361
8.2.	Определение максимально возможной производительности обработки и реализующих ее режимов шлифования с учетом ограничения по мощности обработки.....	365
8.3.	Определение максимально возможной производительности обработки и реализующих ее режимов шлифования с учетом ограничения по	

температуре резания	367
8.4. Определение максимально возможной производительности обработки, обусловленной прочностными свойствами алмазного круга.....	371
8.5. Определение максимально возможной производительности при установившемся шлифовании.....	378
8.6. Методы повышения производительности глубинного шлифования.....	382
9. Повышение эффективности алмазно-абразивной обработки	388
9.1. Разрезание материалов алмазным кругом с внутренней режущей кромкой	388
9.2. Разрезание материалов крупнозернистым алмазным отрезным кругом.	390
9.3. Шлифование материалов высокой твердости	391
9.4. Математическая модель процесса шлифования кругом с одновысотным выступанием зерен над связкой.....	395
9.5. Существующие подходы к математическому моделированию процесса шлифования	399
9.6. Расчет параметров шлифования с учетом затупления зерен круга	416
10. Повышение эффективности процессов механической обработки.....	426
10.1. Теоретический анализ себестоимости обработки.....	426
10.2. Методы повышения производительности обработки	429
10.3. Повышение эффективности обработки на станках с ЧПУ	439
10.3.1. Особенности обработки на станках с ЧПУ	439
10.3.2. САП УП для фрезерных станков с ЧПУ.....	441
10.3.3. САП УП для токарных станков с ЧПУ.....	443
10.3.4. Показатели экономической эффективности автоматизации подготовки управляющих программ.....	444
Список литературы.....	447

ПРЕДИСЛОВИЕ

Современный уровень развития производства, высокие требования к качеству выпускаемой машиностроительной продукции определяют необходимость подготовки высококвалифицированных инженеров-технологов, способных самостоятельно ставить и решать сложные технические задачи по созданию и эффективному применению новых технологий, оборудования, инструментов, оснастки, автоматизированному проектированию и т.д. Это выдвигает серьезные требования к организации учебного процесса в высших учебных заведениях, основанного на глубоком изучении фундаментальных наук.

В настоящее время наблюдается существенный дисбаланс между общеобразовательной технической и специальной подготовкой студента. Изучаемые курсы высшей математики и технической механики мало используются в специальных технологических курсах.

Чтобы ликвидировать этот дисбаланс, авторами данного издания поставлена задача создания общего теоретического подхода в технологии изготовления деталей и машин на основе фундаментальных наук и математического моделирования. В результате многолетней работы получены важные научные результаты, разработаны эффективные технологии, используемые в промышленности. Формализованы основные положения курсов технологических дисциплин, выпущен цикл учебных пособий и учебников с грифом министерства образования Украины, что может стать основой новой учебной концепции подготовки инженеров-технологов. Это открывает возможности высококачественной подготовки специалистов; широкого применения общеобразовательных технических знаний (высшей математики и т.д.), полученных студентами на двух первых курсах института, при изучении специальных технических дисциплин. Становится объективной реальностью широкое использование компьютерной техники и творческое отношение студентов к решению технических задач, требующих сложных математических вычислений, подходов оптимизации и автоматизированного проектирования. По - сути, теоретическая подготовка студента, поднимается до уровня, например, фундаментальной специальности «Динамика и прочность машин». И это естественно, так как процесс механической обработки основан на разрушении поверхностных слоев материала и его необходимо изучать теми же методами, которыми изучается поведение сложных механических систем под воздействием различных источников энергии.

Исключительно важное значение приобретают вопросы математической подготовки инженера-технолога, так как в силу высокой абстрактности математика является общим рабочим аппаратом для всех

естественных наук, все научные и технические достижения связаны с математикой.

Математика - это наука о количественных соотношениях и пространственных формах окружающего нас мира. Человек в системном виде начинает изучать математику в школе с первого класса. Школьный курс математики включает арифметику, алгебру, геометрию и тригонометрию. Арифметика изучает свойства чисел и действия над ними (иными словами - счет). Алгебра связана с решением уравнений. Геометрия изучает пространственные соотношения и формы тел, а тригонометрия - тригонометрические функции и их применение к геометрии. Основным «потребителем» математики в школе является физика. Решение физических задач требует действия над числами, решения уравнений, геометрических и тригонометрических вычислений. В принципе, знаний по математике, полученных в средней школе, достаточно для приближенного решения любой задачи из элементарного курса физики. Переход к уточненным расчетным схемам физических явлений требует применения методов высшей математики, включающей дифференциальное и интегральное исчисления, которые изучаются в высшей школе.

Дифференциальное исчисление изучает свойства и способы вычисления производных и дифференциалов и их применения к исследованию свойств функций, а интегральное исчисление - свойства и способы вычисления интегралов. Как правило, решение физических задач сводится к решению интегральных и дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения связывают неизвестные функции, их производные, независимые переменные и в зависимости от количества независимых переменных делятся на обыкновенные и уравнения с частными производными. В интегральные уравнения неизвестная функция входит под знаком интеграла.

Интегральные и дифференциальные уравнения с частными производными, описывающие физические явления, называются уравнениями математической физики. Они являются математическим выражением математических законов, например, теплопроводности (уравнение Лапласа) и т.д.

Для решения практических задач широко используются также многие другие математические дисциплины: теория вероятностей, функциональный анализ, геометрия, включающая аналитическую геометрию, дифференциальную геометрию и т.д.

В данном издании в системном виде приведены математические решения сложных физических и механических задач, связанных с обработкой материалов и технологией машиностроения.

ВВЕДЕНИЕ

Резание и шлифование - наиболее распространенные методы финишной обработки материалов, обеспечивающие высокие показатели точности и качества обработанных поверхностей. С созданием инструментов из синтетических сверхтвердых материалов удельный вес процессов резания и шлифования в технологическом цикле изготовления деталей непрерывно растет. Это требует выявления и реализации новых технологических возможностей процессов, позволяющих существенно повысить производительность, экономичность и качество обработки.

В настоящее время накоплен большой опыт эффективного применения лезвийных и абразивных инструментов. Разработаны нормативы режимов резания для основных видов обработки. Получены важные теоретические и практические решения, реализованные в прогрессивных конструкциях металлорежущих станков и инструментов. Однако отсутствие формализованной теории резания и шлифования, с единых позиций описывающей физические и технологические закономерности процессов, не позволяет выявить их потенциальные возможности и выйти на качественно новый уровень создания новых технологий обработки.

Данное издание посвящено разработке теоретических основ резания и шлифования материалов, базирующихся на фундаментальных науках и глубоких математических моделях механических и тепловых процессов, протекающих в зоне резания. С использованием фундаментальных решений математической физики приведены расчеты напряженно-деформированного состояния зоны резания, стационарных и нестационарных температурных полей, колебаний элементов технологической системы. Определены силы, температура и термические напряжения при резании лезвийными и абразивными инструментами. Приведена математическая модель процесса резания при шлифовании. Определена доля энергий резания и трения в общем энергетическом балансе шлифования для различных условий обработки, включая комбинированные процессы алмазного шлифования, основанные на введении в зону резания или автономно (к кругу) дополнительной электрической энергии.

Приведена математическая модель процесса резания с учетом упругих перемещений в технологической системе. Предложены высокопроизводительные циклы и условия шлифования, обеспечивающие высокую точность обработки, исправление погрешности формы заготовки. Теоретически обоснован новый подход к расчету припусков под обработку, исходя из возможности управления упругими перемещениями при шлифовании.

Раскрыты технологические возможности шлифования по жесткой схеме без поперечной подачи с предварительным натягом в системе. Определены пути повышения производительности обработки. Сформулированы физические условия самозатачивания круга и эффективной электроэрозионной правки. Обоснованы условия, исключающие образование на обработанных поверхностях отдельных глубоких рисок - царапин, существенно снижающих чистоту обработки. Приведена математическая модель кинематики процесса шлифования на уровне микросрезов. Показана определяющая роль величины линейного износа зерен в формировании основных физических и технологических параметров шлифования. Расчетно-экспериментальным путем произведена оценка этой величины для условий многопроходного и глубинного шлифования. Приведена методика расчета оптимальных параметров шлифования с учетом основных технологических ограничений обработки и собственных частот элементов технологической системы.

Показана возможность вполне однозначного представления процесса шлифования положением вероятностной поверхности резания, являющейся основой расчета физических и технологических параметров обработки.

Математически описаны основные закономерности разрезки материалов кругами с внутренней и наружной режущей кромкой. Сформулированы и теоретически обоснованы условия повышения эффективности шлифования материалов высокой твердости (природные и синтетические алмазы и т.д.) и обработки на станках с ЧПУ путем применения систем автоматизированной подготовки управляющих программ.

Учебное пособие предназначено для студентов, аспирантов и научных работников, специализирующихся в области технологии машиностроения, резания материалов, металлорежущих станков и инструментов. Изложенный материал дает наглядное представление о физической сущности процессов резания и шлифования и их технологических возможностях и может быть использован при выполнении студентами курсовых и дипломных проектов, а также при проведении научно-исследовательских работ по созданию новых технологий, оборудования и инструментов.

1. НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ ПРИ РЕЗАНИИ МАТЕРИАЛОВ

1.1. Общие сведения из теории упругости о напряженно-деформированном состоянии тела

Под действием внешних сил в теле возникают внутренние силы, которые или уравнивают внешние силы или приводят к разрушению тела. Для оценки интенсивности внутренних сил введена величина *напряжение*, которая равна отношению силы к единице площади, на которую действует сила. В общем случае вектор напряжения расположен под определенным углом к площадке, на которую он действует, и его можно разложить на два вектора, действующие соответственно по нормали к площадке и в плоскости площадки. Первый вектор определяет *нормальное напряжение*, второй - *касательное напряжение*. В свою очередь, касательное напряжение на площадке, параллельной координатным осям, можно разложить на две составляющие, рис. 1.1 [26].

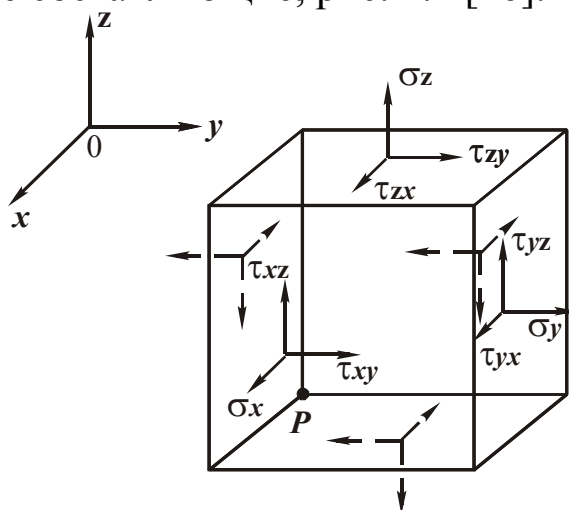


Рис. 1.1. Направление действия компонент напряжения

В результате на трех взаимно перпендикулярных площадках (гранях элементарного куба «охватывающего» точку P) действуют девять компонент напряжений: три нормальные напряжения σ_x , σ_y , σ_z и шесть касательных - τ_{xy} , τ_{yx} , τ_{xz} , τ_{zx} , τ_{yz} , τ_{zy} .

Из условия равновесия элементарного куба установлено, что $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, т.е. количество компонент напряжений сократилось до шести.

Если внешние силы действуют параллельно плоскости $ХОУ$ и равномерно распределены вдоль оси OZ , то компоненты напряжений σ_z ,

τ_{xz} и τ_{yz} равны нулю. Имеет место *плоское напряженное состояние*. Уравнение равновесия элементарного прямоугольного параллелепипеда с размерами h и k , толщиной по оси ОХ, равной единице (рис. 1.2), принимает вид [26]:

$$(\sigma_x)_1 \cdot k - (\sigma_x)_3 \cdot k + (\tau_{xy})_2 \cdot h - (\tau_{xy})_4 \cdot h = 0, \quad (1.1)$$

где 1, 2, 3, 4 – обозначение сторон элемента.

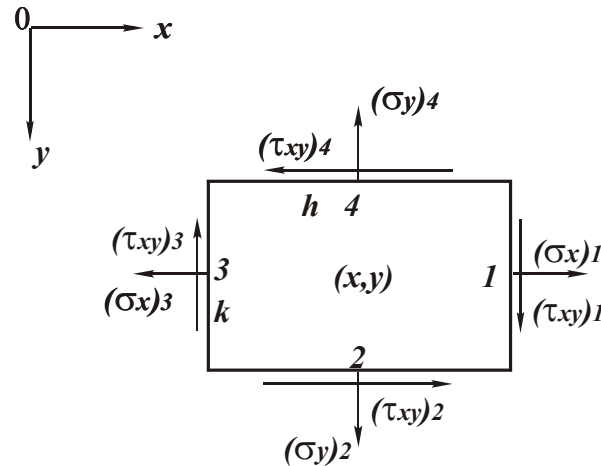


Рис. 1.2. Расчетная схема напряженного состояния тела.

После деления уравнения (1.1) на $h \cdot k$ с учетом $h \rightarrow 0$, $k \rightarrow 0$,

$$\frac{[(\sigma_x)_1 - (\sigma_x)_3]}{h} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x},$$

$$\frac{[(\tau_{xy})_2 - (\tau_{xy})_4]}{k} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y},$$

получим

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0. \quad (1.2)$$

Аналогичным способом определяется второе уравнение равновесия по оси ОУ (без учета объемных сил, например, веса тела)

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0. \quad (1.3)$$

Уравнения (1.2) и (1.3) должны удовлетворять граничным условиям, согласно которым компоненты напряжений σ_x , σ_y , τ_{xy} на границе тела и компоненты поверхностных сил, отнесенных к единице площади границы тела, равны между собой. Граничных условий должно быть достаточно для определения всех постоянных интегрирования дифференциальных уравнений (1.2) и (1.3).

Два уравнения равновесия (1.2) и (1.3) содержат три неизвестные σ_x , σ_y , τ_{xy} . Очевидно, задача статически не определима. Необходимо дополнительное уравнение совместности, которое определяется из упругой деформации тела. Для этого разложим перемещения частиц деформированного тела на три компоненты U , \mathcal{G} , W , параллельные соответствующим координатным осям x , y , z . Обозначим через ε относительное удлинение, а через γ - относительную деформацию сдвига. Тогда справедливы соотношения

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial y}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial W}{\partial z}, \quad (1.4)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y}.$$

Индексы при ε и γ те же, что и при компонентах напряжений σ и τ .

Для двухмерных задач ε_z , γ_{xz} , $\gamma_{yz} = 0$. Следовательно, оставшиеся три компоненты деформаций ε_x , ε_y , γ_{xy} выражаются через две переменные U и \mathcal{G} . Исключая U и \mathcal{G} , приходим к условию совместности

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \cdot \partial y}.$$

Используя закон Гука для плоского напряженного состояния

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} \cdot (\sigma_x - \nu \cdot \sigma_y), \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} \cdot (\sigma_y - \nu \cdot \sigma_x), \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \cdot \tau_{xy} = \frac{2 \cdot (1 + \nu)}{E} \cdot \tau_{xy},$$

где E - модуль упругости при растяжении, Па;

ν - коэффициент Пуассона;

G - модуль упругости при сдвиге, Па,

получим условие совместности в напряжениях:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \cdot (\sigma_x + \sigma_y) = 0. \quad (1.6)$$

Основной метод решения систем из трех дифференциальных уравнений (1.2), (1.3), (1.6), с учетом соответствующих граничных условий, состоит во введении новой функции напряжений, удовлетворяющей этим уравнениям. Установлено, что уравнения (1.2) и (1.3) удовлетворяются для некоторой функции φ , зависящей от координат x и y :

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \cdot \partial x}.$$

Для того чтобы функция напряжений φ удовлетворяла уравнению (1.6), подставим компоненты напряжений в (1.6)

$$\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \cdot \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} = 0.$$

Решая данное уравнение с учетом граничных условий, определяются функция φ и компоненты напряжений σ_x , σ_y , τ_{xy} в соответствии с приведенными зависимостями. Зная σ_x , σ_y , τ_{xy} , можно найти компоненты напряжений на любой наклоненной под углом α к осям x и y площадке ВС (рис. 1.3)

$$\sigma = \sigma_x \cdot \cos^2 \alpha + \sigma_y \cdot \sin^2 \alpha + 2 \cdot \tau_{xy} \sin \alpha \cdot \cos \alpha, \quad (1.7)$$

$$\tau = \tau_{xy} \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) + (\sigma_y - \sigma_x) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha. \quad (1.8)$$

При определенном угле α касательное напряжение τ равно нулю и выполняется соотношение

$$\frac{\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{tg} 2\alpha. \quad (1.9)$$

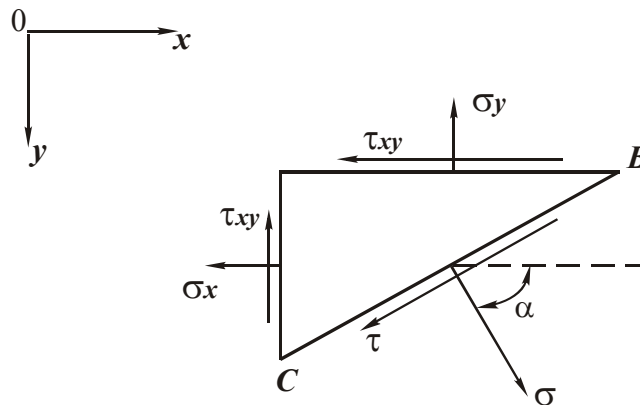


Рис. 1.3. Направления действия компонент напряжений на наклонной площадке BC.

Два взаимно перпендикулярных направления, для которых $\tau = 0$, называются *главными*, а соответствующие нормальные напряжения - *главными нормальными напряжениями*.

Уравнение равновесия в полярных координатах получим из расчетной схемы (рис. 1.4), проектируя все силы на радиальное направление (без учета объемных сил)

$$\begin{aligned} & (\sigma_r \cdot r)_1 \cdot d\theta - (\sigma_r \cdot r)_3 \cdot d\theta - (\sigma_\theta)_2 \cdot dr \cdot \frac{d\theta}{2} - (\sigma_\theta)_4 \times \\ & \times dr \cdot \frac{d\theta}{2} + [(\tau_{r\theta})_2 - \tau_{r\theta})_4] \cdot dr = 0 \end{aligned} \quad (1.10)$$

или

$$\begin{aligned} & \frac{(\sigma_r \cdot r)_1 - (\sigma_r \cdot r)_3}{dr} - \frac{1}{2} \cdot [(\sigma_\theta)_2 + (\sigma_\theta)_4] + \\ & + \frac{(\tau_{r\theta})_2 - \tau_{r\theta})_4}{d\theta} = 0 \end{aligned} \quad (1.11)$$

или

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0, \quad (1.12)$$

где 1,2,3,4- обозначение сторон элемента.

Проектируя все силы на окружное направление, после аналогичных преобразований, получим второе уравнение равновесия

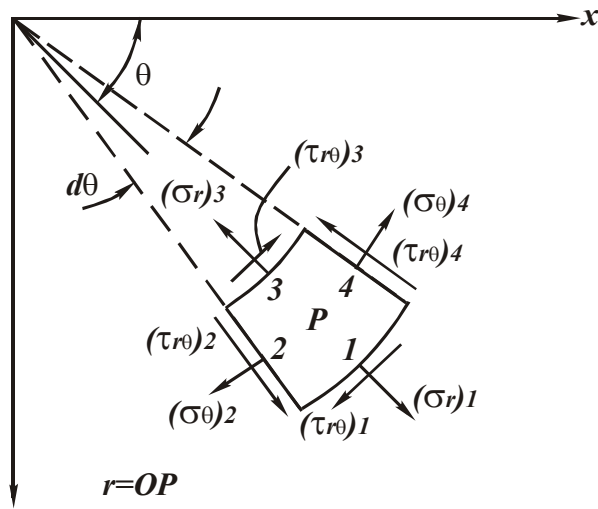


Рис. 1.4. Расчетная схема напряженного состояния.

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{2 \cdot \tau_{r\theta}}{r} = 0, \quad (1.13)$$

где θ - угол;

r - радиус-вектор;

σ_r - нормальная компонента напряжений в радиальном направлении;

σ_{θ} - нормальная компонента напряжений в окружном направлении;

$\tau_{r\theta}$ - касательная компонента напряжений.

Из зависимостей (1.7) и (1.8), принимая $\alpha = \theta$, можно установить связь между напряжениями σ_r , σ_{θ} , $\tau_{r\theta}$ и σ_x , σ_y , τ_{xy}

$$\sigma_r = \sigma_x \cdot \cos^2 \theta + \sigma_y \cdot \sin^2 \theta + 2 \cdot \tau_{xy} \sin \theta \cdot \cos \theta, \quad (1.14)$$

$$\sigma_{\theta} = \sigma_x \cdot \sin^2 \theta + \sigma_y \cdot \cos^2 \theta - 2 \cdot \tau_{xy} \sin \theta \cdot \cos \theta, \quad (1.15)$$

$$\tau_{r\theta} = (\sigma_y - \sigma_x) \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta + \tau_{xy} \cdot (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \quad (1.16)$$

и наоборот

$$\sigma_x = \sigma_r \cdot \cos^2 \theta + \sigma_{\theta} \cdot \sin^2 \theta - 2 \cdot \tau_{r\theta} \sin \theta \cdot \cos \theta, \quad (1.17)$$

$$\sigma_y = \sigma_r \cdot \sin^2 \theta + \sigma_{\theta} \cdot \cos^2 \theta - 2 \cdot \tau_{r\theta} \sin \theta \cdot \cos \theta, \quad (1.18)$$

$$\tau_{xy} = (\sigma_r - \sigma_{\theta}) \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta + \tau_{r\theta} \cdot (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta). \quad (1.19)$$

Функция напряжений φ в полярных координатах, удовлетворяющая уравнениям (1.12) и (1.13), связана с компонентами напряжений следующими соотношениями

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2}, \quad (1.20)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2}, \quad (1.21)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial \theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right). \quad (1.22)$$

Уравнение совместности (1.6) с учетом приведенных соотношений принимает вид

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \cdot \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} \right) = 0.$$

Решая данное дифференциальное уравнение с учетом конкретных граничных условий, определяется функция φ и по зависимостям (1.20), (1.21) и (1.22)- компоненты напряжений, σ_r , σ_θ , $\tau_{r\theta}$.

В полярной системе координат компоненты перемещений в радиальном и окружном направлениях обозначим через U и \mathcal{G} .

Относительные удлинения элемента в радиальном и окружном направлениях определяются

$$\varepsilon_r = \frac{\partial U}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{U}{r} + \frac{\partial \mathcal{G}}{r \cdot \partial \theta}. \quad (1.23)$$

Деформация сдвига

$$\gamma_{r\theta} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial r} - \frac{\mathcal{G}}{r}.$$

Закон Гука для плоского напряженного состояния выражается

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E} \cdot (\sigma_r - \nu \cdot \sigma_\theta), \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E} \cdot (\sigma_\theta - \nu \cdot \sigma_r), \\ \gamma_{r\theta} &= \frac{1}{G} \cdot \tau_{r\theta}. \end{aligned} \quad (1.24)$$

1.2. Напряжения, возникающие от действия сосредоточенной силы, приложенной в некоторой точке прямолинейной границы

Решая задачу в полярной системе координат (рис 1.5,а), можно принять $\sigma_\theta = \tau_{r\theta} = 0$, так как граница АВ свободна от напряжений.

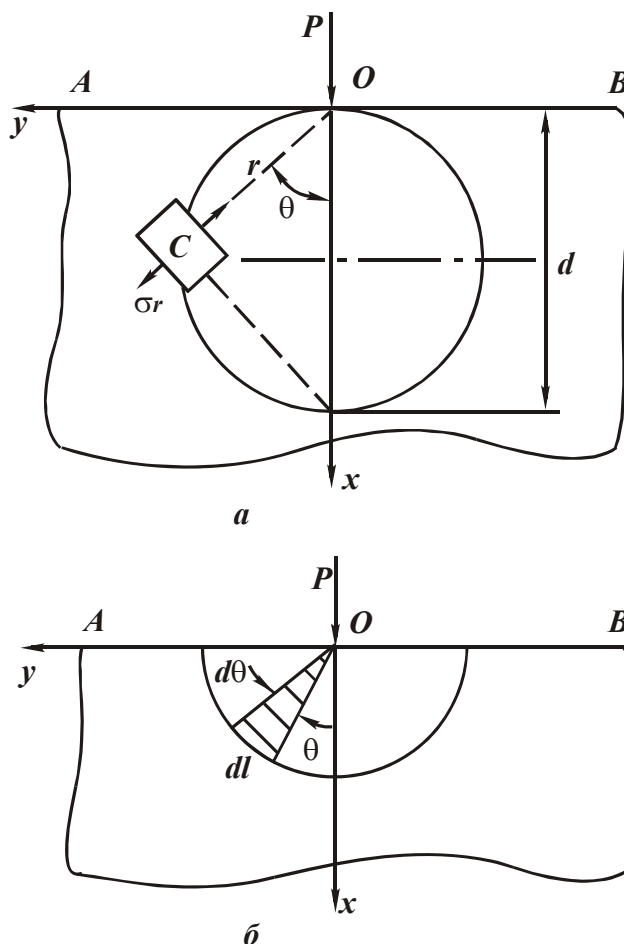


Рис. 1.5. Расчетная схема напряжений от действия сосредоточенной силы P .

Уравнение равновесия (1.12) упрощается:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r}{r} = 0. \quad (1.25)$$

Представляя его в виде $\frac{d\sigma_r}{\sigma_r} = -\frac{dr}{r}$, приходим к решению

$$\ln \sigma_r = -\ln r + \ln C_1 \text{ или}$$

$$\sigma_r = \frac{C_1}{r}, \quad (1.26)$$

где C_1 - некоторая постоянная.

Напряжение σ_r , возникающее на цилиндрической поверхности радиуса r (рис. 1.5,б) от действия сосредоточенной силы P , равно

$$\sigma_r = \frac{P}{\Delta l} \cdot \cos \theta,$$

где Δl - длина элементарного участка цилиндрической поверхности.

Отношение $\frac{P}{\Delta l}$ определяет нормальное напряжение, описываемое зависимостью (1.26), тогда

$$\sigma_r = -\frac{C_1 \cdot \cos \theta}{r}. \quad (1.27)$$

Постоянную C_1 получим из условия равновесия результирующей усилий, действующих на цилиндрическую поверхность радиусом r , и силы P . Результирующая усилий определяется суммированием вертикальных составляющих $\sigma_r \cdot r \cdot d\theta \cdot \cos \theta$, действующих на каждый элемент $\Delta l = r \cdot d\theta$ поверхности.

Из условия: $2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sigma_r \cdot r \cdot \cos \theta \cdot d\theta = -P$, с учетом (1.27), имеем

$$C_1 = -\frac{2 \cdot P}{\pi},$$

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot P}{\pi} \cdot \frac{\cos \theta}{r}. \quad (1.28)$$

Рассматривая приближенно $\Delta l = \pi \cdot r$, приходим к решению

$$\sigma_r = \frac{P \cdot \cos \theta}{r \cdot \pi}.$$

Оно отличается от решения (1.28). Напряжения σ_r , рассчитанные по зависимости (1.28), больше в два раза напряжений, рассчитанных по приближенной зависимости.

Для расчета напряжений в теле от действия сосредоточенной силы P существует также фундаментальное решение [26]:

$$\varphi = -\frac{P}{\pi} \cdot r \cdot \theta \cdot \sin \theta.$$

С учетом зависимостей (1.20), (1.21), (1.22) компоненты напряжений определяются

$$\begin{aligned}\sigma_r &= -\frac{2 \cdot P}{\pi} \cdot \frac{\cos \theta}{r}, \\ \sigma_\theta &= 0, \\ \tau_{r\theta} &= 0.\end{aligned}$$

Полученные зависимости удовлетворяют условиям равновесия (1.12) и (1.13), уравнению совместности и граничным условиям на границе АВ ($\sigma_\theta = \tau_{r\theta} = 0$). При $\theta = 0$ и $r = 0$ напряжение $\sigma_r \rightarrow \infty$, т.е. из решения необходимо исключить точку приложения силы P . Данное решение идентично решению (1.28).

Из решения вытекает, что любой элемент С, расположенный на расстоянии r от точки приложения силы P , подвергается простому сжатию в радиальном направлении. С увеличением θ и r напряжение σ_r уменьшается.

Принимая $r = d \cdot \cos \theta$ (где d - диаметр окружности с центром на оси ОХ и касательной к оси ОУ в точке О, рис.1.5,а), напряжение σ_r описывается

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot P}{\pi \cdot d}. \quad (1.29)$$

Следовательно, напряжение σ_r во всех точках окружности одинаково за исключением точки приложения силы, где $\sigma_r \rightarrow \infty$. Чем больше диаметр окружности d , тем меньше напряжение σ_r . Очевидно, внутри окружности напряжение больше, чем снаружи.

При действии силы P в горизонтальном направлении (рис. 1.6,а) решение остается прежним, однако, угол θ необходимо отсчитывать от направления действия силы [26].

С помощью этих двух решений путем суперпозиции можно определить напряжение при действии силы P под углом ψ (рис.1.6,б).

Для этого необходимо силу P разложить на две составляющие $P \cdot \cos \psi$ и $P \cdot \sin \psi$. В результате напряжение σ_r опишется:

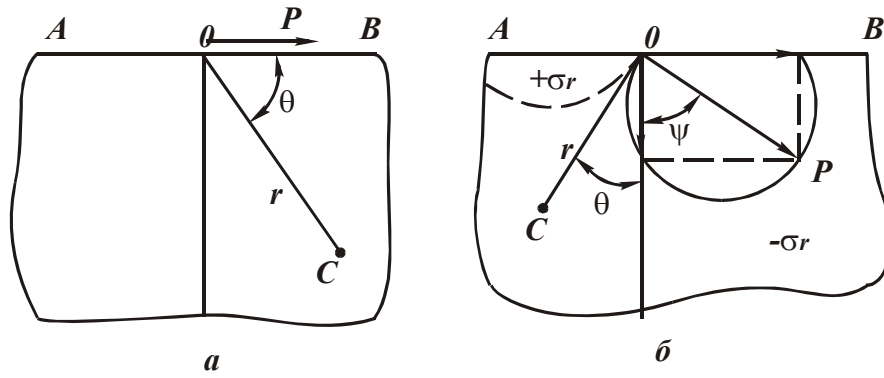


Рис. 1.6. Расчетные схемы напряжений.

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{2}{\pi \cdot r} \cdot \left[P \cdot \cos \psi \cdot \cos \theta + P \cdot \sin \psi \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} + \theta \right) \right] = \\ &= -\frac{2 \cdot P}{\pi \cdot r} \cdot \cos(\psi + \theta). \end{aligned}$$

Наибольшее значение напряжения σ_r достигается при $\cos(\psi + \theta) = 1$, т.е. при $\theta = -\psi$, что совпадает с направлением действия силы P (угол θ отсчитывается от оси OX). Следовательно, центр окружности диаметром d расположен на линии действия силы P .

При $0 < \psi + \theta < 90^\circ$ возникает напряжение сжатия ($\sigma_r < 0$), при $\psi + \theta > 90^\circ$ - напряжение растяжения ($\sigma_r > 0$), рис.1.6,б.

Как правило, пределы прочности материала на сжатие и растяжение различны. Для относительно хрупких материалов предел прочности на сжатие может быть в несколько раз больше предела прочности на растяжение. Следовательно, разрушение материала от действия силы P произойдет в области растягивающих напряжений, с большей вероятностью для случая $\psi = 90^\circ$.

В декартовой системе координат компоненты напряжений σ_x , σ_y , τ_{xy} с учетом зависимостей (1.17), (1.18), (1.19) и параметров σ_r , σ_θ и $\tau_{r\theta}$ определяются

$$\sigma_x = -\frac{2 \cdot P}{\pi} \cdot \frac{\cos^3 \theta}{r}, \quad (1.30)$$

$$\sigma_y = -\frac{2 \cdot P}{\pi} \cdot \frac{\sin^2 \theta \cdot \cos \theta}{r}, \quad (1.31)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{2 \cdot P}{\pi} \cdot \frac{\sin \theta \cdot \cos^2 \theta}{r}. \quad (1.32)$$

Касательное напряжение τ на наклонной площадке определяется из преобразованной зависимости (1.8):

$$\tau = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \frac{1}{4} \cdot (\sigma_y - \sigma_x)^2} \cdot \sin(2\alpha + \alpha'), \quad (1.33)$$

где

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{2 \cdot \tau_{xy}}{(\sigma_y - \sigma_x)}. \quad (1.34)$$

Максимальное значение τ имеет место при $\sin(2\alpha + \alpha') = 1$

$$\tau_{max} = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \frac{1}{4} \cdot (\sigma_y - \sigma_x)^2}. \quad (1.35)$$

Угол α равен

$$\alpha = 45^\circ - \frac{\alpha'}{2}. \quad (1.36)$$

Нормальное напряжение σ , определяемое зависимостью (1.7), для данного угла α равно

$$\sigma = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_y - \sigma_x). \quad (1.37)$$

Подставляя (1.30), (1.31), (1.32) в (1.35), имеем

$$\tau_{max} = -\frac{P}{\pi} \cdot \frac{\cos \theta}{r} = \frac{\sigma_r}{2}. \quad (1.38)$$

Угол α с учетом (1.34), (1.30), (1.31), (1.32) определяется

$$\alpha = 45^\circ + \theta. \quad (1.39)$$

Угол между векторами напряжений τ_{max} и σ_r равен 45° .

При $\theta = 0$ угол $\alpha = 45^\circ$. Это соответствует условиям разрушения прямоугольного образца при его одноосном сжатии (растяжении).

При плоском напряженном состоянии ($\sigma_x \neq 0, \sigma_y \neq 0, \tau = 0$) параметры $\tau_{max}, \alpha, \alpha'$ равны $\tau_{max} = 0,5 \cdot (\sigma_y - \sigma_x); \alpha' = 0; \alpha = 45^\circ$.

Принимая $\sigma_y = \sigma_o, \sigma_x = -\sigma_o$, имеем $\tau_{max} = \sigma_o$.

Нормальное напряжение σ , определяемое зависимостью (1.37), равно

нулю. Такое напряженное состояние называется *чистым сдвигом*.

Если сила P действует на границе ограниченной по оси OY бесконечно большой пластинки (рис. 1.6,в), то в пределах $0 < r < a$ справедливо решение (1.28), а в пределах $r \geq a$ - решение (1.27).

Постоянную C_1 определим из условия равновесия результирующей усилий, действующих на цилиндрическую поверхность радиусом $r \geq a$, и силы P . По аналогии с решением (1.28), имеем

$$\int_0^{\frac{\pi}{2} + \theta_0} \sigma_r \cdot r \cdot \cos \theta \cdot d\theta = -P,$$

откуда

$$C_1 = -\frac{4 \cdot P}{\pi + 2 \cdot \theta_0 + \sin 2\theta_0}.$$

Напряжение σ_r для $r \geq a$ равно

$$\sigma_r = -\frac{4 \cdot P \cdot \cos \theta}{(\pi + 2 \cdot \theta_0 + \sin 2\theta_0) \cdot r}.$$

На границе AC с учетом $a = r \cdot \sin \theta_0$ и $\theta = \theta_0$:

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot P \cdot \sin 2\theta_0}{(\pi + 2 \cdot \theta_0 + \sin 2\theta_0) \cdot a}.$$

С увеличением длины a напряжение σ_r пропорционально уменьшается, а с увеличением угла θ_0 - первоначально возрастает, затем уменьшается, проходя точку максимума. Для определения экстремального значения угла θ_0 возьмем производную от σ_r и полученное выражение приравняем к нулю. В результате имеем

$$\operatorname{tg} 2\theta_0 = \pi + 2 \cdot \theta_0 \text{ или } \theta_0 \approx 39^\circ.$$

Экстремальное значение θ_0 , полученное на основе решения (1.28) с учетом $r = \frac{a}{\sin \theta_0}$ и $\theta = \theta_0$, равно 45° . Следовательно, решение (1.28) с

достаточной для практики точностью может быть использовано для расчета напряженного состояния зоны резания, рассматривая параметр a как толщину среза.

1.3. Напряжения, возникающие от действия распределенной нагрузки, действующей на прямолинейной границе

Предположим, на прямолинейную границу действует равномерно распределенная нормальная нагрузка интенсивностью $q = \frac{P}{l}$, рис. 1.7.

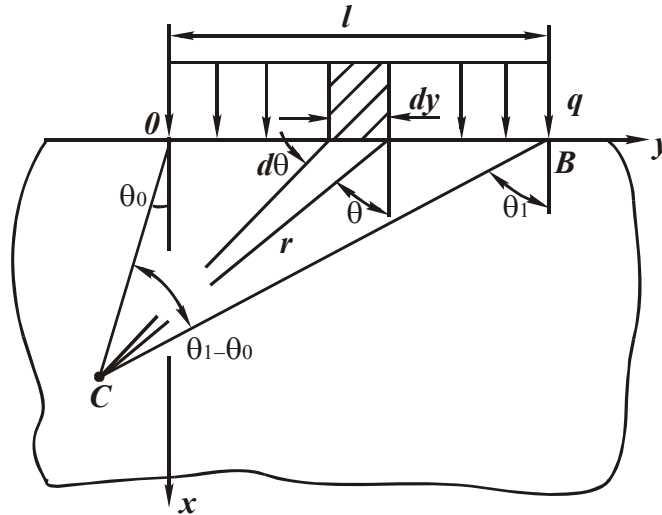


Рис. 1.7. Расчетная схема напряжений от действия распределенной нагрузки q .

Напряжение $d\sigma_r$ от элементарной силы $dP = q \cdot dy$ в точке С равно:

$$d\sigma_r = -\frac{2 \cdot q \cdot dy \cdot \cos \theta}{\pi \cdot r}, \quad (1.40)$$

где $dy = \frac{r \cdot d\theta}{\cos \theta}$ - элементарная площадка;

$d\theta$ - элементарный угол, тогда

$$d\sigma_r = -\frac{2 \cdot q}{\pi} \cdot d\theta. \quad (1.41)$$

Составляющая напряжения $d\sigma_r$ в направлении линии ОС, расположенной под углом θ_0 к оси ОХ, равна

$$\overline{d\sigma_r} = d\sigma_r \cdot \cos(\theta - \theta_0) = -\frac{2 \cdot q}{\pi} \cdot \cos(\theta - \theta_0) \cdot d\theta. \quad (1.42)$$

Интегрируя $\overline{d\sigma_r}$ в пределах $\theta = \theta_0 \dots \theta_1$, имеем

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot q}{\pi} \cdot \sin(\theta - \theta_o). \quad (1.43)$$

От зависимости (1.43) несложно перейти к зависимости (1.28). Для этого примем $l = dy$ ($l \rightarrow 0$), где $dy = \frac{r \cdot d\theta}{\cos \theta}$; $d\theta = \theta_1 - \theta_o$, так как $\theta_1 - \theta_o \rightarrow 0$.

Тогда с учетом $\sin(\theta_1 - \theta_o) \approx \theta_1 - \theta_o$, $q = \frac{P}{l}$ зависимость (1.43) принимает вид (1.28).

При $\theta_o = 0$ напряжение σ_r , исходя из (1.43), равно

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot q}{\pi} \cdot \sin \theta_1.$$

С увеличением угла θ_1 от 0 до 90° напряжение σ_r возрастает от 0 до $-\frac{2 \cdot q}{\pi}$. В отличие от решения, полученного для сосредоточенной силы, в данном решении напряжение σ_r принимает конечное значение.

Условно угол $(\theta_1 - \theta_o)$ является углом треугольника, вписанного в окружность диаметром D_o . Основание треугольника равно l . Из планиметрии известно, что вписанный угол составляет половину центрального угла φ , опирающегося на ту же дугу окружности. Следовательно, все углы, опирающиеся на данную дугу, равны между собой.

Напряжение σ_r для данного угла $\theta_1 - \theta_o$, постоянно. Положения окружностей, определяемых из условия $\theta_1 - \theta_o = \text{const}$, показано на рис. 1.8.

Максимальное напряжение достигается в точках полуокружности диаметром $D = l$. В точках О и В напряжение σ_r равно:

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot q}{\pi}. \quad (1.44)$$

С увеличением нагрузки q напряжение σ_r возрастает. При достижении в полуокружности диаметром $D = l$ предельного напряжения $\sigma_r = \sigma_{сж}$ (где $\sigma_{сж}$ - предел прочности материала на сжатие, Па) произойдет разрушение материала в виде местного выкрашивания.

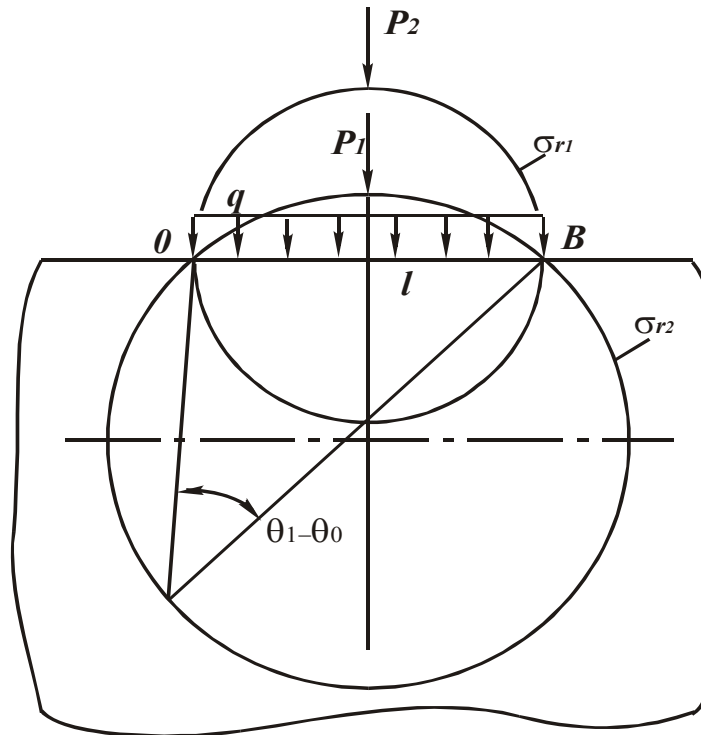


Рис. 1.8. Положения окружностей одинаковых напряжений ($\sigma_{r1} > \sigma_{r2}$).

Данный вид разрушения типичен для контактируемых поверхностей деталей машин.

Нагрузка q должна как минимум в 1,57 раз превышать $\sigma_{сжс}$.

С учетом $\varphi = 2 \cdot (\theta_1 - \theta_0)$ справедливо соотношение

$$\frac{l/2}{D/2} = \sin \frac{\varphi}{2} = \sin(\theta_1 - \theta_0) = \frac{l}{D}.$$

Тогда зависимость (1.43) принимает вид

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot q}{\pi} \cdot \frac{l}{D}. \quad (1.45)$$

Рассматривая $q = P/l$, приходим к решению (1.29) при $D = d$.

Изменяя точку приложения силы P (рис.1.8), несложно перейти от окружностей одинаковых напряжений для сосредоточенной силы к окружностям одинаковых напряжений для распределенной нагрузки q .

Определим напряжения, возникающие от действия на границе полуплоскости двух сосредоточенных сил P_1 и P_2 , расположенных на расстоянии l , рис.1.9,а. По аналогии с решением для распределенной

нагрузки q , суммарное напряжение σ_r опишется

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot P_1 \cdot \cos \theta_0}{\pi \cdot r_1} - \frac{2 \cdot P_2 \cdot \cos \theta}{\pi \cdot r_2} \cdot \cos(\theta - \theta_0).$$

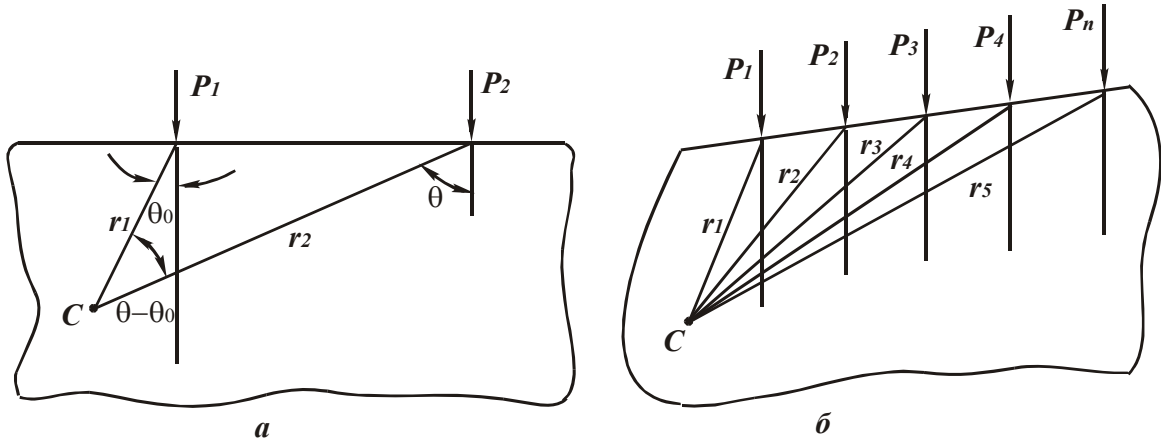


Рис. 1.9. Расчетная схема напряжений от действия двух сосредоточенных сил (а) и система сил, возникающих при резании многолезвийным инструментом (б).

Из теоремы синусов вытекают соотношения

$$\frac{r_1}{\sin(90^\circ - \theta)} = \frac{r_2}{\sin(90^\circ + \theta)} = \frac{l}{\sin(\theta + \theta_0)}.$$

Выражая радиусы r_1 и r_2 через l с учетом $P_1 = P_2 = P$, имеем

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot P}{\pi \cdot l} \cdot \sin \alpha \cdot \left[\frac{\cos \theta_0}{\cos(\alpha + \theta_0)} + \frac{\cos(\alpha + \theta_0)}{\cos \theta_0} \cdot \cos \alpha \right],$$

где $\alpha = \theta - \theta_0$.

При $\alpha \rightarrow 0$ напряжение σ_r равно

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot q}{\pi} \cdot \sin \alpha \cdot (1 + \cos \alpha),$$

где $q = \frac{P}{l}$.

Напряжение зависит от радиальной нагрузки q и угла α . По аналогии с предыдущим решением для распределенной нагрузки, положение точек одинаковых напряжений σ_r описывается уравнением окружности.

Положение точек одинаковых напряжений σ_r для $0 < \alpha < 180^\circ$ предлагаем читателю определить самостоятельно на основе численного расчета.

Таким же образом можно получить распределение напряжений σ_r для любой системы сосредоточенных сил P_1, P_2, P_3, \dots , действующих на границе полуплоскости.

Данное решение можно использовать, например, для определения напряжений в поверхностном слое обрабатываемого материала при шлифовании, рассматривая силы P_1, P_2, P_3, \dots в качестве сил, действующих на режущие зерна круга.

Данная расчетная схема справедлива также для процесса протягивания. При фрезеровании, многолезцовой обработке, глубинном шлифовании следует рассматривать расчетную схему в виде, показанном на рис. 1.9, б.

1.4. Распределение напряжений в зоне резания

От действия сосредоточенной силы P , приложенной к вершине инструмента, возникает поле напряжений σ_r , описываемое окружностями одинаковых напряжений, рис.1.10,а.

В обрабатываемом материале возникают напряжения сжатия и растяжения, в теле инструмента - напряжение сжатия от силы P , приложенной в его вершине и действующей в сторону инструмента. Одна из окружностей одинаковых напряжений диаметром d будет касаться границы полуокружности mn в точке А.

Следовательно, в этой точке на линии mn напряжения σ_r достигают максимального значения. Внутри окружности диаметром d напряжения σ_r больше, чем в точке А.

При $\sigma_r = \sigma_{сж}$ в точке А возможно разрушение материала. Линия ОА определяет положение опасного сечения.

Условный угол сдвига материала β после несложных тригонометрических преобразований выражается

$$\beta = \frac{\psi}{2}. \quad (1.46)$$

Диаметр окружности d , касающейся границы полуокружности в точке А, равен

$$d = \frac{2 \cdot a}{1 - \cos \psi}, \quad (1.47)$$

где a - толщина среза.

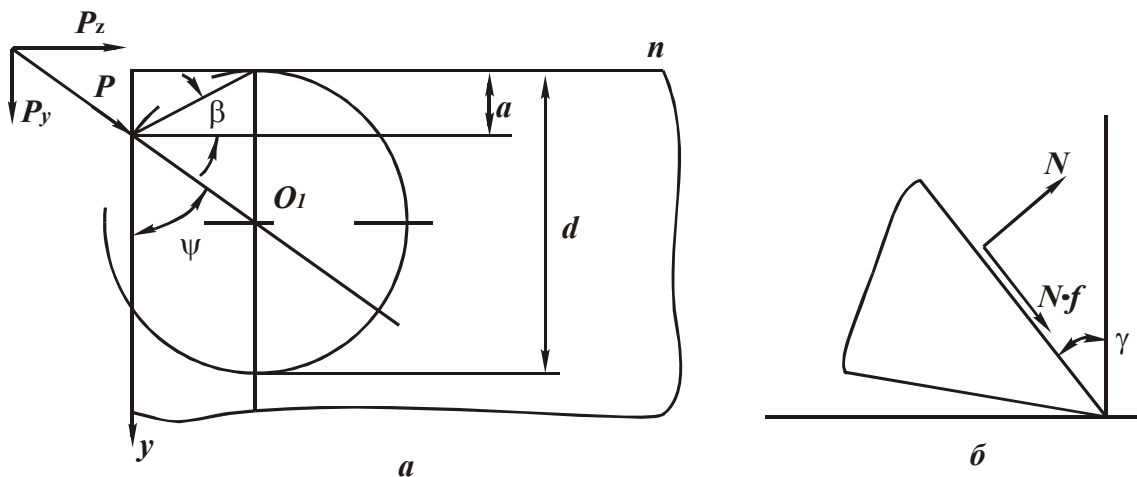


Рис. 1.10. Расчетная схема напряжений при резании материала (а) и схема сил N и $N \cdot f$, действующих на передней поверхности инструмента (б).

При $\sigma_r = \sigma_{сж}$ из зависимости (1.29) определяется сила P

$$P = - \frac{\pi \cdot a \cdot \sigma_{сж}}{1 - \cos \psi}. \quad (1.48)$$

Сила P , необходимая для разрушения материала вдоль линии ОА, тем больше, чем больше параметры a , $\sigma_{сж}$, ψ .

Сила P определена для единичной ширины резания. Для ширины резания B сила P равна

$$P = - \frac{\pi \cdot a \cdot B \cdot \sigma_{сж}}{1 - \cos \psi}. \quad (1.49)$$

Составляющие силы резания P_z и P_y , условное напряжение резания $\sigma = \frac{P_z}{a \cdot B}$, определяются

$$P_z = - \frac{\pi \cdot a \cdot B \cdot \sigma_{сж}}{1 - \cos \psi} \cdot \sin \psi, \quad (1.50)$$

$$P_y = -\frac{\pi \cdot a \cdot B \cdot \sigma_{сж}}{1 - \cos \psi} \cdot \cos \psi, \quad (1.51)$$

$$\sigma = -\frac{\pi \cdot \sigma_{сж}}{1 - \cos \psi} \cdot \sin \psi. \quad (1.52)$$

Тангенциальная составляющая силы резания P_z направлена по оси OZ, а радиальная составляющая P_y - по оси OY, рис. 1.10,а.

Для определения угла ψ силу P разложим на две составляющие N и $F = N \cdot f$, возникающие на передней поверхности инструмента (f - коэффициент трения материала с передней поверхностью инструмента), рис.1.10,б

$$\psi = 90^\circ - (\varphi - \gamma), \quad (1.53)$$

где γ - передний угол инструмента;

$$\operatorname{tg} \varphi = f \quad (\varphi - \text{угол трения}).$$

С учетом (1.53) зависимость (1.46) примет вид

$$\beta = 45^\circ + \frac{\gamma}{2} - \frac{\varphi}{2}. \quad (1.54)$$

Угол сдвига материала β тем больше, чем больше передний угол инструмента γ , и меньше угол трения φ . Зависимость (1.54) совпадает с известной зависимостью проф. Зворыкина К. А.

С учетом $\frac{P_z}{P_y} \approx \psi = K_{рез}$ (где $K_{рез}$ - коэффициент резания) параметры

P_z , P_y , σ определяются

$$P_z = -\frac{2 \cdot \pi \cdot a \cdot B \cdot \sigma_{сж}}{K_{рез}}, \quad (1.55)$$

$$P_y = -\frac{2 \cdot \pi \cdot a \cdot B \cdot \sigma_{сж}}{K_{рез}^2}, \quad (1.56)$$

$$\sigma = -\frac{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{сж}}{K_{рез}}. \quad (1.57)$$

Из зависимости (1.57) вытекает, что произведение параметров $\sigma \cdot K_{рез}$ является величина постоянная. Для сравнения ниже приведено приближенное решение о напряженном состоянии зоны резания от действия сосредоточенной силы P .

1.5. Упрощенная расчетная схема процесса резания

Составляющие силы резания P_z и P_y представим в виде (рис. 1.11)

$$P_z = P \cdot \cos \omega, \quad (1.58)$$

$$P_y = P \cdot \sin \omega, \quad (1.59)$$

$$P = \sqrt{P_z^2 + P_y^2}, \quad (1.60)$$

где ω - угол действия.

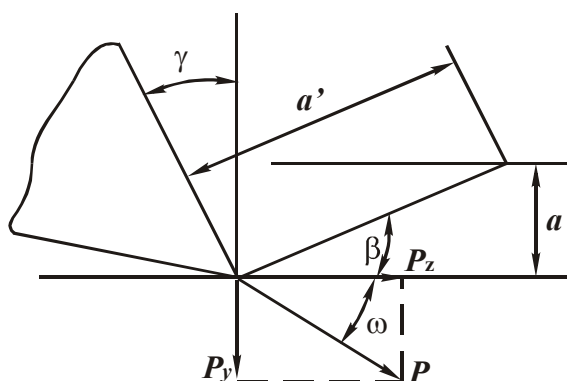


Рис.1.11. Расчетная схема параметров стружкообразования при резании.

Разрушение материала произойдет в сечении, в котором касательное напряжение τ принимает максимальное значение. Для его определения спроецируем силу P на плоскость, расположенную под углом β к направлению движения инструмента

$$\tau = \frac{P \cdot \cos(\omega + \beta) \cdot \sin \beta}{a \cdot B}. \quad (1.61)$$

Касательное напряжение τ имеет максимум от угла β . Экстремальное значение β получим из условия $\tau'_{\beta} = 0$

$$\beta = 45^\circ - \frac{\omega}{2}. \quad (1.62)$$

С увеличением угла ω от 0 до 90° угол сдвига β изменяется от 45° до 0 . Угол $\omega = \varphi - \gamma$. Тогда зависимость (1.62) опишется

$$\beta = 45^\circ + \frac{\gamma}{2} - \frac{\varphi}{2}. \quad (1.63)$$

Зависимость (1.63) идентична зависимости (1.54). Сила P определяется из (1.61) при условии $\tau = \tau_{сдв}$, где $\tau_{сдв}$ - предел прочности материала на сдвиг

$$P = \frac{\tau_{сдв} \cdot a \cdot B \cdot \sigma_{сж}}{\cos(\omega + \beta) \cdot \sin \beta} \quad (1.64)$$

или

$$P = \frac{\tau_{сдв} \cdot a \cdot B}{\sin^2 \beta} = \frac{\tau_{сдв} \cdot a \cdot B}{\sin^2 \left(45^\circ + \frac{\gamma}{2} - \frac{\varphi}{2} \right)}. \quad (1.65)$$

С увеличением угла сдвига β сила резания P уменьшается. Следовательно, уменьшить P можно увеличением γ и уменьшением φ (коэффициента трения f).

С учетом $\omega = 90^\circ - \psi$ (рис. 1.10) составляющие силы резания P_z , P_y и коэффициент резания $K_{рез} = \frac{P_z}{P_y}$ и σ определяются

$$P_z = \frac{\tau_{сдв} \cdot a \cdot B \cdot \cos(\varphi - \gamma)}{\sin^2 \left(45^\circ + \frac{\gamma}{2} - \frac{\varphi}{2} \right)} = \frac{2 \cdot \tau_{сдв} \cdot a \cdot B \cdot \sin \psi}{1 - \cos \psi}, \quad (1.66)$$

$$P_y = \frac{\tau_{сдв} \cdot a \cdot B \cdot \sin(\varphi - \gamma)}{\sin^2 \left(45^\circ + \frac{\gamma}{2} - \frac{\varphi}{2} \right)} = \frac{2 \cdot \tau_{сдв} \cdot a \cdot B \cdot \cos \psi}{1 - \cos \psi}, \quad (1.67)$$

$$K_{рез} = \operatorname{ctg}(\varphi - \gamma), \quad (1.68)$$

$$\sigma = \frac{\tau_{сдв} \cdot \cos(\varphi - \gamma)}{\sin^2\left(45^\circ + \frac{\gamma}{2} - \frac{\varphi}{2}\right)} = \frac{2 \cdot \tau_{сдв}}{\operatorname{tg} \frac{\psi}{2}}. \quad (1.69)$$

Рассматривая $\sigma_{сжс} = 2 \cdot \tau_{сдв}$, нетрудно видеть, что зависимости (1.66), (1.67) отличаются от зависимостей (1.50), (1.51) множителем π . Приближенное решение приводит к меньшим значениям P_z и P_y . Это связано с тем, что в приближенном решении напряжение в плоскости сдвига принимается одинаковым, а в уточненном решении - переменным: при $r \rightarrow 0 - \sigma_r \rightarrow \infty$, при максимальном значении $r - \sigma_r = \sigma_{сжс}$.

Зависимости (1.68) и (1.69) можно представить

$$K_{рез} = \operatorname{tg} 2\beta, \quad (1.70)$$

$$\sigma = \frac{2 \cdot \tau_{сдв}}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{2 \cdot \tau_{сдв}}{K_{рез}} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + K_{рез}^2}\right). \quad (1.71)$$

С увеличением угла сдвига β коэффициент резания $K_{рез}$ возрастает, а σ - уменьшается, табл. 1.1.

Таблица 1.1

Расчетные значения $K_{рез}$ и $\frac{\sigma}{2 \cdot \tau_{сдв}}$

β , град	0	10	20	30	45	60	90
$K_{рез}$	0	0,364	0,839	1,732	∞		
$\frac{\sigma}{2 \cdot \tau_{сдв}}$	∞	5,67	2,747	1,732	1,0	0,577	0

Произведение параметров $\sigma \cdot K_{рез}$ равно

$$\sigma \cdot K_{рез} = \frac{4 \cdot \tau_{сдв}}{1 - \operatorname{tg}^2 \beta}. \quad (1.72)$$

При $\beta \rightarrow 45^\circ$ выполняются условия $\sigma \cdot K_{рез} \rightarrow \infty$, $\sigma \rightarrow 2 \cdot \tau_{сдв}$. При небольших значениях β :

$$\sigma \cdot K_{рез} = 4 \cdot \tau_{сдв}, \quad (1.73)$$

т.е. произведение параметров $\sigma \cdot K_{рез}$ не зависит от условий обработки.

Коэффициент усадки стружки ξ , равный отношению толщины стружки a' к толщине среза a (рис.1.11), определяется

$$\xi = 2 \cdot \cos \gamma \cdot \operatorname{tg}(\varphi - \gamma) + \sin \gamma. \quad (1.74)$$

В табл. 1.2 приведены расчетные значения ξ (в числителе) и β (в знаменателе). Параметр ξ тем больше, чем больше угол φ и меньше угол γ . При $(\varphi - \gamma) \rightarrow 90^\circ$ параметр $\xi \rightarrow \infty$. При $(\varphi - \gamma) = 0$ угол сдвига $\beta = 0$ и процесс резания неосуществим.

Для определения неизвестного угла φ воспользуемся расчетной зависимостью (1.74) и экспериментальными данными коэффициента усадки стружки ξ (рис. 1.12,а [39]).

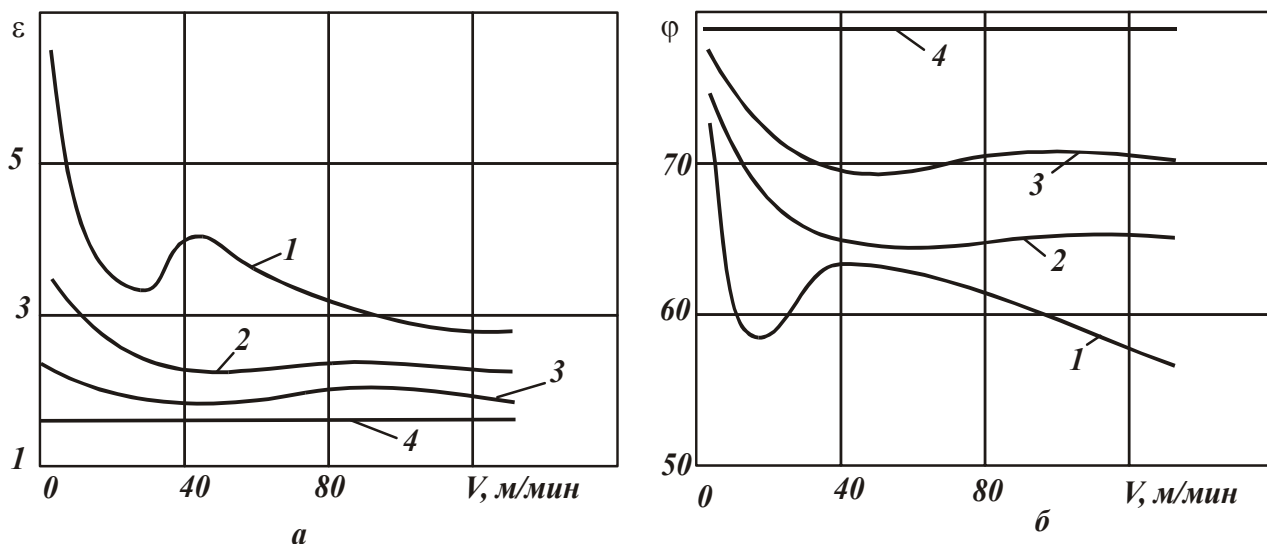


Рис. 1.12. Зависимости ξ и φ от скорости резания V : 1 – $\gamma = 0^\circ$; 2 – $\gamma = 15^\circ$; 3 – $\gamma = 30^\circ$; 4 – $\gamma = 45^\circ$ (сталь 20X; $a = 0,31$ мм; $b = 1,45$ мм).

Как следует из рис. 1.12,б, с увеличением угла γ и уменьшением скорости резания V угол трения φ возрастает.

Расчетные значения параметров ξ и β

γ°		45	30	20	10	0	-10	-45	-60
f	φ°								
	0	-	-	-	-	$\frac{0}{45}$	$\frac{0,173}{40}$	$\frac{0,707}{22,5}$	$\frac{0,866}{15}$
0,176	10	-	-	-	$\frac{0}{45}$	$\frac{0,352}{40}$	$\frac{0,543}{35}$	$\frac{1,31}{17,5}$	$\frac{1,881}{10}$
0,364	20	-	-	$\frac{0}{45}$	$\frac{0,52}{40}$	$\frac{0,728}{35}$	$\frac{0,963}{30}$	$\frac{2,32}{12,5}$	$\frac{4,8}{5}$
0,577	30	-	$\frac{0}{45}$	$\frac{0,667}{40}$	$\frac{0,89}{35}$	$\frac{1,15}{30}$	$\frac{1,479}{25}$	$\frac{4,578}{7,5}$	$\frac{\infty}{0}$
1,19	50	$\frac{0,83}{42,5}$	$\frac{1,13}{35}$	$\frac{1,42}{30}$	$\frac{1,82}{25}$	$\frac{2,38}{20}$	$\frac{3,237}{15}$	-	-
1,732	60	$\frac{1,08}{37,5}$	$\frac{1,5}{30}$	$\frac{1,919}{25}$	$\frac{2,52}{20}$	$\frac{3,464}{15}$	$\frac{5,23}{10}$	-	-
2,74	70	$\frac{1,36}{32,5}$	$\frac{1,95}{25}$	$\frac{2,58}{20}$	$\frac{3,58}{15}$	$\frac{5,494}{10}$	$\frac{10,99}{5}$	-	-
5,67	80	$\frac{1,69}{27,5}$	$\frac{2,56}{20}$	$\frac{3,59}{15}$	$\frac{5,58}{10}$	$\frac{11,34}{5}$	$\frac{\infty}{0}$	-	-
∞	90	$\frac{2,12}{22,5}$	$\frac{3,59}{15}$	$\frac{5,5}{10}$	$\frac{11,34}{5}$	$\frac{\infty}{0}$	-	-	-

Величина $tg\varphi$ принимает весьма большие значения 1,5...5,5, не свойственные коэффициенту трения обрабатываемого материала с передней поверхностью инструмента.

Следовательно, величина $tg\varphi$ не является коэффициентом трения (как это принято в теории резания материалов).

Аналогичные данные приведены в табл. 1.3 и на рис. 1.13, 1.14, полученные с использованием экспериментальных значений ξ и зависимости (1.74).

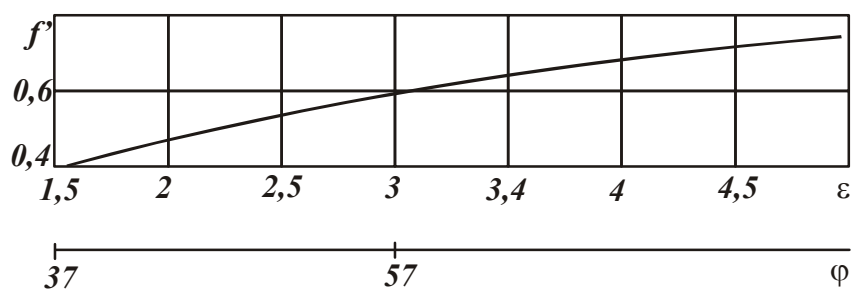


Рис. 1.13. Зависимость среднего коэффициента трения f' на передней поверхности инструмента от $\xi (\varphi)$ при обработке стали $\gamma = 0^\circ$ [39]

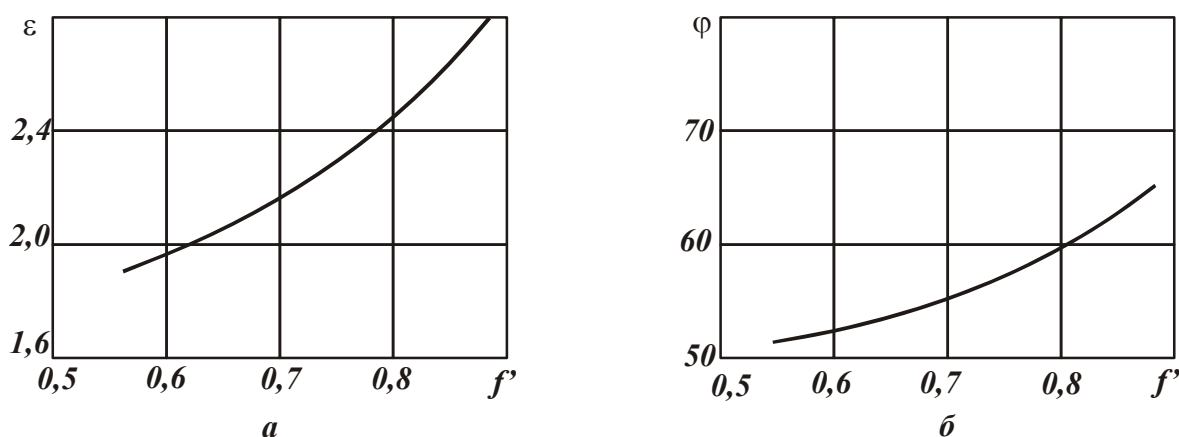


Рис. 1.14. Зависимости ξ и φ от f' (сталь 30; $\gamma = 10^\circ$; $t = 4$ мм; $S = 0,125 \div 0,78$ мм/об; $V = 35 \div 270$ м/мин) [38].

Таблица 1.3

Экспериментальные значения ξ [34] и расчетные значения φ , $tg\varphi$, полученные при точении меди алмазным и твердосплавным (из ВК6М, $\gamma = 0^\circ$) резцами

Скорость резания, V , м/мин	ξ		φ , град		$tg\varphi$	
	Алмаз	ВК6М	Алмаз	ВК6М	Алмаз	ВК6М
100	2,6	8,1	53	76	1,3	4,05
300	2,47	6,0	51	72	1,23	3,0
700	2,47	5,4	51	70	1,23	2,7

Таким образом, рассмотренная упрощенная расчетная схема не позволяет адекватно математически описать процесс резания. Для заданных значений γ и $tg\varphi = f < 1,0$, согласно зависимости (1.63), расчетные значения угла сдвига β значительно больше экспериментальных. К таким же результатам приходим на основе решения (1.54).

1.6. Напряжения в зоне резания от действия распределенной нагрузки

Распределение напряжений σ_r в зоне резания ($\gamma = 0^\circ$, $\varphi = 0^\circ$) от действия нормальной нагрузки q показано на рис.1.15,а.

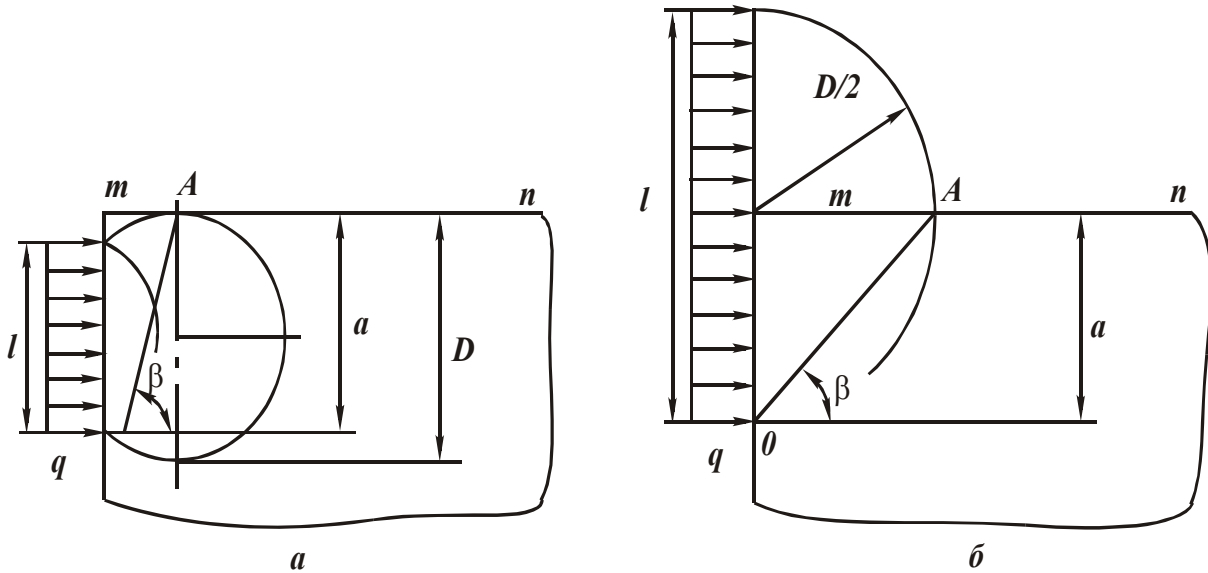


Рис.1.15. Расчетная схема напряжений при резании при действии распределенной нагрузки q : а) - $l < a$; б) - $l > a$.

При небольшой длине контакта обрабатываемого материала с передней поверхностью инструмента $l < a$ касаться границы полуплоскости mn будет окружность одинаковых напряжений с диаметром $D > l$. При $\sigma_r = \sigma_{сж}$ возможно разрушение материала по одной из линий, соединяющих точки А и Е (точка Е расположена на полуокружности диаметром $D = l$, соответствующей максимальным напряжениям).

Для $\gamma = 0^\circ$, $\varphi = 0^\circ$ угол сдвига $\beta \rightarrow 45^\circ$, что соответствует условию разрушения материала от действия сосредоточенной силы P , рис. 1.10. Это справедливо при резании относительно хрупких материалов, когда не образуется сплошная стружка и длина контакта l небольшая. При резании пластичных материалов длина контакта l значительна ($l > a$) и наибольшее напряжение σ_r на границе полуплоскости mn будет достигаться в точке А - точке пересечения полуокружности максимальных напряжений диаметром $D = l$ с границей mn , рис. 1.15,б. При $\sigma_r = \sigma_{сж}$ произойдет сдвиг материала вдоль дуги окружности ОА. Условный угол сдвига β равен

$$\operatorname{tg} \beta = \sqrt{\frac{1}{\frac{l}{a} - 1}}. \quad (1.75)$$

Угол β тем больше, чем больше толщина среза a и меньше длина контакта передней поверхности инструмента с обрабатываемым материалом l . Расчетные значения β приведены в таблице 1.4.

Таблица 1.4

Значения β

l/a	2	5	10	17	26	37	50	∞
β , град	45	27	18	14	11	9	8	0

При изменении l/a в пределах $2 \dots \infty$ угол сдвига β изменяется в пределах $45^\circ \dots 0$.

На передней поверхности инструмента наряду с нормальной нагрузкой q действует тангенциальная нагрузка q_1 . Это эквивалентно (в первом приближении) действию нормальной нагрузки $q_0 = \sqrt{q^2 + q_1^2}$ на площадке длиной l , наклоненной под углом φ к оси OY , рис. 1.16.

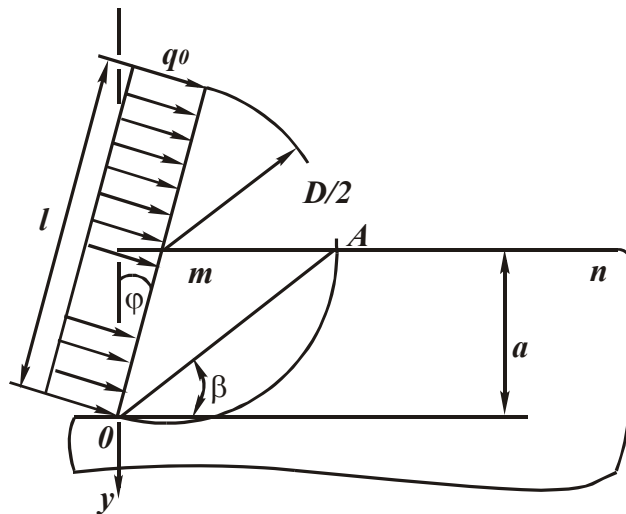


Рис. 1.16. Расчетная схема напряжений при действии распределенной нагрузки q_0 .

При $\sigma_r = \sigma_{сж}$ возможен сдвиг материала вдоль дуги OA .

Условный угол сдвига β определяется из условия

$$\sin \beta \cdot \sin(\varphi + \beta) = \frac{a}{l}. \quad (1.76)$$

После преобразований

$$\beta = \frac{1}{2} \cdot \left[\arccos \left(\cos \varphi - \frac{2 \cdot a}{l} \right) - \varphi \right]. \quad (1.77)$$

В табл. 1.5 приведены расчетные значения угла сдвига β (в градусах).

При $\varphi = 0$ значения угла β равны аналогичным значениям, полученным по зависимости (1.75) и приведенным в табл. 1.4.

С увеличением угла трения φ значение β уменьшается. В общем случае угол трения φ следует рассматривать в виде $(\varphi - \gamma)$, где γ - передний угол инструмента.

Тогда зависимость (1.77) выразится

$$\beta = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \arccos \left[\cos(\varphi - \gamma) - \frac{2 \cdot a}{l} \right] - (\varphi - \gamma) \right\}. \quad (1.78)$$

Таблица 1.5

Значения β

l/a	2	5	10	17	26	37	50	∞
φ , град								
0	45	27	18	14	11	9	8	0
15	-	20	12	8,5	6,5	4,5	3,5	0
30	-	16	9	6	4	2,5	2	0
45	-	13,5	7,5	4,5	2,5	2	1,5	0

Чем больше угол γ , тем меньше угол φ и, исходя из табл. 1.5, больше угол сдвига β . С увеличением угла трения φ , наоборот, угол сдвига β уменьшается.

Теоретические результаты согласуются с экспериментальными результатами.

В табл. 1.6 приведены экспериментальные значения угла сдвига β и угла трения φ , полученные при точении меди алмазными и твердосплавными из ВК6М, $\gamma = 0^\circ$) резцами, аналогичны данным табл. 1.3.

Здесь же приведены расчетные значения l/a , полученные с использованием зависимости (1.76) и экспериментальных значений β и φ .

Значения β , φ , l/a

V , м/мин	β , град		φ , град		l/a	
	Алмаз	ВК6М	Алмаз	ВК6М	Алмаз	ВК6М
100	21	7	20,5	39	0,235	0,088
300	22	9,5	23,5	39	0,265	0,118
700	22	10,5	16	31	0,23	0,12

Значения l/a меньше единицы. Для алмазного резца они больше, чем для твердосплавного резца. Следовательно, меньше длина контакта l при $a = \text{const}$. Это предопределяет более высокие значения угла сдвига β и меньшие значения коэффициента усадки стружки (табл.1.3).

Таким образом, представление силы резания в виде распределенной нагрузки q_0 позволяет устранить расхождение расчетных и экспериментальных данных угла сдвига.

Определим компоненты напряжений в декартовой системе координат, используя зависимости (1.17), (1.18), (1.19) для $\sigma_r \neq 0$, $\sigma_\theta = \tau_{r\theta} = 0$.

Для $\gamma = 0^\circ$, $f = 0$ ($\varphi = 0$) под действием распределенной нагрузки q максимальные напряжения $\sigma_r = \text{const}$ достигаются в точках полуокружности диаметром $D = l$, рис.1.17.

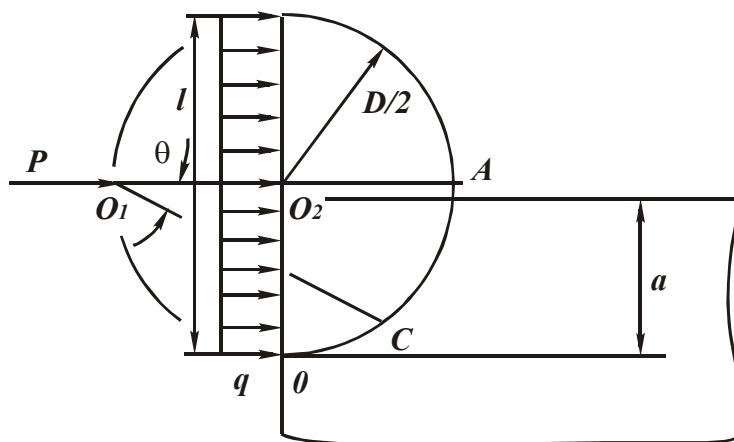


Рис. 1.17. Положение окружности одинаковых напряжений, возникающих от действия сосредоточенной силы P и распределенной нагрузки q .

Такое же распределение напряжений σ_r имеет место от действия сосредоточенной силы P , приложенной в точке O_1 . При $\sigma_r = \sigma_{сж}$ компоненты напряжений σ_x , σ_y , τ_{xy} зависят лишь от угла θ . В точке O

($\theta = 45^\circ$) они равны между собой

$$\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{сж} \approx \tau_{сдв}. \quad (1.79)$$

В точке А компоненты напряжений определяются (при небольших значениях a)

$$\sigma_x = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{сж} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{4 \cdot a}{l}}\right) \approx \tau_{сдв} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{4 \cdot a}{l}}\right), \quad (1.80)$$

$$\sigma_y = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{сж} \cdot \frac{1}{\left(1 + \sqrt{\frac{4 \cdot a}{l}}\right)} \approx \tau_{сдв} \cdot \frac{1}{\left(1 + \sqrt{\frac{4 \cdot a}{l}}\right)}, \quad (1.81)$$

$$\tau_{xy} \approx \frac{1}{2} \cdot \sigma_{сж} \approx \tau_{сдв}. \quad (1.82)$$

Из приведенных зависимостей следует, что при $a = 0$ (в точке О) все компоненты напряжений равны $\tau_{сдв}$. С увеличением толщины среза a (что соответствует положению точки А) напряжение σ_x возрастает, напряжение σ_y уменьшается, а τ_{xy} - остается постоянным.

При небольших значениях a ($a \ll l$) множитель $\left(1 + \sqrt{\frac{4 \cdot a}{l}}\right) \approx 1$ и все компоненты напряжений приблизительно равны между собой.

Если $f > 0$ ($\varphi > 0$), то в зависимостях (1.17), (1.18), (1.19) при $\sigma_r \neq 0$, $\sigma_\theta = \tau_{r\theta} = 0$ вместо угла θ необходимо рассматривать угол $(\theta + \varphi)$

$$\sigma_x = \sigma_r \cdot \cos^2(\theta + \varphi), \quad (1.83)$$

$$\sigma_y = \sigma_r \cdot \sin^2(\theta + \varphi), \quad (1.84)$$

$$\tau_{xy} = \sigma_r \cdot \sin(\theta + \varphi) \cdot \cos(\theta + \varphi). \quad (1.85)$$

С увеличением угла φ при $\sigma_r = \sigma_{сж}$ напряжение σ_x уменьшается, напряжения σ_y и τ_{xy} увеличиваются.

Определим напряжения для данных, приведенных в табл.1.6.

В точке О угол $\theta = 45^\circ$, а угол φ соответствует значениям, приведенным в табл.1.6. Для $\sigma_r = \sigma_{сж}$ в табл. 1.7 приведены расчетные значения $\frac{\sigma_x}{\sigma_{сж}}$, $\frac{\sigma_y}{\sigma_{сж}}$, $\frac{\tau_{xy}}{\sigma_{сж}}$.

Таблица 1.7

Значения компонент напряжений

V, м/мин	$\frac{\sigma_x}{\sigma_{сж}}$		$\frac{\sigma_y}{\sigma_{сж}}$		$\frac{\tau_{xy}}{\sigma_{сж}}$	
	Алмаз	ВК6М	Алмаз	ВК6М	Алмаз	ВК6М
100	0,168	0,01	0,828	0,989	0,371	0,104
300	0,129	0,01	0,864	0,989	0,334	0,104
700	0,235	0,058	0,765	0,94	0,424	0,234

Как видим, $\sigma_y > \tau_{xy} > \sigma_x$, напряжение σ_y незначительно отличается от $\sigma_{сж}$, в особенности при резании твердосплавным резцом. Напряжение $\sigma_x \ll \sigma_{сж}$, а при резании твердосплавным резцом $\sigma_x \approx 0$.

В табл. 1.8 приведены значения $\frac{\sigma_x}{\sigma_{сж}}$, $\frac{\sigma_y}{\sigma_{сж}}$, $\frac{\tau_{xy}}{\sigma_{сж}}$ для точки А с учетом

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{4 \cdot a}{l}} \right) \text{ и значений } \frac{a}{l}, \varphi, \text{ взятых из табл. 1.6.}$$

Таблица 1.8

Значения компонент напряжений

V, м/мин	$\frac{\sigma_x}{\sigma_{сж}}$		$\frac{\sigma_y}{\sigma_{сж}}$		$\frac{\tau_{xy}}{\sigma_{сж}}$	
	Алмаз	ВК6М	Алмаз	ВК6М	Алмаз	ВК6М
100	0,792	0,192	0,21	0,81	0,41	0,394
300	0,82	0,22	0,16	0,78	0,364	0,141
700	0,84	0,345	0,152	0,65	0,358	0,476

Напряжения σ_x и σ_y при резании твердосплавным резцом в точках О и А отличаются незначительно, а при резании алмазным резцом – существенно.

В точке О напряжение σ_x меньше, а напряжение σ_y больше, чем в точке А. Аналогичным образом можно определить компоненты напряжений в любой точке дуги ОА.

1.7. Физическая суть полученного решения

Применительно к упрощенной расчетной схеме процесса резания (рис.1.18), полученное решение означает, что в формировании угла сдвига β (для $\gamma = 0^\circ$) участвует нормальная нагрузка q , действующая на участке длиной a , и тангенциальная нагрузка q_1 , действующая на участке длиной l .

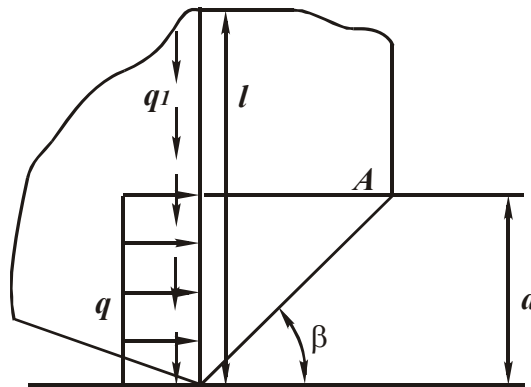


Рис. 1.18. Расчетная схема параметров стружкообразования при

Представим составляющие силы резания P'_z и P'_y в виде

$$P'_z = B \cdot a \cdot q_0, \quad (1.86)$$

$$P'_y = B \cdot l \cdot q_1. \quad (1.87)$$

С учетом $\frac{q_1}{q} = f = \operatorname{tg} \varphi$ коэффициент резания $K'_{рез} = \frac{P'_z}{P'_y}$ определится

$$K'_{рез} = \frac{a}{l} \cdot \operatorname{ctg} \varphi. \quad (1.88)$$

Принимая $K_{рез} = K'_{рез}$, с учетом зависимости (1.70), получим

$$\beta = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{arctg} \left[\frac{a}{l} \cdot \operatorname{tg}(90^\circ - \varphi) \right]. \quad (1.89)$$

При $\frac{a}{l}=1$ зависимость (1.89) выразится

$$\beta = \frac{1}{2} \cdot (90^\circ - \varphi). \quad (1.90)$$

Данная зависимость совпадает с зависимостью (1.63) при $\gamma = 0^\circ$.

Очевидно, угол β , рассчитанный по зависимости (1.89), будет всегда меньше угла β , рассчитанного по зависимости (1.90), так как $\frac{a}{l} < 1$. Чем меньше $\frac{a}{l}$, тем значительнее расхождение значений β . Следовательно, основной причиной более низких экспериментальных значений β по сравнению с расчетными является то, что в расчетной зависимости (1.63) не учитывается множитель $\frac{a}{l} < 1$. Наличие данного множителя в (1.89) приводит в соответствие теорию и практику резания.

Увеличить угол сдвига β , согласно зависимости (1.89), можно увеличением соотношения $\frac{a}{l}$, т. е. увеличением a и уменьшением l .

Исходя из расчетной схемы (1.18), в формировании угла сдвига β участвует сила $P'_y = P_y$ и сила $P'_z < P_z$. Условный угол трения φ' определяется

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{P'_y}{P'_z} = f \cdot \frac{P_z}{P'_z}, \quad (1.91)$$

где P'_z - часть силы P_z , действующей на участке длиной a ;

f - коэффициент трения на передней поверхности инструмента.

Величина $\operatorname{tg} \varphi'$ тем больше, чем больше f и $\frac{P_z}{P'_z}$. При резании хрупких материалов, когда не образуется сплошная стружка, выполняется

условие $\frac{P_z}{P'_z} \rightarrow 1$ ($\operatorname{tg} \varphi' \rightarrow f$). При резании пластичных материалов, характеризующемся образованием сливной стружки и протяженным участком контакта ее с передней поверхностью инструмента, $\frac{P_z}{P'_z} \gg f$.

Например, для $f = 0,35$ и $\operatorname{tg} \varphi' = 5,5$ (рис. 1.12) отношение $\frac{P_z}{P'_z}$ равно 15,7.

Соответственно $P'_z = 0,064 \cdot P_z$, т. е. P'_z составляет всего 6,4% от силы P_z . Основная часть силы P_z затрачивается на создание силы трения на передней поверхности инструмента P_y , что приводит к ухудшению условий стружкообразования.

Чрезвычайно большие значения $\operatorname{tg} \varphi'$ свидетельствует о высокой степени деформирования материала в так называемой зоне вторичной деформации, рис.1.19 [33]. По данным Зорева Н. Н. [38], степень деформации материала в зоне может в 20 раз и более превышать среднюю деформацию стружки.

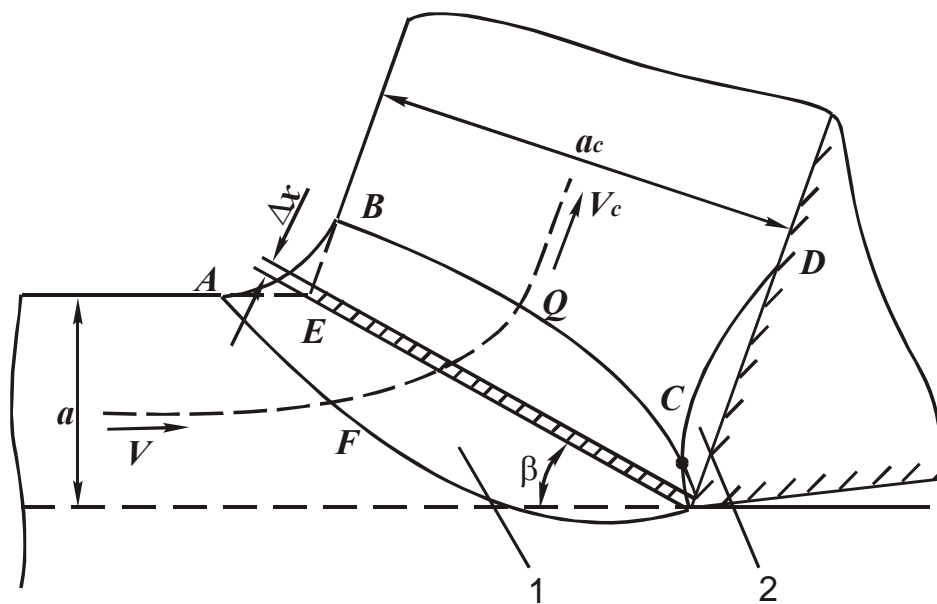


Рис. 1.19. Зоны первичной и вторичной деформаций при превращении срезаемого слоя в сливную стружку.

Это согласуется с приведенными выше результатами и указывает на то, что по физической сути зону II необходимо рассматривать зоной первичной деформации, а зону I (рис. 1.19) - зоной вторичной деформации.

Следовательно, степень деформирования материала зависит от угла φ' , который, согласно зависимости (1.91), определяется коэффициентом трения f и соотношением сил $\frac{P_z}{P'_z}$.

Уменьшить f можно применением эффективных технологических сред, нанесением покрытий на инструмент, увеличением температуры в зоне резания и т. д. Уменьшить $\frac{P_z}{P'_z}$ можно переводом материала из пластического состояния в хрупкое.

Для этого необходимо исчерпать запас пластичности материала, например, обработкой в "холоде", предварительным пластическим деформированием материала накатным роликом, резанием с вибрациями. Уменьшить $\frac{P_z}{P'_z}$ можно также дроблением стружки, созданием укороченной передней поверхности инструмента и т. д.

По сути, задача состоит в существенном уменьшении параметра $l \rightarrow 0$, переходу от распределенной нагрузки интенсивностью q_0 к сосредоточенной силе P , приложенной в вершине инструмента.

1.8. Упрощенный расчет параметров силовой напряженности процесса резания

Исходя из зависимости (1.44), с учетом $\sigma_r = \sigma_{сж}$ и, заменяя q величиной q_0 , можно определить нагрузку $q_0 = \sqrt{q^2 + q_1^2}$, действующую на площадке длиной l , наклоненной под углом φ к оси ОУ, рис. 1.16

$$q_0 = -\frac{\pi}{2} \cdot \sigma_{сж} = -1,57 \cdot \sigma_{сж}. \quad (1.92)$$

Для того чтобы произошло разрушение материала или его сдвиг вдоль линии ОА, необходимо создать нагрузку q_0 , в 1,57 раз превышающую предельное напряжение $\sigma_{сж}$. Для определения силы резания $P = q_0 \cdot l$ необходимо знать длину l , которая неизвестна, и рассчитать которую затруднено.

Следовательно, определить силу резания P аналитически в общем виде также затруднено.

Установить l можно на основе зависимости (1.78) с учетом экспериментальных данных угла сдвига β и угла трения φ или коэффициента усадки стружки ξ , который связан с углом сдвига β по формуле проф. Тиме:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\cos\gamma}{\xi - \sin\gamma}. \quad (1.93)$$

Зная длину l , определяются сила резания P и ее составляющие силы P_z и P_y - по зависимостям (1.58), (1.59) для $\alpha = \varphi - \gamma$. Угол φ должен быть установлен экспериментально.

Если $l \rightarrow 0$ (при резании относительно хрупких материалов), расчет угла сдвига β и составляющих силы резания P_z и P_y можно выполнить аналитически по зависимостям (1.63), (1.66), (1.67). Для этого необходимо знать угол трения φ (коэффициент трения f на передней поверхности инструмента).

Составляющие силы резания P'_z и P'_y , непосредственно участвующие в формировании угла β , исходя из зависимостей (1.70), (1.71) можно определить

$$P'_z = \frac{2 \cdot \tau_{сдв}}{\operatorname{tg}\beta} \cdot S, \quad (1.94)$$

$$P'_y = \frac{2 \cdot \tau_{сдв}}{\operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}2\beta} \cdot S, \quad (1.95)$$

где $S = a \cdot B$ - площадь поперечного сечения среза.

Для этого необходимо знать экспериментальное значение β . Зная P'_z , P'_y и экспериментальные значения P_z и P_y , возникающие на передней поверхности инструмента, определяются силы $P_z - P'_z$ и $P_y - P'_y$, не участвующие в формировании угла сдвига β . По сути, данный расчет позволяет произвести диагностику процесса резания, отдельно учесть силы, участвующие в формировании угла β .

Из зависимостей (1.94) и (1.95) следует увеличение составляющих силы резания с увеличением площади среза S (производительности обработки), прочности обрабатываемого материала $\tau_{сдв}$ и уменьшением угла сдвига β . Скорость резания не входит в зависимости. Она влияет на силы посредством изменения угла сдвига β . Например, исходя из рис.1.12, с увеличением скорости резания уменьшается коэффициент усадки стружки ξ , что в соответствии с зависимостью (1.93) ведет к уменьшению силы резания. Это подтверждается экспериментально, рис.1.20 [33].

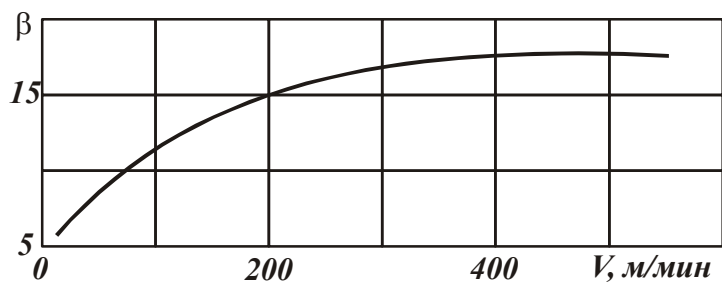


Рис. 1.20. Влияние скорости резания V на угол сдвига β (в градусах) при резании меди, $\gamma = 20^\circ$.

Аналогичным образом влияет на силу резания передний угол инструмента γ . С увеличением коэффициента трения f угол сдвига β уменьшается, табл.1.6.

В работе Зорева Н. Н. [42] предложена аналитическая зависимость для расчета составляющей силы резания P_z

$$P_z = \tau_y \cdot a \cdot v [\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{tg}(\beta + \omega)], \quad (1.96)$$

где τ_y - напряжение в плоскости сдвига;

ω - угол действия.

Данная зависимость вытекает из преобразованной зависимости (1.61) с учетом (1.58) и соотношения

$$\frac{\cos \omega}{\sin \beta \cdot \cos(\omega + \beta)} = \operatorname{ctg} \beta + \operatorname{tg}(\omega + \beta).$$

Подставляя в (1.96) зависимость (1.62), приходим к зависимости (1.94). Следовательно, зависимость (1.96) необходимо рассматривать промежуточной, а зависимость (1.94) - окончательной.

1.9. Упругие деформации при резании материалов

При плоском напряженном состоянии тела компоненты деформации ε_r , ε_θ , $\gamma_{r\theta}$ определяются зависимостями (1.24). Разрешая их относительно радиального напряжения σ_r с учетом $\sigma_\theta = \tau_{r\theta} = 0$, имеем

$$\sigma_r = \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot (\varepsilon_r + \nu \cdot \varepsilon_\theta).$$

Для осесимметричного поля деформаций

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}, \quad (1.97)$$

$$\sigma_r = \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{du}{dr} + \nu \cdot \frac{u}{r} \right). \quad (1.98)$$

Подставляя (1.98) в дифференциальное уравнение (1.25), имеем

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{(1+\nu)}{r} \cdot \frac{du}{dr} = 0. \quad (1.99)$$

Введем обозначение $z = \frac{du}{dr}$, тогда

$$\frac{dz}{dr} + \frac{(1+\nu)}{r} \cdot z = 0. \quad (1.100)$$

Решение данного дифференциального уравнения [35]

$$z = C_1 \cdot e^{-\int \frac{(1+\nu)}{r} \cdot dr} = C_1 \cdot r^{-(1+\nu)}, \quad (1.101)$$

$$u = -\frac{C_1}{\nu \cdot r^\nu} + C_2. \quad (1.102)$$

Неизвестные постоянные C_1 и C_2 определяются из граничных условий. Нормальное напряжение σ_r выражается

$$\sigma_r = \frac{E \cdot \nu}{(1 - \nu^2)} \cdot \frac{C_2}{r}. \quad (1.103)$$

Предположим, напряжение σ_r вызвано действием распределенной нагрузки q , рис.1.21.

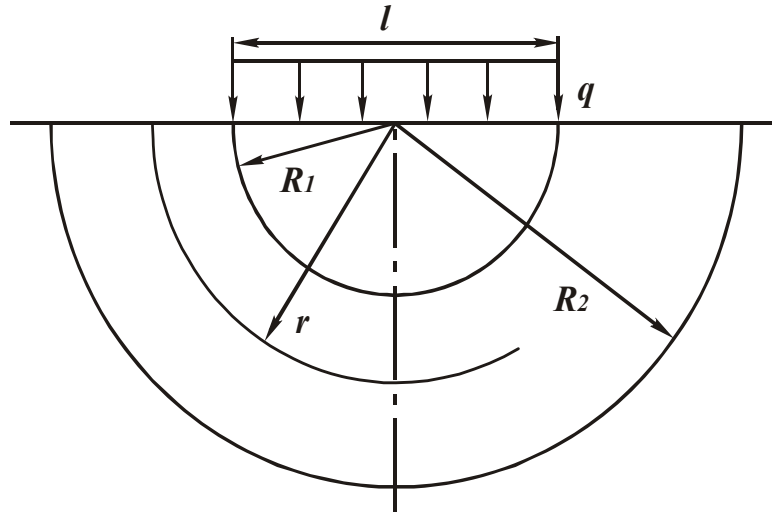


Рис. 1.21. Расчетная схема деформаций от нагрузки q .

В точках полуокружности диаметром $D = l$ напряжение σ_r принимает максимальное значение, равное $\sigma_r = -\frac{2 \cdot q}{\pi}$, исходя из (1.44). С учетом $r = R_1 = 0,5 \cdot l$ и сравнивая (1.103) и (1.44), имеем

$$C_2 = -\frac{2 \cdot q}{\pi} \cdot \frac{(1 - \nu^2) \cdot R_1}{E \cdot \nu}. \quad (1.104)$$

Тогда

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot q}{\pi} \cdot \frac{R_1}{r}. \quad (1.105)$$

С увеличением радиуса r напряжение σ_r уменьшается. Для определения постоянной C_1 примем $u(r = R_2) = u_0$. Подчиняя этому условию зависимость (1.102), получим

$$C_1 = -\nu \cdot R_2^\nu \cdot \left[\frac{2 \cdot q}{\pi} \cdot \frac{(1 - \nu^2) \cdot R_1}{E \cdot \nu} + u_o \right]. \quad (1.106)$$

По зависимости (1.102) определяется перемещение u , а по зависимостям (1.97) - компоненты деформации ε_r и ε_θ .

Зависимость (1.102) представим

$$u = (C_2 + u_o) \cdot \frac{R_2^\nu}{r^\nu} - |C_2|, \quad (1.107)$$

где $|C_2|$ - абсолютное значение постоянной C_2 .

При $r < R_2$ первое слагаемое больше второго и перемещение u принимает положительное значение. С увеличением радиуса r перемещение u уменьшается. Наибольшее перемещение u достигается при $r = R_1$. Следовательно, максимальным перемещениям u соответствуют максимальные напряжения σ_r , имеющие место также при $r = R_1$.

1.10. Напряжения при резании относительно хрупких материалов

При небольшой длине контакта обрабатываемого материала с передней поверхностью инструмента $l < a$ параметры напряженного состояния зоны резания получим из расчетной схемы, рис.1.22.

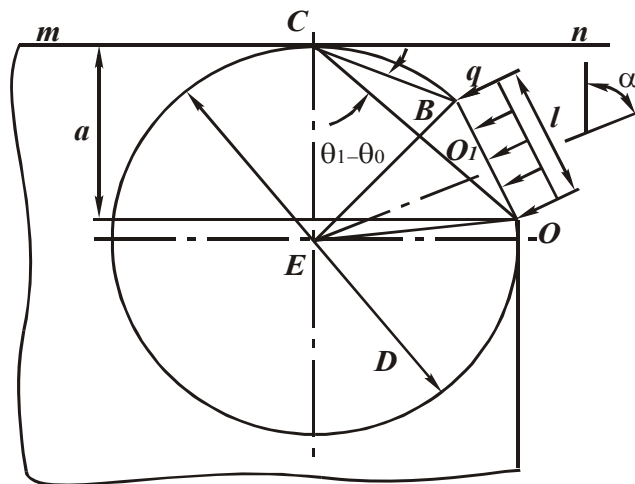


Рис. 1.22. Расчетная схема напряжений при резании.

Считая, что угол $\angle BEO = 2 \cdot (\theta_1 - \theta_0)$, из прямоугольника BEO' вытекает соотношение

$$\frac{l}{D} = \sin(\theta_1 - \theta_o). \quad (1.108)$$

Пользуясь теоремой синусов, из косоугольного треугольника BCO следует

$$\frac{l}{\sin(\theta_1 - \theta_o)} = \frac{OC}{\sin \angle CBO}, \quad (1.109)$$

где $OC = \sqrt{a^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot \sin^2[\alpha + (\theta_1 - \theta_o)]},$

$$\sin \angle CBO = \sin \frac{[\alpha + (\theta_1 - \theta_o)]}{2},$$

a - толщина среза.

После преобразований, разрешая систему уравнений (1.108) и (1.109), имеем

$$D = \frac{a}{\sin^2 \frac{[\alpha + (\theta_1 - \theta_o)]}{2}} = \frac{2 \cdot a}{\{1 - \cos[\alpha + (\theta_1 - \theta_o)]\}}, \quad (1.110)$$

$$l = \frac{a \cdot \sin(\theta_1 - \theta_o)}{\sin^2 \frac{[\alpha + (\theta_1 - \theta_o)]}{2}}. \quad (1.111)$$

Условие $l = 0$ выполняется при $\sin(\theta_1 - \theta_o) = 0$ или $\theta_1 - \theta_o$, что соответствует случаю действия сосредоточенной силы.

Для определения напряжения σ_r из зависимости (1.43) необходимо выразить $\sin(\theta_1 - \theta_o)$ через параметры l и a .

Разрешить зависимость (1.111) относительно угла $(\theta_1 - \theta_o)$ затруднено. Поэтому проведем численный анализ.

В табл. 1.9 приведены расчетные значения l/a , полученные для различных углов $(\theta_1 - \theta_o)$ и α на основе зависимости (1.111).

Таблица 1.9

Значения $\frac{l}{a}$

$\theta_1 - \theta_0$, град	0	10	20	30	45	60	90
α , град							
90	0	0,3	0,5	0,67	0,83	0,93	1,0
70	0	0,42	0,68	0,85	1,0	1,1	1,03
60	0	0,53	0,83	1,0	1,13	1,16	1,07
45	0	0,84	1,22	1,39	1,42	1,4	1,2
30	0	1,48	1,91	2,0	1,94	1,76	1,33
0	0	22,8	11,35	7,47	5,0	3,46	2,0

Условие $\frac{l}{a} < 1$ выполняется при определенных соотношениях углов α и $(\theta_1 - \theta_0)$. Например, для $\alpha = 90^\circ$ угол $(\theta_1 - \theta_0)$ может изменяться в пределах $0 \dots 90^\circ$; для $\alpha = 60^\circ - (\theta_1 - \theta_0) = 0 \dots 30^\circ$; для $\alpha = 70^\circ - (\theta_1 - \theta_0) = 0 \dots 45^\circ$ и т. д.

В табл.1.10 в числителе приведены расчетные значения $\frac{D}{a}$, полученные по зависимости (1.110), в знаменателе - расчетные значения угла сдвига материала β (в градусах), полученные из зависимости

$$\operatorname{tg} \beta = \sqrt{\frac{1}{\frac{D}{a} - 1}}.$$

Для заданного значения $l/a < 1$ (табл. 1.9) значения $\frac{D}{a}$ возрастают с уменьшением угла α , табл.1.10. С увеличением $\frac{l}{a} < 1$ или увеличением угла $(\theta_1 - \theta_0)$ при $\alpha = \text{const}$ соотношение $\frac{D}{a}$ уменьшается. Следовательно,

увеличение l ведет к снижению D (при $\alpha = const$) и увеличению угла сдвига β , табл.1.10.

Таблица 1.10

Значения $\frac{D}{a}$ и β

$\theta_1 - \theta_0$, град	0	10	20	30	45	60	90
α , град							
90	$\frac{2,04}{45}$	$\frac{1,72}{49}$	$\frac{1,46}{56}$	$\frac{1,34}{59}$	$\frac{1,18}{68}$	$\frac{1,07}{75}$	$\frac{1,0}{90}$
70	$\frac{3,04}{35}$	$\frac{2,42}{40}$	$\frac{2,0}{45}$	$\frac{1,7}{49}$	$\frac{1,42}{56}$	$\frac{1,27}{64}$	$\frac{1,03}{81}$
60	$\frac{4,0}{30}$	$\frac{3,05}{35}$	$\frac{2,42}{40}$	$\frac{2,0}{45}$	$\frac{1,61}{48}$	$\frac{1,34}{59}$	$\frac{1,07}{75}$
45	$\frac{7,13}{22}$	$\frac{4,83}{30}$	$\frac{3,56}{32}$	$\frac{2,78}{39}$	$\frac{2,0}{45}$	$\frac{1,62}{48}$	$\frac{1,2}{65}$
30	$\frac{14,43}{15}$	$\frac{8,52}{19}$	$\frac{5,58}{25}$	$\frac{4,0}{35}$	$\frac{2,77}{39}$	$\frac{2,03}{45}$	$\frac{1,33}{59}$
0	$\frac{\infty}{0}$	$\frac{131,3}{5}$	$\frac{33,18}{10}$	$\frac{15,0}{15}$	$\frac{7,14}{22}$	$\frac{4,0}{30}$	$\frac{2,0}{45}$

В зависимости (1.43) примем в первом приближении $q = HV$, где HV - твердость обрабатываемого материала по Виккерсу. При $\sigma_r = \sigma_{сж}$ зависимость преобразуется (знак “минус” опускаем)

$$\sin(\theta_1 - \theta_0) = \frac{1,57 \cdot \sigma_{сж}}{HV}. \quad (1.112)$$

Для сталей справедливы соотношения: $\sigma_{сж} \approx 2 \cdot \tau_{сдв}$, $HV \approx 6 \cdot \tau_{сдв}$, где $\tau_{сдв}$ - предел прочности обрабатываемого материала на сдвиг. Тогда $\sin(\theta_1 - \theta_0) \approx 0,5$ или $\theta_1 - \theta_0 \approx 30^\circ$.

Из табл. 1.9. вытекает, что для $\alpha = 90^\circ - \frac{l}{a} = 0,67$; для $\alpha = 70^\circ - \frac{l}{a} = 0,85$; для $\alpha = 60^\circ - \frac{l}{a} = 1,0$. Следовательно, при $a = const$ длина контакта l возрастает с уменьшением угла α . Этому соответствует увеличение силы $P = q \cdot l$ (при $q = HV = const$) и диаметра окружности D , уменьшение угла сдвига материала β , табл. 1.10.

С увеличением толщины среза a длина l и диаметр D пропорционально увеличиваются, вызывая рост силы P . Угол сдвига β остается неизменным. Для алмаза $\frac{\sigma_{сж}}{HV} \approx 0,02$; для твердого сплава Т15К6 – $\frac{\sigma_{сж}}{HV} \approx 0,135$; для минералокерамики ЦМ – 332 – $\frac{\sigma_{сж}}{HV} \approx 0,06$; для быстрорежущей стали Р18 – $\frac{\sigma_{сж}}{HV} \approx 0,28$. Соответственно значения $(\theta_1 - \theta_0)$, определяемые зависимостью (1.112), равны: для алмаза – 2° ; для Т15К6 – 13° ; для ЦМ – 332 – 6° ; для Р18 – 26° .

Чрезвычайно низкие значения угла $(\theta_1 - \theta_0)$ и соотношения $\frac{l}{a}$ для алмаза и минералокерамики (2° и 6°) свидетельствуют практически о неосуществимости процесса резания. Для увеличения соотношения $\frac{l}{a}$, исходя из табл. 1.9, необходимо уменьшить угол α , например, путем применения абразивно – алмазной обработки (резания алмазными зернами, имеющими отрицательный передний угол). При обработке твердых сплавов также требуется применение абразивно – алмазного инструмента.

Из (1.108) следует независимость отношения $\frac{D}{l}$ от угла α . Значения $\frac{D}{l}$ приведены в табл.1.11.

Таблица 1.11

Значения $\frac{D}{l}$

$(\theta_1 - \theta_0)$, град	0	10	20	30	45	60	90
$\frac{D}{l}$	∞	5,73	2,92	2,0	1,42	1,15	1,0

При действии сосредоточенной силы справедливо $\frac{D}{l} \rightarrow \infty$. При резании сталей $(\theta_1 - \theta_0) \approx 30^\circ$, следовательно, $\frac{D}{l} = 2,0$. При обработке алмаза и минералокерамики – $\frac{D}{l} < 6,0$.

Весьма малые значения $\sin(\theta_1 - \theta_0)$ указывают на то, что в точках окружности максимальных напряжений ($D = l$) возникают чрезвычайно большие напряжения сжатия σ_r , значительно превышающие $\sigma_{сж}$. Для их определения рассмотрим соотношения $\sigma_{сж} = -\frac{2 \cdot q}{\pi} \cdot \sin(\theta_1 - \theta_0)$,

$\sigma_r = -\frac{2 \cdot q}{\pi}$. Выражая $\frac{2 \cdot q}{\pi}$, имеем

$$\sigma_r = \frac{\sigma_{сж}}{\sin(\theta_1 - \theta_0)}, \quad (1.113)$$

где $\sin(\theta_1 - \theta_0)$ определяется по зависимости (1.112) для различных обрабатываемых материалов.

Для алмаза соотношение $\sigma_r / \sigma_{сж}$ в точках окружности диаметром $D = l$ равно 31,8; для Т15К6 – 4,7; для ЦМ – 332 – 10,6; для Р18 – 2,3; для сталей – 1,27 и т.д.

1.11. Напряжения в режущем клине инструмента

При $l > a$ ($\gamma = 0^\circ$, $\varphi = 0^\circ$) от действия распределенной нагрузки q в инструменте возникают напряжения сжатия σ_r , рис. 1.23,а. Наибольшие напряжения достигаются в точках полуокружности диаметром $D = l$ и равны пределу прочности на сжатие обрабатываемого материала $\sigma_{сж}$. Исключить разрушение инструмента можно применением инструментальных материалов, превышающих по прочности обрабатываемый материал.

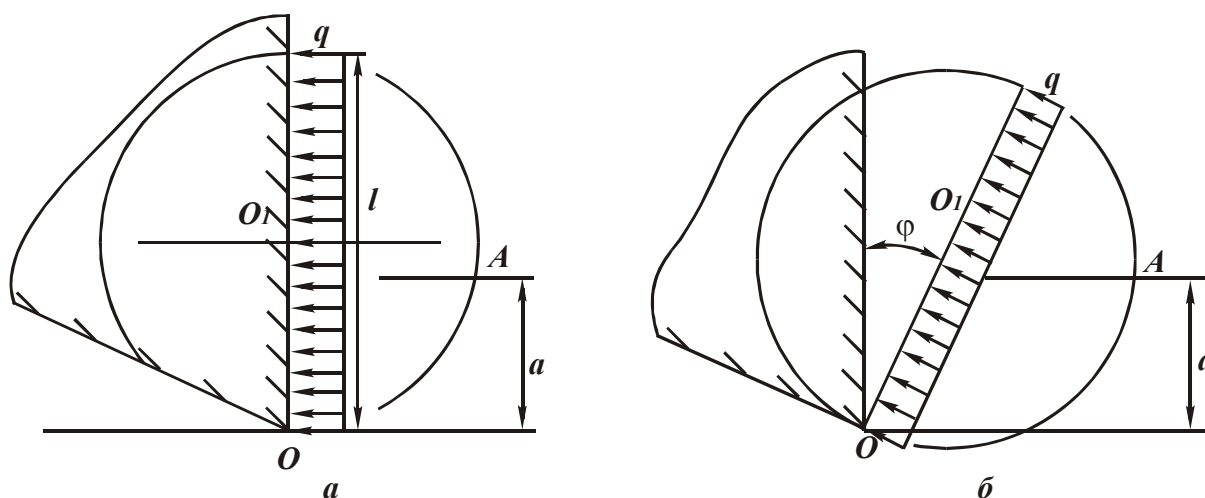


Рис.1.23. Положение окружности $\sigma_r = \text{const}$ в режущем клине инструмента: а - $\varphi = 0^\circ$; б - $\varphi > 0^\circ$.

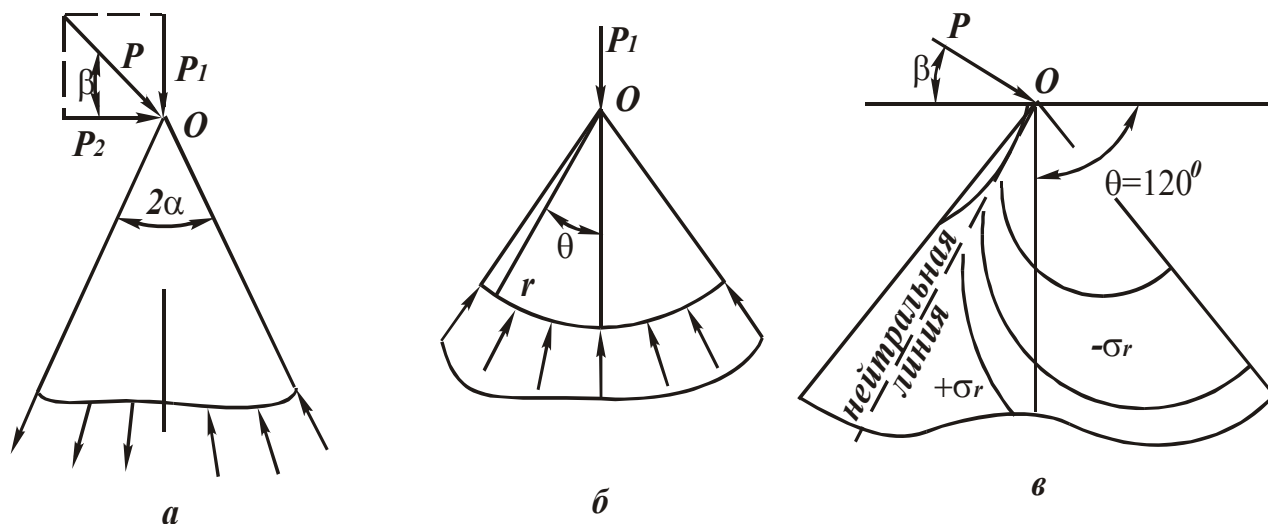


Рис.1.24. Схемы расчета напряжений в режущем клине инструмента.

При $l > a$ ($\gamma < 0^\circ$, $\varphi > 0^\circ$) полуокружность наибольших напряжений ($D = l$) охватывает меньшую область режущего клина инструмента (рис. 1.23,б), что повышает надежность его работы.

При $l < a$ определяющей окружностью одинаковых напряжений является окружность с диаметром $D > l$ (рис. 1.15,а), в которой $\sigma_r = \sigma_{сж}$. В точках полуокружности $D = l$ возникают напряжения $\sigma_r > \sigma_{сж}$. Как показано в предыдущем параграфе, для алмаза отношение $\sigma_r / \sigma_{сж}$ равно 31,8; для Т15К6 – 4,6 и т.д.

Следовательно, в такое количество раз прочность инструментального материала должна превышать прочность обрабатываемого материала. Согласно существующим практическим рекомендациям, отношение прочностей инструментального и обрабатываемого материалов изменяется в пределах 3...4. Это согласуется с теоретическими данными для обработки машиноподелочных металлов.

Таким образом показано, что при $l > a$ ухудшаются условия стружкообразования (уменьшается угол сдвига), но одновременно уменьшаются напряжения в инструменте, что снижает вероятность его разрушения.

При $l < a$ угол сдвига материала больше, а силы резания меньше. Однако снижение длины контакта материала с передней поверхностью инструмента l увеличивает напряжения в инструменте.

При переходе от распределенной нагрузки к сосредоточенной силе они неограниченно возрастают. Следовательно, с точки зрения прочности инструмента необходимо длину l увеличивать, а с точки зрения условий стружкообразования уменьшать. Очевидно, существует оптимальное значение l . Уменьшение длины l в момент врезания инструмента в

обрабатываемый материал может быть одной из причин низкой работоспособности инструмента при прерывистом резании.

Произведем расчет напряжений в клине инструмента от действия произвольно направленной силы P , приложенной в его вершине, рис.1.24,а. Разложим силу P на две составляющие P_1 и P_2 . Напряжение σ_r , возникающее от силы P_1 , описывается зависимостью (1.27). Постоянную C_1 определим из условия равновесия результирующей усилий, действующих на цилиндрическую поверхность радиусом r , и силы P_1 , рис. 1.24,б.

По аналогии с решением (1.28), имеем: $2 \cdot \int_0^\alpha \sigma_r \cdot r \cdot \cos \theta \cdot d\theta = -P_1$,

откуда

$$C_1 = -\frac{P_1}{\left(\alpha + \frac{1}{2} \cdot \sin 2\alpha\right)},$$

$$\sigma_r = -\frac{P_1 \cdot \cos \theta}{r \cdot \left(\alpha + \frac{1}{2} \cdot \sin 2\alpha\right)}. \quad (a)$$

Напряжение σ_r от действия силы P_2 получим аналогичным образом, изменяя пределы интегрирования по углу θ :

$$2 \cdot \int_{90^\circ - \alpha}^{90^\circ + \alpha} \sigma_r \cdot r \cdot \cos \theta \cdot d\theta = -P_2,$$

откуда

$$C_1 = -\frac{P_2}{\left(\alpha - \frac{1}{2} \cdot \sin 2\alpha\right)},$$

$$\sigma_r = -\frac{P_2 \cdot \cos \theta}{r \cdot \left(\alpha - \frac{1}{2} \cdot \sin 2\alpha\right)}. \quad (б)$$

В работе [26] приведены аналогичные решения. Напряжение σ_r от силы P получим суммированием (а) и (б), принимая в (а) вместо угла θ угол $(\theta - 90^\circ)$; $P_1 = P \cdot \sin \beta$; $P_2 = P \cdot \cos \beta$ (рис. 1.24,а)

$$\sigma_r = -\frac{P}{r} \cdot \frac{\alpha \cdot \cos(\beta - \theta) + \frac{1}{2} \cdot \sin 2\alpha \cdot \cos(\beta + \theta)}{\left(\alpha^2 - \frac{1}{4} \cdot \sin^2 2\alpha \right)}. \quad (\text{в})$$

При $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 45^\circ$ напряжение σ_r опишется

$$\sigma_r = -\frac{4}{\pi} \cdot \frac{P \cdot \cos \varphi}{r}, \quad (\text{г})$$

где $\varphi = \theta - 45^\circ$.

Значение σ_r в два раза меньше, чем в случае действия силы P на границе полуплоскости – решение (1.28).

В пределах изменения угла $\varphi = 0 \dots 90^\circ$ напряжение σ_r сжимающее. При $\varphi = 90^\circ$ напряжение $\sigma_r = 0$.

При $\alpha = 45^\circ$, $\beta > 45^\circ$ зависимость (в) примет вид

$$\sigma_r = -\frac{4}{\pi} \cdot \frac{P \cdot \cos(\beta - \theta)}{r}. \quad (\text{д})$$

Если $(\beta - \theta) < 90^\circ$, то возникают напряжения сжатия. При $(\beta - \theta) = 0$ напряжение σ_r равно нулю, при $(\beta - \theta) > 90^\circ$ возникают напряжения растяжения. Например, для $\beta = 30^\circ$ положение нейтральной линии в клине ($\sigma_r = 0$) определяется углом $\theta = 120^\circ$. При $\theta < 120^\circ$ в клине возникают напряжения сжатия, при $\theta > 120^\circ$ – напряжения растяжения (рис.1.24,в). Таким образом, угол β определяет область сжимающих и растягивающих напряжений. С уменьшением составляющей силы P_1 возрастают растягивающие напряжения, а с уменьшением P_2 , наоборот, растягивающие напряжения переходят в сжимающие.

С увеличением угла $\alpha > 45^\circ$, исходя из зависимости (в), напряжения σ_r уменьшаются, так как знаменатель возрастает. Это повышает надежность работы инструмента.

1.12. Напряжения в поверхностном слое обрабатываемой детали

Под действием нагрузки q в поверхностном слое обрабатываемого материала формируются напряжения растяжения σ_r , рис. 1.25. При $l > a$ определяющей окружностью одинаковых напряжений является окружность

диаметром $D = l$.

В окрестности точки O (при $\gamma = 0$, $\varphi = 0$) напряжения растяжения по абсолютной величине равны приблизительно пределу прочности обрабатываемого материала на сжатие $\sigma_{сж}$. Если $\sigma_{сж} > \sigma_{раст}$ ($\sigma_{сж}$ - предел прочности материала на растяжение), то возможно образование на обработанной поверхности микротрещин от предельных растягивающих напряжений.

При $\gamma < 0$, $\varphi > 0$ за счет изменения угла приложения нагрузки q уровень растягивающих напряжений в поверхностном слое материала уменьшается. Это снизит вероятность образования микротрещин и других дефектов, обусловленных силовым фактором.

При $l < a$ (при резании относительно хрупких материалов) напряжения сжатия σ_r в точках полуокружности $D = l$ больше предельных напряжений. Это вызывает образование таких же по величине напряжений растяжения.

Высокий уровень напряжений сжатия $\sigma_r > \sigma_{сж}$ в точках полуокружности $D = l$ приводит к наклепу обрабатываемого материала, что повышает эксплуатационные характеристики деталей, снижает вероятность микроразрушения поверхностного слоя материала.

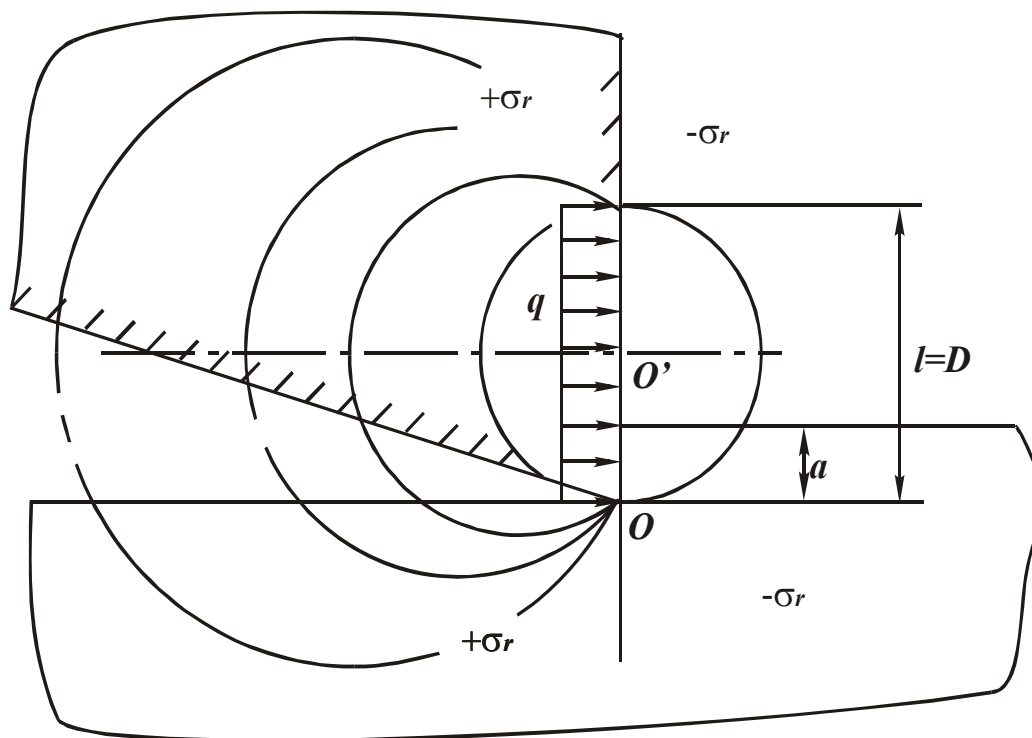


Рис.1.25. Формирование растягивающих напряжений в обрабатываемом материале.

1.13. Напряжения на передней поверхности инструмента

Между нормальной q и касательной q_1 нагрузками, действующими на передней поверхности инструмента, существует связь $q_1 = f \cdot q$, где f - коэффициент трения.

Принимая в первом приближении $q = HV \approx 6 \cdot \tau_{сдв}$, имеем

$$q_1 = 6 \cdot f \cdot \tau_{сдв}. \quad (1.114)$$

Для того чтобы материал в виде образующейся стружки перемещался по передней поверхности инструмента, необходимо выполнить условие $q_1 \leq \tau_{сдв}$ или

$$f \leq \frac{1}{6} = 0,17. \quad (1.115)$$

Коэффициент трения f должен быть меньше 0,17. При $f > 0,17$ движения материала по передней поверхности инструмента не будет. Материал будет перемещаться вдоль одной из полуокружностей, расположенных между передней поверхностью инструмента и полуокружностью с диаметром $D = l$, рис.1.25. На передней поверхности будет образовываться застойная зона в виде нароста, которая, с одной стороны, в определенной степени предохраняет инструмент от износа, увеличивает передний угол и улучшает условия стружкообразования. С другой стороны, за счет периодических срывов нароста ухудшает качество обработки, возбуждает колебания в технологической системе и т.д.

Устранить нарост можно уменьшением коэффициента трения f ниже 0,17. Это достигается, например, увеличением температуры резания путем повышения параметров режима резания. Экспериментально установлено, что при обработке сталей при температуре 300°С нарост возникает, а при температуре 600° - исчезает [33].

Условие $q \leq \tau_{сдв}$ можно представить

$$f \cdot HV \leq \tau_{сдв}. \quad (1.116)$$

Вследствие более высоких значений температуры на передней поверхности инструмента твердость обрабатываемого материала HV уменьшится в большее количество раз, чем параметр $\tau_{сдв}$, являющийся характеристикой поверхности сдвига материала. Следовательно, условие (1.116) может быть выполнено как за счет снижения f , так и HV . Это указывает на термомеханическую природу образования нароста. Существуют материалы, для которых всегда выполняется условие (1.116) и явление наростообразования отсутствует [33].

1.14. Напряжения, возникающие от контакта задней поверхности инструмента с материалом

Распределенная нормальная нагрузка $q_{зад}$, действующая на задней поверхности инструмента, вызывает напряжения сжатия в обрабатываемом материале (1 и 4 четверти) и инструменте (2 четверть), рис. 1.26. Распределенная нормальная нагрузка q , действующая на передней поверхности инструмента, вызывает напряжения сжатия (1 и 4 четверти) и напряжения растяжения (3 четверть) в обрабатываемом материале, напряжения сжатия (2 четверть) в инструменте. В результате наложения напряжения растяжения в материале (3 четверть) уменьшаются, напряжения сжатия (4 четверть) увеличиваются. Напряжения сжатия в инструменте (2 четверть) также увеличиваются. Чем больше $q_{зад}$ и протяженнее контакт задней поверхности инструмента с материалом, тем больше напряжения сжатия в материале (4 четверть) и инструменте (2 четверть), меньше растягивающие напряжения в материале (3 четверть).

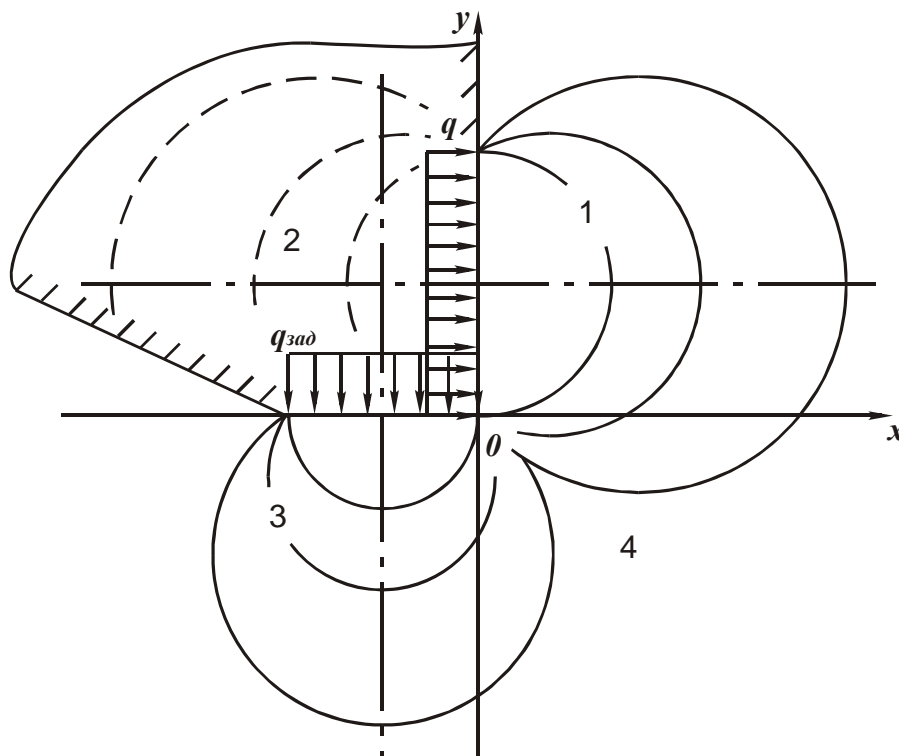


Рис.1.26. Формирование напряжений в процессе резания.

Следовательно, наличие нагрузки $q_{зад}$ может исключить разрушение материала от растягивающих напряжений и увеличить степень его наклепа от сжимающих напряжений. Однако это требует повышения прочности инструмента.

Кроме того, трение материала с задней поверхностью инструмента вызывает рост температуры резания и термоупругих напряжений, что может привести к разрушению поверхностных слоев материала или к образованию других дефектов и снижению качества обработки.

Расчет напряжений в любой точке можно произвести путем суперпозиции напряжений, вызванных действием нагрузок q и $q_{зад}$, используя решение (1.43).

1.15. Термоупругие напряжения

Рассмотрим плоское напряженное состояние тела с учетом температурных деформаций. Если через ε_r обозначить полную радиальную деформацию, а через $\varepsilon_r - \alpha \cdot \Theta$ - ее составляющую, обусловленную действием напряжения (α - коэффициент линейного расширения, 1/град; Θ - температура, град), то закон Гука выразится [26]

$$\varepsilon_r - \alpha \cdot \Theta = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_r - \nu \cdot \sigma_\Theta), \quad (1.117)$$

$$\varepsilon_\Theta - \alpha \cdot \Theta = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_\Theta - \nu \cdot \sigma_r). \quad (1.118)$$

Разрешая (1.117) и (1.118) относительно σ_r , имеем

$$\sigma_r = \left(\frac{E}{1 - \nu^2} \right) \cdot [\varepsilon_r + \nu \cdot \varepsilon_\Theta - (1 + \nu) \cdot \alpha \cdot \Theta]. \quad (1.119)$$

Деформации ε_r и ε_Θ в соответствии с зависимостями (1.23) для осесимметричного поля деформаций опишутся

$$\varepsilon_r = \frac{dU}{dr}, \quad \varepsilon_\Theta = \frac{U}{r}. \quad (1.120)$$

С учетом (1.119) и (1.120) уравнение равновесия (1.25) примет вид

$$\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{(1 + \nu)}{r} \cdot \frac{dU}{dr} = (1 + \nu) \cdot \alpha \cdot \left[\frac{d\Theta}{dr} + \frac{\Theta}{r} \right]. \quad (1.121)$$

Обозначим $z = \frac{dU}{dr}$, тогда

$$\frac{dz}{dr^2} + \frac{(1 + \nu)}{r} \cdot z = (1 + \nu) \cdot \alpha \cdot \left[\frac{d\Theta}{dr} + \frac{\Theta}{r} \right] \quad (1.122)$$

или

$$\frac{dz}{dr} + P(r) \cdot z = Q(r). \quad (1.123)$$

Общее решение данного дифференциального уравнения [35]

$$z = \left[\int dr \cdot Q(r) \cdot e^{\int P(r) dr} + C_1 \right] \cdot e^{-\int P(r) dr}. \quad (1.124)$$

После преобразований для $\Theta = const$, имеем $z = \alpha \cdot \Theta + C_1 \cdot r^{-(1+\nu)}$,

$$U = \alpha \cdot \Theta \cdot r - \frac{C_1}{\nu \cdot r^\nu} + C_2, \quad (1.125)$$

где C_1, C_2 - неизвестные постоянные.

Напряжение σ_r выражается

$$\sigma_r = \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \cdot \frac{\nu \cdot C_2}{r}. \quad (1.126)$$

Для определения постоянных C_1 и C_2 примем граничные условия (рис.1.21)

$$U \Big|_{r=R_1}^{r=R_2} = 0. \quad (1.127)$$

Тогда

$$C_1 = -\frac{\alpha \cdot \Theta \cdot \nu \cdot (R_2 - R_1)}{\left(\frac{1}{R_1^\nu} - \frac{1}{R_2^\nu} \right)}, \quad C_2 = -\alpha \cdot \Theta \cdot R_1 \cdot \left[\frac{\left(\frac{R_2}{R_1} - 1 \right)}{\left(1 - \frac{R_1^\nu}{R_2^\nu} \right)} + 1 \right].$$

Напряжение σ_r окончательно выразится

$$\sigma_r = -\frac{E \cdot \alpha \cdot \nu \cdot \Theta \cdot R_1}{(1-\nu^2) \cdot r} \cdot \left[\frac{\left(\frac{R_2}{R_1} - 1\right)}{\left(1 - \frac{R_1^\nu}{R_2^\nu}\right)} + 1 \right]. \quad (1.128)$$

Если $R_2 \gg R_1$, то

$$\sigma_r = -\frac{E \cdot \alpha \cdot \nu \cdot \Theta \cdot R_2}{(1-\nu^2) \cdot r}. \quad (1.129)$$

Из зависимости (1.129) следует рост σ_r с увеличением параметров E , α , ν , Θ и соотношения R_2/r . Согласно решению (1.44), под воздействием нормальной распределенной нагрузки q (рис. 1.8) максимальные радиальные напряжения σ_r достигаются в точках полуокружности диаметром $D=l$. Считая, что напряжения σ_r вызваны нагревом и определяются зависимостью (1.128), из (1.44) можно определить нагрузку q . Подставим (1.128) в (1.44) при $R_1 = r$

$$q = -\frac{\pi \cdot E \cdot \nu \cdot \alpha \cdot \Theta}{2 \cdot (1-\nu^2)} \cdot \left[\frac{\left(\frac{R_2}{R_1} - 1\right)}{\left(1 - \frac{R_1^\nu}{R_2^\nu}\right)} + 1 \right]. \quad (1.130)$$

Нагрузка q пропорциональна σ_r . Чем больше E , ν , α , Θ , R_2/R_1 , тем больше q .

При $R_2 \rightarrow R_1$ нагрузка q принимает конечное значение, так как по правилу Лопиталя

$$\lim_{R_2 \rightarrow R_1} \frac{\left(\frac{R_2}{R_1} - 1\right)}{\left(1 - \frac{R_1^\nu}{R_2^\nu}\right)} = \frac{1}{\nu}.$$

Для уменьшения напряжения σ_r и нагрузки q необходимо стремиться к выполнению условия $R_2 \rightarrow R_1$, т.е. уменьшать область распространения тепла в теле.

При $\sigma_r = \sigma_{сж}$ возможно разрушение материала в точках полуокружности диаметром $D = l$. Исходя из зависимости (1.128), определяется предельная температура Θ при $R_1 = r$ (знак “минус” опускаем)

$$\Theta = \frac{(1 - \nu^2) \cdot \sigma_{сж}}{E \cdot \nu \cdot \alpha} \cdot \frac{1}{\left[\frac{\left(\frac{R_2}{R_1} - 1 \right)}{\left(1 - \frac{R_1^\nu}{R_2^\nu} \right)} + 1 \right]}. \quad (1.131)$$

При $R_2 \gg R_1$, имеем

$$\Theta = \frac{(1 - \nu^2) \cdot \sigma_{сж}}{E \cdot \nu \cdot \alpha} \cdot \frac{R_1}{R_2}. \quad (1.132)$$

Температура Θ тем больше, чем меньше R_2 и больше R_1 .

Отношение $\frac{\sigma_{сж}}{E}$ определяет упругую деформацию материала $\varepsilon_{упр}$. Следовательно, чем больше $\varepsilon_{упр}$, тем больше должна быть температура Θ , обеспечивающая выполнение условия $\sigma_r = \sigma_{сж}$.

Исходя из этого, хрупкие материалы, характеризующиеся меньшими значениями $\varepsilon_{упр}$, в большей степени подвержены разрушению от действия термоупругих напряжений. Например, значение $\varepsilon_{упр} = \frac{\sigma_{сж}}{E}$ для алмаза равно 0,002; для твердых сплавов – 0,009; для быстрорежущих сталей – 0,016.

Применительно к процессу резания (рис. 1.26), напряжения σ_r , возникающие в точках полуокружности диаметром $D = l$ (1 четверть), определяются суммой напряжений, вызванных силовым и тепловым факторами (при $R_1 = r$)

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot q}{\pi} = -\frac{E \cdot \nu \cdot \alpha \cdot \Theta}{(1 - \nu^2)} \cdot \left[\frac{\left(\frac{R_2}{R_1} - 1 \right)}{\left(1 - \frac{R_1^\nu}{R_2^\nu} \right)} + 1 \right]. \quad (1.133)$$

При $\sigma_r = \sigma_{сж}$ справедливо равенство

$$\sigma_{сж} = -\frac{2 \cdot q}{\pi} - \frac{E \cdot \nu \cdot \alpha \cdot \Theta}{(1 - \nu^2)} \cdot \left[\frac{\left(\frac{R_2}{R_1} - 1 \right)}{\left(1 - \frac{R_1^\nu}{R_2^\nu} \right)} + 1 \right]. \quad (1.134)$$

При $R_2 \gg R_1$

$$\sigma_{сж} = -\frac{2 \cdot q}{\pi} - \frac{E \cdot \nu \cdot \alpha \cdot \Theta \cdot R_2}{(1 - \nu^2) \cdot R_1}. \quad (1.135)$$

С учетом $q = \frac{P}{l} = \frac{P}{2 \cdot R_1}$, имеем

$$\sigma_{сж} = \frac{1}{R_1} \cdot \left[\frac{P}{\pi} + \frac{E \cdot \nu \cdot \alpha \cdot \Theta \cdot R_2}{(1 - \nu^2)} \right]. \quad (1.136)$$

Чем больше параметры Θ и R_2 , тем меньше сила P , обеспечивающая разрушение материала. Термоупругие напряжения σ_r , определяемые зависимостью (1.129), зависят от R_2 . Принципиально температурное поле (положение изотермы $\Theta = const$) при резании имеет вид, рис. 1.27.

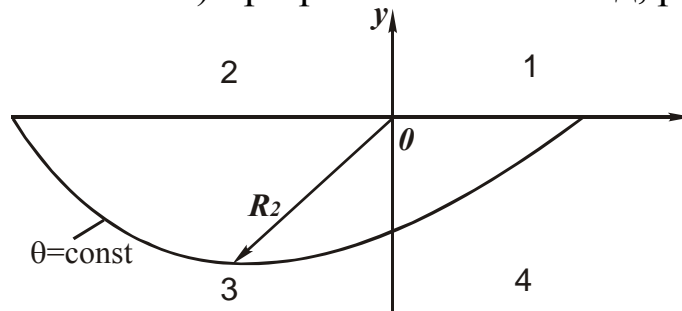


Рис.1.27. Положение изотермы в обрабатываемом материале.

Следовательно, в 3 четверти параметр R_2 существенно больше, чем в 4 четверти. Это предопределяет более высокие значения σ_r в 3 четверти и

условия разрушения поверхностных слоев материала. Уменьшить термоупругие напряжения в 3 четверти, согласно зависимости (1.129), можно уменьшением параметров Θ и R_2 , в том числе путем применения охлаждающей жидкости.

При шлифовании (рис.1.28) термоупругие напряжения, описываемые зависимостью (1.129), при $R_1 = r$ определяются

$$\sigma_r = -\frac{E \cdot \nu \cdot \alpha \cdot \Theta \cdot R_2}{(1 - \nu^2) \cdot R_1}. \quad (1.137)$$

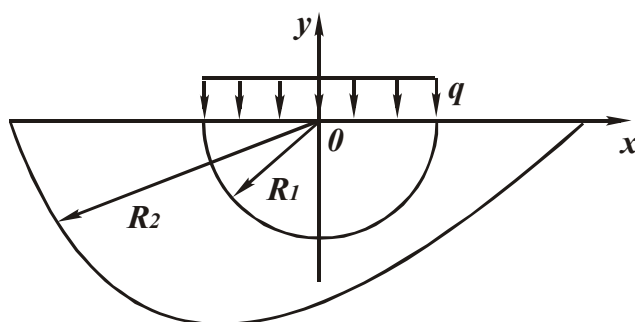


Рис.1.28. Расчетная схема термоупругих напряжений при шлифовании.

Чем больше отношение R_2 / R_1 , тем больше σ_r . Очевидно, в 3 четверти напряжение σ_r больше, чем в 4 четверти, так как температурное поле охватывает большую область. Наибольшее значение R_2 достигается на поверхности обработанного материала, что может стать причиной разрушения поверхностных слоев материала.

Длина контакта круга с обрабатываемым материалом равна $2 \cdot R_1$. Поэтому σ_r зависит от отношения толщины прогретого слоя материала R_2 и длины контакта круга с материалом $2 \cdot R_1$. Очевидно, при глубинном шлифовании параметры R_2 и R_1 больше, чем при обычном многопроходном шлифовании. Однако, из этого еще не следует увеличение σ_r при глубинном шлифовании, так как отношение R_2 / R_1 и средняя температура Θ в диапазоне $R_1 \dots R_2$ могут быть меньше, чем при многопроходном шлифовании. Этим, в частности можно объяснить повышение качества обработки при глубинном шлифовании [4].

При $\sigma_r = \sigma_{сж}$ приходим к зависимости (1.132). С учетом $\epsilon_{упр} = \sigma_{сж} / E$ она принимает вид

$$\Theta = \frac{(1-\nu^2) \cdot \varepsilon_{упр} \cdot R_1}{\nu \cdot \alpha \cdot R_2}. \quad (1.138)$$

Температура Θ уменьшается с уменьшением $\varepsilon_{упр}$. Это требует значительного снижения температуры при шлифовании, например, твердых сплавов, алмазов и т.д., характеризующихся относительно небольшими значениями $\varepsilon_{упр}$. Эффективно увеличение соотношения R_1/R_2 (при $\Theta = const$).

Определим напряженно – деформированное состояние тела при изменении температуры по закону $\Theta = A/r^n$, где A, n - некоторые постоянные.

Решая дифференциальное уравнение (1.121), имеем

$$U = \frac{\alpha \cdot (1+\nu) \cdot A}{(1+\nu-n)} \cdot r^{1-n} - \frac{C_1}{\nu} \cdot r^{-\nu} + C_2. \quad (1.139)$$

Постоянные C_1 и C_2 определяются из граничных условий $U(r = R_1) = U(r = R_2) = 0$.

Напряжение σ_r описывается зависимостью (1.126) с учетом

$$C_2 = -\frac{\alpha \cdot (1+\nu) \cdot A}{(1+\nu-n)} \cdot \left\{ \frac{\left[\left(\frac{R_2}{R_1} \right)^{1-n} - 1 \right]}{\left(1 - \frac{R_1^\nu}{R_2^\nu} \right)} + 1 \right\} \cdot R_1^{1-n}. \quad (1.140)$$

При $n = 0$ приходим к решению (1.133). При $n = 1$:

$$C_2 = -\alpha \cdot A \cdot \frac{(1+\nu)}{\nu}, \quad (1.141)$$

$$\sigma_r = -\frac{E \cdot \alpha \cdot A}{(1-\nu) \cdot r} = -\frac{E \cdot \alpha \cdot \Theta}{(1-\nu)}. \quad (1.142)$$

Напряжение σ_r изменяется по закону $\Theta(r)$. Уменьшить σ_r можно лишь уменьшением $\Theta(r)$.

Максимальное значение $\sigma_r = \sigma_{сж}$ достигается при $r = R_1$

$$\sigma_{сж} = -\frac{E \cdot \alpha \cdot A}{(1-\nu) \cdot R_1}, \quad (1.143)$$

откуда параметр A , пропорциональный температуре Θ , равен

$$A = -\frac{(1-\nu) \cdot \sigma_{сж} \cdot R_1}{E \cdot \alpha}. \quad (1.144)$$

Параметр A тем больше, чем больше длина контакта обрабатываемого материала с передней поверхностью резца $2 \cdot R_1$. Следовательно, увеличение $2 \cdot R_1$ предполагает увеличение параметра A (или Θ) для выполнения условия $\sigma_r = \sigma_{сж}$. В зависимости (1.143) параметр R_2 отсутствует. Максимальное значение σ_r зависит лишь от R_1 , т.е. механизмы формирования термоупругих напряжений при $n = 0$ и $n = 1$ различны.

1.16. Динамические напряжения

При соударении движущегося со скоростью V резца с обрабатываемым материалом (представим его в виде стержня толщиной a и шириной B ; $S = a \cdot B$ - площадь поперечного сечения) в последнем распространяется волна сжатия со скоростью c , рис. 1.29 [26].

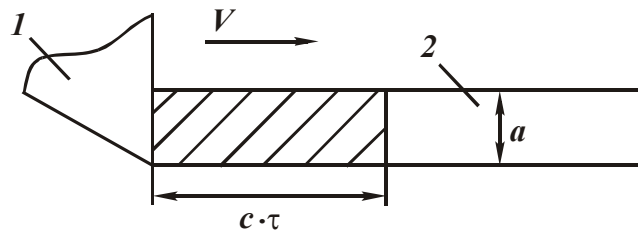


Рис.1.29. Расчетная схема динамических напряжений: 1 – резец; 2 – стержень.

Через время τ часть стержня длиной $c \cdot \tau$ будет подвержена сжатию, а остальная часть – находиться в состоянии покоя. Относительное ускорение ε части стержня длиной $c \cdot \tau$ равно $\varepsilon = \frac{V \cdot \tau}{c \cdot \tau} = \frac{V}{c}$, соответственно напряжение сжатия

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \cdot \frac{V}{c}, \quad (1.145)$$

где E - модуль упругости материала.

Скорость c определим из закона сохранения энергии $F \cdot \tau = m \cdot V$, где $F = S \cdot \sigma$ - сила, возникающая при взаимодействии резца с материалом; $m = \rho \cdot c \cdot \tau \cdot S$ - масса части стержня длиной $c \cdot \tau$; ρ - плотность обрабатываемого материала; τ - время.

С учетом зависимости (1.145), имеем

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (1.146)$$

Напряжение σ равно

$$\sigma = V \cdot \sqrt{E \cdot \rho}. \quad (1.147)$$

При $\sigma = \sigma_{сж}$ произойдет разрушение материала. Соответствующая этому условию скорость V равна

$$V = \frac{\sigma_{сж}}{\sqrt{E \cdot \rho}}. \quad (1.148)$$

В табл. 1.12 приведены расчетные значения c и V для различных обрабатываемых материалов.

Таблица 1.12

Значения E , ρ , $\sigma_{сж}$, c , V

Материал	$E \cdot 10^5$, МПа	$\rho \cdot 10^3$, кг/м ³	$\sigma_{сж} \cdot 10^3$, МПа	$c \cdot 10^3$, м/с	V , м/с
Алмаз	9	3,5	2	16	35,3
Твердый сплав Т15К6	5,2	11,5	4	6,7	50,2
Твердый сплав ВК8	5,4	14,6	4,5	3,7	30,8
Сталь Р18	2,2	8,6	3,6	5	81,8

Как видим, при скоростях резания $V > 30$ м/с, реализуемых при шлифовании, возможно разрушение материала вследствие динамического фактора. При превышении предельных значений V (табл. 1.12), согласно зависимости (1.147), напряжения σ превысят предельные значения. Это приведет к локализации объема деформирования материала, снижению силовой напряженности процесса резания. Например, по экспериментальным данным Л.Н. Филимонова [41], с увеличением скорости резания единичным зерном V условное напряжение резания σ и предельные соотношения a_z/ρ непрерывно уменьшаются, рис. 1.30 (где a_z - толщина среза, ρ - радиус округления режущей кромки зерна).

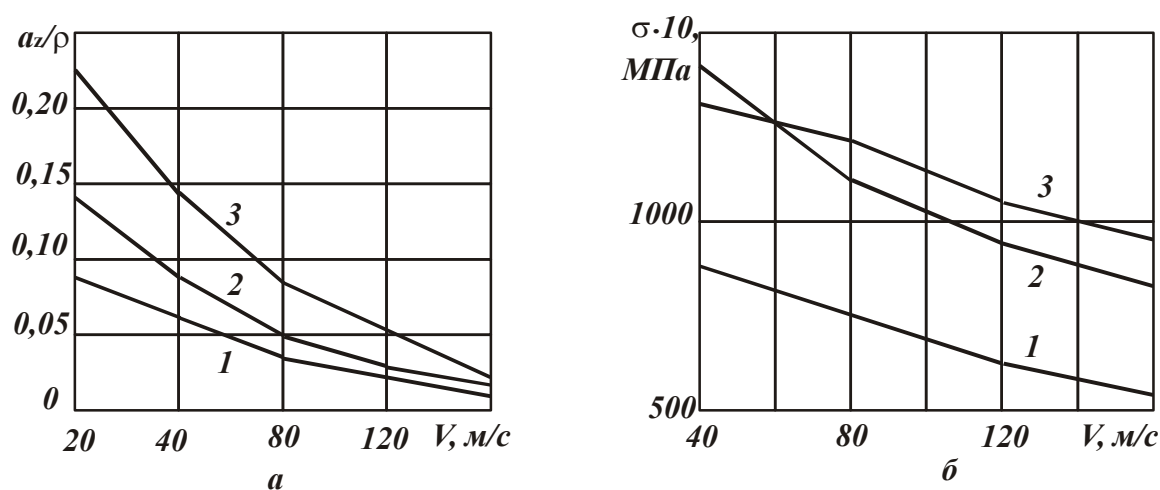


Рис.1.30. Зависимость отношения a_z/ρ (а) и условного напряжения резания σ (б) от скорости резания V : а – 1; 2; 3 соответственно $\rho=110$; 60; 30 мкм; б – 1; 2; 3 соответственно сталь 45; сталь P18; сталь X18H10T.

Условное напряжение резания σ стремится принять значение, близкое к $\sigma_{сж}$, что согласуется с зависимостью (1.69) при $\psi \rightarrow 90^\circ$, принимая $2 \cdot \tau_{сдв} \approx \sigma_{сж}$. Для практического осуществления больших скоростей резания необходимо обеспечить требуемую мощность привода станка $N = F \cdot V$, где $F = S \cdot \sigma_{сж}$. В противном случае скорость резания с течением времени будет уменьшаться до нуля.

Определим время τ и путь L , пройденный массой m (резцом), если на нее действует сила $F = S \cdot \sigma_{сж}$, начальная скорость массы V_0 .

Ускорение движения массы m , согласно закона Ньютона, равно

$$W = \frac{F}{m}. \quad (1.149)$$

С другой стороны, исходя из равнозамедленного движения массы

$$L = V_0 \cdot \tau - \frac{W \cdot \tau^2}{2},$$

ускорение W равно

$$W = \frac{2}{\tau^2} \cdot (V_0 \cdot \tau - L). \quad (1.150)$$

Сравнивая (1.149) и (1.150), получено квадратное уравнение относительно τ

$$\tau^2 - \frac{2 \cdot m \cdot V_0}{F} \cdot \tau + \frac{2 \cdot m \cdot L}{F} = 0.$$

Его решение

$$\tau = \frac{m \cdot V_0}{F} - \sqrt{\left(\frac{m \cdot V_0}{F}\right)^2 - \frac{2 \cdot m \cdot L}{F}} = \frac{2 \cdot L}{\left(V_0 + \sqrt{V_0^2 - 2 \cdot L \cdot \frac{F}{m}}\right)}. \quad (1.151)$$

Время τ тем больше, чем больше L , F и меньше V_0 , m .

Текущее значение скорости V равно

$$V = V_0 - W \cdot \tau = \sqrt{V_0^2 - 2 \cdot L \cdot \frac{F}{m}}. \quad (1.152)$$

Из условия $V = 0$ определим начальную скорость V_0 , обеспечивающую прохождение массой пути L

$$V_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot L \cdot F}{m}}. \quad (1.153)$$

Скорость V_0 тем больше, чем больше L , F и меньше m .

Чтобы масса m двигалась с постоянной скоростью, ей необходимо сообщить ускорение $W = F/m$, начиная с момента времени $\tau = 0$, в направлении, противоположном действию силы F . По сути, - приложить к массе m силу, равную F и действующую в противоположном направлении.

2. СИЛЫ РЕЗАНИЯ ПРИ ЛЕЗВИЙНОЙ И АБРАЗИВНОЙ ОБРАБОТКЕ

2.1. Общий подход к расчету сил резания

Рассмотрим процесс резания инструментом с прямолинейной передней поверхностью, рис. 2.1. Со стороны движущегося инструмента на обрабатываемый материал действует тангенциальная P_z и радиальная P_y составляющие силы резания.

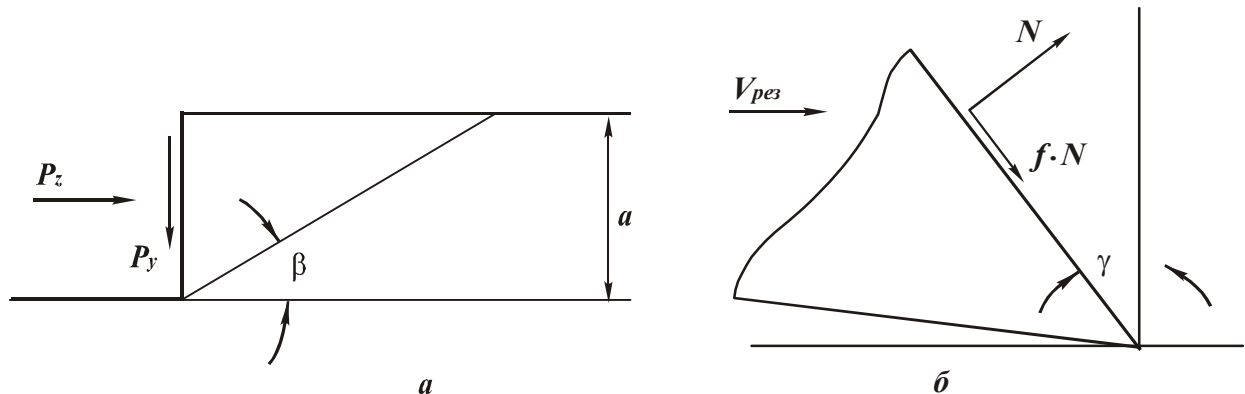


Рис. 2.1. Расчетная схема параметров стружкообразования при резании (а) и схема сил, действующих на передней поверхности инструмента (б).

В результате материал деформируется. В условных плоскостях, расположенных под углом β к направлению движения инструмента, возникают касательные напряжения τ . При достижении предельного значения τ происходит сдвиг элементарного объема материала и превращение его в стружку. Для определения положения условной плоскости сдвига (угла сдвига β) спроектируем на нее силы P_z и P_y , установим касательное напряжение τ

$$\tau = \frac{\sin \beta}{a \cdot b} \cdot (P_z \cdot \cos \beta - P_y \cdot \sin \beta), \quad (2.1)$$

где a , b - соответственно толщина и ширина среза, м

Преобразуем зависимость (2.1)

$$\tau = \frac{P_y}{a \cdot b} \cdot (0,5 \cdot K_{рез} \cdot \sin 2\beta - \sin^2 \beta), \quad (2.2)$$

где $K_{рез} = \frac{P_z}{P_y}$ - коэффициент резания.

Напряжение τ имеет максимум от угла β . Экстремальное значение β определим из условия $\tau'_\beta = 0$:

$$\operatorname{tg} 2\beta = K_{рез}. \quad (2.3)$$

Угол сдвига β вполне однозначно определяется коэффициентом резания $K_{рез}$. С его увеличением угол β растет. Составляющие силы резания P_z и P_y получим из зависимости (2.2) при условии $\tau = \tau_{сдв}$, где $\tau_{сдв}$ - предел прочности материала на сдвиг, Па. Величины $\sin 2\beta$ и $\sin^2 \beta$, входящие в (2.2), выразим через $K_{рез}$

$$\sin 2\beta = \sqrt{\frac{K_{рез}^2}{1 + K_{рез}^2}};$$

$$\sin^2 \beta = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{1}{1 + K_{рез}^2}} \right).$$

Тогда

$$P_z = \frac{2 \cdot a \cdot b \cdot \tau_{сдв}}{K_{рез}} \cdot \left(\sqrt{1 + K_{рез}^2} + 1 \right), \quad (2.4)$$

$$P_y = \frac{2 \cdot a \cdot b \cdot \tau_{сдв}}{K_{рез}^2} \cdot \left(\sqrt{1 + K_{рез}^2} + 1 \right). \quad (2.5)$$

Выразим коэффициент резания $K_{рез}$ через составляющие силы резания, возникающие на передней поверхности инструмента N и $f \cdot N$, где f - коэффициент трения (рис. 2.1,б)

$$P_z = N \cdot \cos \gamma + f \cdot N \cdot \sin \gamma, \quad (2.6)$$

$$P_y = -N \cdot \sin \gamma + f \cdot N \cdot \cos \gamma, \quad (2.7)$$

где γ - передний угол инструмента, град.

Отсюда

$$K_{рез} = \frac{1 + f \cdot \operatorname{tg} \varphi}{f - \operatorname{tg} \gamma} = \frac{1}{\operatorname{tg}(\varphi - \gamma)}, \quad (2.8)$$

где $f = \operatorname{tg} \varphi$, φ - угол трения.

При резании лезвийными инструментами ($\gamma \approx 0 \dots 20^\circ$, $\varphi \approx 0 \dots 30^\circ$) коэффициент резания $K_{рез}$ больше единицы.

При резании абразивными инструментами (передний угол режущего зерна $\gamma \approx -45^\circ \dots 90^\circ$) коэффициент $K_{рез}$ меньше единицы и определяется зависимостью

$$K_{рез} = \frac{1}{\operatorname{tg}(\varphi + \gamma)}. \quad (2.9)$$

С учетом $K_{рез} > 1$ составляющие силы резания P_z и P_y для лезвийной обработки примут вид

$$P_z \approx 2 \cdot a \cdot v \cdot \tau_{сдв}, \quad (2.10)$$

$$P_y \approx 2 \cdot a \cdot v \cdot \tau_{сдв} \cdot \frac{1}{K_{рез}}, \quad (2.11)$$

для абразивной обработки ($\sqrt{1 + K_{рез}^2} \approx 1$)

$$P_z = \frac{4 \cdot a \cdot v \cdot \tau_{сдв}}{K_{рез}}, \quad (2.12)$$

$$P_y = \frac{4 \cdot a \cdot v \cdot \tau_{сдв}}{K_{рез}^2}. \quad (2.13)$$

Условное напряжение резания $\sigma = \frac{P_z}{a \cdot v}$ в общем виде запишется

$$\sigma = \frac{2 \cdot \tau_{сдв}}{K_{рез}} \cdot \left(\sqrt{1 + K_{рез}^2} + 1 \right). \quad (2.14)$$

Для лезвийной обработки ($K_{рез} > 1$)

$$\sigma \approx 2 \cdot \tau_{сдв}. \quad (2.15)$$

Для абразивной обработки ($K_{рез} < 1$)

$$\sigma = \frac{4 \cdot \tau_{сдв}}{K_{рез}}. \quad (2.16)$$

Исходя из (2.16), произведение параметров $\sigma \cdot K_{рез}$ является постоянной величиной, равной $4 \cdot \tau_{сдв}$ или приблизительно $2 \cdot \sigma_{сж}$, где $\sigma_{сж}$ - предел прочности материала на сжатие, Па.

Коэффициент α

$$\alpha = \frac{4 \cdot \tau_{сдв}}{\sigma \cdot K_{рез}} \quad (2.17)$$

по физической сути определяет долю энергии резания в общем энергетическом балансе шлифования ($\alpha < 1$). Разность $(1 - \alpha)$ определяет долю энергии трения образующихся стружек и обрабатываемого материала со связкой круга, задней и боковых поверхностей зерен с контактируемым материалом. По величине α , установленной на основе экспериментальных значений $\sigma \cdot K_{рез}$, можно судить об энергетическом балансе процесса шлифования.

Представим тангенциальную составляющую силы резания P_z в виде

$$P_z = HV \cdot a_1 \cdot v,$$

где HV - твердость обрабатываемого материала по Виккерсу;

a_1 - длина контакта передней поверхности инструмента с элементом образующейся стружки (рис. 2.1,а).

Тогда зависимость (2.4) выразится

$$\frac{a_1}{a} = 2 \cdot \frac{\tau_{сдв}}{HV} \cdot \frac{\left(\sqrt{1 + K_{рез}^2} + 1\right)}{K_{рез}}$$

Соотношение $\frac{a_1}{a}$ тем меньше, чем больше коэффициент резания $K_{рез}$ и меньше $\frac{\tau_{сдв}}{HV}$ (рис. 2.2,а). При $\frac{a_1}{a} > 1$ процесс стружкообразования неосуществим.

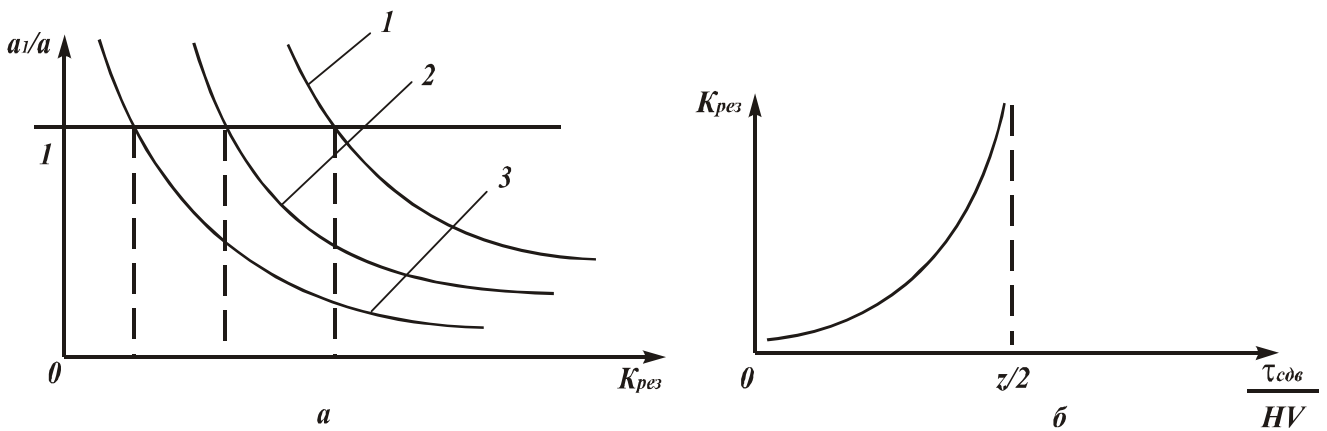


Рис. 2.2. Зависимости $\frac{a_1}{a}$ от $K_{рез}$ (а) и $K_{рез}$ от $\frac{\tau_{сдв}}{HV}$ (б):

$$1; 2; 3 - \frac{\tau_{сдв}}{HV} = \text{var}; \left(\frac{\tau_{сдв}}{HV}\right)_1 < \left(\frac{\tau_{сдв}}{HV}\right)_2 < \left(\frac{\tau_{сдв}}{HV}\right)_3$$

Исходя рис. 2.2,а, предельные значения $K_{рез}$ (для $\frac{a_1}{a} = 1$) уменьшаются с уменьшением соотношения $\frac{\tau_{сдв}}{HV}$.

Обозначая $z = \frac{a_1}{a}$ и $A = \frac{\tau_{сдв}}{HV}$, получена расчетная зависимость для определения предельного значения $K_{рез}$

$$K_{рез} = \frac{4 \cdot z \cdot A}{z^2 - 4 \cdot A^2}$$

Характер изменения $K_{рез}$ от A показан на рис. 2.2,б. При $z = 1$ и $A = 0,5$ коэффициент резания $K_{рез} \rightarrow \infty$. С уменьшением параметра A

процесс стружкообразования возможен при весьма малых значениях $K_{рез} < 1$, характерных для абразивной обработки. Этим объясняется возможность обработки шлифованием материалов высокой твердости: природных и синтетических алмазов, керамик, твердых сплавов, быстрорежущих сталей и других материалов, для которых параметр A принимает небольшие значения (меньше 0,1).

Подставляя зависимость (2.8) в (2.3), имеем:

$$\beta = 45^\circ + \frac{\gamma}{2} - \frac{\varphi}{2}. \quad (2.18)$$

Угол сдвига β тем больше, чем больше передний угол инструмента γ и меньше угол трения φ . Зависимость (2.18) совпадает с известной зависимостью, полученной проф. Зворыкиным К.А.

При шлифовании передний угол режущего зерна отрицательный и зависимость (2.18) примет вид

$$\beta = 45^\circ - \frac{\gamma}{2} - \frac{\varphi}{2}. \quad (2.19)$$

Угол β тем меньше, чем больше углы γ и φ . При $\varphi = 18^\circ$ ($f \approx 0,3$) и $\gamma = 60^\circ$ угол сдвига $\beta = 6^\circ$. При больших значениях угла $\gamma \rightarrow 90^\circ$ за счет слагаемого $(-\varphi/2)$ угол сдвига β может быть меньше нуля. Это указывает на отсутствие резания. Материал подвергается лишь упругому и пластическому деформированию. Для обеспечения условий резания необходимо, чтобы $\beta > 0$ или $(\gamma + \varphi) < 90^\circ$. Для $\varphi = 18^\circ$ угол γ должен быть меньше 72° ; для $\varphi = 22^\circ$ ($f = 0,4$) угол $\gamma < 68^\circ$. В среднем отрицательный передний угол зерна должен быть меньше 70° .

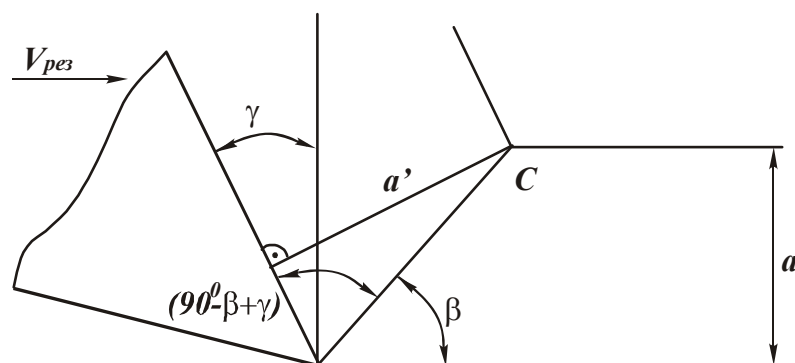


Рис.2.3. Расчетная схема коэффициента усадки стружки ξ .

Силовая напряженность процесса резания характеризуется коэффициентом усадки стружки ξ , равным отношению толщины образующейся стружки a' к толщине среза a (рис. 2.3)

$$\xi = \frac{a'}{a} = \frac{c \cdot \sin(90^\circ - \beta + \gamma)}{c \cdot \sin \beta}. \quad (2.20)$$

Из зависимости (2.20) вытекает известная зависимость профессора Тиме И. А.

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\cos \gamma}{\xi - \sin \gamma}. \quad (2.21)$$

Для отрицательного переднего угла

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\cos \gamma}{\xi + \sin \gamma}. \quad (2.22)$$

Выразим $\operatorname{tg} \beta$ через коэффициент резания

$$K_{\text{рез}} = \operatorname{tg} 2\beta = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg}^2 \beta},$$

откуда

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{K_{\text{рез}}}{1 + \sqrt{1 + K_{\text{рез}}^2}} \approx \frac{K_{\text{рез}}}{2}. \quad (2.23)$$

Подставляя зависимость (2.23) в (2.22), имеем

$$\xi = \frac{2 \cdot \cos \gamma}{K_{\text{рез}}} - \sin \gamma \quad (2.24)$$

или

$$\xi = 2 \cdot \cos \gamma \cdot \operatorname{tg}(\varphi + \gamma) - \sin \gamma. \quad (2.25)$$

За счет первого слагаемого в (2.25) коэффициент усадки стружки ξ может принимать большие значения. При $(\varphi + \gamma) \rightarrow 90^\circ$ справедливо: $\operatorname{tg}(\varphi + \gamma) \rightarrow \infty$.

При лезвийной обработке, рассматривая угол φ положительным, зависимость (2.25) выразится

$$\xi = 2 \cdot \cos \gamma \cdot \operatorname{tg}(\varphi - \gamma) + \sin \gamma. \quad (2.26)$$

Здесь $\operatorname{tg}(\varphi - \gamma)$ принимает небольшие значения и коэффициент усадки стружки ξ меньше, чем при абразивной обработке.

Чем больше $\frac{a_z}{R}$, тем меньше отрицательный передний угол γ . При $\frac{a_z}{R}=0$ угол $\gamma = 90^\circ$, при $\frac{a_z}{R}=1$ угол $\gamma = 0$.

Согласно зависимости (2.19), резание возможно при $\beta \geq 0$. Передний угол $\gamma = 90^\circ - \varphi$, тогда зависимость (2.27) выразится

$$\frac{a_z}{R} = 1 - \cos \varphi. \quad (2.28)$$

Предельное значение a_z/R , при котором упруго-пластическое деформирование материала переходит в резание, зависит лишь от угла трения $\varphi \approx f$, табл.2.1.

Таблица 2.1

Значения $\frac{a_z}{R}$

φ , рад	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$\frac{a_z}{R}$	0	0,005	0,02	0,045	0,08	0,12	0,175

По экспериментальным данным Н.И. Богомолова, стружкообразование начинается при $\frac{a_z}{R}=0,04...0,08$, а по данным И. В. Крагельского - при $\frac{a_z}{R}=0,14...0,17$. Это соответствует расчетным данным, приведенным в табл.2.1. Следовательно, значения $\frac{a_z}{R}=0,04...0,08$ обусловлены изменением угла трения φ в пределах 0,3...0,4, а значения $\frac{a_z}{R}=0,14...0,17$ - изменением угла трения φ в пределах 0,55...0,6.

Условная плоскость сдвига проходит через точку А (рис. 2.4,б), для которой справедливо соотношение (2.28). Слой материала толщиной $(a_z - a_o)$ будет срезаться, а слой толщиной a_o - упруго и пластически

деформироваться. Определим силу F , действующую в условной плоскости сдвига, расположенной под углом β к направлению движения зерна. Для этого просуммируем элементарные силы, возникающие на бесконечно малых площадках контакта зерна с материалом, в пределах $\varphi = \varphi_0 \dots 90^\circ$ (считая $a_0 \rightarrow 0$)

$$F = HV \cdot R \cdot v \cdot [\sin(90^\circ + \beta) - \sin(\varphi_0 + \beta)], \quad (2.29)$$

где HV - твердость обрабатываемого материала, Па.

После преобразований

$$F = 2 \cdot HV \cdot R \cdot v \cdot \cos\left(45^\circ + \beta + \frac{\varphi_0}{2}\right) \cdot \sin\left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2}\right). \quad (2.30)$$

Касательное напряжение τ в плоскости сдвига равно

$$\tau = \frac{F \cdot \sin \beta}{a_z \cdot v}. \quad (2.31)$$

Из зависимостей (2.30) и (2.31) следует, что напряжение τ имеет максимум от угла сдвига β . Экстремальное значение β определяется из условия $\tau'_\beta = 0$:

$$\beta = 22,5^\circ - \frac{\varphi_0}{4}. \quad (2.32)$$

Угол β тем больше, чем меньше угол φ_0 . Максимальное значение β равно $22,5^\circ$.

Подставляя разрешенную относительно φ_0 зависимость (2.32) в (2.31) при $\tau = \tau_{сдв}$, получим

$$\beta = \left(\frac{a_z}{R} \cdot \frac{\tau_{сдв}}{4 \cdot HV} \right)^{0,33}. \quad (2.33)$$

Угол β увеличивается с ростом $\tau_{сдв}$, a_z и уменьшением HV и R .

Тангенциальная P_z и радиальная P_y составляющие силы резания ($v = 1$), условное напряжение резания σ и коэффициент резания $K_{рез}$ определяются

$$P_z = 3,2 \cdot \left[HV \cdot R \cdot (\tau_{сдв} \cdot a_z)^2 \right]^{0,33}, \quad (2.34)$$

$$P_y = 2,5 \cdot \left[(HV \cdot R)^2 \cdot \tau_{сдв} \cdot a_z \right]^{0,33}, \quad (2.35)$$

$$\sigma = 3,2 \cdot \left(\frac{R}{a_z} \cdot HV \cdot \tau_{сдв}^2 \right)^{0,33}, \quad (2.36)$$

$$K_{рез} = 1,25 \cdot \left(\frac{R}{a_z} \cdot \frac{\tau_{сдв}}{HV} \right)^{0,33}. \quad (2.37)$$

Произведение параметров $\sigma \cdot K_{рез} = 4 \cdot \tau_{сдв} \approx 2 \cdot \sigma_{сж}$. Это соответствует зависимости (2.16), полученной при резании инструментом с прямолинейной передней поверхностью. С увеличением соотношения $\frac{a_z}{R}$ напряжение σ уменьшается, а $K_{рез}$ -увеличивается. Это соответствует экспериментальным данным, полученным Т. Д. Полосаткиным и О. А. Казимирчиком (рис. 2.5.), А. А. Сагардой (рис. 2.6.).

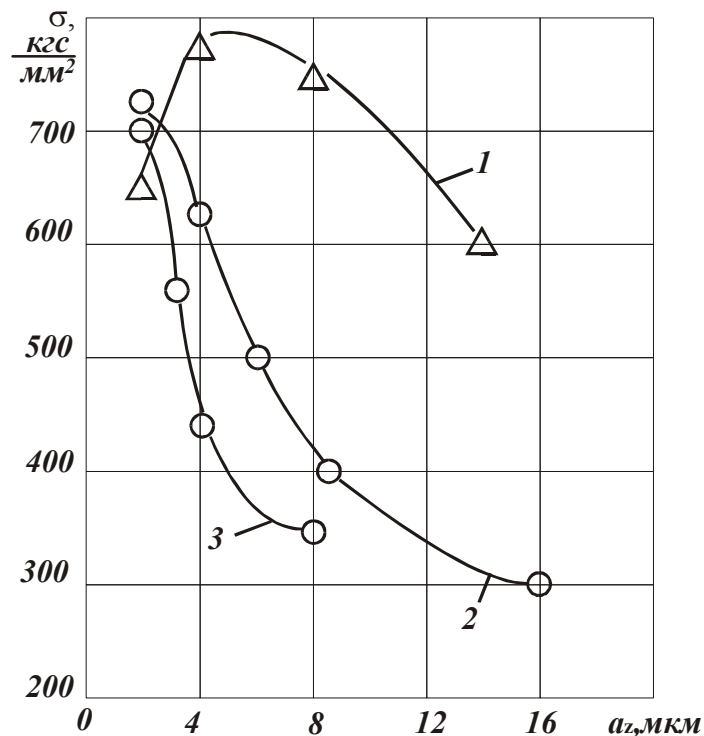


Рис. 2.5. Зависимость условного напряжения резания от толщины среза: 1 - $V = 0.02$ м/с; 2 - $V = 40$ м/с (Ст. 3; $R = 60$ мкм); 3 - $V = 36$ м/с (сталь У8А отожженная; $R = 70$ мкм).

Увеличение силы P_y ведет к росту a_z и соответственно $K_{рез}$ (рис. 2.6 [28]).

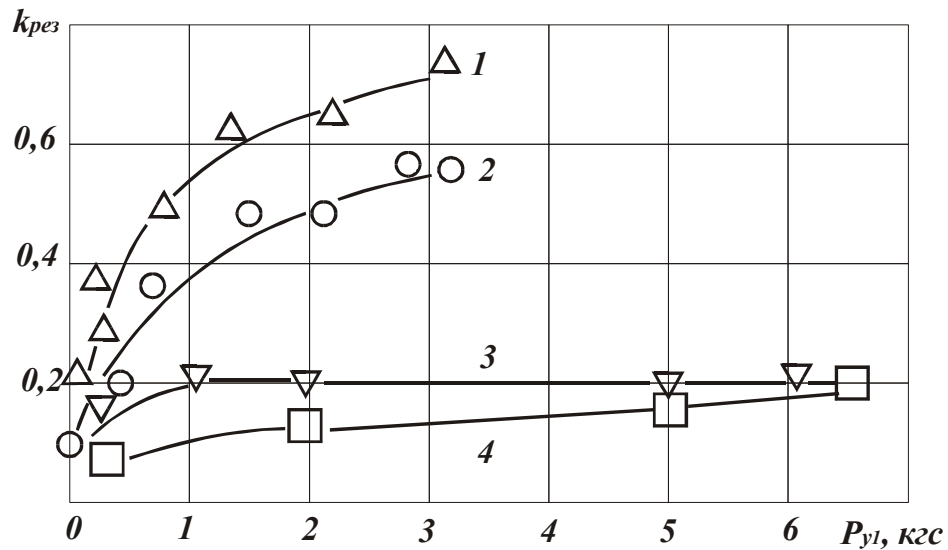


Рис. 2.6. Зависимость коэффициента резания $K_{рез}$ от P при микрорезании меди усеченными конусами: 1 - $2\gamma = 120^\circ$, $x=14,4$ мкм; 2 - $2\gamma = 150^\circ$, $x=39,0$ мкм; 3 - $2\gamma = 150^\circ$, $x=6,7$ мкм; 4 - $2\gamma = 150^\circ$, $x=18,1$ мкм.

Увеличение затупления конуса, которым производится микрорезание, снижает $K_{рез}$.

Исходя из зависимости (2.37), это связано с увеличением радиуса R .

По данным М. И. Гасанова, передний угол γ может быть выражен через радиус R (рис.2.7):

$$R = \frac{x}{\frac{1}{\sin \gamma} - 1}. \quad (2.38)$$

Величина x с учетом $H = a_z + x$ и $\eta = x / H$ принимает вид

$$x = \frac{a_z}{\frac{1}{\eta} - 1}, \quad (2.39)$$

где H - условная глубина внедрения зерна в обрабатываемый материал.

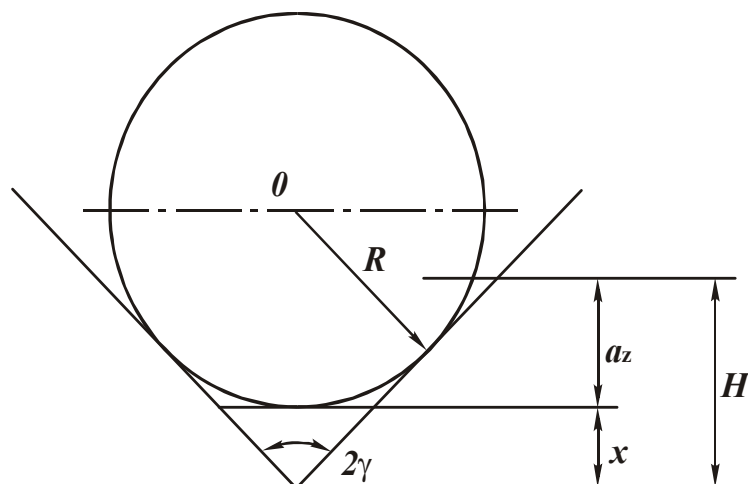


Рис. 2.7. Расчетная схема переднего угла режущего зерна.

Откуда

$$\frac{a_z}{R} = \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right). \quad (2.40)$$

Отношение a_z / R определяется углом γ и безразмерным коэффициентом $\eta = \eta_0 \dots 1$, где $\eta_0 > 0$. С учетом (2.40) зависимости (2.36) и (2.37) выражаются

$$\sigma = 3,2 \cdot \left[HV \cdot \tau_{сдв}^2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{\eta} - 1} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\sin \gamma} - 1} \right]^{0,33}, \quad (2.41)$$

$$K_{рез} = 1,25 \cdot \left[\frac{\tau_{сдв}}{HV} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\eta} - 1} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\sin \gamma} - 1} \right]^{0,33}. \quad (2.42)$$

С увеличением η и γ напряжение резания σ возрастает, а $K_{рез}$ - уменьшается, что согласуется с экспериментальными данными, табл. 2.2, табл. 2.3[28].

Таблица 2.2

Значения $K_{рез}$ при микрорезании металлов конусами с различными углами заострения

2γ , град.	Отклонения значений $K_{рез}$	Среднее значение $K_{рез}$ для вязких металлов
90°	0,40 – 1,10	0,90
120°	0,30 – 0,65	0,57
150°	0,20 – 0,35	0,29

Таблица 2.3

Значения σ

Материал	HV , МПа	2γ , град	σ , МПа
Медь	600	90	3170
		120	5390
		150	8600
Армко-железо	1180	90	6500
		120	11000
		150	11500
Сталь У8	5600	90	18000
		120	23500
		150	40100

Структурно зависимости (2.41) и (2.42) аналогичны зависимостям [32],

$$\sigma = \sqrt{\frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \sigma_{сж} \cdot HV}{1 - \eta^2}}, \quad (2.43)$$

$$K_{рез} = \sqrt{\frac{4 \cdot \sigma_{сж}}{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV} \cdot (1 - \eta^2)}, \quad (2.44)$$

полученным для микрорезания зерном в виде усеченного конуса.

2.3. Энергетический баланс процесса шлифования

Определим коэффициент α по зависимости (2.17), используя экспериментальные данные параметров σ и $K_{рез}$ при микрорезании единичным алмазным зерном AC50 твердого сплава T15K6 (скорость резания 20 м/с) [29].

Исходя из табл. 2.4, в энергетическом балансе процесса микрорезания преобладает доля энергии “чистого резания”, изменяющаяся в пределах 40...78%.

Таблица 2.4

Расчетные значения α

Толщина среза, мкм	2	4	6	8	10	12	14
σ , ГПа	95	45	31	20	20	17	18
$K_{рез}$	0,24	0,4	0,49	0,55	0,6	0,63	0,65
α , %	36,8	46,7	55,3	76,3	70,0	78,4	71,8

С увеличением толщины среза доля энергии трения при микрорезании $(1-\alpha)$ уменьшается.

В табл. 2.5 и табл. 2.6 приведены значения α для обычного алмазного и алмазно-искрового шлифования твердого сплава с использованием экспериментальных данных σ и $K_{ш} = K_{рез}$ [29].

Таблица 2.5

Расчетные значения α для обычного алмазного шлифования

Время шлифования, мин	2	4	6	8	10	12	14
σ , ГПа	138	144	148	153	157	160	164
$K_{ш}$	0,42	0,34	0,28	0,26	0,24	0,23	0,21
α , %	14,5	17,2	20,3	19,6	22,3	22,8	24,3

Таблица 2.6

Расчетные значения α для алмазно-искрового шлифования

Время шлифования, мин.	2	4	6	8	10	12	14
σ , ГПа	62	73,5	84	83	85	84	85
$K_{ш}$	0,26	0,24	0,23	0,23	0,24	0,23	0,23
α , %	52,1	47,6	43,15	44	41,1	43,1	43,0

Доля энергии резания при алмазно-искровом шлифовании больше, чем при обычном алмазном. Коэффициент α при алмазно-искровом шлифовании с течением времени изменяется мало, что свидетельствует о

стабилизации режущего рельефа круга. Значения α при алмазно-искровом шлифовании и микрорезании алмазным зерном (табл. 2.4) близки. Следовательно, введение в зону резания дополнительной энергии в виде электрических разрядов практически исключает трение связки круга с обрабатываемым материалом.

В табл. 2.7 приведены значения α для обычного алмазного шлифования твердого сплава Т15К6, полученные с использованием экспериментальных данных [30].

Таблица 2.7

Значения параметров σ , $K_{ш}$ и α при шлифовании алмазными кругами зернистостью 125/100, концентрацией 100 % на металлической связке М5

Марка алмаза	$\sigma \cdot 10^4$, МПа			$K_{ш}$			α , %		
	Число рабочих ходов после правки								
	50	2500	5000	50	2500	5000	50	2500	5000
АС2	13,5	36	—	0,43	0,36	—	14,5	6,5	—
АС4	14,0	36	37	0,42	0,37	0,39	14,3	6,3	5,8
АС6	16,5	47	47	0,37	0,41	0,41	13,8	4,4	4,4
А	17,5	45	51	0,38	0,38	0,35	12,6	5,0	4,7

Из табл. 2.7 следует, что доля энергии резания не превышает 15 %. По мере затупления круга она снижается до 5 %. Основная часть энергии процесса шлифования (85...95%) затрачивается на преодоление сил трения зерен и связки круга с образующимися стружками и обрабатываемым материалом. В табл. 2.8 приведены значения P_y , P_z , $K_{ш}$, производительности Q , коэффициента α для алмазно-искрового шлифования твердого сплава ВК8 периферией круга по упругой схеме.

Таблица 2.8

P_y , Н	40	60	80
P_z , Н	9,2	12,6	16
$K_{ш}$	0,123	0,210	0,200
$\sigma \cdot 10^{-3}$, МПа	46	39	36,6
Q , мм ³ /мин	344	554	755
$K_{ш} \cdot \sigma \cdot 10^3$, МПа	10,6	8,2	7,3
α , %	60	78	87

При расчетах принято значение $\sigma_{сж} = 3200$ МПа. Доля энергии резания α составляет 60...70%. Это согласуется с данными, приведенными в табл. 2.6, и подтверждает высокую эффективность введения в зону резания дополнительной электрической энергии для обеспечения качественной правки алмазного круга.

В табл. 2.9 приведены значения α для глубинного круглого наружного алмазного шлифования твердосплавных инструментов с использованием непрерывной электрохимической правки круга. Экспериментальные значения σ и $K_{ш}$ получены на основании данных работы [20].

Таблица 2.9

t , мм							
Q , мм ³ /мин	0,05	0,1	0,15	0,25	0,3	0,5	0,75
6250	66,7	58,2	—	47,8	—	—	41,0
12500	—	78,4	—	—	—	44,4	—
18750	—	—	78,6	—	62,0	—	—

Параметр $\sigma_{сж}$ для обрабатываемого твердого сплава Т5К10 принят равным 4400 МПа.

Исходя из табл. 2.9, в энергетическом балансе процесса преобладает доля энергии резания, составляющая 60...80%. Следовательно, применение электрохимической правки обеспечивает высокую режущую способность алмазного круга на металлической связке, практически исключает трение связки круга с обрабатываемым материалом.

В табл. 2.10 и табл. 2.11 приведены значения $K_{ш} \cdot \sigma$ и α для процессов обычного алмазного и алмазного электрохимического шлифования твердого сплава Т14К8 с использованием экспериментальных данных $K_{ш}$ и σ из работы [19]. Параметр $\sigma_{сж} = 3000$ МПа.

Таблица 2.10

Время τ , мин	Q , мм ³ /с	N_e , Вт	P_z , кг	$K_{ш}$	$K_{ш} \cdot \sigma$, кг/мм ²	α , %
5	2,7	400	1,54	0,25	3771	16
15	2,22	400	1,54	0,25	4583	13
30	1,72	400	1,54	0,25	5814	10
45	1,32	400	1,54	0,25	7300	8
60	1,11	400	1,54	0,25	9000	7

Таблица 2.11

Время τ , мин	Q , мм ³ /с	P_z , кг	$K_{ш}$	$K_{ш} \cdot \sigma$, кг/мм ²	$2 \cdot \sigma_{сж}$, кг/мм ²
2	9,17	0,84	0,14	336	600
5	5,67	0,73	0,122	411,5	
15	4,22	0,46	0,077	220	
30	3,22	0,48	0,063	195	
45	2,89	0,38	0,063	217	
60	2,78	0,38	0,063	225	

Исходя из табл. 2.10, при обычном алмазном шлифовании доля энергии резания составляет 7...16 %. По мере затупления круга значения α непрерывно уменьшаются.

В условиях алмазного электрохимического шлифования (плотность тока $i = 100$ А/см², табл. 2.11) доля энергии резания α составляет 100 % ($K_{ш} \cdot \sigma = 2 \cdot \sigma_{сж}$). Это обусловлено тем, что после анодного растворения кобальтовой связки твердого сплава остается скелет из карбидов. Прочность его составляет лишь треть первоначальной прочности твердого сплава. Обрабатываемость сплава значительно облегчается. Силы резания уменьшаются. Исключается трение связки с обрабатываемым материалом.

2.4. Условия снижения сил резания при шлифовании

Без учета трения связки круга с обрабатываемым материалом составляющие силы резания при шлифовании P_z и P_y могут быть рассчитаны

$$P_z = \sigma \cdot S_{сумм}, \quad (2.45)$$

$$P_y = \frac{\sigma}{K_{ш}} \cdot S_{сумм}, \quad (2.46)$$

где $S_{сумм} = Q/V_{кр}$ - мгновенная суммарная площадь поперечного сечения среза всеми одновременно работающими зернами, м²;

Q - производительность обработки, м³/с;

$V_{кр}$ - скорость круга, м/с;

$K_{ш} = K_{рез}$.

С учетом зависимости (2.16) составляющие силы резания P_z и P_y выразятся:

$$P_z = \frac{4 \cdot \tau_{сдв}}{K_{ш}} \cdot \frac{Q}{V_{кр}}, \quad (2.47)$$

$$P_y = \frac{4 \cdot \tau_{сдв}}{K_{ш}^2} \cdot \frac{Q}{V_{кр}}. \quad (2.48)$$

Уменьшить P_z и P_y можно уменьшением Q и увеличением $K_{ш}$, $V_{кр}$.

Увеличить $K_{ш} = K_{рез}$, согласно зависимости (2.9), можно уменьшением отрицательного переднего угла зерна γ и угла трения ψ (коэффициента трения f).

В соответствии с зависимостью (2.37), увеличить $K_{рез}$ можно увеличением соотношения $\frac{a_z}{R}$, т. е. увеличением толщины среза a_z и уменьшением радиуса округления зерна R .

Исходя из зависимостей (2.42) и (2.44), увеличение $K_{рез}$ достигается за счет уменьшения безразмерного коэффициента η , определяющего степень затупления зерна.

Эти условия реализуются, во-первых, поддержанием на круге “острого” режущего рельефа круга путем применения эффективных методов правки или обеспечения устойчивого режима самозатачивания круга.

Во-вторых, путем применения эффективных технологических сред, снижающих коэффициент трения режущих зерен с обрабатываемым материалом.

Увеличение коэффициента резания $K_{ш}$ является основным условием повышения производительности обработки Q при шлифовании по упругой схеме ($P_y = const$):

$$Q = \frac{K_{ш}^2 \cdot V_{кр} \cdot P_y}{4 \cdot \tau_{сдв}}. \quad (2.49)$$

Исходя из зависимости (2.49), кроме увеличения $K_{ш}$, важным фактором повышения Q является увеличение P_y , $V_{кр}$, т. е. применение высокоскоростного (сверхвысокоскоростного) шлифования со скоростью

круга 300 м/с и более) и силового шлифования, в том числе глубинного шлифования, реализующего большие значения силы P_y .

Из зависимости (2.49) вытекает важнейший параметр - удельная интенсивность шлифования

$$\frac{Q}{P_y} = \frac{K_{ш}^2 \cdot V_{кр}}{4 \cdot \tau_{сдв}}. \quad (2.50)$$

Физически он определяет силу P_y , необходимую для съема единицы объема материала. Чем больше $\frac{Q}{P_y}$, тем выше эффективность шлифования.

Увеличить $\frac{Q}{P_y}$ можно, прежде всего, увеличением коэффициента шлифования $K_{ш}$. По сути, параметр $\frac{Q}{P_y}$ является производным параметра $K_{ш}$.

Подставляя в зависимость (2.5) соотношение $K_{рез} = tg 2\beta$, приходим к зависимости (1.95), т. е. расчеты выполнены правильно. Применительно к точению преобразуем зависимость (1.95), принимая известное тригонометрическое соотношение $tg\beta = \frac{\sin 2\beta}{1 + \cos 2\beta}$ с учетом зависимости (1.54):

$$P_y = 2 \cdot \tau_{сдв} \cdot S \cdot \frac{\sin(\varphi - \gamma)}{1 - \sin(\varphi - \gamma)}. \quad (2.51)$$

С увеличением угла трения φ составляющая силы резания P_y однозначно увеличивается. При $\sin(\varphi - \gamma) \rightarrow 1$ выполняется условие $P_y \rightarrow \infty$.

Уменьшить P_y можно увеличением переднего угла инструмента γ . По мере затупления инструмента (вследствие округления его вершины) передний угол γ уменьшается, принимая отрицательные значения. Это видоизменяет зависимость (2.51)

$$P_y = 2 \cdot \tau_{сдв} \cdot S \cdot \frac{\sin(\varphi + \gamma)}{1 - \sin(\varphi + \gamma)}. \quad (2.52)$$

Увеличение отрицательного переднего угла инструмента γ ведет к интенсивному росту P_y . В этих условиях уменьшить P_y можно лишь уменьшением угла трения φ , например, за счет использования эффективных технологических сред и т. д.

Зависимость (2.52) справедлива также для процесса шлифования, так как режущие зерна имеют отрицательные передние углы. По мере затупления зерен $\gamma \rightarrow 90^\circ$, $(\varphi + \gamma) \rightarrow 90^\circ$, $P_y \rightarrow \infty$.

2.5. Автоколебания при резании материалов

Под действием переменных сил резания происходят колебания элементов технологической системы. Рассмотрим инструмент в виде одномассовой системы (рис.2.8), на которую действуют упруго восстанавливающая сила $c \cdot y$, сила инерции $m \cdot \ddot{y}$, сила сопротивления $k_1 \cdot \dot{y}$ и составляющая силы резания P_y .

Уравнение равновесия сил имеет вид

$$m \cdot \ddot{y} = P_y - k_1 \cdot \dot{y} - c \cdot y, \quad (2.53)$$

где m , C - соответственно приведенные масса и жесткость системы;

k_1 - коэффициент пропорциональности;

y , \dot{y} , \ddot{y} - соответственно перемещение, скорость и ускорение движения системы.

С учетом (2.51) уравнение (2.53) опишется

$$\ddot{y} + 2 \cdot n \cdot \dot{y} + k^2 \cdot y = \frac{2 \cdot \tau_{сдв} \cdot S}{m} \cdot \frac{\sin(\varphi - \gamma)}{1 - \sin(\varphi - \gamma)}, \quad (2.54)$$

где $k = \sqrt{\frac{c}{m}}$ - собственная частота системы, $2 \cdot n = \frac{k_1}{m}$.

Для $0 < \sin(\varphi - \gamma) < 1$ справедливо разложение в ряд

$$\frac{1}{1 - \sin(\varphi - \gamma)} = 1 + \sin(\varphi - \gamma) + \sin^2(\varphi - \gamma) + \sin^3(\varphi - \gamma) + \dots \quad (2.55)$$

Коэффициент трения $f = \operatorname{tg} \varphi$ зависит от скорости скольжения стружки по передней поверхности инструмента $V = V_{cmp} - \dot{y}$, рис. 2.9 [25].

При движении массы m в положительном направлении скорость V меньше скорости $V_{cmp} = \frac{V_0}{\xi}$ (где V_0 - скорость резания, ξ - коэффициент усадки стружки), а при движении в отрицательном направлении, наоборот, больше V_{cmp} . Зависимость $\varphi - V$ (которая соответствует зависимости $f - V$, рис. 2.9) на падающем участке можно аппроксимировать

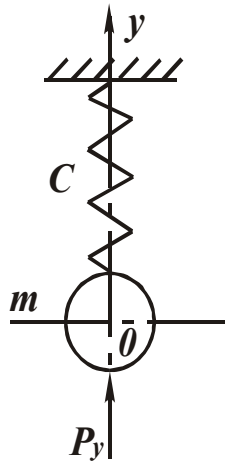


Рис. 2.8. Расчетная схема колебаний инструмента.

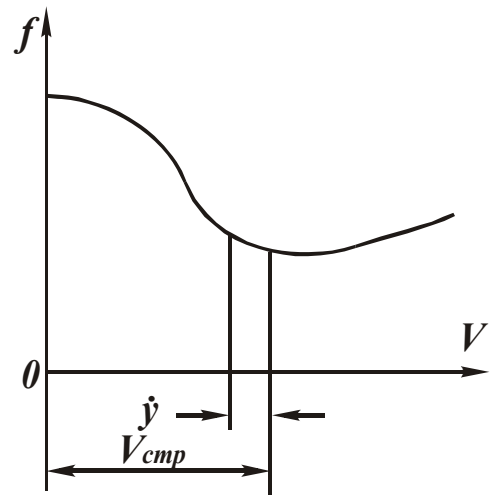


Рис. 2.9. Зависимость f от V .

$$\varphi = \varphi_0 - \alpha \cdot V = \varphi_0 - \alpha \cdot (V_{cmp} - \dot{y}) = (\varphi_0 - \alpha \cdot V_{cmp}) + \alpha \cdot \dot{y}, \quad (2.56)$$

где φ_0, α - некоторые постоянные.

Ограничиваясь в разложении (2.55) первым слагаемым, уравнение (2.54) примет вид

$$\ddot{y} + 2 \cdot n \cdot \dot{y} + k^2 \cdot y = \frac{2 \cdot \tau_{сдв} \cdot S}{m} \cdot \sin(\varphi - \gamma). \quad (2.57)$$

При таком подходе функция $W = \frac{1}{1 - \sin(\varphi - \gamma)}$ не оказывает никакого влияния на конечный результат. Однако, это может привести к неправильному решению. Для того чтобы учесть эту функцию,

предположим, что она не зависит от \dot{y} :

$$W = \frac{1}{1 - \sin(\varphi_o - \alpha \cdot V_{cmp} - \gamma)} \quad (2.58)$$

и входит в правую часть уравнения (2.57). Исключим из (2.57) слагаемые, определяющие статическое равновесие системы:

$$c \cdot (y - y_1) = 2 \cdot \tau_{cdв} \cdot W \cdot \sin(\varphi_o - \alpha \cdot V_{cmp} - \gamma),$$

тогда

$$\ddot{y}_1 + 2 \cdot n \cdot \dot{y}_1 + k^2 \cdot y_1 = \frac{2 \cdot \tau_{cdв} \cdot W}{m} \cdot \left\{ \sin[(\varphi_o - \alpha \cdot V_{cmp} - \gamma) + \alpha \cdot y_1] - \sin(\varphi_o - \alpha \cdot V_{cmp} - \gamma) \right\}, \quad (2.59)$$

где y_1 , \dot{y}_1 , \ddot{y}_1 - новые переменные.

С учетом тригонометрических преобразований, обозначая $u = \varphi_o - \alpha \cdot V_{cmp} - \gamma$, правая часть уравнения (2.59) выразится

$$\begin{aligned} \sin(u + \alpha \cdot y_1) - \sin u &= \sin u \cdot \cos \alpha \cdot y_1 + \cos u \cdot \sin \alpha \cdot y_1 - \sin u = \\ &= \sin u \cdot \left(-\frac{\alpha^2 \cdot y_1^2}{2!} + \frac{\alpha^4 \cdot y_1^4}{4!} - \dots \right) + \cos u \cdot \left(\frac{\alpha^2 \cdot y_1}{1!} - \frac{\alpha^3 \cdot y_1^3}{3!} + \dots \right). \end{aligned} \quad (2.60)$$

Уравнение (2.59) запишется

$$\ddot{y}_1 + \dot{y}_1 \cdot \left(2 \cdot n - \frac{2 \cdot \alpha \cdot \tau_{cdв} \cdot S \cdot \cos u \cdot W}{m} \right) - \frac{2 \cdot \tau_{cdв} \cdot S \cdot W}{m} \times$$

$$\times \left[\sin u \left(-\frac{\alpha^2 \cdot \dot{y}_1^2}{2!} + \frac{\alpha^4 \cdot \dot{y}_1^4}{4!} - \dots \right) + \cos u \left(-\frac{\alpha^3 \cdot \dot{y}_1^3}{3!} + \dots \right) \right] + k^2 \cdot y_1 = 0. \quad (2.61)$$

Получено нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка.

При отрицательном значении коэффициента, стоящего при \dot{y}_1 , имеет место неустойчивое состояние системы, т.е. возникают автоколебания [25].

Система будет совершать свободные колебания с собственной частотой k , если выполняется условие $\ddot{y}_1 + k^2 \cdot y_1 = 0$ или, исходя из (2.61),

$$R = -\dot{y}_1 \cdot \left(2 \cdot n - \frac{2 \cdot \alpha \cdot \tau_{\text{сдв}} \cdot S \cdot \cos u \cdot W}{m} \right) + \frac{2 \cdot \tau_{\text{сдв}} \cdot S \cdot W}{m} \times$$

$$\times \left[\sin u \left(-\frac{\alpha^2 \cdot \dot{y}_1^2}{2!} + \frac{\alpha^4 \cdot \dot{y}_1^4}{4!} - \dots \right) - \cos u \left(-\frac{\alpha^3 \cdot \dot{y}_1^3}{3!} + \dots \right) \right] = 0.$$

Амплитуду колебаний A определим методом энергетического баланса, согласно которому стационарные автоколебания описываются (приближенно) гармоническим законом

$$y_1 = A \cdot \sin k \tau \quad (2.62)$$

с частотой свободных колебаний системы k . Работа силы R за период автоколебаний $T = 2 \cdot \pi / k$ равна нулю:

$$\int_0^T R \cdot \dot{y} \cdot d\tau = 0 \quad (2.63)$$

или

$$-\int_0^T \left\{ \left(2 \cdot n - \frac{2 \cdot \alpha \cdot \tau_{\text{сдв}} \cdot S \cdot \cos u \cdot W}{m} \right) \cdot \dot{y}_1^2 - \frac{2 \cdot \tau_{\text{сдв}} \cdot S \cdot W}{m} \times \right.$$

$$\times \left[\sin u \left(-\frac{\alpha^2 \cdot \dot{y}_1^2}{2!} + \frac{\alpha^4 \cdot \dot{y}_1^4}{4!} - \dots \right) + \cos u \left(-\frac{\alpha^3 \cdot \dot{y}_1^3}{3!} + \dots \right) \right] \cdot d\tau = 0. \quad (2.64)$$

Подставляя $\dot{y}_1 = A \cdot k \cdot \cos k\tau$ в (2.64), имеем

$$\int_0^T \left[\left(2 \cdot n - \frac{2 \cdot \alpha \cdot \tau_{сдв} \cdot S \cdot \cos u \cdot W}{m} \right) \cdot \cos^2 k\tau + \frac{2 \cdot \tau_{сдв} \cdot S \cdot W \cdot \cos u \cdot \alpha^3}{6 \cdot m} \cdot A^2 \cdot k^2 \cdot \cos^4 k\tau \right] \cdot d\tau = 0.$$

Откуда

$$A = \frac{1}{k} \cdot \sqrt{\frac{\int_0^T \frac{6}{\alpha^2} \cdot \left(1 - \frac{n \cdot m}{\tau_{сдв} \cdot S \cdot W \cdot \cos u \cdot \alpha} \right) \cdot \cos^2 k\tau \cdot d\tau}{\int_0^T \cos^4 k\tau \cdot d\tau}}.$$

Коэффициент α определяет тангенс угла наклона функции u в точке статического равновесия системы, рис.2.9.

С учетом $\alpha = \operatorname{tgu}$ амплитуда колебаний A выразится

$$A = \frac{\sqrt{8}}{k \cdot \operatorname{tgu}} \cdot \sqrt{1 - \frac{n \cdot m}{\tau_{сдв} \cdot S \cdot \sin u \cdot W}}. \quad (2.65)$$

Второе слагаемое подкоренного выражения (2.65) определяет отношение силы сопротивления к силе резания P_y . Это отношение должно быть меньше единицы, в противном случае (при отрицательном подкоренном выражении) возбуждения автоколебаний не будет. С увеличением u и уменьшением знаменателя (т. е. силы резания P_y) амплитуда колебаний A уменьшится.

С учетом зависимостей (1.54) и (1.95) амплитуда колебаний опишется

$$A = \frac{\sqrt{8 \cdot \operatorname{tg} 2\beta}}{k} \cdot \sqrt{1 - \frac{n \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} 2\beta \cdot m}{\tau_{сдв} \cdot S}}. \quad (2.66)$$

Угол сдвига материала β неоднозначно влияет на A . С увеличением β подкоренное выражение уменьшается, а множитель $\operatorname{tg} 2\beta$, стоящий перед корнем, возрастает. Следовательно, возможна экстремальная зависимость $A - \beta$ и амплитуда колебаний A будет принимать максимальное значение.

Экспериментально установлено, что угол β с увеличением скорости резания V при точении возрастает. Исходя из (2.66), это может привести к экстремальной зависимости $A - V$, что соответствует экспериментальным данным [33], согласно которым амплитуда A проходит точку максимума.

По мере затупления инструмента угол β уменьшается. Следовательно, уменьшится множитель $\operatorname{tg} 2\beta$ и возрастет подкоренное выражение в (2.66). Учитывая преобладающую роль подкоренного выражения, это приведет к увеличению амплитуды колебаний A , что соответствует экспериментальным данным.

Аналогичное влияние на β и A оказывает коэффициент трения f (угол трения φ) и противоположное влияние – передний угол инструмента γ .

С увеличением площади поперечного сечения среза S амплитуда колебаний A возрастает.

При шлифовании

$$S = \frac{Q}{V_{кр}} = \frac{B \cdot V_{дет} \cdot t}{V_{кр}},$$

где Q - производительность обработки;

B - ширина шлифования;

$V_{дет}$, $V_{кр}$ - соответственно скорости детали и круга;

t - глубина шлифования.

Амплитуда колебаний A тем больше, чем больше B , $V_{дет}$, t и меньше $V_{кр}$. Теоретические результаты согласуются с экспериментальными, рис. 2.10 [36].

Увеличение A с течением времени τ связано с затуплением зерен

круга, уменьшением угла сдвига β и увеличением подкоренного выражения в (2.66).

Приблизительно к таким результатам можно прийти, если в преобразованном уравнении (2.54) положить

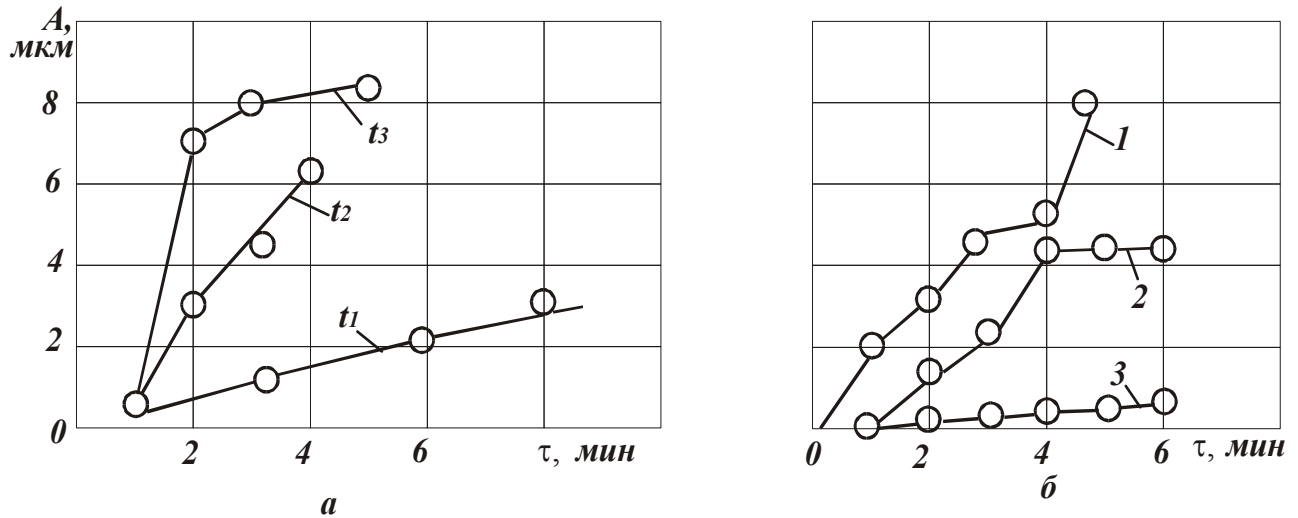


Рис. 2.10. Зависимость A от τ : а) – $t_3 > t_2 > t_1$; б) – (1- $V_{кр} = 25$ м/с; 2- $V_{кр} = 35$ м/с; 3- $V_{кр} = 48$ м/с).

$$R = \frac{2 \cdot \tau_{сдв} \cdot S}{m} \cdot \frac{\sin(\varphi - \gamma)}{1 - \sin(\varphi - \gamma)} - 2 \cdot n \cdot \dot{y}_1 = 0. \quad (2.67)$$

Из зависимости (2.62) вытекает: $\dot{y}_1 = A \cdot k \cdot \cos k\tau$.

Максимальное значение \dot{y}_1 достигается при $\sin k\tau = 0$. Это соответствует наибольшему значению φ . Тогда

$$A = \frac{\tau_{сдв} \cdot S}{k \cdot u \cdot m} \cdot \frac{\sin(\varphi - \gamma)}{1 - \sin(\varphi - \gamma)}. \quad (2.68)$$

Амплитуда колебаний A тем больше, чем больше $\tau_{сдв}$, S , φ и меньше u , γ . Для отрицательного переднего угла инструмента (или режущего зерна круга)

$$A = \frac{\tau_{сдв} \cdot S}{k \cdot u \cdot m} \cdot \frac{\sin(\varphi + \gamma)}{1 - \sin(\varphi + \gamma)}. \quad (2.69)$$

С увеличением γ амплитуда колебаний A неограниченно возрастает. Следовательно, по мере затупления инструмента происходит увеличение

$A \rightarrow \infty$ и процесс резания прекратится.

С увеличением скорости резания V при лезвийной обработке угол трения φ (коэффициент трения на передней поверхности инструмента f) уменьшается. Это ведет к снижению A . В случае образования нароста на передней поверхности инструмента, передний угол γ возрастает с увеличением V , амплитуда колебаний уменьшается. По мере вырождения нароста передний угол уменьшится, а амплитуда колебаний возрастет. При дальнейшем увеличении V происходит уменьшение A за счет уменьшения угла трения φ , т.е. характер изменения A аналогичен изменению составляющей силы резания P_y .

С увеличением собственной частоты системы k амплитуда колебаний пропорционально уменьшается.

2.6. Анализ колебаний с учетом переменной жесткости системы

В связи с колебаниями инструмента в радиальном направлении ОУ толщина среза изменится во времени. Параметр S в уравнении (2.54) следует рассматривать в виде $v \cdot (a - y)$, где a - толщина среза, v - ширина среза.

Уравнение (2.54) примет вид

$$\ddot{y} + 2 \cdot n \cdot \dot{y} + \left[k^2 + \frac{2 \cdot \tau_{cdv} \cdot v}{m} \cdot \frac{\sin(\varphi - \gamma)}{1 - \sin(\varphi - \gamma)} \right] \cdot y = \frac{2 \cdot \tau_{cdv} \cdot S}{m} \cdot \frac{\sin(\varphi - \gamma)}{1 - \sin(\varphi - \gamma)} \quad (2.70)$$

Собственная частота колебаний системы

$$\bar{k} = \sqrt{k^2 + \frac{2 \cdot \tau_{cdv} \cdot v}{m} \cdot \frac{\sin(\varphi - \gamma)}{1 - \sin(\varphi - \gamma)}}$$

увеличивается за счет второго слагаемого. В результате колебаний углы φ и γ во времени изменяются.

Это приводит к изменению во времени жесткости и собственной частоты системы.

Приходим к дифференциальному уравнению (2.70) с переменными

коэффициентами.

Из теории колебаний [25] известно, что переменность коэффициентов типична для систем с параметрическим возбуждением колебаний, т. е. когда система испытывает внешнее воздействие в виде изменения параметра.

Параметрические колебания не являются вынужденными, так как на систему не действует внешняя периодически изменяющаяся сила.

Во многих практически важных случаях дифференциальное уравнение параметрических колебаний можно привести к форме уравнения Матье

$$\ddot{y} + (\bar{a} - 2 \cdot q \cdot \cos 2\tau) \cdot y = 0, \quad (2.71)$$

где \bar{a} , q - некоторые постоянные.

В зависимости от параметров \bar{a} , q система может находиться в неустойчивом состоянии. Следовательно, в результате переменности жесткости система может совершать автоколебания. Упростим задачу. Рассмотрим составляющую силы резания P_y в виде, описанном зависимостью (2.35), справедливой для резания инструментом с радиусной частью, рис. 2.4. Толщина среза a переменна. С учетом (2.35) дифференциальное уравнение колебаний (2.53) примет вид

$$\ddot{y} + 2 \cdot n \cdot \dot{y} + k^2 \cdot y = \frac{2,5 \cdot v}{m} \cdot \sqrt[3]{(HV \cdot R)^2 \cdot a \cdot \tau_{сдв}}, \quad (2.72)$$

где a - толщина среза, v - ширина среза.

Представим $a = a_0 - y$, где a_0 - заданная толщина среза. С учетом $y = a_0 - a$, $\dot{y} = -\dot{a}$, $\ddot{y} = -\ddot{a}$ приходим к нелинейному уравнению

$$\ddot{a} + 2 \cdot n \cdot \dot{a} + k^2 \cdot a + \frac{2,5 \cdot v}{m} \cdot \sqrt[3]{(HV \cdot R)^2 \cdot a \cdot \tau_{сдв}} = k^2 \cdot a_0. \quad (2.73)$$

В первом приближении пренебрегаем слагаемыми $2 \cdot n \cdot \dot{a}$ и $k^2 \cdot a$. Общее решение получим из уравнения

$$\ddot{a} + k_o^2 \cdot a^n = 0, \quad (2.74)$$

где n - переменная величина.

Введем новую переменную $p = \frac{da}{d\tau}$, тогда $\frac{d^2 a}{d^2 \tau} = p \cdot \frac{dp}{da}$. Уравнение

(2.74) запишется

$$p \cdot \frac{dp}{da} = -k_o^2 \cdot a^n \quad \text{или} \quad \frac{1}{k_o^2} \cdot p \cdot dp = -a^n \cdot da.$$

После интегрирования

$$\frac{1}{k_o^2} \cdot \frac{p^2}{2} = -\frac{1}{1+n} \cdot a^{1+n} + C_1,$$

$$\frac{p}{k_o} = \sqrt{C_2^2 - \frac{2}{1+n} \cdot a^{1+n}},$$

где $C_2^2 = 2 \cdot C_1$.

Представляя $p = \frac{da}{d\tau}$, получим дифференциальное уравнение

$$\frac{1}{k_o} \cdot \frac{da}{d\tau} = \sqrt{C_2^2 - \frac{2}{1+n} \cdot a^{1+n}}.$$

Интегрируя его, имеем

$$\sqrt{\frac{2 \cdot a^{1+n}}{(1+n) \cdot C_2^2}} = \sin(k_o \cdot \tau + C_3),$$

откуда

$$a = \left[\frac{(1+n) \cdot C_2^2}{2} \right]^{\frac{1}{1+n}} \cdot \sin^{\frac{2}{1+n}}(k_o \cdot \tau + C_3). \quad (2.75)$$

При $n=1/3$:

$$a = \left(\frac{2}{3} \right)^{0,75} \cdot C_2^{1,5} \cdot \sin^{1,5}(k_o \cdot \tau + C_3). \quad (2.76)$$

Постоянные C_2 и C_3 определяются из двух начальных условий:
 $a(0) = a_o, \dot{a}(0) = \dot{a}_o$.

При $n=1$:

$$a = C_2 \cdot \sin(k_o \cdot \tau + C_3). \quad (2.77)$$

Подчиняя данное решение двум начальным условиям, имеем

$$a = \sqrt{a_o^2 + \left(\frac{a_o}{k_o}\right)^2} \cdot \sin(k_o \cdot \tau + C_3), \quad (2.78)$$

где $C_3 = \operatorname{arctg} \left(\frac{k_o \cdot a_o}{\dot{a}_o} \right)$.

К аналогичному решению приходим, решая однородное дифференциальное уравнение

$$\ddot{a} + k_o^2 \cdot a = 0 \quad (2.79)$$

в виде $a = e^{r \cdot \tau}$. Постоянная r должна удовлетворять уравнению

$$r^2 + k_o^2 = 0, \quad (2.80)$$

которое называется *характеристическим уравнением*.

Решение (2.80):

$$r = \sqrt{-k_o^2} = \pm k_o \cdot i, \quad (2.81)$$

где $i = \sqrt{-1}$.

Тогда

$$a = C_2 \cdot \sin(k_o \cdot \tau + C_3),$$

т. е. приходим к решению (2.78). При $n=1$ и $n=1/3$ масса m совершает периодические колебания с собственной частотой k_o . При $n=1/3$ характер изменения функции $a(\tau)$ отличается от синусоидального закона лишь показателем степени $3/2$. Из этого можно заключить, что нелинейное дифференциальное уравнение (2.73) не вносит принципиальных изменений в характер свободных колебаний системы. Следовательно, изменение силы

резания P_y , описываемое зависимостью (2.35), не является причиной возникновения автоколебаний.

В нашей работе [9] показаны закономерности колебаний, обусловленные периодичностью процесса стружкообразования при резании.

2.7. Колебания при врезании инструмента в обрабатываемый материал

Радиальную составляющую силы резания P_y с учетом рис. 2.9 аппроксимируем

$$P_y = P_{y_0} + \bar{\alpha} \cdot \dot{y}, \quad (2.82)$$

где P_{y_0} - значение силы резания P_y для определенной скорости резания; $\bar{\alpha}$ - постоянная.

Общее решение дифференциального уравнения (2.53) с учетом (2.82) запишется

$$y = e^{-n \cdot \tau} (B_1 \cdot \sin \bar{k}_1 \tau + B_2 \cdot \cos \bar{k}_1 \tau) + y_{cm}, \quad (2.83)$$

где $n = \frac{k_1 - \bar{\alpha}}{2 \cdot m}$; $\bar{k}_1 = \sqrt{k_1^2 - n^2}$; $y_{cm} = \frac{P_{y_0}}{c}$; y_{cm} - статическое перемещение массы m от действия силы P_{y_0} .

Постоянные B_1 и B_2 определяются из начальных условий

$$\begin{cases} y(0) = 0; \\ \dot{y}(0) = 0. \end{cases} \quad (2.84)$$

Тогда $B_1 = -\frac{n}{k_1} \cdot y_{cm}$, $B_2 = -y_{cm}$. Соответственно

$$y = y_{cm} \cdot \left[1 - \sqrt{\left(\frac{n}{k_1}\right)^2 + 1} \cdot e^{-n \cdot \tau} \cdot \sin(\bar{k}_1 \cdot \tau + \bar{\psi}) \right], \quad (2.85)$$

где $\bar{\psi} = \operatorname{arctg}\left(\frac{\bar{k}_1}{n}\right)$.

При $k_1 > \bar{\alpha}$ параметр n положительный и колебания затухают во времени. При $k_1 = \bar{\alpha}$ параметр $n = 0$ и система совершает установившиеся незатухающие колебания. При $k_1 < \bar{\alpha}$ параметр n отрицательный и происходит “раскачка” системы во времени ($y \rightarrow \infty$).

Все три случая могут иметь место на практике. В первом и втором случаях процесс резания будет протекать устойчиво (во втором случае система будет совершать автоколебания), а в третьем случае – неустойчиво. Следовательно, необходимо уменьшать $\bar{\alpha}$ и увеличивать k_1 , т. е. увеличивать n . За счет множителя $e^{-n \cdot \tau}$ в начальный момент времени амплитуда колебаний y принимает большие значения. При $e^{-n \cdot \tau} \rightarrow 1$ амплитуда y может превысить значение $2 \cdot y_{cm}$.

С увеличением скорости резания, исходя из рис. 2.9, сила резания P_{y_0} и соответственно y_{cm} уменьшаются. Это ведет к уменьшению y .

При небольших скоростях резания множитель $e^{-n \cdot \tau} \rightarrow 0$ и $y \rightarrow y_{cm}$. При относительно высоких скоростях резания $e^{-n \cdot \tau} \rightarrow 1$ (так как $\tau \rightarrow 0$) и $y > y_{cm}$. Следовательно, с увеличением скорости резания коэффициент динамичности системы $\frac{y}{y_{уст}} > 1$ возрастает, что согласуется, например, с

экспериментальными данными Зубаря В.П., полученными при прерывистом точении инструментами из СТМ.

3. РАСЧЕТЫ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ МЕТОДОМ ФУРЬЕ РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ

3.1. Уравнение теплопроводности

Для установления уравнения теплопроводности выделим в теле элементарный куб, грани которого параллельны координатным плоскостям, рис.3.1 [3]. Количество тепла, проходящее через левую грань справа налево за промежуток времени $\Delta\tau$, равно

$$\lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x}(x, y, z, \tau) \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta \tau,$$

где λ - коэффициент теплопроводности тела;

θ - температура тела в точке с координатами x, y, z ;

$q = -\lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x}(x, y, z, \tau)$ - плотность теплового потока;

τ - время;

$\Delta y \cdot \Delta z$ - площадь грани куба.

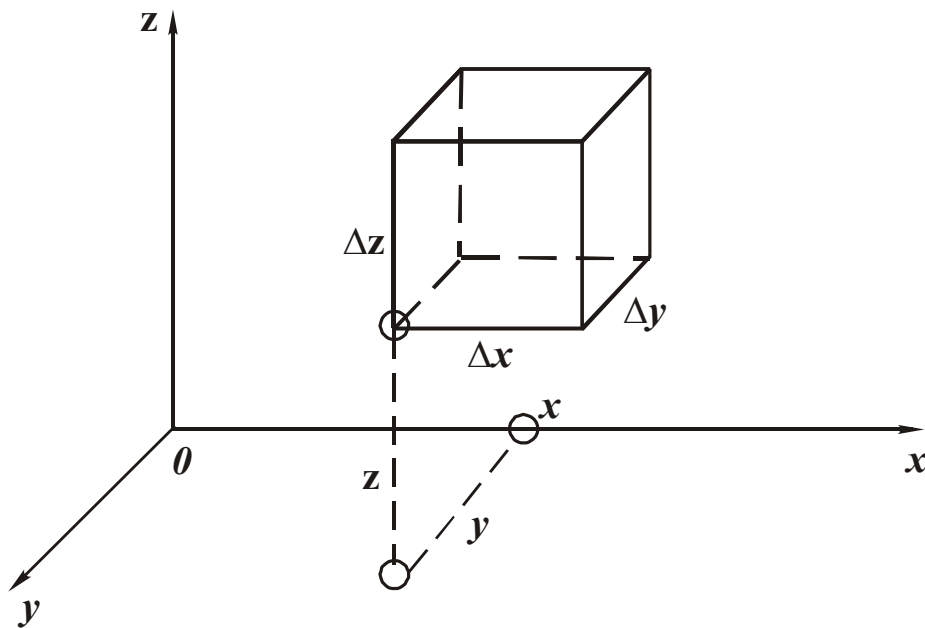


Рис. 3.1. Положение элементарного куба в координатных плоскостях.

Количество тепла, проходящее через правую грань куба справа налево

$$\lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x}(x + \Delta x, y, z, \tau) \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta \tau.$$

Количество тепла, вошедшее в куб через левую и правую грани

$$\lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x}(x + \Delta x, y, z, \tau) \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta \tau - \lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x}(x, y, z, \tau) \times \\ \times \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta \tau \approx \lambda \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}(x, y, z, \tau) \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta \tau.$$

Общее количество тепла, вошедшее в куб за время $\Delta \tau$ через все грани

$$\lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta \tau. \quad (3.1)$$

С другой стороны, количество тепла, необходимое для нагрева элементарного куба до температуры θ за время $\Delta \tau$, равно

$$C \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta \tau, \quad (3.2)$$

где C - удельная теплоемкость тела.

Сравнивая величины (3.1) и (3.2), получим уравнение теплопроводности, представляющее собой линейное дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right), \quad (3.3)$$

где $a^2 = \frac{\lambda}{C}$.

Если температура тела θ не зависит от времени τ , то распределение тепла называется стационарным. Функция $\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = 0$ и уравнение (3.3) упрощается

$$\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) = 0. \quad (3.4)$$

Уравнение (3.4) называется уравнением Лапласа.

В общем случае дифференциальное уравнение (3.3) имеет бесконечное множество решений, зависящих от начальных и граничных условий. Рассмотрим примеры решения уравнения (3.3), типичные для обработки материалов резанием и шлифованием.

3.2. Распределение температуры в полуплоскости

Примем $\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = 0$. Распределение температуры в теле зависит от положения точки с координатами x, y, z и не зависит от времени, т.е. подчиняется уравнению Лапласа (3.4). Получим решение уравнения (3.4) для полуплоскости ($-\infty < x < \infty, y > 0$), удовлетворяющее граничному условию

$$\theta(x, y) = \varphi(x) \quad \text{при } -\infty < x < \infty, \quad (3.5)$$

где $\varphi(x)$ - некоторая функция.

Решение будем искать методом Фурье разделения переменных.

Для этого искомое решение представим в виде произведения двух функций X и Y , где X - зависит только от координаты x , а Y - от координаты y .

Подставляя функцию $\theta(x, y) = X \cdot Y$ в уравнение (3.4), получим

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = -\frac{1}{Y} \cdot \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2}. \quad (3.6)$$

В тождестве (3.6) левая часть не зависит от y , а правая - от x , поэтому справедливо условие

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = -\frac{1}{Y} \cdot \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} = -\eta^2, \quad (3.7)$$

где η - некоторая постоянная.

Из (3.7) следуют два обыкновенные линейные дифференциальные уравнения

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \eta^2 \cdot X = 0, \\ \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} - \eta^2 \cdot Y = 0, \end{cases} \quad (3.8)$$

решения которых общеизвестны

$$X = C_1 \cdot \cos \eta x + C_2 \cdot \sin \eta x, \quad (3.9)$$

$$Y = C_3 \cdot e^{\eta y} + C_4 \cdot e^{-\eta y}. \quad (3.10)$$

Неизвестные постоянные C_1, C_2, C_3, C_4 определяются из граничных условий. С учетом (3.9) и (3.10) искомое решение $\theta(x, y)$ примет вид

$$\theta(x, y) = (C_1 \cdot \cos \eta x + C_2 \cdot \sin \eta x) \cdot (C_3 \cdot e^{\eta y} + C_4 \cdot e^{-\eta y}). \quad (3.11)$$

Предположим, что функция $\theta(x, y)$ при $y \rightarrow \infty$ принимает значение $\theta(x, y) = 0$, тогда $Y = 0$ имеем. Из (3.10) следует $C_3 = 0$ и зависимость (3.11) описывается

$$\theta(x, y) = (C_{/} \cdot \cos \eta x + C_{//} \cdot \sin \eta x) e^{-\eta y}, \quad (3.12)$$

где $C_{/} = C_1 \cdot C_4$; $C_{//} = C_2 \cdot C_4$

Таким образом, получено частное решение уравнения Лапласа.

Очевидно, сумма функций $\theta(x, y)$ и интеграл по параметру η также будут решениями уравнения (3.4). В последнем случае справедливо

$$\theta(x, y) = \int_0^{\infty} [C_{/} \cdot \cos \eta x + C_{//} \cdot \sin \eta x] \cdot e^{-\eta y} \cdot d\eta. \quad (3.13)$$

Постоянные $C_{/}$ и $C_{//}$ определяются из граничного условия (3.5), которое с учетом зависимости (3.13) примет вид

$$\theta(x, 0) = \int_0^{\infty} [C_{/} \cdot \cos \eta x + C_{//} \cdot \sin \eta x] \cdot d\eta = \varphi(x). \quad (3.14)$$

Представим разложение функции $\varphi(x)$ интегралом Фурье

$$\begin{aligned} \varphi(x) = \int_0^{\infty} \left\{ \left[\frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \cos \eta \xi \cdot d\xi \right] \cdot \cos \eta x + \right. \\ \left. + \left[\frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \sin \eta \xi \cdot d\xi \right] \cdot \sin \eta x \right\} \cdot d\eta, \end{aligned} \quad (3.15)$$

где ξ - новая переменная.

Сравнивая зависимости (3.14) и (3.15), имеем

$$\begin{aligned} C_{/} &= \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \cos \eta \xi \cdot d\xi; \\ C_{//} &= \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \sin \eta \xi \cdot d\xi. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Подставляя постоянные C_1 и C_2 в (3.13), получим

$$\theta(x, y) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} e^{-\eta y} \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \cos \eta(\xi - x) \cdot d\xi \right] \cdot d\eta.$$

Поменяем местами интегралы

$$\theta(x, y) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \left[\int_0^{\infty} e^{-\eta y} \cdot \cos \eta(\xi - x) d\eta \right] \cdot d\xi. \quad (3.17)$$

С учетом табличного интеграла

$$\int_0^{\infty} e^{-a \cdot S} \cdot \cos Sx \cdot dx = \frac{a^2}{a^2 + x^2}, \quad (a > 0)$$

решение (3.17) примет вид

$$\theta(x, y) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \times \\ \times \frac{y d\xi}{[y^2 + (\xi - x)^2]}. \quad (3.18)$$

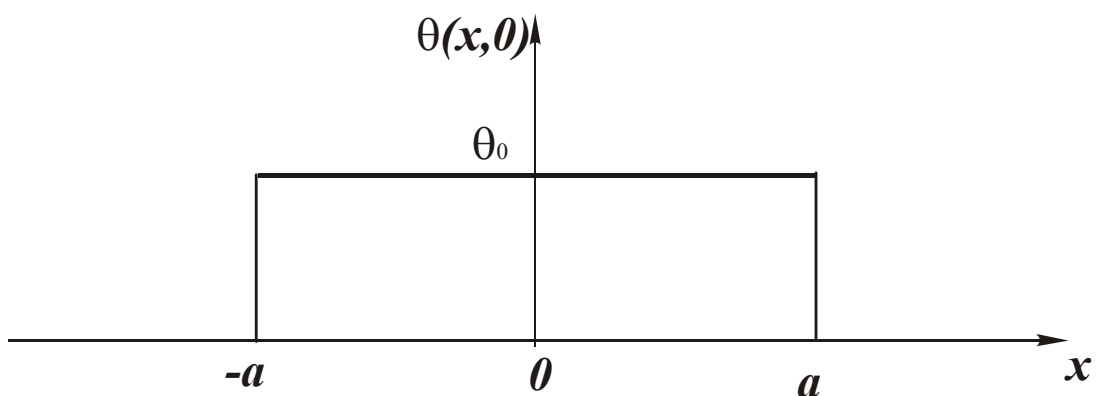


Рис. 3.2. Вид функции $\theta(x, 0)$.

Для граничных условий (рис. 3.2)

$$\begin{cases} \theta(x, 0) = \theta_0 & \text{при } -a < x < a, \\ \theta(x, 0) = 0 & \text{при } |x| \geq a, \end{cases}$$

зависимость (3.18) выразится

$$\begin{aligned}\theta(x, y) &= \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-a}^a \theta_0 \cdot \left[\frac{y d\xi}{y^2 + (\xi - x)^2} \right] = \\ &= \frac{\theta_0}{\pi} \cdot \left[\operatorname{arctg} \frac{(a-x)}{y} + \operatorname{arctg} \frac{(a+x)}{y} \right].\end{aligned}\quad (3.19)$$

С учетом известного тригонометрического преобразования

$$\operatorname{arctg} \alpha_1 - \operatorname{arctg} \alpha_2 = \operatorname{arctg} \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)}{(1 + \alpha_1 \cdot \alpha_2)} \quad (3.20)$$

зависимость (3.19) опишется

$$\theta(x, y) = \frac{\theta_0}{\pi} \cdot \operatorname{arctg} \left[\frac{2a \cdot y}{y^2 - (a^2 - x^2)} \right] \quad (3.21)$$

или

$$\operatorname{tg} \left[\frac{\theta(x, y)}{\theta_0} \cdot \pi \right] = \left[\frac{2a \cdot y}{y^2 - (a^2 - x^2)} \right]. \quad (3.22)$$

Обозначая

$$\operatorname{tg} \left[\frac{\theta(x, y)}{\theta_0} \cdot \pi \right] = C, \quad (3.23)$$

после преобразований (3.22) приходим к уравнению окружности

$$x^2 + \left(y - \frac{a}{C} \right)^2 = a^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{C^2} \right) \quad (3.24)$$

или

$$x^2 + (y - b)^2 = R^2, \quad (3.25)$$

где $b = \frac{a}{C}$; $R = a \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{C^2}}$ - радиус окружности.

В каждой точке окружности температура $\theta(x, y)$ постоянна. Окружность определяет положение изотермы, рис. 3.3.

При $y=0$ значение x равно

$$x = \pm \sqrt{R^2 - b^2} = \pm \sqrt{a^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{C^2}\right) - \frac{a^2}{C^2}} = \pm a. \quad (3.26)$$

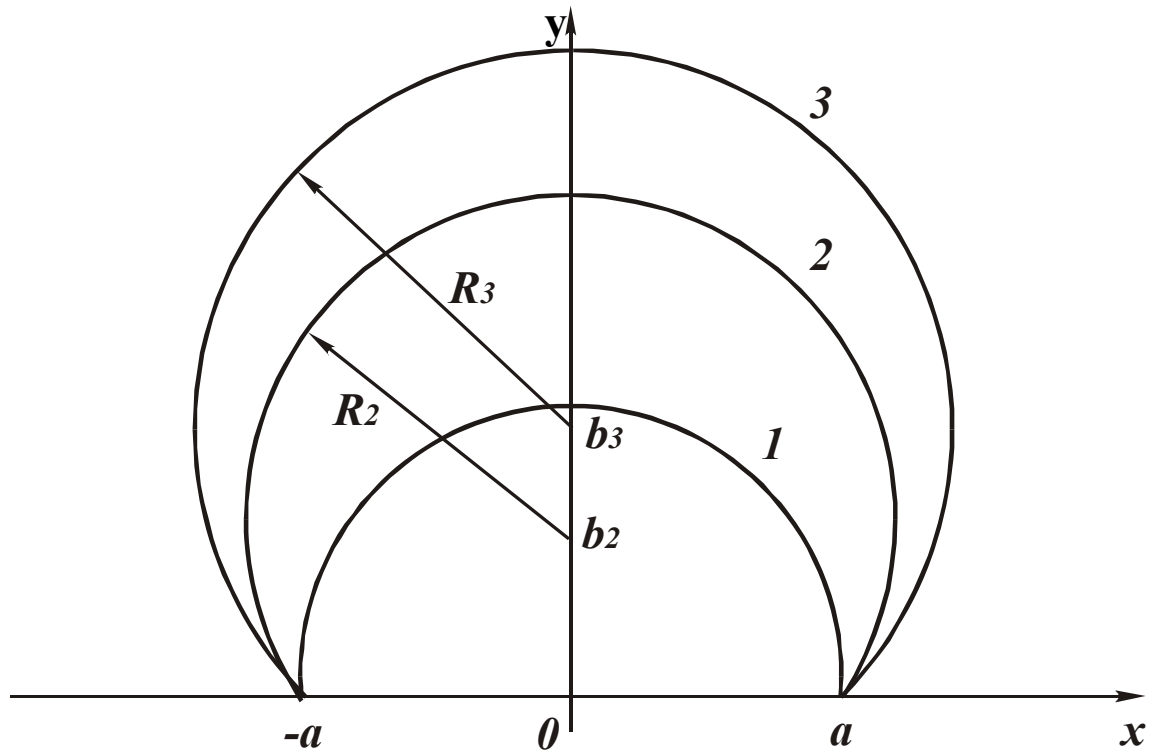


Рис.3.3. Температурное поле в изотермах ($C_1 > C_2 > C_3, v_1=0$).

Следовательно, все окружности проходят через точки $x = \pm a$. С уменьшением параметра c радиусы окружностей $R = a \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{C^2}}$ увеличиваются, а их центры смещаются в область больших значений $v = a/C$. Уменьшение параметра c , согласно зависимости (3.23), предполагает уменьшение температуры $\theta(x, y)$ при заданном значении θ_0 . Следовательно, чем больше радиус окружности R , тем меньше температура $\theta(x, y)$. Наибольшая температура достигается на границе полуплоскости и равна θ_0 . Параметр v всегда положительный. При $C \rightarrow \infty$ он стремится к нулю ($v \rightarrow 0$), т.е. наименьший радиус $R \rightarrow a$. Большому значению a соответствуют большие значения v и R .

Величина $\mathbf{e} + \mathbf{R} = \frac{a}{C} \cdot (1 + \sqrt{1 + C^2})$ определяет максимальное расстояние от точки \mathbf{O} до точки, в которой температура принимает заданное значение $\theta(\mathbf{0}, y)$, соответствующее $C = \text{const}$. Уменьшить величину $(\mathbf{e} + \mathbf{R})$ при $C = \text{const}$ (при заданных значениях θ и θ_0) можно лишь уменьшением a . Геометрический смысл решения (3.19) состоит в следующем. Исходя из рис. 3.4, справедливы соотношения

$$\frac{x - a}{y} = \text{tg } \beta_2;$$

$$\frac{x - (-a)}{y} = \frac{x + a}{y} = \text{tg } \beta_1. \quad (3.27)$$

Подставляя их в зависимость (3.19), имеем

$$\theta(x, y) = \frac{\theta_0}{\pi} \cdot [\text{arctg}(\text{tg } \beta_2) - \text{arctg}(\text{tg } \beta_1)] = \frac{\theta_0}{\pi} \cdot (\beta_2 - \beta_1). \quad (3.28)$$

Функция $\theta(x, y)$ вполне однозначно определяется разностью углов $(\beta_2 - \beta_1)$.

Чем больше $(\beta_2 - \beta_1)$, тем больше $\theta(x, y)$. Разность углов $(\beta_2 - \beta_1)$ может изменяться в пределах $0 < (\beta_2 - \beta_1) < \pi$. Поэтому при $(\beta_2 - \beta_1) \rightarrow 0$ справедливо $\theta(x, y) \rightarrow 0$, а при $(\beta_2 - \beta_1) \rightarrow \pi$ (на границе полуплоскости) - условие $\theta(x, y) \rightarrow \theta_0$.

Из планиметрии известно, что все вписанные в окружность углы, опирающиеся на данную дугу, равны между собой и составляют половину центрального угла φ , опирающегося на ту же дугу, рис. 3.5. Следовательно,

$\varphi = 2 \cdot (\beta_2 - \beta_1)$, $\frac{a}{R} = \sin(\beta_2 - \beta_1)$. Принимая в первом приближении $\sin(\beta_2 - \beta_1) \approx (\beta_2 - \beta_1)$ и подставляя в (3.28), получим

$$\theta(x, y) = \frac{\theta_0}{\pi} \cdot \frac{a}{R}, \quad (3.29)$$

где R - радиус окружности.

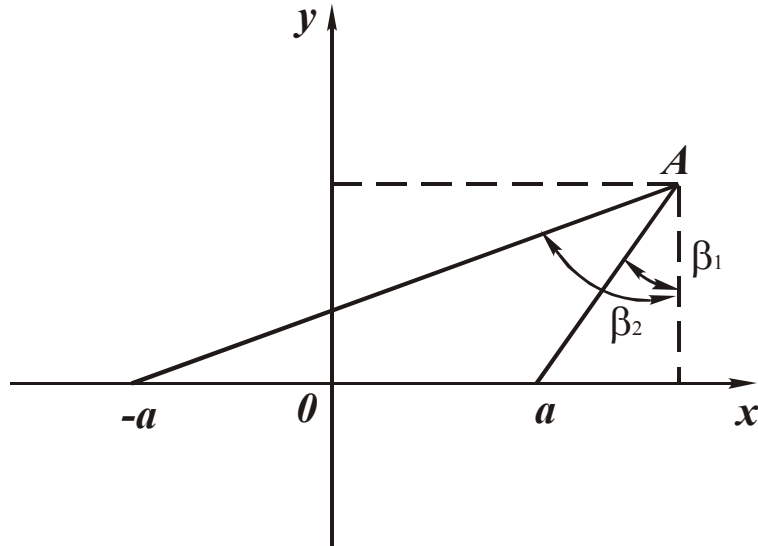


Рис.3.4. Положение углов β_1 и β_2 .

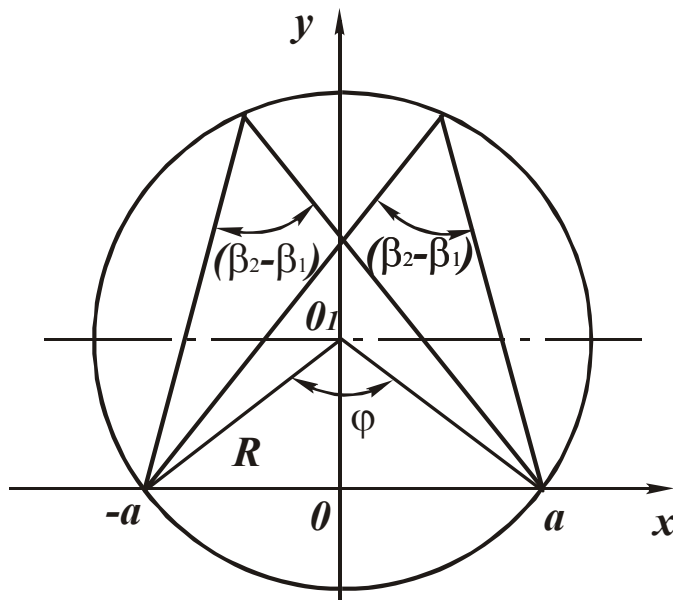


Рис.3.5. Положение угла $(\beta_2 - \beta_1)$.

При заданных значениях θ_0 и a температура $\theta(x, y)$ зависит лишь от радиуса R . Чем больше R , тем меньше $\theta(x, y)$. При $R \rightarrow \infty$ температура $\theta(x, y) \rightarrow 0$. При $R = a$ температура $\theta(x, y) = \frac{\theta_0}{\pi} < \theta_0$.

Заслуживает внимания анализ подинтегральной функции в (3.18). Исходя из рис. 3.6, справедливо условие $[y^2 + (\xi - x)^2] = d_1^2$, где d_1 - расстояние от точки A до точки B . С учетом $\frac{y}{d_1} = \cos \gamma$ и $\frac{d_1}{\cos \gamma} = d$ (где d -

расстояние от точки A до точки C), подинтегральная функция в (3.18) равна $\varphi(\xi) \cdot \frac{1}{d}$.

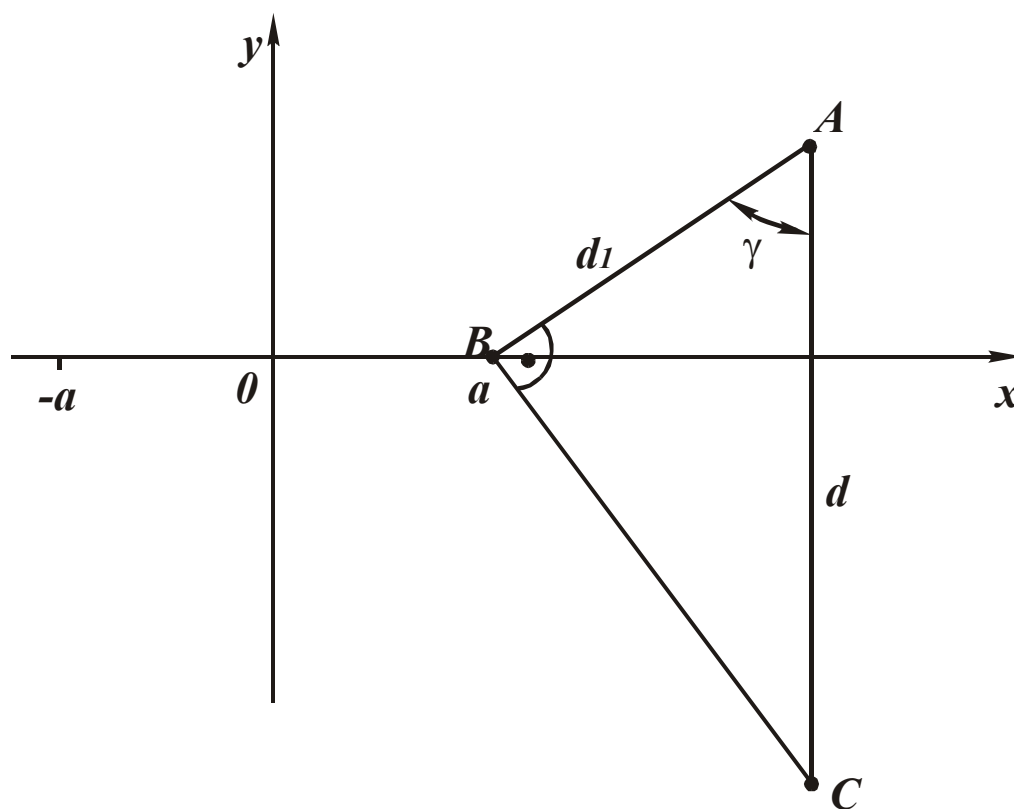


Рис. 3.6. Расчетная схема параметра d_1 .

Параметр d зависит от угла γ . Чем он больше по абсолютной величине, тем больше d . При $|\gamma| \rightarrow \frac{\pi}{2}$ параметр $d \rightarrow \infty$, а подинтегральная функция стремится к нулю.

При изменении угла γ в ограниченных пределах, соответствующих изменению $-a < x < a$, подинтегральная функция принимает ограниченные значения.

С геометрической точки зрения параметр d представляет собой диаметр окружности, проведенной через три точки A , B и C .

По условию построения, окружность должна касаться прямой $y = \text{const}$ в точке A .

Пределы изменения диаметра окружности d дают наглядное геометрическое представление об изменении подинтегральной функции и собственно интеграла (3.18).

3.3. Изменение плотности теплового потока

С учетом решения (3.21) плотность теплового потока $q_y(x, y) = -\lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial y}$ выразится

$$q_y(x, y) = -\frac{2a \cdot \lambda \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{(-y^2 - a^2 + x^2)}{(y^2 - a^2 + x^2)^2 + 4a^2 \cdot y^2}. \quad (3.30)$$

Проведем теоретический анализ зависимости (3.30), для чего упростим ее, вводя новую переменную $z^2 = x^2 - a^2$ при условии $|x| \geq a$, тогда

$$q_y(x, y) = \frac{2a \cdot \lambda \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{(y^2 - z^2)}{(y^2 + z^2)^2 + 4a^2 \cdot y^2}.$$

Перейдем к полярной системе координат: $y = r \cdot \sin \alpha$, $z = r \cdot \cos \alpha$:

$$q(r, \alpha) = \frac{2a \cdot \lambda \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{-\cos 2\alpha}{(r^2 + 4a^2 \cdot \sin^2 \alpha)}.$$

Обозначая $C = \frac{\pi \cdot q(r, \alpha)}{2a \cdot \lambda \cdot \theta_0}$, получим

$$r = \sqrt{-\frac{1}{C} \cdot \cos 2\alpha - 4a^2 \cdot \sin^2 \alpha}. \quad (3.31)$$

При $z = 0$ координата $x = \pm a$.

Следовательно, с учетом $|x| \geq a$ зависимость (3.31) справедлива для $0 < \alpha < 90^\circ$ ($x \geq a$).

В пределах $0 < \alpha < 45^\circ$ функция $\cos 2\alpha$ положительна, подкоренное выражение отрицательно и решение возможно при $C < 0$. Это указывает на то, что при $0 < \alpha < 45^\circ$ плотность теплового потока отрицательная величина и имеет место отвод тепла из полуплоскости, поскольку произведение $2a \cdot \lambda \cdot \theta_0$ - положительная величина.

При $45^0 < \alpha < 90^0$ функция $\cos 2\alpha < 0$, тогда $\frac{1}{C} > 0$, $q > 0$ и имеет место подвод тепла в полуплоскость.

В общем виде зависимость (3.31) выразится

$$R = \sqrt{\frac{1}{C} \cdot \cos 2\alpha - 4a^2 \cdot \sin^2 \alpha}. \quad (3.32)$$

При $\alpha > 0^0$ радиус $r = \sqrt{\frac{1}{C}} = \sqrt{\frac{2a \cdot \lambda \cdot \theta_0}{\pi \cdot q(r, \alpha)}}$.

Большому значению $q(r, \alpha)$ соответствует меньшее значение r .

При $q(r, \alpha) \rightarrow \infty$ радиус $r \rightarrow 0$. При $q(r, \alpha) \rightarrow 0$ радиус $r \rightarrow \infty$.

С увеличением угла α в пределах $0 < \alpha < 45^0$ первое слагаемое в (3.32) уменьшается до нуля, а второе возрастает.

При определенном значении угла $\alpha = \alpha_*$ радиус $r = 0$.

Следовательно, радиус r с увеличением угла α уменьшается от значения $r = \sqrt{\frac{1}{C}}$ при ($\alpha = 0^0$) до $r = 0$ (при $\alpha = \alpha_*$). Угол α_* определяется из условия

$$\operatorname{tg}^2 \alpha_* = \frac{1}{(1 + 4a^2 \cdot C)} = \frac{1}{(1 + \frac{2a \cdot \pi \cdot q}{\lambda \cdot \theta_0})}. \quad (3.33)$$

Чем больше плотность теплового потока q , тем меньше α_* .

При $q \rightarrow \infty$ угол $\alpha_* \rightarrow \infty$.

При $q \rightarrow 0$ угол $\alpha_* \rightarrow 45^0$.

Характер изменения функции $r = r(\alpha)$ для $0 < \alpha < 45^0$ показан на рис 3.7.а.

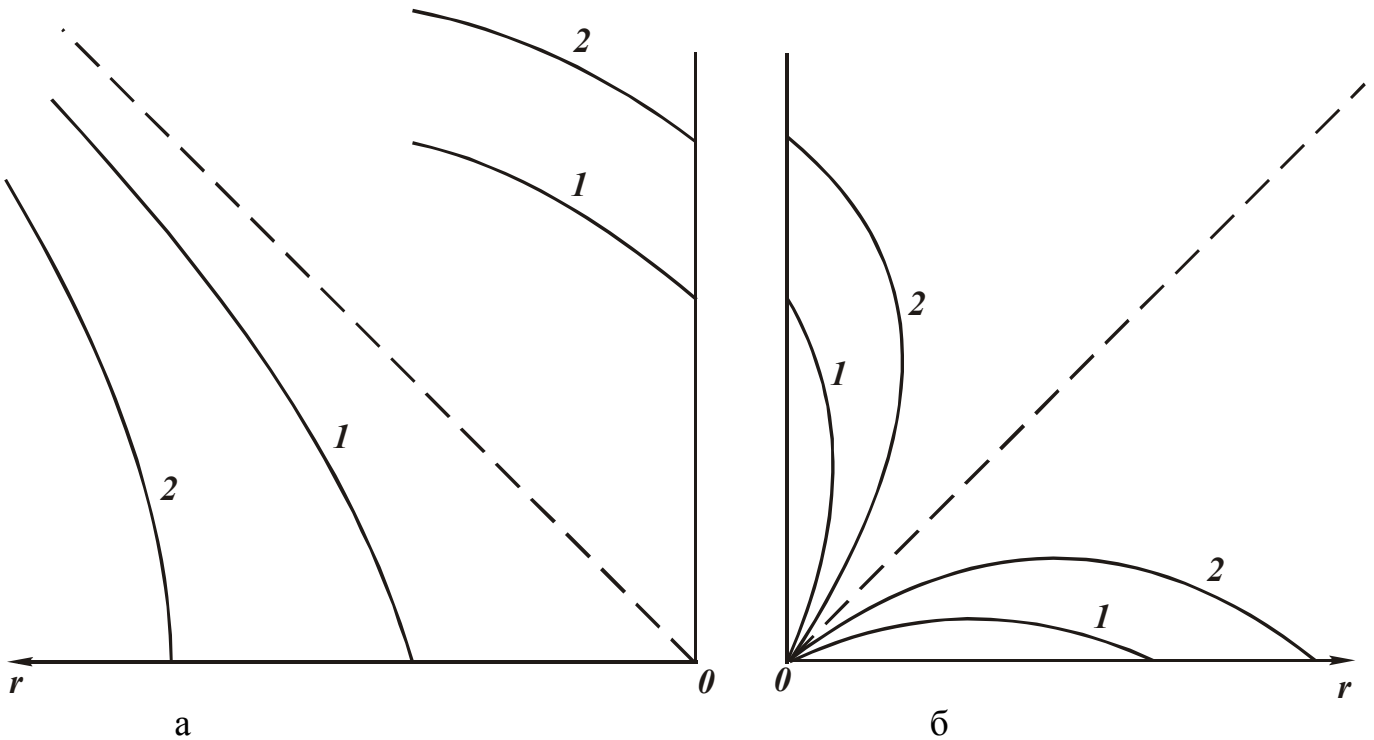


Рис. 3.7. Положения линий $q(r, \alpha) = \text{const}$, $q_1(r, \alpha) > q_2(r, \alpha)$.

С увеличением угла α в пределах $45^\circ < \alpha < 90^\circ$ функция $|\cos 2\alpha|$ в (3.32) возрастет от нуля до единицы, а функция $\sin \alpha$ возрастет от $\sqrt{2}/2$ до единицы.

Очевидно, при $\alpha = 45^\circ$ решения не существует, т.к. подкоренное выражение отрицательно.

При определенном значении угла $\alpha_* > 45^\circ$ радиус $r = 0$. При дальнейшем увеличении угла $\alpha > 45^\circ$ радиус r будет возрастать за счет более интенсивного роста первого слагаемого.

При $\alpha = 90^\circ$ радиус $r = \sqrt{\frac{1}{C} - 4a^2}$, т.е. $\frac{1}{C} > 4a^2$ или $q < \frac{\lambda \cdot \theta_0}{2 \cdot \pi \cdot a}$.

Следовательно, плотность теплового потока q при изменении $45^\circ < \alpha < 90^\circ$ ограничена. Графически функция $r(\alpha)$ показана на рис. 3.7, а.

Проведем анализ зависимости (3.30) в пределах $-a < x < a$, для чего введем новую переменную $z^2 = a^2 - x^2$. Значение z^2 для данных значений x всегда положительно. Тогда зависимость (3.30) примет вид

$$q_y(x, y) = -\frac{2a \cdot \lambda \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{(-y^2 - z^2)}{(y^2 - z^2)^2 + 4a^2 \cdot y^2}.$$

Перейдем к полярной системе координат: $y = r \cdot \sin \alpha$, $z = r \cdot \cos \alpha$

$$q(r, \alpha) = \frac{2a \cdot \alpha \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{1}{(r^2 \cdot \cos^2 2\alpha + 4a^2 \cdot \sin^2 \alpha)}$$

С учетом $C = \frac{\pi \cdot q(r, \alpha)}{2 \cdot a \cdot \lambda \cdot \theta_0}$, получим

$$r = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 2\alpha} \cdot \left(\frac{1}{C} - 4a^2 \cdot \sin^2 \alpha \right)}. \quad (3.34)$$

Подкоренное выражение положительно при $c > 0$. Следовательно, при $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ плотность теплового потока $q(r, \alpha) > 0$ и имеет место подвод тепла в полуплоскость.

С увеличением угла α в пределах $90^\circ < \alpha < 135^\circ$ функция $|\cos 2\alpha|$ уменьшается от единицы до нуля, а функция $\sin \alpha$ - уменьшается от единицы до значения $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

При $\alpha = 90^\circ$ радиус $r = \sqrt{\frac{1}{C} - 4 \cdot a^2}$, т.е. значения r при $\alpha = 90^\circ$, полученные по зависимостям (3.32) и (3.34), равны.

Очевидно, с увеличением α в пределах $90^\circ < \alpha < 135^\circ$ функция $\sin \alpha$ изменяется мало и радиус r будет зависеть в основном от функции $\frac{1}{\cos 2\alpha}$, которая возрастает от единицы до бесконечности, рис. 3.7,б.

С увеличением α в пределах $135^\circ < \alpha < 180^\circ$ функция $|\cos 2\alpha|$ возрастает от нуля до единицы, а функция $\sin \alpha$ - уменьшается от значения $\frac{\sqrt{2}}{2}$ до нуля.

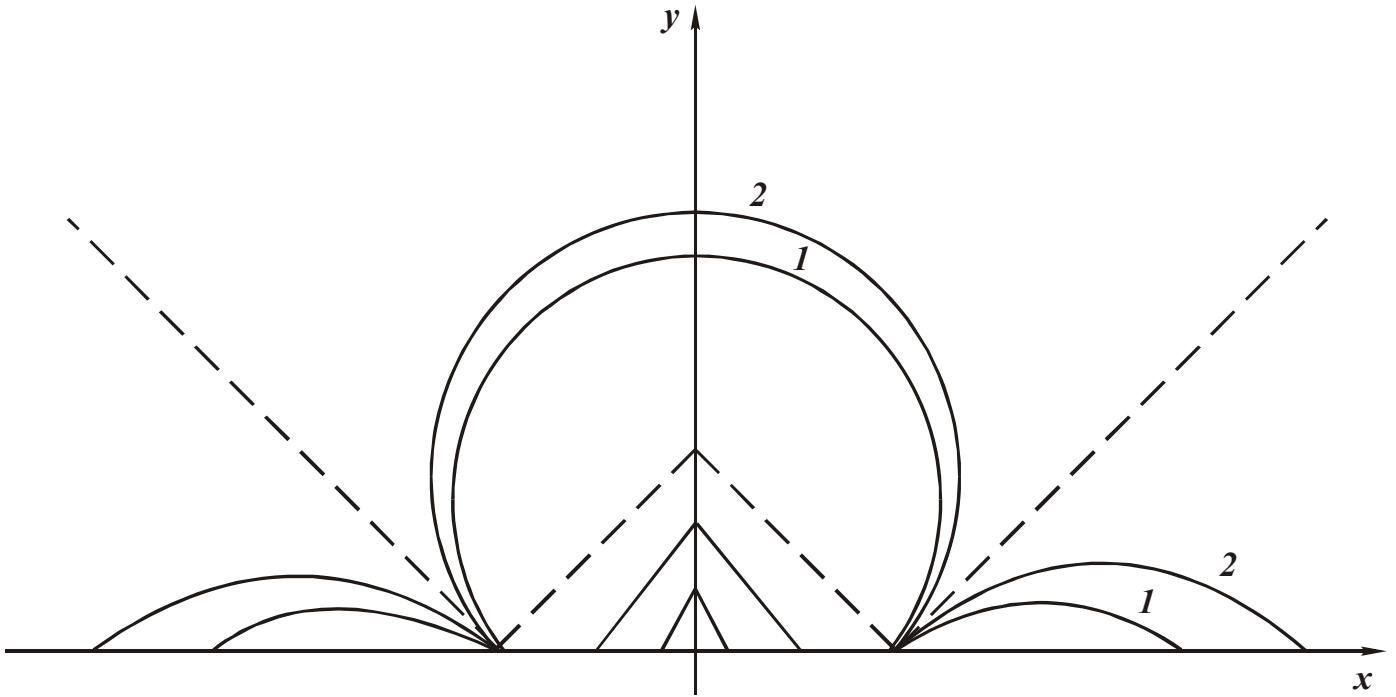


Рис.3.8. Общий вид линий $q(r, \alpha) = \text{const}$, $q_1(r, \alpha) > q_2(r, \alpha)$.

Радиус r уменьшается от бесконечности до значения $r = \sqrt{\frac{1}{C}}$ (при $\alpha = 180^\circ$), рис.3.7,б. Учитывая симметричность решения относительно оси oy , общий характер положения линии $C = \text{const}$ при $0 < \alpha < 180^\circ$ показан на рис. 3.8.

Вместо значений $r = \sqrt{\frac{1}{C}}$ при $\alpha = 0^\circ$ и $\alpha = 180^\circ$ следует рассматривать значения:

$$x = \sqrt{z^2 + a^2} = \sqrt{\cos 2\alpha \left(\frac{1}{C} \cdot \cos^2 \alpha + a^2 \cdot \cos 2\alpha \right)}$$

при $\alpha = 0^\circ$ или $|x| \geq a$;

$$x = \sqrt{a^2 - z^2} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 2\alpha} \cdot \left(a^2 - \frac{1}{C} \cdot \cos^2 \alpha \right)}$$

при $\alpha = 180^\circ$ или $|x| < a$.

В первом случае $x = \sqrt{\frac{1}{C} + a^2}$.

Во втором случае $x = \sqrt{a^2 - \frac{1}{C}}$. Следовательно, при $|x| \geq a$ значения x равны $\pm \sqrt{\frac{1}{C} + a^2}$, при $|x| < a$ — $x = \sqrt{a^2 - \frac{1}{C}}$. Отсюда вытекает, что при $x = 0$ справедливо: $C = \frac{1}{a^2}$, т.е. $q = -\frac{2 \cdot \lambda \cdot \theta_0}{\pi}$.

При $x = \pm a$ справедливо: $1/C = 0$ или $q \rightarrow \infty$.

При $x \rightarrow \pm \infty$ справедливо: $C \rightarrow \infty$ или $q \rightarrow 0$. Аналогичное решение вытекает из зависимости (3.30) при $y = 0$:

$$q_y(x, 0) = -\frac{2 \cdot \lambda \cdot \theta_0 \cdot a}{\pi \cdot (x^2 - a^2)}. \quad (3.35)$$

График изменения функции $q_y(x, 0)$ показан на рис. 3.9.

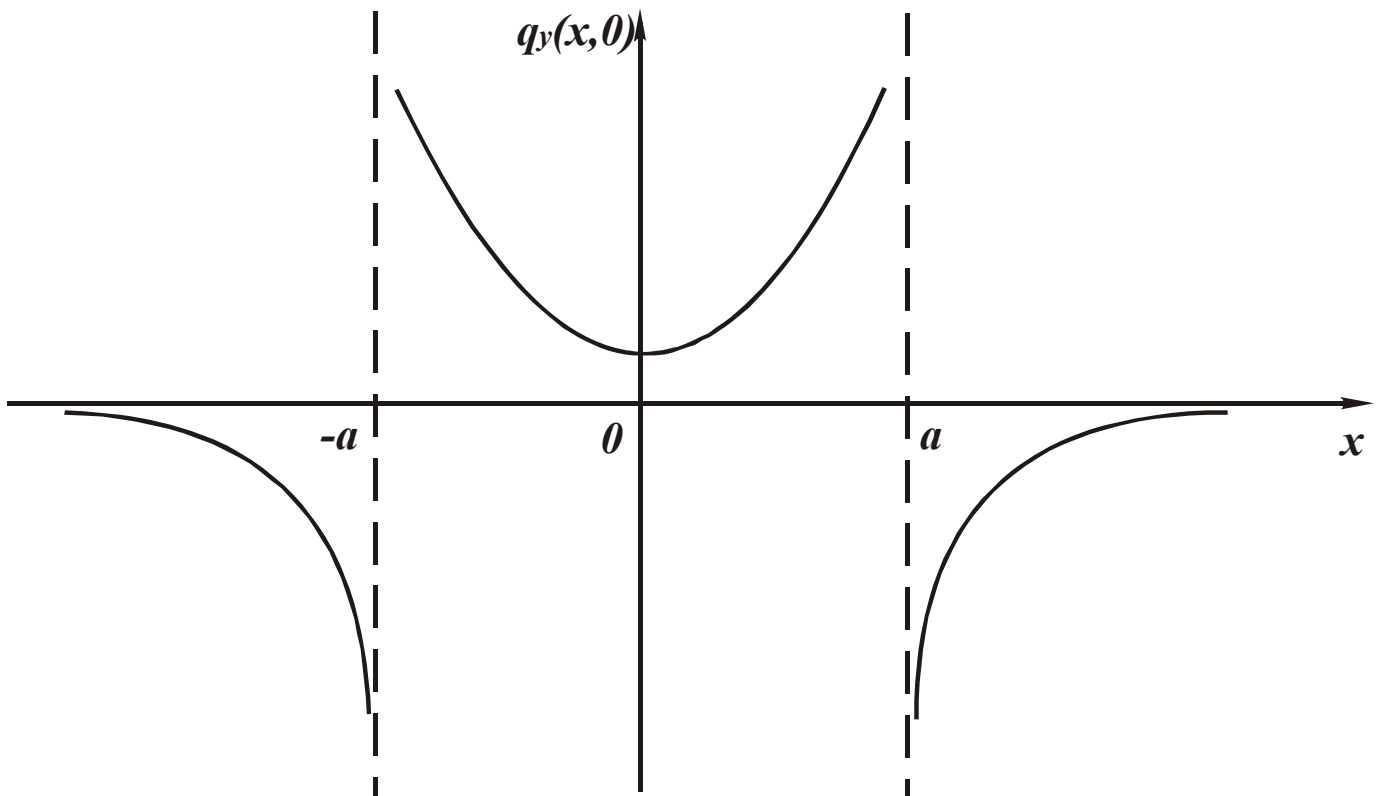


Рис.3.9. Изменение функции $q_y(x, 0)$.

При $x = \pm a$ функция $q_y(x, 0) \rightarrow \infty$. Минимум $q_y(x, 0)$ достигается при $x = 0$. Следовательно, наибольший подвод тепла в тело осуществляется при $x = \pm a$, а наименьший - при $x = 0$.

При $|x| \geq a$ плотность теплового потока $q_y(x, 0)$ отрицательная величина, имеет место отвод тепла из тела. Наибольший отвод происходит при $x = \pm a$.

Проанализируем изменение плотности теплового потока в направлении оси ox

$$q_y(x, 0) = -\lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{4 \cdot a \cdot \lambda \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{x \cdot y}{\left[y^2 - (a^2 - x^2) \right]^2 + 4a^2 \cdot y^2}. \quad (3.36)$$

Перейдем к полярной системе координат: $y = r \cdot \sin \alpha$, $x = r \cdot \cos \alpha$. Тогда (3.36) примет вид

$$q(r, \alpha) = \frac{4 \cdot a \cdot \lambda \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{0,5 \cdot r^2 \cdot \sin 2\alpha}{(r^2 - a^2)^2 + 4a^2 \cdot r^2 \cdot \sin^2 \alpha}. \quad (3.37)$$

С учетом $C = \frac{\pi \cdot q(r, \alpha)}{4 \cdot a \cdot \lambda \cdot \theta_0}$, получим уравнение

$$r^4 + r^2 \cdot \left(4a^2 \cdot \sin^2 \alpha - 2a^2 - \frac{1}{2C} \cdot \sin 2\alpha \right) + a^4 = 0 \quad (3.38)$$

или

$$\left[(r^2 + a^2) - r \cdot \sqrt{2a^2 - D} \right] \cdot \left[(r^2 + a^2) + r \cdot \sqrt{2a^2 - D} \right] = 0,$$

где $D = 4a^2 \cdot \sin^2 \alpha - 2a^2 - \frac{1}{2C} \cdot \sin 2\alpha$.

Решение уравнения

$$r = \sqrt{a^2 + z} + \sqrt{z}, \quad (3.39)$$

где

$$z = -a^2 \cdot \sin^2 \alpha + \frac{1}{8 \cdot C} \cdot \sin 2\alpha. \quad (3.40)$$

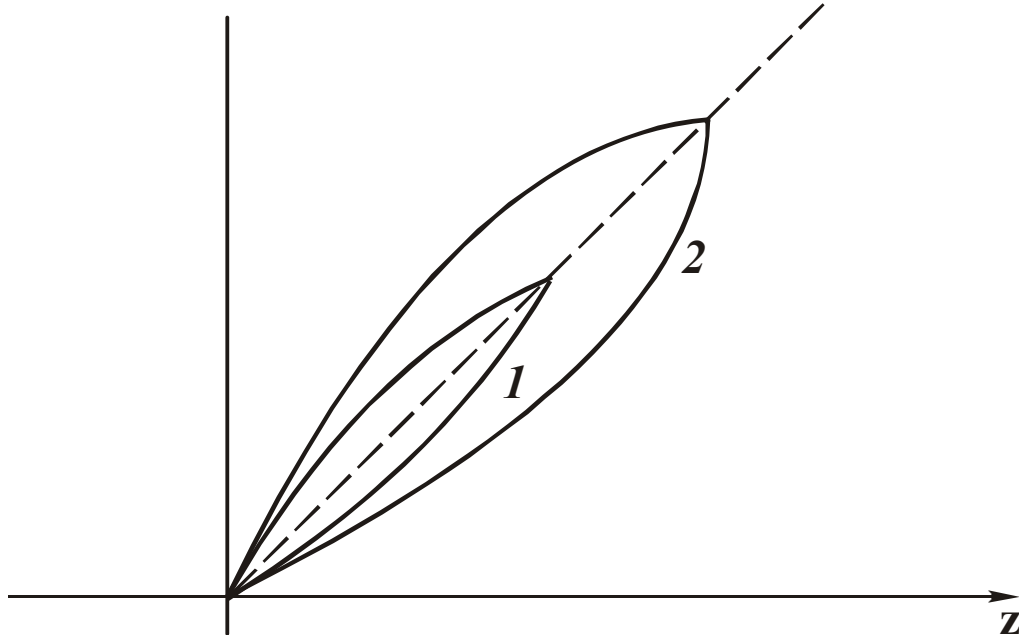


Рис.3.10. Изменение функции z при $0 < \alpha < 90^\circ$, $C_1 > C_2$.

График изменения функции z в пределах $0 < \alpha < 90^\circ$ показан на рис. 3.10. Значения угла α , соответствующие максимальным значениям z , определяются из условия экстремума функции r . Тогда

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{1}{4 \cdot a^2 \cdot C}. \quad (3.41)$$

При $C \rightarrow 0$ (или $q \rightarrow 0$) угол $\alpha = 45^\circ$. При $C \rightarrow \infty$ (или $q \rightarrow \infty$) угол $\alpha = 0$.

Параметр z может принимать значения $z \geq 0$. Условие $z = 0$ выполняется при $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{4 \cdot a^2 \cdot C}$.

Угол α изменяется в пределах $0 < \alpha < 90^\circ$. Значение $\alpha \rightarrow 0^\circ$ достигается при $C \rightarrow \infty$ ($q \rightarrow \infty$), а значение $\alpha \rightarrow 90^\circ$ - при $C \rightarrow 0$ ($q \rightarrow 0$). При $r < a$ решение отсутствует.

Учитывая симметричность решения относительно оси oy , на рис. 3.11 показан общий вид зависимости $r(\alpha)$ в координатах x, y .

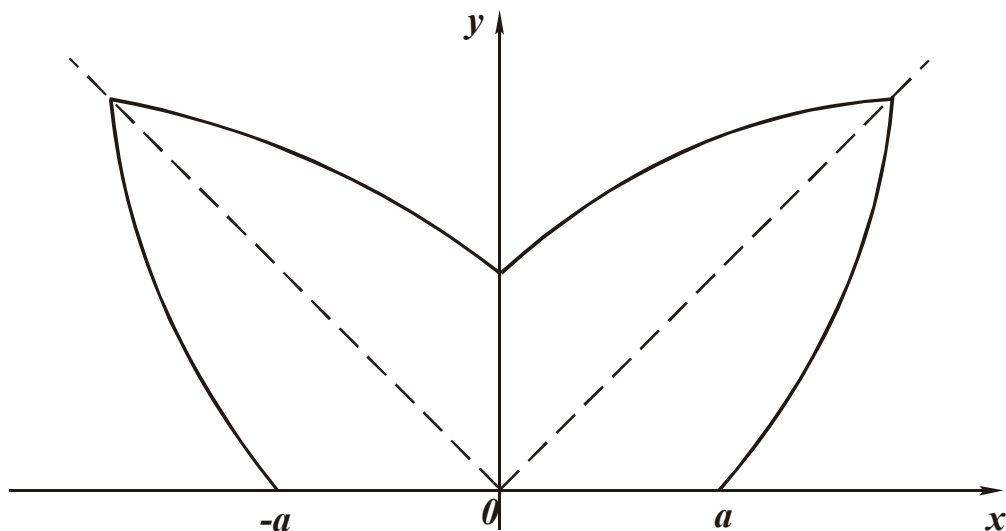


Рис.3.11. Общий вид линии $q_x(x,y) = \text{const}$.

3.4. Распределение температуры в бесконечной полосе

Получим решение уравнения (3.4) для бесконечной полосы $-\infty < x < \infty$, $0 < y < y_1$, удовлетворяющее граничным условиям

$$\begin{cases} \theta(x, y_1) = \varphi(x), & \text{при } -\infty < x < \infty \\ \theta(x, 0) = 0. \end{cases} \quad (3.42)$$

Решение будем искать в виде, описанном зависимостью (3.11). Подчиняя (3.11) второму граничному условию (3.42), имеем $C_4 = -C_3$. Тогда решение в виде интеграла функции $\theta(x, y)$ по параметру η запишется

$$\theta(x, y) = \int_0^{\infty} (C_{/} \cdot \cos \eta x + C_{//} \cdot \sin \eta x) \cdot (e^{\eta y} - e^{-\eta y}) \cdot d\eta, \quad (3.43)$$

где $C_{/} = C_1 \cdot C_3$; $C_{//} = C_2 \cdot C_3$.

Подчиним (3.43) первому граничному условию (3.42)

$$\theta(x, y_1) = \int_0^{\infty} (C_{/} \cdot \cos \eta x + C_{//} \cdot \sin \eta x) \cdot (e^{\eta y} - e^{-\eta y}) \cdot d\eta = \varphi(x). \quad (3.44)$$

По аналогии с решением (3.14) - (3.16), постоянные $C_{/}$ и $C_{//}$ определяются

$$C_{/} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{(e^{\eta y_1} - e^{-\eta y_1})} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \cos \eta \xi \cdot d\xi;$$

$$C_{//} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{(e^{\eta y_1} - e^{-\eta y_1})} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \sin \eta \xi \cdot d\xi.$$

Подставляя постоянные $C_{/}$ и $C_{//}$ в (3.43), получим

$$\theta(x, y) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} \frac{(e^{\eta y} - e^{-\eta y})}{(e^{\eta y_1} - e^{-\eta y_1})} \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \cos \eta(\xi - x) d\xi \right] \cdot d\eta =$$

$$= \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \left[\int_0^{\infty} \frac{(e^{\eta y} - e^{-\eta y})}{(e^{\eta y_1} - e^{-\eta y_1})} \cdot \cos \eta(\xi - x) \cdot d\eta \right] \cdot d\xi.$$

С учетом преобразований

$$\frac{(e^{\eta y} - e^{-\eta y})}{(e^{\eta y_1} - e^{-\eta y_1})} = e^{-\eta(y_1 - y)} = \frac{(1 - e^{-2\eta y})}{(1 - e^{-2\eta y_1})},$$

$$e^{-2\eta y} = 1 - \frac{2 \cdot \eta \cdot y}{1!} + \frac{(2 \cdot \eta \cdot y)^2}{2!} - \dots,$$

ограничиваясь в разложении функции $e^{-2\eta y}$ в ряд первыми двумя слагаемыми, получим

$$\theta(x, y) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{y}{y_1} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \left[\int_0^a e^{-\eta(y_1 - y)} \cdot \cos \eta(\xi - x) d\eta \right] \cdot d\xi. \quad (3.45)$$

Принимая граничные условия (рис. 3.12):

$$\begin{cases} \varphi(\xi) = \theta_0 & \text{при } -a < \xi < a, \\ \varphi(\xi) = 0 & \text{при } |\xi| \geq a, \end{cases}$$

имеем

$$\theta(x, y) = \frac{\theta_0}{\pi} \cdot \frac{y}{y_1} \cdot \left\{ \operatorname{arctg} \frac{2a \cdot (y_1 - y)}{[(y_1 - y)^2 - (a^2 - x^2)]} \right\} \quad (3.46)$$

или

$$(y_1 - y)^2 - (a^2 - x^2) = \frac{2a \cdot (y_1 - y)}{C}, \quad (3.47)$$

где $C = \operatorname{tg} \left(\pi \cdot \frac{\theta}{\theta_0} \cdot \frac{y_1}{y} \right)$.

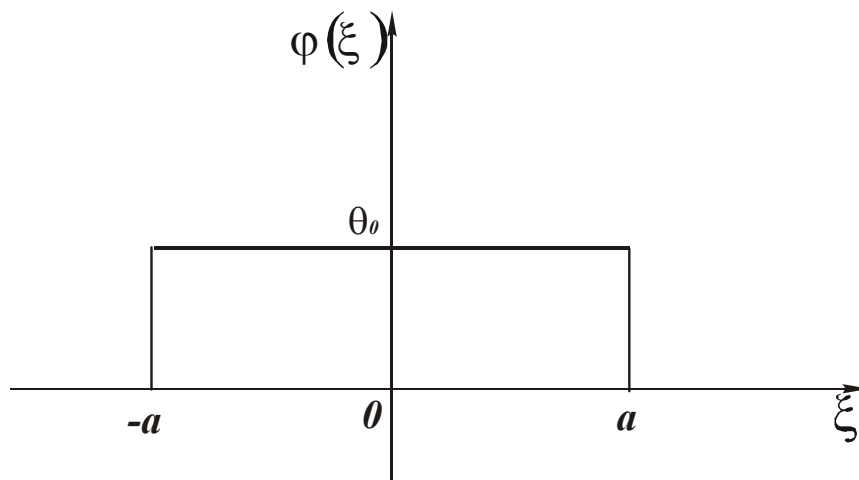


Рис.3.12. Вид функции $\varphi(\xi)$.

Обозначим $(y_1 - y) = \Delta y$ и преобразуем (3.47) к виду

$$\left(\Delta y - \frac{a}{C} \right)^2 + x^2 = a^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{C^2} \right). \quad (3.48)$$

Получено уравнение окружности радиусом $R = a \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{C^2}}$, центр которой смещен по оси oy относительно точки $y = y_1$, на величину $b = \frac{a}{C}$.

Величины v и R переменны в силу переменности параметра C . С уменьшением y от y_1 до нуля параметр C неограниченно возрастает и приводит к уменьшению параметров v и R ($v \rightarrow 0, R \rightarrow a$).

Проанализируем данное решение. Из рис. 3.13 получим соотношения

$$\frac{(x-a)}{(y_1-y)} = \operatorname{tg} \beta_1; \quad \frac{(x+a)}{(y_1-y)} = \operatorname{tg} \beta_2. \quad (349)$$

Подставляя (349) в первое выражение, получим

$$\theta(x, y) = \frac{\theta_0}{\pi} \cdot \frac{y}{y_1} \cdot [\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \beta_2) - \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \beta_1)] = \frac{\theta_0}{\pi} \cdot \frac{y}{y_1} \cdot (\beta_1 - \beta_2). \quad (3.50)$$

Положение изотерм $\theta(x, y) = \text{const}$ зависит от разности углов $(\beta_1 - \beta_2)$ и соотношения y/y_1 . Постоянство величины $(\beta_1 - \beta_2)$ соответствует постоянству радиуса окружности R . С уменьшением y от y_1 до нуля соотношение y/y_1 уменьшается от 1 до 0. Следовательно, для обеспечения условия $\theta(x, y) = \text{const}$ величина $(\beta_1 - \beta_2)$ должна увеличиваться, что ведет к уменьшению радиуса окружности R и деформированию окружности в кривую, показанную на рис. 3.14 сплошной линией.

Таким образом, переход от полуплоскости (где координата y неограниченна) к полосе ограниченной ширины, равной y_1 , приводит к “сжатию” окружностей (которые определяют положение изотерм) по координате y .

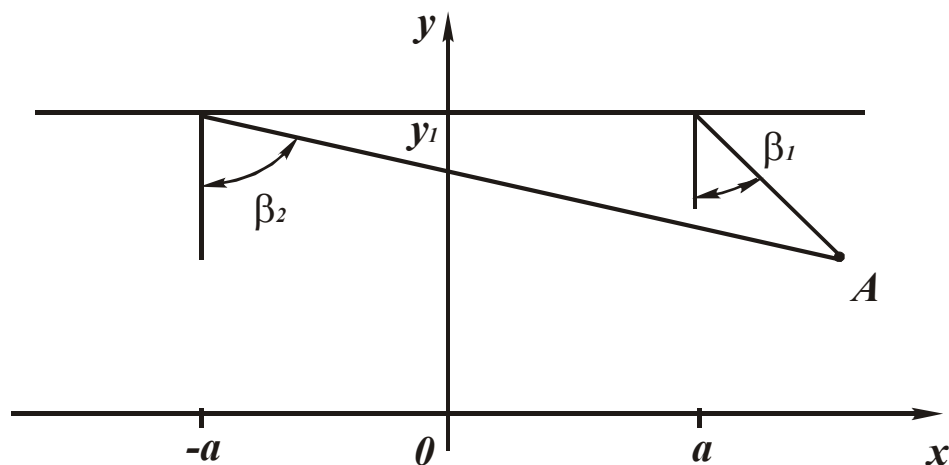


Рис.3.13. Положение углов β_1 и β_2 .

Приведенные кривые отличны от формы эллипса, т.к. степень деформирования исходной окружности неравномерна по координате y .

Плотность теплового потока $q_y(x, y) = -\lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial y}$ определяется зависимостью

$$q_y(x, y) = -\frac{\lambda \cdot \theta_0}{\pi \cdot y_1} \left\{ \operatorname{arctg} \frac{2a \cdot (y_1 - y)}{[(y_1 - y)^2 - (a^2 - x^2)]} + y \cdot \left[\frac{(a - x)}{(y_1 - y)^2 + (a - x)^2} + \frac{(a + x)}{(y_1 - y)^2 + (a + x)^2} \right] \right\}. \quad (3.51)$$

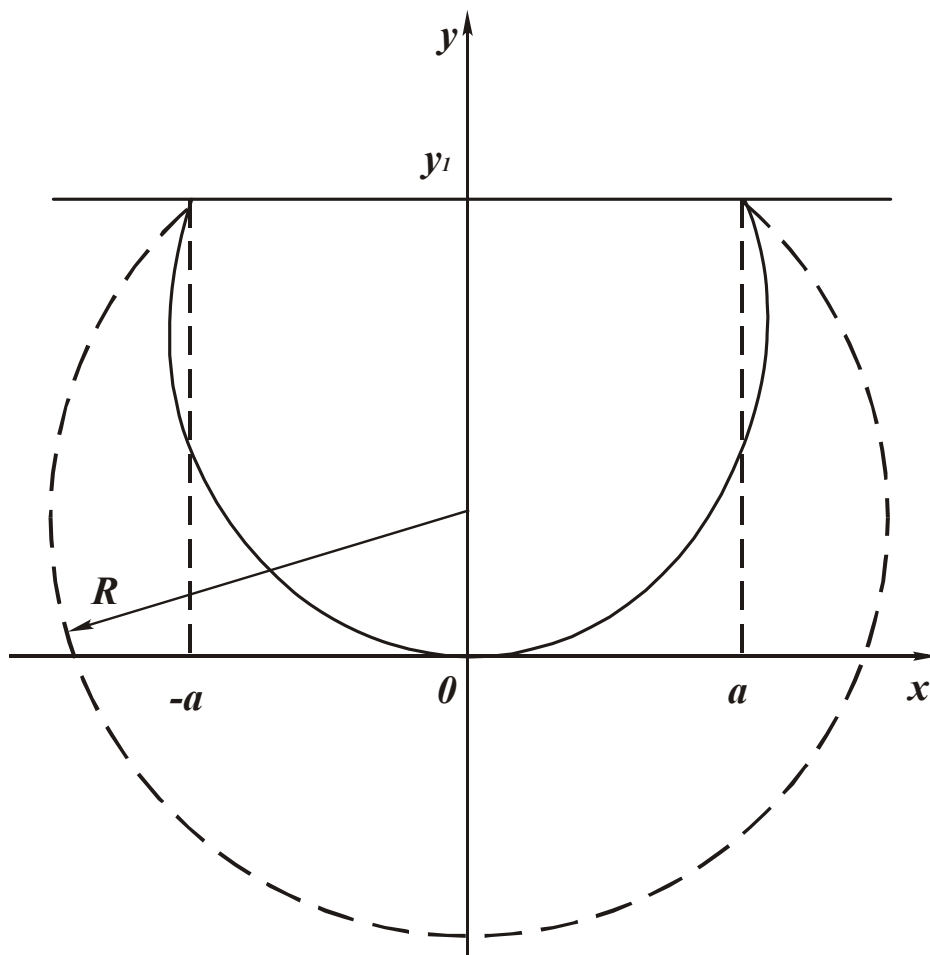


Рис. 3.14. Положение изотермы.

При $y = y_1$

$$q_y(x, y_1) = \frac{2a \cdot \lambda \cdot \theta_0}{\pi \cdot (x^2 - a^2)}. \quad (3.52)$$

В положительном направлении оси oy при $|x| < a$ функция $q_y(x, y_1) < 0$ и имеет место подвод тепла, при $|x| > a$ - отвод тепла. В отрицательном направлении оси oy , наоборот. Следовательно, характер изменения $q_y(x, y_1)$ такой же, как и для полуплоскости определяемой зависимостью (3.35).

При $y = 0$ справедливо

$$q_y(x, y) = -\frac{\lambda \cdot \theta_0}{\pi \cdot y_1} \cdot \operatorname{arctg} \frac{2a \cdot y_1}{[x^2 + (y_1^2 - a^2)]}. \quad (3.53)$$

3.5. Распределение температуры в клине

Требуется найти решение уравнения Лапласа в области $0 < x < \infty$, $0 < y < \infty$, удовлетворяющее граничным условиям

$$\begin{cases} \theta(x, 0) = \varphi(x) & \text{при } 0 < x < a, \\ \theta(x, 0) = 0 & \text{при } x \geq a, \\ \theta(0, y) = 0. \end{cases} \quad (3.54)$$

Решение будем искать в виде, описанном зависимостью (3.12). В нем учтено условие $\theta(x, y \rightarrow \infty) = 0$.

Подчиняя (3.12) граничному условию $\theta(0, y) = 0$, имеем $C_1 = 0$.

Тогда

$$\theta(x, y) = \int_0^{\infty} C_{//} \cdot \sin \eta x \cdot e^{-\eta y} \cdot d\eta. \quad (3.55)$$

Подчиняя (3.55) первому граничному условию (3.54), получим

$$\theta(x,0) = \int_0^{\infty} C_{//} \cdot \sin \eta x \cdot d\eta = \varphi(x). \quad (3.56)$$

Постоянная $C_{//}$ определяется по зависимости (3.16):

$$C_{//} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \sin \eta \xi \cdot d\xi.$$

Подставляя $C_{//}$ в (3.55) с учетом $\varphi(\xi) = \theta_0$, имеем

$$\begin{aligned} \theta(x,0) &= \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} e^{-\eta y} \cdot \sin \eta x \cdot \left[\int_0^a \varphi(\xi) \cdot \sin \eta \xi \cdot d\xi \right] \cdot d\eta = -\frac{\theta_0}{2 \cdot \pi} \times \\ &\times \int_0^a \left\{ e^{-\eta \cdot y} \cdot [\cos \eta (\xi + x) - \cos \eta (\xi - x)] \cdot d\eta \right\} \cdot d\xi = -\frac{\theta_0}{2 \cdot \pi} \times \quad (3.57) \end{aligned}$$

$$\times \left[\operatorname{arctg} \frac{(a+x)}{y} - \operatorname{arctg} \frac{x}{y} \right] + \frac{\theta_0}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\operatorname{arctg} \frac{(a+x)}{y} - \operatorname{arctg} \frac{-x}{y} \right].$$

С учетом формулы (3.20), получим

$$\theta(x,0) = \frac{\theta_0}{2 \cdot \pi} \cdot \operatorname{arctg} \frac{2 \cdot a^2 \cdot x \cdot y}{[(y^2 + x^2)^2 - x^2 \cdot a^2 + y^2 \cdot a^2]} \quad (3.58)$$

ИЛИ

$$\operatorname{tg} \left[2\pi \cdot \frac{\theta(x,y)}{\theta_0} \right] = \frac{2 \cdot a^2 \cdot x \cdot y}{[(y^2 + x^2)^2 - x^2 \cdot a^2 + y^2 \cdot a^2]} = C. \quad (3.59)$$

Перейдем к полярной системе координат: $y = r \cdot \sin \alpha$, $x = r \cdot \cos \alpha$.
 Уравнение (3.59) примет вид

$$r = a \cdot \sqrt{\cos 2\alpha + \frac{1}{C} \cdot \sin 2\alpha}. \quad (3.60)$$

Положение изотермы ($C = \text{const}$) показано на рис. 3.15.

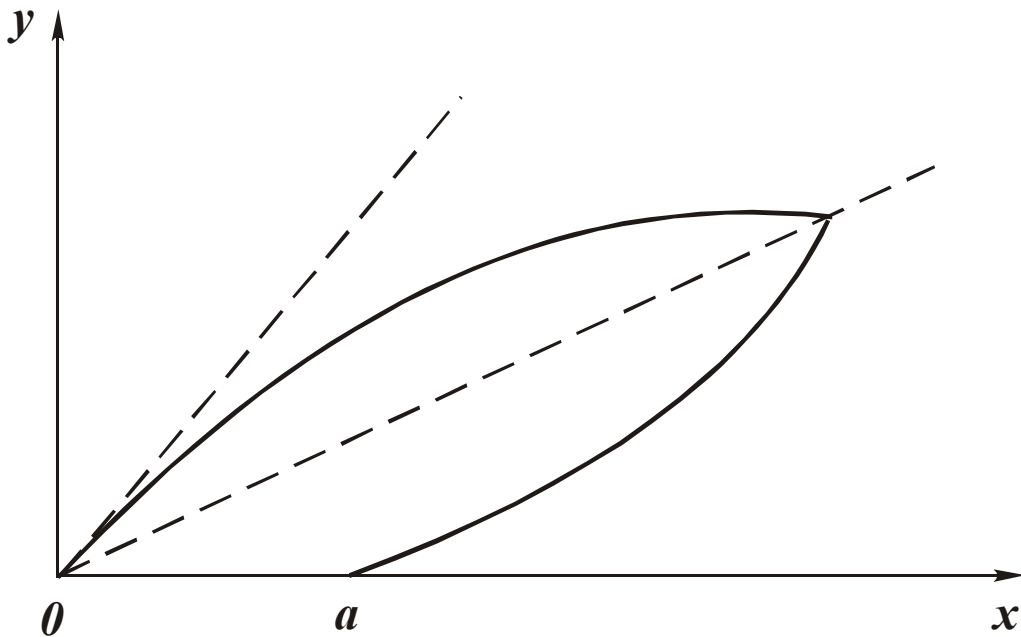


Рис.3.15. Положение изотермы при $C = 1$.

Значение угла α , определяющее максимальное значение r при $C = \text{const}$, получим из условия экстремума функции r :

$$r'_\alpha = a \cdot \left(\cos 2\alpha + \frac{1}{C} \cdot \sin 2\alpha\right)^{-0,5} \cdot \left(-\sin 2\alpha + \frac{1}{C} \cdot \cos 2\alpha\right) = 0.$$

Откуда

$$\text{tg } 2\alpha = \frac{1}{C}. \quad (3.61)$$

Чем меньше C , тем больше α . При $C \rightarrow 0$ угол $\alpha \rightarrow 45^\circ$. При $C \rightarrow \infty$ угол $\alpha \rightarrow 0$. Плотность теплового потока с учетом зависимости (3.58) выразится

$$q_y(x, y) = -\frac{\lambda \cdot \theta_0}{\pi} \times \frac{a^2 x [(y^2 + x^2)^2 - x^2 a^2 - y^2 a^2 - 4y^2 (y^2 + x^2)]}{[(y^2 + x^2)^2 - x^2 a^2 + y^2 a^2]^2 + 4a^4 x^2 y^2}. \quad (3.62)$$

При $y = 0$:

$$q_y(x, 0) = \frac{\lambda \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{a^2}{x(a^2 - x^2)}. \quad (3.63)$$

При $x = 0$ и $x = \pm a$ плотность теплового потока принимает бесконечные значения. Минимум функции $q_y(x, 0)$ достигается при $x = \frac{a}{\sqrt{3}}$. Следовательно, функции $q_y(x, 0)$ для полуплоскости и клина отличаются лишь положением точки минимума.

Плотность теплового потока в направлении оси ox определяется

$$q_x(x, y) = -\frac{\lambda \cdot \theta_0}{\pi} \times \frac{a^2 y^2 [(y^2 + x^2)^2 + x^2 a^2 + y^2 a^2 - 4x^2 (y^2 + x^2)]}{[(y^2 + x^2)^2 - x^2 a^2 + y^2 a^2]^2 + 4a^4 x^2 y^2}. \quad (3.64)$$

При $x = 0$

$$q_x(0, y) = \frac{-\lambda \cdot a^2 \cdot \theta_0}{\pi \cdot y \cdot (y^2 + a^2)}. \quad (3.65)$$

Функция $q_x(0, y)$ отрицательна для $y > 0$. Следовательно, при $x = 0$ имеет место отвод тепла из клина.

3.6. Действие теплового источника на некотором удалении от вершины клина

Получим решение уравнения Лапласа при следующих граничных условиях

$$\begin{cases} \theta(x, 0) = \varphi(x) & \text{при } x_1 < x < x_2, \\ \theta(x, 0) = 0 & \text{при } 0 < x < x_1, x_2 < x < \infty, \\ \theta(0, y) = 0. \end{cases} \quad (3.66)$$

Решение аналогично предыдущему, отличаются лишь пределы интегрирования в (3.57)

$$\theta(x, y) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} e^{-\eta y} \cdot \sin \eta x \cdot \left[\int_{x_1}^{x_2} \varphi(\xi) \cdot \sin \eta \xi \cdot d\xi \right] \cdot d\eta.$$

С учетом $\varphi(\xi) = \theta_0$, получим

$$\begin{aligned} \theta(x, y) = & \frac{\theta_0}{2\pi} \cdot \operatorname{arctg} \frac{(x_2 - x_1) \cdot y}{[y^2 + (x_2 - x) \cdot (x_1 - x)]} - \\ & - \frac{\theta_0}{2\pi} \cdot \operatorname{arctg} \frac{(x_2 - x_1) \cdot y}{[y^2 + (x_2 + x) \cdot (x_1 + x)]}. \end{aligned} \quad (3.67)$$

Плотность теплового потока $q_y(x, y)$ равна

$$\begin{aligned} q_y(x, y) = & \frac{\lambda \cdot \theta_0}{2 \cdot \pi} \times \\ & \times \left\{ \frac{(x_2 - x_1) \cdot [(x_2 + x) \cdot (x_1 + x) - y^2]}{[y^2 + (x_2 + x) \cdot (x_1 + x)]^2 + (x_2 - x_1)^2 \cdot y^2} - \right. \\ & \left. - \frac{(x_2 - x_1) \cdot [(x_2 - x) \cdot (x_1 - x) - y^2]}{[y^2 + (x_2 - x) \cdot (x_1 - x)]^2 + (x_2 - x_1)^2 \cdot y^2} \right\}. \end{aligned} \quad (3.68)$$

При $y = 0$:

$$q_y(x, 0) = -\frac{\lambda \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{x \cdot (x_2^2 + x_1^2)}{(x_2^2 - x^2) \cdot (x_1^2 - x^2)}. \quad (3.69)$$

При $x_1 = 0$ и $x_2 = a$ приходим к зависимости (3.63).

При $x = x_1$ и $x = x_2$ плотность теплового потока обращается в бесконечность, т.е. решение (3.69) аналогично (3.63).

При $x_2 = x_1 + a$ зависимость (3.69) выразится

$$q_y(x, 0) = -\frac{\lambda \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{a \cdot (2x_1 + a) \cdot x}{(x_2^2 - x^2) \cdot (x_1^2 - x^2)}. \quad (3.70)$$

Чем больше x_1 и соответственно x , тем больше должна быть плотность теплового потока, обеспечивающая заданную температуру θ_0 на границе, $y = 0$, $x_1 < x < x_1 + a$.

Следовательно, с увеличением x_1 улучшается теплоотвод и уменьшается температура в клине.

3.7. Распределение температуры в полубесконечной полосе

Получим решение уравнения Лапласа при следующих граничных условиях

$$\begin{cases} \theta(x,0) = \varphi(x) & \text{при } x_1 < x < x_2, \\ \theta(x,0) = 0 & \text{при } x < x_1, x > x_2 \\ \theta(0,y) = 0, \\ \theta(x_3,0) = 0. \end{cases} \quad (3.71)$$

Решение будем искать в виде, описанном зависимостью (3.12), удовлетворяющем условию $\theta(x, y \rightarrow \infty) = 0$.

Подчиняя зависимость (3.12) граничным условиям $\theta(0,y) = 0$ и $\theta(x_3,0)$, имеем

$$C_{\perp} = 0; \quad C_{\parallel} \cdot \sin \eta x_3 = 0.$$

При нетривиальном решении (не равном тождественно нулю) должно выполняться условие

$$C_{\parallel} \neq 0; \quad \sin \eta x_3 = 0.$$

Тогда $\eta x_3 = k \cdot \pi$, где $k = 0; 1; 2; 3; \dots$ - целые числа. Откуда

$$\eta = \frac{k \cdot \pi}{x_3}. \quad (3.72)$$

С учетом (3.72) зависимость (3.12) примет вид

$$\theta_k(x, y) = C_{\parallel} \cdot \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_3} \cdot e^{-\frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y}. \quad (3.73)$$

Числа k называются собственными значениями, а соответствующее каждому из них решение $\theta_k(x, y)$ - собственной функцией.

Сумма бесконечного ряда

$$\theta(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} C_{\parallel} \cdot \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_3} \cdot e^{-\frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y} \quad (3.74)$$

также является решением уравнения Лапласа.

Постоянная $C_{//}$ определяется с использованием первого граничного условия (3.71)

$$\theta(x,0) = \varphi(x) = \sum_{k=1}^{\infty} C_{//} \cdot \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_3}. \quad (3.75)$$

Приведенное равенство есть разложение функции $\varphi(x)$ в ряд Фурье по синусам. Тогда при $\varphi(x) = \theta_0$, получим

$$\begin{aligned} C_{//} &= \frac{2}{(x_2 - x_1)} \cdot \int_{x_1}^{x_2} \theta_0 \cdot \sin \frac{k \cdot \pi \cdot \xi}{x_3} \cdot d\xi = \\ &= \frac{2\theta_0}{(x_2 - x_1)} \cdot \frac{x_3}{k \cdot \pi} \cdot \left(\cos \frac{k \cdot \pi \cdot x_1}{x_3} - \cos \frac{k \cdot \pi \cdot x_2}{x_3} \right). \end{aligned} \quad (3.76)$$

Подставляя (3.76) в (3.74), имеем

$$\begin{aligned} \theta(x,y) &= \frac{2\theta_0 \cdot x_3}{\pi \cdot (x_2 - x_1)} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{1}{k} \cdot \left(\cos \frac{k \cdot \pi \cdot x_1}{x_3} - \cos \frac{k \cdot \pi \cdot x_2}{x_3} \right) \times \right. \\ &\quad \left. \times \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_3} \cdot e^{-\frac{k \cdot \pi \cdot y}{x_3}} \right]. \end{aligned} \quad (3.77)$$

Данный ряд сходящийся, поскольку функция $\sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_3}$ ограничена в пределах $-1 \dots 1$, а функция $1/k$ - убывающая.

Параметр x_3 определяет ширину полубесконечной полосы, а $(x_2 - x_1)$ - протяженность теплового источника. Температура зависит от x_1 , x_2 , x_3 и $(x_2 - x_1)$.

3.8. Распределение температуры в прямоугольной пластине

Получим решение уравнения Лапласа при граничных условиях (рис. 3.16)

$$\begin{cases} \theta(x, y_1) = \varphi(x) & \text{при } x_1 < x < x_2, \\ \theta(x, y_1) = 0 & \text{при } x < x_1, x > x_2, \\ \theta(0, y) = 0, \\ \theta(x_3, y) = 0, \\ \theta(x, 0) = 0. \end{cases} \quad (3.78)$$

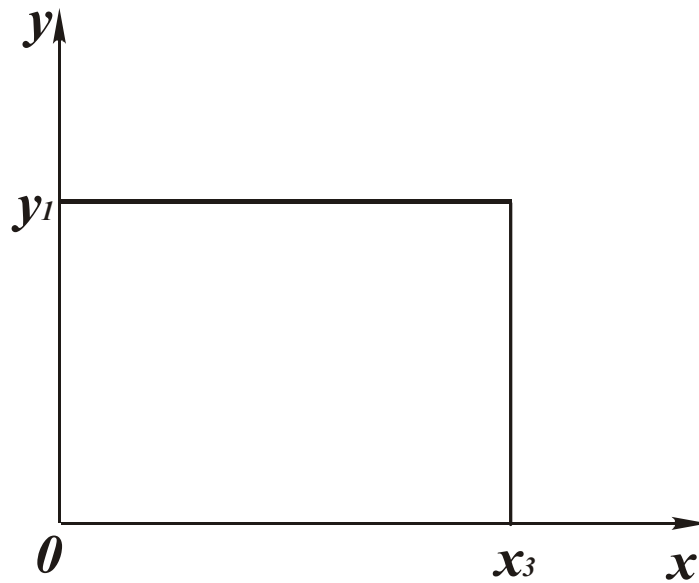


Рис.3.16. Положение прямоугольной пластины в осях координат.

Решение будем искать в виде (3.11). Подчиняя (3.11) граничному условию $\theta(x, 0) = 0$, имеем $C_4 = -C_3$. Тогда (3.11) запишется

$$\theta(x, y) = (C_1 \cdot \cos \eta x + C_2 \cdot \sin \eta x) \cdot (e^{\eta y} - e^{-\eta y}), \quad (3.79)$$

где $C_1 = C_1 \cdot C_3$; $C_2 = C_2 \cdot C_3$.

Подчиняя (3.79) граничным условиям $\theta(0, y) = 0$; $\theta(x_3, y) = 0$, получим

$$C_1 = 0, \quad (3.80)$$

$$C_2 \cdot \sin \eta x_3 = 0. \quad (3.81)$$

При $C_2 = 0$ решение будет тождественно равно нулю. Поэтому необходимо принять $\sin \eta x_3 = 0$, откуда $\eta x_3 = k \cdot \pi$, где $k = 0; 1; 2; 3; \dots$

или

$$\eta = \frac{k \cdot \pi}{x_3}. \quad (3.82)$$

С учетом (3.80) и (3.82) решение (3.79) можно представить в виде бесконечного ряда

$$\theta(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} C_{//} \cdot \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_3} \cdot \left(e^{\frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y} - e^{-\frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y} \right). \quad (3.83)$$

Для определения постоянной $C_{//}$ подчиним (3.83) первому граничному условию (3.78)

$$\theta(x, y_1) = \sum_{k=1}^{\infty} C_{//} \cdot \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_3} \cdot \left(e^{\frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y_1} - e^{-\frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y_1} \right) = \varphi(x).$$

Данное равенство есть разложение функции $\varphi(x)$ в ряд Фурье по синусам. При $\varphi(x) = \theta_0$ справедливо

$$C_{//} = \frac{2 \cdot \theta_0 \cdot x_3 \cdot \left(\cos \frac{k\pi}{x_3} x_1 - \cos \frac{k\pi}{x_3} x_2 \right)}{k \cdot \pi \cdot (x_2 - x_1) \cdot \left(e^{\frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y_1} - e^{-\frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y_1} \right)}$$

Подставляя $C_{//}$ в (3.83), получим решение в виде бесконечного ряда для двух переменных x и y , описывающее распределение температуры для граничных условий (3.78)

$$\theta(x, y) = \frac{2 \cdot \theta_0 \cdot x_3}{\pi \cdot (x_2 - x_1)} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\cos \frac{k \cdot \pi}{x_3} x_1 - \cos \frac{k \cdot \pi}{x_3} x_2)}{\begin{pmatrix} e^{\frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y_1} & -e^{-\frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y_1} \end{pmatrix}} \times \\ \times \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_3} \cdot \begin{pmatrix} e^{\frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y} & -e^{-\frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y} \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{k}. \quad (3.84)$$

Аналогично (3.77), ряд (3.83) сходящийся, позволяет установить распределение температуры в замкнутой области (прямоугольной формы) при различном положении и протяженности теплового источника.

3.9. Нестационарное распределение температуры в полуплоскости

Получим решение уравнения (3.3) для полуплоскости, удовлетворяющее начальному условию

$$\theta(x, y = 0, \tau = 0) = \varphi(x) \quad \text{при } -\infty < x < \infty. \quad (3.85)$$

Решение будем искать в виде

$$\theta(x, y, \tau) = X \cdot Y \cdot T, \quad (3.86)$$

где X, Y, T - функция соответственно x, y, τ .

Подставляя зависимость (3.86) в (3.3) с учетом $\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0$, имеем

$$\frac{1}{a^2} \cdot \frac{T'}{T} = \frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y}, \quad (3.87)$$

$$\text{где } T' = \frac{\partial T}{\partial \tau}, \quad X'' = \frac{\partial^2 X}{\partial x^2}, \quad Y'' = \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2}.$$

Равенство (3.87) выполнимо при условии:

$$\frac{1}{a^2} \cdot \frac{T'}{T} = \frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} = -\eta^2, \quad (3.88)$$

где η - некоторая постоянная.

Из (3.88) вытекают два дифференциальные уравнения

$$\frac{1}{a^2} \cdot \frac{T'}{T} = -\eta^2, \quad (3.89)$$

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} = -\eta^2. \quad (3.90)$$

Для решения уравнения (3.89) представим $T' = \frac{\partial T}{\partial \tau}$, тогда

$$\frac{dT}{T} = -a^2 \cdot \eta^2 \cdot d\tau.$$

После интегрирования

$$T = C \cdot e^{-a^2 \cdot \eta^2 \cdot \tau}, \quad (3.91)$$

где C - постоянная, определяется из начального условия (3.85).

Если принять в (3.88) постоянную величину η со знаком “плюс”, то зависимость (3.91) примет вид $T = e^{-a^2 \cdot \eta^2 \cdot \tau}$, т.е. температура во времени будет увеличиваться. Однако это противоречит начальному условию, согласно которому в результате остывания тела температура должна уменьшаться.

Уравнение (3.90) выполнимо при условии

$$\frac{X''}{X} = -\frac{Y''}{Y} - \eta^2 = -\eta_1^2, \quad (3.92)$$

где η_1 - некоторая постоянная.

Из равенства (3.92) вытекают два обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка

$$X'' + \eta_1^2 \cdot X = 0, \quad (3.93)$$

$$Y'' - \alpha^2 \cdot Y = 0, \quad (3.94)$$

где $\alpha^2 = \eta_1^2 - \eta^2$.

Решения уравнений (3.93) и (3.94) аналогичны решениям (3.9) и (3.10):

$$X = C_1 \cdot \cos \eta_1 x + C_2 \cdot \sin \eta_1 x, \quad (3.95)$$

$$Y = C_3 \cdot e^{\alpha \cdot y} + C_4 \cdot e^{-\alpha \cdot y}. \quad (3.96)$$

С учетом зависимостей (3.91), (3.95) и (3.96) решение (3.86) примет вид

$$\begin{aligned} \theta(x, y, \tau) = C \cdot e^{-a^2 \cdot \eta^2 \cdot \tau} \cdot (C_1 \cdot \cos \eta_1 x + C_2 \cdot \sin \eta_1 x) \times \\ \times (C_3 \cdot e^{\alpha \cdot y} + C_4 \cdot e^{-\alpha \cdot y}). \end{aligned} \quad (3.97)$$

При $y \rightarrow \infty$ справедливо $\theta(x, \infty, \tau) = 0$. Тогда $C_3 = 0$ и зависимость (3.97) опишется

$$\theta(x, y, \tau) = (C_1 \cdot \cos \eta_1 x + C_2 \cdot \sin \eta_1 x) \cdot e^{-\alpha \cdot y} \cdot e^{-a^2 \cdot \eta^2 \cdot \tau}, \quad (3.98)$$

где $C_1 = C \cdot C_1 \cdot C_4$; $C_2 = C \cdot C_2 \cdot C_4$.

Учитывая то, что параметры η и η_1 могут изменяться от нуля до бесконечности, решением уравнения теплопроводности (3.3) является также функция

$$\begin{aligned} \theta(x, y, \tau) = \int_0^\infty \int_0^\infty (C_1 \cdot \cos \eta_1 x + C_2 \cdot \sin \eta_1 x) \cdot e^{-\alpha \cdot y} \times \\ \times e^{-a^2 \cdot \eta^2 \cdot \tau} \cdot d\eta \cdot d\eta_1. \end{aligned} \quad (3.99)$$

Постоянные C_1 и C_2 определяются из условия (3.85):

$$\theta(x, 0, 0) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (C_{/} \cdot \cos \eta_1 x + C_{//} \cdot \sin \eta_1 x) \cdot d\eta \cdot d\eta_1 = \varphi(x). \quad (3.100)$$

Представим разложение функции $\varphi(x)$ интегралом Фурье

$$\begin{aligned} \varphi(x) = \int_0^{\infty} \left\{ \left[\frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \cos \eta_1 \xi \cdot d\xi \right] \cdot \cos \eta_1 x + \right. \\ \left. + \left[\frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \sin \eta_1 \xi \cdot d\xi \right] \cdot \sin \eta_1 x \right\} \cdot d\eta_1. \quad (3.101) \end{aligned}$$

Сравнивая зависимости (3.100) и (3.101), имеем

$$C_{/} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \cos \eta_1 \xi \cdot d\xi, \quad (3.102)$$

$$C_{//} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \sin \eta_1 \xi \cdot d\xi. \quad (3.103)$$

Подставим зависимости (3.102) и (3.103) в (3.99) с учетом $\varphi(\xi) = \theta_0$ при $-b < \xi < b$ и $\varphi(\xi) = 0$ при $|x| \geq b$

$$\begin{aligned} \theta(x, y, \tau) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \cos \eta_1 (\xi - x) \cdot d\xi \right] \cdot e^{-\alpha \cdot y} \times \\ \times e^{-a^2 \cdot \eta^2 \cdot \tau} \cdot d\eta \cdot d\eta_1 = \frac{\theta_0}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} e^{-a^2 \cdot \eta^2 \cdot \tau} \times \\ \times \left\{ \int_{-b}^b \left[\int_0^{\infty} e^{-\alpha \cdot y} \cdot \cos \eta_1 (\xi - x) \cdot d\eta_1 \right] \cdot d\xi \right\} \cdot d\eta. \quad (3.104) \end{aligned}$$

В силу сложности интегрирования (3.104), выразить функцию $\theta(x, y, \tau)$ явно через координаты x , y и время τ затруднено. Поэтому можно ограничиться решением (3.99), представляя его в виде суммы ряда

$$\theta(x, y, \tau) = \sum_{\eta=0}^{\infty} \sum_{\eta_1=0}^{\infty} (C_{/} \cdot \cos \eta_1 x + C_{//} \cdot \sin \eta_1 x) \cdot e^{-\alpha \cdot y} \times \\ \times e^{-a^2 \cdot \eta^2 \cdot \tau}, \quad (3.105)$$

где постоянные $C_{/}$ и $C_{//}$ определяются зависимостями (3.102) и (3.103).

Для теоретического анализа рассмотрим упрощенную одномерную задачу теплопроводности для полубесконечного стержня.

3.10. Теплопроводность для полубесконечного стержня

В этом случае уравнение (3.3) принимает вид

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (x > 0). \quad (3.106)$$

Получим решение, удовлетворяющее начальному условию

$$\theta(x, \tau = 0) = \varphi(x) \quad \text{при} \quad 0 < x < \infty. \quad (3.107)$$

Решение будем искать в виде

$$\theta(x, \tau) = X \cdot T,$$

где $X = X(x)$, $T = T(\tau)$.

Подставляя $\theta(x, \tau) = X \cdot T$ в зависимость (3.106), получим равенство, в котором левая часть является функцией переменной T , а правая часть — функцией переменной X

$$\frac{1}{a^2} \cdot \frac{T'}{T} = \frac{X''}{X}, \quad (3.108)$$

где $T' = \frac{\partial T}{\partial \tau}$, $X'' = \frac{\partial^2 X}{\partial x^2}$.

Равенство (3.108) выполняется при условии

$$\frac{1}{a^2} \cdot \frac{T'}{T} = \frac{X''}{X} = \pm \eta^2, \quad (3.109)$$

где η - некоторая постоянная.

Примем знак “минус”, тогда

$$\frac{1}{a^2} \cdot \frac{T'}{T} = -\eta^2, \quad (3.110)$$

$$\frac{X''}{X} = -\eta^2. \quad (3.111)$$

Решения дифференциальных уравнений (3.110) и (3.111):

$$T(\tau) = C \cdot e^{-a^2 \cdot \eta^2 \cdot \tau}, \quad (3.112)$$

$$X(x) = C_1 \cdot \cos \eta x + C_2 \cdot \sin \eta x. \quad (3.113)$$

Функция $\theta(x, \tau) = X \cdot T$ выразится

$$\theta(x, \tau) = (C_1 \cdot \cos \eta x + C_2 \cdot \sin \eta x) \cdot e^{-a^2 \cdot \eta^2 \cdot \tau}, \quad (3.114)$$

где $C_1 = C \cdot C_1$; $C_2 = C \cdot C_2$.

С течением времени τ функция $\theta(x, \tau)$ уменьшается. Следовательно, имеет место остывание стержня и знак в зависимости (3.109) принят правильно.

Интеграл от функции $\theta(x, \tau)$ по параметру η также является решением уравнения (3.106)

$$\theta(x, \tau) = \int_0^{\infty} (C_{/} \cdot \cos \eta x + C_{//} \cdot \sin \eta x) \cdot e^{-a^2 \cdot \eta^2 \cdot \tau} \cdot d\eta. \quad (3.115)$$

Подчиним зависимость (3.115) начальному условию (3.107)

$$\theta(x, 0) = \int_0^{\infty} (C_{/} \cdot \cos \eta x + C_{//} \cdot \sin \eta x) \cdot d\eta = \varphi(x). \quad (3.116)$$

Коэффициенты Фурье $C_{/}$ и $C_{//}$ определяются зависимостями (3.102) и (3.103), принимая вместо η_1 параметр η . Тогда решение (3.115) выразится

$$\begin{aligned} \theta(x, \tau) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cdot e^{-a^2 \cdot \eta^2 \cdot \tau} \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \cos \eta(\xi - x) \cdot d\xi \right] \cdot d\eta = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \left[\int_0^{\infty} e^{-a^2 \cdot \eta^2 \cdot \tau} \cdot \cos \eta(\xi - x) \cdot d\eta \right] \cdot d\xi. \end{aligned} \quad (3.117)$$

С учетом табличного интеграла

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha^2 \cdot S^2} \cos \beta S \cdot dS = \frac{\sqrt{\pi}}{2 \cdot \alpha} \cdot e^{-\frac{\beta^2}{4 \cdot \alpha^2}}, \quad \alpha > 0 \quad (3.118)$$

и функции $\varphi(\xi)$, показанной на рис. 3.17, получим

$$\theta(x, \tau) = \frac{\theta_0}{\pi} \cdot \int_0^b \left[\frac{\sqrt{\pi}}{2 \cdot a \cdot \sqrt{\tau}} - e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4a^2 \cdot \tau}} \right] \cdot d\xi. \quad (3.119)$$

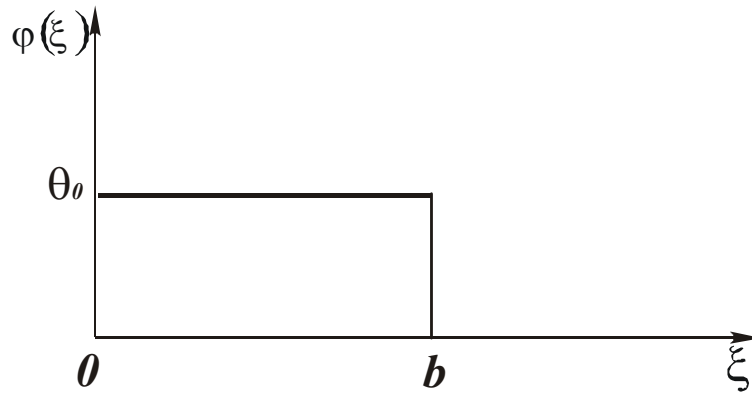


Рис. 3.17. Вид функции $\varphi(\xi)$.

Данный интеграл нельзя выразить в конечном виде через элементарные функции. Воспользуемся разложением в ряд

$$e^{-\alpha^2 \cdot (\xi-x)^2} = 1 - \frac{\alpha^2 \cdot (\xi-x)^2}{1!} + \frac{\alpha^4 \cdot (\xi-x)^4}{2!} - \dots +$$

$$+ (-1)^n \cdot \frac{[\alpha \cdot (\xi-x)]^{2n}}{n!}.$$

$$\int_0^b e^{-\alpha^2 \cdot (\xi-x)^2} \cdot d\xi = b - \frac{\alpha^2}{3} \cdot [(b-x)^3 + x^3] + \frac{\alpha^4}{10} \cdot [(b-x)^5 + x^5] - \dots$$

Тогда зависимость (3.119) примет вид

$$\theta(x, \tau) = \frac{\theta_0}{2 \cdot a \cdot \sqrt{\pi \cdot \tau}} \times$$

$$\times \left\{ b - \frac{1}{12 \cdot a^2 \cdot \tau} \times [(b-x)^3 + x^3] + \frac{1}{10} \left(\frac{1}{4a^2 \cdot \tau} \right)^2 \cdot [(b-x)^5 + x^5] - \dots \right\}. \quad (3.120)$$

Данный знакпеременный ряд сходящийся. Поэтому влияние времени τ на температуру $\theta(x, \tau)$ следует рассматривать за счет изменения функции $\frac{1}{\sqrt{\tau}}$. Очевидно, с увеличением τ температура уменьшается.

Аналогичный вывод можно сделать, анализируя подинтегральную функцию в зависимости (3.119). Рассматривая $x \gg b$; ξ т.е. принимая $x - \xi \approx x$, видим, что подинтегральная функция не зависит от переменной ξ . Тогда

$$\theta(x, \tau) = \frac{\theta_0 \cdot b}{2 \cdot a \cdot \sqrt{\pi \cdot \tau}} \cdot e^{-\frac{x^2}{4 \cdot a^2 \cdot \tau}}. \quad (3.121)$$

С увеличением τ функция $e^{-\frac{x^2}{4 \cdot a^2 \cdot \tau}}$ увеличивается, однако, несущественно по сравнению с уменьшением функции $\frac{1}{\sqrt{\tau}}$. Следовательно, с увеличением τ температура уменьшается, что соответствует условиям задачи.

3.11. Распределение температуры при движущемся тепловом источнике

При обработке материалов резанием инструмент или деталь совершают движение. В результате образующийся в зоне резания тепловой источник перемещается по поверхности обрабатываемой детали, что вносит изменения в стационарное распределение температуры в полуплоскости.

Предположим, тепловой источник шириной $2b$ движется со скоростью V по границе полуплоскости. Требуется определить распределение температуры в полуплоскости.

Примем, что теплообмен с внешней средой отсутствует; все тепло идет на нагревание тела; температура на границе полуплоскости на всем участке перемещения теплового источника равна θ_0 . В результате приходим к решению (3.22), рассматривая в качестве параметра $2b$ длину участка перемещения теплового источника.

Положение изотерм будет описываться уравнением окружности (3.24), как показано на рис. 3.3. Очевидно, после действия теплового источника происходит остывание тела, температура внутри и на границе тела уменьшается во времени. Математически это учитывается следующим образом.

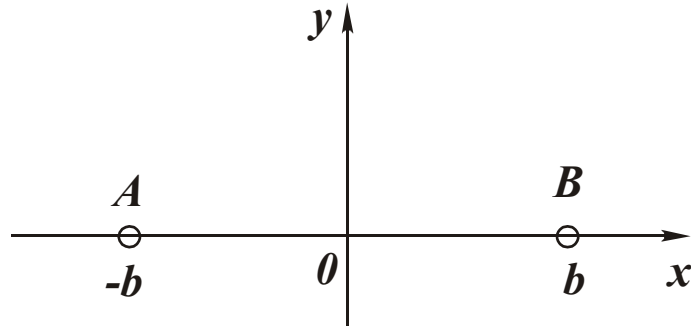


Рис.3.18. Положение участка перемещения AB в осях координат.

Предположим, после прохождения тепловым источником всего участка $2b$ (рис. 3.18) в полуплоскости сформировалось симметричное (относительно оси OY) тепловое поле, описываемое зависимостью (3.22), с одинаковой температурой на границе θ_0 .

Процесс остывания каждой точки границы полуплоскости в пределах $2b$ начинается в разное время. В точке A (начале перемещения теплового источника) он начинается при $\tau=0$. В конечной точке B он начнется в момент времени $\tau = \frac{2b}{V}$. Следовательно, начальное условие для $\theta(x, y, \tau_*) = \theta_0$

каждой точки будет выполняться в разное время, равное $\tau_* = \frac{(x+b)}{V}$, т.е. в точке A (координата $x = -b$) время $\tau=0$, а в точке B (координата $x = b$) время $\tau = \frac{2b}{V}$.

Математически начальное условие запишется

$$\begin{cases} \theta(x, y=0, \tau_*) = \theta_0 & \text{при } \tau_* = \frac{x+b}{V}, -b < x < b; \\ \theta(x, y=0, \tau_*) = 0 & \text{при } |x| \geq b. \end{cases} \quad (3.122)$$

Решением уравнения теплопроводности (3.3) при $\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0$ является функция $\theta(x, y, \tau)$, описываемая зависимостью (3.98), а также дважды интегрируемая функция $\theta(x, y, \tau)$, описываемая зависимостью (3.99).

Постоянные $C_{/}$ и $C_{//}$ определяются из начального условия (3.122), подчиняя ему зависимость (3.99):

$$\theta(x, 0, \tau_*) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (C_{/} \cdot \cos \eta_1 x + C_{//} \cdot \sin \eta_1 x) \times \\ \times e^{-a^2 \cdot \frac{(x+b)}{V} \cdot \eta^2} \cdot d\eta \cdot d\eta_1 = \theta_0. \quad (3.123)$$

Умножим левую и правую части уравнения (3.123) на $e^{a^2 \cdot \frac{(x+b)}{V} \cdot \eta^2}$. Так как функция $e^{a^2 \cdot \frac{(x+b)}{V} \cdot \eta^2}$ непрерывна и ограничена, то полученный интеграл снова будет состоять из непрерывных функций и равномерно сходиться к новой непрерывной функции $\theta_0 \cdot e^{a^2 \cdot \frac{(x+b)}{V} \cdot \eta^2}$.

После преобразований зависимость (3.123) примет вид

$$\theta_0 \cdot e^{a^2 \cdot \frac{(x+b)}{V} \cdot \eta^2} = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (C_{/} \cdot \cos \eta_1 x + C_{//} \cdot \sin \eta_1 x) \cdot d\eta \cdot d\eta_1. \quad (3.124)$$

Функцию $\varphi(x) = \theta_0 \cdot e^{a^2 \cdot \frac{(x+b)}{V} \cdot \eta^2}$ можно представить разложением в интеграл Фурье согласно зависимости (3.101). Решение, описываемое зависимостью (3.99), примет вид

$$\theta(x, y, \tau) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \left[\int_{-b}^b \varphi(\xi) \cdot \cos \eta_1 (\xi - x) \cdot d\xi \right] \cdot \frac{1}{\pi} \times \\ \times e^{-\alpha \cdot y} \cdot e^{-a^2 \cdot \eta^2 \cdot \tau} \cdot d\eta \cdot d\eta_1. \quad (3.125)$$

Учитывая сложность интегрирования (3.125), решение можно представить в виде сумм ряда

$$\theta(x, y, \tau) = \sum_{\eta=0}^{\infty} \sum_{\eta_1=0}^{\infty} [C_{/} \cdot \cos \eta_1 x + C_{//} \cdot \sin \eta_1 x] \times \\ \times e^{-\alpha \cdot y} \cdot e^{-a^2 \cdot \eta^2 \cdot \tau}, \quad (3.126)$$

где постоянные $C_{/}$ и $C_{//}$ определяются из (3.102) и (3.103), рассматривая

$$\varphi(\xi) = \theta_0 \cdot e^{\frac{a^2 \cdot (x+b) \cdot \eta^2}{V}}, \quad -b < \xi < b.$$

Очевидно, распределение температуры относительно оси ОУ будет несимметричным в связи с несимметрией функции $\theta_0 \cdot e^{\frac{a^2 \cdot (x+b) \cdot \eta^2}{V}}$. Аналогичным образом можно определить изменение температуры во времени для других начальных условий, когда температура на границе одинакова

$$\theta(x, y, \tau_*) = \varphi(x) \quad \text{при } \tau_* = \frac{x+b}{V}, \quad -\infty < x < \infty. \quad (3.127)$$

3.12. Распределение температуры в полуплоскости для заданной плотности теплового потока

Получим решение уравнения Лапласа в полуплоскости ($-\infty < x < \infty, y > 0$), удовлетворяющее граничному условию

$$q_y(x, y) = q(x) \quad \text{при } -\infty < x < \infty. \quad (3.128)$$

Решение будем искать в виде, описанном зависимостью (3.13). Постоянные $C_{/}$ и $C_{//}$ определим из граничного условия (3.128) с учетом

$$q_y(x, y) = -\lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial y}, \\ q_y(x, y) = \lambda \cdot \int_0^{\infty} [C_{/} \cdot \cos \eta x + C_{//} \cdot \sin \eta x] \cdot \eta \cdot e^{-\eta y} \cdot d\eta$$

или

$$q_y(x, y) = \lambda \cdot \int_0^{\infty} [\overline{C}_/ \cdot \cos \eta x + \overline{C}_{//} \cdot \sin \eta x] \cdot e^{-\eta y} \cdot d\eta, \quad (3.129)$$

где $\overline{C}_/ = C_/ \cdot \eta$; $\overline{C}_{//} = C_{//} \cdot \eta$.

При $y = 0$

$$q_y(x, 0) = \lambda \cdot \int_0^{\infty} (\overline{C}_/ \cdot \cos \eta x + \overline{C}_{//} \cdot \sin \eta x) \cdot d\eta = q(x). \quad (3.130)$$

Представим разложение функции $q(x)$ интегралом Фурье

$$\begin{aligned} q(x) = & \int_0^{\infty} \left\{ \left[\frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi) \cdot \cos \eta \xi \cdot d\xi \right] \cdot \cos \eta x + \right. \\ & \left. + \left[\frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi) \cdot \sin \eta \xi \cdot d\xi \right] \cdot \sin \eta x \right\} \cdot d\eta. \end{aligned} \quad (3.131)$$

Сравнивая зависимости (3.130) и (3.131), имеем

$$\overline{C}_/ = \frac{1}{\pi \cdot \lambda} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi) \cdot \cos \eta \xi \cdot d\xi;$$

$$\overline{C}_{//} = \frac{1}{\pi \cdot \lambda} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi) \cdot \sin \eta \xi \cdot d\xi.$$

Подставляя постоянные $\overline{C}_/$ и $\overline{C}_{//}$ в зависимость (3.129), после преобразований, имеем

$$\begin{aligned}
q_y(x, y) &= \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\eta y} \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} q(\xi) \cdot \cos \eta(\xi - x) \cdot d\xi \right] \cdot d\eta = \\
&= \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi) \cdot \left[\int_0^{\infty} e^{-\eta y} \cdot \cos \eta(\xi - x) \cdot d\eta \right] \cdot d\xi = \quad (3.132) \\
&= \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi) \cdot \left[\frac{y \cdot d\xi}{y^2 + (\xi - x)^2} \right]
\end{aligned}$$

Полученное решение аналогично решению (3.18) для определения температуры $\theta(x, y)$.

Для граничного условия

$$\begin{cases} q(x) = q_0 & \text{при } |x| < a, \\ q(x) = 0 & \text{при } |x| \geq a, \end{cases}$$

зависимость (3.132) выразится

$$\begin{aligned}
q_y(x, y) &= \frac{q_0}{\pi} \cdot \int_{-a}^a \left[\frac{y \cdot d\xi}{y^2 + (\xi - x)^2} \right] = \\
&= \frac{q_0}{\pi} \cdot \left[\operatorname{arctg} \frac{(a-x)}{y} + \operatorname{arctg} \frac{(a+x)}{y} \right] = \quad (3.133) \\
&= \frac{q_0}{\pi} \cdot \operatorname{arctg} \left[\frac{2ay}{y^2 + (a^2 - x^2)} \right].
\end{aligned}$$

Обозначая $\operatorname{tg} \left[\pi \cdot \frac{q(x, y)}{q_0} \right] = C$, приходим к уравнению окружности

$$x^2 + (y - b)^2 = R^2, \quad (3.134)$$

где $b = \frac{a}{C}$; $R = a \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{C^2}}$.

Положения окружностей, соответствующих одному значению плотности теплового потока q_0 , идентично положениям окружностей, соответствующих одному значению температуры в решении (3.25), рис. 3.3.

Подставляя в зависимость (3.13) постоянные $C_{/} = \frac{\overline{C_{/}}}{\eta}$ и $C_{//} = \frac{\overline{C_{//}}}{\eta}$,

получим

$$\theta(x, y) = \frac{1}{\pi \cdot \lambda} \cdot \int_0^{\infty} e^{-\eta y} \cdot \frac{1}{\eta} \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} q(\xi) \cdot \cos \eta(\xi - x) \cdot d\xi \right] \cdot d\eta. \quad (3.135)$$

Поменяем местами интегралы

$$\theta(x, y) = \frac{1}{\pi \cdot \lambda} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi) \cdot \left[\int_0^{\infty} e^{-\eta y} \cdot \frac{1}{\eta} \cdot \cos \eta(\xi - x) \cdot d\eta \right] \cdot d\xi. \quad (3.136)$$

Внутренний интеграл в (3.136) сводится к табличному интегралу

$$\int_0^{\infty} e^{-as} \cdot \frac{\cos sx}{s} \cdot ds = \infty, \quad (3.137)$$

где a, x - постоянные.

Неопределенность интеграла (3.137) обусловлена функцией $\frac{1}{s}$, которая при $s \rightarrow 0$ стремится к бесконечности. Следовательно, температуру $\theta(x, y)$ нельзя определить, пользуясь зависимостью (3.136). Решение возможно, если рассматривать в зависимости (3.135) вместо внешнего интеграла по параметру η бесконечный ряд

$$\theta(x, y) = \frac{1}{\pi \cdot \lambda} \cdot \sum_{\eta=1}^{\infty} e^{-\eta y} \cdot \frac{1}{\eta} \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} q(\xi) \cdot \cos \eta(\xi - x) \cdot d\xi \right]. \quad (3.138)$$

Для граничного условия

$$\begin{cases} q(x) = q_0 & \text{при } |x| < a, \\ q(x) = 0 & \text{при } |x| \geq a, \end{cases}$$

интеграл по параметру ξ , входящий в зависимость (3.138), выразится

$$\int_{-a}^a q_0 \cdot \cos \eta(\xi - x) \cdot d\xi = \frac{2 \cdot q_0}{\eta} \cdot \sin \eta a \cdot \cos \eta x,$$

тогда

$$\theta(x, y) = \frac{2q_0}{\pi \cdot \lambda} \cdot \sum_{\eta=1}^{\infty} e^{-\eta y} \cdot \frac{1}{\eta^2} \cdot \sin \eta a \cdot \cos \eta x. \quad (3.139)$$

Ряд (3.139) сходящийся, т.к. функции $\sin \eta a$ и $\cos \eta x$ ограничены в пределах от -1 до 1, а функции $e^{-\eta y}$ и $1/\eta^2$ - убывающие.

Следовательно, при достижении определенного значения η сумма членов ряда будет оставаться практически постоянной.

3.13. Распределение температуры в прямоугольной пластине для заданной плотности теплового потока

Получим решение уравнения Лапласа, удовлетворяющее граничным условиям, рис. 3.16

$$\begin{cases} \theta(x=0, y) = 0, \\ \theta(x=x_1, y) = 0, \\ \theta(x, y=0) = 0, \\ q_Y(x, y=y_1) = q(x). \end{cases} \quad (3.140)$$

Решение будем искать в виде (3.11). Постоянные C_1 и C_2 определим, используя первое и второе граничные условия (3.140). Откуда $C_1 = 0$; $C_2 = \sin \eta x_1 = 0$. При $C_2 = 0$ функция $\theta(x, y)$ тождественно равна нулю. Следовательно, должно выполняться условие

$$\sin \eta x_1 = 0 \quad (3.141)$$

или

$$\eta = \frac{k \cdot \pi}{x_1},$$

где $k = 1; 2; 3; \dots$ - целые числа.

Подчиняя $\theta(x, y)$ третьему граничному условию (3.140), имеем: $C_3 = -C_4$.

Подставляя C_1, C_2, C_3 в (3.11), получим:

$$\theta(x, y) = C \cdot \left(e^{\frac{k \cdot \pi}{x_1} \cdot y} - e^{-\frac{k \cdot \pi}{x_1} \cdot y} \right) \cdot \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_1}, \quad (3.142)$$

где $C = C_2 \cdot C_3$

Сумма функций $\theta(x, y)$ по параметру k также будет решением уравнения (3.4) для $\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0$

$$\theta(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(e^{\frac{k \cdot \pi}{x_1} \cdot y} - e^{-\frac{k \cdot \pi}{x_1} \cdot y} \right) \cdot \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_1} \cdot C_k. \quad (3.143)$$

Плотность теплового потока

$$q_y(x, y) = -\lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial y} = -\lambda \cdot \sum_{k=1}^{\infty} C_k \frac{k \cdot \pi}{x_1} \times$$

$$\times \left(e^{\frac{k \cdot \pi}{x_1} \cdot y} + e^{-\frac{k \cdot \pi}{x_1} \cdot y} \right) \cdot \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_1}. \quad (3.144)$$

Подчиним зависимость (3.144) четвертому граничному условию (3.140):

$$-q(x) = \lambda \cdot \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cdot \frac{k \cdot \pi}{x_1} \cdot \left(e^{\frac{k \cdot \pi}{x_1} \cdot y_1} + e^{-\frac{k \cdot \pi}{x_1} \cdot y_1} \right) \cdot \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_1}.$$

Данное равенство является разложением функции $q(x)$ в ряд Фурье по синусам. Коэффициент ряда Фурье выразится

$$\lambda \cdot C_k \cdot \frac{k \cdot \pi}{x_1} \cdot \left(e^{\frac{k \cdot \pi}{x_1} \cdot y_1} + e^{-\frac{k \cdot \pi}{x_1} \cdot y_1} \right) = \frac{2}{x_1} \times \int_0^{x_1} q(x) \cdot \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_1} \cdot dx. \quad (3.145)$$

Примем функцию $q(x)$ в виде, показанном на рис. 3.19. Тогда коэффициент C_k определится

$$C_k = \frac{2 \cdot q_0 \cdot x_1}{k^2 \cdot \pi^2 \cdot \lambda} \cdot \frac{(1 - \cos \frac{k \cdot \pi \cdot x_0}{x_1})}{\left(e^{\frac{k \cdot \pi \cdot y_1}{x_1}} + e^{-\frac{k \cdot \pi \cdot y_1}{x_1}} \right)}. \quad (3.146)$$

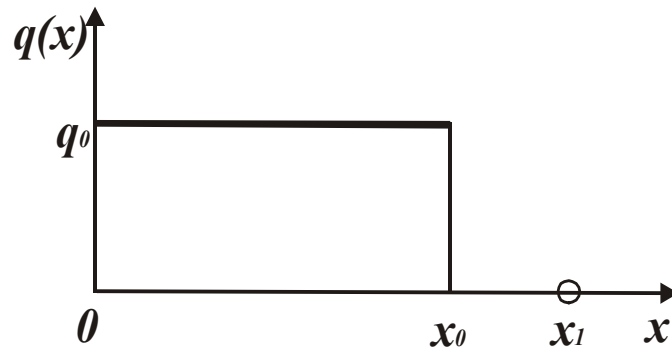


Рис.3.19. Вид функции $q(x)$.

Подставляя зависимость (3.146) в (3.143), получим

$$\theta(x, y) = \frac{2 \cdot q_0 \cdot x_1}{k^2 \cdot \pi^2 \cdot \lambda} \times \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{(1 - \cos \frac{k \pi x_0}{x_1}) \cdot (e^{\frac{k \pi y}{x_1}} - e^{-\frac{k \pi y}{x_1}})}{k^2 \cdot (e^{\frac{k \pi y_1}{x_1}} + e^{-\frac{k \pi y_1}{x_1}})} \cdot \sin \frac{k \pi x}{x_1} \right]. \quad (3.147)$$

Выполненные расчеты показали, что ряд (3.147) медленно сходящийся и достаточное число членов ряда составляет $k = 200$.

Для исходных данных ($\lambda = 54,36$ Вт / (м·К); $x_0 = 10^{-4}$ м; $x_1 = 1,2 \cdot 10^{-2}$ м; $y_1 = 4 \cdot 10^{-3}$ м) на рис. 3.20 приведено температурное поле в изотермах.

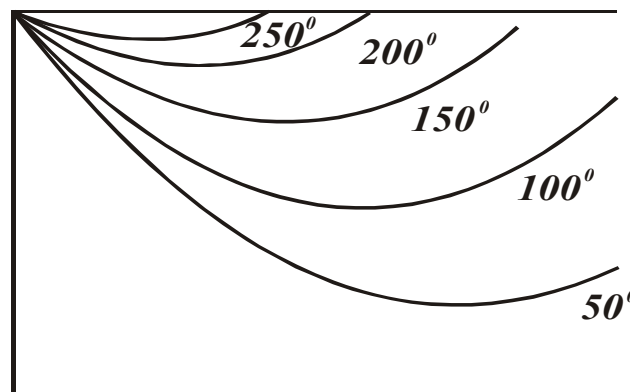


Рис.3.20. Температурное поле в изотермах.

4. ПРИБЛИЖЕННЫЕ РАСЧЕТЫ ТЕМПЕРАТУРЫ РЕЗАНИЯ

4.1. Температура резания при плоском шлифовании периферией круга

В расчетной схеме (рис. 4.1) обрабатываемую деталь представим в виде бесконечного множества адиабатических стержней длиной l и площадью поперечного сечения S , расположенных по нормали к обрабатываемой поверхности. Пусть за время действия τ теплового источника стержень получил Q_1 тепла

$$Q_1 = \lambda \cdot S \cdot \frac{\theta_1 - \theta_2}{l} \cdot \tau, \quad (4.1)$$

где λ - коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); θ_1 и θ_2 - установившиеся температуры на концах стержня, К.

За это время средняя температура θ_{cp} стержня увеличилась на величину $0,5 \cdot (\theta_2 - \theta_1)$, где θ_2 - температура в месте контакта стержня с кругом; θ_1 - температура на свободном конце стержня, $\theta_1 \cong 0$. Тогда количество тепла Q_1 , соответствующего повышению температуры стержня на величину θ_2 , определится

$$Q_1 = 0,5 \cdot m \cdot c \cdot \theta_2, \quad (4.2)$$

где $m = S \cdot l \cdot \rho_m$ - масса стержня, кг; c , ρ_m - соответственно теплоемкость и плотность обрабатываемого материала.

Разрешим зависимость (4.2) относительно величины l с учетом соотношения $Q_1 = N \cdot \tau$ (принимая $\theta_2 = \theta$, здесь $N = q \cdot S$ - мощность теплового потока; q - плотность теплового потока)

$$l = \frac{q \cdot \tau}{0,5 \cdot c \cdot \theta \cdot \rho_m}. \quad (4.3)$$

Подставляя зависимость (4.3) в (4.1), получим

$$\theta = q \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \tau}{\lambda \cdot c \cdot \rho_m}}, \quad (4.4)$$

$$l = \sqrt{\frac{2 \cdot \tau \cdot \lambda}{c \cdot \rho_m}}. \quad (4.5)$$

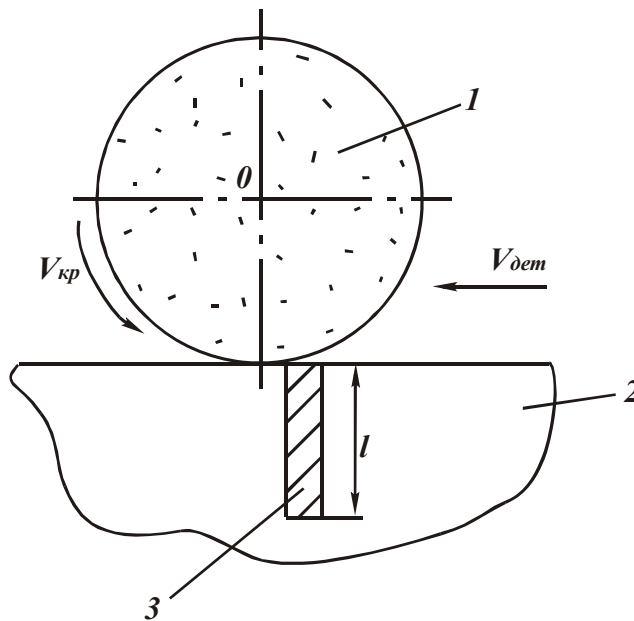


Рис.4.1. Расчетная схема температуры плоского шлифования: 1 – круг, 2 – деталь, 3 – адиабатический стержень.

Скорость распространения тепла вглубь стержня

$$V_{\theta} = \frac{dl}{d\tau} = \sqrt{\frac{\lambda}{2 \cdot c \cdot \rho_m \cdot \tau}}. \quad (4.6)$$

В результате определены три основные теплофизические характеристики процесса резания: θ , l , V_{θ} .

Уменьшить температуру θ можно уменьшением параметров q и τ . Параметр l определяет толщину "прогретого" поверхностного слоя материала. Чем больше τ , тем больше l .

Скорость V_{θ} с течением времени τ уменьшается, что является следствием нелинейности зависимости θ от τ .

Учитывая определяющую роль параметра τ в формировании теплофизических характеристик, процессы шлифования по длительности теплового воздействия на обрабатываемую поверхность могут быть разделены на две группы. К первой группе следует отнести процессы, в которых параметры τ и q взаимосвязаны режимом шлифования, ко второй - процессы, в которых параметры τ и q взаимосвязаны конструкцией инструмента (прерывистого круга и т.д.). Проведем анализ процессов, отнесенных к первой группе с учетом известных соотношений

$$\tau = \frac{l_k}{V_{дет}}, \quad q = \frac{P_z \cdot V_{кр}}{F} \cdot \psi_1, \quad P_z = \frac{2 \cdot \sigma_{сж} \cdot Q}{K_{ш} \cdot V_{кр}},$$

где $l_k = \sqrt{\frac{2 \cdot t}{\rho}}$ - длина дуги контакта круга с деталью, м; t - глубина шлифования, м; $\rho = \frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}}$; $R_{кр}$, $R_{дет}$ - соответственно радиусы круга и детали, м; $V_{дет}$, $V_{кр}$ - скорости детали и круга, м/с; P_z - тангенциальная составляющая силы резания, Н; $F = B \cdot l_k$ - площадь контакта круга с деталью, м; ψ_1 - коэффициент, показывающий, какая часть работы переходит в теплоту, поглощаемую обрабатываемой деталью; $\sigma_{сж}$ - предел прочности обрабатываемого материала на сжатие, Па; $K_{ш} = P_z / P_y$ - коэффициент резания при шлифовании; P_y - радиальная составляющая силы резания, Н; Q - производительность обработки, м³/с.

Тогда зависимость (4.4) выразится

$$\theta = \frac{2 \cdot \sigma_{сж} \cdot Q \cdot \psi_1}{K_{ш} \cdot B} \cdot \sqrt{\frac{2}{\lambda \cdot c \cdot \rho_m \cdot l_k \cdot V_{дет}}}. \quad (4.7)$$

Температура шлифования θ тем больше, чем больше параметры $\sigma_{сж}$, Q и меньше B , $K_{ш}$, l_k , $V_{дет}$. С учетом $Q = S_d \cdot B \cdot V_{дет} \cdot t$ (где S_d - продольная подача в долях высоты круга, 0...1) температура примет вид

$$\theta = \frac{2 \cdot \sigma_{сж} \cdot S_d \cdot t \cdot \psi_1}{K_{ш}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot V_{дет}}{\lambda \cdot c \cdot \rho_m}} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{2t}}. \quad (4.8)$$

С увеличением параметров режима шлифования S_d , t и $V_{дет}$ температура θ увеличивается. Основным фактором ее снижения при заданном режиме шлифования является увеличение коэффициента шлифования $K_{ш}$, который определяется зависимостью (2.44).

Согласно зависимости (2.44), с уменьшением безразмерного параметра $\eta \rightarrow 0$ (определяющего степень затупления зерен) коэффициент шлифования $K_{ш}$ увеличивается. Для увеличения $K_{ш}$ в процессе шлифования необходимо поддерживать развитый рельеф круга, применяя эффективные методы правки или обеспечивая режим самозатачивания круга.

При микрорезании единичным зерном параметр η описывается [32]:

$$\eta = \sqrt{\frac{0,5 \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma \cdot HV \cdot x^2}{P_{y1}}}, \quad (4.9)$$

где x - величина линейного износа зерна, м; P_{y1} - радиальная сила, действующая на зерно, Н.

Увеличить параметр η можно уменьшением $x \rightarrow 0$ и увеличением силы P_{y1} до предельного значения, при котором режущее зерно разрушается (раздавливается).

При шлифовании по жесткой схеме параметр η определяется по зависимости [32]

$$P_{y1} = 0,22 \cdot \pi \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma \cdot HV \cdot \bar{X}^2 \cdot \left[\frac{630 \cdot \pi \cdot V_{\text{дет}} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{\text{кр}} \cdot (1 - \eta^2)} \right]^{0,67}, \quad (4.10)$$

где \bar{X}, m - соответственно зернистость и концентрация круга.

При $P_{y1} = \text{const}$ параметр η тем меньше, чем больше параметры $V_{\text{дет}}, t, \bar{X}$ и меньше $V_{\text{кр}}, m$. Величина $(1 - \eta^2)$ и коэффициент шлифования $K_{\text{ш}}$, определяемый зависимостью (2.44), увеличиваются с увеличением параметров $V_{\text{дет}}, t, \bar{X}$ и уменьшением $V_{\text{кр}}, m$. Следовательно, температура шлифования θ , определяемая зависимостью (4.8), с учетом (2.44) может изменяться по разнообразным зависимостям: увеличиваться, уменьшаться или оставаться постоянной с увеличением параметров $V_{\text{кр}}, t$.

Разрешим зависимость (4.8) относительно $V_{\text{дет}}$

$$V_{\text{дет}} = \frac{\lambda \cdot c \cdot \rho_m \cdot K_{\text{ш}}^2 \cdot \theta^2}{8 \cdot \sigma_{\text{сж}}^2 \cdot S_{\delta}^2 \cdot t^{1,5} \cdot \psi_1^2} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}}. \quad (4.11)$$

Как видим, скорость детали $V_{\text{дет}}$ тем больше, чем больше параметры $V_{\text{кр}}, \theta$ и меньше S_{δ}, t . Производительность обработки $Q = S_{\delta} \cdot B \cdot V_{\text{дет}} \cdot t$ при этом равна

$$Q = \frac{\lambda \cdot c \cdot \rho_m \cdot K_{\text{ш}}^2 \cdot \theta^2 \cdot B}{8 \cdot \sigma_{\text{сж}}^2 \cdot S_{\delta} \cdot t^{0,5} \cdot \psi_1^2} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}}. \quad (4.12)$$

Производительность обработки Q увеличивается с увеличением параметров $K_{\text{ш}}, \theta, B$ и уменьшением S_{δ} и t . Следовательно, производительность многопроходного шлифования при $\theta = \text{const}$ и $K_{\text{ш}} = \text{const}$ выше производительности глубинного шлифования. Основными условиями повышения производительности глубинного шлифования являются увеличение коэффициента шлифования $K_{\text{ш}}$ и уменьшение

коэффициента ψ_1 за счет обильной подачи технологической жидкости в зону шлифования.

4.2. Температура глубинного шлифования

Исходя из рис.4.2, при глубинном шлифовании необходимо учитывать перерезание части адиабатического стержня (длиной $l_1 = t$) со скоростью

$$V_{рез} = V_{дет} \cdot \sqrt{\frac{t}{D_{кр}}} . \quad (4.13)$$

Это эквивалентно перемещению теплового источника по нормали к обрабатываемой поверхности со скоростью $V_{рез}$. Количество тепла Q_1 , которое уходит на нагревание стержня за время его перерезания, равно

$$Q_1 = S \cdot t \cdot \rho_m \cdot c \cdot \theta + 0,5 \cdot S \cdot l \cdot \rho_m \cdot c \cdot \theta . \quad (4.14)$$

Первое слагаемое в зависимости (4.14) определяет количество тепла, которое уходит на нагревание части стержня длиной t , а второе - количество тепла, которое уходит на нагревание части стержня длиной l . Коэффициент 0,5 учитывает неравномерность нагрева нижней части стержня по длине l .

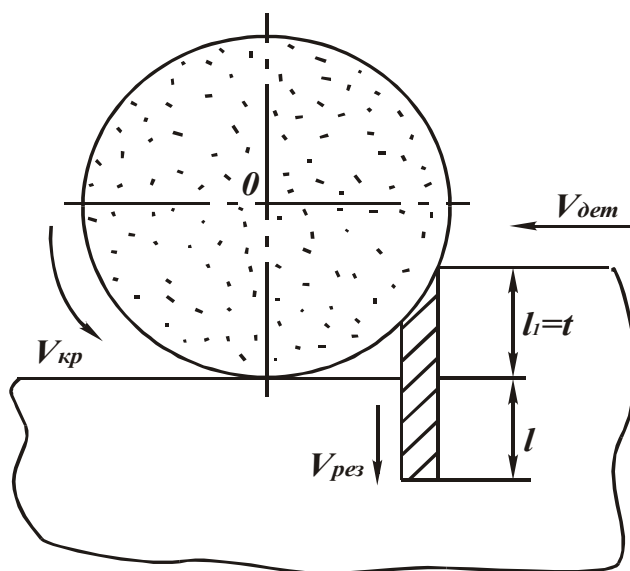


Рис.4.2. Расчетная схема температуры глубинного шлифования.

Количество тепла Q_2 , которое получит часть стержня длиной l за время действия теплового источника τ , равно

$$Q_2 = \lambda \cdot S \cdot \frac{\theta}{l} \cdot \tau. \quad (4.15)$$

С учетом $Q_2 = q \cdot S \cdot \tau$ и зависимости (4.15), длина l выражается

$$l = \frac{\lambda \cdot \theta}{q}. \quad (4.16)$$

Подставляя зависимость (4.15) в (4.14), приходим к квадратному уравнению относительно температуры θ

$$\theta^2 + \frac{2 \cdot q \cdot t}{\lambda} \cdot \theta - \frac{2 \cdot q^2 \cdot \tau}{\lambda \cdot c \cdot \rho_m} = 0, \quad (4.17)$$

где $\tau = t / V_{рез}$.

Решение уравнения

$$\theta = \frac{2 \cdot q}{c \cdot \rho_m \cdot V_{дет}} \cdot \sqrt{\frac{D_{кр}}{t}} \cdot \frac{1}{\left[\sqrt{1 + \frac{2 \cdot \lambda}{c \cdot \rho_m \cdot V_{дет} \cdot t} \cdot \sqrt{\frac{D_{кр}}{t}}} + 1 \right]}. \quad (4.18)$$

С учетом зависимости

$$q = \frac{P_z \cdot V_{кр}}{F} = \frac{\sigma \cdot Q}{B \cdot \sqrt{t \cdot D_{кр}}} \quad (4.19)$$

(где σ - условное напряжение резания; Q - производительность обработки), зависимость (4.18) примет вид

$$\theta = \frac{\sigma}{c \cdot \rho_m} \cdot \frac{2}{\left[\sqrt{1 + \frac{2 \cdot \lambda}{c \cdot \rho_m \cdot V_{дет} \cdot t} \cdot \sqrt{\frac{D_{кр}}{t}}} + 1 \right]}. \quad (4.20)$$

Характер изменения температуры шлифования θ от параметров $V_{дет}$ и t определяется величиной

$$\alpha = \frac{2 \cdot \lambda}{c \cdot \rho_m \cdot V_{дет} \cdot t} \cdot \sqrt{\frac{D_{кр}}{t}}. \quad (4.21)$$

При $\alpha > 1$ (т.е. при небольших значениях $V_{дет}$ и t) зависимость (4.20) упростится и примет вид

$$\theta = \sigma \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot V_{дет} \cdot t}{\lambda \cdot c \cdot \rho_m}} \cdot \sqrt{\frac{t}{D_{кр}}} \quad (4.22)$$

С увеличением параметров $V_{дет}$ и t температура шлифования θ увеличивается.

При $\alpha < 1$ (т.е. при увеличенных значениях $V_{дет}$ и t) роль величины α в изменении температуры шлифования θ незначительна. Следовательно, после достижения определенного значения t температура шлифования θ остается почти постоянной, рис. 4.3.

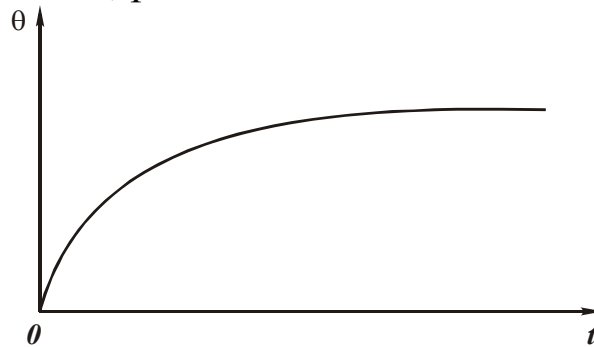


Рис.4.3. Зависимость температуры θ от глубины шлифования t .

Аналогичный характер изменения температуры шлифования θ от глубины шлифования t установлен экспериментально, рис. 4.4 (кривая 1 - врезное шлифование с режимами: $V_{кр} = 30$ м/с, $V_{дет} = 0,055$ м/с, $t = 0,04$ м; кривая 2 - с поперечной подачей $S = 0,003$ м и скоростью детали $V_{дет} = 0,25$ м/с) [4]. Следовательно, в области глубинного шлифования температура θ практически не зависит от глубины шлифования t . Это свидетельствует об эффективности применения глубинного шлифования.

Исходя из зависимости (4.20), основным условием уменьшения θ при глубинном шлифовании является уменьшение условного напряжения резания σ .

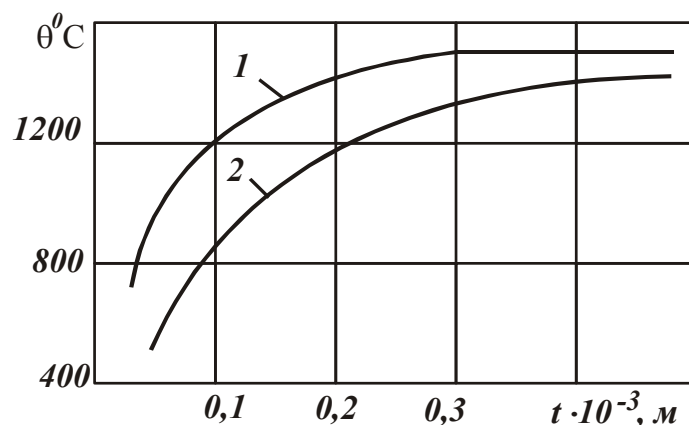


Рис. 4.4. Зависимость температуры θ от глубины шлифования t : обрабатываемый материал – сталь 40Х, круг 24А40ПСМ16К.

Параметр σ зависит от безразмерного параметра η . С уменьшением η условное напряжение резания σ уменьшается. Уменьшить η , согласно зависимости (4.10), при $P_{y1} = const$ можно увеличением параметров V_{dem}, t, \bar{X} и уменьшением $V_{кр}, m$. Следовательно, параметры t и V_{dem} оказывают на температуру шлифования θ неоднозначное влияние. Например, в области глубинного шлифования, когда знаменатель стремится к постоянному значению, равному 2, температура шлифования θ однозначно определяется условным напряжением резания σ . С увеличением t и V_{dem} параметры σ и θ уменьшаются.

Это согласуется с экспериментальными данными, что указывает на возможность уменьшения температуры глубинного шлифования без уменьшения производительности обработки.

Приравняв зависимости (4.8) и (1.132), можно определить предельные соотношения параметров режима шлифования, при которых происходит разрушение обрабатываемого материала, вызванное термоупругими напряжениями, т.е. когда $\sigma_r = \sigma_{сж}$. Для этого в зависимости (1.132) необходимо соотношение R_1/R_2 выразить через условия обработки, что требует расчета температурного поля в детали для заданного режима шлифования.

Аналогичным образом можно определить предельные значения температуры и параметров режимов резания для различных процессов абразивной и лезвиной обработки.

4.3. Уточненный расчет температуры шлифования

В нашей работе [2] приведена более точная аналитическая зависимость для определения температуры шлифования

$$\theta = \frac{\sigma}{c \cdot \rho_m} \cdot \left[1 - \exp \left(- \frac{2 \cdot c \cdot \rho_m \cdot V_{dem} \cdot t}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{t}{D_{кр}}} \right) \right]. \quad (4.23)$$

С увеличением параметров t и V_{dem} температура шлифования θ увеличивается до определенного значения, затем стабилизируется. Следовательно, при глубинном шлифовании температура θ практически не зависит от глубины шлифования t .

Уменьшить температуру резания θ можно уменьшением условного напряжения резания σ . Чем меньше безразмерный параметр η , тем выше степень понижения температуры. Как показано выше, параметр σ уменьшается с увеличением параметров t и V_{dem} при работе круга в режиме самозатачивания или непрерывной правки. Следовательно, при глубинном

шлифовании температура θ может быть уменьшена.

При работе круга в режиме затупления параметр σ с течением времени обработки увеличивается, что ведет к увеличению температуры шлифования θ .

Толщина прогретого слоя обрабатываемого материала h_2 при этом определяется

$$h_2 = \frac{\lambda}{2 \cdot c \cdot \rho_m \cdot V_{dem}} \cdot \sqrt{\frac{D_{кр}}{t}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2 \cdot c \cdot \rho_m \cdot V_{dem} \cdot t}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{t}{D_{кр}}}} \right). \quad (4.24)$$

Параметры t и V_{dem} оказывают на h_2 неоднозначное влияние. В зависимости от множителя, заключенного в круглые скобки, параметр h_2 может увеличиваться или уменьшаться с изменением параметров t и V_{dem} . Если множитель близок к единице, то параметр h_2 с увеличением t и V_{dem} будет уменьшаться, а температура шлифования θ будет зависеть от условного напряжения резания σ .

Уменьшение h_2 предполагает уменьшение параметра R_2 в зависимости (1.137) и снижение термоупругого напряжения σ_r .

Если принять $R_2 = h_2$, $R_1 = \frac{l}{2}$, то входящий в зависимость (1.137) обобщенный параметр $\frac{\theta \cdot R_2}{R_1}$ равен

$$\frac{\theta \cdot R_2}{R_1} = \frac{\lambda \cdot \sigma}{c^2 \cdot \rho_m^2 \cdot V_{dem} \cdot t} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2 \cdot c \cdot \rho_m \cdot V_{dem} \cdot t}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{t}{D_{кр}}}} \right)^2. \quad (4.25)$$

Приближая множитель, заключенный в круглые скобки, к единице, обобщенный параметр $\frac{\theta \cdot R_2}{R_1}$ с увеличением параметров V_{dem} и t уменьшается. Это ведет к уменьшению термоупругого напряжения σ_r по зависимости (1.137).

Следовательно, при превышении определенной производительности обработки $Q = B \cdot V_{dem} \cdot t$ напряжения σ_r могут уменьшаться. Это имеет место, например, при глубинном шлифовании, когда множитель, заключенный в круглые скобки в зависимости (4.25) за счет увеличения t стремится к единице (при заданном значении Q).

При многопроходном шлифовании выполнить данное условие затруднено, т.к. при заданном значении производительности обработки Q (и глубины шлифования t) приблизить множитель, заключенный в круглые скобки, к единице можно лишь за счет существенного уменьшения параметра $D_{кр}$, который конструктивно ограничен. В этом плане повышается эффективность внутреннего шлифования, реализуемого с применением небольших по диаметру кругов.

4.4. Температура прерывистого шлифования

При шлифовании кругом с прерывистой рабочей поверхностью характер изменения температуры во времени показан на рис. 4.5.

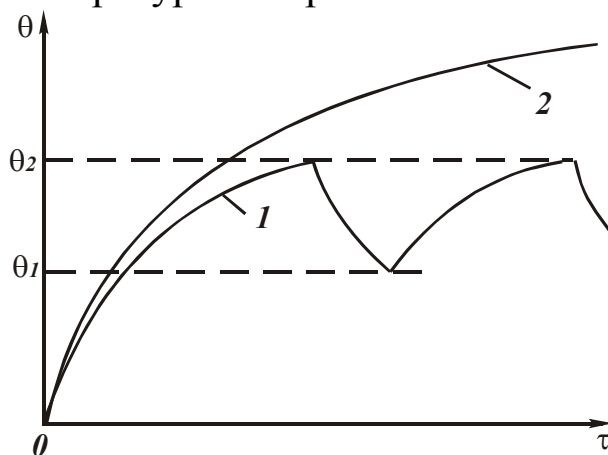


Рис. 4.5. Зависимость температуры резания от времени обработки при шлифовании прерывистым (1) и сплошным (2) кругом.

При прохождении режущего выступа круга температура увеличивается, а при прохождении выреза на круге (в результате остывания детали)-уменьшается. Температура прерывистого шлифования ниже температуры шлифования сплошным кругом. Для того чтобы стабилизировать во времени максимальное θ_2 и минимальное θ_1 значения температуры прерывистого шлифования, следует выполнить условие $Q_1 = Q_2$, где Q_1 - количество тепла, необходимое для увеличения температуры шлифования от θ_1 до θ_2 за время τ_1 прохождения рабочего выступа круга; Q_2 - количество тепла, выделяющееся при охлаждении детали от температуры θ_2 до температуры θ_1 за время τ_2 прохождения выреза на круге:

$$Q_1 = q_1 \cdot \tau_1 = \frac{V_{дет} \cdot \left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right) \cdot \sqrt{2 \cdot t \cdot \rho} \cdot \psi_1}{K_{ш}} \cdot \tau_1;$$

$$Q_2 = q_2 \cdot \tau_2 = \alpha \cdot \frac{(\theta_1 + \theta_2)}{2} \cdot \tau_2,$$

α - коэффициент теплоотвода;

l_2, l_1 - соответственно длины выреза и впадины прерывистого круга.

Время τ_1 определяется из зависимости (4.4) с учетом $\theta = \theta_2 - \theta_1$ и $q = q_1$:

$$\tau_1 = \frac{\lambda \cdot c \cdot \rho_m}{2} \cdot \frac{(\theta_2 - \theta_1)^2}{q_1^2}. \quad (4.26)$$

Время τ_2 определяется из условия $Q_1 = Q_2$:

$$\tau_2 \cdot \frac{q_1}{q_2} \cdot \tau_1 = \frac{\lambda \cdot c \cdot \rho_m}{2} \cdot \frac{(\theta_2 - \theta_1)^2}{q_1 \cdot q_2}. \quad (4.27)$$

С учетом $\tau_1 = \frac{l_1}{V_{кр}}$ и $\tau_2 = \frac{l_2}{V_{кр}}$ в приведенные зависимости входят два неизвестных параметра l_1 и l_2 , которые определяются из решения системы двух уравнений для заданных значений θ_1 и θ_2 .

Зная значения l_1 и l_2 , из отношения $n = \frac{\pi \cdot D_{кр}}{(l_1 + l_2)}$ определяется число рабочих выступов круга n (с округлением до целого числа).

Аналогичное решение, с использованием зависимости (4.23), приведено в работе [2].

По данной методике можно рассчитать температуру резания многолезвийными инструментами, например, при фрезеровании.

4.5. Расчеты температуры резания при лезвийной обработке

При небольшой скорости скольжения сходящей стружки по передней поверхности инструмента V_1 решение (3.139) в первом приближении можно использовать для расчета температуры резания при лезвийной обработке. Плотность теплового потока q_0 при этом выразится

$$q_0 = \frac{\overline{\psi}_1 \cdot P_y \cdot V_1}{F} = \overline{\psi}_1 \cdot q \cdot f_1 \cdot V_1, \quad (4.28)$$

где $\overline{\psi}_1$ - коэффициент, учитывающий долю тепла, которое уходит в инструмент;

F - площадь контакта стружки с передней поверхностью инструмента;

f_1 - коэффициент трения на передней поверхности инструмента;

q - радиальная нагрузка на передней поверхности инструмента.

Согласно зависимости (1.92), нагрузка $q = 1,57 \cdot \sigma_{сж}$. Скорость V_1 не равна скорости резания V и определяется из условия неразрывности (сплошности) материала:

$$V \cdot a = V_1 \cdot a_1, \quad (4.29)$$

где a - толщина среза; a_1 - толщина сходящей стружки.

Тогда

$$V_1 = \frac{V \cdot a}{a_1} = \frac{V}{\xi}, \quad (4.30)$$

где ξ - коэффициент усадки стружки.

Согласно формуле проф. Тиме (1.93), коэффициент усадки стружки ξ равен

$$\xi = \frac{\cos \gamma}{\operatorname{tg} \beta} + \sin \gamma, \quad (4.31)$$

где γ - передний угол инструмента; β - угол сдвига материала.

Плотность теплового потока q_0 с учетом преобразований примет вид

$$q_0 = \frac{1,57 \cdot f_1 \cdot V \cdot \sigma_{сж} \cdot \overline{\psi_1}}{\left(\frac{\cos \gamma}{\operatorname{tg} \beta} + \sin \gamma \right)}. \quad (4.32)$$

Как видим, параметр q_0 тем больше, чем больше параметры $f_1, \psi, V, \beta, \sigma_{сж}$.

Угол β оказывает различное влияние на силовую и тепловую напряженность процесса резания. С увеличением угла β сила резания уменьшается, а температура увеличивается в связи с уменьшением скорости V_1 .

Зависимость (4.32) справедлива при обработке пластичных материалов. Угол сдвига материала β определяется зависимостью (1.78). При $\gamma=0$ и $\varphi > \beta$, исходя на зависимости (1.76), угол сдвига β и плотность теплового потока q_0 с учетом $\sin \beta \approx \operatorname{tg} \beta$, $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = f_1$ определяются

$$\sin \beta \cong \frac{a}{l \cdot \sin \varphi}, \quad (4.33)$$

$$q_0 = 1,57 \cdot V \cdot \sigma_{сж} \cdot \frac{a}{l} \cdot \overline{\psi_1}. \quad (4.34)$$

Параметр q_0 тем больше, чем больше толщина среза a и меньше длина контакта сходящей стружки с передней поверхностью инструмента l .

Скорость резания V в большей степени влияет на q_0 по сравнению с толщиной среза a , т.к. с увеличением a увеличивается длина контакта стружки с передней поверхностью инструмента l . Следовательно, с точки зрения уменьшения плотности теплового потока q_0 и температуры резания θ эффективно увеличивать толщину среза a и уменьшать скорость резания V . Это согласуется с экспериментальными данными.

Подставляя зависимость (4.34) в (3.139), получим

$$\theta(x, y) = \frac{\sigma_{сж} \cdot V \cdot \overline{\psi_1}}{\lambda} \cdot \frac{a}{l} \cdot \sum_{r=1}^{\infty} e^{-r \cdot y} \cdot \frac{\sin rl \cdot \sin rx}{r^2}. \quad (4.35)$$

Ограничить максимальное значение температуры резания можно регулированием коэффициента $\overline{\psi_1}$, скорости резания V и толщины среза a . Например, чем больше $\sigma_{сж}$ и меньше λ , тем меньше должны быть значения параметров V и a .

Исходя из зависимости (1.142), за счет регулирования θ можно ограничить термоупругие напряжения $\sigma_r < \sigma_{сж}$.

При резании относительно хрупких материалов ($l < a$) температуру θ определим на основе расчетной схемы, показанной на рис. 4.6.

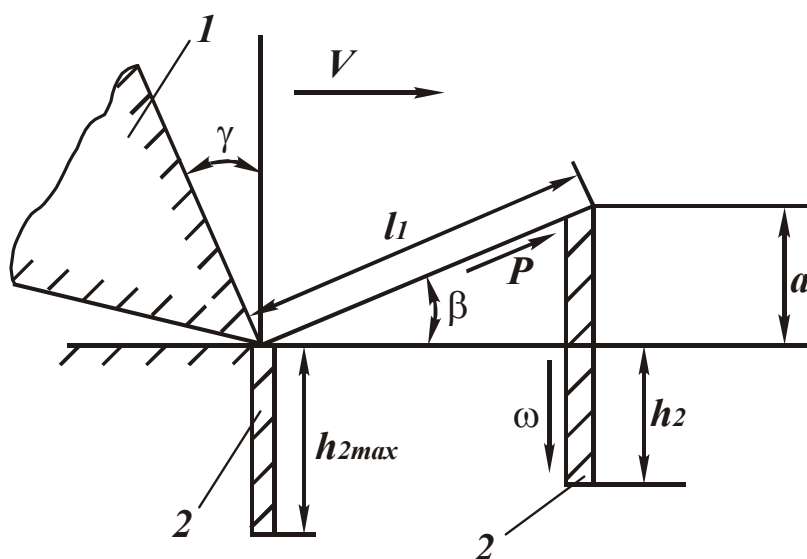


Рис.4.6. Расчетная схема температуры резания при точении: 1 – резец, 2 – стержень.

Допустим, что температура формируется от действия теплового источника, расположенного в плоскости сдвига. Обрабатываемый материал представим множеством прямолинейных стержней площадью поперечного сечения ΔF , расположенных по нормали к обрабатываемой поверхности. В результате перемещения резца со скоростью V прямолинейные стержни перерезаются со скоростью $\omega = V \cdot \tan \beta$. В условной плоскости сдвига формируется тепловой поток плотностью

$$q_0 = \frac{P \cdot V \cdot \overline{\psi_1}}{l_1 \cdot B \cdot \cos \beta} = \frac{\tau_{сдв} \cdot V \cdot \overline{\psi_1}}{\cos \beta}, \quad (4.36)$$

где $P = \tau_{сдв} \cdot l_1 \cdot B$ – сила, действующая в плоскости сдвига;
 l_1 – длина плоскости сдвига;
 B – ширина резания.

Согласно решения, приведенного в работе [2], температура резания определяется:

$$\theta(\tau) = \frac{\sigma_{сж} \cdot \overline{\psi_1}}{2 \cdot c \cdot \rho_m \cdot \sin \beta} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2 \cdot c \cdot \rho_m \cdot V^2 \cdot \text{tg}^2 \beta \cdot \tau}{\lambda}} \right), \quad (4.37)$$

где τ – время обработки.

С течением времени τ температура $\theta(\tau)$ увеличивается до максимального значения (рис.4.7)

$$\theta_{max} = \frac{\sigma_{сж} \cdot \overline{\psi_1}}{2 \cdot c \cdot \rho_m \cdot \sin \beta}. \quad (4.38)$$

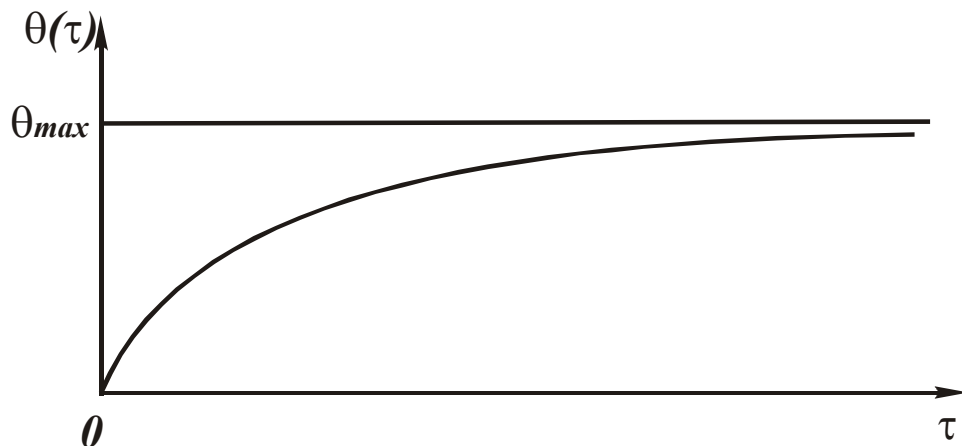


Рис. 4.7. Зависимость температуры θ от времени τ .

Уменьшить θ_{max} можно увеличением угла сдвига β , который определяется зависимостью (1.54) для относительно хрупких материалов. Угол β тем больше, чем больше передний угол инструмента γ и меньше угол трения φ . Если принять $\tau = a / \omega < \tau_{np}$ (где a – толщина среза), то температура $\theta < \theta_{max}$ равна

$$\theta = \frac{\sigma_{сж} \cdot \overline{\psi_1}}{2 \cdot c \cdot \rho_m \cdot \sin \beta} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2 \cdot c \cdot \rho_m \cdot V \cdot \text{tg} \beta}{\lambda}} \right). \quad (4.39)$$

Такая температура достигается в момент контакта стержня с вершиной

инструмента. С увеличением параметров V и a температура резания θ увеличивается, а с увеличением угла сдвига β – уменьшается, т.к. влияние $\sin \beta$ на θ больше, чем $\operatorname{tg} \beta$. Параметры V и a влияют на температуру резания θ практически в одинаковой степени (с учетом изменения угла сдвига β), что согласуются с экспериментальными данными.

Исходя из рис.4.6, параметр h_2 определяет толщину прогретого слоя обрабатываемого материала и описывается зависимостью

$$h_2 = \frac{\lambda \cdot \bar{\psi}_1}{2 \cdot c \cdot \rho_m \cdot \omega} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2 \cdot c \cdot \rho_m \cdot \omega^2 \cdot \tau}{\lambda}} \right). \quad (4.40)$$

Максимальное значение h_2 достигается при $\tau = a / \omega$:

$$h_{2_{max}} = \frac{\lambda \cdot \bar{\psi}_1}{2 \cdot c \cdot \rho_m \cdot \omega} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2 \cdot c \cdot \rho_m \cdot \omega \cdot a}{\lambda}} \right) \quad (4.41)$$

или

$$h_{2_{max}} = \frac{\lambda \cdot \bar{\psi}_1}{2 \cdot c \cdot \rho_m \cdot V \cdot \operatorname{tg} \beta} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2 \cdot c \cdot \rho_m \cdot V \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot a}{\lambda}} \right). \quad (4.42)$$

Обобщенный параметр $M = 2 \cdot c \cdot \rho_m \cdot V \cdot \operatorname{tg} \beta$ оказывает на длину $h_{2_{max}}$ неоднозначное влияние. В зависимости от толщины среза a с увеличением M длина $h_{2_{max}}$ может увеличиваться или уменьшаться. Например, при небольшом значении a интенсивность увеличения функции, заключенной в круглые скобки, может быть выше интенсивности уменьшения функции $1/M$, в результате чего параметр $h_{2_{max}}$ будет увеличиваться с увеличением M .

На температуру резания θ оказывает влияние трение обрабатываемого материала с задней поверхностью инструмента. Чем больше степень затупления инструмента, тем протяженнее контакт обрабатываемого материала с его задней поверхностью и больше температура резания. Расчетная схема сводится к суммированию температуры при прохождении стержнем участков 1 и 2, рис.4.8.

Упрощенно это выражается в увеличении времени теплового воздействия τ на стержень, что, согласно (4.37), ведет к увеличению $\theta(\tau)$.

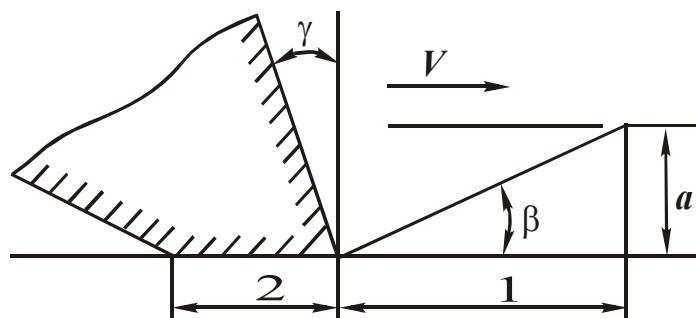


Рис. 4.8. Расчетная схема температуры резания с учетом затупления инструмента.

4.6. Износ и стойкость инструмента

Под действием теплового и силового факторов происходит износ инструмента по передней и задней поверхностям. Это вызывает увеличение силы и температуры резания, ухудшение качества обработки. Характер изменения величины износа инструмента показан на рис. 4.9.

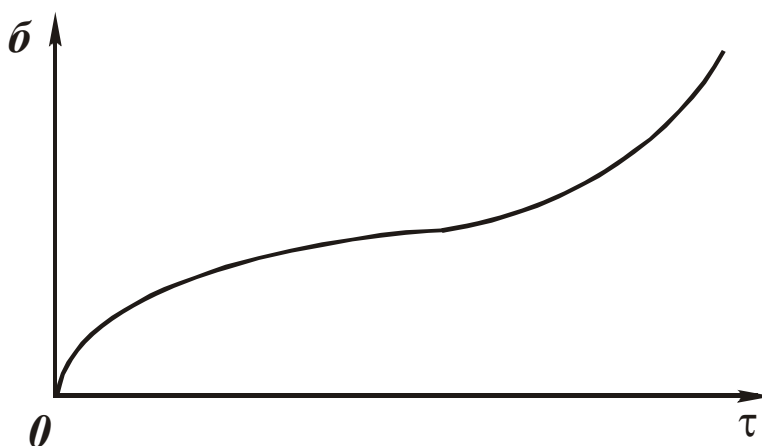


Рис. 4.9. Зависимость износа инструмента δ от времени обработки τ .

Через определенное время обработки происходит катастрофический износ инструмента, что является следствием достижения предельных значений температуры и силы резания. Уменьшить интенсивность износа инструмента можно регулированием температуры и силы резания. Фиксируя предельное значение температуры резания θ , из зависимости (4.35) определяется оптимальная скорость резания V .

Чем меньше толщина среза a , тем больше скорость резания V . Данному значению V будет соответствовать наибольшая работоспособность инструмента, выражающаяся в максимальном объеме снятого материала $V_{объем} = a \cdot B \cdot V \cdot T$ (где B - ширина резания, T - период стойкости инструмента) или максимальном пути резания - $V \cdot T$.

Под стойкостью инструмента следует понимать способность контактных поверхностей и лезвия инструмента сохранять свои режущие свойства.

Время T , в течении которого это выполняется, называется периодом стойкости.

Принимая, что период стойкости T обратно пропорционален максимальной температуре резания

$$Q_{max} = \frac{\sigma_{сж} \cdot V \cdot \bar{\psi}_1 \cdot a}{\lambda \cdot l} \cdot A_0, \quad (4.43)$$

(где A_0 - максимальное значение суммы ряда, входящего в зависимость (4.35)), длина пути резания $\alpha = V \cdot T_n \approx V / T_{max}$ и объем снятого материала определяются

$$\alpha \approx \frac{\lambda \cdot l}{\sigma_{сж} \cdot \bar{\psi}_1 \cdot a \cdot A_0}, \quad (4.44)$$

$$V_{объем} \approx \frac{\lambda \cdot l \cdot B}{\sigma_{сж} \cdot \bar{\psi}_1 \cdot A_0}. \quad (4.45)$$

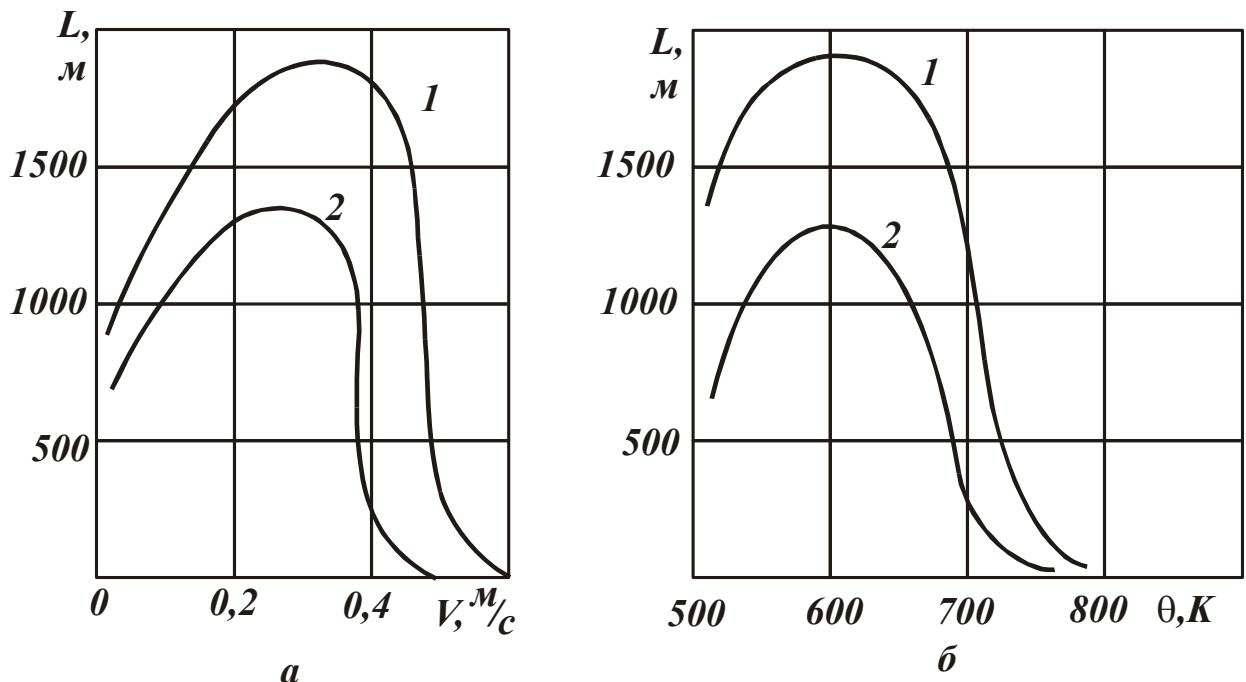


Рис. 4.10. Зависимости $L - V$ и $L - \theta$ при точении стали 40X резцом из P18:
1 - $a = 0,1$ мм, 2 - $a = 0,3$ мм; $t = 1$ мм, $\gamma = 0^\circ$.

Из рис. 4.10,а [37] следует, что с увеличением скорости резания V величина α изменяется по экстремальной зависимости, проходя точку максимума. Максимум α обусловлен достижением предельной температуры резания, рис. 4.10,б [37]. Чем больше толщина среза a , тем

меньше максимальное значение α , соответствующее одному значению температуры резания. Это согласуется с теоретической зависимостью (4.44).

Величина $V_{объем}$ с изменением скорости резания V также проходит точку максимума, рис.4.11[37].

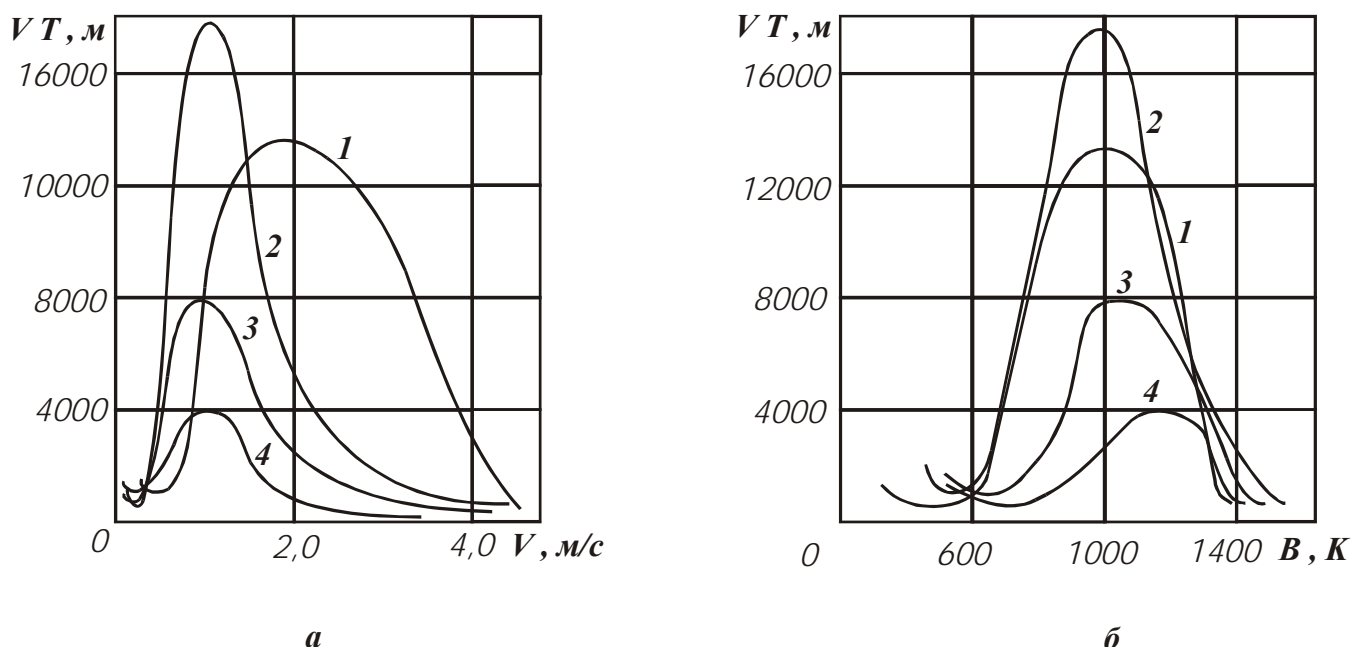


Рис. 4.11. Зависимости $VT - V$ (а) и $VT - \theta$ (б) при точении стали 40Х резцом из сплава Т15К6: 1 – $a = 0,037$ мм/об; 2 – $a = 0,1$ мм/об; 3 – $a = 0,3$ мм/об; 4 – $a = 0,5$ мм/об.

Значения температуры, соответствующие максимумам величин α и $V_{объем}$, приблизительно равны 1000К для всех рассматриваемых толщин срезов a . Максимальные значения $V_{объем}$ с увеличением толщины среза a увеличиваются (за исключением позиции 4). Исходя из зависимости (4.45), это связано с увеличением параметра l .

Для приведенных экспериментальных данных определяющим в механизме износа инструмента является тепловой фактор, т.к. при преобладании силового фактора максимальные значения $V_{объем}$ с увеличением толщины среза a должны уменьшаться (в связи с увеличением силы резания). Следовательно, при более существенном влиянии силового фактора на износ инструмента указанные закономерности изменятся. Например, с увеличением толщины среза a максимальные значения α и $V_{объем}$ могут уменьшаться, а значения температуры резания, соответствующие максимумам α и $V_{объем}$ - не совпадать. Данные зависимости подтверждены экспериментально.

4.7. Расчет температуры резания с учетом температурной зависимости прочности обрабатываемого материала

Известно, что с увеличением температуры прочность материала существенно уменьшается. Чтобы учесть эту закономерность, примем, что $\sigma_{сж} = \sigma_{сж0} \cdot \left(\frac{\theta_0}{\theta}\right)^n$, где $\sigma_{сж0}$ – предел прочности обрабатываемого материала на сжатие при $\theta=0^0$; θ – температура резания; θ_0 – предельная температура, например, температура плавления металла.

Подставим данную зависимость в зависимость (4.8):

$$Q = \left(\frac{2 \cdot \sigma_{сж} \cdot S_D \cdot t \cdot \Psi_1}{\kappa_{ш} \cdot Q_0^n} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot V_{дет}}{\lambda \cdot c \cdot \rho_m}} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{2 \cdot t}} \right)^{\frac{1}{1-n}} \quad (4.46)$$

При $n=1$ имеет место неопределенность, т.к. $\frac{1}{(1-n)} \rightarrow \infty$. При $0 < n < 1$ показатель степени $\frac{1}{(1-n)} > 1$ и влияние входящих в зависимость (4.46) параметров на Q больше, чем по зависимости (4.8). При $n > 1$ показатель степени $\frac{1}{(1-n)}$ – отрицательная величина и влияние входящих в (4.46) параметров на θ противоположно зависимости (4.8), что не согласуется с экспериментальными данными. Следовательно, в реальных условиях обработки параметр n изменяется в пределах $0 < n < 1$.

К аналогичным результатам приходим, учитывая изменения параметров σ и $\sigma_{сж}$ в зависимостях (4.20), (4.22), (4.23), (4.35), (4.37), (4.38), (4.39).

Таким же образом можно учесть температурную зависимость параметров $\sigma_{сж}$, $\tau_{сдв}$, HV при расчете основных физических и технологических параметров обработки, например, силы резания, точности и производительности обработки и т. д. Для этого необходимо в рассматриваемой зависимости представить $\sigma_{сж} = \sigma_{сж0} \cdot \left(\frac{\theta_0}{\theta}\right)^n$, а вместо θ подставить преобразованную зависимость, например зависимость (4.46), полученную для шлифования. Показатель степени n устанавливается на основе экспериментальных данных.

5. ФИЗИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПРОЦЕССОВ ШЛИФОВАНИЯ

5.1. Шлифование по упругой схеме

Рассмотрим процесс шлифования бесконечно тонкой пластинки, движущейся по нормали к кругу с постоянной скоростью $V'_{дет}$, рис.5.1,а. Без учета износа зерен круга максимальная вероятностная (приведенная) толщина среза H_{max} равна максимальной высоте микронеровностей и определяется зависимостью [50]:

$$H_{max} = \bar{X} \cdot 3 \sqrt{\frac{450 \cdot \pi \cdot V'_{дет}}{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр}}}, \quad (5.1)$$

где \bar{X} – зернистость круга, м;

m – объемная концентрация зерен в круге;

$V_{кр}$ – скорость круга, м/с;

γ – половина угла при вершине конусообразного зерна.

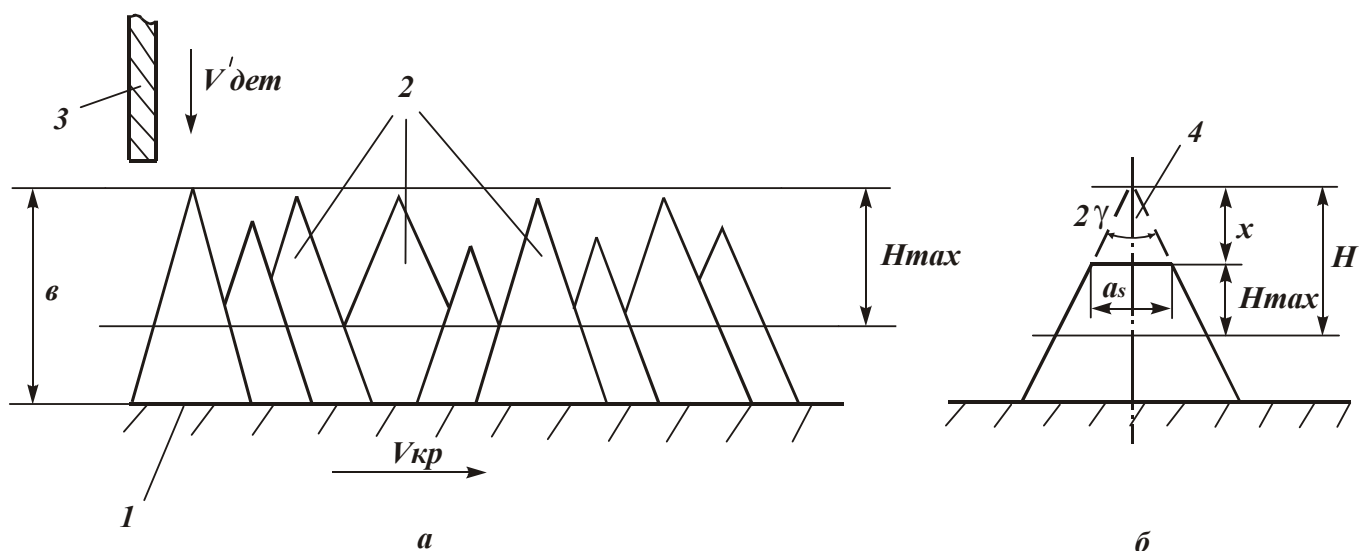


Рис. 5.1. Расчетные схемы шлифования: 1 – связка круга; 2 – режущие зерна; 3 – обрабатываемая пластинка; 4 – изношенная часть зерна

Параметр H_{max} тем больше, чем больше \bar{X} , $V'_{дет}$ и меньше m и $V_{кр}$. Зависимость (5.1) можно представить в виде

$$H_{max} = \alpha \cdot \bar{X},$$

где

$$\alpha = 3 \sqrt{\frac{450 \cdot \pi \cdot V'_{дет}}{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр}}}. \quad (5.2)$$

Коэффициент α , изменяющийся в пределах 0...1, определяет долю использования длины зерна \bar{X} при резании. Как установлено экспериментально, $\alpha \ll 1$.

С учетом износа зерен, исходя из рис.5.1,б [50], максимальная вероятностная (приведенная) толщина среза H_{max} описывается зависимостью

$$H_{max} = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{450 \cdot \pi \cdot V'_{dem} \cdot (1 - \eta)^2}{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta)}}, \quad (5.3)$$

где $\eta = x/H$ – безразмерный коэффициент, учитывающий степень затупления зерна круга;

x – величина линейного износа максимально выступающего над уровнем связки зерна круга, м;

H – максимальная (условная) глубина внедрения зерна в обрабатываемый материал, отсчитывается от вершины исходного неизношенного максимально выступающего над уровнем связки зерна, м.

Коэффициент η изменяется в пределах от нуля до единицы. При $x = 0$ коэффициент $\eta = 0$. При $x \rightarrow H$ коэффициент $\eta \rightarrow 1$. Параметры x и H определяются зависимостями

$$H = \frac{H_{max}}{(1 - \eta)} = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{450 \cdot \pi \cdot V'_{dem}}{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2)}}, \quad (5.4)$$

$$x = \eta \cdot H = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{450 \cdot \pi \cdot V'_{dem} \cdot \eta^3}{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2)}}. \quad (5.5)$$

С увеличением безразмерного коэффициента η от нуля до единицы параметр H увеличивается от значения H_{max0} до бесконечности; параметр H_{max} уменьшается до нуля; параметр x увеличивается от нуля до бесконечности, рис.5.2. Значение H_{max0} равно максимальной вероятностной (приведенной) толщине среза H_{max} при $\eta = 0$.

Такой характер изменения параметров H , H_{max} и x с увеличением η обусловлен формированием на круге более сглаженного рельефа вследствие образования на зернах площадок износа длиной a_s , рис. 5.1,б.

Наибольшую длину площадки износа имеет максимально выступающее над уровнем связки зерно, $a_s = \text{tg}\gamma \cdot x$.

С учетом износа зерна долю использования его длины \bar{X} при резании необходимо оценивать соотношением $\alpha = H / \bar{X}$. Тогда

$$\alpha = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{450 \cdot \pi \cdot V'_{дет}}{\text{tg}\gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2)}}. \quad (5.6)$$

Из приведенных зависимостей вытекает, что наибольшее влияние на параметры H , H_{max} , α оказывает безразмерный коэффициент η .

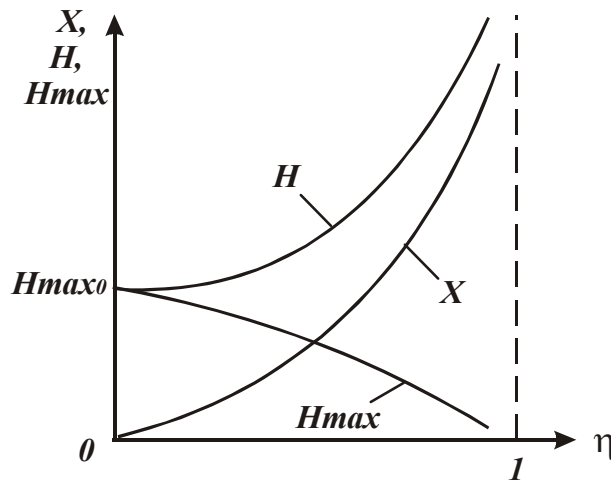


Рис.5.2. Зависимости параметров x , H , H_{max} от η при шлифовании по жесткой схеме.

Следовательно, закономерности процесса шлифования в меньшей мере обусловлены параметрами режима шлифования и характеристиками круга и в большей степени состоянием режущего рельефа круга, обобщенно определяемым безразмерным коэффициентом η . Для выявления резервов шлифования, связанных с повышением производительности, точности, качества и экономичности обработки, необходимо знать оптимальные значения η .

Первоначально рассмотрим характер изменения безразмерного коэффициента η при шлифовании по упругой схеме с фиксированным радиальным усилием P_y .

В работе [32] получена аналитическая зависимость для определения радиальной составляющей силы резания при шлифовании

$$P_y = \frac{\sigma}{K_{ш}} \cdot S = \frac{\pi \cdot \text{tg}\gamma \cdot HV}{2 \cdot (1 - \eta)} \cdot \frac{F \cdot V'_{дет}}{V_{кр}}, \quad (5.7)$$

где

$$\sigma = \sqrt{\frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV \cdot \sigma_{сж}}{(1-\eta)}}; \quad (5.8)$$

$$K_{ш} = 2 \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{сж}}{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}} \cdot (1-\eta), \quad (5.9)$$

где σ – условное напряжение резания, Па;

$K_{ш}$ – коэффициент шлифования;

$S = F \cdot \frac{V'_{дет}}{V_{кр}}$ – суммарная площадь среза всеми одновременно

работающими зернами, м²;

HV , $\sigma_{сж}$ – соответственно твердость по Виккерсу и предел прочности на сжатие обрабатываемого материала, Па;

F – площадь контакта круга с обрабатываемой пластинкой, м².

Из зависимости (5.7) следует, что при фиксированном значении $P_y = const$ (при шлифовании по упругой схеме) с увеличением безразмерного коэффициента $\eta \rightarrow 1$ (по мере затупления зерен круга) скорость $V'_{дет}$ уменьшается вплоть до нуля. Чем меньше скорость круга $V_{кр}$ и больше твердость обрабатываемого материала HV , тем меньше скорость съема материала $V'_{дет}$. Подставим зависимость (5.7), разрешенную относительно $V'_{дет}$, в зависимости (5.3), (5.4) и (5.5):

$$H_{max} = \bar{X} \cdot 3 \sqrt{\frac{900 \cdot P_n \cdot (1-\eta)^3}{\operatorname{tg}^2 \gamma \cdot m \cdot HV \cdot (1+\eta)}}. \quad (5.10)$$

$$H = \bar{X} \cdot 3 \sqrt{\frac{900 \cdot P_n}{\operatorname{tg}^2 \gamma \cdot m \cdot HV \cdot (1+\eta)}}. \quad (5.11)$$

$$x = \bar{X} \cdot 3 \sqrt{\frac{900 \cdot P_n \cdot \eta^3}{\operatorname{tg}^2 \gamma \cdot m \cdot HV \cdot (1+\eta)}}, \quad (5.12)$$

где $P_n = \frac{P_y}{F}$ – нормальное давление, Па.

Из параметров режима шлифования в приведенные зависимости входит лишь P_H . Скорость круга $V_{кр}$ на параметры H_{max} , H , x не влияет. С увеличением безразмерного коэффициента $\eta \rightarrow 1$ параметры H_{max} и H уменьшаются, причем, параметр H_{max} – наиболее существенно, вплоть до нуля, рис. 5.2. Параметр x с увеличением η увеличивается. Величина $(1 - \eta)$, входящая в зависимости (5.10), (5.11) и (5.12), при увеличении η от нуля до единицы изменяется в пределах 1...2. Учитывая то, что эта величина входит в зависимости с небольшой степенью (равной 0,33), в первом приближении будем рассматривать ее постоянной, равной среднему значению 1,5. Тогда зависимости (5.10), (5.11) и (5.12) примут вид:

$$H_{max} = \bar{X} \cdot (1 - \eta) \cdot \sqrt[3]{\frac{600 \cdot P_H}{tg^2 \gamma \cdot m \cdot HV}}, \quad (5.13)$$

$$H = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{600 \cdot P_H}{tg^2 \gamma \cdot m \cdot HV}}, \quad (5.14)$$

$$x = \bar{X} \cdot \eta \cdot \sqrt[3]{\frac{600 \cdot P_H}{tg^2 \gamma \cdot m \cdot HV}}. \quad (5.15)$$

Характер изменения параметров H_{max} , H , x с учетом сделанного допущения показан графически на рис.5.3. Параметр H с увеличением η остается неизменным, параметр H_{max} – уменьшается до нуля (при $\eta \rightarrow 1$), а параметр x увеличивается от нуля до значения H (при $\eta \rightarrow 1$). Параметры H_{max} , H и x взаимосвязаны: $H = H_{max} + x$.

Параметр H_{max} можно выразить через величину линейного износа максимально выступающего над уровнем связки зерна x . Для этого зависимость (5.15) разрешим относительно безразмерного коэффициента η :

$$\eta = \frac{x}{\bar{X}} \cdot \sqrt[3]{\frac{tg^2 \gamma \cdot m \cdot HV}{600 \cdot P_H}}. \quad (5.16)$$

Между параметрами x и η существует вполне однозначная связь. Чем больше x , тем больше η . Полученную зависимость (5.16) подставим в (5.13)

$$H_{max} = \bar{X} \cdot \left(1 - \frac{x}{\bar{X}} \cdot \sqrt[3]{\frac{tg^2 \gamma \cdot m \cdot HV}{600 \cdot P_n}} \right) \cdot \sqrt[3]{\frac{600 \cdot P_n}{tg^2 \gamma \cdot m \cdot HV}}. \quad (5.17)$$

Очевидно, с течением времени обработки (по мере затупления зерен круга) параметр x увеличивается, что ведет к увеличению H_{max} . Параметр H при этом остается неизменным, так как, согласно (5.14), не зависит от η и x .

Этим показано, что увеличение безразмерного коэффициента η по мере затупления зерен круга (увеличение параметра x) происходит за счет уменьшения максимальной вероятностной (приведенной) толщины среза H_{max} . Следовательно, уменьшение скорости съема материала $V'_{дет}$ при $P_y = const$ с увеличением η , в соответствии с зависимостью (5.7), происходит за счет уменьшения H_{max} . При этом за начало координат необходимо принять уровень $y = H$ (рис. 5.1,б), поскольку параметр H с течением времени обработки не изменяется. Данное решение принципиально по-новому раскрывает физическую сущность шлифования.

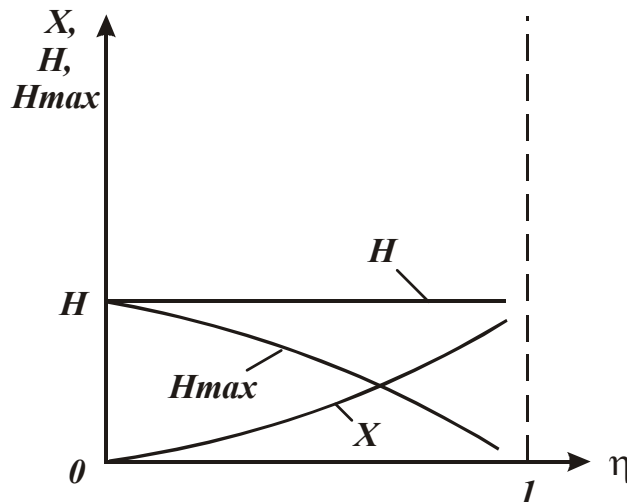


Рис.5.3. Зависимости параметров x , H , H_{max} от η при шлифовании по упругой схеме.

Традиционно в работах по теории шлифования за начало координат принимается уровень вершин максимально выступающих над связкой зерен и считается, что толщина среза может увеличиваться или уменьшаться относительно этого уровня.

В действительности, как показано выше, толщина среза изменяется относительно условного уровня, удаленного от вершины максимально выступающего зерна на расстояние H . Исходя из зависимости (5.14), этот уровень определяется параметрами P_n , \bar{X} , m , HV . Чем больше P_n , \bar{X} и

меньше m , HV , тем больше параметр H и пределы изменения параметра H_{max} .

Параметр H необходимо рассматривать во взаимосвязи с максимальной высотой выступления зерен над уровнем связки ϵ , рис. 5.1,а. Для нормального протекания процесса шлифования параметр H должен быть меньше величины ϵ . В противном случае подводимый в зону резания материал не будет своевременно сошлифовываться. Это приведет к интенсивному контакту обрабатываемого материала со связкой круга, увеличению силы трения и упругих перемещений в технологической системе. В результате через определенное время процесс шлифования прекратится или произойдет поломка элементов станка.

Исходя из зависимости (5.14), более вероятно выполнение условия $H < \epsilon$ при шлифовании материалов высокой твердости HV , так как с увеличением HV при $P_n = const$ параметр H уменьшается. Наименьшее значение H будет достигаться при шлифовании самого твердого в природе материала - алмаза. Согласно расчетной схеме (рис. 5.1), за счет уменьшения параметра H в контакте с обрабатываемым материалом будет находиться меньшее число зерен. Следовательно, нагрузки, действующие на зерна круга, увеличатся, что приведет к интенсивному износу зерен (в пределах изменения x от нуля до значения H) и быстрому прекращению процесса съема материала.

Радиальная составляющая силы резания P_{y1} , действующая на максимально выступающие над уровнем связки зерно, исходя из рис. 5.1,б, определяется

$$P_{y1} = \frac{\sigma}{K_{ш}} \cdot S_1 = \frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}{2 \cdot (1 - \eta)} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot (H^2 - x^2) =$$

$$= \frac{\pi \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma \cdot HV}{2} \cdot \bar{X}^2 \cdot \left[\frac{450 \cdot \pi \cdot V'_{дет}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр} (1 - \eta^2)} \right]^{0,67} \quad (5.18)$$

или с учетом $x = \eta \cdot H$:

$$P_{y1} = 0,5 \cdot \pi \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma \cdot HV \cdot H^2 \cdot (1 + \eta), \quad (5.19)$$

где S_1 - площадь поперечного сечения единичного среза, m^2 .

С учетом принятого допущения $(1 + \eta) = 1,5$ зависимость (5.19) примет вид:

$$P_{y1} = 0,75 \cdot \pi \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma \cdot HV \cdot H^2. \quad (5.20)$$

Сила P_{y1} тем больше, чем больше твердость обрабатываемого материала HV и параметр H . Параметр H определяется зависимостью (5.14). Подставим зависимость (5.14) в (5.20) и разрешим полученное выражение относительно P_n :

$$P_n = \frac{m \cdot P_{y1}^{1,5}}{450 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3} \cdot \left(\frac{2}{\pi \cdot HV} \right). \quad (5.21)$$

При заданном значении P_n сила P_{y1} увеличивается с увеличением зернистости круга \bar{X} , твердости обрабатываемого материала HV и уменьшением объемной концентрации круга m . Сила P_{y1} не зависит от времени обработки и величины линейного износа зерна, определяемого параметрами x или η . Из зависимости (5.21) вытекает, что при $P_n = \text{const}$ наибольшее значение P_{y1} достигается при шлифовании алмаза, обладающего максимальной твердостью. Параметр H при этом принимает наименьшее значение, согласно зависимости (5.14). Следовательно, чем тверже обрабатываемый материал, тем больше P_{y1} и меньше V'_{dem} (в соответствии с зависимостями (5.17) и (5.18) при $\eta = \text{const}$). Уменьшить силу P_{y1} при шлифовании по упругой схеме можно, исходя из зависимости (5.21), увеличением m и уменьшением P_n , \bar{X} . Уменьшить V'_{dem} можно увеличением P_n , $V_{кр}$ и уменьшением безразмерного коэффициента $\eta \rightarrow 0$ за счет поддержания на рабочей поверхности круга развитого режущего рельефа. Последний фактор играет определяющую роль, так как входящая в зависимость (5.7) величина $(1 - \eta)$ изменяется в пределах $0 \dots 1$, что позволяет в широком диапазоне изменять скорость съема материала V'_{dem} .

Рассмотрим условия формирования коэффициента η . В связи с увеличением во времени величины линейного износа зерна x коэффициент η , согласно зависимости (5.16), увеличивается, а V'_{dem} при $P_n = \text{const}$ - уменьшается (согласно зависимости (5.7)). Для того чтобы ограничить уменьшение V'_{dem} и увеличение η во времени, необходимо периодически удалять с рабочей поверхности круга затупившиеся зерна, ограничивая величину x . При достижении фиксированного значения x максимально

выступающее зерно должно выпасть из связки круга под действием предельной силы P_{y1} , равной прочности удержания зерна в связке. Это обеспечит равномерный во времени износ круга и непрерывное восстановление его режущих свойств, стабилизацию во времени скорости съема материала $V'_{дет}$. Предельное значение силы P_{y1} , действующей на максимально выступающее из связки зерно, не должно превышать собственно прочность зерна на раздавливание.

Если сила P_{y1} меньше силы, удерживающей зерно в связке, выпадение зерна не произойдет. Оно будет осуществлять съем материала и изнашиваться под действием силы P_{y1} . Одновременно вследствие трения обрабатываемого материала и продуктов обработки с кругом будет происходить линейный износ связки и уменьшение глубины залегания и прочности удержания зерна в связке. В определенный момент времени условие равенства силы P_{y1} и силы, удерживающей зерно в связке, нарушится, произойдет потеря устойчивости зерна и оно выпадет из связки.

Время работы зерна определяется исключительно линейной скоростью износа связки. Чем тверже и прочнее связка, тем ниже интенсивность ее износа и больше период работы зерна. Следовательно, без дополнительного воздействия на связку круга и ее износа в процессе шлифования, выпадения зерен из связки и восстановления режущих свойств круга не произойдет. Круг будет работать в режиме затупления. Для восстановления его режущих свойств необходимо осуществлять периодическую или непрерывную правку. Интенсивность износа связки круга обусловлена интенсивностью ее трения с обрабатываемым материалом и продуктами обработки, расположенными в межзеренном пространстве круга высотой $v - H$. Чем меньше величина $v - H$, тем меньше объем межзеренного пространства круга и выше интенсивность трения продуктов обработки со связкой и ее износ. Уменьшить величину $v - H$ можно уменьшением v и увеличением H .

Первый случай реализуется за счет применения менее прочных связок круга и увеличения силы P_{y1} , действующей на максимально выступающее над связкой зерно, при условии $H = const$. Например, с увеличением твердости обрабатываемого материала HV при пропорциональном увеличении нормального давления P_n , исходя из зависимости (5.14), выполняется условие $H = const$. При этом сила P_{y1} , определяемая зависимостью (5.20), увеличивается. Следовательно, одним из эффективных путей обработки материалов высокой твердости (в частности, сверхтвердых материалов) является шлифование алмазными кругами на относительно

малопрочных органических связках с увеличенным нормальным давлением P_n . Выявленная закономерность согласуется с экспериментальными данными [17].

Исходя из рис. 5.4, процесс шлифования сверхтвердого материала начинается при достаточно больших значениях P_n , обеспечивающих ввод в контакт с обрабатываемым материалом органическую связку круга и ее износ, удаление с рабочей поверхности круга затупившихся зерен и реализацию режима самозатачивания алмазного круга. С увеличением P_n эффективность процесса повышается.

Увеличить параметр H и уменьшить величину $v - H$ можно, согласно зависимости (5.14), увеличением P_n , x и уменьшением m . С увеличением H увеличивается сила P_{y1} , в соответствии с зависимостью (5.20). Это предполагает увеличение собственно прочности режущего зерна и прочности удержания его в связке для обеспечения условия $v = const$, что достигается применением алмазных кругов на прочных металлических связках. Однако металлическая связка мало изнашивается от трения, например, с обрабатываемым сверхтвердым материалом и не обеспечивает выпадения из связки изношенных зерен. В этом случае эффективно использовать автономную электрохимическую правку алмазного круга [17], позволяющую периодически удалять с рабочей поверхности затупившиеся зерна и на протяжении всего периода обработки поддерживать высокую режущую способность круга.

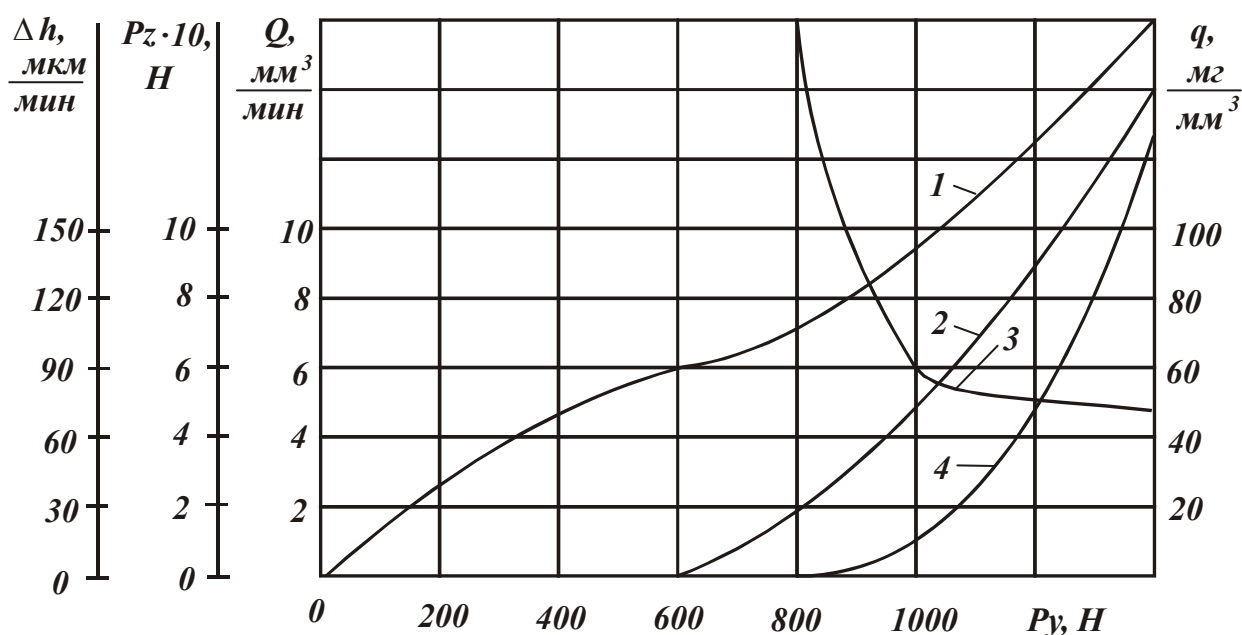
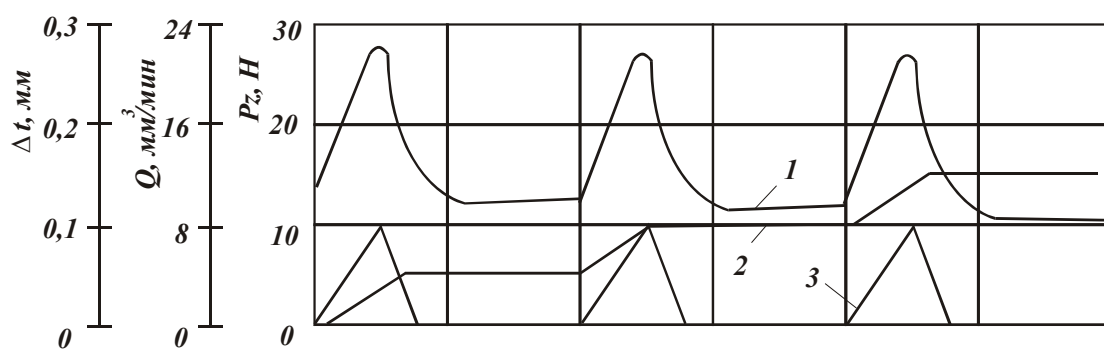


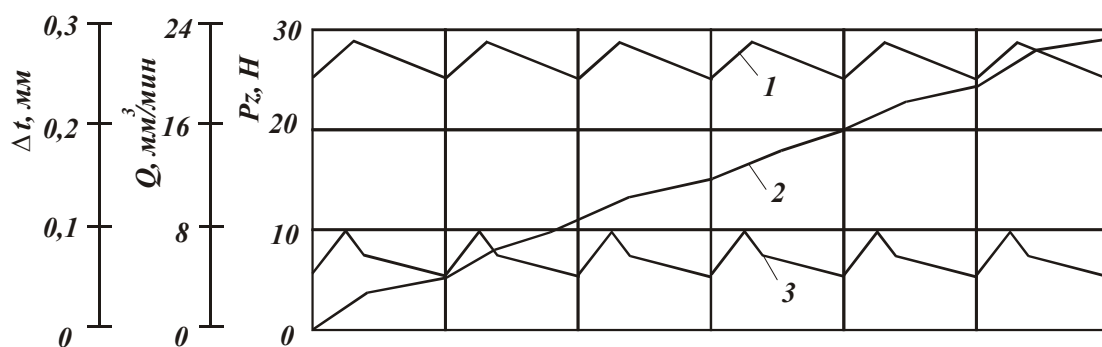
Рис. 5.4. Влияние нормальной силы P_y на показатели процесса шлифования АСБ алмазным кругом на органической связке Б1: 1 – тангенциальная сила P_z ; 2 – производительность обработки Q ; 3 – удельной расход алмаза q ; 4 – линейный износ круга Δh .

Длительность работы зерна определяется скоростью электрохимического растворения металлической связки. При недостаточной скорости растворения связки зерно может полностью потерять режущие свойства (в результате образования площадки износа) и не производить сьем материала. Это будет приводить к периодическому изменению параметров шлифования во времени, рис. 5.5.

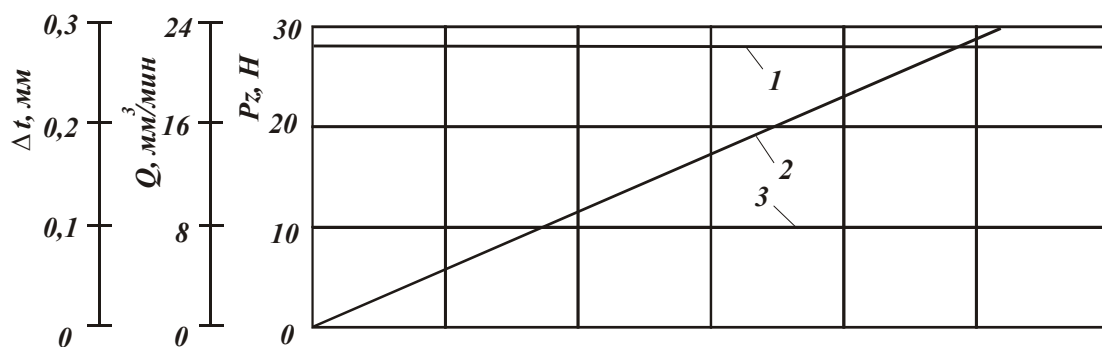
Длительность периода определяется временем работы максимально выступающего над связкой зерна. Чем больше скорость электрохимического растворения металлической связки круга, тем меньше длительность периода.



а



б



в

Рис. 5.5. Осциллограммы, отражающие влияние силы тока в цепи управления на выходные показатели обработки синтетического композиционного материала: 1 - P_z ; 2 – линейный сьем материала Δt ; 3 - Q ; а - $I=30\text{А}$; б - $I=110\text{А}$; в - $I=150\text{А}$.

При силе тока $I=150\text{A}$ периодичность процесса практически исчезает в результате примерного равенства скоростей линейного износа максимально выступающего зерна из связки. При увеличении силы тока I от 30 до 110А период следования всплесков показателей обработки уменьшается от 20 до 10 с. Условие появления всплесков на графиках – выпадение максимально выступающего зерна и связки в результате равенства силы P_{y1} и силы, удерживающей зерно в связке. При небольшой силе тока съем материала в пределах рассматриваемого периода происходит лишь незначительное время τ . Основное время составляет трение зерен с обрабатываемым материалом. Это свидетельствует о том, что за время τ максимально выступающее над связкой зерно полностью потеряло режущую способность. Образующаяся на нем площадка износа препятствует дальнейшему съему материала. Время τ определяется скоростью электрохимического растворения связки. В общем виде зависимость для определения величины $v - H$ описывается:

$$v - H = (1 - \varepsilon) \cdot \bar{X} - H = \bar{X} \cdot \left[(1 - \varepsilon) - 3 \sqrt{\frac{600 \cdot P_n}{\text{tg}^2 \gamma \cdot m \cdot HV}} \right], \quad (5.22)$$

где $(1 - \varepsilon)$ – безразмерный коэффициент, учитывающий высоту выступления зерна над уровнем связки.

Уменьшить величину $v - H$ можно уменьшением зернистости круга \bar{X} и объемной концентрации круга m , увеличением нормального давления P_n и безразмерного коэффициента ε , изменяющегося в пределах 0...1 и определяющего глубину залегания зерна в связке. Увеличение ε предполагает применение менее прочных связок круга.

Теоретические результаты согласуются с экспериментальными данными. Так, при алмазном шлифовании (по упругой схеме) стекла производительность обработки Q стабилизируется во времени при небольших значениях объемной концентрации зерен круга: 12,5 и 25%, рис.5.6. [51]. С увеличением объемной концентрации зерен круга m , начиная с 50%, производительность обработки с течением времени уменьшается, т.е. круг работает в режиме затупления. С уменьшением m производительность обработки Q увеличивается. Это обусловлено следующим. С уменьшением m увеличивается параметр H в соответствии с зависимостью (5.14) и уменьшается величина $v - H$, что ведет к увеличению скорости линейного износа связки. Для того чтобы обеспечить режим равномерного во времени износа круга необходимо выполнить условие равенства скоростей износа связки и зерен. Как известно, скорость

линейного износа зерна по мере его затупления уменьшается. Следовательно, наибольшая скорость износа зерна будет иметь место в начальный период его износа при небольших значениях x и η . Согласно зависимости (5.7), уменьшение безразмерного коэффициента η при $P_y = const$, ведет к увеличению скорости съема материала V'_{det} и производительности обработки Q . Таким образом, показано, что увеличение Q в связи с уменьшением m происходит вследствие уменьшения параметров x и η , т.е. при шлифовании более “острыми” режущими зернами круга.

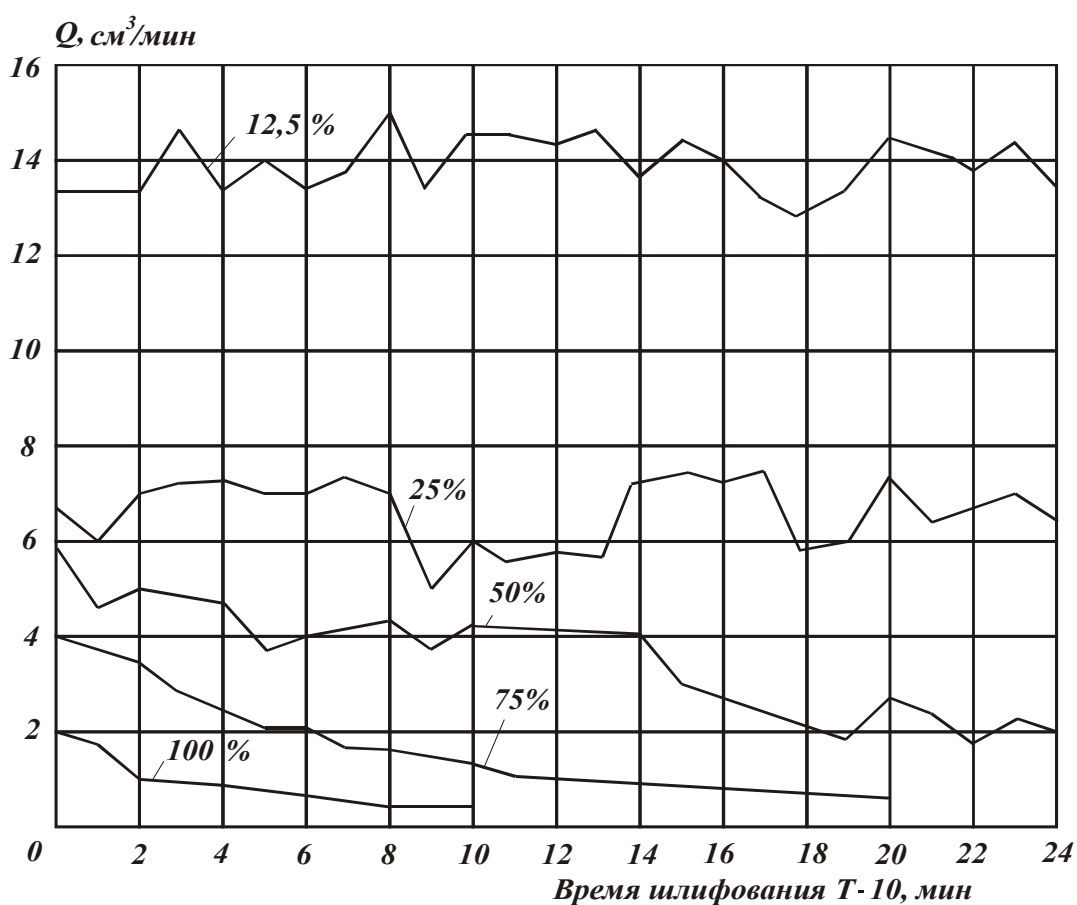


Рис.5.6. Зависимость производительности обработки Q от длительности процесса при различной концентрации алмазов.

Удельный расход алмаза q с уменьшением m увеличивается, рис.5.7. Это связано с уменьшением безразмерного коэффициента η , который с наибольшей степенью входит в аналитическую зависимость для определения удельного расхода алмаза [10]:

$$q = \frac{M}{Q} \cdot \frac{\sqrt{1-\eta}}{\eta^3}, \quad (5.23)$$

где

$$M = \frac{2 \cdot \rho_a \cdot \alpha_1 \cdot V_{кр} \cdot B}{\rho_m \cdot c} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{сж} \cdot HV}{4 \cdot \operatorname{tg} \gamma}}, \quad (5.24)$$

ρ_a, ρ_m - соответственно плотности алмаза и обрабатываемого материала, кг/м³;

B - высота круга, м;

c - коэффициент, характеризующий износостойкость зерна, Н/м³ (устанавливается расчетно-экспериментальным путем);

α_1 - коэффициент, учитывающий плотность связки в зависимости от концентрации алмазов в круге;

$\sigma_{сж}$ - предел прочности обрабатываемого материала на сжатие, Па.

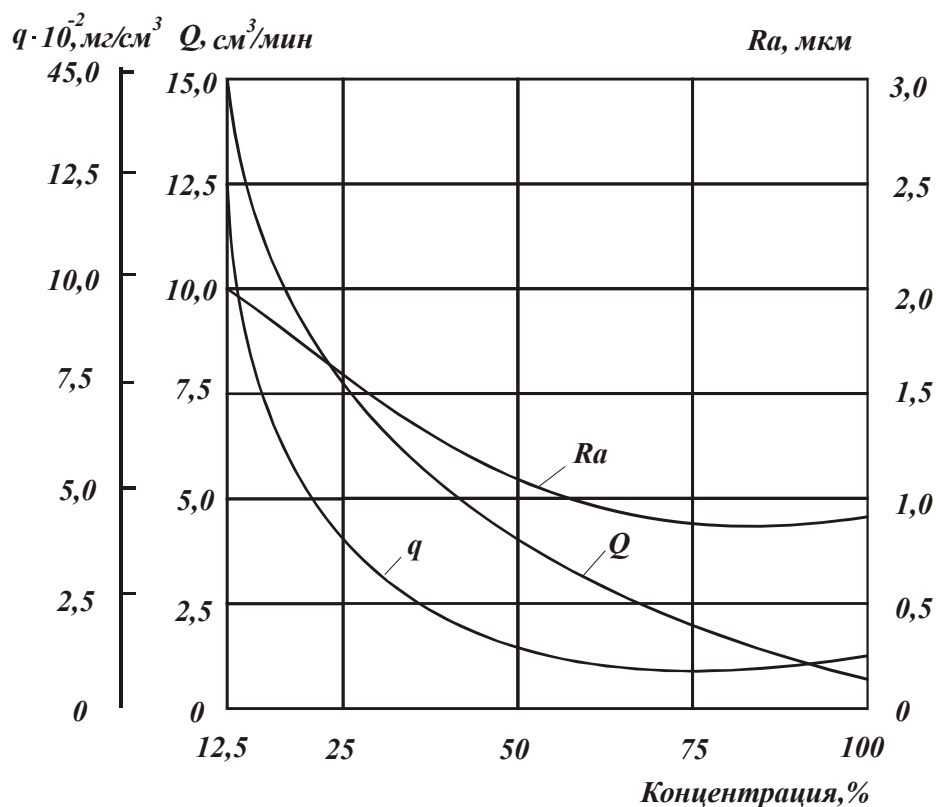


Рис. 5.7. Зависимость производительности обработки Q , удельного расхода алмазов q и шероховатости обработанной поверхности R_a от концентрации алмазов в инструменте.

Параметр шероховатости обработки R_a с уменьшением m увеличивается, рис. 5.7. Это вытекает из аналитической зависимости [10]:

$$R_a = 0,25 \cdot (1 - \eta) \cdot \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{900 \cdot P_y}{\operatorname{tg}^2 \gamma \cdot m \cdot HV}}. \quad (5.25)$$

Тангенциальная составляющая силы резания P_z при шлифовании стекла по упругой схеме ($P_y = \text{const}$) с уменьшением объемной концентрации зерен круга увеличивается, рис. 5.8. Это вытекает из

зависимости $P_z = K_{ш} \cdot P_y$ и (5.9). Коэффициент шлифования $K_{ш}$ и P_z тем больше, чем меньше η . Следовательно, увеличение P_z в связи с уменьшением m обусловлено уменьшением безразмерного коэффициента η .

Экспериментально установлено, что с увеличением прочности алмазных зерен производительность обработки стекла Q увеличивается, а удельный расход алмаза q уменьшается (для зерен марок АС2, АС4, АС6), рис. 5.9.

Прочность зерен не учитывается в приведенных расчетных зависимостях. Очевидно, с увеличением прочности зерен уменьшается скорость линейного износа зерен и условие равенства скоростей износа зерен и связки выполняется при меньших значениях параметров x и η . Согласно зависимости (5.7), уменьшение η предполагает увеличение скорости съема материала $V'_{дет}$ и производительности обработки Q , а согласно зависимости (5.23) – увеличение удельного расхода алмаза q .

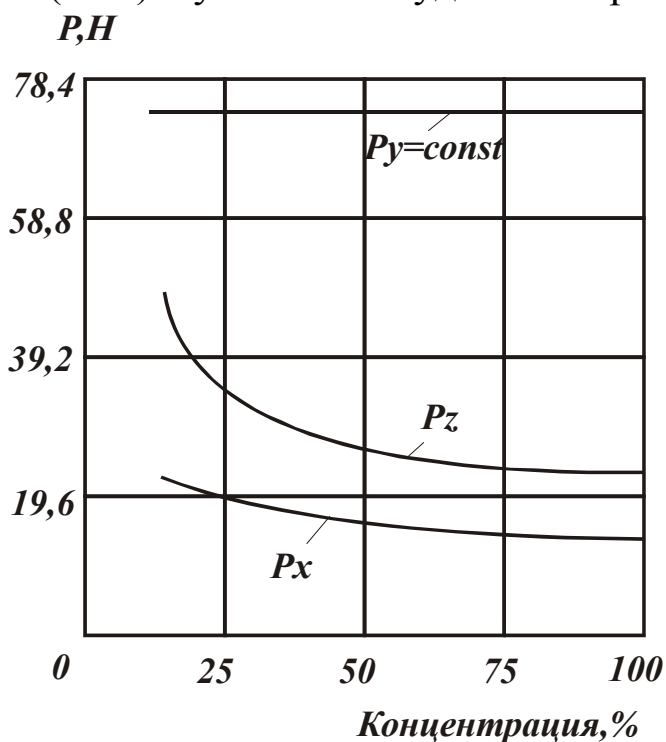


Рис. 5.8. Зависимость составляющих усилия резания от концентрации алмазов в инструменте.

Однако при этом необходимо учитывать уменьшение скорости износа зерен с увеличением их прочности, что является доминирующим фактором, определяющим уменьшение q с повышением износостойкости алмазных зерен.

Увеличение значения удельного расхода алмаза q для более прочных алмазных зерен АС15 и А обусловлены их низкой прочностью удержания в связке. Об этом отмечается, например, в работе [21].

Экспериментально установлено, что с увеличением скорости круга $V_{кр}$ производительность обработки стекла Q увеличивается, рис. 5.10. Для теоретического анализа данной закономерности обратимся к зависимости (5.7), согласно которой характер изменения скорости съема материала $V'_{дет}$ (определяющей производительность обработки Q) зависит от произведения $(1-\eta) \cdot V_{кр}$. Очевидно, с увеличением $V_{кр}$ увеличивается число контактов зерна с материалом в единицу времени. Это ведет к увеличению скоростей износа зерен и связки круга, причем, скорости износа связки в меньшей степени.

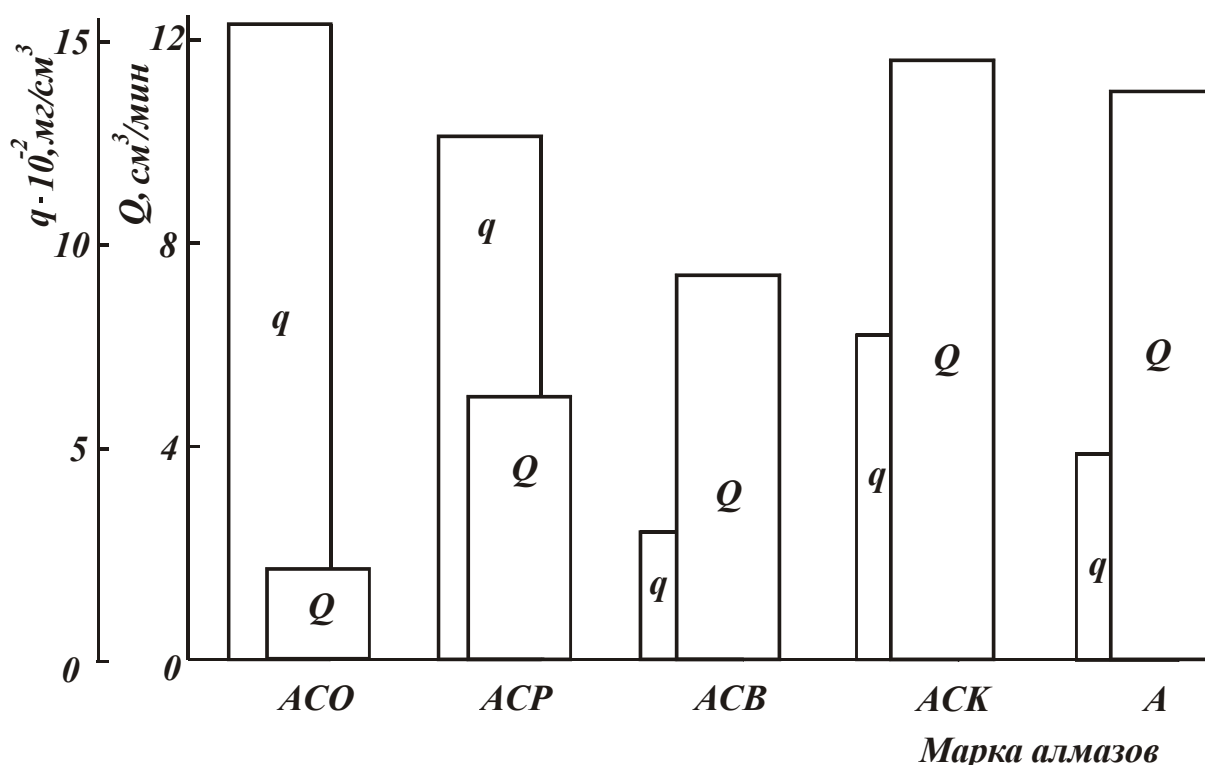


Рис. 5.9. Диаграмма производительности обработки Q и удельного расхода алмаза q для инструмента с алмазами различных марок.

В результате условие равенства скоростей износа зерен и связки (условие равномерного во времени износа круга) выполняется при меньшей скорости износа зерен, т.е. при увеличенных значениях параметров x и η . Увеличение производительности обработки с увеличением $V_{кр}$ (рис. 5.10) свидетельствует о преобладании параметра $V_{кр}$ в произведении $(1-\eta) \cdot V_{кр}$, т.е. интенсивность уменьшения величины $(1-\eta)$ ниже интенсивности увеличения $V_{кр}$.

Из рис. 5.10. следует увеличение производительности обработки Q с увеличением нормального давления P_n . Исходя из зависимости (5.7),

характер изменения скорости съема материала $V'_{дет}$ и соответственно производительности обработки Q обусловлен произведением $(1 - \eta) \cdot P_n$, где $P_n = \frac{P_y}{F}$. Согласно зависимости (5.21), с увеличением P_n увеличивается сила P_{y1} , действующая на максимально выступающее зерно. Это ведет к увеличению скорости износа зерен и связки (с учетом зависимости (5.22)). Скорость износа связки увеличивается с меньшей интенсивностью, а условие равенства скоростей износа зерен и связки выполняется при меньшей скорости износа зерен, что предполагает увеличение параметров x и η . Имеет место противоположное влияние величины $(1 - \eta)$ и нормального давления P_n на характер изменения произведения $(1 - \eta) \cdot P_n$. Увеличение Q с увеличением P_n (рис. 5.10) указывает на преобладание P_n в произведении, т.е. скорость съема материала $V'_{дет}$ в зависимости (5.7) с увеличением P_n увеличивается.

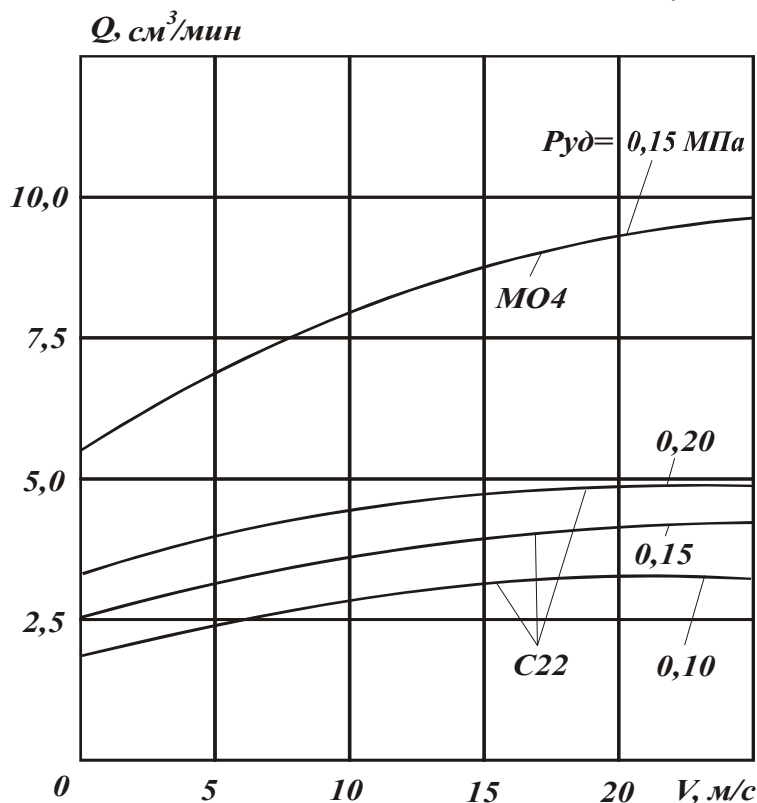


Рис. 5.10. Зависимость производительности обработки от скорости инструмента при удельных давлениях 0,10; 0,15 и 0,20 МПа.

Оценим характер изменения безразмерного коэффициента η при алмазно-искровом шлифовании твердых сплавов по упругой схеме с фиксированным нормальным давлением P_n , используя экспериментальные данные, приведенные в работе [29].

При алмазно-искровом шлифовании твердого сплава Т15К6 совместно со сталью 45 производительность обработки Q с увеличением нормального

давления P_H первоначально увеличивается, затем уменьшается, рис. 5.11,а. Согласно зависимости (5.7), увеличение производительности (скорости съема материала $V'_{дет}$) обусловлено увеличением произведения $(1-\eta) \cdot P_H$, т.е. интенсивность уменьшения $(1-\eta)$ ниже интенсивности увеличения P_H (как показано выше при анализе обработки стекла).

После превышения определенного значения P_H (приблизительно равного 0,8 МПа) в произведении $(1-\eta) \cdot P_H$ преобладает величина $(1-\eta)$, что ведет к уменьшению производительности.

С физической точки зрения это означает, что при $P_H > 0,8$ МПа режущие зерна под действием значительных нагрузок интенсивно изнашиваются, на них образуются площадки износа, препятствующие дальнейшему съему материала.

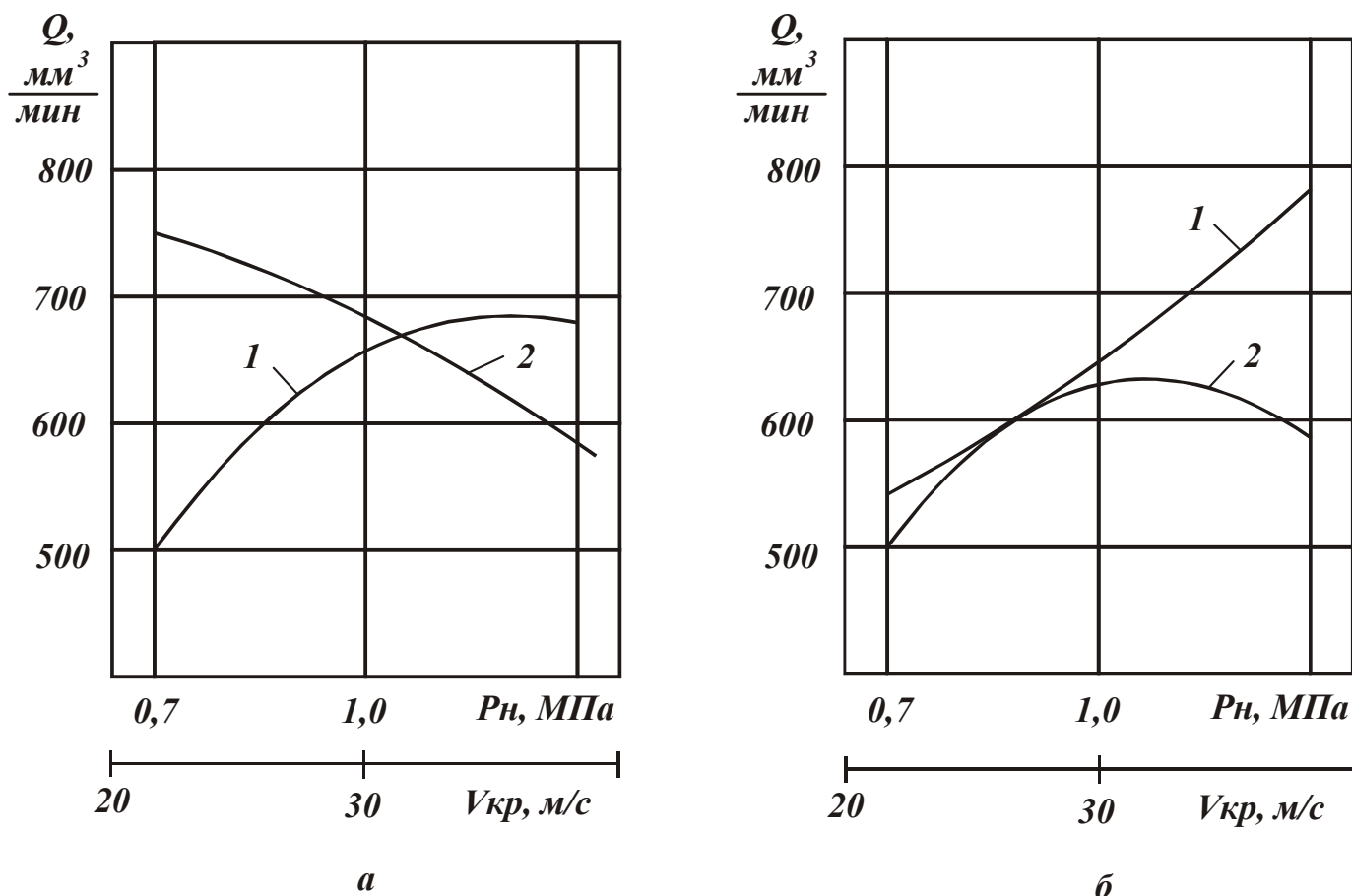


Рис. 5.11. Зависимость производительности обработки Q от нормального давления P_H (1) и скорости круга $V_{кр}$ (2).

С увеличением скорости круга $V_{кр}$ производительность обработки Q непрерывно уменьшается, рис. 5.11,а. Как показано выше, это обусловлено преобладанием в произведении $(1-\eta) \cdot V_{кр}$ величины $(1-\eta)$, т.е.

уменьшение Q с увеличением $V_{кр}$ происходит в результате затупления зерен.

При алмазно-искровом шлифовании безвольфрамового твердого сплава ТП-20 совместно со сталью 45 производительность обработки Q увеличивается с увеличением нормального давления P_n (рис. 5.11,б) и изменяется по экстремальной зависимости с увеличением скорости круга $V_{кр}$. Следовательно, с увеличением P_n величина $(1-\eta)$ изменяется меньше, чем собственно параметр P_n . Это ведет к увеличению произведения $(1-\eta) \cdot P_n$ и соответственно $V'_{дет}$ и Q . С увеличением скорости круга $V_{кр}$ первоначально в произведении $(1-\eta) \cdot V_{кр}$ преобладает второй множитель и параметры $V'_{дет}$ и Q увеличиваются. При дальнейшем увеличении $V_{кр}$, начиная с $V_{кр} = 30$ м/с, преобладает первый множитель $(1-\eta)$ и параметры $V'_{дет}$ и Q уменьшаются.

5.2. Шлифование по жесткой схеме

При фиксированном значении $V'_{дет}$ радиальная составляющая силы резания P_y , определяемая зависимостью (5.7), с увеличением безразмерного коэффициента $\eta \rightarrow 1$ неограниченно увеличивается ($P_y \rightarrow \infty$). Это происходит в результате увеличения радиальной составляющей силы резания P_{y1} , действующей на максимально выступающее зерно, в соответствии с зависимостью (5.18).

В отличие от шлифования по упругой схеме, при шлифовании по жесткой схеме сила P_{y1} увеличивается с увеличением η . В определенный момент она достигает значения силы, удерживающей зерно в связке. В результате зерно выпадает из круга независимо от прочности связки. Если скорости линейного износа зерен и связки при этом равны, круг будет работать в режиме самозатачивания. Если скорость линейного износа зерен выше скорости линейного износа связки, круг будет работать в режиме затупления. Условия обеспечения режима самозатачивания круга те же, что и при шлифовании по упругой схеме, так как зависимость (5.20) справедлива для двух рассматриваемых схем шлифования.

Возможности шлифования по жесткой схеме шире, поскольку условие равенства силы P_{y1} и силы, удерживающей зерно в связке, выполняется за

счет износа зерна и увеличения P_{y1} , а при шлифовании по упругой схеме – за счет износа связки и уменьшения силы, удерживающей зерно. Очевидно, регулировать износом зерна проще, чем износом связки и поэтому вероятность работы круга в режиме самозатачивания при шлифовании по жесткой схеме выше.

С учетом зависимости:

$$V'_{дет} = V_{дет} \cdot \sqrt{2 \cdot t \cdot \left(\frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}} \right)},$$

где $V_{дет}$ - скорость детали, м/с;

t - глубина шлифования, м;

$R_{кр}, R_{дет}$ – соответственно радиусы круга и детали, м,

основные параметры шлифования по жесткой схеме определяются:

$$H_{max} = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho} \cdot (1 - \eta)^2}{\text{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 + \eta)}}, \quad (5.26)$$

$$H = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{\text{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 + \eta^2)}}, \quad (5.27)$$

$$P_y = \frac{\pi \cdot \text{tg}^2 \gamma \cdot HV}{(1 - \eta)} \cdot \frac{F \cdot V_{дет}}{V_{кр}} \cdot \sqrt{\frac{t}{2} \cdot \rho}, \quad (5.28)$$

$$P_{y1} = \frac{\pi \cdot \text{tg}^2 \gamma \cdot HV}{2} \cdot \bar{X}^2 \cdot \left[\frac{630 \cdot \pi \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{\text{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2)} \right]^{0,67}, \quad (5.29)$$

где $\rho = \frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}}$; $F = B \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot t}{\rho}}$; B - ширина шлифования, м.

Параметры H_{max} , H , P_y и P_{y1} тем больше, чем больше $V_{дет}$ и t . Глубина шлифования t в меньшей степени влияет на параметры H_{max} , H , P_{y1} , чем скорость детали $V_{дет}$. С учетом $Q = B \cdot V_{дет} \cdot t$ приведенные зависимости примут вид:

$$H_{max} = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot Q \cdot (1-\eta)^2}{\text{tg}\gamma \cdot m \cdot B \cdot (1+\eta)}} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{t}}, \quad (5.30)$$

$$H = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot Q}{\text{tg}\gamma \cdot m \cdot B \cdot (1-\eta^2)}} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{t}}, \quad (5.31)$$

$$P_y = \frac{\pi \cdot \text{tg}\gamma \cdot HV}{(1-\eta)} \cdot \frac{Q}{V_{кр}}, \quad (5.32)$$

$$P_{y1} = \frac{\pi \cdot \text{tg}^2\gamma \cdot HV}{2} \cdot \bar{X}^2 \cdot \left[\frac{630 \cdot \pi \cdot Q}{\text{tg}\gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot B \cdot (1-\eta^2)} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{t}} \right]^{0,07}. \quad (5.33)$$

При заданном значении производительности обработки Q с увеличением глубины шлифования t параметры H_{max} , H и P_{y1} уменьшаются. Это свидетельствует об эффективности глубинного шлифования. Радиальная составляющая силы резания P_y определяется соотношением $\frac{Q}{V_{кр}}$ и при $Q = const$ не зависит от характера изменения параметров t и $V_{дет}$.

Под действием радиальной составляющей силы резания P_y происходят упругие перемещения элементов технологической системы y . В общем виде величина упругого перемещения y определяется:

$$y = V'_{дет} \cdot \tau - \int \bar{V}'_{дет} \cdot d\tau, \quad (5.34)$$

где τ - время обработки, с;

$V'_{дет}$, $\bar{V}'_{дет}$ - номинальная и фактическая скорости съема материала, м/с.

При работе круга в режиме самозатачивания процесс шлифования стабилизируется во времени и величина упругого перемещения y принимает постоянное значение. Фактический съем материала, определяемый вторым слагаемым в зависимости (5.34), меньше номинального съема, устанавливаемого по лимбу станка и определяемого первым слагаемым.

При работе круга в режиме затупления величина упругого перемещения y переменна во времени (непрерывно увеличивается). Это обусловлено более интенсивным увеличением первого слагаемого в (5.34).

При внутреннем шлифовании твердого сплава ВК15 алмазным кругом на керамической связке К1 производительность обработки Q первоначально уменьшается, затем стабилизируется во времени, рис. 5.12 [52].

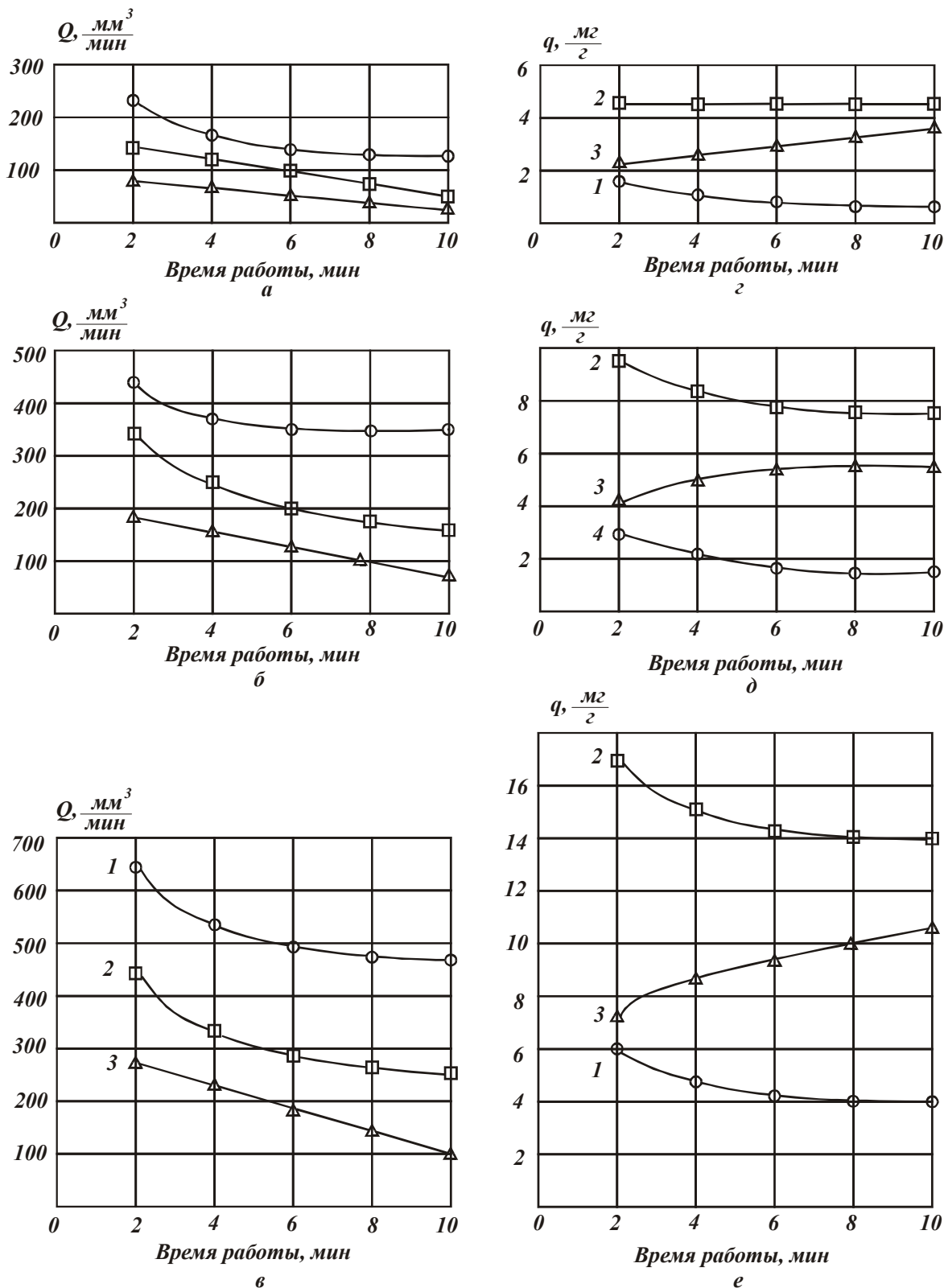


Рис.5.12. Зависимости производительности обработки Q и удельного расхода алмаза q : а, г - $S_{non} = 0,1$ мм/мин; б, д - $S_{non} = 0,2$ мм/мин; в, е - $S_{non} = 0,3$ мм/мин; 1 – алмазный круг АС6 160/125 К1 – 100%; 2 – АС6 160/125 Б1 – 100%; 3 – АС6 160/125 М2-01 – 100%; $V_{кр} = 23$ м/с; $V_{дет} = 60$ м/мин; $S_{np} = 3$ м/мин.

Исходя из зависимости (5.34), это связано с тем, что в начальный период времени первое слагаемое больше второго. Через 4 мин работы круга разность первого и второго слагаемого принимает постоянное значение. Разность $\Delta Q = Q_1 - Q_2$ соответственно при $\tau_1 = 2$ мин и $\tau_2 = 4$ мин определяет величину упругого перемещения y . При поперечной подаче $S_{non} = 0,1$ мм/мин - $\Delta Q = 60$ мм³/мин, при $S_{non} = 0,2$ мм/мин - $\Delta Q = 65$ мм³/мин, при $S_{non} = 0,3$ мм/мин - $\Delta Q = 150$ мм³/мин, т.е. с увеличением S_{non} параметры ΔQ и y увеличиваются.

Определим силу P_{y_1} , действующую на максимально выступающее зерно. Для этого преобразуем зависимости (5.7) и (5.21) с учетом $P_n = \frac{P_y}{F}$;

$$F = B \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot t}{\rho}}; V'_{det} = V_{det} \cdot \sqrt{2 \cdot t \cdot \rho}, \text{ тогда}$$

$$P_y = \frac{\pi \cdot \text{tg} \gamma \cdot HV}{(1 - \eta)} \cdot \frac{B \cdot V_{det} \cdot t}{V_{кр}}, \quad (5.35)$$

$$P_y = \frac{B \cdot m \cdot P_{y_1}^{1,5}}{630 \cdot \pi \cdot X^3} \cdot \left(\frac{2 \cdot t}{\pi \cdot HV \cdot \rho} \right)^{0,5}. \quad (5.36)$$

Представим зависимость (5.34) в упрощенном виде с учетом $V'_{det} = V_{det} \cdot \sqrt{2 \cdot t \cdot \rho}$:

$$y = V_{det} \cdot \sqrt{2 \cdot \rho} \cdot \tau \cdot (\sqrt{t} - \sqrt{t_\phi}), \quad (5.37)$$

где t , t_ϕ – соответственно номинальная и фактическая глубины шлифования, м.

Подставим зависимость (5.37) в (5.36), рассматривая параметр t как фактическую глубину шлифования t_ϕ , а P_y в виде $P_y = c \cdot y$, тогда

$$\frac{1,42 \cdot V_{det} \cdot \rho \cdot \tau}{c} \cdot \left(\sqrt{\frac{t}{t_\phi}} - 1 \right) = \frac{m \cdot P_{y_1}^{1,5} \cdot B}{630 \cdot \pi \cdot X^3} \cdot \left(\frac{2}{\pi \cdot HV} \right)^{0,5}, \quad (5.38)$$

где c - приведенная жесткость технологической системы, Н/м.

Сила P_{y1} при фиксированном значении τ зависит от соотношения $\frac{t}{t_{\phi}}$.

Сила P_{y1} тем больше, чем больше $\frac{t}{t_{\phi}}$. Фактическая производительность обработки Q_{ϕ} определяется параметром t_{ϕ} :

$$Q_{\phi} = 2 \cdot R_{дет} \cdot S_{np} \cdot t_{\phi}, \quad (5.39)$$

где S_{np} - скорость продольной подачи, м/с.

Исходя из рис. 5.15, можно принять, что при $\tau = 2$ мин фактическое и номинальное значения t_{ϕ} и t равны. Тогда при $\tau = 2$ мин отношение $\frac{t}{t_{\phi}} = 1$.

При $\tau = 4$ мин отношение $\frac{t}{t_{\phi}}$ определяется отношением значений производительности обработки при $\tau = 2$ мин и $\tau = 4$ мин и равно 1,39. За две минуты шлифования отношение $\frac{t}{t_{\phi}}$ увеличилось в 1,39 раз. Согласно зависимости (5.38), это ведет к увеличению силы P_{y1} .

Определим характер изменения безразмерного коэффициента η в соответствии с зависимостью (5.35), рассматривая параметр t как t_{ϕ} . С учетом (5.37) зависимость (5.35) примет вид

$$\frac{1,42 \cdot \rho \cdot \tau}{c \cdot \sqrt{t_{\phi}}} \cdot \left(\sqrt{\frac{t}{t_{\phi}}} - 1 \right) = \frac{\pi \cdot \text{tg} \gamma \cdot HV}{(1 - \eta)} \cdot \frac{S_{np}}{V_{кр}}. \quad (5.40)$$

С увеличением τ параметр t_{ϕ} уменьшается. Это ведет к увеличению η , что свидетельствует об увеличении степени затупления зерен.

Согласно зависимостям (5.35) и (5.36), при $\tau > 4$ мин (рис.5.15) параметры P_{y1} и η с течением времени обработки остаются постоянными в связи со стабилизацией параметров ΔQ и y . Технологическая система принимает равновесное состояние в результате работы круга в режиме самозатачивания.

Принимая за начало отсчета номинальной глубины шлифования t значение, соответствующее $\tau = 2$ мин, определим параметры P_{y1} и η для $\tau = 10$ мин. Для $S_{non} = 0,1$ мм/мин значения Q и Q_{ϕ} соответственно равны:

250 и 180 мм³/мин, а $\frac{t}{t_{\phi}} = \frac{Q}{Q_{\phi}} = 1,39$. Для $S_{non} = 0,2$ мм/мин значения Q и

Q_ϕ равны: 450 и 370 мм³/мин; $\frac{t}{t_\phi} = 1,2$. Для $S_{non} = 0,3$ мм/мин. значения

Q и Q_ϕ равны: 650 и 500 мм³/мин; $\frac{t}{t_\phi} = 1,3$.

С учетом зависимости (5.40) величина $\frac{1}{\sqrt{t_\phi}} \cdot \left(\sqrt{\frac{t}{t_\phi}} - 1 \right)$ для $S_{non} = 0,1$ мм/мин равна 0,013 (рассматривая вместо t_ϕ параметр Q_ϕ). Для $S_{non} = 0,2$ мм /мин – 0,005; для $S_{non} = 0,3$ мм /мин – 0,006. Следовательно, с увеличением S_{non} наблюдается тенденция к увеличению величины $(1 - \eta)$ и уменьшению η . Это указывает на уменьшение степени затупления зерна до момента его выпадения из связки, что согласуется с экспериментальными данными.

При внутреннем шлифовании алмазным кругом на органической связке Б1 производительность обработки во времени непрерывно уменьшается (рис.5.15) за счет работы круга в режиме затупления. Исходя из зависимости (5.34), это ведет к увеличению величины η . а исходя из зависимости (5.38), - к увеличению силы P_{y1} , действующей на зерно круга. С течением времени обработки параметр t_ϕ уменьшается. Следовательно,

величина $\frac{1}{\sqrt{t_\phi}} \cdot \left(\sqrt{\frac{t}{t_\phi}} - 1 \right)$ и безразмерный параметр η в соответствии с зависимостью (5.40), увеличиваются. Этим обусловлено увеличение силы P_{y1} , величины упругого перемещения η и уменьшение производительности обработки.

Данная закономерность наблюдается для всех значений S_{non} . Разность ΔQ за 8 мин шлифования для $S_{non} = 0,1$ мм/мин равна 80 мм³/мин., для $S_{non} = 0,2$ мм/мин – 170 мм³/мин, для $S_{non} = 0,3$ мм/мин - 200 мм³/мин, т.е. с увеличением S_{non} разность ΔQ и соответственно величина упругого перемещения y увеличиваются.

Для $S_{non} = 0,1$ мм /мин значения Q и Q_ϕ соответственно равны 150 и 70 мм³/мин, для $S_{non} = 0,2$ мм/мин - 340 и 180 мм³/мин, для $S_{non} = 0,3$ мм /мин, - 470 и 260 мм³/мин. Тогда для $S_{non} = 0,1$ мм/мин отношение $t/t_\phi = 2,14$, для $S_{non} = 0,2$ мм/мин - $t/t_\phi = 1,88$, для $S_{non} = 0,3$ мм/мин. - $t/t_\phi = 1,8$. Следовательно, с увеличением S_{non} в результате уменьшения соотношения $\frac{t}{t_\phi}$ сила P_{y1} , согласно зависимости (5.38), уменьшается.

Величина $\frac{1}{\sqrt{t}} \cdot \left(\sqrt{\frac{t}{t_{\phi}}} - 1 \right) \sim \frac{1}{\sqrt{Q}} \cdot \left(\sqrt{\frac{Q}{Q_{\phi}}} - 1 \right)$ для $S_{non} = 0,1$ мм/мин равна 0,055, для $S_{non} = 0,2$ мм/мин - 0,026, для $S_{non} = 0,3$ мм/мин - 0,02. Исходя из зависимости (5.40), это ведет к уменьшению η , т.е. рост Q_{ϕ} с увеличением S_{non} происходит вследствие уменьшения η .

Сравним значения P_{y1} и η для различных связок алмазных кругов ($S_{non} = 0,3$ мм/мин, $\tau = 10$ мин).

Для алмазного круга на керамической связке значения Q и Q_{ϕ} соответственно равны: 650 и 500 мм³/мин; $\frac{t}{t_{\phi}} = 1,3$; $\frac{1}{\sqrt{Q}} \cdot \left(\sqrt{\frac{Q}{Q_{\phi}}} - 1 \right) = 0,006$.

Для алмазного круга на органической связке значения Q и Q_{ϕ} равны: 470 и 260 мм³/мин; $\frac{t}{t_{\phi}} = 1,8$; $\frac{1}{\sqrt{Q}} \cdot \left(\sqrt{\frac{Q}{Q_{\phi}}} - 1 \right) = 0,02$.

Для алмазного круга на металлической связке значения Q и Q_{ϕ} равны: 290 и 120 мм³/мин; $\frac{t}{t_{\phi}} = 2,4$; $\frac{1}{\sqrt{Q}} \cdot \left(\sqrt{\frac{Q}{Q_{\phi}}} - 1 \right) = 0,05$.

Исходя из зависимости (5.38), с увеличением соотношения $\frac{t}{t_{\phi}}$ сила P_{y1} увеличивается. Следовательно, наибольшая сила P_{y1} достигается при шлифовании алмазным кругом на металлической связке, а наименьшая – при шлифовании алмазным кругом на керамической связке. Металлическая связка обеспечивает наибольшую прочность удержания зерен, чем и обусловлены увеличенные значения параметров P_{y1} и η и небольшая производительность обработки.

Для анализа процесса шлифования во времени представим силу P_{y1} в виде

$$P_y = P_{y10} \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^n, \quad (5.41)$$

где P_{y10} , τ_0 – начальные значения параметров P_{y1} и τ ;
 n – некоторая величина.

Подставляя зависимости (5.34) и (5.41) в (5.21), приходим к интегральному уравнению:

$$V'_{дет} \cdot \tau - \int \bar{V}'_{дет} \cdot d\tau - \alpha_2 \cdot \tau^{1,5n} = 0, \quad (5.42)$$

где $\alpha_2 = \frac{m \cdot F \cdot P^{1,5}_{y10}}{450 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot c \cdot \tau_0^{1,5n}} \cdot \left(\frac{2}{\pi \cdot HV} \right)^{0,5}$,

$\bar{V}'_{дет}$ - фактическая скорость съема материала, м /с.

Продифференцируем уравнение (5.42) по времени:

$$\bar{V}'_{дет} = V'_{дет} - 1,5 \cdot n \cdot \alpha_2 \cdot \tau^{1,5n-1}. \quad (5.43)$$

В зависимости от значения n возможны случаи:

1) $n = 0$, тогда $\bar{V}'_{дет} = V'_{дет}$; (5.44)

2) $0 < n < \frac{2}{3}$, тогда $\bar{V}'_{дет} = V'_{дет} - \frac{1,5 \cdot n \cdot \alpha_2}{\tau^{1-1,5n}}$; (5.45)

3) $n = \frac{2}{3}$, тогда $\bar{V}'_{дет} = V'_{дет} - \alpha_2$; (5.46)

4) $n > \frac{2}{3}$, тогда $\bar{V}'_{дет} = V'_{дет} - 1,5 \cdot n \cdot \alpha_2 \cdot \tau^{1,5n-1}$. (5.47)

В первом случае фактическая и номинальная производительности обработки равны на протяжении всего времени обработки, начиная с $\tau = 0$, рис. 5.13. Это идеальный случай, возможен при условии $c \rightarrow \infty$ и работе круга в режиме самозатачивания.

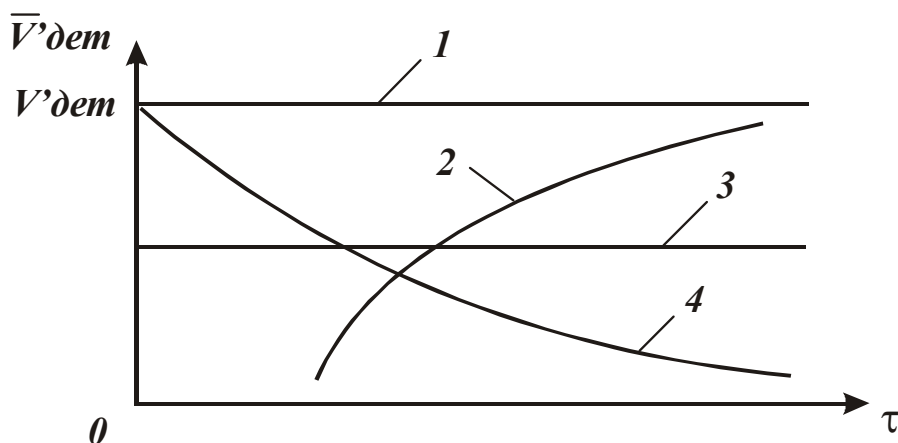


Рис. 5.13. Зависимость $\bar{V}'_{дет}$ от τ : 1 - $n = 0$; 2 - $0 < n < 2/3$; 3 - $n = 2/3$; 4 - $n > 2/3$.

Во втором случае фактическая производительность обработки $\bar{V}'_{дет}$ с течением времени приближается к номинальному значению $V'_{дет}$,

рис. 5.13. В третьем случае фактическая производительность $\bar{V}'_{дет}$ постоянна во времени, однако меньше номинального значения.

В четвертом случае фактическая производительность $\bar{V}'_{дет}$ с течением времени непрерывно уменьшается (до нуля) и всегда меньше номинального значения $V'_{дет}$. Значение τ , при котором $\bar{V}'_{дет} = 0$, определяется из зависимости (5.47):

$$\tau = \left[\frac{V'_{дет}}{1,5n} \cdot \frac{450 \cdot \pi \cdot \tau_0^{1,5n} \cdot \bar{X}^3 \cdot c}{m \cdot F \cdot P_{y10}^{1,5}} \cdot \left(\frac{\pi \cdot HV}{2} \right)^{0,5} \right]^{\frac{1}{1,5n-1}}. \quad (5.48)$$

Время τ тем больше, чем меньше параметры P_{y10} , m и больше $V'_{дет}$, \bar{X} , c .

Анализируя приведенные выше экспериментальные данные с позиции полученных теоретических решений, видим, что работа алмазного круга на керамической связке соответствует случаю 4 (в начальный момент) и случаю 3 (при установившемся режиме).

Работа алмазных кругов на органической и металлической связках подчиняется случаю 4.

При установившемся шлифовании (случай 3) фактическая производительность обработки $\bar{V}'_{дет}$ определяется разностью параметров $V'_{дет}$ и α_2 . Чем меньше α_2 , тем больше $\bar{V}'_{дет}$. При $\alpha_2 \rightarrow 0$ фактическая производительность $\bar{V}'_{дет}$ приближается к номинальному значению $V'_{дет}$.

Уменьшить параметр α_2 можно в первую очередь уменьшением силы P_{y1} . Это достигается уменьшением прочности удержания зерна в связке (применением менее прочных связок), например, керамических и органических, обеспечивающих работу круга в режиме самозатачивания.

Уменьшить P_{y1} можно за счет применения прогрессивных методов правки круга, своевременно удаляя с рабочей поверхности затупившиеся зерна. В этом плане эффективны электрофизикохимические методы правки алмазных кругов на металлических связках.

При работе круга в режиме затупления (случай 4) фактическая производительность обработки $V'_{дет}$ зависит от параметров α_2 и τ . Чем меньше α_2 , тем больше $V'_{дет}$. Уменьшение α_2 достигается, как отмечалось выше, уменьшением параметров P_{y1} , m , F и увеличением \bar{X} , c .

При шлифовании алмазным кругом на металлической связке сила P_{y1} больше, чем при шлифовании алмазными кругами на керамической и органической связках. Следовательно, больше второе слагаемое в зависимости (5.47) и меньше фактическая производительность. С увеличением $V'_{дет}$ (поперечной подачи S_{non} , рис. 5.12) уменьшается сила P_{y1} . Это предопределяет уменьшение второго слагаемого в зависимости (5.47) и увеличение фактической производительности обработки.

Установим скорость $\bar{V}'_{дет}$ как функцию времени шлифования из зависимости (5.7) с учетом $P_y = c \cdot y$ и зависимости (5.34), рассматривая в (5.7) вместо $V'_{дет}$ параметр $\bar{V}'_{дет}$. После дифференцирования по времени интегрального уравнения (5.7), приходим к дифференцированному уравнению

$$\frac{d\bar{V}'_{дет}}{d\tau} = \frac{1}{\alpha_3} \cdot (V'_{дет} - \bar{V}'_{дет}), \quad (5.49)$$

где $\alpha_3 = \frac{\pi \cdot tg\gamma \cdot HV \cdot F}{2 \cdot c \cdot (1 - \eta) \cdot V_{кр}}$.

Решим уравнение (5.49) методом разделения переменных, рассматривая $(1 - \eta)$ постоянной величиной

$$\frac{d\bar{V}'_{дет}}{(V'_{дет} - \bar{V}'_{дет})} = \frac{d\tau}{\alpha_3}, \quad (5.50)$$

откуда $\ln(V'_{дет} - \bar{V}'_{дет}) = -\frac{\tau}{\alpha_3} + c_0$ или

$$\bar{V}'_{дет} = V'_{дет} - c_1 \cdot e^{-\frac{\tau}{\alpha_3}}. \quad (5.51)$$

Постоянная интегрирования c_1 определяется из начального условия, например, $\bar{V}'_{дет}(\tau = 0) = 0$. Тогда $c_1 = V'_{дет}$ и решение (5.51) принимает вид

$$\bar{V}'_{дет} = V'_{дет} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\tau}{\alpha_3}} \right). \quad (5.52)$$

С течением времени обработки τ фактическая скорость съема материала $\bar{V}'_{дет}$ увеличивается, неограниченно приближаясь к номинальной скорости съема материала $V'_{дет}$, рис. 5.14.

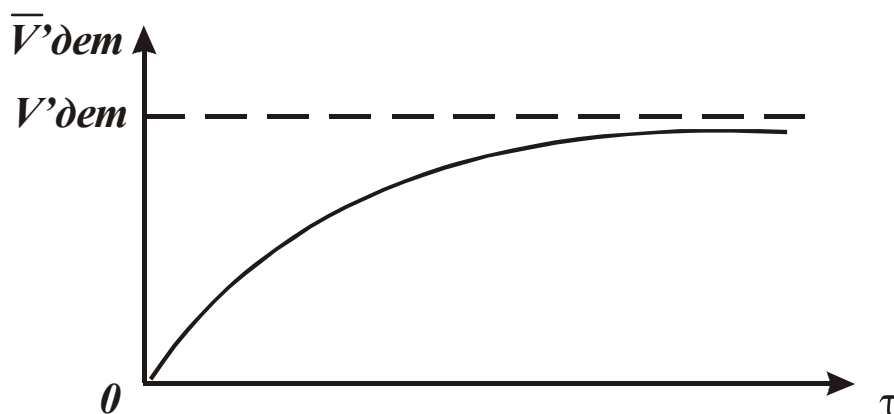


Рис. 5.14. Зависимость $\bar{V}'_{дет}$ от τ .

Подставляя (5.52) в зависимость (5.34), определим упругое перемещение y

$$y = -V'_{дет} \cdot \alpha_3 \cdot e^{-\frac{\tau}{\alpha_3}} + c_2. \quad (5.53)$$

Постоянная интегрирования c_2 определяется из начального условия $y(\tau=0)=0$. Тогда $c_2 = V'_{дет} \cdot \alpha_3$ и зависимость (5.53) описывается

$$y = V'_{дет} \cdot \alpha_3 \cdot \left(1 - e^{-\frac{\tau}{\alpha_3}} \right). \quad (5.54)$$

Характер изменения величины y во времени такой же, как параметра $\bar{V}'_{дет}$, рис. 5.14. Согласно зависимости (5.7), произведение $V'_{дет} \cdot \alpha_3$ определяет значение $y = y_0$ при скорости $V'_{дет}$, тогда зависимость (5.54) можно представить в виде

$$y = y_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{\tau}{\alpha_3}} \right). \quad (5.55)$$

При $\tau \rightarrow \infty$ значение $y \rightarrow y_0$. При начальных условиях

$$\begin{cases} \bar{V}'_{дет}(\tau=0) = V_1; \\ y(\tau=0) = y_1, \end{cases} \quad (5.56)$$

решение дифференциального уравнения (5.51) принимает вид

$$\bar{V}'_{dem} = V'_{dem} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\tau}{\alpha_3}} \right) + V_1 \cdot e^{-\frac{\tau}{\alpha_3}}, \quad (5.57)$$

$$y = y_1 - (V_1 - V'_{dem}) \cdot \alpha_3 \cdot \left(1 - e^{-\frac{\tau}{\alpha_3}} \right). \quad (5.58)$$

С учетом зависимости (5.7) и $y_1 = \alpha_3 \cdot V_1$, имеем

$$y = y_1 \cdot e^{-\frac{\tau}{\alpha_3}} + V'_{dem} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\tau}{\alpha_3}} \right). \quad (5.59)$$

Слагаемые, входящие в (5.59), оказывают противоположное влияние на характер изменения величины упругого перемещения η во времени. Уменьшить y и тем самым повысить точность обработки можно исключением второго слагаемого из зависимости (5.59). Это выполняется при $V'_{dem} = 0$, т.е. при шлифовании без подачи с начальным радиальным перемещением y_1 . На практике данная схема обработки применяется при съеме относительно небольших припусков на доводочных операциях. В действительности, возможности схемы значительно шире и она может быть использована при съеме больших припусков, оставляемых, например, при предварительной лезвийной и окончательной абразивной обработке.

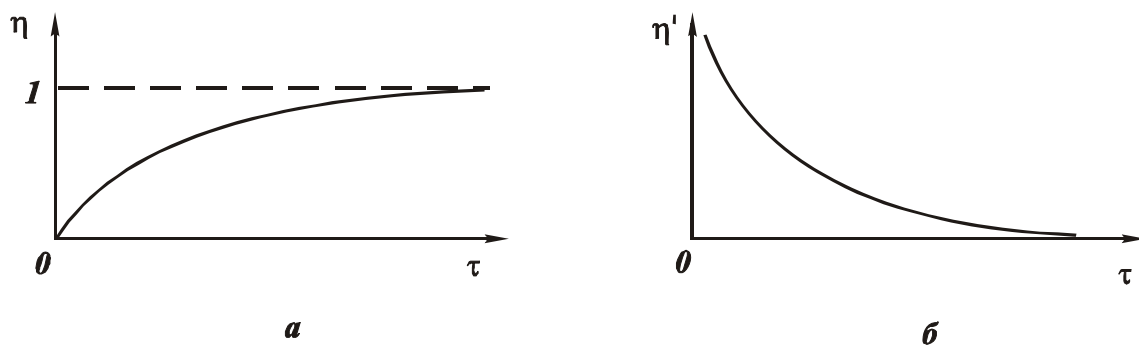


Рис. 5.15. Зависимость η (а) и η' (б) от τ .

Эффект схемы состоит в обеспечении максимально возможной производительности для заданной точности обработки. Основным ограничением применения схемы является создание начального натяга в технологической системе, равного величине снимаемого припуска, который может достигать больших значений 1...2 мм и более. В этих условиях на практике принято основную часть припуска удалять по жесткой схеме с заданной радиальной или продольной подачей инструмента и лишь

небольшую часть припуска – по рассматриваемой схеме (с начальным радиальным перемещением y_1).

Обработка по жесткой схеме описывается вторым слагаемым в (5.59) и ведет к увеличению величины y (снижению точности обработки). Следовательно, применяемые на практике схемы обработки лезвийными и абразивными инструментами с точки зрения обеспечения точности обработки являются малопроизводительными. Необходимо использовать схему без подачи с начальным радиальным перемещением, уменьшая припуски под обработку и ограничиваясь финишными операциями с применением абразивных и лезвийных инструментов.

По сути, применяемые на практике жесткие схемы резания являются вынужденной мерой в связи с необходимостью съема относительно больших припусков.

Для $V'_{дет} = 0$ зависимости (5.57) и (5.59) принимают вид

$$\bar{V}'_{дет} = V_1 \cdot e^{-\frac{\tau}{\alpha_3}} = \frac{y_1}{\alpha_3} \cdot e^{-\frac{\tau}{\alpha_3}}, \quad (5.60)$$

$$y = y_1 \cdot e^{-\frac{\tau}{\alpha_3}}. \quad (5.61)$$

Фактическая скорость съема материала $\bar{V}'_{дет}$ и упругое перемещение y с течением времени обработки τ непрерывно уменьшаются. Начальные значения $\bar{V}'_{дет}$ и y определяются значением радиального перемещения y_1 . Чем больше y_1 , тем больше $\bar{V}'_{дет}$ и y . Интенсивность уменьшения параметров $\bar{V}'_{дет}$ и y во времени зависит от параметра α_3 .

Решение (5.52) соответствует решению (5.45). Постоянство безразмерного коэффициента η во времени, согласно зависимости (5.18), достигается за счет пропорционального увеличения параметров $P_{y_1}^{1,5}$ и $V'_{дет}$ (принимая $V'_{дет}$ равным $\bar{V}'_{дет}$). Исходя из этого, радиальная составляющая силы резания P_{y_1} , действующая на максимально выступающее зерно, определяется из зависимости (5.18) с учетом зависимостей (5.52) или (5.57) при $\eta = const$, тогда

$$P_{y_1} = \frac{\pi \cdot \text{tg}^2 \gamma \cdot HV}{2} \cdot \bar{X}^2 \cdot \left[\frac{450 \cdot \pi \cdot V'_{дет}}{\text{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2)} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\tau}{\alpha_3}} \right) \right]^{0,67}. \quad (5.62)$$

Сила P_{y1} во времени увеличивается, приближаясь к значению, достигаемому при установившемся шлифовании с фактической скоростью съема материала $\bar{V}'_{дет}$, равной номинальной скорости $V'_{дет}$.

Из уравнения (5.49) с учетом неограниченной жесткости технологической системы $c \rightarrow \infty$ приходим к условию $\bar{V}'_{дет} = V'_{дет}$, что соответствует решению (5.44).

Получить решения уравнения (5.49), соответствующие решениям (5.45) и (5.46), чрезвычайно сложно в связи с переменностью во времени величины $(1 - \eta)$.

Получим решения при $x = const$. Безразмерный коэффициент η определим из (5.5)

$$\left(\frac{\eta^3}{1 - \eta^2}\right) = \left(\frac{x}{H_0}\right)^3, \quad (5.63)$$

где параметр H_0 определяется зависимостью (5.4) при $\eta = 0$.

Таблица 5.1

Расчетные значения отношения $\frac{x}{H_0}$

η	0	0,25	0,50	0,75	0,90	0,95	0,99	1,0
$\frac{x}{H_0}$	0	0,25	0,55	0,99	1,55	2,05	3,70	∞

При $\eta < 0,8$ отношение $\frac{x}{H_0}$ принимает значения, близкие к η , при $0,8 < \eta < 1,0$ – значения, близкие к $\frac{1}{\sqrt[3]{1 - \eta^2}}$. Следовательно, с достаточной для практики точностью при $\eta < 0,8$ можно принять $\frac{x}{H_0} = \eta$, а при $0,8 < \eta < 1,0$ - $\frac{x}{H_0} = \frac{1}{\sqrt[3]{1 - \eta^2}}$. С учетом зависимости (5.4) при $0,8 < \eta < 1,0$ величина $(1 - \eta)$ определится

$$1 - \eta = \frac{450 \cdot \pi \cdot V'_{дет}}{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр}} \cdot \left(\frac{\bar{X}}{x}\right)^3. \quad (5.64)$$

Подставим (5.64) в зависимость (5.7)

$$P_y = \frac{tg^2 \gamma \cdot HV \cdot F \cdot m}{900} \cdot \left(\frac{x}{X} \right)^3. \quad (5.65)$$

Сила резания P_y явно не зависит от скорости съема материала (производительности обработки). Ее изменение связано с изменением величины линейного износа зерна x . Например, с увеличением производительности обработки величина x увеличивается. Это ведет к увеличению P_y .

С течением времени обработки величина x и соответственно P_y увеличиваются.

Упругое перемещение $y = \frac{P_y}{c}$ определяется

$$y = \frac{tg^2 \gamma \cdot HV \cdot F \cdot m}{900 \cdot c} \cdot \left(\frac{x}{X} \right)^3. \quad (5.66)$$

С учетом зависимости (5.34) приходим к интегральному уравнению

$$V'_{дет} \cdot \tau - \int \bar{V}'_{дет} \cdot d\tau = \frac{tg^2 \gamma \cdot HV \cdot F \cdot m}{900 \cdot c} \cdot \left(\frac{x}{X} \right)^3. \quad (5.67)$$

Если величина x постоянна во времени, то уравнение (5.67) после дифференцирования принимает вид: $V'_{дет} = \bar{V}'_{дет}$, т.е. номинальная и фактическая скорости съема материала равны между собой. Если величина

x изменяется по закону $x = x_0 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^z$, то уравнение (5.67) после дифференцирования принимает вид

$$\bar{V}'_{дет} = V'_{дет} \cdot \frac{tg^2 \gamma \cdot HV \cdot F \cdot m}{300 \cdot c} \cdot \left(\frac{x}{X} \right)^3 \cdot \frac{z \cdot \tau^{3z-1}}{\tau_0^{3z}}, \quad (5.68)$$

где x_0 и τ_0 – начальные значения параметров x и τ ;

z - некоторая величина.

При $z < \frac{1}{3}$ фактическая скорость съема материала $\bar{V}'_{дет}$ увеличивается во времени до значения $V'_{дет}$.

При $z = \frac{1}{3}$ фактическая скорость $\bar{V}'_{дет}$ постоянна во времени, при этом $\bar{V}'_{дет} < V'_{дет}$.

При $z > \frac{1}{3}$ фактическая скорость $\bar{V}'_{дет}$ непрерывно уменьшается во времени (вплоть до нуля), т.е. решение (5.68) аналогично решению (5.43).

При $\eta < 0,8$, согласно зависимости (5.63), величина $(1 - \eta)$ описывается

$$1 - \eta = 1 - \frac{x}{H_0}. \quad (5.69)$$

С учетом зависимости (5.4) при $\eta = 0$ параметр H_0 увеличивается с увеличением скорости съема материала $\bar{V}'_{дет}$. Это ведет к увеличению $(1 - \eta)$. Аппроксимируем $(1 - \eta)$ функцией

$$(1 - \eta) = A \cdot \bar{V}'_{дет}{}^z \quad (5.70)$$

(где $0 < z < 1$) и подставим ее в зависимость (5.7)

$$P_y = \frac{\pi \cdot \text{tg} \gamma \cdot HV}{2 \cdot A} \cdot \frac{F \cdot \bar{V}'_{дет}{}^{(1-z)}}{V_{кр}}. \quad (5.71)$$

Влияние $\bar{V}'_{дет}$ на P_y менее существенно, чем в зависимости (5.7). С учетом зависимости (5.34) после дифференцирования приходим к уравнению

$$V'_{дет} - \bar{V}'_{дет} = \frac{\pi \cdot \text{tg} \gamma \cdot HV \cdot F \cdot (1 - z)}{2 \cdot A \cdot V_{кр} \cdot \bar{V}'_{дет}{}^z} \cdot \frac{d\bar{V}'_{дет}}{d\tau}$$

или

$$\frac{d\tau}{(1 - z) \cdot \alpha_4} = \frac{d\bar{V}'_{дет}}{\bar{V}'_{дет}{}^z \cdot (V'_{дет} - \bar{V}'_{дет})}. \quad (5.72)$$

Рассмотрим случай $z = 0$. Произведем замену переменной $\sqrt{\bar{V}'_{дет}} = x_1$, в результате получено уравнение

$$\frac{d\tau}{\alpha_4} = \frac{dx_1}{(V'_{дет} - x_1^2)}.$$

Его решение

$$\frac{\tau}{\alpha_4} + c_1 = -\frac{1}{2 \cdot \sqrt{V'_{дет}}} \cdot \ln \left| \frac{\sqrt{\bar{V}'_{дет}} - \sqrt{V'_{дет}}}{\sqrt{\bar{V}'_{дет}} + \sqrt{V'_{дет}}} \right|. \quad (5.73)$$

Постоянная интегрирования c_1 определяется из начального условия $\bar{V}'_{дет}(\tau = 0) = 0$ и равна 0.

Откуда

$$\bar{V}'_{дет} = V'_{дет} \cdot \left[\frac{1 + e^{-2 \cdot \sqrt{V'_{дет}} \cdot \frac{\tau}{\alpha_4}}}{1 - e^{-2 \cdot \sqrt{V'_{дет}} \cdot \frac{\tau}{\alpha_4}}} \right]. \quad (5.74)$$

С увеличением времени обработки τ числитель уменьшается, а знаменатель увеличивается, соответственно фактическая скорость съема материала $\bar{V}'_{дет}$ уменьшается. Таким образом приходим к решению, аналогичному (5.47). При определенном значении $0 < z < 0,5$ существует решение, аналогичное (5.46). Следовательно, различные подходы дают одни и те же решения.

Проведем анализ безразмерного коэффициента η . Для чего зависимость (5.18) разрешим относительно величины $(1 - \eta)$, принимая $(1 + \eta) = 1,5$ и рассматривая вместо $V'_{дет}$ параметр $\bar{V}'_{дет}$

$$(1 - \eta) = \frac{300 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \bar{V}'_{дет}}{tg \gamma \cdot m \cdot V_{кр}} \cdot \left(\frac{\pi \cdot tg^2 \gamma \cdot HV}{2 \cdot P_{y1}} \right)^{1,5}.$$

С учетом зависимостей (5.41) и (5.43), имеем

$$(1 - \eta) = \frac{300 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \bar{V}'_{дет}}{tg \gamma \cdot m \cdot V_{кр}} \cdot \left(\frac{\pi \cdot tg^2 \gamma \cdot HV}{2 \cdot P_{y1}} \right)^{1,5} \times \frac{\left(V'_{дет} - 1,5 \cdot n \cdot \alpha_2 \cdot \tau^{1,5n-1} \right) \cdot \tau_0^{1,5n}}{P_{y10}^{1,5} \cdot \tau^{1,5n}}.$$

При $n = 0$ величина $(1 - \eta)$ постоянна во времени, при $0 < n < 2/3$ - может увеличиваться или уменьшаться в зависимости от значений параметров $V'_{дет}$ и α_2 , а при $n > \frac{2}{3}$ - уменьшаться. Безразмерный коэффициент η при $n > \frac{2}{3}$ однозначно увеличивается с течением времени обработки ($\eta \rightarrow 1$).

Удельная интенсивность съема материала

$$\lambda = \frac{2 \cdot (1 - \eta) \cdot V_{кр}}{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}, \quad (5.75)$$

коэффициент шлифования $K_{ш}$ и условное напряжение резания σ , определяемые зависимостями (5.9) и (5.8), зависят от величины $(1 - \eta)$. Следовательно, характер изменения $(1 - \eta)$ во времени определяет изменение указанных параметров шлифования.

При работе круга в режиме самозатачивания (равномерного во времени износа круга) величина $(1 - \eta)$ и параметры λ , $K_{ш}$, σ постоянны во времени. При работе круга в режиме затупления величина $(1 - \eta)$ уменьшается во времени, соответственно параметры λ и $K_{ш}$ также уменьшаются, а σ – увеличивается.

Параметр шероховатости обработки R_a определяется

$$R_a = 0,25 \cdot H_{max} = 0,25 \cdot \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{300 \cdot \pi \cdot \bar{V}'_{дет} \cdot (1 - \eta)^2}{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр}}}$$

или с учетом зависимостей (5.43) и (5.76)

$$R_a = \frac{37,5 \cdot \pi^2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \bar{X}^4 \cdot HV}{m \cdot V_{кр} \cdot P_{y10}} \cdot \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{n_1} \cdot (V'_{дет} - 1,5 \cdot n \cdot \alpha_2 \cdot \tau^{1,5n-1}),$$

где $n_1 = \sqrt[3]{n}$.

При $n = 0$ параметр шероховатости обработки R_a не зависит от времени шлифования. При $n > 0$ - может увеличиваться или уменьшаться в зависимости от значений $\bar{V}'_{дет}$ и α_2 .

Получим приближенное решения для определения производительности обработки. С учетом величины упругих перемещений в технологической системе y линейный съем металла Δ при круглом наружном продольном шлифовании по жесткой схеме определяется

$$\Delta = n \cdot S_{non} - y, \quad (5.76)$$

где $n = \tau / \tau_0$ - текущее число двойных продольных ходов стола станка;

τ - время шлифования, с;

$\tau_0 = \frac{2 \cdot l}{S_{np}}$ – время одного двойного хода стола станка, с;

l - длина хода стола станка, м;

S_{np} - продольная подача, м/с;

S_{non} - поперечная подача, м/дв.ход.

Величина упругого перемещения y может быть выражена

$$y = \frac{P_y}{c} = \frac{P_z}{c \cdot K_{ш}} = \frac{1}{c \cdot K_{ш}} \cdot \frac{Q}{V_{кр}} \cdot \sigma, \quad (5.77)$$

где P_y , P_z - радиальная и тангенциальная составляющие силы резания, Н;

c - приведенная жесткость технологической системы, Н/м;

$K_{ш} = P_z / P_y$ - коэффициент шлифования;

$V_{кр}$ - скорость круга, м/с;

σ - условное напряжение резания, Па;

Q - производительность обработки, м³/с.

Значение Δ связано с производительностью обработки соотношением

$$\Delta = \frac{V}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l} = \frac{k \cdot Q \cdot \tau}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l},$$

где V - объем снятого металла, м³;

$D_{дет}$ - диаметр обрабатываемой детали, м;

k - коэффициент прерывистости шлифуемой поверхности детали, равный отношению суммарной ширины обрабатываемых элементов детали к длине окружности наружного диаметра.

После преобразований, имеем

$$Q = \frac{0,5 \cdot S_{np} \cdot S_{non}}{\left(\frac{k}{\pi \cdot D_{дет}} + \frac{\sigma \cdot l}{V_{кр} \cdot c \cdot K_{ш} \cdot \tau} \right)}. \quad (5.78)$$

Приведенная зависимость выражает в общем виде связь производительности с основными параметрами процесса. При условии

$\frac{\sigma \cdot l}{V_{кр} \cdot c \cdot K_{ш} \cdot \tau} = 0$ зависимость (5.78) принимает вид зависимости

$Q = \frac{0,5 \cdot \pi \cdot D_{дет} \cdot S_{np} \cdot S_{non}}{k}$, соответствующей установившемуся процессу

шлифования. Такой режим работы круга достигается после определенного периода обработки, когда в технологической системе устанавливается

равновесие радиальной составляющей силы резания P_y и упруго-восстанавливающей силы $c \cdot y$. В этом случае характеристики круга и физико-механические свойства обрабатываемого материала не оказывают влияния на производительность шлифования. Значения фактической и номинальной производительности равны и определяются произведением продольной и поперечной подач.

В переходной период, когда слагаемые $\frac{k}{\pi \cdot D_{дет}}$ и $\frac{\sigma \cdot l}{V_{кр} \cdot c \cdot K_{ш} \cdot \tau}$ соизмеримы, фактическая производительность всегда меньше номинальной и зависит от характеристик круга и обрабатываемого материала.

Сократить переходной период и повысить Q можно увеличением параметров c , $V_{кр}$, $K_{ш}$ и снижением σ . Наиболее эффективно, очевидно, снижение параметра σ и повышение $K_{ш}$, что достигается, например, применением эльборовых кругов на металлических связках или с металлизированными эльборовыми зёрнами, характеризующимися повышенной режущей способностью. Эффект от увеличения скорости круга ниже, так как одновременно, вследствие снижения толщин единичных срезов, увеличивается σ и уменьшается $K_{ш}$. Добиться уменьшения σ можно увеличением продольной и поперечной подач, что происходит главным образом в результате увеличения толщин единичных срезов.

Для оценки теоретических зависимостей использованы экспериментальные данные исследования круглого наружного продольного шлифования разверток $\varnothing 100$ мм, оснащенных 10 ножами из быстрорежущей стали Р6М5. Площадь шлифуемой поверхности одного ножа равна $50 \times 5 = 250$ мм², коэффициент прерывистости $k = 0,13$. Обработка производилась кругами на связках Б156, Б1, Б1(Ni) с обычными и металлизированными зёрнами, СОТС - 3%-ый содовый раствор.

Исследовались круги следующих характеристик: Л 100/80 Б1 – 100%; Л 100/80 Б156 – 100%; Л 100/80 Б1 – 100%(Ni) - металлизация зёрен никелевым расплавом.

Варьируемыми параметрами процесса принимались: скорость круга $V_{кр}$, поперечная $S_{поп}$ и продольная $S_{пр}$ подачи. Определялись производительность обработки Q , условное напряжение резания σ , описываемое зависимостью $\sigma = \frac{0,5 \cdot k \cdot P_z \cdot V_{кр}}{Q}$, и коэффициент шлифования $K_{ш}$.

Условия проведения экспериментов: для табл. 2.2 - $S_{np} = 0,5$ м/мин, $S_{non} = 0,04$ мм/дв.ход; для табл. 2.3 - $V_{кр} = 30$ м/с, $S_{non} = 0,04$ мм/дв.ход; для табл. 2.4 - $V_{кр} = 30$ м/с, $S_{np} = 0,5$ м/мин. Скорость вращения детали во всех случаях принималась постоянной, равной $V_{дет} = 30$ м/мин.

Исходя из табл. 5.2, с увеличением $V_{кр}$ происходит увеличение производительности обработки Q . Условное напряжение резания σ для кругов, оснащенных обычными эльборовыми зёрнами, увеличивается, а для кругов с металлизированными зёрнами – остается практически неизменным. Коэффициент шлифования $K_{ш}$ для всех связок уменьшается. Таким образом, экспериментально подтвержден вывод о возможности интенсификации шлифования в условиях переходного периода путем увеличения $V_{кр}$.

Таблица 5.2

Экспериментальные значения параметров Q , σ и $K_{ш}$

Связка круга $V_{кр}$, м/с	Б156			Б1			Б1(Ni)		
	Q , мм ³ /мин	$\sigma \cdot 10$, Н/мм ²	$K_{ш}$	Q , мм ³ /мин	$\sigma \cdot 10$, Н/мм ²	$K_{ш}$	Q , мм ³ /мин	$\sigma \cdot 10$, Н/мм ²	$K_{ш}$
10	29,48	6886	0,454	44,87	3153,5	0,453	51,3	3300	0,50
20	34,61	8000	0,443	51,02	3704,4	0,411	60,6	3350	0,458
30	36,41	7786	0,381	55,77	3657,9	0,362	66,1	3360	0,378

На производительность обработки существенное влияние оказывает тип связки круга. Общеизвестно, чем прочнее удержание зерен в связке, тем выше их линейный износ (степень затупления) до момента объемного разрушения и выпадания из связки. Из исследуемых связок наименьшей прочностью удержания зерен обладает органическая связка Б1, обеспечивающая работу круга в режиме самозатачивания.

Степень затупления зерен в этом случае небольшой и круг продолжительное время сохраняет высокую режущую способность. Приведенные результаты показывают, что независимо от изменения параметров режимов резания, условное напряжение резания σ всегда ниже, а производительность обработки Q выше при работе эльборовыми кругами на связке Б1. Круги на связке Б156, вследствие ее высокой пластичности и прочности удержания зерен, более склонны к работе в режиме затупления.

Режущая способность их ниже.

Металлизация зерен позволяет повысить их собственно прочность (износостойкость) и прочность удержания в связке. Скорость линейного износа таких зерен уменьшается и круг более продолжительное время режет “острыми” зернами, что способствует увеличению производительности обработки Q . С другой стороны, увеличение прочности удержания зерен в связке приводит к росту величины их линейного износа до момента объемного разрушения и выпадения из связки. В результате условное напряжение резания σ увеличивается.

Анализ экспериментальных зависимостей производительности обработки Q от продольной S_{np} и поперечной S_{non} подач (табл. 5.3 и табл. 5.4) показывает одинаковый характер их изменения. В области небольших значений S_{np} и S_{non} производительность обработки Q увеличивается более интенсивно. Такая закономерность обусловлена тем, что первоначально с увеличением S_{np} и S_{non} условное напряжение резания σ уменьшается, затем остается постоянным или несколько увеличивается.

Таблица 5.3

Экспериментальные значения параметров Q , σ и $K_{ш}$

Связка круга	Б156			Б1			Б1(Ni)		
	Q , мм ³ /мин	$\sigma \cdot 10$, Н/мм ²	$K_{ш}$	Q , мм ³ /мин	$\sigma \cdot 10$, Н/мм ²	$K_{ш}$	Q , мм ³ /мин	$\sigma \cdot 10$, Н/мм ²	$K_{ш}$
0,5	36,41	7786	0,387	55,77	3657,9	0,368	66,1	3360	0,374
1,0	57,17	5851	0,404	80,25	2747,7	0,389	98,3	3208	0,413
1,5	69,61	5710	0,414	93,97	2793,4	0,379	124,7	3750	0,475

Таблица 5.4

Экспериментальные значения параметров Q , σ и $K_{ш}$

Связка круга	Б156			Б1			Б1(Ni)		
	Q , мм ³ /мин	$\sigma \cdot 10$, Н/мм ²	$K_{ш}$	Q , мм ³ /мин	$\sigma \cdot 10$, Н/мм ²	$K_{ш}$	Q , мм ³ /мин	$\sigma \cdot 10$, Н/мм ²	$K_{ш}$
S_{non} , мм/дв. ход									

0,002	20,02	13111,9	0,391	38,46	4758,2	0,357	42,3	5333	0,359
0,006	50,76	6412,5	0,384	69,87	3182,4	0,355	88,6	3183,3	0,364
0,012	74,62	7578,4	0,340	102,95	3788,1	0,393	142,5	4312,5	0,444

Таким образом, теоретически обоснованы и экспериментально подтверждены пути интенсификации процесса шлифования в условиях переходного периода. Показано значительное влияние на производительность обработки металлизации зёрен, позволяющей в 1,5 – 2 раза интенсифицировать обработку.

Преобразуем зависимость (5.78) с учётом зависимостей (5.8) и (5.9):

$$\frac{\sigma}{K_{ш}} = \frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}{2 \cdot (1 - \eta)}$$

Уменьшить соотношение $\frac{\sigma}{K_{ш}}$ и соответственно увеличить производительность обработки Q можно уменьшением безразмерного коэффициента $\eta \rightarrow 0$, поддерживая на рабочей поверхности круга развитый режущий рельеф. Согласно зависимости (5.69), для $\eta < 0,8$ соотношение $\frac{\sigma}{K_{ш}}$ преобразуется

$$\frac{\sigma}{K_{ш}} = \frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}{2 \cdot \left(1 - \frac{x}{H_0}\right)}$$

При $x \rightarrow H_0$ соотношение $\frac{\sigma}{K_{ш}}$ стремится к бесконечности, а производительность обработки Q в соответствии с зависимостью (5.78) – к нулю. Следовательно, с течением времени обработки τ производительность обработки $Q \rightarrow 0$. Это совпадает с аналогичным решением, описанным зависимостью (5.74). Данное решение обусловлено затуплением зёрен круга. При стабилизации во времени величины износа зёрен x соотношение $\frac{\sigma}{K_{ш}}$ и производительность обработки Q остаются неизменными.

При $0,8 < \eta < 1,0$, исходя из зависимости (5.63), справедливо соотношение $1 - \eta = \left(\frac{H_0}{x}\right)^3$. Тогда $\frac{\sigma}{K_{ш}} = \frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}{2} \cdot \left(\frac{x}{H_0}\right)^3$.

Характер изменения Q от τ зависит от характера изменения соотношения x^3/τ : возможно уменьшение, увеличение и постоянство производительности обработки Q во времени.

Проведём дополнительный анализ уравнения (5.76), преобразуя (5.77) к виду

$$y = \frac{1}{c \cdot \lambda} \cdot \frac{dV}{d\tau},$$

где $\lambda = K_{ш} \cdot V_{кр} / \sigma$ - удельная интенсивность съёма материала, м³/с·Н;

$\frac{dV}{d\tau}$ - производительность обработки, м³/с.

В результате приходим к уравнению

$$\frac{V}{S} + \frac{1}{c \cdot \lambda} \cdot \frac{dV}{d\tau} = V'_{дем} \cdot \tau,$$

где S - площадь поперечного сечения образца, движущегося по нормали к кругу (рис. 5.1).

С учётом зависимостей (5.4) и (5.75), имеем

$$V = V'_{дем} \cdot S \cdot \tau - \frac{tg^2 \gamma \cdot HV \cdot m \cdot S^2 \cdot H^3}{900 \cdot c \cdot X^3};$$

$$Q = \frac{dV}{d\tau} = V'_{дем} \cdot S - \frac{2 \cdot tg \gamma \cdot HV \cdot S \cdot Q \cdot \eta'}{2 \cdot c \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta)^2}.$$

Разрешим последнее уравнение относительно Q :

$$Q = \frac{V'_{дем}}{\left[\frac{1}{S} + \frac{\pi \cdot tg \gamma \cdot HV \cdot \eta'}{2 \cdot c \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta)^2} \right]},$$

где η' - производная от η по τ .

Влияние затупления зёрен на производительность обработки Q учитывается коэффициентом η , изменяющимся во времени по зависимости, показанной на рис. 5.15,а. Производная η' во времени убывает, рис. 5.15,б. Тогда с течением времени соотношение $\eta'/(1-\eta)^2$ увеличивается, что вызывает уменьшение Q . Например, аппроксимируя зависимость $\eta - \tau$

выражением $1 - e^{-\alpha_0 \cdot \tau}$, где α_0 - параметр, учитывающий скорость износа зерна, получим $\frac{\eta'}{(1-\eta)^2} = \alpha_0 \cdot e^{\alpha_0 \cdot \tau}$.

С увеличением τ соотношение $\frac{\eta'}{(1-\eta)^2}$ неограниченно увеличивается, а Q уменьшается. Следовательно, при работе круга в режиме затупления Q уменьшается с течением времени обработки. При работе круга в режиме самозатачивания коэффициент η остаётся постоянным во времени, тогда $\eta' = 0$ и $Q \rightarrow Q_0$.

Увеличить Q можно уменьшением $\eta \rightarrow 0$ и увеличением S , c , $V_{кр}$, $V'_{дет}$. Уменьшение η достигается за счёт поддержания высокой режущей способности круга, а увеличение S - за счёт применения, например, пакетной обработки деталей. С учётом $Q_0 = V'_{дет} \cdot S$ фактическая производительность обработки Q определится:

$$Q = \frac{Q_0}{\left[1 + \frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV \cdot S \cdot \eta'}{2 \cdot c \cdot V_{кр} \cdot (1-\eta)^2} \right]}$$

Номинальная производительность обработки Q_0 всегда больше фактической производительности обработки Q (в связи с наличием знаменателя в зависимости).

При врезном шлифовании цилиндрической детали с учётом $S = B \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot t}{\rho}}$, $\rho = \frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}}$, $Q_0 = B \cdot V_{дет} \cdot t$ фактическая производительность обработки Q равна

$$Q = \frac{B \cdot V_{дет} \cdot t}{\left[1 + \frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV \cdot B \cdot \eta'}{2 \cdot c \cdot V_{кр} \cdot (1-\eta)^2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot t}{\rho}} \right]}$$

С увеличением скорости вращения детали $V_{дет}$ производительность обработки Q увеличивается более интенсивно, чем с увеличением параметров B и t , которые одновременно входят в числитель и знаменатель зависимости.

При продольном шлифовании цилиндрической детали с учётом фактической производительности обработки Q равна:

$$Q_0 = \pi \cdot D_{дет} \cdot t \cdot S_{нр}, \quad S = \pi \cdot D_{дет} \cdot \frac{S_{нр}}{V_{дет}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot t}{\rho}}$$

$$Q = \frac{\pi \cdot D_{дет} \cdot t \cdot S_{нр}}{\left[1 + \frac{\pi^2 \cdot \text{tg}\gamma \cdot HV \cdot D_{дет} \cdot S_{нр} \cdot \eta'}{2 \cdot c \cdot V_{кр} \cdot V_{дет} \cdot (1 - \eta)^2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot t}{\rho}} \right]}$$

С увеличением глубины шлифования t и скорости продольной подачи $S_{нр}$ производительность обработки Q увеличивается с интенсивностью, ниже линейной, так как эти параметры входят в числитель и знаменатель зависимости. Дополнительным резервом увеличения Q является увеличение $V_{дет}$.

Приведенные зависимости не содержат параметров m и \bar{X} (объемной концентрации зерен в круге и зернистости круга). Однако они влияют на Q за счёт изменения коэффициента η . Известно, что с увеличением параметров m и \bar{X} уменьшается интенсивность затупления зёрен, что ведёт к уменьшению η и увеличению Q .

С увеличением параметров t , $S_{нр}$, $V_{дет}$ увеличивается толщина среза, что также ведёт к уменьшению η и дополнительному увеличению Q .

5.3. Выхаживание

При выхаживании величина упругого перемещения y определяет погрешность обработки δ , которая связана с временем τ преобразованной зависимостью (5.61):

$$\tau = \alpha_3 \cdot \ln \frac{y_1}{\delta} = \frac{\pi \cdot \text{tg}\gamma \cdot HV \cdot F}{2 \cdot c \cdot (1 - \eta) \cdot V_{кр}} \cdot \ln \frac{y_1}{\delta}. \quad (5.79)$$

Время τ тем больше, чем больше параметры HV , F , η , y_1 и меньше c и δ . При $y_1/\delta = 1$ время $\tau = 0$. Наибольшее влияние на τ оказывает отношение y_1/δ . Уменьшение погрешности обработки δ требует увеличения времени обработки (выхаживания).

Уменьшить τ при $\delta = const$ можно уменьшением F , y_1 , η и увеличением c и $V_{кр}$, т.е. применением более “острых” алмазно-

абразивных инструментов и эффективных методов их правки, уменьшением снимаемого припуска и площади контакта инструмента с обрабатываемым материалом, увеличением жёсткости технологической системы и скорости инструмента. Зависимость (5.79) справедлива для шлифования и других процессов финишной абразивной обработки.

Как правило, на практике требуется исправить погрешность размера и формы заготовки. В первом случае необходимо параметр y_1 уменьшить до значения δ , во втором случае – уменьшить разброс значений y_1 от Δy_1 до $\Delta \delta$. В первом случае задача решается относительно просто. В соответствии с зависимостью (5.79) выбираются условия обработки, обеспечивающие требуемую точность δ за заданное время τ , или в соответствии с зависимостью (5.61) – для заданного соотношения δ/y_1 выбирается соотношение $\frac{\tau}{\alpha_3}$.

При $\eta \rightarrow 0$ время $\tau \rightarrow \infty$ и обеспечить требуемую точность обработки практически невозможно. Необходимо уменьшить безразмерный коэффициент $\eta \rightarrow 0$ за счёт применения непрерывной или периодической правки инструмента и повышения его режущей способности. Существенным препятствием обеспечения заданной точности обработки δ является уменьшение жёсткости технологической системы. В этом случае эффективно применение методов обработки, позволяющих увеличить динамическую жёсткость системы, например, за счёт ударно – циклического взаимодействия инструмента с заготовкой, наложения на заготовку или инструмент вибраций (ультразвуковых колебаний) и т.д.

Для исправления погрешности формы заготовки необходимо максимальное значение припуска y_{1max} уменьшить до значения δ_{max} , а минимальное значение припуска y_{1min} до значения δ_{min} за одинаковое время τ . Исходя из зависимости (5.61), справедливы соотношения

$$\frac{\delta_{max}}{y_{1max}} = \frac{\delta_{min}}{y_{1min}} = e^{-\frac{\tau}{\alpha_3}},$$

откуда следует

$$\delta_{max} - \delta_{min} = (y_{1max} - y_{1min}) \cdot e^{-\frac{\tau}{\alpha_3}}$$

или

$$\Delta \delta = \Delta y_1 \cdot e^{-\frac{\tau}{\alpha_3}}. \quad (5.80)$$

Исходя из зависимости (5.80), для заданных значений Δy_1 и $\Delta \delta$ определяется соотношением $\frac{\tau}{a_3}$ и по нему выбираются рациональные условия обработки (параметры $F, c, \eta, V_{кр}, \tau$).

Таким образом можно устранить погрешности обработки в виде конусности, бочкообразности, эксцентриситета цилиндрической заготовки, неплоскостность и другие погрешности плоских поверхностей.

При $0,8 < \eta < 1,0$ упругое перемещение y (погрешность обработки δ) определяется зависимостью (5.66). Наибольшее влияние на y оказывают параметры x и \bar{X} . С течением времени параметры x и y увеличиваются, что снижает точность обработки. Уменьшить y при $x = const$ можно уменьшением F, m и увеличением c и \bar{X} . Однако основной путь уменьшения y – уменьшение величины x за счёт применения рациональных характеристик круга (исключающих значительное затупление зёрен) и методов правки.

При $0 < \eta < 0,8$ и $V'_{dem} = 0$ уравнение (5.72) принимает вид

$$\frac{d\tau}{(1-z) \cdot \alpha_4} = - \frac{d\bar{V}'_{dem}}{\bar{V}'_{dem}^{(1+z)}}. \quad (5.81)$$

Его решение

$$\frac{\tau}{(1-z) \cdot \alpha_4} + c_1 = \frac{1}{z} \cdot \frac{1}{\bar{V}'_{dem}^z}. \quad (5.82)$$

Постоянная c_1 при $\bar{V}'_{dem}(\tau=0) = V_1$ равна $c_1 = \frac{1}{z \cdot V_1^z}$.

Тогда

$$\bar{V}'_{dem} = \frac{1}{\left(\frac{1}{V_1^z} + \frac{z}{(1-z)} \cdot \frac{\tau}{\alpha_4} \right)^{\frac{1}{z}}}. \quad (5.83)$$

При $0 < z < 1$ фактическая скорость съёма материала \bar{V}'_{dem} уменьшается с увеличением времени τ , т.е. процесс затухает.

Зная фактическую скорость съёма материала, можно рассчитать величину силы резания.

Сила резания P_y , определяемая зависимостью (5.71), с учетом (5.83) принимает вид

$$P_y = \frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}{2 \cdot A} \cdot \frac{F}{V_{кр}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{V_1^z} + \frac{z}{(1-z)} \cdot \frac{\tau}{\alpha_4} \right)^z} \cdot \frac{1}{(1-z)}. \quad (5.84)$$

Сила резания P_y и упругое перемещение $y = P_y/c$ с увеличением времени τ непрерывно уменьшаются, что ведёт к повышению точности обработки. Следовательно, при $0 < \eta < 0,8$ можно всегда обеспечить требуемую точность обработки.

Параметр шероховатости обработки R_a с учётом зависимостей (5.78), (5.70) и (5.83) принимает вид

$$R_a = 0,25 \cdot \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{300 \cdot \pi \cdot A^2}{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{V_1^z} + \frac{z}{(1-z)} \cdot \frac{\tau}{\alpha_4} \right)^z} \cdot \frac{1}{(1+2z)}}. \quad (5.85)$$

Исходя из (5.85), с течением времени обработки τ параметр R_a уменьшается.

При круглом наружном (внутреннем) и плоском шлифовании параметр R_a выражается [50]:

$$R_a = 2 \cdot 5 \sqrt{\frac{(1-\eta)^4}{(1+\eta)^2} \cdot \frac{\pi^2 \cdot \bar{X}^6 \cdot V_{дем}^2 \cdot \rho}{\operatorname{tg}^2 \gamma \cdot m^2 \cdot V_{кр}^2}}. \quad (5.86)$$

При $y \rightarrow 0$ параметр R_a на этапе выхаживания определится:

$$R_a = 2 \cdot 5 \sqrt{\frac{(1-\eta)^4}{(1+\eta)^2} \cdot \frac{\pi^2 \cdot \bar{X}^6 \cdot \rho}{\operatorname{tg}^2 \gamma \cdot m^2 \cdot V_{кр}^2} \cdot \left(\frac{V_{дем}}{i} \right)^2}, \quad (5.87)$$

где i - количество проходов круга при отключенной поперечной подаче на станке.

С увеличением i параметр R_a уменьшается. Влияние i на R_a эквивалентно уменьшению скорости детали $V_{дем}$. Следовательно, один и тот же эффект обработки можно получить как уменьшением $V_{дем}$, так и увеличением числа проходов i при выхаживании. Уменьшение $V_{дем}$ предполагает применение глубинного шлифования (шлифования с “ползучей подачей”). Скорость детали в этом случае уменьшается до значения 0,1 м/мин и ниже [4]. Для поддержания производительности

обработки на заданном уровне глубина шлифования увеличивается пропорционально уменьшению скорости детали.

Исходя из зависимостей (5.86) и (5.87), наибольшее влияние на параметр шероховатости обработки R_a оказывают зернистость круга \bar{X} и безразмерный коэффициент η . С уменьшением \bar{X} параметр R_a уменьшается. При весьма малой зернистости, например, $\bar{X} = 1/0...10/7$, параметр R_a может быть уменьшен до значений 0,08...0,006 мкм, что соответствует 11...14 классам шероховатости обработанной поверхности. С увеличением безразмерного коэффициента $\eta \rightarrow 1$ параметр R_a уменьшается $R_a \rightarrow 0$. Выразим в зависимости (5.86) коэффициент η через величину линейного износа зерна x , используя зависимости (5.64) и (5.69).

При $\eta < 0,8$ с учётом (5.69) и $1 + \eta = 1,5$ параметр R_a примет вид

$$R_a = 0,13 \cdot \sqrt[5]{\left(1 - \frac{x}{H_0}\right)^4 \cdot \frac{H_0^6}{t}}, \quad (5.88)$$

где параметр H_0 определяется зависимостью (5.27) при $\eta = 0$. Сравнивая (5.26) и (5.27), видим, что параметры H_0 и H_{max0} при $\eta = 0$ равны.

Из зависимости (5.88) следует, что с увеличением величины x и уменьшением H_0 параметр шероховатости обработки R_a уменьшается.

При $0,8 < \eta < 1,0$ с учётом (5.64), $1 + \eta = 2$ и $V'_{det} = V_{det} \cdot \sqrt{2 \cdot t \cdot \rho}$ параметр шероховатости обработки R_a описывается

$$R_a = \frac{0,15 \cdot H_0^{3,6}}{x^{2,4} \cdot t^{0,2}}, \quad (5.89)$$

или

$$R_a = \frac{0,15}{x^{2,4}} \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{det}}{tg \gamma \cdot m \cdot V_{кр}} \right)^{1,2} \cdot t^{0,4} \cdot \rho^{0,6}. \quad (5.90)$$

Наибольшее влияние на параметр R_a оказывают зернистость \bar{X} и величина линейного износа зерна x . Чем больше x и меньше \bar{X} , тем меньше R_a . Величина x определяется прочностью удержания зерна в круге. Чем она выше, тем больше величина x . Наибольшая прочность удержания зерна в связке достигается у алмазных кругов на металлических связках. Заданную величину x можно получить в результате шлифования алмазным кругом абразивного круга или алмазного ролика (алмазного

карандаша, алмазного резца, алмазного круга и т.д.). Как показывает практика, в процессе такого шлифования происходит быстрое затупление алмазных зёрен круга до заданной величины x . Например, установлено, что после электроэрозионной правки алмазного круга 1A1 300×20×5 AC6 100/80 M1-01 и параметр шероховатости обработки R_a при круглом врезном шлифовании твердосплавного зенкера составил 1,0 мкм. Изменение в широких пределах режимов шлифования и увеличение времени выхаживания не привело к заметному уменьшению параметра R_a . После затупления алмазных зёрен круга с использованием алмазного карандаша параметр R_a уменьшился до уровня 0,2 мкм, т.е. в 5 раз, что подтверждает преобладающую роль величины x в формировании шероховатости обработанной поверхности.

Исходя из преобразованной зависимости (5.86)

$$\frac{(1-\eta)^2}{(1+\eta)} = \left(\frac{R_a}{2}\right)^{2,5} \cdot \frac{m \cdot V_{кр}}{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет} \cdot \rho^{0,5}}, \quad (5.91)$$

определим безразмерный коэффициент для данного случая. С учётом исходных данных: $m = 100$; $\bar{X} = 0,09$ мм; $V_{кр} = 35$ м/с; $V_{дет} = 10$ м/мин; $\rho^{0,5} = 0,2$ мм^{-0,5}; $R_a = 0,2 \cdot 10^{-3}$ мм коэффициент η равен 0,91.

Определим величину линейного износа максимально выступающего над связкой зерна x , преобразуя зависимость (5.86) к виду:

$$R_a = 2 \cdot 5 \sqrt{\frac{(1-\eta)^4}{(1+\eta)^2} \cdot \frac{H_0}{630^2 \cdot t}}. \quad (5.92)$$

С учётом зависимости (5.63):

$$x = \sqrt[6]{630^2 \cdot t \cdot \left(\frac{R_a}{2}\right)^5} \cdot \frac{\eta}{(1-\eta)}. \quad (5.93)$$

Подставляя в (5.93) значения $t = 0,1$ мм; $R_a = 0,2 \cdot 10^{-3}$ мм; $\eta = 0,91$, имеем $x = 0,027$ мм. Величина износа зерна x равна $0,3 \bar{X}$, т.е. фактически выступание зерна над уровнем связки отсутствует. Из этого вытекает, что уменьшить параметр шероховатости обработки R_a можно за счёт

существенного увеличения величины износа зерна x , применяя алмазные круги на металлических связках. Обеспечить шероховатость обработки $R_a = 0,2$ мкм можно уменьшением $V_{дет}$. Примем $\eta = 0$. Для заданных исходных данных, согласно зависимости (5.86), скорость детали равна $V_{дет} = 46$ мм/мин, что реализуется при глубинном шлифовании.

Для оценки безразмерного коэффициента η при шлифовании покрытия ПГ-10Н-01(HRC 60...62) с непрерывной электроэрозионной правкой алмазного круга на металлической связке М2-01 установлена зависимость параметра шероховатости R_a от зернистости круга \bar{X} , рис. 5.16. Используя зависимость (5.91), для исходных данных: $m = 100$; $V_{кр} = 28$ м/с; $V_{дет} = 0,6$ м/мин; $\sqrt{\rho} = 0,2$ мм^{-0,5} и значений R_a и \bar{X} (взяты из рис. 5.16) рассчитаны значения η , табл. 5.5.

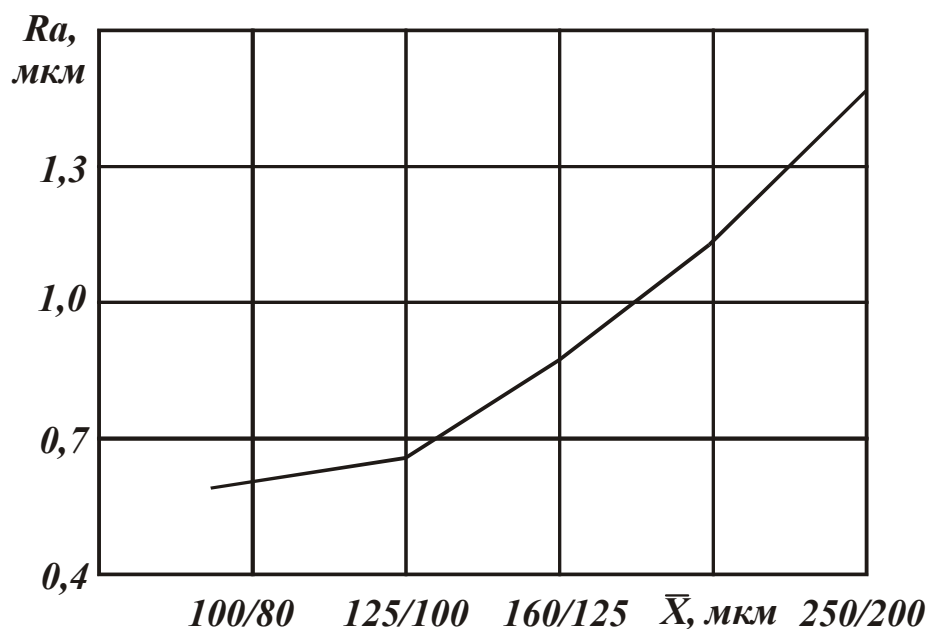


Рис. 5.16. Зависимость параметра шероховатости обработки R_a от зернистости круга \bar{X} : $V_{дет} = 0,6$ м/мин; $V_{кр} = 28$ м/с.

Таблица 5.5

Расчётные значения η

\bar{X} , мм	0,09	0,14	0,225
η	0,02	0,13	0,2

С увеличением зернистости \bar{X} коэффициент η увеличивается. Это связано с увеличением нагрузки, действующей на отдельное зерно, и соответственно износа зерна x .

При круглом наружном глубинном шлифовании твёрдого сплава ВК 8

алмазным кругом 1А1 300×25×5 АС6 200/160 М1-01 параметр шероховатости R_a принимает значения, показанные на рис. 5.17. Для исходных данных: $m = 100$; $\bar{X} = 0,14$ мм; $V_{кр} = 35$ м/с; $\sqrt{\rho} = 0,45$ мм^{-0,5} в табл. 5.6 приведены значения безразмерного коэффициента η и величины x . В числителе – значения η , в знаменателе – x .

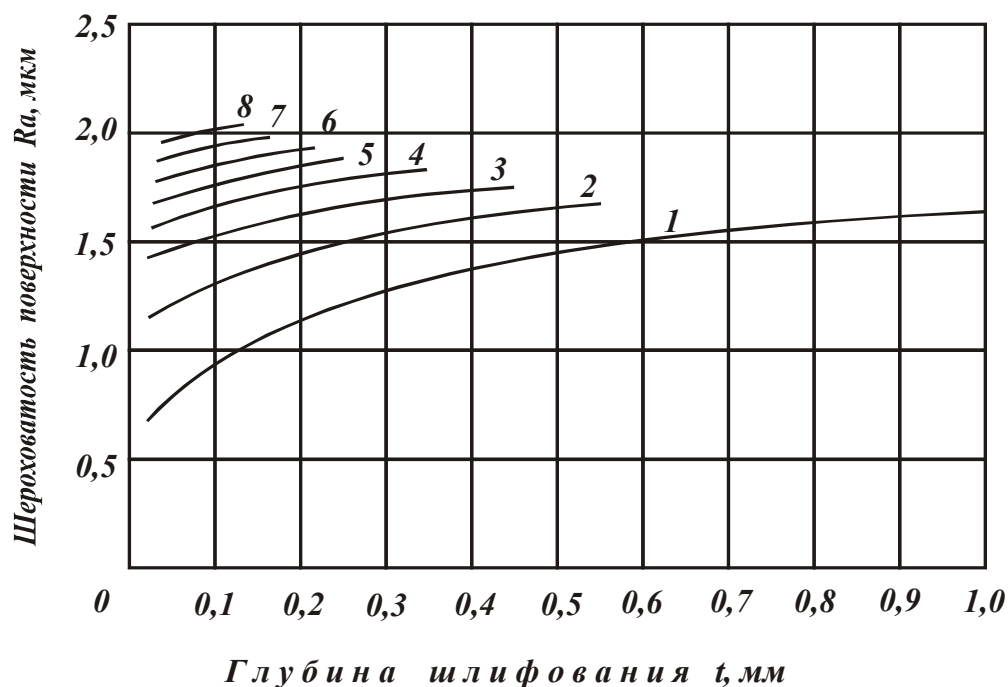


Рис. 5.17. Зависимость параметра шероховатости обработки R_a от глубины шлифования t : 1, ..., 6 - $V_{дет} = 1, ..., 6$ м/мин; 7 - $V_{дет} = 8$ м/мин; 8 - $V_{дет} = 10$ м/мин.

Таблица 5.6

Расчётные значения η и x (в мм)

$V_{дет}$, м/мин	t , мм	0,1	0,2	0,3	0,6
1	η	0,54	0,44	0,39	0,29
	x	0,012	0,010	0,009	0,008
3	η	0,55	0,49	-	-
	x	0,018	0,017	-	-
10	η	0,64	-	-	-
	x	0,033	-	-	-

С увеличением глубины шлифования t значения η и x уменьшаются, а с увеличением скорости детали $V_{дет}$ - увеличиваются. Значения η , приведенные в табл.5.6, значительно больше значения $\eta = 0,13$ ($\bar{X} = 0,14$ мм), приведенного в табл.5.5. Это связано с тем, что в результате непрерывной электроэрозионной правки обеспечивается высокая острота

режущих зёрен алмазного круга при шлифовании покрытия ПГ-10Н-01.

Сравнивая зависимости (5.88) и (5.89), видим, что при $0,8 < \eta < 1,0$ усиливается роль параметра H_0 в формировании шероховатости обработанной поверхности. Исходя из зависимости (5.27), это указывает на возможность существенного уменьшения параметра шероховатости R_a за счёт изменения режимов шлифования и увеличения концентрации круга m . Последний фактор предполагает увеличение поверхностной концентрации зёрен k . В наибольшей степени это реализуется в алмазных кругах, изготовленных, например, электрогальваническим путём, имеющих примерно одинаковую высоту выступания зёрен над уровнем связки. По сравнению с обычными алмазными кругами, изготовленными методом порошковой металлургии, поверхностная концентрация зёрен увеличивается до 5-ти раз и более. Согласно зависимости (5.90), в связи с увеличением параметра m , это ведёт к уменьшению параметра шероховатости обработки R_a до 10 раз.

Такой – же эффект имеет место от применения притиров с шаржированными в них абразивными или алмазными зёрнами и шлифовальных лент, а также от применения свободного абразива (паст). В указанных случаях за счёт одновысотного выступания зёрен увеличивается поверхностная концентрация зёрен k , что увеличивает m и уменьшает R_a . Исходя из (5.90), наибольшее влияние на R_a оказывает зернистость \bar{X} . Поэтому за счёт выбора зернистости алмазного порошка обеспечивается требуемая шероховатость обработки.

Существует вполне однозначная связь между зернистостью алмазного порошка (пасты) и параметрами шероховатости обработки R_a и R_z , табл. 5.7 [28].

Таблица 5.7

Рекомендуемая зернистость алмазного порошка в зависимости от требуемой шероховатости обработки при доводке твёрдых сплавов

Класс шероховатости	Шероховатость, мкм		Зернистость алмазного порошка (пасты)
	R_a	R_z	
9	0,32 – 0,20	1,6 – 1,0	60/40
10	0,16 – 0,10	0,8 – 0,5	40/28
11	0,08 – 0,05	0,4 – 0,25	28/20 – 20/14
12	0,04 – 0,025	0,20 – 0,125	14/10 – 7/5
13	0,02 – 0,012	0,10 – 0,063	5/3 – 3/2
14	0,01 – 0,006	0,05 – 0,032	2/1 – 1/0

Примерно к одинаковому выступанию зёрен над уровнем связки алмазного круга можно прийти, если использовать относительно мягкие (эластичные) связки, обеспечивающие “утопание” зёрен под действием нагрузки при шлифовании. Этим можно объяснить то, что шлифование алмазными кругами на органических связках позволяет существенно уменьшить параметр шероховатости R_a по сравнению с шлифованием алмазными кругами на более прочных металлических связках, рис. 5.18 [53].

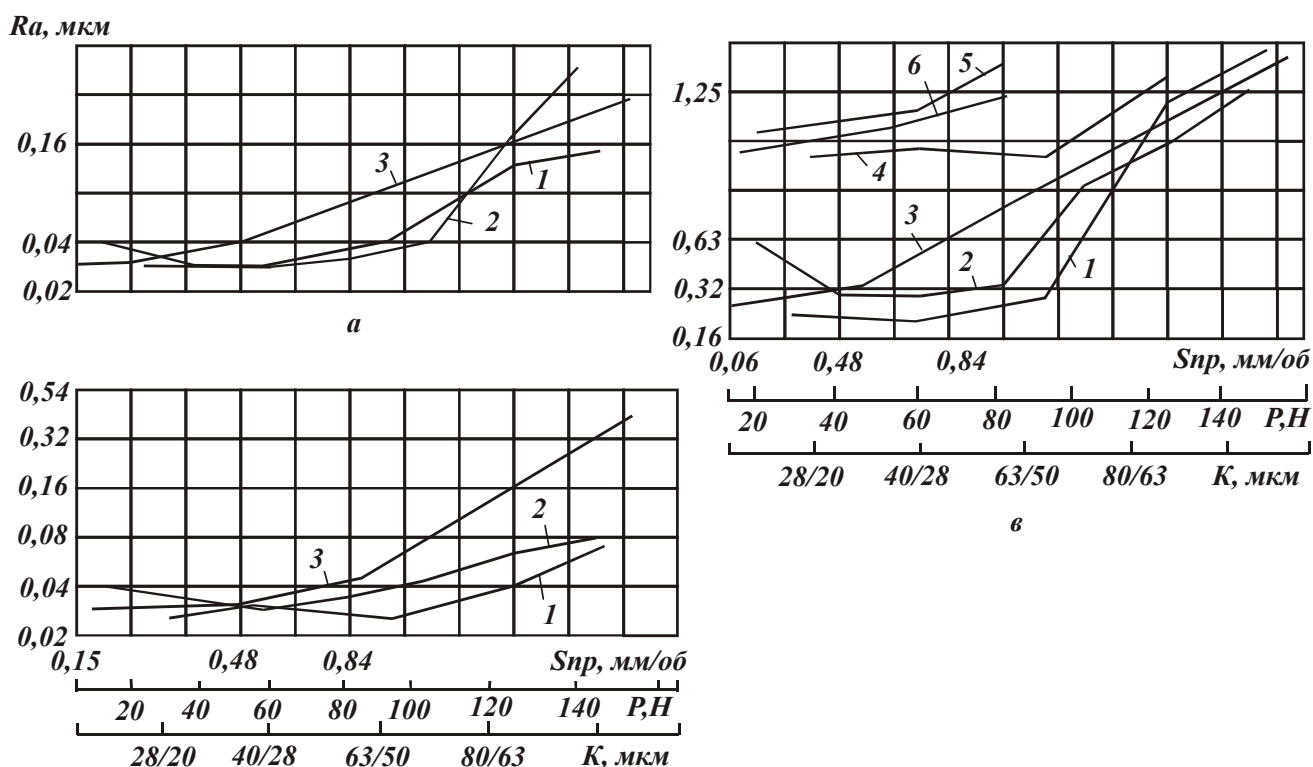


Рис. 5.18. Зависимость параметра шероховатости R_a от продольной подачи S_{np} , усилия прижима P зернистости \bar{X} : а – АС4,Б1; б – АСМ,БР; в – АС6,М1-01; 1,4 – $P = 40$ Н; $S_{np} = 0,27$ мм/об; 2,5 – $S_{np} = 0,27$ мм/об, $\bar{X} = 40/28$; 3,6 – $P = 40$ Н, $\bar{X} = 40/28 V_{кр} (=25$ м/с)

Существуют экспериментальные данные, согласно которым, наоборот, шлифование алмазными кругами на металлических связках обеспечивает уменьшение параметра шероховатости R_a , рис. 5.19 [18].

Исходя из зависимости (5.90), это связано с увеличением величины линейного износа зёрен x . Следовательно, эффект уменьшения параметра R_a при шлифовании алмазными кругами на металлических связках состоит в увеличении x , а при шлифовании алмазными кругами на органических связках – в возможности “утопания” зёрен в связку, уменьшении разновысотности выступания вершин зёрен и увеличении количества одновременно работающих зёрен (условно в увеличении параметра m).

Этим объясняются различия в формировании шероховатости обработки при использовании различных связок алмазных кругов.

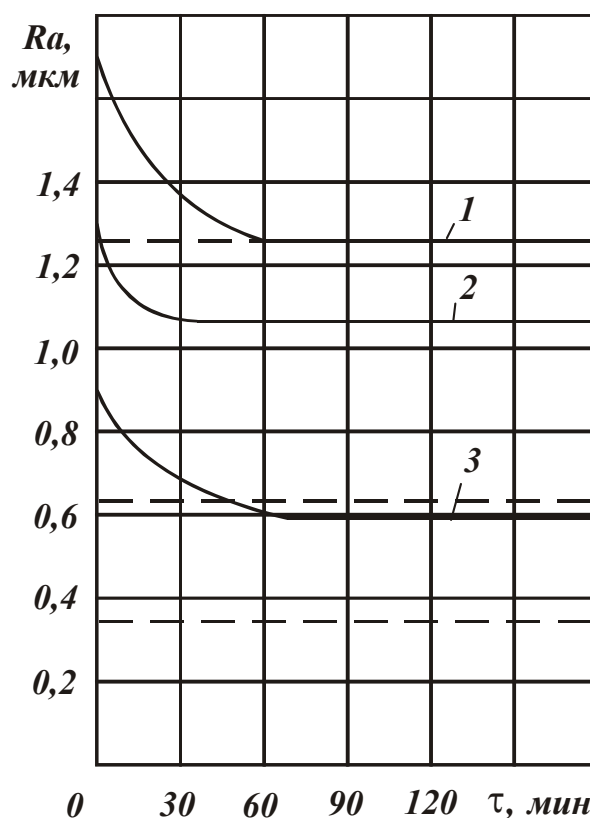


Рис. 5.19. Зависимость параметра шероховатости R_a от времени обработки τ :
 обр. матер. – Т30 К4; $V_{кр} = 30$ м/с; $S_{np} = 1$ м/мин; $S_{non} = 0,01$ мм/дв.ход;
 1–AC4 250/200 K1; 2–AC2 160/125 Б1; 3–AC6 100/80 M2-01.

Определим значения безразмерного коэффициента η при внутреннем шлифовании твёрдого сплава ВК15 алмазными кругами на органической В2–01 и металлической М2–01 связках, исходя из упрощенной зависимости (5.23)

$$\eta = \sqrt[3]{\frac{M}{q \cdot Q}} \quad (5.94)$$

и экспериментальных значений удельного расхода алмаза q и производительности обработки Q , рис. 5.12. Параметр M , рассчитанный по методике [10] для данных условий шлифования, равен 400 мг/г · мм³/мин.

С течением времени обработки τ коэффициент η увеличивается (табл. 5.8), что свидетельствует о затуплении режущих зёрен. Для алмазного круга на органической связке В2–01 коэффициент η меньше, т.е. острота зёрен выше. Этим можно объяснить более высокую производительность обработки, рис. 5.12.

Расчётные значения η

Связка круга	$q \cdot Q$, мг/г · мм ³ /мин		η	
	$\tau = 2$ мин	$\tau = 10$ мин	$\tau = 2$ мин	$\tau = 10$ мин
В2–01	7912	3780	0,37	0,47
М2–01	2175	1177	0,57	0,7

Уменьшение η , исходя из зависимости (5.86), должно привести к уменьшению параметра шероховатости R_a . Однако, как следует из экспериментально полученных данных (рис. 5.20), параметр R_a при шлифовании алмазным кругом на органической связке В2–01 меньше, чем при шлифовании алмазным кругом на металлической связке М2–01. Следовательно, коэффициент η в данном случае не определяет условия формирования шероховатости обработки. Как отмечалось выше, уменьшение параметра R_a при шлифовании алмазным кругом на органической связке связано с увеличением числа одновременно работающих зёрен, за счёт их “утопания” в связку, т.е. с увеличением параметра m в зависимости (5.86). Дополнительным подтверждением данного суждения являются значения коэффициента η (табл. 5.9), полученные при внутреннем шлифовании твёрдого сплава ВК15 алмазным кругом на металлической связке М2 – 01 с его непрерывной электроэрозионной правкой, рис. 5.21 [52].

С увеличением силы тока I коэффициент η уменьшается, что ведёт к увеличению производительности обработки. При $I = 30$ А и $\tau = 2$ мин производительность обработки при шлифовании алмазным кругом на металлической связке примерно равна производительности обработки при шлифовании алмазным кругом на органической связке, рис. 5.12, рис. 5.21. При этом значения коэффициентов η различны, табл. 5.8, табл. 5.9.

Таблица 5.9

Расчетные значения η

Сила тока I , А	$q \cdot Q$, мг/г · мм ³ /мин		η	
	$\tau = 2$ мин	$\tau = 10$ мин	$\tau = 2$ мин	$\tau = 10$ мин
0	2175	1177	0,57	0,7
30	2700	1590	0,52	0,63

При шлифовании алмазным кругом на органической связке коэффициент η меньше, т.е. выше острота зёрен.

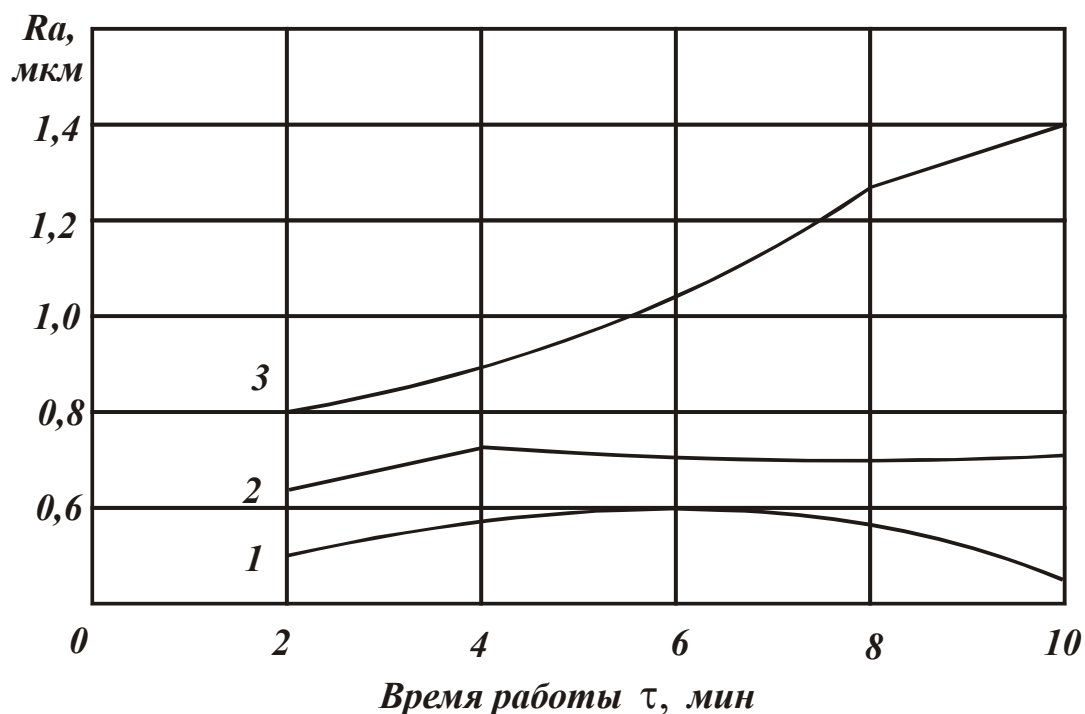


Рис. 5.20. Зависимость параметра шероховатости R_a от времени обработки:
 1 – круг АС6 160/125 Б1 – 100%; 2 – круг АС6 160/125 К1 – 100%;
 3 – АС6 160/125 М2-01 – 100%.

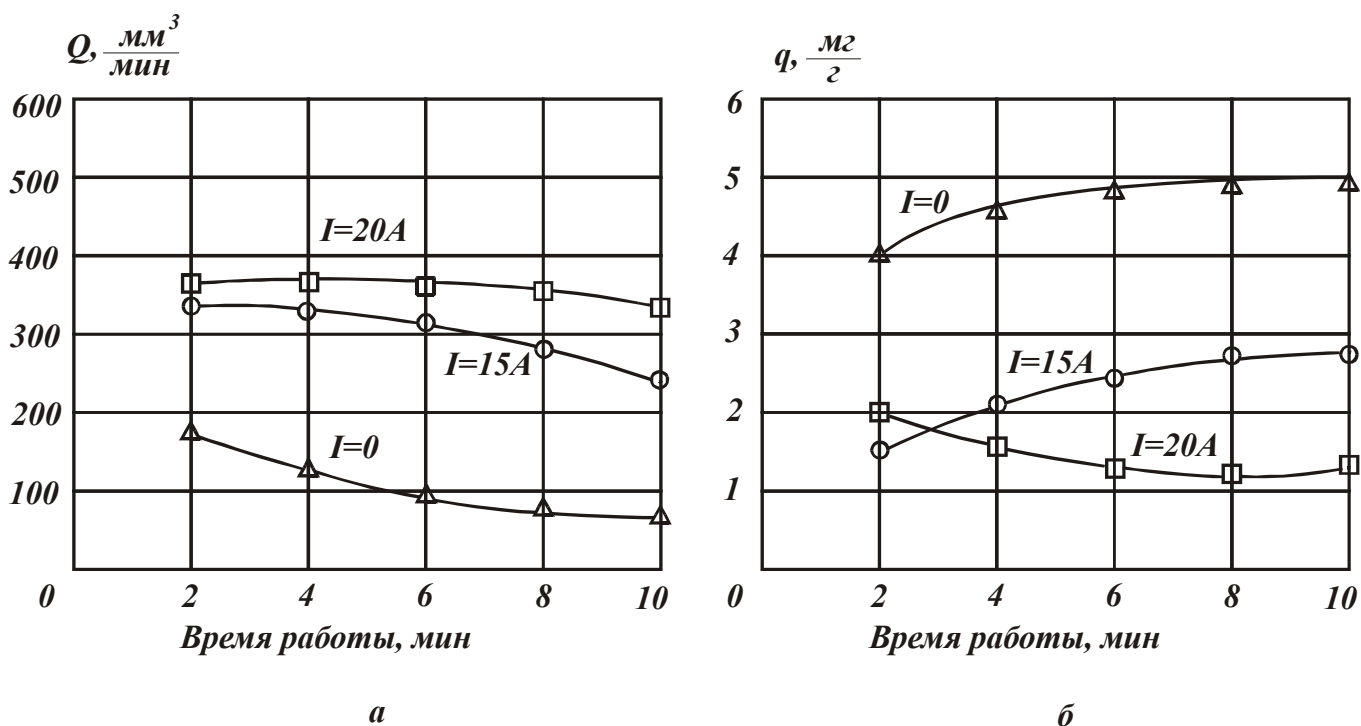


Рис. 5.21. Зависимость производительности обработки Q (а) и удельного расхода алмаза q (б) от времени шлифования: $V_{кр} = 23$ м/с; $V_{дет} = 60$ м/мин; $S_{пр} = 3$ м/мин; $S_{нон} = 0,3$ мм/мин.

Исходя из аналитической зависимости [32]:

$$Q = \frac{8,73 \cdot 10^{-4} \cdot B \cdot m \cdot V_{кр} \cdot \sqrt{t} \cdot (1 - \eta^2)}{tg^2 \gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot \sqrt{\rho}} \cdot \left(\frac{P_{y1}}{HV} \right)^{1,5}, \quad (5.95)$$

производительность обработки Q тем больше, чем больше параметры η и P_{y1} . Значения $(1 - \eta^2)$ для двух рассматриваемых кругов отличается мало, а $P_{y1}^{1,5}$ - более существенно. Следовательно, Q для круга на органической связке должно быть меньше. Увеличение Q до значения, соответствующего производительности шлифования алмазным кругом на металлической связке, возможно за счёт увеличения количества одновременно работающих зёрен, т.е. увеличения параметра m в зависимости (5.95).

Из этого следует, что при шлифовании алмазными кругами на относительно малопрочных органических связках переменными параметрами процесса следует рассматривать как η , так и количество одновременно работающих зёрен в связки с их “утопанием” в связку круга. При шлифовании алмазными кругами на металлических связках “утопание” зёрен в связку несущественно и переменным параметром является лишь η .

Из рис. 5.20 следует, что с течением времени обработки параметр шероховатости R_a увеличивается. Это может быть обусловлено уменьшением поверхностной концентрации зёрен в связки с потерей режущей способности круга, что ведёт к уменьшению параметра m и увеличению R_a в соответствии с зависимостью (5.90).

5.4. Плоское шлифование торцом круга

На практике широкое применение получило шлифование торцом круга. Для оценки его возможностей по улучшению шероховатости обработки получим аналитическую зависимость для определения R_a .

Рассмотрим расчётную схему (рис. 5.22), в которой зёрна круга проектируются на неподвижную плоскость в поперечном сечении обрабатываемого образца. Воспользуемся методикой расчёта относительной полноты профиля круга [50]. Выделим элементарный слой зёрен толщиной dy_i и спроектируем его на неподвижную плоскость. Считаем, что в пределах этого элементарного слоя отсутствует взаимное перекрытие зёрен. Элементарную относительную полноту профиля $d\varepsilon_i(y)$ можно выразить:

$$d\varepsilon_i(y) = \frac{2 \cdot tg \gamma \cdot (y - y_i) \cdot dn_i}{B}, \quad (5.96)$$

где $dn_i = n \cdot f(y_i) \cdot dy_i$ - число вершин проекций зёрен, расположенных в dy_i - том элементарном слое;

$n = k \cdot B \cdot l$ - число зёрен, расположенных на рабочей поверхности круга площадью $B \cdot l$, m^2 ;

l - длина участка круга, м;

B - ширина круга, м;

$f(y_i) = 1/\epsilon$ - плотность распределения вершин зёрен над уровнем связки (равномерный закон распределения).

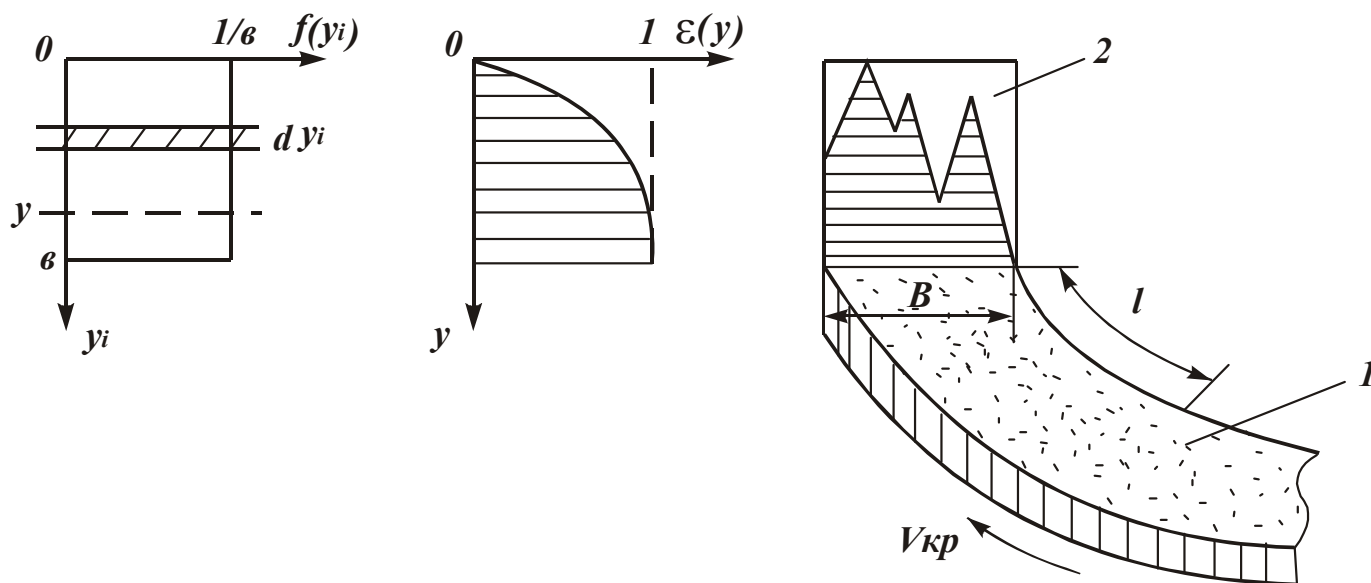


Рис. 5.22. Расчетная схема шероховатости обработки при шлифовании торцом круга: 1 – круг; 2 – условная плоскость.

После преобразований зависимость (5.96) примет вид

$$d\epsilon_i(y) = 2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot \frac{l}{\epsilon} \cdot (y - y_i) \cdot dy. \quad (5.97)$$

Аналогичным образом определяются величины $d\epsilon_j(y)$ для любого элементарного слоя, где $j = 1; 2; 3; \dots; i; \dots; \infty$.

Учитывая независимый характер наложения элементарных профилей, описываемых функциями $d\epsilon_i(y)$, $d\epsilon_j(y)$ и т.д., суммарную относительную полноту профиля $d\epsilon(y)$ получим, используя теорему умножения вероятностей независимых случайных величин. Для этого выполним переход от вероятности события $d\epsilon(y)$ к противоположному событию $d\Phi(y) = 1 - d\epsilon(y)$. Тогда

$$d\Phi(y) = \prod_{i=1}^{\infty} [1 - d\epsilon(y)]. \quad (5.98)$$

После умножения и приведения подобных слагаемых, получим

$$\begin{aligned} \Phi(y) = & 1 - \sum_{j=1}^{\infty} d\varepsilon_j(y) + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{m=1}^j d\varepsilon_j(y) \cdot d\varepsilon_m(y) - \\ & - \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{m=1}^j \sum_{r=1}^m d\varepsilon_j(y) \cdot d\varepsilon_m(y) \cdot d\varepsilon_r(y) + \dots \end{aligned} \quad (5.99)$$

Перейдём от суммирования бесконечно малых величин к интегрированию

$$\begin{aligned} \Phi(y) = & 1 - \int_0^y 2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot \frac{l}{\varepsilon} \cdot (y - y_j) \cdot dy_j + \\ & + \int_0^y 2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot \frac{l}{\varepsilon} \cdot (y - y_j) \cdot dy_j \cdot \int_0^y 2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot \frac{l}{\varepsilon} \cdot (y - y_i) \cdot dy_i \dots \end{aligned}$$

После интегрирования и несложных преобразований, имеем

$$\begin{aligned} \Phi(y) = & 1 - \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot \frac{l}{\varepsilon} \cdot \frac{y^2}{1!} + \left(\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot \frac{l}{\varepsilon} \right)^2 \cdot \frac{y^4}{2!} - \\ & - \left(\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot \frac{l}{\varepsilon} \right)^3 \cdot \frac{y^6}{3!} + \dots = \exp \left(- \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot \frac{l}{\varepsilon} \cdot y^2 \right) \end{aligned}$$

Функция $\varepsilon(y)$ выражается

$$\varepsilon(y) = 1 - \exp \left(- \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot \frac{l}{\varepsilon} \cdot y^2 \right). \quad (5.100)$$

Для определения максимальной высоты микронеровностей обработанной поверхности R_{max} примем величину $\varepsilon(y)$ равной $\varepsilon(y) = 0,895$ и прологарифмируем зависимость (5.100). После несложных преобразований, принимая $y = R_{max}$, имеем

$$R_{max} = \sqrt{\frac{6,75 \cdot \varepsilon}{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot l}}. \quad (5.101)$$

Соответственно параметр $R_a \approx 0,2 \cdot R_{max}$ определится

$$R_a = 0,2 \cdot \sqrt{\frac{6,75 \cdot \varepsilon}{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot l}}. \quad (5.102)$$

Параметр шероховатости R_a тем меньше, чем меньше максимальная высота выступления зёрен над уровнем связки \mathbf{v} и больше поверхностная концентрация зёрен круга k и длина части круга l , участвующая в формировании шероховатости обработки.

При плоском шлифовании торцом круга (рис. 5.23,а) через фиксированную плоскость образца, расположенную перпендикулярно направлению движения круга, пройдет $n = k \cdot B \cdot l$ зёрен, где $l = V_{кр} \cdot \tau = V_{кр} \cdot B / V_{дет}$. Параметр шероховатости обработки R_a определится

$$R_a = 0,2 \cdot \sqrt{\frac{6,75 \cdot \mathbf{v} \cdot V_{дет}}{tg\gamma \cdot k \cdot B \cdot V_{кр}}}$$

или с учётом известных соотношений [13]

$$\mathbf{v} = (1 - \epsilon) \cdot \bar{X};$$

$$k = \frac{3 \cdot m \cdot (1 - \epsilon)}{200 \cdot \pi \cdot \bar{X}^2}, \tag{5.103}$$

где m - объёмная концентрация круга;

\bar{X} - зернистость круга, м;

$(1 - \epsilon)$ – коэффициент, учитывающий степень выступания зерна над уровнем связки,

$$R_a = 0,2 \cdot \sqrt{\frac{450 \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет}}{tg\gamma \cdot m \cdot B \cdot V_{кр}}}. \tag{5.104}$$

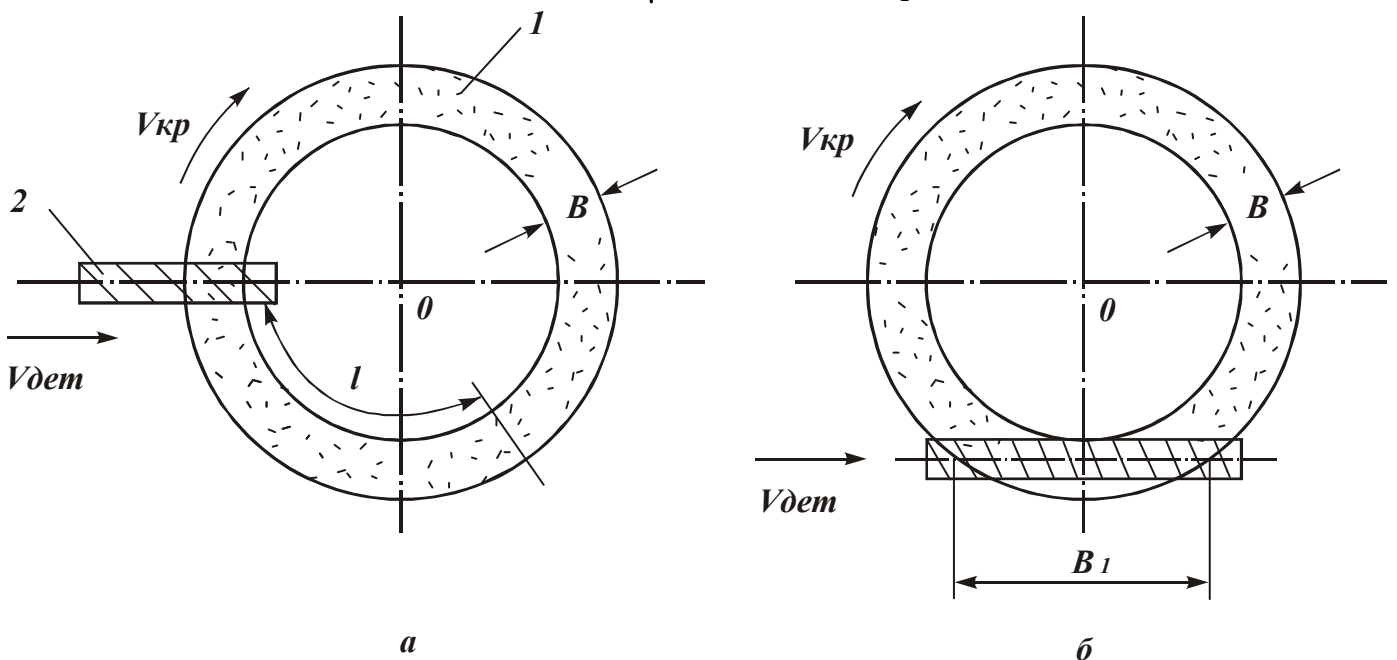


Рис. 5.23. Расчетная схема плоского шлифования торцом круга: 1 – круг; 2 – деталь.

Параметр R_a тем меньше, чем меньше зернистость круга \bar{X} , скорость детали $V_{дет}$ и больше объёмная концентрация m , ширина круга B и скорость круга $V_{кр}$.

При не симметричном расположении детали (рис. 5.23,б) длина участка круга B_1 , контактирующего с деталью, больше ширины круга B . Согласно зависимости (5.102), это уменьшает параметр шероховатости R_a , что подтверждается экспериментальными данными, рис. 5.24 [28].

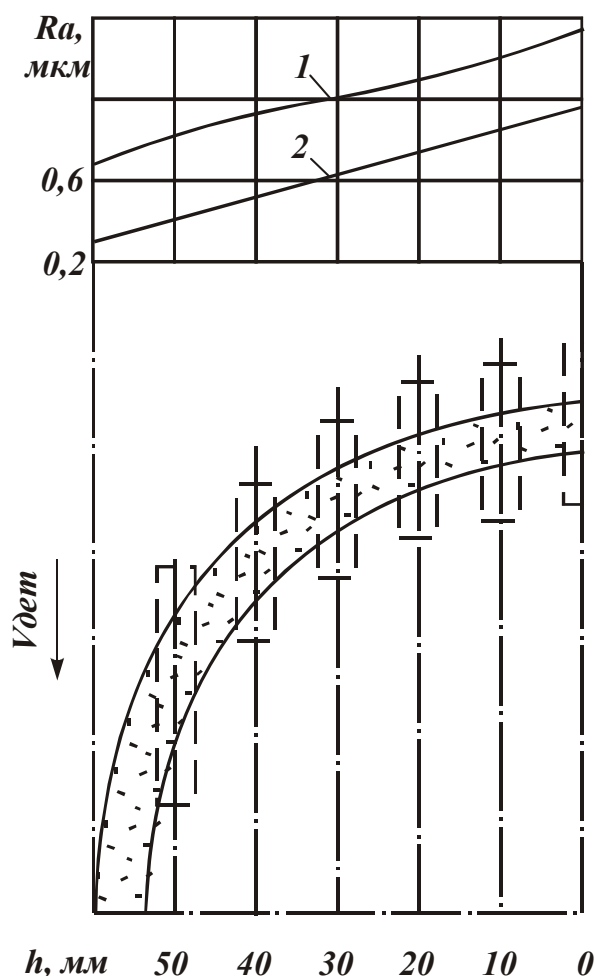


Рис. 5.24. Шероховатость обработанной поверхности при различном положении детали относительно круга на керамической (1) и органической (2) связках.

Используя зависимость (5.102), определим параметр R_a для плоского шлифования периферией круга, рис. 5.25. В данном случае длина l равна $l = V_{кр} \cdot \tau$, где $\tau = L / V_{дет}$; τ - время, с; L - длина контакта с обрабатываемым материалом на уровне максимальной высоты образующихся микронеровностей обрабатываемой поверхности, равной R_{max} ,

$$L = \sqrt{2 \cdot R_{кр} \cdot R_{max}}, \quad (5.105)$$

где $R_{кр}$ - радиус круга, м.

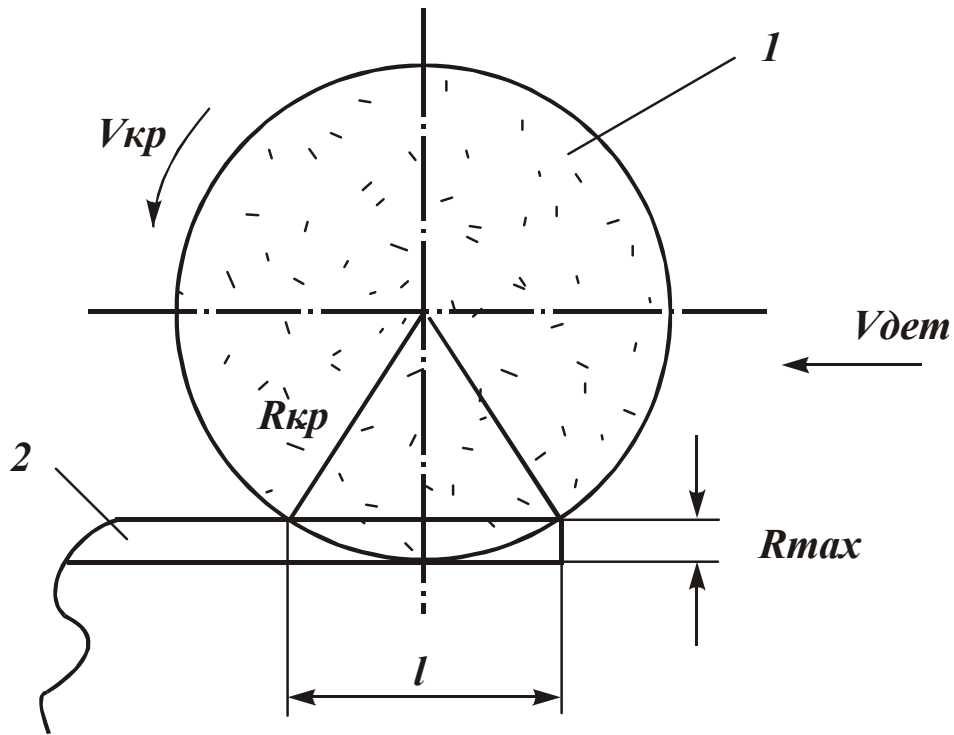


Рис. 5.25. Расчетная схема плоского шлифования периферией круга:
1 – круг; 2 – деталь.

Подставляя зависимости (5.105) и (5.103) с учётом $R_{max} \approx 5 \cdot R_a$ в (5.102), имеем

$$R_a = 0,2 \cdot \sqrt{\frac{450 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет}}{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot \sqrt{10 \cdot R_{кр} \cdot R_a}}} \quad (5.106)$$

Разрешим зависимость (5.106) относительно параметра R_a

$$R_a = 2 \cdot \sqrt[5]{\left(\frac{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет}}{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр}}\right)^2 \cdot \frac{1}{R_{кр}}} \quad (5.107)$$

Сравнивая зависимости (5.107) и (5.86) при $\rho = \frac{1}{R_{кр}}$ и $\eta = 0$, видим,

что они идентичны, т.е. расчёты выполнены правильно. Зависимость (5.102) является общей для различных схем шлифования. Зависимости (5.104) и (5.106) отличаются лишь параметрами B и $L = \sqrt{10 \cdot R_{кр} \cdot R_a}$. Если $B > L$, то меньшее значение R_a можно достичь при шлифовании торцом круга и, наоборот, если $B < L$, – эффективно использовать схему шлифования

периферией круга.

В табл. 5.10 приведены расчётные значения длины L в зависимости от параметра шероховатости R_a для $R_{кр} = 150$ мм.

Таблица 5.10

Расчётные значения L

R_a , мкм	0,1	0,5	1,0	2,0
L , мм	0,18	0,4	0,55	0,78

Как видим, длина L всегда меньше ширины торцового круга ($B > 10$ мм). Следовательно, шлифование торцом круга обеспечивает меньшие значения параметра шероховатости R_a по сравнению с шлифованием периферией круга и является эффективным методом обработки плоских поверхностей. Это согласуется с многочисленными экспериментальными данными [28, 53]. Эффективность шлифования торцом круга цилиндрических деталей ниже, так как длина дуги контакта круга с деталью примерно такая же как и при шлифовании периферией круга. Эффект обработки зависит от величины $\rho = \frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}}$. При шлифовании торцом

круга $R_{кр} \rightarrow \infty$, $\rho = \frac{1}{R_{дет}}$.

Поэтому наибольший эффект шлифования достигается для увеличенных значений $R_{дет}$, когда величина ρ определяется значением $\frac{1}{R_{кр}}$ (при $R_{кр} \rightarrow \infty$ справедливо $\rho \rightarrow 0$, $R_a \rightarrow 0$).

При обработке цилиндрических деталей эффективно использовать охватывающее шлифование, тогда $\rho = \frac{1}{R_{дет}} - \frac{1}{R_{кр}}$.

При $R_{кр} \rightarrow R_{дет}$ возможно существенное уменьшение R_a . При внутреннем шлифовании $\rho = \frac{1}{R_{кр}} - \frac{1}{R_{дет}}$, тогда при $R_{кр} \rightarrow R_{дет}$ справедливо $\rho \rightarrow 0$, $R_a \rightarrow 0$.

Из зависимости (5.102) следует, что основным условием уменьшения параметра R_a при обработке абразивным инструментом является увеличение длины l , так как параметры v и k ограничены.

При обработке наружной цилиндрической поверхности увеличить l можно за счёт увеличения длины дуги контакта детали с инструментом. Это достигается применением, например, абразивного бруска, рабочая поверхность которого имеет форму обрабатываемой детали, рис. 5.26. Бруску или детали сообщается вращательное движение.

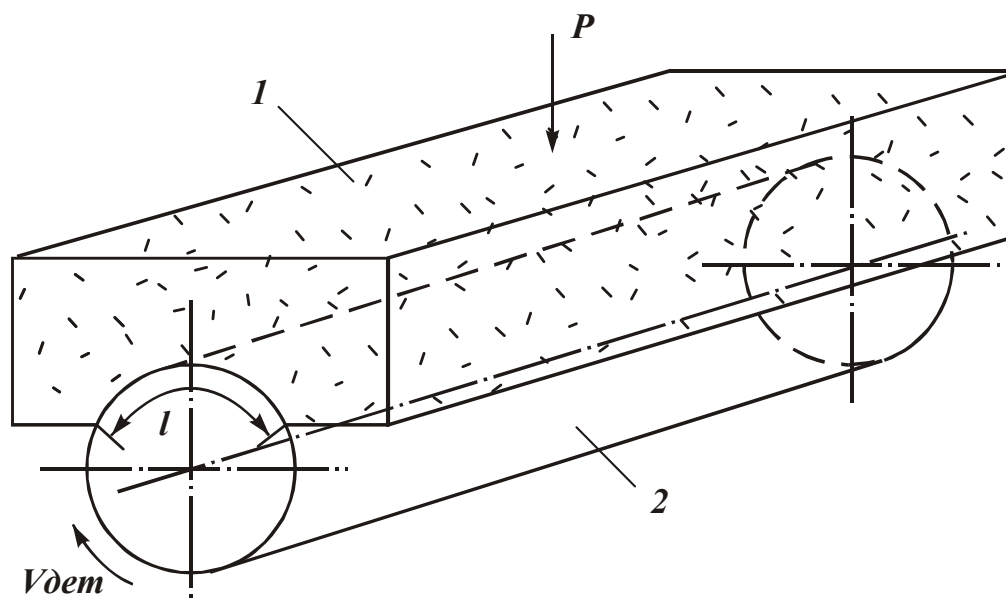


Рис. 5.26. Схема обработки детали абразивным бруском: 1 – брусок; 2 – деталь.

Ещё большую длину дуги контакта можно достичь при обработке абразивными лентами. При обработке внутренних цилиндрических поверхностей увеличить l можно применением процессов хонингования и притирки.

При обработке свободным абразивом (пастой) длина l равна длине пути зерна в металле и зависит от времени обработки. Чем длительнее процесс обработки, тем выше чистота обработанной поверхности.

При одновысотном выступании зёрен над уровнем связки инструмента параметр шероховатости R_a (R_{max}) определится, исходя из расчётной схемы, рис. 5.27.

Относительная полнота профиля инструмента $\varepsilon(y)$, без учёта перекрытия проекций зёрен, равна

$$\varepsilon(y) = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot y \cdot n}{B}, \quad (5.108)$$

где $n = k \cdot B \cdot l$ - число зёрен, расположенных на площади рабочей части инструмента $B \cdot l$.

Подчиняя зависимость (5.108) условию $\varepsilon(y = R_{max}) = 1$, имеем

$$R_{max} = \frac{1}{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot l} \quad (5.109)$$

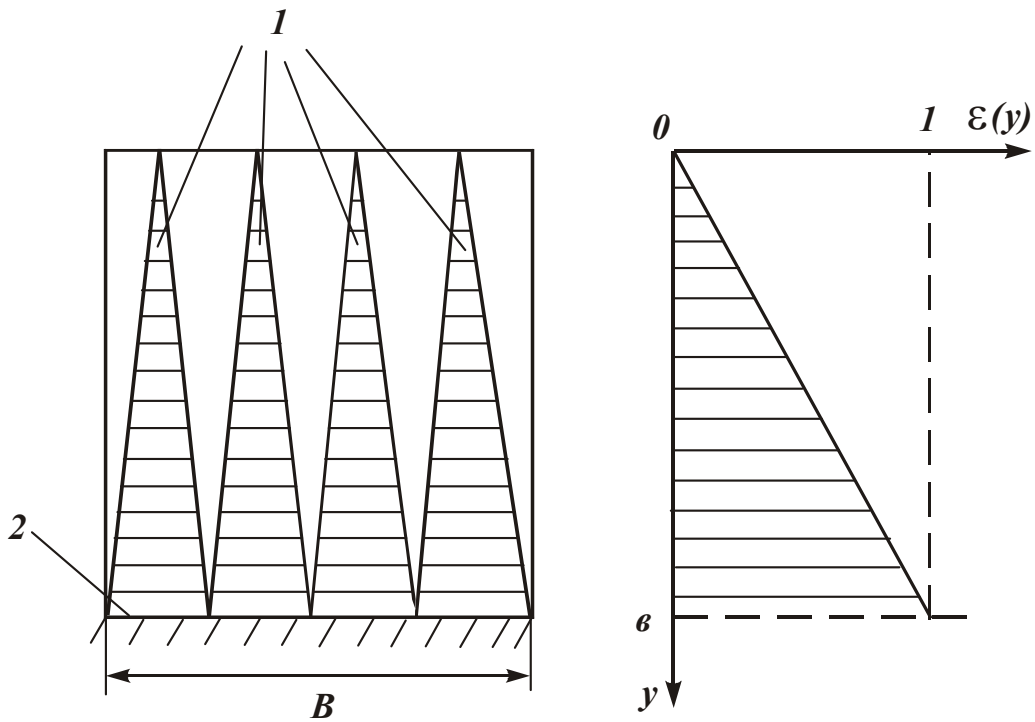


Рис. 5.27. Расчетная схема: 1 – зерна круга; 2 – связка круга.

Параметр шероховатости обработки $R_{max} = 5 \cdot R_a$ тем меньше, чем больше параметры k и l . Зернистость круга явно не входит в зависимость (5.109). Она влияет на R_{max} посредством изменения параметра k .

Таблица 5.11

Расчётные значения R_a в мкм

k , шт./мм ² l ; мм	10	20	50	100
50	0,2	0,1	0,04	0,02
500	0,02	0,01	0,004	0,002
5000	0,002	0,001	0,0004	0,0002

При плоском шлифовании торцом круга с одновысотным выступанием зёрен, как показано выше, $l = V_{кр} / V_{дет} \cdot B$. Тогда

$$R_a = \frac{0,1 \cdot V_{дет}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot B \cdot V_{кр}} \quad (5.110)$$

При плоском шлифовании периферией круга с одновысотным выступанием зёрен, $l = \frac{V_{кр}}{V_{дет}} \cdot L = \frac{V_{кр}}{V_{дет}} \cdot \sqrt{2 \cdot R_{кр} \cdot R_{max}}$. Тогда

$$R_a = 2,5 \cdot 3 \sqrt{\left(\frac{V_{дет}}{tg\gamma \cdot k \cdot V_{кр}} \right)^2 \cdot \frac{1}{R_{кр}}} \quad (5.111)$$

При шлифовании торцом круга параметры k , $V_{дет}$ и $V_{кр}$ в большей степени влияют на R_a , чем при шлифовании периферией круга. Параметр B входит в зависимость (5.110) в первой степени, тогда как параметр $R_{кр}$ входит в зависимость (5.111) в степени 0,33, т.е. за счёт увеличения параметра B можно значительно уменьшить шероховатость обработки R_a .

Сравнивая зависимости (5.104) и (5.107) с зависимостями (5.110) и (5.111), можно сделать вывод о более существенном влиянии входящих в зависимости параметров на R_a при одновысотном выступании зёрен над уровнем связки. Следовательно, применение кругов с одновысотным выступанием зёрен является важным фактором уменьшения параметра шероховатости R_a .

С учётом износа зёрен (рис. 5.28) параметр шероховатости R_{max} определится из зависимости (5.108) при условии $\varepsilon(y = R_{max} + x) = l$:

$$R_{max} = \frac{1}{2 \cdot tg\gamma \cdot k \cdot l} - x, \quad (5.112)$$

где x - величина линейного износа зёрен, м.

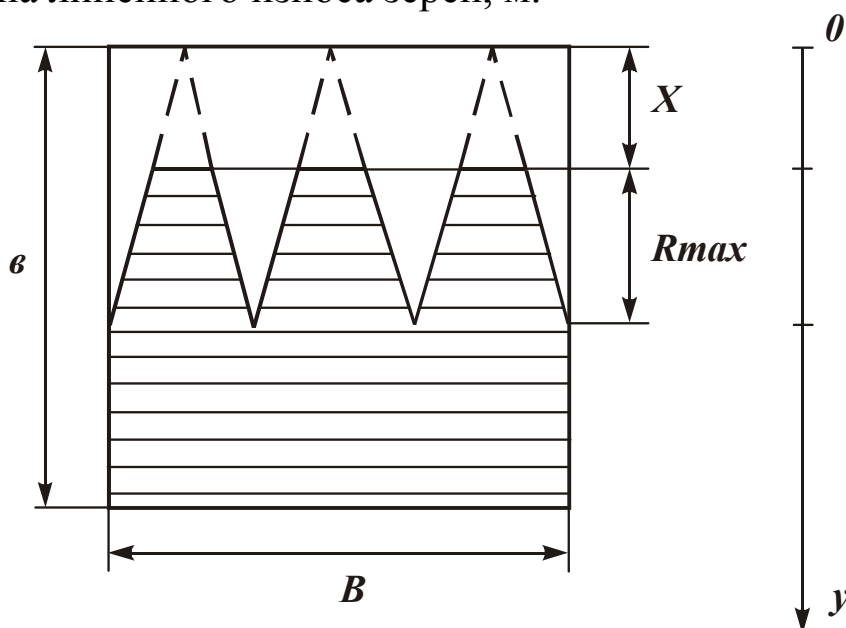


Рис. 5.28. Расчетная схема с учетом износа зерен.

При плоском шлифовании торцом круга для $l = V_{кр} / V_{дет} \cdot B$ параметр R_{max} равен

$$R_{max} = \frac{V_{дет}}{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot B \cdot V_{кр}} - x. \quad (5.113)$$

При плоском шлифовании периферией круга для $l = V_{кр} / V_{дет} \cdot \sqrt{2 \cdot R_{кр} \cdot R_{max}}$:

$$x = \frac{V_{дет}}{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр} \cdot \sqrt{2 \cdot R_{кр} \cdot R_{max}}} - R_{max}. \quad (5.114)$$

Согласно зависимостям (5.113) и (5.114), параметр R_{max} уменьшается с увеличением величины x . Причём, при шлифовании торцом круга более интенсивно.

При выполнении условия $x \rightarrow \frac{V_{дет}}{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot B \cdot V_{кр}}$ параметр шероховатости $R_{max} \rightarrow 0$, т.е. для каждого режима шлифования и каждой характеристики круга существует вполне конкретное значение x , при котором $R_{max} \rightarrow 0$. Для реализации данного условия необходимо затупить режущие зёрна на величину

$$x = \frac{V_{дет}}{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}.$$

Величина x тем больше, чем больше $V_{дет}$ и меньше k и $V_{кр}$.

Данное условие выполнимо при плоском шлифовании торцом круга. При плоском шлифовании периферией круга, исходя из зависимости (5.114), условие $R_{max} \rightarrow 0$ требует неограниченного увеличения первого слагаемого и величины x . Для того чтобы уменьшить x необходимо

существенно увеличить множитель $\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр} \cdot \sqrt{2 \cdot R_{кр}}}{V_{дет}}$ за счёт

увеличения параметров k , $V_{кр}$, $R_{кр}$ и уменьшения $V_{дет}$. Так как увеличение параметров k , $V_{кр}$, $R_{кр}$ ограничено, выполнить данное условие

можно за счёт уменьшения $V_{dem} \rightarrow 0$. Однако, практически реализовать условие $V_{dem} \rightarrow 0$ затруднено.

Таким образом, показана возможность уменьшения вплоть до нуля параметра шероховатости обработки R_a при плоском шлифовании торцом круга за счёт регулирования величины износа зёрен x .

Для обеспечения высокой чистоты обработки съёма материала, как правило, производится в пределах высоты микронеровностей, образованных на предшествующей операции. Параметр шероховатости R_a определим, принимая зависимость (5.96) в виде

$$d\varepsilon_i(y) = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot (y - y_i) \cdot dn_i}{B_1}, \quad (5.115)$$

где B_1 - суммарная ширина отдельных микронеровностей поверхности.

После преобразований зависимость (5.103) видоизменится

$$R_a = 0,2 \cdot \sqrt{\frac{6,75 \cdot v \cdot B_1}{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot B \cdot l}}. \quad (5.116)$$

Параметр R_a тем меньше, чем меньше отношение B_1/B . Следовательно, параметр R_a уменьшается при шлифовании поверхностного слоя материала в виде микронеровностей.

При шлифовании торцом круга прямолинейного образца, движущегося по нормали к кругу, параметр шероховатости R_{max} равен максимальной толщине среза, определяемой параметром H_{max} . Согласно зависимостям (5.3) и (5.10), при шлифовании по жёсткой схеме параметр $R_a = 0,2 \cdot R_{max} = 0,2 \cdot H_{max}$ описывается

$$R_a = 0,2 \cdot \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{450 \cdot \pi \cdot V'_{dem} \cdot (1 - \eta)^2}{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 + \eta)}}, \quad (5.117)$$

при шлифовании по упругой схеме

$$R_a = 0,2 \cdot \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{900 \cdot P_n \cdot (1 - \eta)^3}{\operatorname{tg}^2 \gamma \cdot m \cdot HV \cdot (1 + \eta)}}. \quad (5.118)$$

Сравнивая зависимости (5.104) и (5.117) при $\eta = 0$, видим, что при шлифовании с радиальной подачей параметр R_a больше (зависимость

(5.117)). За счёт соотношения \bar{X}/B , входящего в (5.104), можно существенно уменьшить R_a .

При шлифовании по упругой схеме, исходя из зависимости (5.118), параметр R_a тем меньше, чем больше твёрдость обрабатываемого материала HV . С физической точки зрения это обусловлено уменьшением толщины срезов при заданном нормальном давлении P_n . Как правило, с увеличением HV увеличиваются нагрузки на зёрна, интенсифицируется износ зерен, что приводит к увеличению коэффициента η . Согласно зависимости (5.118), это создаёт дополнительные условия уменьшения R_a . Очевидно, с течением времени шлифования (в связи с увеличением η) параметр R_a уменьшается, что подтверждается экспериментальными данными.

При многопроходном шлифовании торцом круга по жёсткой схеме глубина шлифования t определяется зависимостью

$$t = H_{max} - R_{max},$$

где H_{max} - предельная толщина единичного среза, обусловленная прочностью зерна;

R_{max} - максимальная высота микронеровностей обработанной поверхности, определяется зависимостью (5.104) с учётом $R_{max} = 5 \cdot R_a$.

Тогда

$$t = H_{max} - \sqrt{\frac{450 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет}}{tg \gamma \cdot m \cdot B \cdot V_{кр}}}.$$

Глубина шлифования t тем больше, чем больше параметры H_{max} , m , B , $V_{кр}$ и меньше \bar{X} и $V_{дет}$. Следовательно, для увеличения глубины шлифования t и соответственно производительности обработки необходимо использовать алмазные круги на прочных металлических связках, обеспечивающих увеличение значения H_{max} . Представим $H_{max} = \mu \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \bar{X}$, где $(1 - \varepsilon)$ – коэффициент, учитывающий степень выступания зерна над уровнем связки; μ - коэффициент, учитывающий активную часть выступающего зерна ($\mu = H_{max} / \nu$, ν - максимальная высота выступания зерна над уровнем связки):

$$t = \bar{X} \cdot \left[\mu \cdot (1 - \varepsilon) - \sqrt{\frac{450 \cdot \pi \cdot \bar{X} \cdot V_{\text{дет}}}{\text{tg} \gamma \cdot m \cdot B \cdot V_{\text{кр}}}} \right].$$

Зернистость круга \bar{X} влияет на t неоднозначно, т.е. существует оптимальные значения \bar{X} . Неоднозначное влияние на производительность обработки $Q = h \cdot t \cdot V_{\text{дет}}$ (где h - ширина детали) оказывает также скорость детали $V_{\text{дет}}$, которая, с одной стороны, вызывает увеличение Q , с другой стороны - уменьшает t и Q . Следовательно, существует оптимальное значение $V_{\text{дет}}$. Из этого можно заключить, что основным условием увеличения производительности обработки является увеличение параметров B , m , а также \bar{X} (если первое слагаемое в зависимости существенно превышает второе).

Наибольшее влияние на Q оказывает параметр h . Максимально возможная производительность достигается при $h = D_{\text{кр}}$. Это предопределяет эффективность применения крупногабаритных торцовых кругов.

При плоском шлифовании торцом круга с непрерывной радиальной подачей на станках с вращающимся столом (мод. 3Д756) параметр шероховатости обработки R_a определяется по зависимости (5.104). Глубина шлифования t определяется из условия:

$$\tau = \frac{t}{S_{\text{рад}}} = \frac{\pi \cdot D_{\text{ст}}}{V_{\text{ст}}},$$

откуда

$$t = \pi \cdot D_{\text{ст}} \cdot \frac{S_{\text{рад}}}{V_{\text{ст}}}, \quad (5.119)$$

где $D_{\text{ст}}$ - диаметр стола на котором расположены обрабатываемые детали, м;

$S_{\text{рад}}$ - скорость радиальной подачи круга, м/с;

$V_{\text{дет}}$ - скорость вращения стола станка, м/с.

Чем больше глубина шлифования t , тем больше износ круга и меньше фактическая ширина круга B , участвующая в формировании шероховатости обрабатываемой поверхности. Уменьшение B , исходя из зависимости (5.104), приводит к увеличению параметра шероховатости R_a . Следовательно, в процессе шлифования необходимо поддерживать

прямолинейность образующей торца круга за счёт уменьшения сил резания и износа круга.

5.5. Расчёт параметров рабочей поверхности круга

Определим количество зёрен N , расположенных в единице объёма алмазоносного слоя алмазного круга. Известно, что при 100% - ной концентрации круга алмазные зёрна в алмазоносном слое занимают 25% по объёму. Представляя зёрна в форме шара диаметром \bar{X} , из условия равенства объёмов

$$\frac{V_{объём}}{4} \cdot \frac{m}{100} = N \cdot V_{шар} \quad (5.120)$$

определяется число зёрен N (единица объёма зависит от размерности величины \bar{X})

$$N = \frac{3 \cdot m}{200 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3}, \quad (5.121)$$

где $V_{объём}$ - единичный объём алмазоносного слоя круга;

m - объёмная концентрация круга ($m = 25; 50; 75; 100; 150; 200$);

$V_{шар} = \pi / 6 \cdot \bar{X}^3$ - объём зерна.

Чем больше объёмная концентрация круга m и меньше зернистость круга \bar{X} , тем больше N .

Таблица 5.12

Расчётные значения числа зёрен N , расположенных в 1см^3 алмазоносного слоя, при 100% - ной концентрации круга

Зернистость	50/40	100/80	160/125	250/200	500/400
N , тыс. шт.	3824	478	117	31	3,8

В качестве расчётного значения \bar{X} принято максимальное значение зернистости.

Для сравнения в табл. 5.13 приведены экспериментальные значения N [28].

Таблица 5.13

Среднее число зёрен в 1 см^3 алмазодносного слоя в зависимости от зернистости алмазного порошка и марки алмаза при 100 % -й концентрации, тыс. шт.

Зернистость порошка	Марка алмаза				
	AC2	AC4	AC6	AC15	AC32
630/500	-	-	-	-	2,9
500/400	-	-	-	5,5	5,3
400/315	-	-	10,7	10,3	9,9
315/250	-	-	19,9	19,1	18,4
250/200	-	42,2	37,0	35,7	34,4
200/160	-	77,9	68,6	64,4	63,8
160/125	8	143	128	124	119
125/100	287	263	238	431	222
100/80	519	484	440	432	413
80/63	937	889	818	805	770
63/50	1698	1637	1522	1500	1434
50/40	3076	3014	2834	2798	2666

С увеличением прочности алмазных зёрен их количество в единице объёма алмазодносного слоя круга уменьшается, что связано с различной геометрией зёрен.

Определим количество зёрен k , расположенных на единице поверхности круга (k - поверхностная концентрация зёрен). Предположим, максимальная высота выступания зёрен над уровнем связки круга v равна $v = \bar{X} \cdot (1 - \varepsilon)$, где $(1 - \varepsilon)$ - безразмерный коэффициент, учитывающий степень выступания зёрен над уровнем связки. Тогда поверхностная концентрация зёрен круга k равна

$$k = v \cdot N = \frac{3 \cdot m \cdot (1 - \varepsilon)}{200 \cdot \pi \cdot \bar{X}^2}. \quad (5.122)$$

Среднее расстояние между зёрнами l определяется на основе расчётной схемы (рис. 5.29), в которой единичная площадь поверхности круга разбивается на k квадратов, содержащих по одному зерну. Сторона квадрата a равна $a = \sqrt{1/k}$. Примем $l = \sqrt{2} \cdot a$, тогда

$$l = \sqrt{\frac{2}{k}}. \quad (5.123)$$

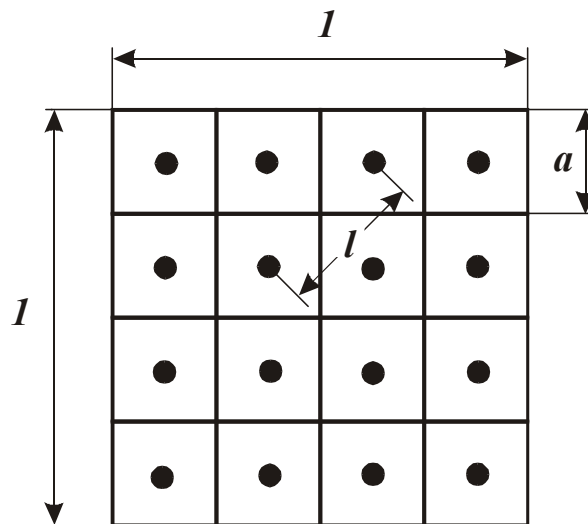


Рис. 5.29. Расчетная схема.

Таблица 5.14

Расчётные значения k и l для 100% - ной концентрации круга, $(1 - \varepsilon) = 0,3$

Зернистость	50/40	100/80	160/125	250/200	500/400
k , шт./мм ²	57	14	6	2,3	0,6
l , мм	0,187	0,378	0,577	0,932	1,825

Экспериментально установлено, что для алмазного круга 1А1 200×10 АС4 125/100 В2 – 01 50% общее количество зёрен на рабочей поверхности равно 26400. С учётом зависимости (5.122), эта величина равна 28731 для $(1 - \varepsilon) = 0,3$; $m = 50$; $\bar{X} = 0,125$ мм, т.е. расчётное и экспериментальное значения близки.

В табл. 5.15. приведены данные о количестве алмазных зёрен, расположенных в одном слое алмазно-гальванического покрытия [54].

Таблица 5.15

Характеристики алмазно-гальванического покрытия (алмазные зёрна АС6)

Зернистость	50/40	125/100	250/200	400/315
Среднее число зёрен, шт./см ²	14640	2550	648	244
Площадь, занятая алмазными зёрнами на 1см ² , %	55,4	62,5	63,8	59,3

Сравнивая данные, приведенные в табл. 5.14 и табл. 5.15, видим, что при однослойном расположении зёрен их количество на рабочей поверхности существенно увеличивается (в 2...4 раза). Это эквивалентно увеличению объёмной концентрации алмазного круга до значений 200...400%.

Зависимость (5.122) идентична зависимости (5.103)[13], используемой нами при расчёте параметров шлифования, например, максимальной вероятностной (приведенной) толщины среза H_{max} при шлифовании прямолинейного образца, движущегося по нормали к кругу с постоянной скоростью $V'_{дет}$ (рис. 5.1)

$$H_{max} = 3 \sqrt[3]{\frac{6,75 \cdot \epsilon \cdot V'_{дет}}{tg\gamma \cdot k \cdot V_{кр}}} \quad (5.124)$$

Из зависимости (5.122) вытекает

$$\frac{\epsilon}{k} = \frac{1}{N}, \quad (5.125)$$

тогда

$$H_{max} = 3 \sqrt[3]{\frac{6,75}{tg\gamma \cdot N} \cdot \frac{V'_{дет}}{V_{кр}}} \quad (5.126)$$

В общем случае параметр H_{max} зависит от числа зёрен N , расположенных в единице объёма круга, и соотношения $\frac{V'_{дет}}{V_{кр}}$. Чем больше

N , тем меньше H_{max} . Объёмная концентрация m и зернистость круга \bar{X} явно в зависимость (5.126) не входят, они влияют на H_{max} в связи с изменением N .

Максимальная высота микронеровностей обработанной поверхности R_{max} при круглом наружном или внутреннем (плоском) шлифовании описывается

$$R_{max} = H_{max} \cdot 5 \sqrt[5]{\frac{H_{max}}{4 \cdot t}}, \quad (5.127)$$

где $H_{max} = 3 \sqrt[3]{\frac{6,75}{tg\gamma \cdot N} \cdot \frac{V_{дет} \cdot \sqrt{2 \cdot t \cdot \rho}}{V_{кр}}}$;

$$\rho = \frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}};$$

$R_{кр}, R_{дет}$ - соответственно радиусы круга и детали, м;
 t - глубина шлифования, м.

После преобразований зависимости (5.127), имеем

$$R_{max} = \sqrt[5]{22,8 \cdot \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \gamma \cdot N}\right)^2 \cdot \left(\frac{V_{дет}}{V_{кр}}\right)^2 \cdot \rho}. \quad (5.128)$$

Исходя из зависимости (5.127), параметр шероховатости обработки R_{max} зависит от числа зёрен N , расположенных в единице объёма алмазноносного слоя круга, и явно не зависит от концентрации и зернистости круга.

Произведём оценку прочности удержания режущего зерна в связке круга. Представим зерно единичной ширины в виде, показанном на рис. 5.30. Пусть глубина заделки зерна в связке равна h , а сила, действующая на зерно, определяется радиальной составляющей силы резания P (учитывая то, что тангенциальная составляющая силы резания всегда меньше радиальной составляющей силы резания).

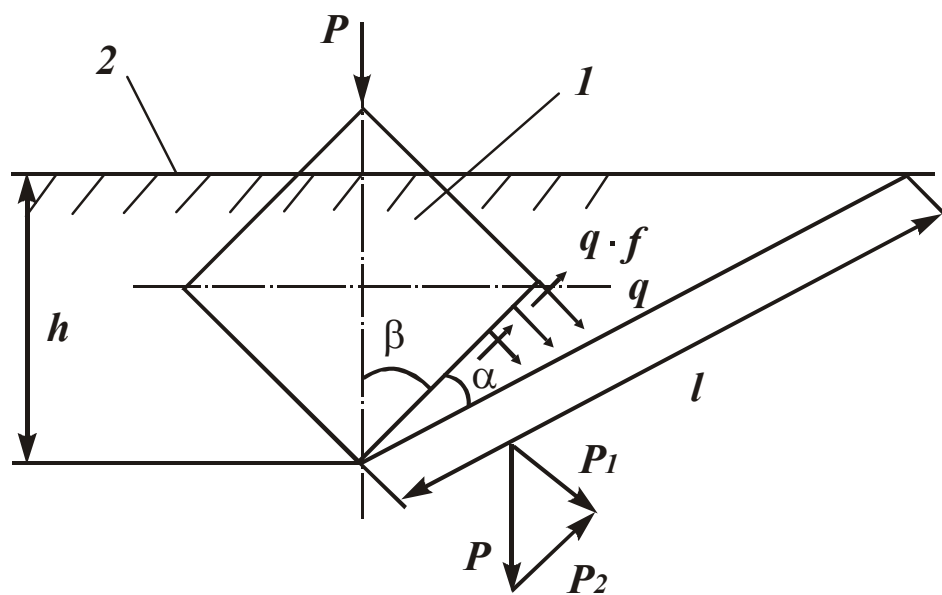


Рис. 5.30. Расчетная схема: 1 – режущее зерно, 2 – уровень связки круга.

Под действием силы P на боковых гранях зерна возникают нормальная распределённая нагрузка q и тангенциальная распределённая нагрузка $q \cdot f$, где f - коэффициент трения зерна со связкой круга. Эти нагрузки определяют касательные напряжения τ в связке круга в плоскостях, проходящих через вершину зерна под разными углами α к его боковым поверхностям.

Спроецируем сосредоточенные силы $P_1 = \frac{P}{2 \sin \beta}$ и P_2 на плоскость, расположенную под углом α . Тангенциальное напряжение τ выразится:

$$\tau = \frac{P_2 \cdot \cos \alpha + P_1 \cdot \sin \alpha}{l} = \frac{P_1}{l} \cdot (f \cdot \cos \alpha + \sin \alpha). \quad (5.129)$$

С учётом известного соотношения $f = \operatorname{tg} \psi$, где ψ - угол трения, и $l = \frac{h}{\cos(\alpha + \beta)}$ зависимость (5.129) преобразуется

$$\tau = \frac{P \cdot \sin \beta}{2 \cdot h \cdot \cos \psi} \cdot \sin(\alpha + \psi) \cdot \cos(\alpha + \beta). \quad (5.130)$$

Напряжение τ изменяется от угла α по экстремальной зависимости. С увеличением угла α напряжение первоначально увеличивается, затем уменьшается. Экстремальное значение α определяется из условия $\tau'_\alpha = 0$:

$$\alpha = 45^\circ - \frac{(\beta + \psi)}{2}. \quad (5.131)$$

При $\beta = 45^\circ$ справедлива зависимость $\alpha = 22,5^\circ - \psi / 2$. Угол α принимает относительно небольшие значения, меньшие $22,5^\circ$. При $\psi = 45^\circ$ или $f = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$ угол $\alpha = 0$. Этим объясняется то, что форма лунки в связке после выпадения зерна мало отличается от формы собственно зерна. Разрушение связки круга произойдёт при $\tau = \tau_{сдв}$, где $\tau_{сдв}$ - предел прочности материала связки на сдвиг, Па. С учётом зависимостей (5.130) и (5.131) при $\beta = 45^\circ$, имеем

$$\tau_{сдв} = \frac{\sqrt{2} \cdot \rho}{4 \cdot h \cdot \cos \psi} \cdot \sin^2 \left(22,5^\circ + \frac{\psi}{2} \right). \quad (5.132)$$

Сила P тем больше, чем больше $\tau_{сдв}$, h и меньше ψ (коэффициент трения зерна со связкой круга f). Следовательно, увеличить предельную силу P , под действием которой зерно выпадает из связки круга, можно увеличением прочности связки и глубины заделки зерна в связке.

Металлические связки характеризуются большими значениями $\tau_{сдв}$ по сравнению с органическими и керамическими связками. Это допускает большие значения P/h или меньшие значения h при $P = \text{const}$.

Увеличение отношения P/h для металлических связок позволяет увеличить P при $h = const$ за счёт применения более прочных зёрен, рассматривая величину P в качестве предельной нагрузки, при которой происходит разрушение (раздавливание) зерна. С увеличением зернистости круга предельная нагрузка P увеличивается, что приводит к пропорциональному увеличению глубины заделки зерна в связке h . Например, предел прочности при изгибе металлической связки М2–01 равен 599 МПа, связки М1–01 – 150 МПа, органической связки В2–01 – 88 МПа. Исходя из этого, величина h для металлической связки М2–01 при $P = const$ примерно в четыре раза меньше, чем для металлической связки М1 – 01, и почти в семь раз меньше, чем для органической связки В2–01. При этих условиях зерно может полностью находиться в связке В2–01, что исключает его выступание над уровнем связки и участие в резании. Уменьшить h и увеличить выступание зерна можно уменьшением предельной нагрузки P , т.е. применением вместо прочных алмазных зёрен марок АС15, АС6 менее прочных зёрен марок АС4 и АС2.

5.6. Прерывистое шлифование

Идея создания прерывистого шлифования состоит в периодическом прерывании контакта круга с деталью и исключении теплового насыщения поверхностных слоёв обрабатываемого материала с целью уменьшения температуры резания.

Характерной особенностью прерывистого шлифования является самооформление макропрофиля рабочих выступов круга. Схема съёма материала в таких условиях отлична от обычного шлифования. Рассмотрим шлифование прямоугольного образца, движущегося по нормали к рабочей поверхности круга, рис. 5.31,а. За период погружения впадины прерывистого круга образец переместится в радиальном направлении на величину h . Съём материала производят зёрна, расположенные на передней кромке рабочего выступа. Вследствие высокой нагруженности этих зёрен и интенсивного выпадения из связки, на рабочем выступе круга образуется фронтальная поверхность протяжённостью a , расположенная под “углом атаки” α к плоскости резания.

За период прохождения участка a скорость съёма материала $V'_{дет}$ увеличится на величину $V_{кр} \cdot tg\alpha$ и определится

$$V''_{дет} = V'_{дет} + V_{кр} \cdot tg\alpha, \quad (5.133)$$

где $tg\alpha = h/a$.

Набегающий припуск h пропорционален длине впадины круга l_2 . Тогда $h = V'_{дет} \cdot \tau$, где $\tau = l_2 / V_{кр}$ - время погружения образца во впадину круга.

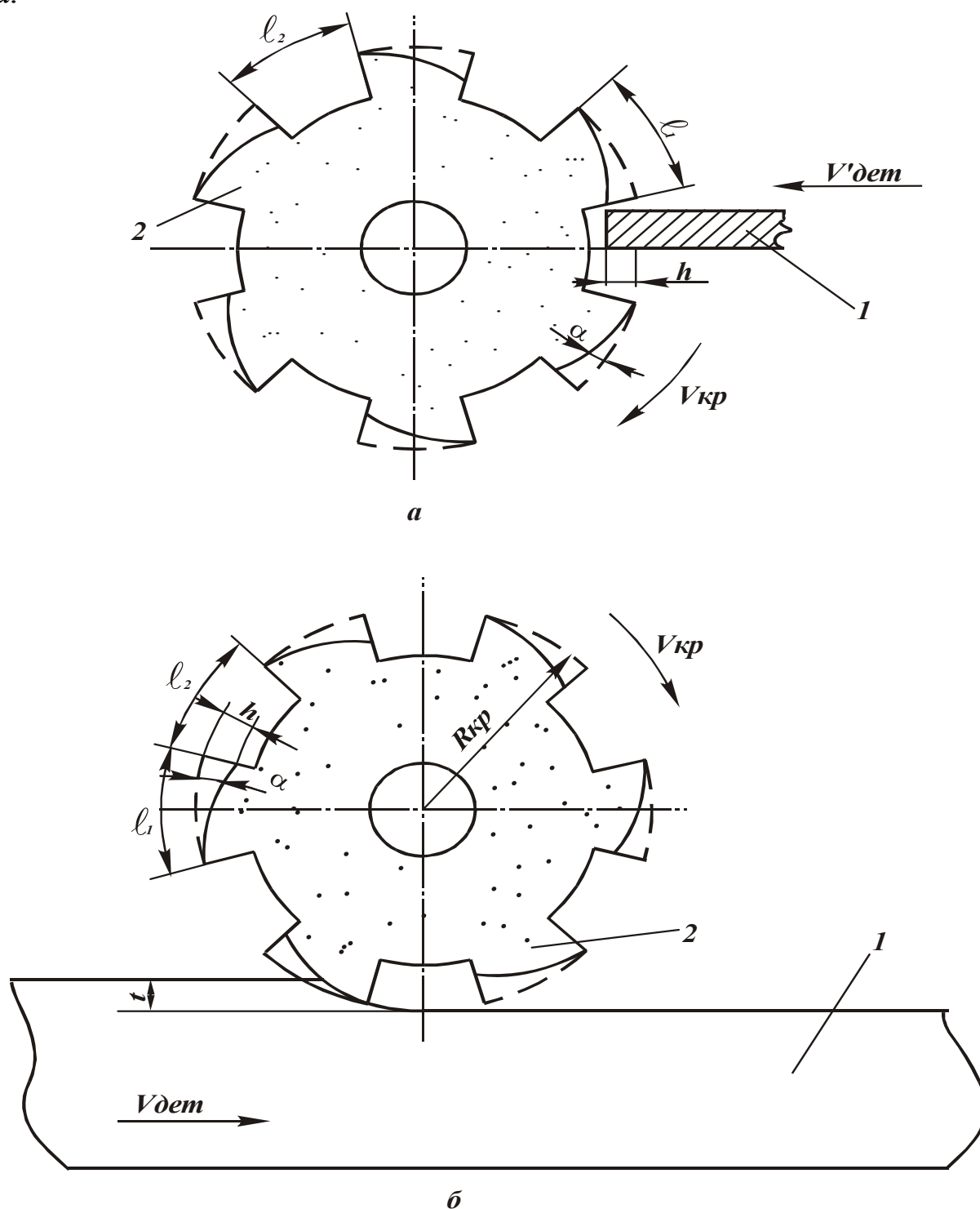


Рис. 5.31. Расчетная схема прерывистого шлифования: 1 – деталь; 2 – круг.

Окончательно параметры h и $V''_{дет}$ опишутся:

$$h = l_2 \cdot \frac{V'_{дет}}{V_{кр}}; \quad (5.134)$$

$$V''_{дет} = V'_{дет} \cdot \left(1 + \frac{l_2}{a}\right). \quad (5.135)$$

Максимальная вероятностная (приведенная) толщина среза H_{max} определяется

$$H_{max} = \sqrt[3]{\frac{450 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3}{\text{tg} \gamma \cdot m} \cdot \frac{V'_{дет}}{V_{кр}} \cdot \left(1 + \frac{l_2}{a}\right)}. \quad (5.136)$$

При прерывистом шлифовании параметр H_{max} больше, чем при обычном ($l_2 = 0$).

С увеличением протяжённости фронтального участка a множитель $(1 + l_2/a)$ и соответственно параметр H_{max} уменьшатся. Наименьшее значение H_{max} достигается для $a = l_1$, т.е. для установившейся формы профиля рабочего выступа круга, когда фронтальный участок охватывает весь рабочий выступ круга длиной l_1 . Параметр H_{max} принимает вид

$$H_{max} = \sqrt[3]{\frac{450 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3}{\text{tg} \gamma \cdot m} \cdot \frac{V'_{дет}}{V_{кр}} \cdot \left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right)}. \quad (5.137)$$

Таблица 5.16

Расчётные значения $(1 + l_2/l_1)^{1/3}$

l_2/l_1	0	1	2	5	10
$(1 + l_2/l_1)^{1/3}$	1,0	1,26	1,45	1,82	2,23

Для круглого наружного (внутреннего) и плоского шлифования (рис. 5.31,б) параметр H_{max} с учётом зависимости $V'_{дет} = V_{дет} \cdot \sqrt{2 \cdot t \cdot \rho}$ описывается

$$H_{max} = \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{\text{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр}} \cdot \left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right)}. \quad (5.138)$$

Представляя в зависимость (5.138) скорость детали $V_{дет}$ в виде $V_{дет} = \frac{Q}{B \cdot t}$, параметр H_{max} определится:

$$H_{max} = \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3}{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр}}} \cdot \sqrt{\frac{Q \cdot V_{дет} \cdot \rho}{B} \cdot \left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right)}. \quad (5.139)$$

Для того чтобы производительность обработки Q оставалась постоянной при заданном значении H_{max} , скорость детали $V_{дет}$ необходимо уменьшить в $\left(1 + l_2/l_1\right)^2$ раз. Следовательно, скорость детали $V_{дет}$ при прерывистом шлифовании должна быть связана со скоростью детали $V_{дет_0}$ при обычном шлифовании зависимостью:

$$V_{дет} = \frac{V_{дет_0}}{\left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right)^2}. \quad (5.140)$$

Глубина шлифования t при условии $Q = const$ должна быть связана с глубиной шлифования t_0 (для круга со сплошной рабочей поверхностью) зависимостью:

$$t = t_0 \cdot \left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right)^2. \quad (5.141)$$

Этим обеспечивается уменьшение износа прерывистого круга до уровня износа круга со сплошной рабочей поверхностью (без уменьшения производительности обработки).

Полученное решение позволяет эффективно использовать прерывистые круги с характеристикой $l_2/l_1 > 1,5$, которые в силу чрезвычайно интенсивного износа не получили распространения на практике, хотя обеспечивают существенное снижение температуры шлифования.

6. ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ И ТОЧНОСТЬ ОБРАБОТКИ ПРИ ШЛИФОВАНИИ И ТОЧЕНИИ

6.1. Определение максимально возможной производительности с учётом ограничений по точности обработки

С учётом упругих перемещений в технологической системе при круглом наружном шлифовании в работе [2] получены расчётные зависимости для определения объёма снятого материала V , производительности обработки Q , величины упругого перемещения в радиальном направлении y :

$$V = Q_0 \cdot \tau - \frac{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma \cdot Q_0}{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}} + \left(\frac{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma \cdot Q_0}{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}} - \pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot y_0 \right) \times, \quad (6.1)$$

$$\times \exp\left(-\frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot \tau}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma}\right)$$

$$Q = Q_0 - \left(Q_0 - \frac{y_0 \cdot c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}}{\sigma} \right) \cdot \exp\left(-\frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot \tau}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma}\right), \quad (6.2)$$

$$y = \frac{\sigma \cdot Q_0}{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}} - \left(\frac{\sigma \cdot Q_0}{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}} - y_0 \right) \cdot \exp\left(-\frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot \tau}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma}\right), \quad (6.3)$$

где $Q_0 = l_{дет} \cdot V_{дет} \cdot t$ номинальная производительность обработки, м³/с;

$l_{дет}$ - ширина шлифования, м;

$V_{дет}$, $V_{кр}$ - соответственно скорости детали и круга, м/с;

$D_{дет}$ - диаметр детали, м;

c - приведенная жёсткость технологической системы, Н/м;

y_0 - начальный натяг в технологической системе, м; τ - время, с.

Введём обозначения:

$$y_{уст} = \frac{\sigma \cdot Q_0}{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}}; \quad \bar{\beta} = \frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma}.$$

Тогда

$$Q = Q_0 - \left(Q_0 - \frac{y_0 \cdot c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}}{\sigma} \right) \cdot \exp(-\bar{\beta} \cdot \tau), \quad (6.4)$$

$$y = y_{уст} - (y_{уст} - y_0) \cdot \exp(-\bar{\beta} \cdot \tau), \quad (6.5)$$

Характер изменения параметров Q и y с течением времени обработки показан на рис. 6.1.

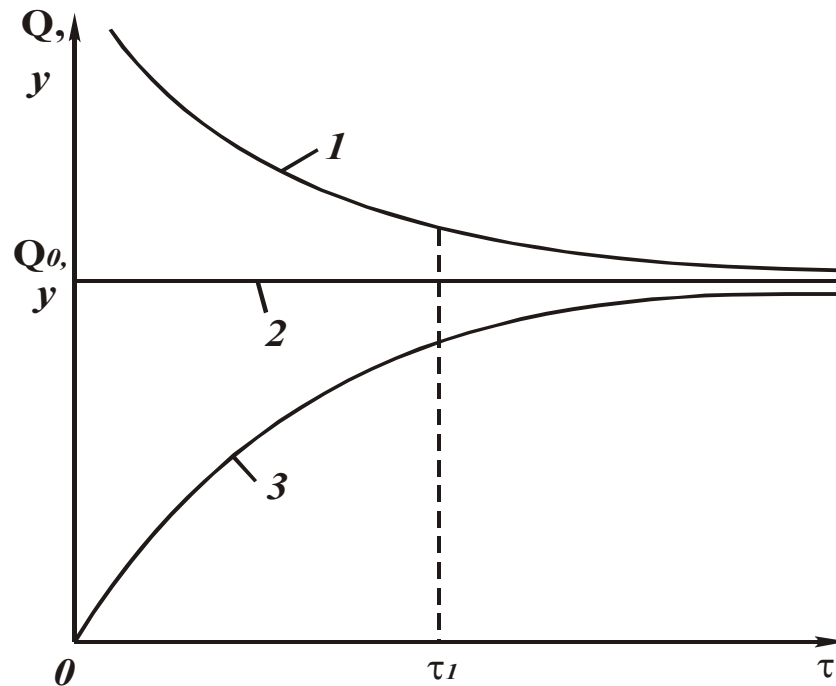


Рис. 6.1. Зависимость производительности Q от времени обработки τ .

При $Q_0 < \frac{y_0 \cdot c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}}{\sigma}$ и $y_{уст} < y_0$ выполняются условия $Q > Q_0$, $y > y_{уст}$ (кривая 1). При $Q_0 > \frac{y_0 \cdot c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}}{\sigma}$ и $y_{уст} > y_0$ - условия $Q < Q_0$, $y < y_{уст}$ (кривая 3). При $Q_0 = \frac{y_0 \cdot c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}}{\sigma}$ и $y_{уст} = y_0$ - условия $Q = Q_0$, $y = y_{уст}$ (кривая 2).

Текущая производительность обработки Q и величина упругого перемещения y (определяющая погрешность обработки) связаны линейной зависимостью:

$$y = \frac{\sigma \cdot Q}{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}}. \quad (6.6)$$

Следовательно, заданное значение y при постоянных значениях $\sigma, K_{ш}, c, V_{кр}$ соответствует одному значению Q . Однако, средняя производительность за время τ_1 различна. Так, если через фиксированную точку с координатами Q, τ_1 провести семейство кривых $Q-\tau$, то наибольшая средняя производительность обработки будет иметь место при $y_{уст} < y_0$, а наименьшая – при $y_0 = 0$, рис. 6.1.

Чем больше y_0 , тем больше средняя производительность. Из преобразованной зависимости (6.5):

$$y = y_{уст} [1 - \exp(-\bar{\beta} \cdot \tau)] + y_0 \cdot \exp(-\bar{\beta} \cdot \tau) \quad (6.7)$$

следует, что наибольшее значение y_0 (для заданных значений y и $\tau = \tau_1$) достигается при $y_{уст} = 0$. Следовательно, наиболее производительной схемой шлифования с учетом ограничения по точности обработки является жёсткая схема без поперечной подачи ($Q_0 = 0$) с начальным натягом y_0 .

Текущие значения параметров Q и y определяются из зависимости

$$Q = \frac{y_0 \cdot c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}}{\sigma} \cdot \exp\left(-\frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot \tau}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma}\right), \quad (6.8)$$

$$y = y_0 \cdot \exp\left(-\frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot \tau}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma}\right). \quad (6.9)$$

Чем больше значения $K_{ш}, c, V_{кр}$ и меньше $y_0, D_{дет}, l_{дет}, \sigma$, тем быстрее достигается заданная точность обработки. Очевидно, наибольшее значение y_0 равно величине снимаемого припуска Π . Для выполнения этого условия необходимо, чтобы максимально возможная производительность обработки Q , обусловленная режущими свойствами круга, была равна или соизмерима со значением $\frac{y_0 \cdot c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}}{\sigma}$ при $\tau = 0$, вытекающим из зависимости (6.8).

6.2. Определение максимально возможной производительности обработки, обусловленной прочностными свойствами круга

Нормальная составляющая силы резания, действующая на единичное зерно, равна

$$P_{y1} = HV \cdot S_{конт}, \quad (6.10)$$

где HV - твёрдость обрабатываемого материала, Па;

$S_{конт} = 0,5 \cdot \pi \cdot tg^2 \gamma \cdot H^2 \cdot \psi_2$ - фактическая площадь контакта зерна с материалом, м²;

ψ_2 - вероятность участия зерна в резании;

$\psi_2 = 0,44$;

$0,5$ - коэффициент, учитывающий отсутствие контакта с обрабатываемым материалом тыльной части зерна при его движении;

H - максимальная глубина внедрения обрабатываемого материала в рабочую поверхность круга, отсчитывая её от вершины неизношенного максимально выступающего зерна

$$H = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{\rho \cdot t}}{tg \gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2)}}. \quad (6.11)$$

После несложных преобразований, разрешая зависимость (6.10) относительно $V_{дет}$, имеем

$$V_{дет} = \frac{8,73 \cdot 10^{-4} \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2)}{tg^2 \gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot \sqrt{\rho \cdot t}} \cdot \left(\frac{P_{y1}}{HV} \right)^{1,5}. \quad (6.12)$$

Максимально возможная производительность обработки $Q = l_{\text{дет}} \cdot V_{\text{дет}} \cdot t$, обусловленная прочностью зерна P_{y1} , с учётом зависимости (6.12) определится

$$Q = \frac{8,73 \cdot 10^{-4} \cdot m \cdot V_{\text{кр}} \cdot (1 - \eta^2) \cdot l_{\text{дет}} \cdot \sqrt{t}}{\text{tg}^2 \gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot \sqrt{\rho}} \cdot \left(\frac{P_{y1}}{HV} \right)^{1,5}. \quad (6.13)$$

Увеличить Q можно увеличением $m, l_{\text{дет}}, V_{\text{кр}}, t, P_{y1}$ и уменьшением \bar{X}, HV, ρ и $\eta \rightarrow 0$. Сравнивая Q со значением $\frac{y_0 \cdot c \cdot K_{\text{ш}} \cdot V_{\text{кр}}}{\sigma}$ при $\tau = 0$, входящим в зависимость (6.8), определим предельное значение y_0

$$y_0 = \frac{8,73 \cdot 10^{-4} \cdot m \cdot (1 - \eta^2) \cdot \sqrt{t}}{\text{tg}^2 \gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot \sqrt{\rho}} \cdot \frac{\sigma}{c \cdot K_{\text{ш}}} \left(\frac{P_{y1}}{HV} \right)^{1,5}. \quad (6.14)$$

Параметры $K_{\text{ш}}$ и σ выражаются зависимостями (2.43) и (2.44).

Тогда

$$\frac{\sigma}{K_{\text{ш}}} = \frac{\pi \cdot \text{tg} \gamma \cdot HV}{2 \cdot (1 - \eta^2)}. \quad (6.15)$$

С учетом (6.15) зависимость (6.14) примет вид

$$y_0 = \frac{4,36 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot m \cdot \sqrt{t} \cdot P_{y1}^{1,5}}{\text{tg} \gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot c \cdot \sqrt{\rho \cdot HV}}. \quad (6.16)$$

Параметр y_0 тем больше, чем больше параметры m, t, P_{y1} и меньше \bar{X}, c, HV, ρ . Влияние параметра η на y_0 отсутствует.

Значение t не должно превышать значения $y_0 = \Pi$. Определим предельное значение Π из условия $y_0 = t = \Pi$. Из зависимости (6.16) имеем

$$\Pi = \left[\frac{4,36 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot m \cdot P_{y1}^{1,5}}{\text{tg} \gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot c \cdot \sqrt{\rho \cdot HV}} \right]^2. \quad (6.17)$$

Скорость детали $V_{\text{дет}}$ определяется из зависимости (6.12) при $t = \Pi$.

Обработка производится по схеме однопроходного глубинного шлифования. При съёме больших припусков глубинное круглое наружное шлифование необходимо выполнять по схеме, включающей врезание круга в неподвижную деталь на всю глубину резания, равную Π , затем съём материала за одно вращение детали со скоростью, установленной по зависимости (6.12).

Если значение y_0 , определяемое зависимостью (6.16), меньше величины припуска Π , глубину шлифования t необходимо установить меньше Π .

Следовательно, при условии $y_0 = \Pi$ обработку эффективно выполнить по схеме шлифования без поперечной подачи с начальным натягом y_0 .

При $y_0 < \Pi$ часть припуска необходимо удалить по жёсткой схеме с фиксированной подачей ($Q_0 > 0$), а оставшуюся часть – по схеме без поперечной подачи с обеспечением точности обработки. В последнем случае существует ограничение по силе резания P_y . Из зависимости (6.16) вытекает соотношение

$$c \cdot y_0 = P_y = \frac{4,36 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot m \cdot \sqrt{t} \cdot P_{y1}^{1,5}}{tg\gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot \sqrt{\rho \cdot HV}}. \quad (6.18)$$

Сила резания P_y определяет значения y_0 и t . Для обеспечения условия $y_0 = t = \Pi$ при $P_y = const$ необходимо варьировать входящими в зависимость (6.18) параметрами m, \bar{X}, P_{y1} .

При относительно высокой жёсткости системы c и $P_y = const$ величина y_0 небольшая.

Это позволяет использовать схему шлифования $Q_0 = 0$ лишь при съёме небольших припусков, например, на финишных операциях, в конце автоматизированного цикла шлифования, при обработке с низкой жесткостью технологической системы.

Исходя из зависимости (6.18), данную схему можно реализовать при фиксированном значении силы P_y (шлифовании по упругой схеме). При этом глубина t устанавливается из зависимости (6.18), а скорость детали $V_{дет}$ - из зависимости (6.12).

6.3. Производительность обработки по схеме шлифования без

поперечной подачи с начальным натягом в технологической системе

Время обработки τ , обеспечивающее заданную точность y_0 по схеме шлифования с $Q_0 = 0$, определяем из зависимости (6.9)

$$\tau = \frac{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma}{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}} \cdot \ln \left| \frac{y_0}{y} \right|. \quad (6.19)$$

С учетом (6.15) зависимость (6.19) выразится

$$\tau = \frac{\pi^2 \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}{2 \cdot c \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2)} \cdot \ln \left| \frac{y_0}{y} \right|. \quad (6.20)$$

Время τ тем меньше, чем больше параметры $c, V_{кр}, y$ и меньше $y_0, D_{дет}, l_{дет}, \eta, HV$. Наибольшее влияние на время τ оказывает коэффициент η . Для анализа условий уменьшения коэффициента η параметр H , определяемый зависимостью (6.11), представим в виде $H = x / \eta$, где x - величина линейного износа зерна.

Тогда

$$\frac{(1 - \eta^2)}{\eta^3} = \left(\frac{\bar{X}}{x} \right)^3 \cdot \frac{630 \cdot \pi \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{\rho \cdot t}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр}}. \quad (6.21)$$

Общий вид функции $\frac{(1 - \eta^2)}{\eta^3}$ показан на рис. 6.2.

При $\eta \rightarrow 0$ функция стремится к бесконечности, а при $\eta \rightarrow 1$ - к нулю. Следовательно, уменьшить коэффициент η можно уменьшением параметров $x, V_{кр}, m$ и увеличением $\bar{X}, V_{дет}, t, \rho$.

В общем случае производительность обработки Q , определяемая зависимостью (6.8), равна $Q = l_{дет} \cdot V_{дет} \cdot t$. С течением времени обработки τ производительность Q будет уменьшаться. Следовательно, будет уменьшаться и глубина шлифования t .

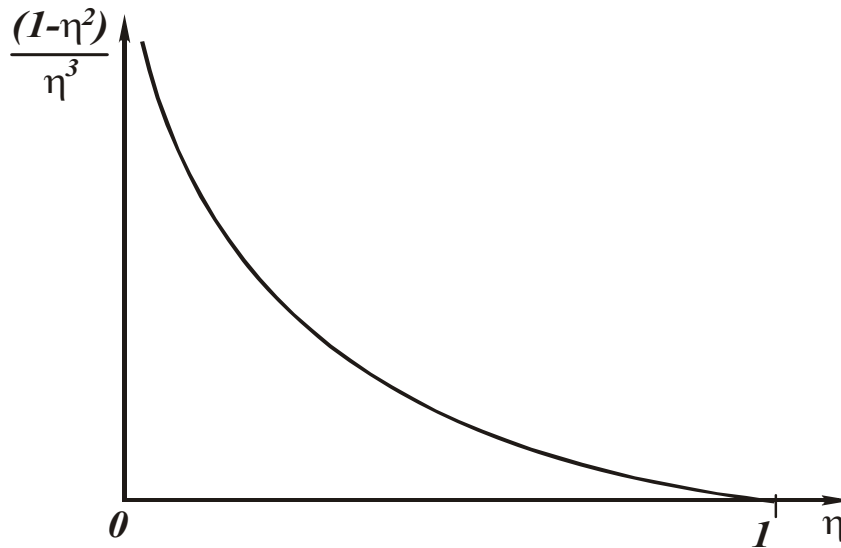


Рис. 6.2. Изменение функции $(1-\eta^2)/\eta^3$ от коэффициента η .

Согласно зависимости (6.21), это приведет к уменьшению функции $(1-\eta^2)/\eta^3$ и увеличению коэффициента $\eta \rightarrow 1$, а в соответствии с зависимостью (6.20) - к увеличению времени τ .

Зависимость (6.21) примет вид

$$\frac{(1-\eta^2)}{\eta^3} = \left(\frac{\bar{X}}{x}\right)^3 \cdot \frac{630 \cdot \pi}{\text{tg} \gamma \cdot m} \times \sqrt{\frac{y_0 \cdot c \cdot K_{ш} \cdot V_{дет} \cdot \rho}{l_{дет} \cdot \sigma \cdot V_{кр}} \cdot \exp\left(-\frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot \tau}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma}\right)} \quad (6.22)$$

Для того чтобы исключить увеличение коэффициента η с течением времени обработки τ , необходимо скорость детали $V_{дет}$ увеличивать во времени по экспоненциальному закону

$$V_{дет} = V_{дет0} \cdot \exp\left(-\frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot \tau}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma}\right). \quad (6.23)$$

Тогда зависимость (6.22) видоизменится

$$\frac{(1-\eta^2)}{\eta^3} = \left(\frac{\bar{X}}{x}\right)^3 \cdot \frac{630 \cdot \pi}{\text{tg} \gamma \cdot m} \times \sqrt{\frac{2 \cdot y_0 \cdot c \cdot V_{\text{дет}0} \cdot \rho \cdot (1-\eta^2)}{\pi \cdot \text{tg} \gamma \cdot HV \cdot l_{\text{дет}} \cdot V_{\text{кр}} \cdot (1+\eta^2)}} \quad (6.24)$$

и коэффициент η будет оставаться постоянным во времени. Наибольшее влияние на η оказывает величина x . Уменьшить x можно реализацией режима самозатачивания круга или применением эффективной правки круга.

Глубина шлифования t изменяется по закону

$$t = \frac{y_0 \cdot c \cdot K_{ш} \cdot V_{\text{кр}}}{l_{\text{дет}} \cdot \sigma \cdot V_{\text{дет}0}} \cdot \exp\left(-\frac{2 \cdot c \cdot K_{ш} \cdot V_{\text{кр}} \cdot \tau}{\pi \cdot D_{\text{дет}} \cdot l_{\text{дет}} \cdot \sigma}\right). \quad (6.25)$$

6.4. Точность обработки при шлифовании по жёсткой схеме

На практике наибольшее применение получило шлифование по жёсткой схеме с $y_0 = 0$, т.е. без предварительного натяга в технологической системе. Зависимость (6.5) в этом случае упростится

$$y = y_{\text{уст}} \cdot [1 - \exp(-\bar{\beta} \cdot \tau)]. \quad (6.26)$$

При круглом наружном врезном шлифовании с постоянной скоростью радиальной подачи $S_{\text{рад}}$ с учетом $Q_0 = \pi \cdot l_{\text{дет}} \cdot D_{\text{дет}} \cdot S_{\text{рад}}$ и $\tau = \Pi / S_{\text{рад}}$ (где Π - снимаемый припуск) зависимость (6.26) выразится

$$y = y_{\text{уст}} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{\Pi}{y_{\text{уст}}}\right)\right]. \quad (6.27)$$

С увеличением Π величина упругого перемещения y увеличивается, асимптотически приближаясь к установившемуся значению $y_{\text{уст}}$, рис. 6.3.

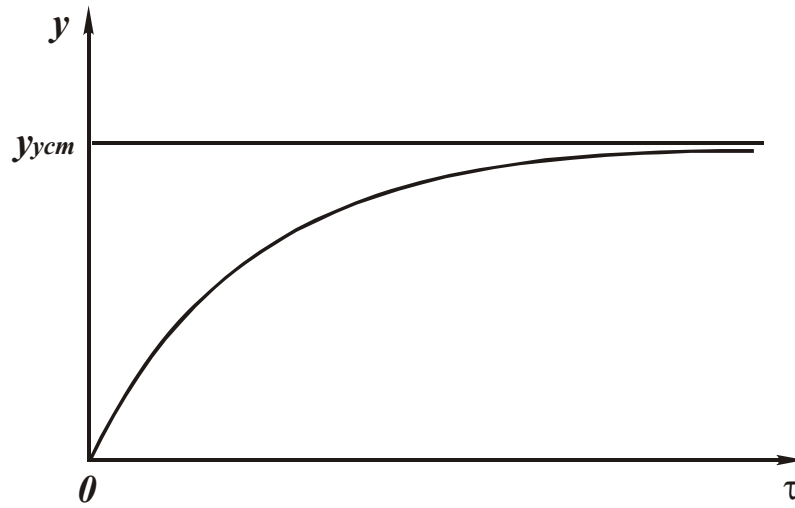


Рис.6.3. Зависимость упругого перемещения y от времени обработки τ .

Следовательно, уменьшить y можно уменьшением Π . Это снижает время обработки τ .

При $\frac{\Pi}{y_{уст}} > 3$ второе слагаемое в зависимости (6.27) становится бесконечно малым и $y \cong y_{уст}$, т.е. величина упругого перемещения y не зависит от величины снимаемого припуска Π .

Исходя из этого, следует рассматривать два диапазона изменения y : $\Pi < 3y$ и $\Pi > 3y$.

В первом диапазоне $y < y_{уст}$ ($Q < Q_0$); во втором - $y \cong y_{уст}$ ($Q \cong Q_0$).

На практике в основном имеет место случай $\Pi > 3y$.

Исходя из зависимости (6.27), влияние параметра $y_{уст}$ на y неоднозначно. С учётом $\alpha = \frac{\Pi}{y_{уст}}$ зависимость (6.27) выражается:

$$y = \frac{\Pi}{\alpha} \cdot [1 - \exp(-\alpha)]. \quad (6.28)$$

С увеличением α значения функции $\bar{y} = \frac{1}{\alpha} \cdot [1 - \exp(-\alpha)]$ уменьшаются, табл. 6.1. Однако интенсивность уменьшения функции \bar{y} незначительна: при увеличении α в 500 раз \bar{y} уменьшилась в 5 раз.

Расчётные значения \bar{y}

α	0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7	1,0	2,0	5,0
\bar{y}	0,99	0,972	0,951	0,905	0,863	0,823	0,786	0,719	0,632	0,432	0,198

Разложим экспоненциальную функцию в ряд, тогда

$$y = \Pi \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{2!} + \frac{\alpha}{3!} - \dots \right).$$

При $\alpha \rightarrow 0$ выполняются условия $y \rightarrow \Pi$, $\bar{y} \rightarrow 1$.

Следовательно, с увеличением $y_{уст}$ (с учетом $y_{уст} = \Pi / \alpha$ и $\Pi = const$) величина y увеличивается. Однако, при $\alpha \rightarrow 0$ - весьма незначительно (табл. 6.1).

За счёт уменьшения Π в зависимости (6.28) можно всегда нивелировать увеличение y с увеличением $y_{уст}$, т.е. при небольших значениях $\alpha \rightarrow 0$ определяющим в зависимости (6.28) является параметр Π . Это позволяет при условии $\Pi < 3y$ добиться заданной точности обработки y при больших значениях $y_{уст}$ и Q_0 . Чем меньше величина Π , тем больше $y_{уст}$ и Q_0 .

Следовательно, реализация условия $\Pi < 3y$ - важный резерв повышения эффективности шлифования по жесткой схеме с $y_0 = 0$.

Текущая производительность обработки Q связана с величиной y зависимостью (6.6).

Увеличить производительность обработки Q при $y = const$ можно увеличением параметров c , $V_{кр}$, $\frac{K_{ш}}{\sigma}$.

Увеличение $\frac{K_{ш}}{\sigma}$ возможно за счёт уменьшения коэффициента $\eta \rightarrow 0$.

При $\frac{\Pi}{y_{уст}} > 3$ величина y определяется $y \cong y_{уст} = \frac{\sigma \cdot Q_0}{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}}$ или с учётом зависимости (6.15):

$$y = \frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV \cdot Q_0}{2 \cdot c \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2)}. \quad (6.29)$$

Величина y тем меньше, чем меньше параметры Q_0, HV, η и больше $c, V_{кр}$. Наибольшее влияние на y оказывает параметр η : при $\eta \rightarrow 1$ величина $y \rightarrow \infty$.

Следовательно, уменьшить величину y можно, прежде всего за счёт поддержания на круге развитого режущего рельефа ($\eta \rightarrow 0$). Уменьшить $\eta \rightarrow 0$, исходя из зависимости (6.21), можно также уменьшением $x, m, V_{кр}$ и увеличением $\bar{X}, V_{дем}, t, \rho$. Принимая $(1 - \eta^2) \cong (1 - \eta^3)$, упростим зависимость (6.21)

$$\frac{1}{\eta^3} - 1 = \left(\frac{\bar{X}}{x} \right)^3 \cdot \frac{630 \cdot \pi \cdot V_{дем} \cdot \sqrt{\rho \cdot t}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр}}.$$

Откуда

$$\eta = \sqrt[3]{\frac{1}{1 + \left(\frac{\bar{X}}{x} \right)^3 \cdot \frac{630 \cdot \pi \cdot V_{дем} \cdot \sqrt{\rho \cdot t}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр}}}}. \quad (6.30)$$

Параметр η тем меньше, чем больше параметры $\bar{X}, V_{дем}, t$ и меньше $x, m, V_{кр}$.

Величина линейного износа зерна x зависит от условий обработки. Входящие в зависимость (6.30) параметры влияют на коэффициент η непосредственно и за счёт изменения величины x .

Например, известно, что при работе круга в режиме самозатачивания величина x с увеличением $V_{дем}$ и t уменьшается. Это ведет к уменьшению коэффициента η .

При работе круга в режиме затупления, наоборот, величина x увеличивается с увеличением параметров $V_{дем}$ и t , что увеличивает

коэффициент $\eta \rightarrow 1$.

Аналогичным образом влияют на коэффициент η и другие параметры. Это указывает на неоднозначный характер изменения коэффициента η от условий обработки.

Исходя из зависимостей (6.29) и (6.30), параметры режима шлифования влияют на величину y за счёт изменения параметров Q_0 и η . С увеличением Q_0 (увеличением t или $V_{дет}$) параметры η и y будут увеличиваться или уменьшаться (в зависимости от характера изменения величины x).

Уменьшить величину y можно уменьшением коэффициента η за счёт уменьшения величины x , применяя эффективные методы правки круга и т.д.

При достижении максимально возможной производительности обработки, обусловленной прочностными свойствами рабочей поверхности круга, величина y определится из зависимости (6.29), выражая параметр Q_0 зависимостью (6.13)

$$y = \frac{4,36 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot m \cdot \sqrt{t} \cdot P_{y1}^{1,5}}{tg\gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot c \cdot \sqrt{\rho \cdot HV}}. \quad (6.31)$$

Величина y тем меньше, чем меньше параметры m, t, P_{y1} и больше c, \bar{X}, ρ, HV . Одним из путей повышения средней производительности обработки при $y = y_{уст}$ является создание в системе начального натяга $y_0 = y_{уст} = y$. Тогда выполняется условие $Q = Q_0$ в течении всего периода обработки.

Данное условие, например, реализовано в автоматизированных циклах круглого врезного шлифования, в упругой схеме шлифования и т.д.

6.5. Производительность обработки при шлифовании по жёсткой схеме с учетом упругих перемещений в системе

Текущая производительность обработки, определяемая зависимостью (6.14), при $y_0 = 0$ с учётом зависимостей (6.6) и (6.15) выразится

$$Q = Q_0 \cdot \left[1 - \exp \left(- \frac{2 \cdot c \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2) \cdot \tau}{\pi^2 \cdot tg\gamma \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot HV} \right) \right]. \quad (6.32)$$

Коэффициент η определяется зависимостью (6.30), рассматривая в ней параметр t в качестве фактической глубины шлифования t_ϕ .

С учётом выражений $Q = B \cdot V_{\text{дем}} \cdot t_\phi$ и $Q_0 = B \cdot V_{\text{дем}} \cdot t$ зависимость (6.32) примет вид

$$t_\phi = t \cdot \left[1 - \exp \left(- \frac{2 \cdot c \cdot V_{\text{кр}} \cdot (1 - \eta^2) \cdot \tau}{\pi^2 \cdot \text{tg} \gamma \cdot D_{\text{дем}} \cdot l_{\text{дем}} \cdot HV} \right) \right]. \quad (6.33)$$

По сути, получено уравнение относительно неизвестного параметра t_ϕ . С увеличением τ при работе круга в режиме самозатачивания ($X = \text{const}$) фактическая глубина шлифования t_ϕ изменяется по зависимости, показанной на рис. 6.4.

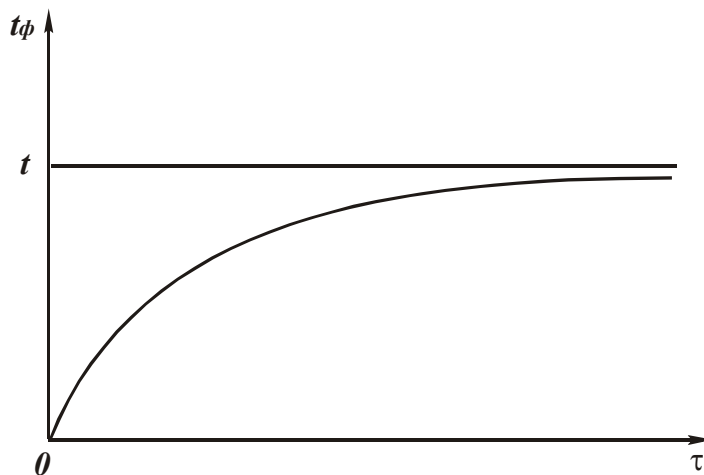


Рис. 6.4. Зависимость t_ϕ от τ при самозатачивании круга.

При работе круга в режиме затупления (увеличение величины x во времени) коэффициент η увеличивается, а величина $(1 - \eta^2)$ уменьшается. В зависимости от характера изменения произведения $(1 - \eta^2) \cdot \tau$ параметр t_ϕ (в соответствии с зависимостью (6.33)) может изменяться по экстремальной зависимости (кривая 1) или непрерывно уменьшаться (кривая 2, рис. 6.5).

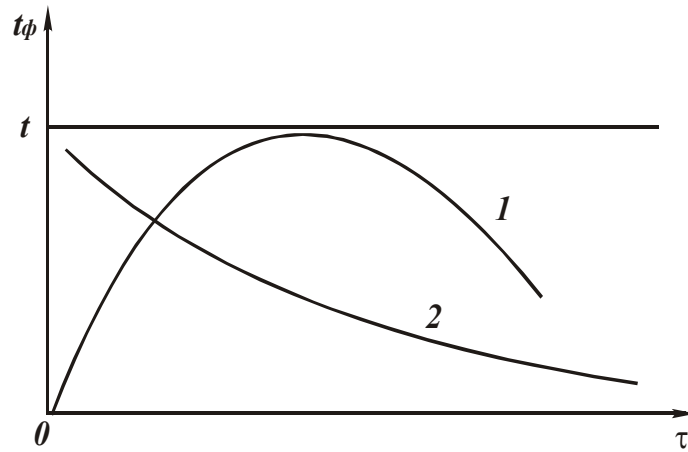


Рис. 6.5. Зависимость t_ϕ от τ при работе круга в режиме затупления.

Снижению величины $(1 - \eta^2)$ способствуют уменьшение параметров $\bar{X}, V_{дет}$ и увеличение $m, V_{кр}$. Следовательно, исключая увеличение коэффициента η во времени, можно выполнить условия $t_\phi \rightarrow t$, $Q \rightarrow Q_0$. Это достигается поддержанием на круге развитого режущего рельефа.

Уменьшить интенсивность увеличения коэффициента η , исходя из зависимости (6.30), можно увеличением параметров $\bar{X}, V_{дет}$ и уменьшением $m, V_{кр}$. Однако при этом необходимо учитывать влияние каждого из указанных параметров на величину x .

Например, с увеличением скорости детали $V_{дет}$ увеличиваются нагрузка, действующая на зерно, и величина x . Следовательно, существует оптимальное значение $V_{дет}$, обеспечивающее минимальное значение коэффициента η .

С увеличением скорости круга $V_{кр}$, наоборот, параметры x и η уменьшаются. Следовательно, и в этом случае существует оптимальное значение $V_{кр}$, обеспечивающее минимальное значение коэффициента η .

Исходя из зависимости (6.33), с увеличением номинальной глубины шлифования t увеличивается фактическая глубина шлифования t_ϕ при $\tau = const$. Это ведет к увеличению нагрузки, действующей на зерно, и величины X , что увеличивает η и уменьшает $(1 - \eta^2)$. В результате показатель экспоненциальной функции в зависимости (6.33) уменьшается, снижается интенсивность роста t_ϕ с увеличением t . При определенных условиях возможно уменьшение t_ϕ с ростом t .

При постоянных значениях x и η фактическая глубина шлифования t_ϕ линейно зависит от t .

Теоретические результаты согласуются с экспериментальными, полученными, например, Серовым Б.С. при исследовании круглого наружного шлифования многолезвийных инструментов из быстрорежущей стали Р6М5 эльборовыми кругами. С увеличением поперечной подачи (глубины шлифования) производительность увеличивается с интенсивностью, ниже линейной (рис. 6.6).

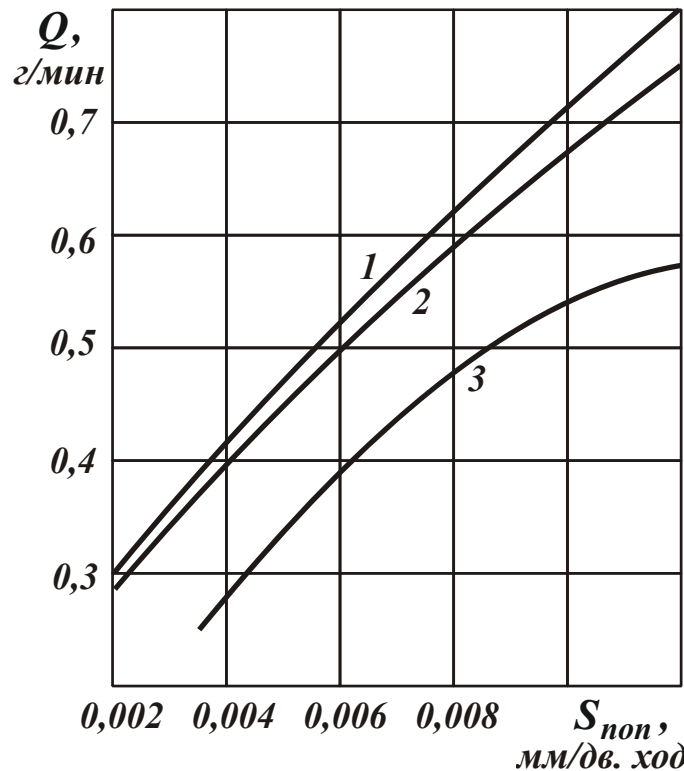


Рис. 6.6. Зависимость производительности обработки Q от поперечной подачи S_{non} ($V_{кр} = 30$ м/с; $V_{дет} = 30$ м/мин; $S_{np} = 0,5$ м/мин):
1 – связка круга Б1; 2 – КБ; 3 – Б156.

С увеличением скорости круга $V_{кр}$ производительность обработки Q также увеличивается (рис. 6.7).

Исходя из зависимости (2.55), это обусловлено увеличением множителей $V_{кр}$ и $(1 - \eta^2)$.

Экспериментально установлено, что при круглом наружном многопроходном алмазном шлифовании твердосплавных инструментов при определенных условиях с увеличением поперечной подачи производительность обработки Q первоначально увеличивается, затем уменьшается (рис. 6.8).

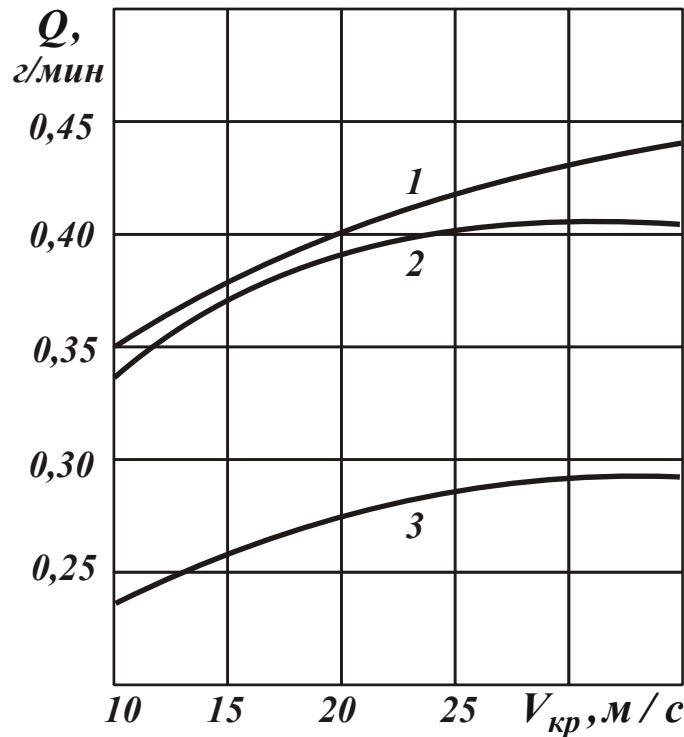


Рис. 6.7. Зависимость производительности обработки Q от скорости круга ($V_{дет} = 30$ м/мин; $S_{non} = 0,004$ мм/дв.ход; $S_{пр} = 0,5$ м/мин):
1 – связка круга Б1; 2 – КБ; 3 – Б156.

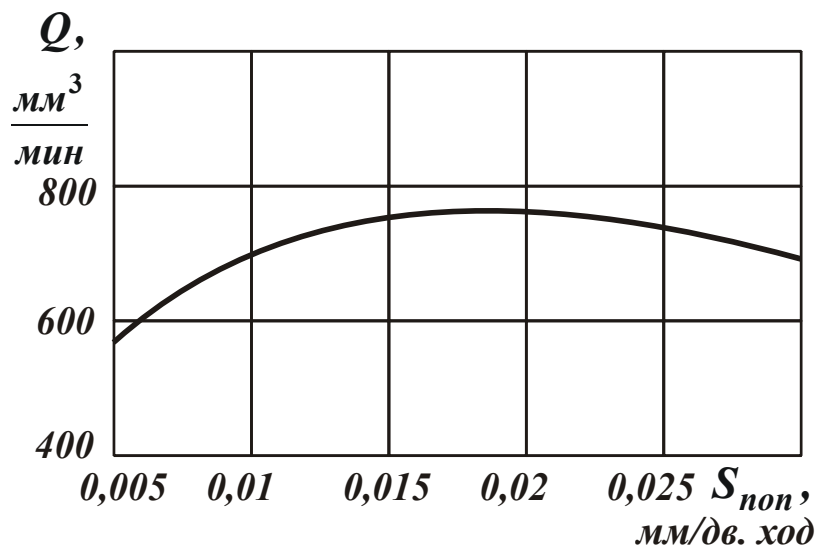


Рис. 6.8. Зависимость производительности обработки Q от поперечной подачи S_{non} ($V_{кр} = 35$ м/с; $V_{дет} = 40$ м/мин; $S_{пр} = 1,5$ м/мин).

6.6. Формирование параметров точности обработки с учётом погрешности формы заготовки

При неравномерном снимаемом припуске (погрешности формы заготовки) важно обеспечить точность обработанной детали. Предположим, минимальный припуск равен Π_{min} , а максимальный Π_{max} . Исходя из

зависимости (6.27), минимальное y_{min} и максимальное y_{max} значения погрешности обработки, вызванные упругими перемещениями в технологической системе, определяются

$$y_{min} = y_{уст} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{\Pi_{min}}{y_{уст}}\right) \right], \quad (6.34)$$

$$y_{max} = y_{уст} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{\Pi_{max}}{y_{уст}}\right) \right]. \quad (6.35)$$

Погрешность формы обработанной детали $\Delta y = y_{max} - y_{min}$ равна

$$\Delta y = y_{уст} \cdot \exp\left(-\frac{\Pi_{max}}{y_{уст}}\right) \cdot \left[\exp\left(\frac{\Delta\Pi}{y_{уст}}\right) - 1 \right], \quad (6.36)$$

где $\Delta\Pi = \Pi_{max} - \Pi_{min}$.

Чем больше погрешность формы заготовки $\Delta\Pi$, тем больше погрешность формы обработанной детали Δy .

При $\Delta\Pi = 0$ выполняется условие $\Delta y = 0$. При заданном значении $\Delta\Pi$ уменьшить Δy можно увеличением Π_{max} .

Для оценки влияния $y_{уст}$ на Δy зависимость (6.36) преобразуем с учётом $\alpha = \frac{\Pi_{max}}{y_{уст}}$

$$\Delta y = \frac{\Pi_{max}}{\alpha \cdot \exp(\alpha)} \cdot \left[\exp\left(\frac{\alpha \cdot \Delta\Pi}{\Pi_{max}}\right) - 1 \right]. \quad (6.37)$$

При $\Pi_{max}, \Delta\Pi = const$ с увеличением α (или уменьшением $y_{уст}$) значения функции $\frac{\Delta y}{\Pi_{max}}$ уменьшаются, табл. 6.2. Следовательно, уменьшить Δy можно уменьшением $y_{уст}$.

Таблица 6.2

Расчётные значения функции $\frac{\Delta y}{\Pi_{max}}$

α	0,01	0,05	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	2,0	5,0
$\frac{\Delta \Pi}{\Pi_{max}} = 1$	0,099	0,095	0,091	0,083	0,068	0,057	0,047	0,039	0,015	0,009
$\frac{\Delta \Pi}{\Pi_{max}} = 0,5$	0,99	0,97	0,95	0,9	0,82	0,75	0,69	0,63	0,43	0,2
$\frac{\Delta \Pi}{\Pi_{max}} = 0,01$	0,5	0,48	0,46	0,43	0,35	0,32	0,28	0,24	0,12	0,015

При одновременном обеспечении требований по точности размера и формы обработанной детали условия обработки необходимо определять из системы уравнений

$$\begin{cases} y_{max} = y_{уст} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{\Pi_{max}}{y_{уст}}\right) \right], \\ \Delta y = y_{уст} \cdot \exp\left(-\frac{\Pi_{max}}{y_{уст}}\right) \cdot \left[\exp\left(\frac{\Delta \Pi}{y_{уст}}\right) - 1 \right]. \end{cases} \quad (6.38)$$

Здесь значения параметров y_{max} , Δy , $\Delta \Pi$ – заданы, необходимо определить значения Π_{max} и $y_{уст}$. Для этого первое уравнение разрешим относительно функции $\exp\left(-\frac{\Pi_{max}}{y_{уст}}\right)$ и полученное выражение подставим во второе уравнение

$$\frac{\Delta y}{y_{уст} - y_{max}} = \exp\left(\frac{\Delta \Pi}{y_{уст}}\right) - 1. \quad (6.39)$$

Из уравнения (6.39) численным методом определяются значения

$y_{уст}$, а из первого уравнения системы (6.38) – значения Π_{max} .

Проанализируем данный расчёт на примере обработки куба по всем поверхностям с учётом различной точности обработки. Ограничимся первоначально анализом точности размера. Определим припуски под обработку для каждой поверхности, исходя из преобразованной зависимости (6.27):

$$\Pi = y_{уст} \cdot \ln \left| \frac{1}{1 - \frac{y}{y_{уст}}} \right|. \quad (6.40)$$

Величина припуска Π зависит от y .

Для $y_{уст} = const$ и различных значений y величина Π для каждой поверхности различна. Это предполагает несимметричное расположение формы детали относительно формы заготовки (если размеры заготовки одинаковы).

Данный расчёт справедлив на стадии проектирования (выбора) заготовки, определения ее размеров. Здесь принимается вполне определенное (оптимальное) значение $y_{уст}$, например, одинаковое для всех поверхностей.

Величина Π должна включать нарушенный слой металла, исходную шероховатость и т.д.

В реальных условиях размеры заготовки устанавливаются по традиционной методике, без учёта условия (6.39). В этом случае добиться выполнения условия (6.39) невозможно для одного значения $y_{уст}$ (одного режима шлифования). Необходимо устанавливать $y_{уст}$ для каждой поверхности.

Методика следующая.

Предположим, что общий снимаемый припуск для двух параллельных поверхностей (нижней и верхней горизонтальных) равен Π_{01} .

Припуск Π_1 , удаляемый с нижней поверхности, определяется зависимостью

$$P_1 = y_{уст} \cdot \ln \left| \frac{1}{1 - \frac{y_1}{y_{уст}}} \right|, \quad (6.41)$$

а припуск P_2 , удаляемый с верхней поверхности, зависимостью:

$$P_2 = y_{уст} \cdot \ln \left| \frac{1}{1 - \frac{y_2}{y_{уст}}} \right|, \quad (6.42)$$

где y_1 , y_2 – соответственно заданные точности обработки нижней и верхней поверхностей.

Очевидно, $P_{01} = P_1 + P_2$.

Таким образом, получена система 3-х уравнений для определения 3-х неизвестных: P_1 , P_2 , $y_{уст}$.

Значение $y_{уст}$ при обработке нижней и верхней поверхностей одно и то же.

Аналогичным образом определяются припуски и значения $y_{уст}$ для двух остальных пар параллельных поверхностей по заданным значениям суммарных припусков P_0 и точности обработки каждой поверхности, а так же припуски и значения $y_{уст}$ для любой формы заготовки.

Например, при обработке ступенчатого вала с различной точностью каждой ступени, при выборе размеров заготовки необходимо принять одинаковые значения $y_{уст}$ и в зависимости от величины y рассчитать по зависимости (6.40) величину припуска P для каждой ступени вала.

Если заготовка выбрана из других соображений и известны значения

Π для каждой ступени вала, тогда из зависимости (6.40) надо определить $y_{уст}$ и режимы резания для каждой ступени.

Однако, данная технология неэффективна из-за необходимости обработки каждой ступени вала с различными режимами резания. Необходимо стремиться к постоянству $y_{уст}$.

В данном случае погрешность формы заготовки не учитывается. Теоретически обработку можно начинать с любой поверхности.

Полученное решение справедливо для переходного режима обработки, описываемого экспоненциальной функцией в зависимость

(6.27). При $\frac{\Pi}{y_{уст}} > 3$ второе слагаемое в зависимость (6.27) равно почти

нулю ($y \cong y_{уст}$) и процесс стабилизируется. Величина припуска должна превышать заданную точность y как минимум в три раза $\Pi > 3 \cdot y_{уст} = 3 \cdot y$. Данное условие, как правило, выполняется на практике. Следовательно, по существующей методике расчета устанавливаются достаточно большие припуски, не используется переходный режим.

С учётом погрешностей размеров и формы детали методика расчёта основана на использовании зависимостей (6.38) и (6.39). Предположим, заданы значения y_{max} , Δy и $\Delta \Pi$ для нижней и верхней поверхностей куба. Тогда из системы уравнений (6.38) определяются значения Π_{max} и $y_{уст}$ для двух поверхностей. Сравнивается сумма значений Π_{max_1} и Π_{max_2} с Π_{max_0} . Если она меньше Π_{max_0} , то припуска будет достаточно для формирования требуемых параметров точности. Однако, необходимо выполнить предварительную обработку для съёма “лишней” части припуска. Если величина “лишней” части припуска меньше $\Delta \Pi$ одной из поверхностей, то добиться выполнения условия можно уменьшением $\Delta \Pi$, т.е. в ходе предварительной обработки необходимо уменьшить $\Delta \Pi_1$ до значения, определяемого из системы 3-х уравнений, включающих систему (6.38) и дополнительное уравнение:

$$\begin{cases} y_{max\ 1} = y_{уст\ 1} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{\Pi_{max\ 1}}{y_{уст\ 1}}\right) \right], \\ \Delta y_1 = y_{уст\ 1} \cdot \exp\left(-\frac{\Pi_{max\ 1}}{y_{уст\ 1}}\right) \cdot \left[\exp\left(\frac{\Delta\Pi_0}{y_{уст\ 1}}\right) - 1 \right], \\ \Pi_{max\ 1} + \Pi_{max\ 2} = \Pi_{max\ 0} - \Pi_0, \end{cases} \quad (6.44)$$

где Π_0 – величина “лишней” части припуска,

$$\Pi_0 = \Delta\Pi_1 - \Delta\Pi_0.$$

В данной системе значения $y_{max\ 1}$, Δy_1 , $\Pi_{max\ 2}$, $\Pi_{max\ 0}$ – известны, надо определить три неизвестные: $y_{уст\ 1}$, $\Pi_{max\ 1}$, $\Delta\Pi_0$. Если величина “лишней” части припуска больше $\Delta\Pi_1$, то необходимо выполнить дополнительно обработку и для верхней поверхности (индекс 2 в обозначениях).

Расчёт параметров $y_{уст\ 2}$, $\Pi_{max\ 2}$, $\Delta\Pi_0$ производится из системы (6.44) с учётом того, что значения $\Pi_{max\ 1}$ и $y_{уст\ 1}$ получены после предварительной обработки поверхности.

Аналогичным образом определяются значения припусков и величины $y_{уст}$ для двух остальных пар параллельных поверхностей куба, добиваясь требуемой точности обработки.

Погрешность формы заготовки усложняет решение задачи выбора черновой технологической базы.

Наиболее простым решением является применение в качестве черновой базы поверхности с минимальной погрешностью формы заготовки, например, необрабатываемой поверхности.

Однако в общем случае выбор поверхности с минимальной погрешностью формы заготовки следует производить на основе решения системы уравнений (6.44).

6.7. Исправление погрешности формы заготовки

Представим зависимость (6.37) в виде:

$$\Delta y = \frac{\sigma \cdot Q_0}{c \cdot k_{ш} \cdot V_{кр}} \cdot \exp\left(-\frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot \Pi_{min}}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma \cdot S_{рад}}\right) \times$$

$$\times \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot (\Pi_{max} - \Pi_{min})}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma \cdot S_{рад}}\right) \right\}. \quad (6.45)$$

Погрешность формы Δy зависит от значений параметров Π_{min} и $(\Pi_{max} - \Pi_{min})$. Чем больше Π_{min} и меньше $\Delta\Pi = \Pi_{max} - \Pi_{min}$, тем меньше Δy . При выполнении условий:

$$\frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot \Pi_{min}}{\sigma \cdot Q_0} < 1, \quad \frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot \Pi_{max}}{\sigma \cdot Q_0} < 1$$

(где $Q_0 = \pi \cdot l_{дет} \cdot D_{дет} \cdot S_{рад}$), экспоненциальные функции, входящие в зависимость (6.45), могут быть разложены в степенной ряд $e^{-x} = 1 - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \dots$, тогда

$$\Delta y = \Delta\Pi + \frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}}{2 \cdot \sigma \cdot Q_0} \cdot (\Pi_{min}^2 - \Pi_{max}^2) - \frac{1}{6} \times$$

$$\times \left(\frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}}{\sigma \cdot Q_0}\right)^2 \cdot (\Pi_{min}^3 - \Pi_{max}^3) + \dots$$

Ограничимся в разложении двумя первыми слагаемыми

$$\Delta y = \Delta\Pi \cdot \left(1 - \frac{\Pi_{cp} \cdot c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}}{\sigma \cdot Q_0}\right), \quad (6.46)$$

где $\Pi_{cp} = \frac{\Pi_{max} + \Pi_{min}}{2}$.

Значение Δy тем меньше, чем больше параметры Π_{cp} , $V_{кр}$, c и меньше $\Delta\Pi$, $\frac{\sigma}{K_{ш}}$, Q_0 . При определённых значениях $V_{кр}$, $\frac{\sigma}{K_{ш}}$, Q_0 , независимо от значений $\Delta\Pi$, Π_{cp} и c , второй множитель в зависимости (6.46) может быть уменьшен до нуля. Чем больше Π_{cp} и меньше $\Delta\Pi$, тем проще обеспечить требуемую точность Δy . При небольшом значении Π_{cp} необходимо уменьшить Q_0 и увеличить $V_{кр}$.

Второй множитель зависимости (6.46), по сути, является передаточной функцией между погрешностью формы заготовки $\Delta\Pi$ и погрешностью формы обработанной детали Δy . Численно передаточная функция всегда меньше единицы.

При значениях передаточной функции, близкой к единице, выполняется условие $\Delta y \rightarrow \Delta\Pi$ и имеет место копирование погрешности формы заготовки. Это происходит при небольших значениях Π_{cp} , $V_{кр}$, c и больших значениях Q_0 и $\frac{\sigma}{K_{ш}}$, например, при шлифовании затупленным кругом.

Передаточная функция соответствует принятому в технологии машиностроения [27] коэффициенту уточнения погрешностей k_y . Обратная величина называется уточнением l_y .

В большинстве случаев $l_y > 1$. Следовательно, с увеличением продолжительности обработки (что соответствует увеличению параметру Π_{cp}) снижается погрешность и повышается точность обработки. Это согласуется с зависимостью (6.46), так как с увеличением Π_{cp} второй множитель уменьшается и снижает Δy .

Обычно жесткость системы в двух взаимно перпендикулярных направлениях различна. Применительно к обработке цилиндрической заготовки жесткость и в двух направлениях обозначим параметрами c_1 и c_2 .

Зависимость (6.45) примет вид

$$\Delta y = \frac{\sigma \cdot Q_0}{K_{ш} \cdot V_{кр}} \left[\frac{1}{c_1} \cdot \exp\left(-\frac{c_1 \cdot K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot \Pi_{min}}{\sigma \cdot Q_0}\right) - \frac{1}{c_2} \times \right. \\ \left. \times \exp\left(-\frac{c_2 \cdot K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot \Pi_{max}}{\sigma \cdot Q_0}\right) \right]$$

или с учётом разложения экспоненциальной функции в степенной ряд:

$$\Delta y \cong \Delta \Pi + \frac{\sigma \cdot Q_0}{K_{ш} \cdot V_{кр}} \cdot \left(\frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_2} \right) - \frac{K_{ш} \cdot V_{кр}}{2 \cdot \sigma \cdot Q_0} (c_2 \cdot \Pi_{max}^2 - c_1 \cdot \Pi_{min}^2).$$

При $c_2 > c_1$ (где жёсткость c_1 соответствует припуску Π_{min} , а c_2 - припуску Π_{max}) второе слагаемое зависимости положительно, а третье - отрицательно.

Характер изменения Δy зависит от значений входящих слагаемых. Если второе слагаемое больше третьего, то $\Delta y > \Delta \Pi$ и имеет место увеличение погрешности формы обработанной детали. Этому способствует увеличение параметров $\frac{\sigma}{K_{ш}}$, Q_0 и уменьшение $V_{кр}$.

Если второе слагаемое меньше третьего, то $\Delta y < \Delta \Pi$ и имеет место исправление исходной погрешности. Этому способствует уменьшение параметров $\frac{\sigma}{K_{ш}}$, Q_0 и увеличение $V_{кр}$. При условии $c_1 > c_2$ погрешность Δy равна

$$\Delta y = \Delta \Pi - \frac{\sigma \cdot Q_0}{K_{ш} \cdot V_{кр}} \cdot \left(\frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_1} \right) - \frac{K_{ш} \cdot V_{кр}}{2 \cdot \sigma \cdot Q_0} (c_2 \cdot \Pi_{max}^2 - c_1 \cdot \Pi_{min}^2).$$

Второе слагаемое отрицательно, а третье может быть и отрицательным и положительным (в зависимости от значений Π_{max} и Π_{min}).

Учитывая в третьем слагаемом преобладающее влияние параметров Π_{max} и Π_{min} , можно принять: $c_2 \cdot \Pi_{max}^2 > c_1 \cdot \Pi_{min}^2$.

Тогда третье слагаемое войдет в зависимость со знаком “минус”, $\Delta y < \Delta \Pi$ и будет иметь место исправление исходной погрешности $\Delta \Pi$. Следовательно, увеличение жёсткости c_1 в направлении минимального припуска Π_{min} позволяет уменьшить Δy . Причём, в большей степени с увеличением $\frac{\sigma}{K_{ш}}$, Q_0 и уменьшением $V_{кр}$.

Таким образом, управляя жёсткостью системы в двух направлениях, можно интенсифицировать процесс исправления погрешности формы заготовки.

6.8. Производительность и точность обработки при установившемся шлифовании

При условии стабилизации процесса шлифования во времени зависимость (6.1) упростится

$$V = Q_0 \cdot \tau - \frac{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma \cdot Q_0}{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}}$$

С увеличением времени обработки τ объём V увеличивается, отставая от увеличения номинального значения $V_0 = Q_0 \cdot \tau$ на величину второго слагаемого.

Уменьшить второе слагаемое можно увеличением параметров c , $V_{кр}$, $K_{ш}$ и уменьшением σ и Q_0 .

С учётом зависимости (6.15) объём V выразится

$$V = Q_0 \cdot \tau - \frac{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot Q_0}{c \cdot V_{кр}} \cdot \frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}{2 \cdot (1 - \eta^2)}$$

Увеличить объём V можно увеличением параметров c , $V_{кр}$ и

уменьшением η и Q_0 . Наибольшее влияние на V оказывает η , так как при увеличении η до определенного значения объема $V \rightarrow 0$. Следовательно, параметр η необходимо стабилизировать на оптимальном уровне.

Исключить бесконечный рост второго слагаемого при $\eta \rightarrow 1$ (в связи с затуплением зёрен круга) нельзя ни одним из входящих параметров, так как они ограничены.

Следовательно, интенсивность съёма материала однозначно определяется режущей способностью инструмента, обобщенно описываемой параметром η (зависящим от характеристик инструмента и условий обработки).

Зависимость (6.3) для установившегося процесса при $y_0 = 0$ выразится:

$$y = \frac{\sigma \cdot Q_0}{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}}$$

С учётом $\frac{Q_0}{V_{кр}} = S_0$ (где S_0 - заданная суммарная площадь поперечного

сечения среза) и соотношения $\frac{\sigma}{K_{ш}} = \tau_{сдв} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{4 \cdot R \cdot HV}{a_z \cdot \tau_{сдв}}\right)^2}$, имеем

$$y = \frac{S_0 \cdot \tau_{сдв}}{c} \cdot \tau_{сдв} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{4 \cdot R \cdot HV}{a_z \cdot \tau_{сдв}}\right)^2}. \quad (6.47)$$

Уменьшить величину упругого перемещения в технологической системе y и тем самым повысить точность обработки можно увеличением жёсткости c , соотношения $\frac{a_z}{R}$ и уменьшением S_0 .

При заданных значениях c и S_0 эффект обработки определяется соотношением $\frac{a_z}{R}$. В этом плане процессы резания абразивными и лезвийными инструментами равносильны, поскольку стружкообразование начинается при одних значениях $\frac{a_z}{R}$ независимо от схемы обработки.

Однако при абразивной обработке за счёт существенного уменьшения радиуса округления режущей кромки R можно уменьшить толщину среза

$a_z \left(\frac{a_z}{R} = const \right)$ и соответственно параметры S_0 и y .

Следовательно, процесс шлифования обеспечивает более высокую точность обработки, что имеет место на практике.

При точении $S_0 = B \cdot a$ (где $a = a_z$), $B = \frac{t}{\sin \varphi}$ (рис. 6.9.), тогда

$$y = \frac{t}{c \cdot \sin \varphi} \cdot \sqrt[3]{16 \cdot R^2 \cdot a \cdot HV^2 \cdot \tau_{сдв}},$$

где t - глубина резания;

φ - главный угол резца в плане.

Уменьшить y можно, прежде всего уменьшением глубины резания t . Для заданных значений c , HV , $\tau_{сдв}$, R , a , φ существует значение $t = t_0$, обеспечивающее требуемую точность обработки. Если $t_0 < \Pi_{max}$, то снимаемый припуск необходимо удалить за несколько проходов резца или осуществить обработку в несколько операций, применяя различные инструменты (отличающиеся значением R) и уменьшая параметры t , R , a при переходе от предварительной к окончательной обработке.

6.9. Исправление погрешности формы заготовки при шлифовании без поперечной подачи

С учётом зависимости (6.9.) погрешность формы заготовки опишется:

$$\begin{cases} y_{max} = \Pi_{max} \cdot \exp\left(-\frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot \tau}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma}\right) \\ y_{min} = \Pi_{min} \cdot \exp\left(-\frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot \tau}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma}\right) \end{cases}$$

или

$$\Delta y = y_{max} - y_{min} = \Delta \Pi \cdot \exp\left(-\frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot \tau}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma}\right), \quad (6.48)$$

где $\Delta\Pi = \Pi_{max} - \Pi_{min}$;

Π_{max} и Π_{min} - соответственно максимальное и минимальное значения снимаемого припуска.

С течением времени обработки τ величина Δy уменьшается тем быстрее, чем меньше $\Delta\Pi$ и больше $c, K_{ш}, V_{кр}$. Следовательно, все выводы, сделанные при анализе зависимости (6.9), остаются справедливыми для зависимости (6.48).

При одновременном выполнении требований по точности формы и размера обработанной детали (т.е. достижении требуемых значений y_{max} и Δy), определение неизвестных значений Π_{max} и τ необходимо производить из системы уравнений:

$$\begin{cases} y_{max} = \Pi_{max} \cdot \exp\left(-\frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot \tau}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma}\right), \\ \Delta y = \Delta\Pi \cdot \exp\left(-\frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot \tau}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma}\right). \end{cases} \quad (6.49)$$

С учётом $X_1 = \frac{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot \tau}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma}$ система уравнений (6.49) примет вид

$$\begin{cases} y_{max} = \Pi_{max} \cdot e^{-X_1}, \\ \Delta y = \Delta\Pi \cdot e^{-X_1}. \end{cases} \quad (6.50)$$

Здесь величина $\Delta\Pi$ задана, необходимо определить Π_{max} и X_1 :

$$\Pi_{max} = y_{max} \cdot \frac{\Delta\Pi}{\Delta y},$$

$$X_1 = \ln \frac{\Delta\Pi}{\Delta y}.$$

Значения параметров Π_{max} и X_1 вполне однозначно определяются соотношением $\frac{\Delta\Pi}{\Delta y}$. С его увеличением значения Π_{max} и X_1 увеличиваются. Время обработки τ , равное

$$\tau = \frac{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma \cdot X_1}{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}}, \quad (6.51)$$

с увеличением X_1 (увеличением соотношения $\Delta\Pi / \Delta y$) также увеличивается.

Уменьшить τ можно увеличением параметров c , $V_{кр}$, соотношения $K_{ш} / \sigma$ и уменьшением коэффициента η ($\eta \rightarrow 0$) или уменьшением величины линейного износа зерна x по зависимости (6.24); увеличением во времени скорости детали в соответствии с законом, описываемым зависимостью (6.23).

6.10. Точность обработки при резании лезвийным инструментом

Зависимость (6.5) остаётся справедливой для процесса точения, принимая $S_0 = \frac{Q_0}{V_{кр}}$, $K_{ш} = K_{рез}$, где S_0 - заданная площадь поперечного сечения среза, рис. 6.9.

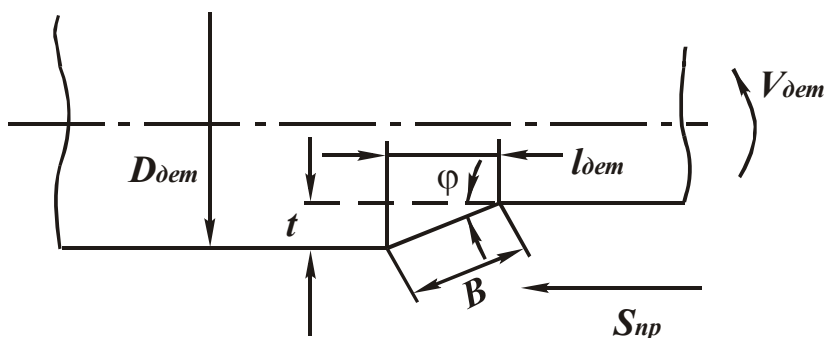


Рис. 6.9. Расчетная схема процесса точения.

При точении $Q_0 = S_0 \cdot V_{дет}$, тогда

$$y_{уст} = \frac{\sigma \cdot S_0}{c \cdot K_{рез}}$$

$$\bar{\beta} = \frac{Q_0}{y_{уст}} \cdot \frac{1}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет}} = \frac{c \cdot K_{рез} \cdot V_{дет}}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot \sigma}$$

Соотношение $\frac{K_{рез}}{\sigma}$ с учётом зависимостей (1.94) и (1.95) определяется

$$\frac{K_{рез}}{\sigma} = \frac{tg\beta \cdot tg2\beta}{2 \cdot \tau_{сдв}} = \frac{1}{\tau_{сдв}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{tg^2\beta} - 1} \quad (6.52)$$

График зависимости $\frac{K_{рез}}{\sigma} - \beta$ показан на рис. 6.10.

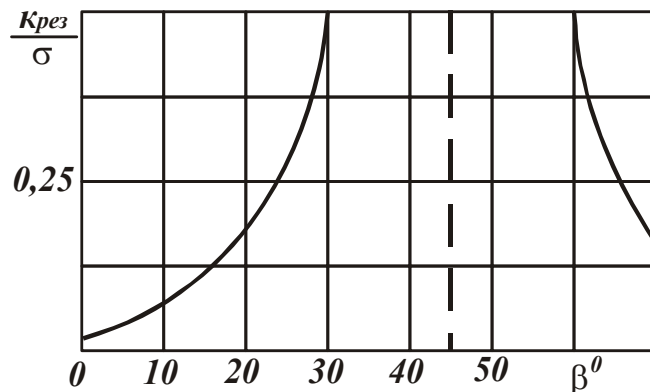


Рис. 6.10. Зависимость соотношения $K_{рез} / \sigma$ от угла сдвига β .

При угле сдвига материала $\beta \rightarrow 45^\circ$ соотношение $\frac{K_{рез}}{\sigma} \rightarrow \infty$, при $\beta \rightarrow 0$ соотношение $\frac{K_{рез}}{\sigma} \rightarrow 0$.

При $y_0 = 0$ зависимость (6.5) принимает вид:

$$y = y_{уст} \cdot [1 - \exp(-\bar{\beta} \cdot \tau)] \quad (6.53)$$

Для $\beta \rightarrow 45^\circ$ справедливо: $y_{уст} \rightarrow 0$; $\bar{\beta} \rightarrow \infty$; $y \rightarrow 0$ (рассматривая τ конечной величиной).

С уменьшением угла сдвига $\beta \rightarrow 0$ параметр $y_{уст}$ увеличивается, а $\bar{\beta}$ – уменьшается. Это приводит к неопределенности вида $\frac{0}{0}$. Для её раскрытия воспользуемся правилом Лопиталя:

$$y = \lim_{\frac{k_{рез}}{\sigma} \rightarrow 0} \frac{[1 - \exp(-\bar{\beta} \cdot \tau)]}{\left(\frac{c \cdot K_{рез}}{\sigma \cdot S_0}\right)} = \frac{V_{дет} \cdot S_0 \cdot \tau}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет}} \cdot \exp(-\bar{\beta} \cdot \tau).$$

С уменьшением $\frac{K_{рез}}{\sigma} \rightarrow 0$ ($\bar{\beta} \rightarrow 0$) при $\tau = const$ величина y увеличивается. Следовательно, чем меньше угол сдвига β , тем больше y и ниже точность обработки.

Повысить точность обработки можно увеличением угла сдвига $\beta \rightarrow 45^\circ$.

Исходя из зависимости (1.54), это достигается увеличением переднего угла инструмента γ и уменьшением угла трения φ . При резании пластичных материалов, исходя из зависимости (1.75), увеличить угол сдвига β можно уменьшением соотношения $\frac{l}{a}$. Увеличение $\tau_{сдв}$ ведет к увеличению y .

С течением времени обработки τ , в связи с затуплением резца, угол сдвига β уменьшается. Это приводит к уменьшению соотношения $\frac{K_{рез}}{\sigma}$, увеличению параметров $y_{уст}$ и y , т.е. снижению точности обработки.

При резании с предварительным натягом y_0 в технологической системе (т.е. при резании без поперечной подачи, $S_0 = 0$) зависимость (6.5) примет вид:

$$y = y_0 \cdot \exp(-\bar{\beta} \cdot \tau). \quad (6.54)$$

Параметр y тем меньше, чем больше $\bar{\beta}$, т.е. чем больше $\frac{K_{рез}}{\sigma}$ и $\beta \rightarrow 45^\circ$.

С увеличением угла сдвига β заданное значение y достигается за меньшее время τ .

Увеличить $\bar{\beta}$ можно также увеличением скорости детали $V_{дет}$ и жёсткости технологической системы c .

Чем больше параметры $D_{дет}$ и $l_{дет}$, тем больше должна быть скорость детали $V_{дет}$.

С учётом радиусной части резца соотношение $\frac{K_{рез}}{\sigma}$, исходя из зависимостей (2.33), (2.36) и (2.37), определится:

$$\frac{K_{рез}}{\sigma} = \frac{\beta^2}{\tau_{сдв}}.$$

Данная зависимость приблизительно совпадает с зависимостью (6.52) при $\beta < 30^\circ$ ($tg\beta \approx \beta$).

Угол сдвига β по зависимости (6.55) может изменяться в пределах $0 \dots 22,5^\circ$, а по зависимости (6.52) - в пределах $0 \dots 45^\circ$.

Следовательно, соотношение $\frac{K_{рез}}{\sigma}$ при резании инструментом без радиусной части принимает большие значения в диапазоне $\beta = 22,5^\circ \dots 45^\circ$, что способствует снижению величины y и повышению точности обработки.

Это указывает на преимущества лезвийной обработки по сравнению с абразивной, так как при абразивной обработке $\beta = 0 \dots 22,5^\circ$, а при лезвийной $\beta = 0 \dots 45^\circ$.

Однако лезвийный инструмент все же имеет радиусную часть выполнить условие $\beta \rightarrow 45^\circ$ на практике не удаётся. Угол β , как правило, значительно меньше 45° .

6.11. Условия повышения производительности обработки

При шлифовании по упругой схеме производительность обработки Q с учётом зависимостей (2.40) и (2.44) при условии $(1 - \eta^2) \cong (1 - \eta)$ определяется:

$$Q = \frac{2 \cdot P_y \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta)}{\pi \cdot HV}. \quad (6.55)$$

Повысить производительность обработки Q можно увеличением параметров P_y , $V_{кр}$ и уменьшением $\eta \rightarrow 0$.

Возможности увеличения параметров P_y и $V_{кр}$ ограничены характеристиками станка и требованиями по качеству обработки.

Параметр η может изменяться в широких пределах $0 \dots 1$. Следовательно, наибольший эффект достигается от уменьшения параметра $\eta = \frac{x}{H}$, где

$$H = \sqrt[3]{\frac{900 \cdot \bar{X}^3 \cdot P_y}{m \cdot F \cdot HV}}, \quad (6.56)$$

F - площадь контакта круга с обрабатываемой деталью.

С учётом зависимости (6.56) параметр η выразится:

$$\eta = x \cdot \sqrt[3]{\frac{m \cdot F \cdot HV}{900 \cdot \bar{X}^3 \cdot P_y}}. \quad (6.57)$$

Уменьшить параметр η можно уменьшением величины линейного износа зерна x , концентрации круга m , твёрдости обрабатываемого материала HV и увеличением зернистости круга \bar{X} и давления $\frac{P_y}{F}$.

Наибольшее влияние на η оказывает величина x . Следовательно, необходимо в процессе шлифования поддерживать высокую остроту круга. С учётом (6.57) зависимость (6.55) выразится:

$$Q = \frac{2 \cdot P_y \cdot V_{кр}}{\pi \cdot HV} \cdot \left(1 - x \cdot \sqrt[3]{\frac{m \cdot F \cdot HV}{900 \cdot \bar{X}^3 \cdot P_y}} \right). \quad (6.58)$$

С увеличением силы P_y производительность обработки Q увеличивается более чем по линейному закону. Однако этому препятствует увеличение величины x , которое снижает производительность обработки Q .

Увеличение величины x обусловлено увеличением силы P_{y1} , действующей на зерно круга [32]:

$$P_{y1} = 0,5 \cdot \pi^3 \sqrt[3]{HV \cdot \left(\frac{900 \cdot \bar{X}^3 \cdot P_y}{m \cdot F} \right)^2}. \quad (6.59)$$

Следовательно, добиться пропорционального увеличения Q с ростом P_y можно уменьшением или стабилизацией во времени величины x .

Для этого необходимо обеспечить периодическое выпадение из связки затупившихся зёрен, т.е. режим равномерного во времени износа круга (режим самозатачивания).

Для того чтобы затупившееся зерно выпало из связки круга, необходимо приложить к нему силу P_{y1} , равную силе, удерживающей зерно в связке.

В соответствии с зависимостью (6.59), сила P_{y1} тем больше, чем больше параметры HV , \bar{X} , P_y и меньше m , F .

Для заданных значений m , \bar{X} , HV достичь предельное значение P_{y1} можно изменением $\frac{P_{y1}}{F}$. Для относительно малопрочных связок значения

P_{y1} и $\frac{P_y}{F}$ - небольшие. Поэтому самозатачивание круга будет происходить при низкой силовой и тепловой напряженности процесса.

Увеличение твёрдости (прочности) связки увеличивает предельное

значение P_{y1} .

Величины силы P_y может быть недостаточно для достижения предельного значения P_{y1} .

Тогда, исходя из зависимости (6.59), необходимо увеличить \bar{X} и уменьшить m . Эффект выше от увеличения зернистости \bar{X} , которая входит в (6.59) с максимальной степенью.

Этим можно объяснить эффективность снижения зернистости в кругах на относительно “мягких” связках.

Режим самозатачивания круга требует также выполнения условия равенства скоростей износа зёрен и связки. Данное условие предполагает разделение силы P_y условно на две составляющие.

Первая должна затрачиваться на вдавливание зёрен в обрабатываемый материал, вторая – на прижатие обрабатываемого материала и микростружек к связке круга и её износ со скоростью износа зёрен.

Для “мягких” связок вторая составляющая силы P_y небольшая.

Для твёрдых связок она существенно выше и не всегда может быть достигнута на практике.

В результате круг будет работать в режиме затупления. Обеспечить режим самозатачивания можно уменьшением скорости износа зёрен, применяя более прочные абразивные или алмазные зерна, увеличивая зернистость и концентрацию круга.

6.12. Условия электроэрозионной правки алмазных кругов на металлических связках

Если два вышеуказанных условия самозатачивания круга не выполняются, круг будет работать в режиме затупления и его необходимо периодически править. Существующие методы механической правки не обеспечивают качественное вскрытие алмазоносного слоя круга на прочной металлической связке типа М2-01. После правки режущие зёрна выступают над уровнем связки на небольшую высоту, недостаточную для осуществления высокопроизводительного шлифования.

Гораздо большими технологическими возможностями располагает метод электроэрозионной правки, основанный на термическом разрушении металлической связки от действия электрических разрядов.

Температура нагрева поверхностных слоев связки в момент действия

электрического импульса равна:

$$t^{\circ} = \frac{k \cdot A}{\rho \cdot c \cdot S \cdot l}, \quad (6.60)$$

где k - тепловой эквивалент работы;

$A = I \cdot U \cdot \tau$ - работа электрического тока, Дж;

I - сила тока, А;

U - напряжение, В;

τ - время действия электрического импульса, с;

ρ, c - соответственно плотность и теплоёмкость металлической связки;

S - фактическая площадь контакта связки круга с правящим электродом, м²;

l - толщина межэлектродного зазора, м.

Температура t° тем больше, чем больше A и меньше S и l .

В начальный момент правки затупленного круга, когда величина l небольшая ($l \rightarrow 0$), температура t° принимает большие значения, достаточные для термического разрушения.

По мере увеличения выступания зёрен над связкой, величина l возрастает, а температура t° уменьшается, что при определенных условиях может привести к прекращению процесса электроэрозии.

В этом случае необходимо увеличить работу электрического импульса A .

С увеличением прочности (твёрдости) связки температура t° и работа A увеличиваются.

Правка крупнозернистых алмазных кругов в связи с увеличением l требует увеличения работы A .

Зависимость (2.70) преобразуем к виду

$$t^{\circ} = \frac{k \cdot N}{\rho \cdot c \cdot Q_{np}}, \quad (6.61)$$

где $N = I \cdot U$ – мощность электрического тока, Вт;

$Q_{np} = \frac{S \cdot l}{t}$ – производительность процесса правки, м³/с.

При достижении предельного значения t° производительность правки

Q_{np} зависит лишь от мощности электрического тока N .

Чем больше N , тем больше Q_{np} . При этом напряжение U определяет толщину межэлектродного зазора l

$$t^{\circ} = \frac{k \cdot U^2 \cdot \tau}{\rho \cdot c \cdot \rho_{ом} \cdot l^2}, \quad (6.62)$$

где $\rho_{ом}$ - удельное сопротивление связки, Ом·мм/м².

Сила тока I определяет фактическую площадь контакта металлической связки с электродом $S_{нл}$

$$t^{\circ} = \frac{k \cdot I^2 \cdot \tau \cdot \rho_{ом}}{\rho \cdot c \cdot S_{нл}^2}. \quad (6.63)$$

В начальный момент правки, когда $l \approx 0$, напряжение небольшое (при достижении предельной температуры).

С течением времени толщина зазора l увеличивается, что сопровождается увеличением напряжения U .

Следовательно, для обеспечения большего зазора l необходимо использовать высокие напряжения U .

Это относится к электроэрозионной правке крупнозернистых алмазных кругов, высокопроизводительному черновому шлифованию и т.д.

Сила тока I в начальный момент правки (в связи с небольшой площадью контакта связки с электродом) принимает большое значение (возможно короткое замыкание).

По мере съёма микронеровностей связки площадь $S_{нл}$ уменьшается, что ведёт к снижению силы тока.

Следовательно, при первоначальном вскрытии алмазного круга (при большой площади контакта связки с электродом) необходимо использовать источники тока, обеспечивающие высокие значения силы тока.

С увеличением τ , как следует из зависимостей (6.62) и (6.63), для достижения предельной температуры t° требуются меньшие значения U и I .

Следовательно, недостаток мощности источника тока можно компенсировать увеличением длительности электрического импульса (при

использовании электроимпульсных генераторов) или увеличением длины рабочей части электрода (при постоянном электрическом токе).

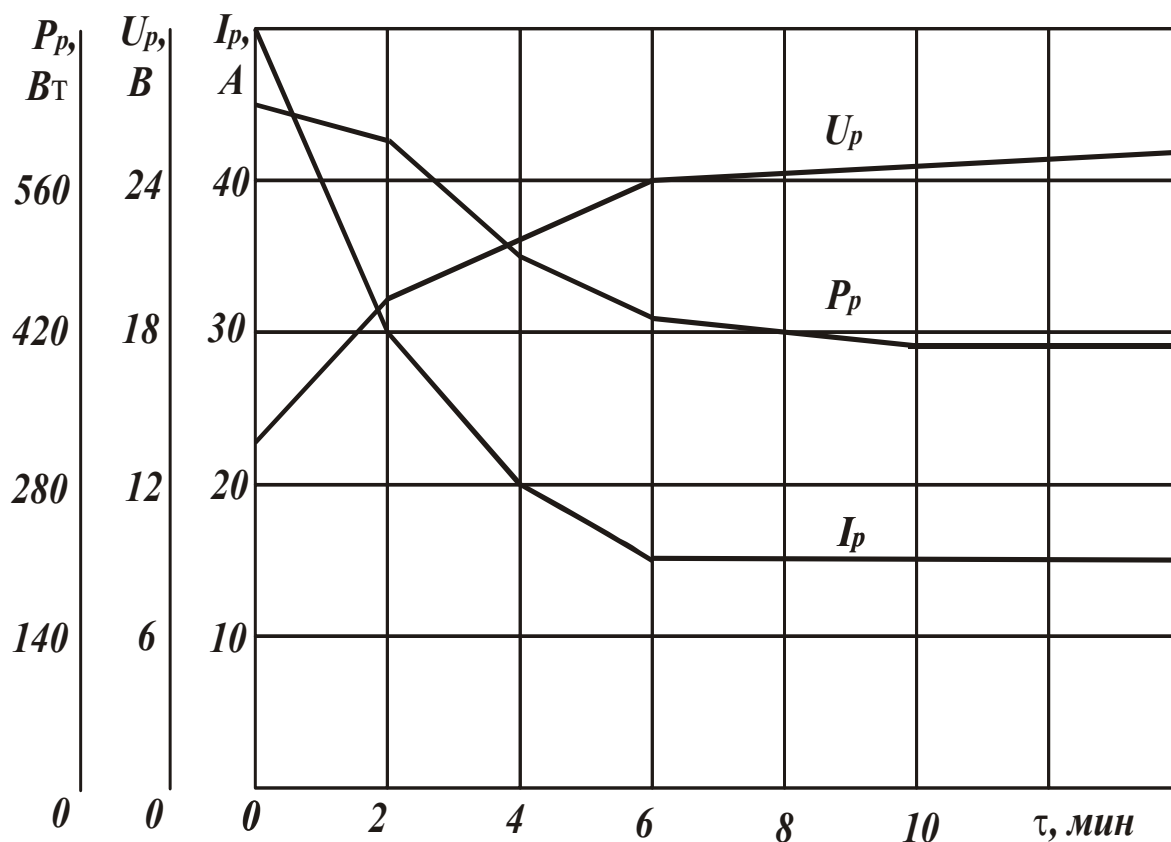


Рис. 6.11. Изменение электрических параметров процесса правки круга во времени.

Теоретические результаты согласуются с экспериментальными [5], рис. 6.11.

С увеличением времени правки круга сила тока I_p и мощность тока P_p уменьшаются, а напряжение U_p увеличивается.

Это связано с уменьшением площади контакта $S_{пл}$, производительности правки $Q_{пр}$ и увеличением l в соответствии с приведенными зависимостями.

С увеличением мощности тока P_p производительность правки увеличивается [5], рис. 6.12., что также вытекает из зависимости (6.63).

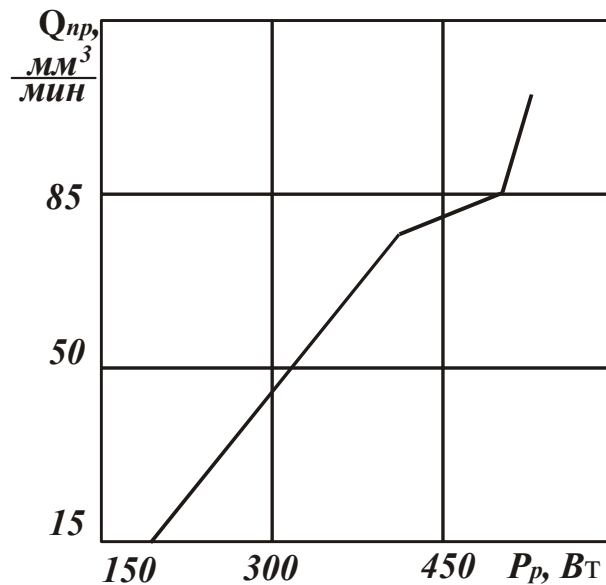


Рис. 6.12. Зависимость производительности правки Q_{np} от мощности тока P_p .

Как видим, реализация качественной правки требует установления напряжения U до 30 В и больше, силы тока I - более 40 А, мощности тока N - более 1 кВт.

Теоретические результаты согласуются с экспериментальными данными Н. П. Иванова и Л. Е. Кобзаря [6] (рис. 6.13, рис. 6.14).

С увеличением напряжения U при электроэрозионной правке (источник тока – специальный двухполупериодный выпрямитель с максимальным током во вторичной обмотке силового трансформатора 200 А) плотность тока i и производительность правки Q_{np} , приходящиеся на единицу ширины круга, увеличиваются. Для алмазного круга 1А1 250x16x75x5 АС6 200/160 4 М2 – 01 (позиция 2 на приведенных графиках) произведение $i \cdot U$ и Q_{np} с увеличением U увеличиваются в одинаковое количество раз.

Согласно зависимости (6.61), это указывает на постоянство температуры t° в процессе электроэрозионного (термического) разрушения металлической связки круга. Следовательно, с увеличением U толщина межэлектродного зазора l при $t^\circ = const$ в соответствии с зависимостью (6.62) увеличивается. Об этом свидетельствуют также экспериментальные данные по высотам выступления зерен над уровнем связки [7], рис. 6.15.

С увеличением напряжения U модальная и максимальная высоты выступления зёрен увеличиваются.

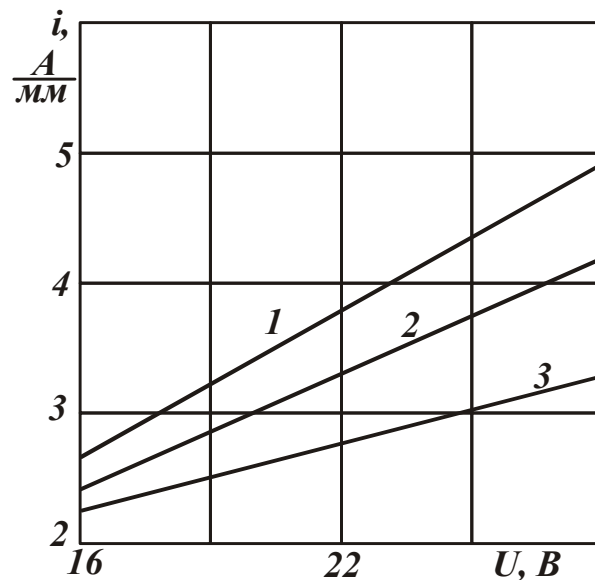


Рис. 6.13. Зависимость i от U : 1 – АС6 50/40; 2 – АС6 125/100; 3 – АС6 200/160.

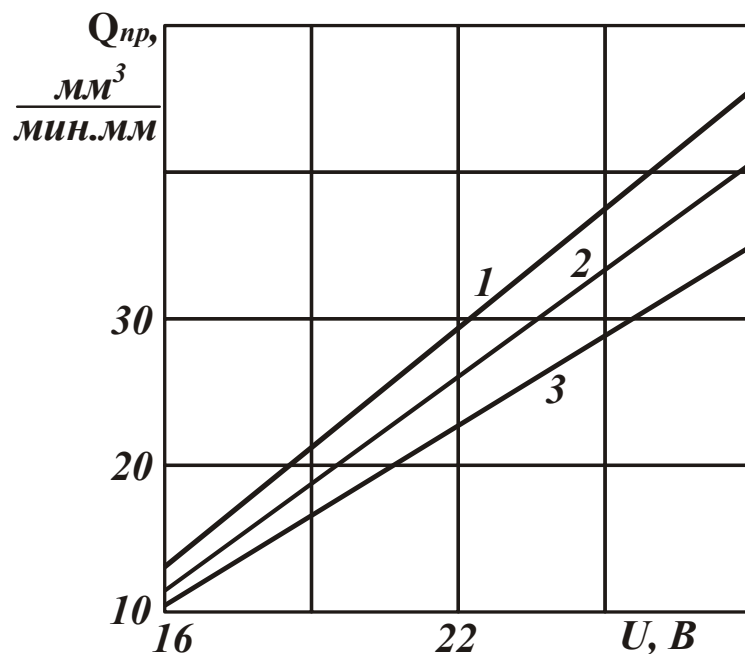


Рис. 6.14. Зависимость Q_{np} от U :

1 – 1А1 200×10×75; 2 – 1А1 250×16×75; 3 – 1А1 300×25×127.

Установлено, что параметры i и Q_{np} с увеличением зернистости при $U = const$ уменьшаются. Исходя из зависимости (6.63), это связано с увеличением площади контакта $S_{нл}$ при $t^\circ = const$. Из приведенных данных следует, что процесс электроэрозионной правки обеспечивает производительность до 1000 мм³/мин при силе тока до 100А ($U = 28$ В).

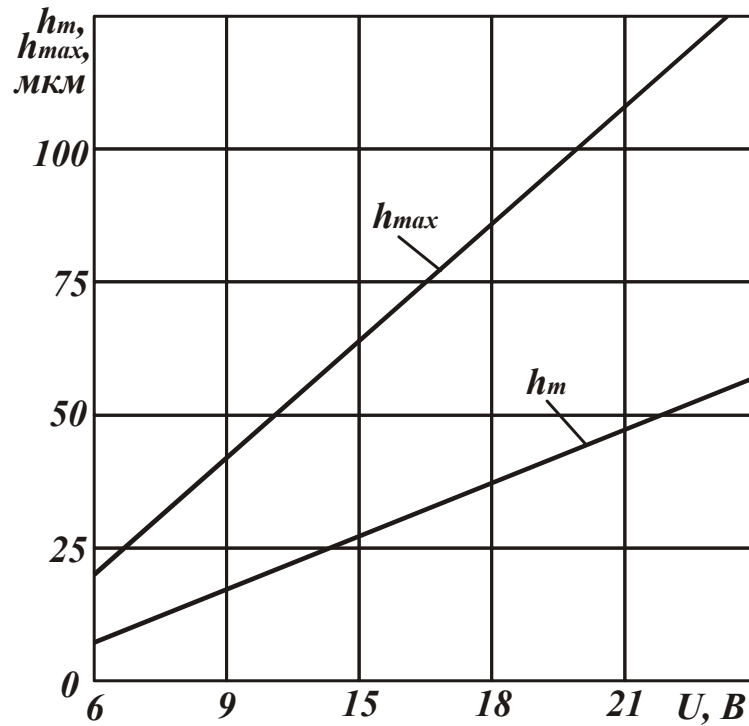


Рис. 6.15. Зависимости модальной h_m и максимальной h_{max} высот выступания зерен от напряжения U .

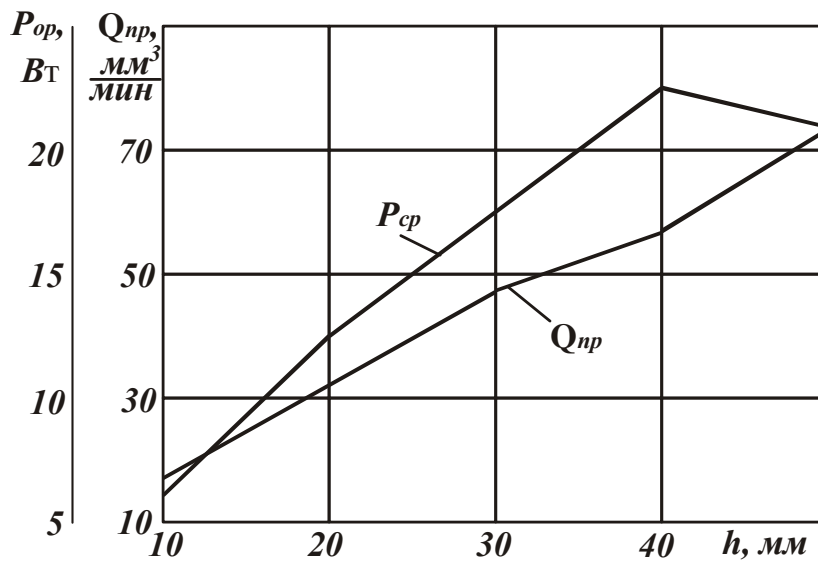


Рис. 6.16. Зависимости Q_{np} и P_{cp} от h .

По экспериментальным данным П. Г. Матюхи [8], рис. 6.16, с увеличением длины правящего электрода h производительность процесса электроэрозионной правки Q и средняя мощность электрического тока P_{cp} увеличиваются в одинаковое число раз (например, в диапазоне $h = 10...40$ мм - приблизительно в 4 раза). Это указывает на постоянство температуры t° в зависимости (6.60) независимо от изменения электрических параметров.

Применим теоретические результаты для анализа процесса электроэрозионного шлифования, когда роль правящего электрода выполняет обрабатываемая деталь в процессе шлифования.

Зависимости (6.61), (6.62) и (6.63) принимают вид [9]:

$$t^{\circ} = \frac{k \cdot I \cdot U}{\rho_m \cdot c_m \cdot Q}, \quad (6.64)$$

$$t^{\circ} = \frac{k \cdot U^2}{\rho_m \cdot c_m \cdot \rho_{ом} \cdot l \cdot V_{кр}}, \quad (6.65)$$

$$t^{\circ} = \frac{k \cdot I^2 \cdot l \cdot \rho_{ом} \cdot V_{кр}}{\rho_m \cdot c_m \cdot Q}, \quad (6.66)$$

где ρ_m , c_m - соответственно плотность и удельная теплоёмкость обрабатываемого материала;

Q - производительность процесса шлифования.

При электроэрозионном шлифовании важно своевременно устранить с рабочей поверхности круга продукты обработки, не допуская засаливания круга. Это обеспечивается, прежде всего, термическим разрушением образующихся стружек при достижении предельной температуры t° .

Для увеличения Q мощность тока $N = I \cdot U$ и силу тока I необходимо увеличить ($t^{\circ} = const$). Для увеличения толщины межэлектродного зазора l напряжение U также необходимо увеличить.

При заданных значениях Q и l с увеличением $V_{кр}$ напряжение U увеличивается, сила тока I уменьшается, а мощность N остается постоянной.

Из приведенного анализа можно сделать выводы:

- уровень производительности обработки Q вполне однозначно определяется мощностью тока $N = I \cdot U$;
- для реализации высоких значений Q необходимо увеличить толщину межэлектродного зазора l путем повышения напряжения U ;
- чем больше l при заданном значении Q , тем меньше требуется сила тока I ;

- чем больше $V_{кр}$ при заданных значениях l и Q , тем меньше требуется сила тока I и больше напряжение U .

Из приведенных зависимостей следует, что при высокопроизводительном электроэрозионном шлифовании основным электрическим параметром является напряжение U , которое необходимо увеличивать. Учитывая ограничения на величину напряжения U по технике безопасности труда, исходя из зависимости (6.65), необходимо уменьшать скорость $V_{кр}$. Однако это ведет к снижению производительности обработки.

Теоретические результаты согласуются с экспериментальными [5], рис. 6.17. Мощность тока P_p с течением времени остается почти постоянной. Следовательно, за счёт правки круга поддерживается постоянной во времени производительность обработки.

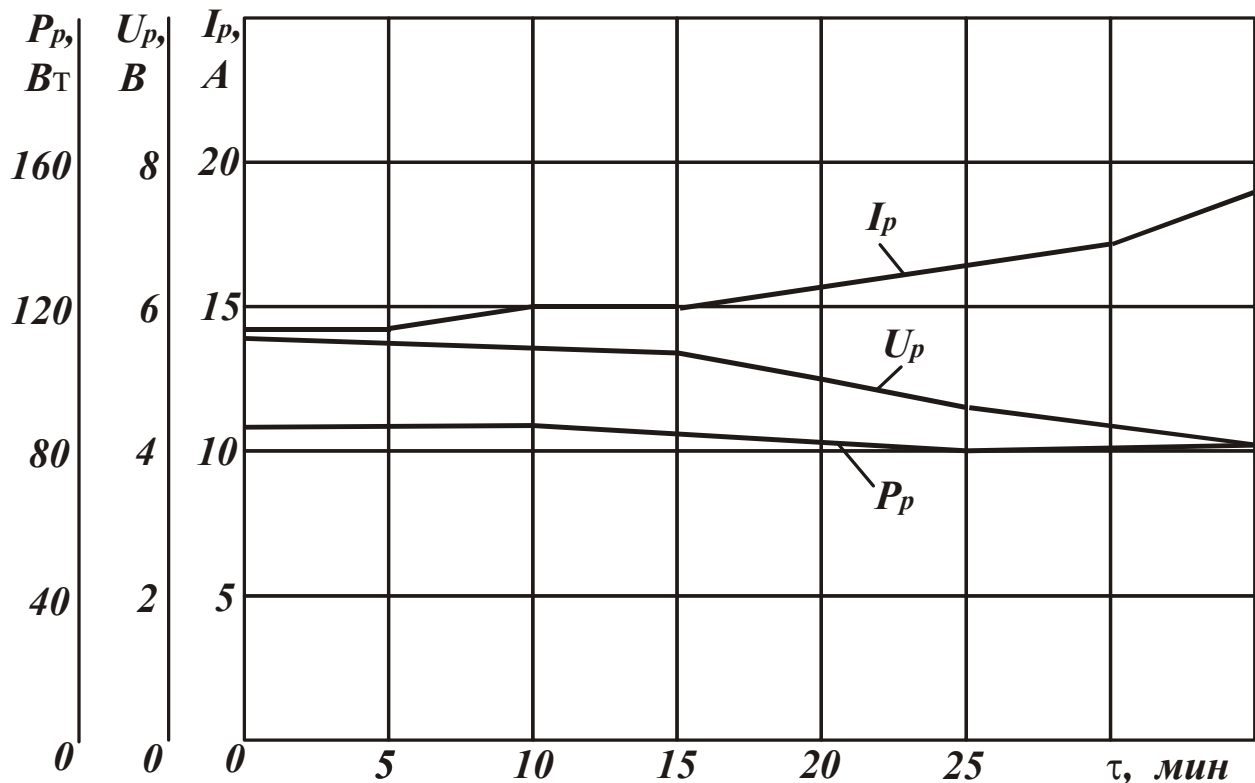


Рис. 6.17. Изменение электрических параметров правки круга в процессе шлифования.

Напряжение U_p со временем несколько убывает. Следовательно, уменьшается толщина межэлектродного зазора l в соответствии с зависимостью (6.65).

Уменьшение l при $Q = const$ и $t^\circ = const$ приводит к увеличению силы тока по зависимости (6.66), что также согласуется с экспериментальными данными.

Для эффективной электроэрозионной правки алмазных кругов на прочных металлических связках типа М2–01 мощность тока необходимо существенно увеличивать. При её ограничении – уменьшать скорость линейного износа зёрен путем увеличения их прочности и износостойкости, а также - увеличения площади рабочей поверхности круга (диаметра и высоты) и количества расположенных на ней зёрен. Этим предопределяется эффективность применения крупногабаритных алмазных кругов на металлических связках.

6.13. Расчёт и анализ шероховатости обработанной поверхности

Параметр шероховатости обработки R_{max} при шлифовании алмазным кругом с одинаковыми по размеру зернами определяется [10]

$$R_{max} = (1 - \eta) \cdot \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{900 \cdot P_y}{m \cdot HV}}. \quad (6.67)$$

Чем больше зернистость круга \bar{X} , сила P_y и меньше параметр η , твёрдость материала HV , концентрация круга m , тем больше R_{max} .

Наибольшее влияние на R_{max} оказывают параметры \bar{X} и η , т.е. эффективно управлять шероховатостью обработки за счёт изменения характеристик круга.

Алмазные круги изготавливаются с определенными диапазонами зернистости. Учесть разброс геометрических размеров зёрен в расчетной зависимости для R_{max} можно путём уменьшения “условной” концентрации

круга, умножив параметр m на два коэффициента $K_1 = \frac{R_{max}}{\Delta}$ и K_2 . Здесь

Δ - диапазон разброса размера зёрен. Первый коэффициент K_1 определяет то, что слой шероховатости обработанной поверхности формируется наиболее выступающими из связки зёрнами, вершины которых удалены от вершины максимально выступающего зерна на расстояние не более R_{max} .

Второй коэффициент K_2 равен отношению количества зёрен, имеющих наибольшие размеры, к количеству зёрен, имеющих наименьшие размеры. Как показывает практика, крупных зёрен всегда меньше, чем мелких.

Поэтому коэффициент K_2 всегда меньше единицы и может быть равным 0,5; 0,3 и менее.

С учётом принятых допущений, зависимость (6.67) преобразуется:

$$R_{max} = \sqrt[4]{(1-\eta)^3 \cdot \bar{X}^3 \cdot \frac{225 \cdot P_y \cdot \Delta}{m \cdot K_2}}$$

или

$$R_{max} = \sqrt[4]{R_{max}^3} \cdot \sqrt[4]{\frac{\Delta}{K_2}},$$

где \bar{R}_{max} - параметр шероховатости, определяемый по зависимости (6.67).

Из зависимости следует, что $R_{max} > \bar{R}_{max}$, т.к. $K_1 < 1$. Например, для зернистости 100/80 параметр $\Delta = 20$ мкм. С учётом $K_2 = 0,3$

множитель $\sqrt[4]{\frac{\Delta}{K_2}} = \sqrt[4]{\frac{20}{0,3}} \approx 3$.

Таким образом показано, что наличие диапазона разброса зернистости Δ ведет к увеличению R_{max} приблизительно в 3 раза.

С уменьшением коэффициента K_2 ниже 0,3 (что вполне возможно) параметр шероховатость обработки R_{max} увеличится в большее число раз.

Следовательно, алмазные круги необходимо изготавливать с минимально возможным диапазоном разброса зернистостей Δ , уменьшая его до нуля.

Надо отметить, что при некачественном просеивании алмазных зёрен коэффициент K_2 может быть значительно уменьшен. Достаточно в массу зёрен попасть нескольким крупным зёрнам, чтобы уменьшить коэффициент K_2 до значений 0,1 или 0,01.

Параметр шероховатости R_{max} при этом увеличится в 10 и более раз. Улучшить шероховатость обработки в этом случае при шлифовании не удастся.

Необходимо вводить новые технологические операции, например, при обработке стекла – электрохимическое полирование и производить значительный съём материала для устранения шероховатого слоя.

Существенными факторами, влияющими на параметр R_{max} , являются также наличие неровностей (выступающих участков) на круге и биение круга.

Наличие неровностей приводит к значительному выступанию отдельных зёрен по отношению к основной массе, что эквивалентно рассмотренному выше случаю, связанному с существованием диапазона зернистости Δ .

В результате на обработанной поверхности образуются глубокие отдельные риски-царапины, которые существенно ухудшают шероховатость обработки и не устраняются шлифованием, а устраняются, например, в процессе электрохимического полирования стекла с высокой трудоёмкостью.

Как показывает практика, наличие неровностей на круге характерно для прочных металлических связок. Чем прочнее связка, тем труднее добиться однородности поверхности круга.

Применение методов механической правки не позволяет устранить неравномерность поверхности алмазного круга на металлической связке М2–01 в связи с копированием поверхности.

Эффективно применение бесконтактной электроэрозионной правки, устраняющей как неровности связки, так и биение круга, вызывающего волнистость на обработанной поверхности.

Разработанные нами технологии шлифования изделий из хрусталя и электроэрозионной правки алмазных кругов формы 14ЕЕ1 получили эффективное применение в производстве. Правка круга производится непосредственно на каждом рабочем месте без съёма круга со станка. Время правки – 2...3 минуты, периодичность – до 30 мин. Правка выполняется с помощью специального электрода. Электрические разряды возбуждаются от малогабаритного электроимпульсного генератора, который одновременно может обслуживать 10 станков.

В результате применения электроэрозионной правки обеспечивается качественная подготовка круга к работе: устраняются неровности связки и биение круга, исправляется погрешность геометрической формы круга и повышается его режущая способность. В сочетании с применением алмазных кругов с оптимальными характеристиками, обоснованными выше, это позволяет существенно повысить производительность и качество обработки, снизить физические нагрузки на рабочего в процессе “ручной” обработки.

7. КИНЕМАТИКА ШЛИФОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИЯ УСЛОВИЙ ОБРАБОТКИ

7.1. Общие закономерности кинематики шлифования на уровне микросрезов

В работах [1, 12, 32] математически описана граница завершения диспергирования обрабатываемого материала режущими зернами вдоль дуги контакта круга с обрабатываемой деталью. По аналогии с лезвийной обработкой, эта граница определяет положение условной (вероятностной) поверхности резания при шлифовании и позволяет с единых позиций определить основные параметры шлифования во всем (возможном) диапазоне изменения глубины шлифования (рис. 7.1). Зависимость, определяющая положение условной поверхности резания, аналитически описывается [32]:

$$H = \sqrt[6]{4 \cdot t_{nm}} \cdot \sqrt[3]{\frac{H_{max}^3}{2 \cdot \sqrt{t_{nm.экстр}}} + \sum_{i=0}^{n-2} t_{im.экстр}^{5/2} - \sum_{i=0}^{n-2} t_{im}^{5/2}}, \quad (7.1)$$

где H_{max} - максимальная (приведенная вероятностная) толщина среза, м;

$t_{nm.экстр}$ - координата экстремальной цилиндрической бесконечно тонкой оболочки (которыми условно представлен снимаемый припуск), соответствующая экстремуму положения условной поверхности резания при шлифовании, м;

$t_{im.экстр}$ - координата экстремальной цилиндрической оболочки при i -м контакте ее с кругом, м;

t_{im} - текущая координата цилиндрической оболочки при i - том контакте ее с кругом, м;

$t_{nm} = t_m + t_{im}$, t_m - исходная координата экстремальной цилиндрической оболочки, м;

H - глубина внедрения цилиндрической оболочки в рабочую поверхность круга, при достижении которой оболочка полностью срезается зернами круга, м;

t - номинальная глубина шлифования, м.

В общем виде условная (вероятностная) поверхность резания при шлифовании имеет сложную конфигурацию. Расчетами установлено, что ее положение определяется соотношением двух параметров – H_{max} и t . В случае $t > H_{max}$ (глубинное шлифование), условная поверхность резания

принимает асимметричный вид (рис.7.1,а) относительно осевой плоскости шлифования. В случае $t < H_{max}$ (многопроходное шлифование) - симметричный вид, рис. 7.1,б.

При $t < H_{max}$ параметр H_{max} выполняет роль фактической глубины шлифования и приблизительно равен максимальной высоте микронеровностей обработанной поверхности R_{max} , рис. 7.1,б.

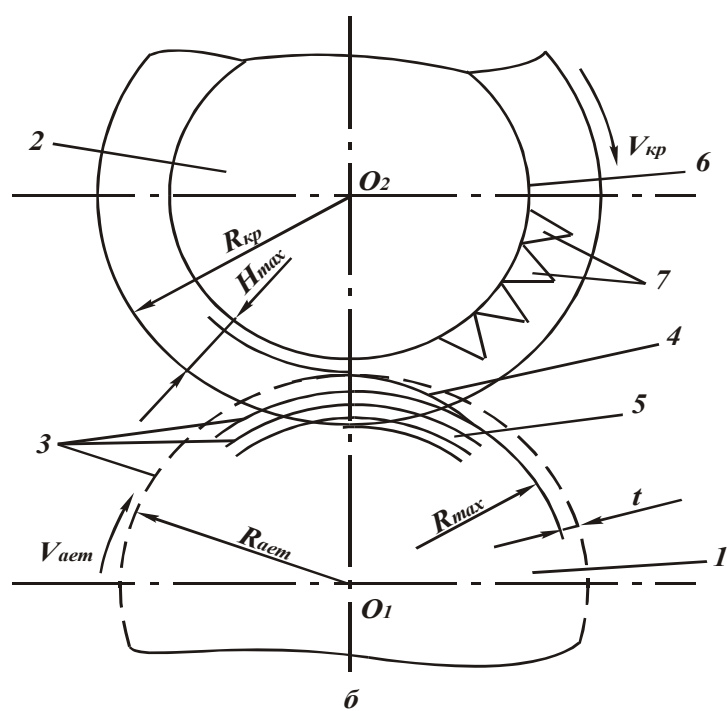
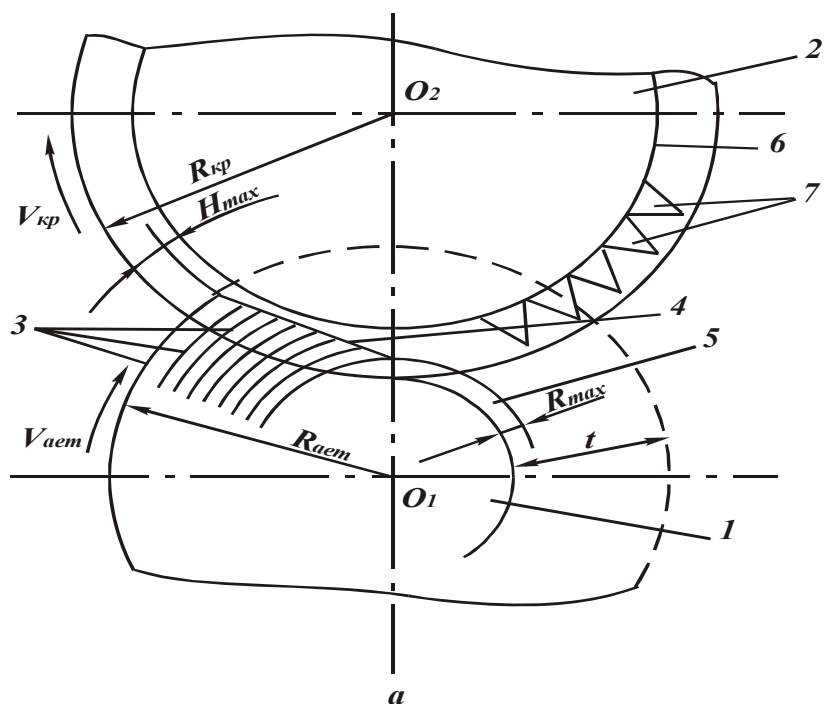


Рис. 7.1. Расчетная схема шлифования: 1 – деталь; 2 – круг; 3 – оболочки; 4 – условная (вероятностная) поверхность резания; 5 – неснятый материал с поверхности детали в виде микронеровностей; 6 – уровень связки круга; 7 – зерна круга.

При $t > H_{max}$ номинальная и фактическая глубины шлифования равны, а параметр H_{max} больше параметра шероховатости R_{max} . Исходя из этого, сделан вывод о возможности вполне однозначного математического представления процесса шлифования отношением параметров t и H_{max} .

При $t > H_{max}$ зависимость (7.1) принимает простой вид:

$$H = H_{max} \cdot \sqrt[6]{\frac{t_m}{t}}, \quad (7.2)$$

а параметры H_{max} и R_{max} описываются зависимостями:

$$H_{max} = 3 \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}}}, \quad (7.3)$$

$$R_{max} = 10 \cdot 5 \sqrt[5]{\left(\frac{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{\rho}}{m \cdot V_{кр}} \right)^2}, \quad (7.4)$$

где $\rho = \frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}}$; $R_{кр}$, $R_{дет}$ - соответственно радиусы круга и детали, м.

Приведенные в табл.7.1 значения толщины среза, полученные по расчетным зависимостям ряда авторов, показывают на большое расхождение расчетных и экспериментальных данных.

Таблица 7.1

Расчетные значения толщины среза H_{max} ($R_{дет} = 80 \cdot 10^{-3}$ м; $R_{кр} = 150 \cdot 10^{-3}$ м;

$\bar{X} = 0,25 \cdot 10^{-3}$ м; $m = 100$; $V_{кр} = 30$ м/с; $t = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м; $V_{дет} = 1$ м/мин)

Автор	Ф. В. Новиков	Е.Н.Маслов	Г.Б. Лурье	А.Н.Резников	Экспериментальные значения
Толщина среза, $H_{max} \cdot 10^{-6}$, м	14,7	0,007	0,12	1,1	10,5

Например, для расчетной зависимости, предложенной Е.Н. Масловым, это расхождение превышает 1000 раз. Наиболее правильный результат получен с использованием зависимости (7.3), где расхождения расчетных и экспериментальных данных H_{max} (до 40%) связано с учетом износа зерен. Далее расчетные значения H_{max} будут уточнены. При $t > H_{max}$ справедливо следующее соотношение между параметрами H_{max} и R_{max} .

$$R_{max} = H_{max} \cdot 5 \sqrt[5]{\frac{H_{max}}{4 \cdot t}}. \quad (7.5)$$

7.2. Определение количества работающих зерен с позиций кинематики шлифования

Рассмотрим закономерности образования полного профиля периферийной оболочки (периферийного элементарного слоя) снимаемого припуска, определяющие кинематические соотношения шлифования при $t > H_{max}$. Представим рабочую поверхность круга условно в виде цилиндрической фрезы, зубья которой образованы зернами, расположенными на участке бесконечно малой ширины $\Delta x \rightarrow 0$, рис.7.2 .

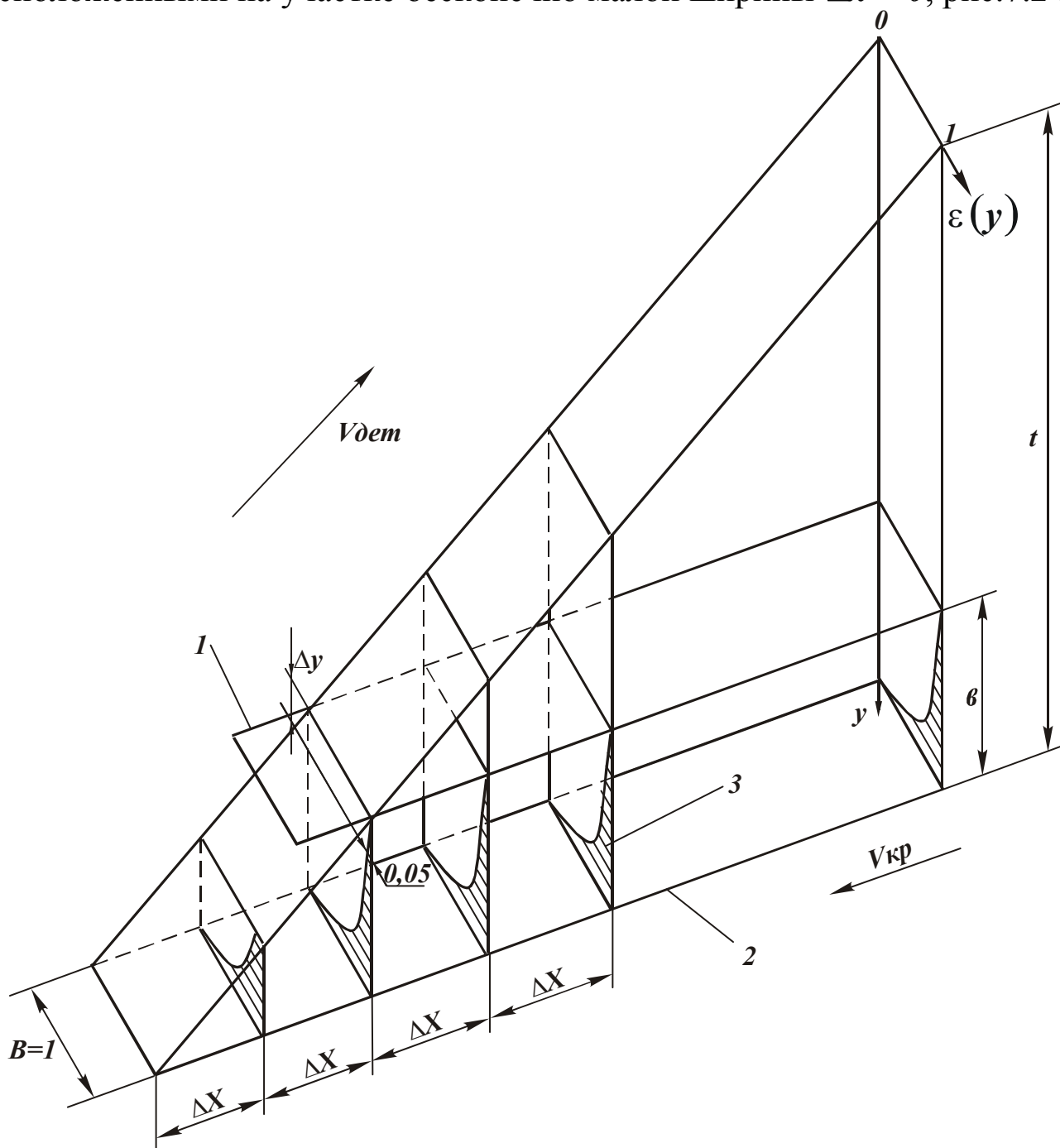


Рис. 7.2. Расчетная схема количества работающих зерен: 1 – плоскость, определяющая уровень максимального выступания зерен над связкой; 2 – плоскость, определяющая уровень связки круга; 3 – неснятый материал.

Заменим цилиндрическую оболочку припуска элементарным слоем. При взаимном перемещении элементарного слоя (в его вертикальной проекции) в вертикальном направлении и зубьев фрезы в горизонтальном направлении происходит их периодический контакт. В результате на элементарном слое на уровне $(H_{max} - \Delta y)$ образуется полный профиль $\varepsilon(y) = 0,895$ [1]. Запас Δy необходим для беспрепятственного перемещения элементарного слоя до уровня H_{max} до тех пор, пока последующий зуб переместится на величину Δx и вступит в контакт. При несоблюдении этого соотношения обрабатываемый материал будет подниматься выше предельного уровня.

При периодическом контакте элементарного слоя с зубьями происходит изменение относительной полноты профиля вертикальной проекции слоя, рис.7.2. Учитывая равномерное распределение вершин зерен в зубе по двум направлениям (высоте и ширине зуба), можно предположить о равновероятном участии каждого зерна в резании. В этом случае вершины зерен элементарного зуба при наложении на слой равномерно распределятся по площади контакта $1 \cdot (H_{max} - \Delta y)$ и те зерна, вершины которых попадут в область “неснятого материала”, будут считаться работающими. Остальные зерна участия в резании принимать не будут. Следовательно, число работающих зерен в плоскости зуба пропорционально заштрихованной части площади, соответствующей величине неснятого материала, и описывается функцией $\Phi(y)$ [32]:

$$\Phi(y) = \exp \left[- \frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{3 \cdot v \cdot V_{дем} \cdot \sqrt{2 \cdot t \cdot \rho}} \cdot (t - y)^3 \right]. \quad (7.6)$$

Процент работающих зерен ψ_2 равен отношению заштрихованной площади $\int_{(H_{max} - \Delta y)}^t \Phi(y) \cdot dy$ ко всей площади $1 \cdot (H_{max} - \Delta y)$. Приняв $\Delta x \rightarrow 0$, получим $\Delta y \rightarrow 0$, т.е. полный профиль в пределе образуется на уровне H_{max} .

Для удобства интегрирования распространим пределы интегрирования от $-\infty$ до t , что не внесет существенных погрешностей в результаты вычислений:

$$\psi_2 = \frac{1}{1 \cdot H_{max}} \cdot \int_{-\infty}^t \exp \left[- \frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{3 \cdot v \cdot V_{дем} \cdot \sqrt{2 \cdot t \cdot \rho}} \cdot (t - y)^3 \right] \cdot dy. \quad (7.7)$$

Введем новую переменную

$$U = \sqrt[3]{\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{3 \cdot v \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{2 \cdot t \cdot \rho}}} \cdot (t - y).$$

После подстановки ее в зависимость (7.7), имеем

$$\psi_2 = \frac{1}{H_{max}} \sqrt[3]{\frac{3 \cdot v \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{2 \cdot t \cdot \rho}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}} \cdot \int_0^{\infty} \exp(-U^3) \cdot dU. \quad (7.8)$$

Входящий в зависимость (7.8) интеграл можно вычислить с помощью гамма-функции $\Gamma(1/\mu)$, для рассматриваемого случая $\mu=3$:

$$\int_0^{\infty} \exp(-U^3) \cdot dU = \frac{1}{3} \cdot \Gamma\left(\frac{1}{3}\right) = \Gamma(1,3) = 0,83. \quad (7.9)$$

Процент работающих зерен ψ_2 , определяемый зависимостью (7.9), равен 44%. Для всех элементарных слоев, расположенных ближе к центру детали, параметр ψ_2 будет уменьшаться, так как уровень образования полного профиля для них будет ниже уровня H_{max} .

Для определения ψ_2 при условии $H_{max} > t$ расчет необходимо производить по экстремальному элементарному слою, так как он имеет максимальную глубину внедрения в рабочую поверхность круга [32].

Функция $\Phi(y) = 1 - \varepsilon(y)$ для такого слоя описывается зависимостью:

$$\Phi(y) = \exp\left[-\frac{\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{3 \cdot v \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{\rho}} \cdot \left(\frac{y^3}{2 \cdot \sqrt{t_{nm}}} + \sum_{i=0}^{n-2} t_{im}^{5/2}\right)\right]. \quad (7.10)$$

После интегрирования функции $\Phi(y)$ по аналогии с зависимостью (7.7) и несложных преобразований, получим:

$$\begin{aligned} \psi_2 = & \frac{0,83}{H_{max}} \cdot \sqrt[3]{\frac{3 \cdot v \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{2 \cdot \rho} \cdot \sqrt{t_{nm}}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}} \times \\ & \times \exp\left[-\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{3 \cdot v \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{2 \cdot \rho}} \cdot \sum_{i=0}^{n-2} t_{im}^{5/2}\right]. \end{aligned} \quad (7.11)$$

Зависимость (7.11) определяет процент работающих зерен при образовании полного профиля на экстремальном элементарном слое с учетом многократного прохождения им рабочей поверхности круга. Если полный профиль образуется за один контакт элементарного слоя с кругом, т.е. $t > H_{max}$ (глубинное шлифование), то $t_{экстр} \rightarrow 0$ и $\psi_2 = 44\%$.

Результаты вычислений ψ_2 для $H_{max} = 10 \cdot 10^{-6}$ м приведены в табл. 7.2.

Значения ψ_2

$t \cdot 10^{-6}, \text{м}$	1,0	5,0	10,0	50,0	100,0
$\psi_2, \%$	6,65	15,25	43,19	44,0	44,0

Как видим, с увеличением глубины шлифования t параметр ψ_2 увеличивается, что свидетельствует об эффективности применения глубинного шлифования.

7.3. Кинематика продольного шлифования

Выше приведены теоретические решения, описывающие закономерности съема материала и образования шероховатости обрабатываемых поверхностей при шлифовании с долевой продольной подачей S_δ , близкой к единице. На практике, как правило, используется схема шлифования с $S_\delta = 0,01 \dots 0,5$. Съем припуска и образование шлифованной поверхности в этом случае происходит за несколько касаний круга с фиксированным осевым сечением цилиндрической детали, что вносит изменения в закономерности образования относительной полноты профиля круга [12].

Из всей совокупности элементарных слоев, которыми условно представлен снимаемый припуск, выделим слой с координатой t_m и рассмотрим образование относительной полноты профиля $\varepsilon(y)$ за $p = 1/S_\delta$ контактов детали с рабочей поверхностью круга, рис.7.3. При первом контакте функция $\varepsilon_1(y)$ опишется зависимостью

$$\varepsilon_1(y) = 1 - \exp \left[- \frac{\text{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{\text{кр}} \cdot y^3}{\sqrt{2} \cdot 3 \cdot v \cdot V_{\text{дет}} \cdot \sqrt{t_m \cdot \rho}} \right], \quad (7.12)$$

где v - максимальная высота выступания зерен над уровнем связки круга, м;

k - поверхностная концентрация зерен круга, шт/м².

При втором контакте - относительной полнотой профиля $\varepsilon_2(y)$, полученной вероятностным умножением независимых случайных функций $\Phi_1(0)$ и $\Phi_2(0)$. Первая из них характеризует вероятность неснятого материала при первом контакте и равна $\Phi_1(0) = 1 - \varepsilon_1(0)$, вторая - вероятность неснятого материала при втором контакте без учета съема при первом контакте $\Phi_2(y) = 1 - \varepsilon_2^*(y)$.

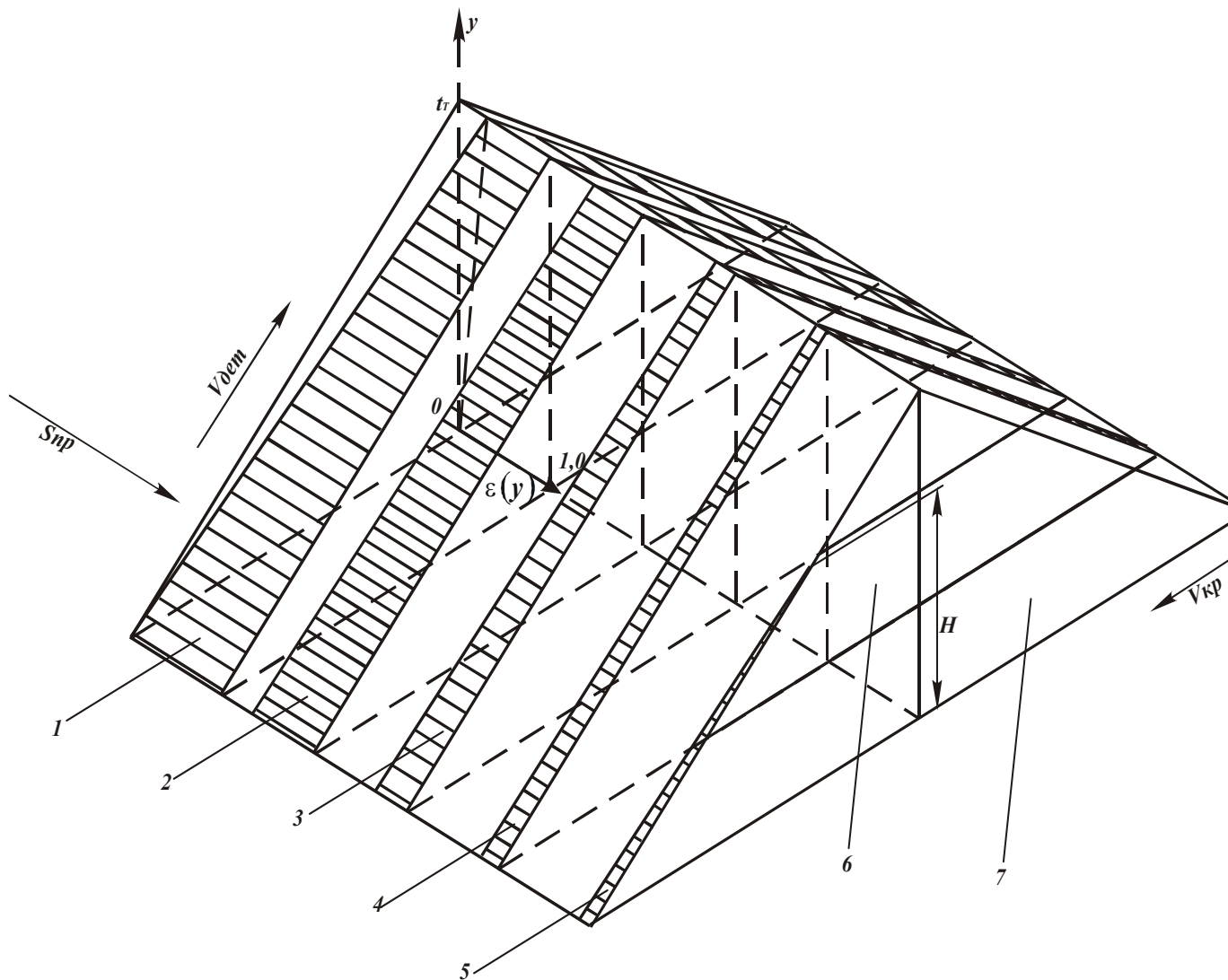


Рис. 7.3. Характер изменения относительной полноты профиля $\varepsilon(y)$:

1...5 – число контактов детали с кругом; 6 – осевая плоскость шлифования; 7 – плоскость, определяющая уровень максимального выступаania зерен над связкой.

Очевидно, вследствие одинаковых условий при первом и втором контактах справедливо: $\varepsilon_2^*(y) = \varepsilon_1(y)$, а

$$\varepsilon_1(0) = 1 - \exp \left[- \frac{\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{\text{кр}}}{3 \cdot v \cdot V_{\text{дем}} \cdot \sqrt{t_m} \cdot \rho} \cdot t_m^3 \right]. \quad (7.13)$$

Тогда

$$\varepsilon_2(y) = 1 - \exp \left[- \frac{\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{\text{кр}}}{3 \cdot v \cdot V_{\text{дем}} \cdot \sqrt{\rho}} \cdot \left(\frac{y^3}{2 \cdot \sqrt{t_m}} + t_m^{5/2} \right) \right]. \quad (7.14)$$

Относительная полнота профиля при третьем контакте определится:

$$\varepsilon_3(y) = 1 - \Phi_2(0) \cdot \Phi_3(y),$$

где $\Phi_3(y) = 1 - \varepsilon_3^*(y) = 1 - \varepsilon_1(y)$.

После преобразований, имеем

$$\varepsilon_3(y) = 1 - \exp \left[- \frac{\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{3 \cdot \nu \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{\rho}} \cdot \left(\frac{y^3}{2 \cdot \sqrt{t_m}} + 2t_m^{5/2} \right) \right]. \quad (7.15)$$

Относительная полнота профиля при $p = 1/S_\delta$ -ом контакте выразится зависимостью

$$\varepsilon_p(y) = 1 - \exp \left[- \frac{\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{3 \cdot \nu \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{\rho}} \cdot \left(\frac{y^3}{2 \cdot \sqrt{t_m}} + (p-1) \cdot t_m^{5/2} \right) \right]. \quad (7.16)$$

Глубину внедрения элементарного слоя в рабочую поверхность круга, при которой происходит его полный срез, получим из условия

$$H = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{t_m} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{A_0} - (p-1) \cdot t_m^{5/2}}, \quad (7.17)$$

где

$$\frac{1}{A_0} = \frac{6,75 \cdot \nu \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{\rho}}{\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}.$$

С увеличением числа контактов p параметр H уменьшается. Очевидно, зависимость $H - t_m$ носит экстремальный характер. Для определения экстремального значения $t_{m.экстр}$, соответствующего максимуму H , продифференцируем зависимость по t_m и производную приравняем к нулю. Тогда

$$t_{m.экстр} = \left[\frac{1}{6A_0 \cdot (p-1)} \right]^{\frac{2}{5}}. \quad (7.18)$$

Максимальную глубину внедрения элементарного слоя в рабочую поверхность круга H_{max} установим из зависимости (7.17), подставляя в нее значение $t_{m.экстр}$

$$H_{max} = \frac{1}{A_0^{2/5} \cdot (p-1)^{1/15}}. \quad (7.19)$$

С учетом $1/A_0$ параметр H_{max} выразится

$$H_{max} = \left(\frac{6,75 \cdot \nu \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{\rho}}{\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}} \right) \cdot \frac{1}{(p-1)^{1/15}}. \quad (7.20)$$

Следуя зависимости (7.20), увеличение p незначительно влияет на снижение H_{max} . В общем виде последовательность съема припуска графически показана на рис. 7.4.

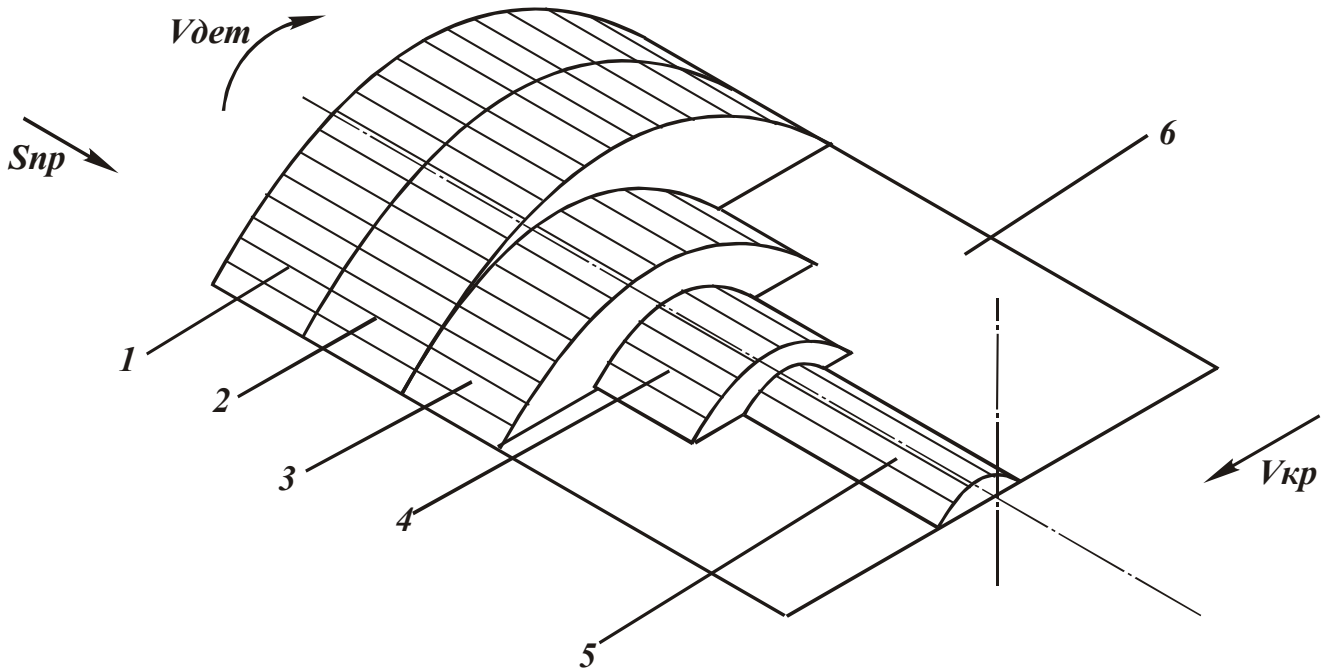


Рис. 7.4. Схема съема припуска при круглом глубинном продольном шлифовании: 1...5 – число контактов детали с кругом; 6 – плоскость, определяющая уровень максимального выступающих зерен над связкой.

В случае, если полный срез элементарных слоев происходит, начиная с первого контакта, т.е. при $p=1$, то максимальная толщина среза достигается для наиболее удаленного (периферийного) элементарного слоя. При последующих контактах элементарных слоев с кругом параметр H_{max} уменьшается, а экстремальный элементарный слой смещается к центру детали (рис.7.5).

Установим характер изменения параметра шероховатости R_{max} в зависимости от числа контактов p . Для этого в зависимости (7.16) примем $y = t_m$, а слагаемое $\frac{y^3}{2\sqrt{t_m}}$ заменим на $t_m^{5/2}$. После логарифмирования и некоторых преобразований зависимости (7.16), имеем

$$t_m = R_{max} = \left(\frac{6,75 \cdot v \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{\rho}}{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр} \cdot \rho} \right)^{\frac{2}{5}}. \quad (7.21)$$

С учетом известных зависимостей [13]:

$$v = (1 - \varepsilon) \cdot \bar{X}, \quad (7.22)$$

$$k = \frac{3m \cdot (1 - \varepsilon)}{200 \cdot \pi \cdot \bar{X}^2}, \quad (7.23)$$

где $(1 - \varepsilon)$ - коэффициент, учитывающий высоту выступающих зерен над связкой.

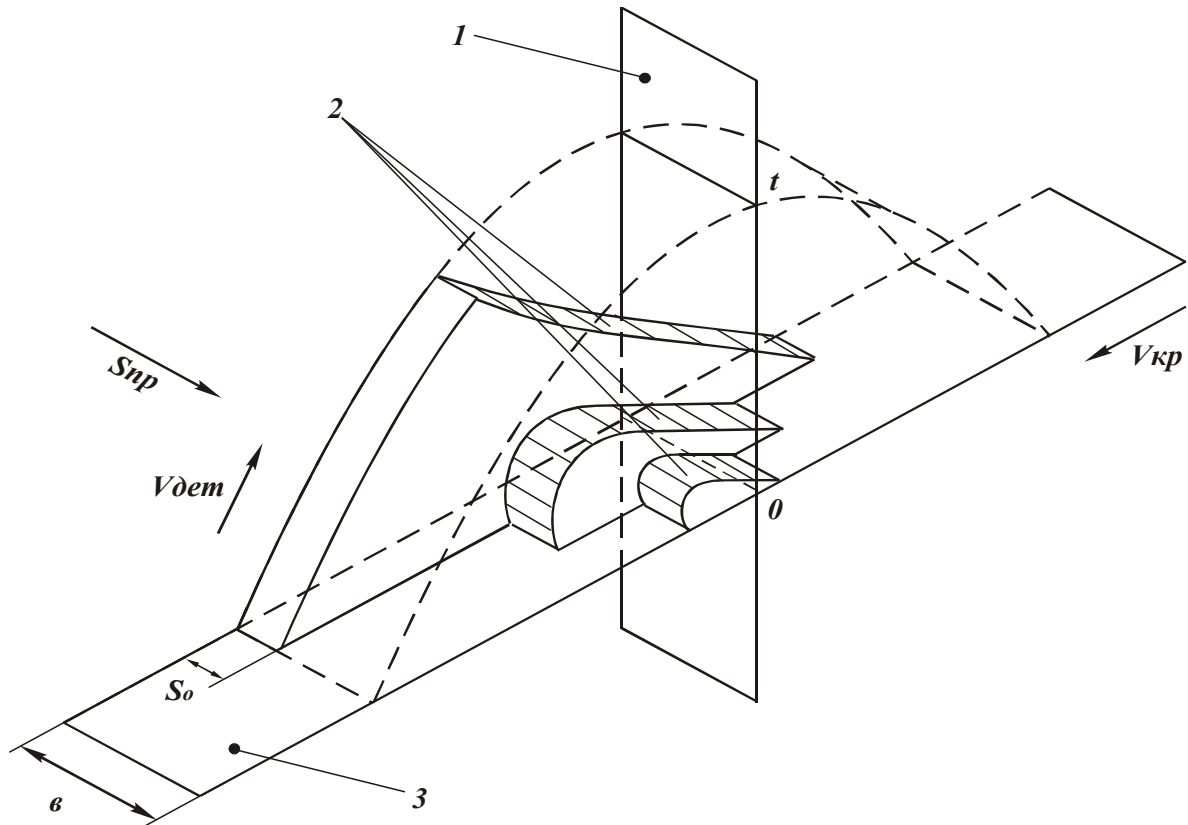


Рис. 7.5. Схема съема припуска при круглом глубинном продольном шлифовании: 1 – осевая плоскость шлифования; 2 – поверхности резания при шлифовании первым, вторым и третьим участками высоты круга; 3 – плоскость, определяющая уровень максимального выступания зерен над связкой.

Зависимость (7.21) примет вид:

$$R_{max} = \bar{X} \cdot 5 \sqrt{\frac{10^5 \cdot \pi^2 \cdot \bar{X} \cdot V_{дем}^2 \cdot \rho}{tg^2 \gamma \cdot m^2 \cdot V_{кр}^2 \cdot p^2}} \quad (7.24)$$

Исходя из зависимости (7.24), влияние p на R_{max} более значительно, чем p на H_{max} . С увеличением p , при неизменности остальных параметров, шероховатость обработанной поверхности уменьшается. Уменьшается также соотношение R_{max}/H_{max} . Выразим $V_{дем}$ и p через S_{δ} , учитывая $p = 1/S_{\delta}$, тогда

$$V_{дем} = S_{np} \cdot \frac{2\pi \cdot R_{дем}}{B_1} = S_{np} \cdot \frac{2\pi \cdot R_{дем}}{S_{\delta} \cdot B}, \quad (7.25)$$

где S_{np} - продольная подача, м/с;

B_1 - продольная подача, м/об;

B - высота круга, м.

Параметр R_{max} примет вид

$$R_{max} = \bar{X} \cdot 5 \sqrt{\frac{4 \cdot 10^5 \cdot \pi^4 \cdot \bar{X} \cdot S_{np}^2 \cdot R_{дем}^2 \cdot \rho}{tg^2 \gamma \cdot m^2 \cdot V_{кр}^2 \cdot B^2}} \quad (7.26)$$

Как видим, на параметр шероховатости обработки R_{max} в явном виде не влияют параметры $V_{дет}$ и S_{δ} , рассматривая долевую продольную подачу S_{δ} как функцию от скорости детали $V_{дет}$. Параметр R_{max} при продольном шлифовании определяется параметрами S_{np} и B . Установленные закономерности справедливы при работе кругом с прямолинейной образующей профиля. При шлифовании в результате неравномерной нагруженности отдельных участков профиля круга, как следует из рис.7.6,а, имеет место неравномерный износ вдоль образующей круга, что ведет к образованию ступенчатого заборного конуса.

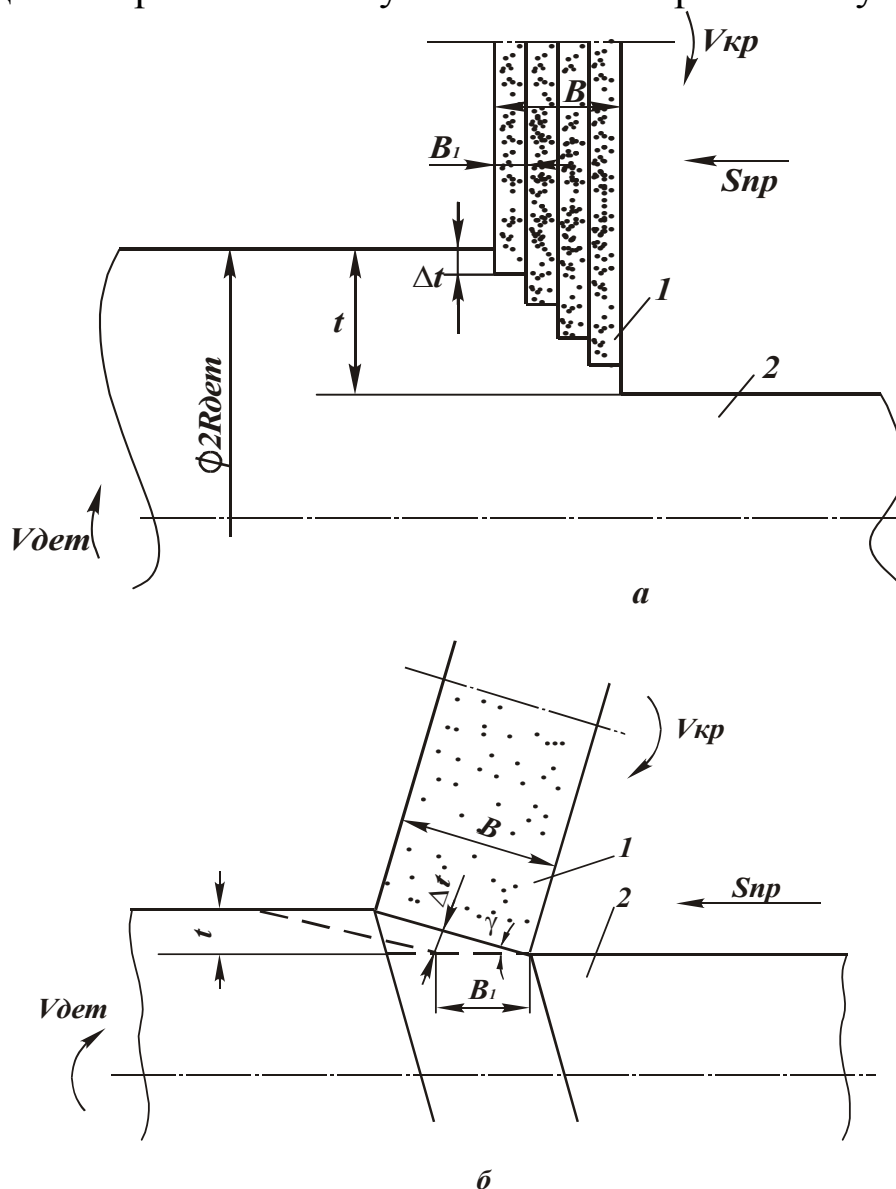


Рис. 7.6. Схемы круглого продольного шлифования со ступенчатым (а) и безступенчатым (б) заборным конусом: 1 – круг; 2 – деталь.

Процесс съема припуска в этих условиях примет более сложный характер. Смещение срезов по глубине шлифования будет происходить как от продольной многопроходности, так и от разновысотного расположения режущих участков круга.

За один продольный ход круга каждый его режущий участок снимет слой материала толщиной $\Delta t = t / p$. Математическую модель такой схемы формообразования можно представить шлифованием кругом высотой B_1 с условной глубиной шлифования Δt .

Тогда относительная полнота профиля опишется зависимостью для радиальной многопроходности, приведенной в работе [32]:

$$\varepsilon_n(y) = 1 - \exp \left[- \frac{\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{3\sigma \cdot V_{дем} \cdot \sqrt{\rho}} \cdot \left(\frac{y^3}{2 \cdot \sqrt{t_{nm}}} + \sum_{i=0}^{n-2} t_{im}^{5/2} \right) \right], \quad (7.27)$$

где $t_{im} = t_m + it$;

$$t_{nm} = t_m + (n-1) \cdot t;$$

n - число проходов.

В зависимости (7.27) вместо t надо принять Δt . При $\Delta t \geq H_{max}$, т.е. при $t_{nm} = t$ и $\sum_{i=0}^{n-2} t_{im}^{5/2} = 0$, максимальная глубина внедрения элементарного слоя в рабочую поверхность круга выразится

$$H_{max} = 3 \sqrt[3]{\frac{9,45 \cdot \sigma \cdot V_{дем} \cdot \sqrt{\Delta t \cdot \rho}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}}. \quad (7.28)$$

После преобразований параметра Δt , с учетом (7.22) и (7.23), имеем:

$$H_{max} = 3 \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3}{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр}}} \cdot 6 \sqrt[6]{V_{дем} \cdot S_{np} \cdot t \cdot \frac{2\pi \cdot R_{дем} \cdot \rho}{B}}. \quad (7.29)$$

Параметры режима шлифования $V_{дем}$, S_{np} , t в зависимости (7.29) в одинаковой степени влияют на H_{max} . Аналогичную зависимость для определения H_{max} можно получить для продольного шлифования кругом, имеющим бесступенчатый заборный конус.

Исходя из рис. 7.6,б, за один оборот детали круг снимет слой материала площадью поперечного сечения $B \cdot \Delta t$, где

$$\Delta t = B_1 \cdot \frac{t}{B} = 2\pi \cdot R_{дем} \cdot \frac{S_{np}}{V_{дем}} \cdot \frac{t}{B}.$$

После подстановки Δt в зависимость (7.28) с учетом \bar{X} и m параметр H_{max} примет вид (7.29). Следовательно, форма заборного конуса круга не оказывает влияния на параметр H_{max} .

Таким образом, теоретически раскрыт механизм съема материала и формообразования поверхностей при продольном шлифовании с позиций кинематики процесса.

7.4. Расчет параметров шероховатости обработки с учетом износа зерен круга

В работе [32] приведена методика расчета параметров шероховатости шлифованной поверхности без учета износа зерен. Принимая параметр H_{max} в виде [32]:

$$H_{max} = 3 \sqrt{\frac{6,75 \cdot v \cdot V_{дет} \sqrt{2 \cdot t \cdot \rho \cdot (1 - \eta)^2}}{tg \gamma \cdot k \cdot V_{кр} \cdot (1 + \eta)}}, \quad (7.30)$$

из условия $H_{max} = R_{max} = t$ (заменяя $V_{дет}$ на $0,5 \cdot V_{дет}$) получим зависимость для расчета параметра шероховатости R_{max}

$$R_{max} = 5 \sqrt{\frac{(1 - \eta)^4}{(1 + \eta)^2} \cdot \left(\frac{6,75 \cdot v \cdot V_{дет}}{\sqrt{2 \cdot tg \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}} \right)^2 \rho}. \quad (7.31)$$

С учетом зависимостей (7.22) и (7.23) параметр шероховатости R_{max} выразится

$$R_{max} = 5 \sqrt{\frac{(1 - \eta)^4}{(1 + \eta)^2} \cdot \frac{\pi^2 \cdot \bar{X}^6 \cdot V_{дет}^2 \cdot \rho}{tg^2 \gamma \cdot m^2 \cdot V_{кр}^2}}. \quad (7.32)$$

По структуре зависимость (7.32) идентична зависимости (7.24) для $p = 1$. Отличие состоит в множителе $\frac{(1 - \eta)^4}{(1 + \eta)^2}$, обусловленном линейным износом зерен. Чем больше η , тем меньше R_{max} . Для исходного рельефа круга ($\eta \rightarrow 0$) параметр R_{max} принимает наибольшее значение, по которому обычно и ведутся расчеты без учета изменения рельефа круга вследствие износа зерен. Экспериментально установлено, что при шлифовании алмазным кругом на прочной металлической связке М2-01 параметр шероховатости R_{max} с течением времени обработки увеличивается. Это нетрадиционная закономерность, так как параметр R_a с течением времени или уменьшается или остается неизменным. Причиной является затупление зерен круга и невозможность съема ими материала. В результате количество работающих зерен уменьшается, что эквивалентно уменьшению объемной концентрации круга. Согласно зависимости (7.32), это и ведет к увеличению параметра шероховатости R_a . Данная

закономерность наблюдается также при шлифовании абразивными кругами повышенной твердости, работающими в режиме затупления.

Уменьшить параметр R_a в этих условиях можно применением эффективных методов правки круга, обеспечивающих поддержание на рабочей поверхности круга "острого" режущего рельефа за счет своевременного удаления затупившихся зерен. Для определения параметров шероховатости R_{max} и $R_a = 0,2 \cdot R_{max}$ с учетом износа зерен необходимо знать закономерности изменения безразмерного параметра η от условий обработки. Для анализа воспользуемся зависимостью для определения величины линейного износа максимально выступающего над связкой зерна [32]:

$$x = \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho} \cdot \eta^3}{tg \gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2)}} \quad (7.33)$$

Установить значения η в зависимости (7.33) для заданного значения x можно лишь численным расчетом. Для определения приближенного значения η зависимость (7.33) упростим, принимая $(1 - \eta^2) \approx 1$. Тогда, с учетом разрешенной относительно η зависимости (7.33) параметр $R_a = 0,2 \cdot R_{max}$ опишется зависимостью:

$$R_a = 2 \cdot \sqrt[5]{\frac{\left(1 - x \cdot \sqrt[3]{\frac{tg \gamma \cdot m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}}\right)^4 \cdot \pi^2 \cdot \bar{X}^6 \cdot V_{дет}^2 \cdot \rho}{\left(1 + x \cdot \sqrt[3]{\frac{tg \gamma \cdot m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}}\right)^2 \cdot tg^2 \gamma \cdot m^2 \cdot V_{кр}^2}} \quad (7.34)$$

Из зависимости (7.34) следует весьма чувствительная связь между параметрами x и R_a . С увеличением x параметр R_a уменьшается, причем,

более интенсивно, когда множитель $\sqrt[3]{\frac{tg \gamma \cdot m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}}$ значителен.

В отличие от зависимости (7.24), в зависимость (7.34) входит глубина шлифования t . С увеличением t параметр R_a увеличивается более интенсивно при больших значениях x , рис. 7.7. Следовательно, с увеличением величины x роль глубины шлифования в изменении параметра R_a усиливается.

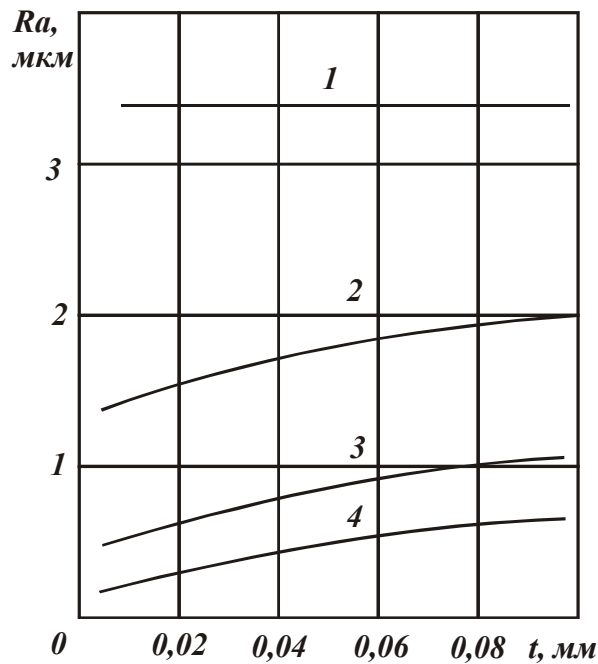


Рис.7.7. Зависимость R_a от t ($\gamma = 45^\circ$; $\bar{X} = 0,18$ мм; $m = 100$; $R_{дет} = 80$ мм; $R_{кр} = 150$ мм; $V_{кр} = 35$ м/с; $V_{дет} = 1$ м/мин): 1 - $x = 0$; 2 - $x = 10$ мкм; 3 - $x = 20$ мкм; 4 - $x = 30$ мкм.

7.5. Определение параметра η расчетно-экспериментальным путем для многопроходного шлифования

Установим характер изменения параметра η от условий обработки на основе экспериментальных данных шероховатости обработки (R_{max} , R_a), удельной интенсивности съема материала $\lambda = Q/P_y$, удельного расхода абразива (алмаза или эльбора), коэффициента резания при шлифовании. В первом случае параметр шероховатости описывается зависимостью (7.32). Входящий в нее параметр η может изменяться в пределах 0...1.

При продольном шлифовании с долевой продольной подачей S_δ фиксированное сечение детали будет $\frac{1}{S_\delta}$ раз контактировать с кругом. Это эквивалентно, как показано в разделе 7.3, уменьшению скорости детали $V_{дет}$ в $\frac{1}{S_\delta}$ раз, где $S_\delta = B_1/B$, $B_1 = \pi \cdot D_{дет} \cdot S_{пр} / V_{дет}$, $D_{дет}$ - диаметр детали.

Тогда

$$R_{max} = 10 \cdot \left[\frac{(1-\eta)^2}{(1+\eta)} \cdot \frac{\pi^2 \cdot \bar{X}^3 \cdot D_{дет} \cdot S_{пр} \cdot \rho^{0,5}}{m \cdot V_{кр} \cdot B} \right]^{0,4} \quad (7.35)$$

Параметр шероховатости обработки R_{max} тем меньше, чем меньше зернистость круга \bar{X} , скорость продольной подачи S_{np} и больше концентрация круга m , высота круга B и скорость круга $V_{кр}$. Используем экспериментальные данные основных показателей круглого наружного продольного шлифования быстрорежущих инструментов эльборовыми кругами, полученные Серовым Б.С. Обрабатываемый материал - быстрорежущая сталь Р6М5 (рис. 7.8).

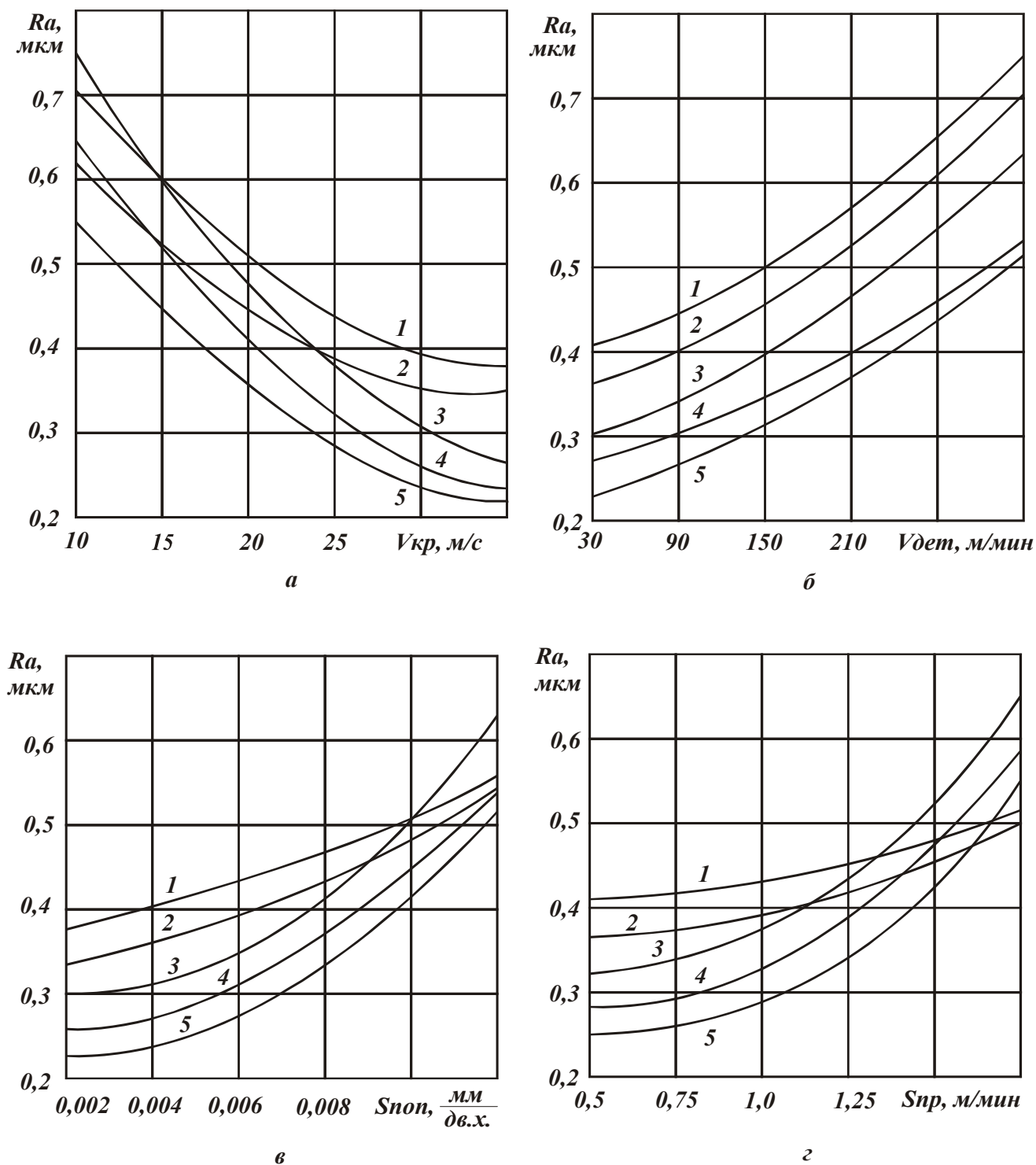


Рис. 7.8. Зависимость R_a от параметров режима шлифования.

На рис. 7.8, рис. 7.11 приняты обозначения:

1 - эльборовый круг 12А2 45 125x10x3x32 Л12 Б1 100% с металлизированными зернами (Ni); 2 - круг Л12 Б1 100% (Cu-Ag-Ti); 3- круг Л12 КБ 100%; 4 - Л12 Б156 100%; 5 - Л12 Б1 100%.

При $V_{кр} = var$: $V_{дет} = 30$ м/мин, $S_{non} = 0,004$ мм/дв.ход, $S_{np} = 0,5$ м/мин.

При $V_{дет} = var$: $V_{кр} = 30$ м/с, $S_{non} = 0,004$ мм/дв.ход, $S_{np} = 0,5$ м/мин.

При $S_{non} = var$: $V_{кр} = 30$ м/с, $V_{дет} = 30$ м/мин, $S_{np} = 0,5$ м/мин.

При $S_{np} = var$: $V_{кр} = 30$ м/с, $V_{дет} = 30$ м/мин, $S_{non} = 0,004$ мм/дв.ход.

Из рис. 7.8,а следует, что параметр шероховатости $R_a \approx 0,2 \cdot R_{max}$ однозначно уменьшается с увеличением скорости круга $V_{кр}$ для всех рассматриваемых характеристик эльборовых кругов.

При увеличении $V_{кр}$ с 10 до 35 м/с, т.е. в 3,5 раза, параметр R_a уменьшился для круга Л12Б1 приблизительно в 2,4 раза, для круга Л12Б1- в 2,6 раза, для круга Л12КБ - в 2,7 раза, для круга Л12Б1 с металлизированными (Cu-Ag-Ti) эльборовыми зернами - в 1,7 раза, для круга Л12Б1 с металлизированными (Ni) эльборовыми зернами - в 1,8 раза.

Из зависимости (7.35) следует уменьшение параметра шероховатости обработки $R_{max}(R_a)$ в 1,7 раза при уменьшении скорости $V_{кр}$ в 3,5 раза. Следовательно, теоретические данные согласуются с экспериментальными для кругов Л12 Б1 с металлизированными эльборовыми зернами.

В остальных случаях наблюдается расхождение теоретических и экспериментальных данных приблизительно в 1,5 раза, что связано с линейным износом зерен и увеличением безразмерного параметра η .

С физической точки зрения это означает, что для металлизированных зерен параметр η остается практически неизменным ($\eta = 0,87$) с изменением скорости круга. Для неметаллизированных зерен - изменяется (увеличивается $\eta > 0,9$), в особенности в диапазоне $V_{кр} = 25 \dots 35$ м/с, где наблюдается расхождение значений R_a . Для металлизированных зерен параметр R_a больше, чем для неметаллизированных. Следовательно, для металлизированных зерен, согласно зависимости (7.35), параметр η меньше, т.е. практически отсутствует износ зерен в рассматриваемом диапазоне изменения скорости круга $V_{кр}$. С увеличением скорости детали $V_{дет}$ параметр шероховатости R_a увеличивается (рис. 7.8,б). Исходя из зависимости (7.35), это связано с уменьшением параметра η , так как собственно $V_{дет}$ в зависимость не входит. Для металлизированных зерен

параметр η меньше ($\eta=0,7$), поскольку параметр R_a (рис. 7.8,б) больше.

С увеличением поперечной подачи S_{non} (глубины шлифования t) параметр шероховатости R_a увеличивается, рис.7.8,в. Как и при изменении V_{det} , это связано с уменьшением параметра η , так как глубина шлифования t в зависимость (7.35) не входит.

Характерно то, что с увеличением поперечной подачи значения R_a для рассматриваемых эльборовых кругов близки. Это указывает на существенное уменьшение параметра η ($\eta \rightarrow 0$), т.е. величина линейного износа зерен до момента их выпадения из связки круга незначительна (в особенности для круга Л12 Б156, где значение параметра R_a при $S_{non} = 0,012$ мм/дв.ход наибольшее).

С увеличением скорости продольной подачи S_{np} параметр шероховатости обработки R_a непрерывноувеличивается, рис.7.8,г. Причем, для неметаллизированных зерен интенсивнее, чем для металлизированных.

При $S_{np} > 1,5$ м/мин параметр R_a для неметаллизированных зерен больше, чем для металлизированных. Из зависимости (7.35) следует, что параметр η для металлизированных зерен с увеличением S_{np} мало изменяется, а для неметаллизированных зерен - уменьшается. При $S_{np} > 1,5$ м/мин параметр η для неметаллизированных зерен меньше, чем для металлизированных, т.е. меньше величина линейного износа зерен x до момента их выпадения из связки в связи с более низкой прочностью удержания зерен в связке (металлизация зерен повышает собственно их прочность и прочность удержания в связке).

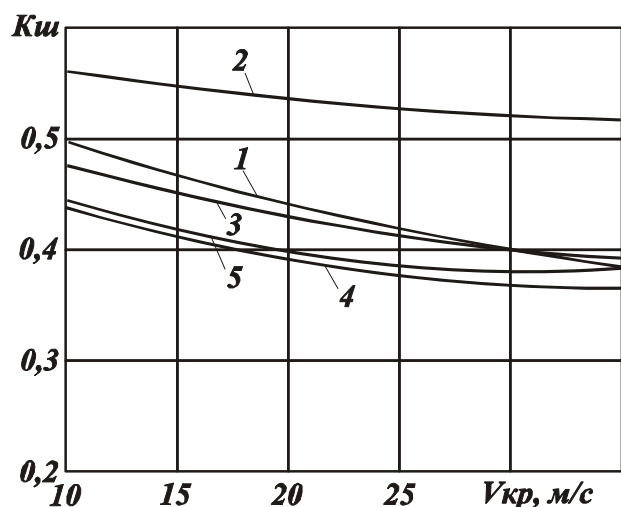
Проведем анализ изменения параметра η с использованием экспериментальных данных коэффициента резания при шлифовании $K_{ш}$ и расчетной зависимости (2.44), представленной в виде

$$K_{ш} = \sqrt{\frac{4 \cdot \sigma_{сж}}{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}} \cdot (1 - \eta). \quad (7.36)$$

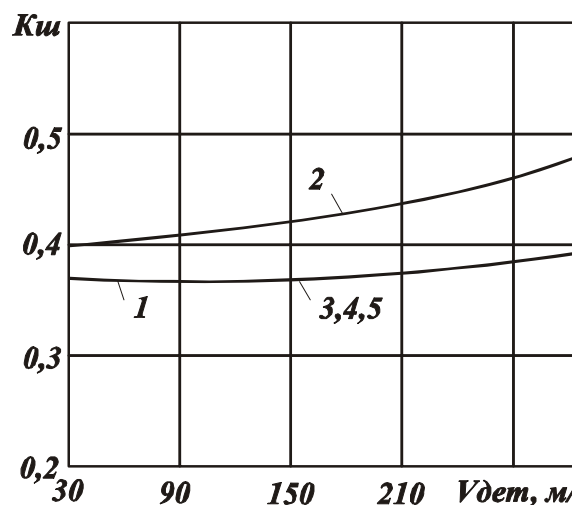
Коэффициент $K_{ш}$ тем больше, чем меньше безразмерный параметр η и больше соотношение $\sigma_{сж} / HV$. С увеличением скорости круга $V_{кр}$ коэффициент $K_{ш}$ уменьшается (рис.7.9,а), в меньшей мере - для круга с металлизированными (Cu-Ag-Ti) эльборовыми зернами. Наибольшее значение $K_{ш}$ достигается для круга с металлизированными (Cu-Ag-Ti) зернами. Согласно зависимости (7.36), это указывает на увеличение параметра η с увеличением $V_{кр}$. Для круга с металлизированными

(Cu-Ag-Ti) зернами параметр η принимает наименьшее значение, т.е. величина линейного износа зерен x наименьшая и круг обладает наибольшей режущей способностью.

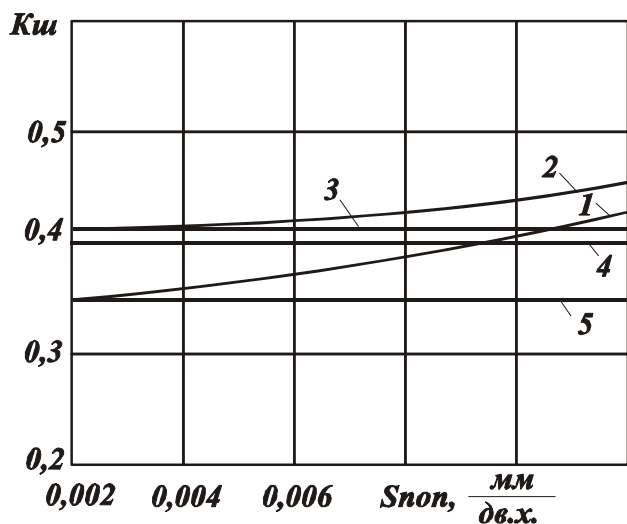
С увеличением скорости детали $V_{дет}$ коэффициент $K_{ш}$ увеличивается, рис. 7.9,б. Следовательно, параметр η уменьшается по зависимости (7.3,6). С увеличением поперечной подачи коэффициент $K_{ш}$ увеличивается, рис. 7.9,в. Соответственно параметр η уменьшается. Такой же характер изменения параметра η с увеличением скорости продольной подачи $S_{пр}$, исходя из рис. 7.9,г. Эти данные согласуются с аналогичными данными, полученными на основе анализа шероховатости обработанной поверхности.



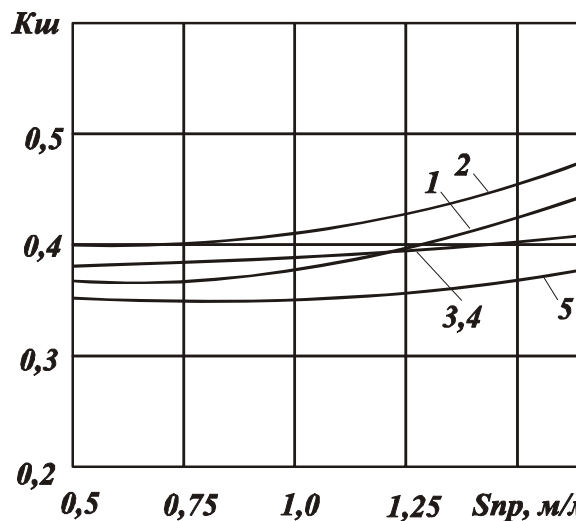
а



б



в



г

Рис. 7.9. Зависимость коэффициента $K_{ш}$ от параметров режима шлифования.

Проведем анализ изменения η с использованием экспериментальных данных удельной интенсивности съема материала λ и расчетной

зависимости для определения λ , приведенной в работе [32]:

$$\lambda = \frac{2 \cdot V_{кр}}{\pi \cdot \text{tg} \gamma \cdot HV} \cdot (1 - \eta). \quad (7.37)$$

Параметр λ тем больше, чем больше $V_{кр}$ и меньше HV и η .

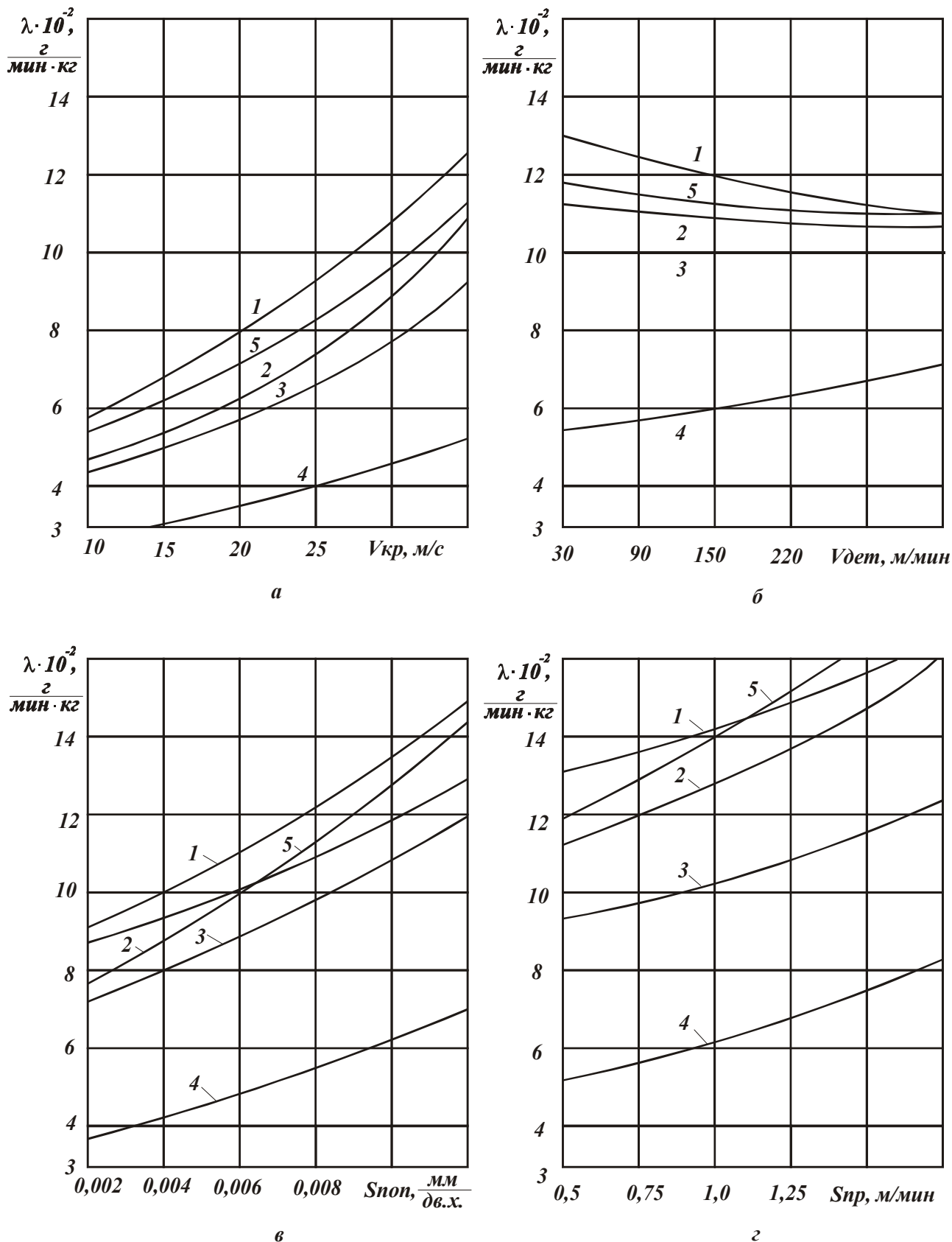


Рис. 7.10. Зависимость λ от параметров режима шлифования.

С увеличением скорости круга $V_{кр}$ параметр λ возрастает для всех рассматриваемых эльборовых кругов (рис.7.10,а).

Наибольшее значения λ достигается при шлифовании кругом с металлизированными (Ni) зернами. При увеличении $V_{кр}$ от 10 до 30 м/с, т.е. в 3 раза, параметр λ возрастает в среднем в два раза. Исходя из зависимости (7.37), это вызывает уменьшение множителя $(1-\eta)$ и увеличение параметра η .

Параметр η для круга с металлизированными (Ni) зернами принимает наименьшее значение, что согласуется с результатами анализа на основе параметра шероховатости обработки и коэффициента шлифования.

С увеличением скорости детали $V_{дем}$ параметр λ для кругов на связке Б1 незначительно уменьшается, для кругов на связках КБ и Б156 – наоборот возрастает, рис.7.10,б.

Согласно зависимости (7.37), в первом случае параметр η возрастает, во втором - уменьшается.

С увеличением поперечной подачи S_{non} параметр λ возрастает, рис.7.10,в. Следовательно, параметр η по зависимости (7.37) - уменьшается.

Аналогична закономерность изменения η с увеличением скорости продольной подачи $S_{пр}$ (рис.7.10,г).

Проведем анализ параметра η с использованием экспериментальных данных удельного расхода эльбора q и производительности обработки Q на основе расчетной зависимости [10]:

$$\frac{\eta^3}{\sqrt{1-\eta}} = \frac{M}{Q \cdot q}, \quad (7.38)$$

где
$$M = \frac{\rho_э \cdot \alpha \cdot V_{кр} \cdot B}{\rho_m \cdot c} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot \sigma_{сж} \cdot HV}{\pi \cdot \text{tg} \gamma}};$$

$\rho_э, \rho_m$ – соответственно плотности эльборовых зерен и обрабатываемого материала;

α - коэффициент, учитывающий плотность связки в зависимости от концентрации эльборовых зерен в круге;

c – коэффициент, характеризующий износостойкость зерен.

Параметр M устанавливается для определенных базовых условий.

Из (7.38) следует уменьшение параметра η с увеличением произведения $Q \cdot q$. По сути, произведение $Q \cdot q$ равно скорости износа эльборового круга. Из рис. 5.7 и рис. 7.11,а следует, что с увеличением скорости круга $V_{кр}$ произведение $Q \cdot q$ уменьшается примерно по закону уменьшения q , т.е. более чем в четыре раза при увеличении $V_{кр}$ в 3 раза (от 10 до 30 м/с). Параметр M при таком увеличении $V_{кр}$ увеличивается в три раза. Следовательно, правая часть зависимости (7.38) возрастает, что ведет к росту параметра η .

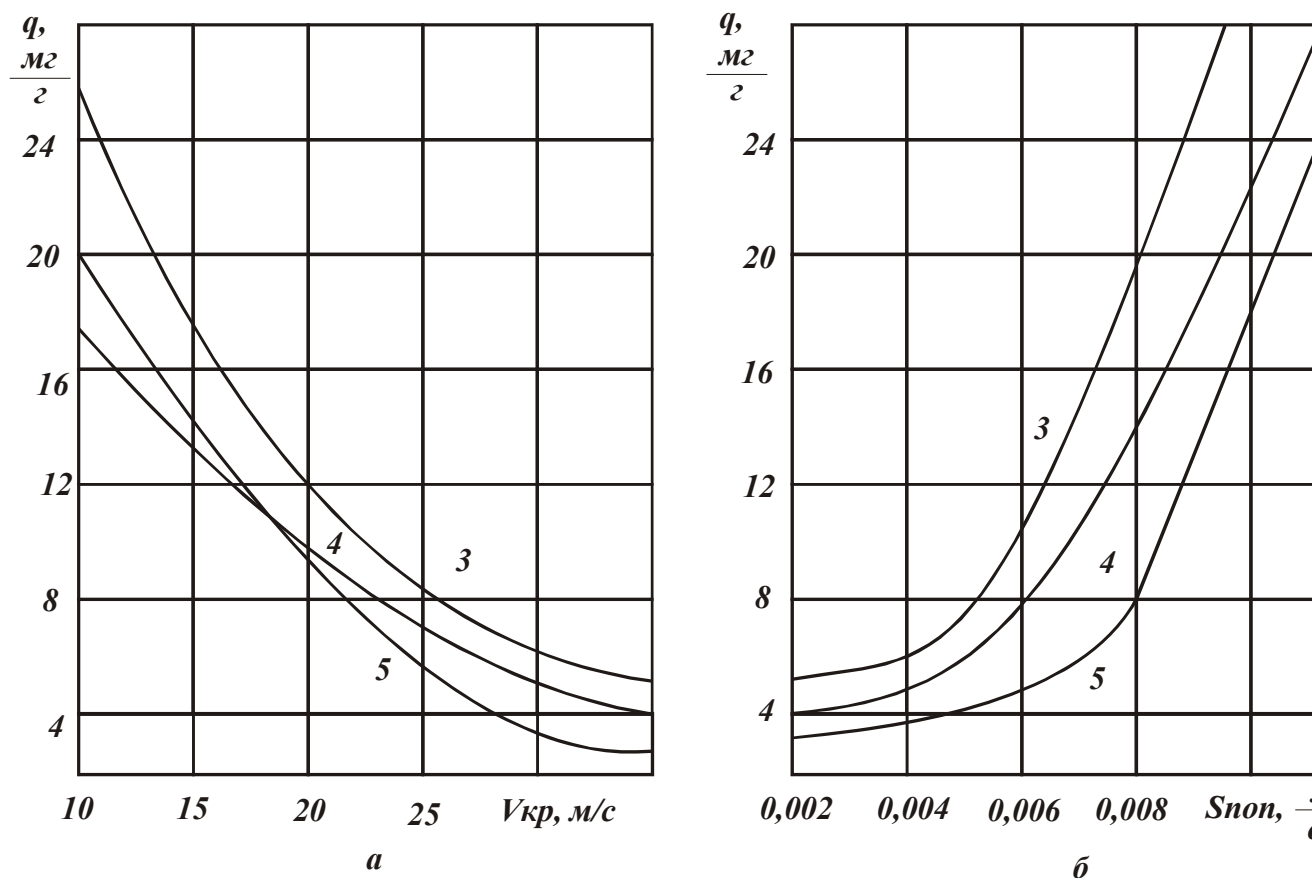


Рис. 7.11. Зависимость q от параметров режимов шлифования.

С увеличением поперечной подачи S_{non} произведение $Q \cdot q$ существенно возрастает, исходя из рис.5.8 и рис.7.11,б, что вызывает снижение η ($\eta \rightarrow 0$). Данные результаты согласуются с вышеприведенными, т.е. с увеличением S_{non} параметр η уменьшается, а с увеличением $V_{кр}$ - растет. Уменьшение η вызывает рост удельного расхода эльбора, шероховатости обработки, коэффициента шлифования и удельной интенсивности съема материала.

Рассмотрим причины изменения параметра η . Физическим условием установившегося процесса шлифования следует рассматривать периодическое достижение на максимально выступающем из связки зерне предельной нагрузки, вызывающей его выпадение из связки и

обеспечивающей равномерный во времени износ круга (режим самозатачивания). Предельную нагрузку будем оценивать силой P_{y1} , действующей на зерно, поскольку $P_{y1} > P_{z1}$. С учетом $P_{y1} = P_{z1} / K_{ш}$ и $P_{z1} = \sigma \cdot S$ (где σ - условное напряжение резания, S - площадь поперечного сечения единичного среза) и зависимостей [32]:

$$\sigma = \frac{2 \cdot \sigma_{сж}}{K_{ш}}, \quad (7.39)$$

$$S = tg\gamma \cdot H^2 \cdot (1 - \eta^2), \quad (7.40)$$

$$H = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot V_{дем} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2)}} \quad (7.41)$$

сила P_{y1} определяется:

$$P_{y1} = 0,5 \cdot \pi \cdot tg^2\gamma \cdot HV \cdot \bar{X}^2 \cdot (1 + \eta) \cdot \left[\frac{630 \cdot \pi \cdot V_{дем} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2)} \right]^{2/3}. \quad (7.42)$$

Сила P_{y1} тем больше, чем больше HV , \bar{X} , $V_{дем}$, t , η и меньше m и $V_{кр}$. Очевидно, наибольшее влияние на P_{y1} оказывает η , так как при $\eta \rightarrow 1$ сила $P_{y1} \rightarrow \infty$. Следовательно, с увеличением η (по мере затупления зерна) сила P_{y1} увеличивается. При достижении предельного значения P_{y1} зерно объемно разрушится и выпадет из связки или выпадет без объемного разрушения (в зависимости от соотношения прочности зерна и связки круга). Определим параметр η , принимая в (7.42) силу P_{y1} равной предельному значению. Учитывая незначительное изменение множителя $(1 + \eta)$, примем $(1 + \eta) \approx 1$:

$$\eta^2 = 1 - \frac{630 \cdot \pi \cdot V_{дем} \cdot \sqrt{t \rho}}{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр}} \cdot \left(\frac{0,5 \cdot \pi \cdot tg^2\gamma \cdot HV \cdot \bar{X}^2}{P_{y1}} \right)^{3/2}. \quad (7.43)$$

Параметр η уменьшается с увеличением $V_{дем}$, t , HV , \bar{X} и уменьшением m , $V_{кр}$ при $P_{y1} = const$. Это согласуется с анализом параметра η на основе экспериментальных данных. Следовательно, причина изменения η обусловлена достижением на зернах предельных нагрузок.

Зависимость (7.43) получена для $S_\delta = 1$. При $S_\delta < 1$ в связи с неравномерным износом круга вдоль образующей вместо t в (7.43) необходимо принять $t \cdot S_\delta$.

$$\eta^2 = 1 - \frac{630 \cdot \pi \cdot \sqrt{t \cdot V_{\text{дет}} \cdot S_{\text{нр}} \cdot \pi \cdot D_{\text{дет}} \cdot \rho}}{\text{тг}\gamma \cdot m \cdot V_{\text{кр}} \cdot \sqrt{B}} \cdot \left(\frac{0,5 \cdot \pi \cdot \text{тг}^2 \gamma \cdot HV \cdot \overline{X^2}}{P_{y1}} \right)^{1,5}. \quad (7.44)$$

Дополнительными параметрами здесь являются $S_{\text{нр}}$ и B . С увеличением $S_{\text{нр}}$ и уменьшением B параметр η уменьшается, что согласуется с экспериментальными данными.

7.6. Определение параметра η расчетно-экспериментальным путем для глубинного шлифования

Преобразуем зависимость (7.38) к виду:

$$\frac{\eta^3}{\sqrt{1-\eta}} = \frac{M_1}{h_l}, \quad (7.45)$$

где $M_1 = \frac{V_{\text{кр}}}{\pi \cdot R_{\text{кр}} \cdot c} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{\text{сж}} \cdot HV}{\pi \cdot \text{тг}\gamma}}$;

h_l - скорость линейного износа круга, м/с.

На рис. 7.12 приведены экспериментальные зависимости параметра h_1 от глубины шлифования t для различных значений $V_{\text{дет}}$, полученные при круглом наружном продольном глубинном алмазном шлифовании твердосплавных многолезвийных инструментов с $S_\delta = 0,9$ [20].

С увеличением t параметр h_l возрастает. Следовательно, безразмерный параметр η , исходя из зависимости (7.45), уменьшается. Чем больше $V_{\text{дет}}$, тем меньше η .

Сила P_{y1} , действующая на отдельное зерно круга, определяемая зависимостью (7.42), с увеличением t возрастает, а с уменьшением η - уменьшается. Следовательно, входящий множитель $\frac{\sqrt{t}}{(1-\eta^2)}$ и соответственно сила P_{y1} с учетом экспериментальных данных η могут оставаться постоянными с увеличением t , т.е. изменение параметра η обусловлено силой P_{y1} . Аналогичен характер изменения η от $V_{\text{дет}}$.

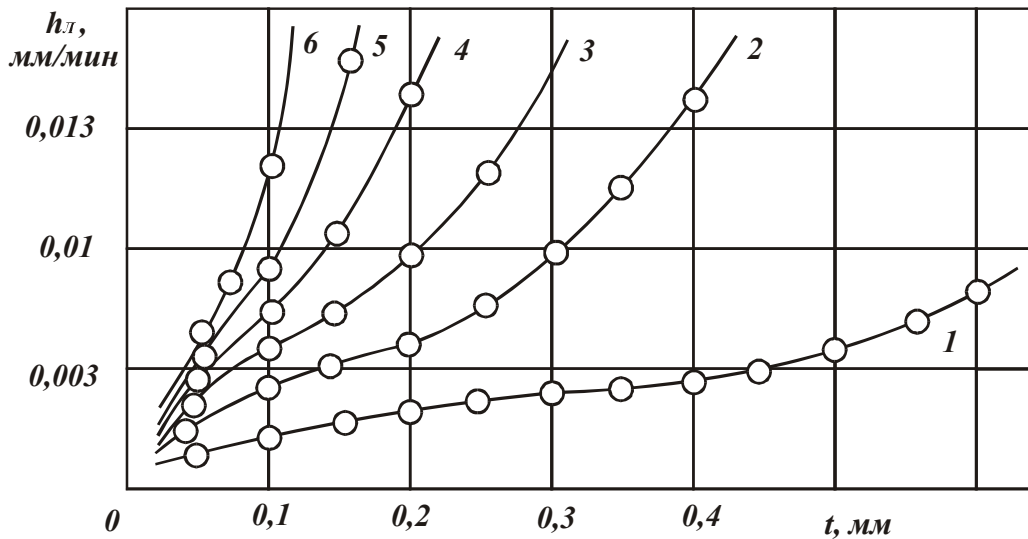


Рис. 7.12. Зависимость h_L от t : круг – 1А1 300×25 АС6 250/200 М1-01 4; обр. мат. – ВК8; $V_{кр} = 35$ м/с; $S_d = 0,9$; 1, ..., 6 – $V_{дем} = 1, \dots, 6$ м/мин.

Из рис. 7.12 следует, что при постоянной номинальной производительности обработки $Q_0 = B_1 \cdot V_{дем} \cdot t$ скорость линейного износа круга уменьшается с увеличением глубины шлифования t . По зависимости (7.45) это ведет к росту параметра η . Следовательно, для выполнения условия $\eta = const (h_L = const)$, с увеличением t производительность обработки Q_0 должна возрастать. Это указывает на возможность существенного повышения Q_0 при переходе в область глубинного шлифования.

Исходя из рис. 7.13, при $t > 0,4$ мм производительность обработки Q_0 может принимать значения $15 \cdot 10^3$ мм³/мин и более при экономически обоснованном износе алмазного круга ($h_L = 0,01$ мм/мин), что в несколько раз превышает производительность обычного многопроходного круглого наружного и плоского алмазного шлифования твердых сплавов.

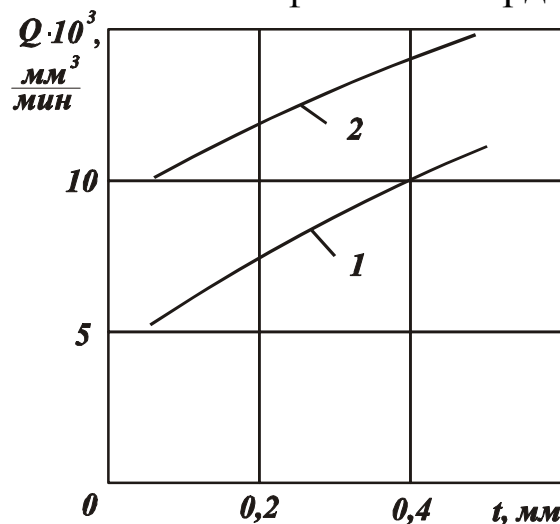


Рис. 7.13. Зависимость Q от t : круг – 1А1 300×25 АС6 250/200 М1-01 4; обр. мат. – ВК8; $V_{кр} = 35$ м/с; $S_d = 0,9$; 1 – $h_L = 0,005$ мм/мин; 2 – $h_L = 0,01$ мм/мин.

На рис. 7.14 приведены экспериментальные зависимости коэффициента резания $K_{ш}$ от глубины шлифования t .

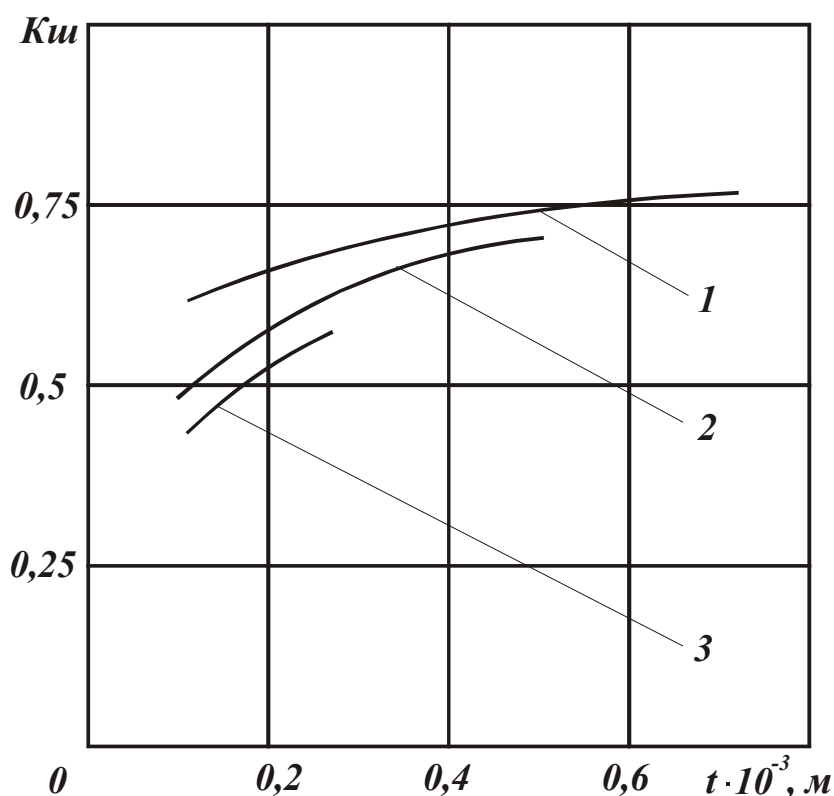


Рис. 7.14. Зависимость $K_{ш}$ от t : круг – 1А1 300×25 АС6 200/160 М1-10 4; обр. мат. – Т15К10; $V_{кр} = 35$ м/с; $S_d = 0,9$; 1 – $V_{дет} = 1$ м/мин; 2 – $V_{дет} = 5$ м/мин; 3 – $V_{дет} = 10$ м/мин.

Коэффициент $K_{ш}$ и параметр η связаны зависимостью (7.36). Чем больше $K_{ш}$, тем меньше параметр η . Следовательно, рост $K_{ш}$ с увеличением глубины шлифования t , исходя из рис. 7.14, указывает на уменьшение параметра η . Это соответствует аналогичным результатам, полученным на основе экспериментальных данных скорости линейного износа круга h_l .

Рассмотрим характер изменения параметра η на основе экспериментальных данных шероховатости обработанной поверхности R_a , рис. 7.15. С увеличением глубины шлифования t и скорости детали $V_{дет}$ параметр шероховатости R_a возрастает.

Зависимость (7.32) не содержит глубины шлифования t . Следовательно, с увеличением параметра шероховатости R_a (рис. 7.15) в связи с ростом t , параметр η , входящий в зависимость (7.32), будет уменьшаться.

С увеличением $V_{дет}$ параметр η будет изменяться в меньшей мере, так как зависимость (7.32) содержит $V_{дет}$.

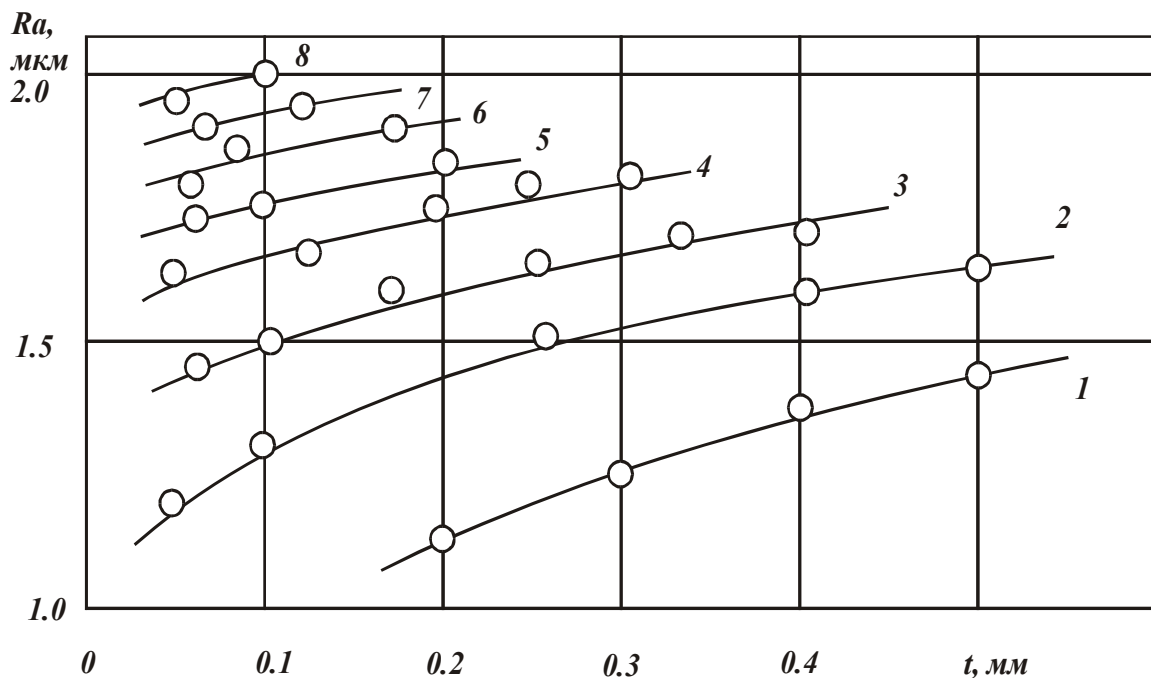


Рис. 7.15. Зависимость R_a от t : круг – 1А1 300×25 АС6 200/160 М1-10 4; обр. мат. – ВК8; $V_{кр} = 35$ м/с; $S_d = 0.9$; 1, ..., 6 - $V_{дет} = 1, \dots, 6$ м/мин; 7 - $V_{дет} = 8$ м/мин; 8 - $V_{дет} = 10$ м/мин.

Таким образом, показана преобладающая роль безразмерного параметра η в формировании основных технологических показателей шлифования.

Формирование собственно параметра η в процессе шлифования обусловлено величиной силы P_y , действующей на зерно и определяющей прочность удержания его в связке или прочность зерна (в зависимости от механизма износа круга).

7.7. Оптимизация шлифования по максимально возможной производительности с учетом основных технологических ограничений обработки

При шлифовании по жесткой схеме параметры процесса определяются величиной $y_{уст}$, которая устанавливается из системы уравнений (5.38) или из зависимости (5.29) при $y_{уст} = y$. Тогда производительность обработки Q_0 равна:

$$Q_0 = \frac{2 \cdot c \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2) \cdot y_{уст}}{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV \cdot (1 + \eta^2)}. \quad (7.46)$$

Чем больше c , $V_{дет}$, $y_{уст}$ и меньше HV и η , тем больше Q_0 .

Наряду с точностью обработки y , производительность Q_0 ограничена мощностью, шероховатостью, параметрами качества (температурой) обработки, прочностью инструмента и т.д.

Мощность обработки $N = P_z \cdot V_{кр} = \sigma \cdot Q_0$ определяется лишь двумя параметрами σ и Q_0 .

С их увеличением она возрастет. Для заданного значения N , обусловленного мощностью привода станка, производительность Q_0 с учетом (2.43) выразится:

$$Q_0 = N \cdot \sqrt{\frac{(1-\eta^2)}{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \sigma_{сж} \cdot HV}}. \quad (7.47)$$

Чем больше N и меньше η , $\sigma_{сж}$, HV , тем больше Q_0 .

Параметр шероховатости обработки R_a определяется зависимостью (7.32) с учетом $R_a = 0,2 \cdot R_{max}$:

$$R_a = 2 \cdot 5 \sqrt{\frac{(1-\eta)^4 \cdot \pi^2 \cdot \bar{X}^6 \cdot V_{дет}^2 \cdot \rho}{(1+\eta)^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma \cdot m^2 \cdot V_{кр}^2}}. \quad (7.48)$$

Откуда устанавливаются скорость детали $V_{дет}$ и производительность обработки $Q_0 = l_{дет} \cdot V_{дет} \cdot t$:

$$Q_0 = \left(\frac{R_a}{2}\right)^{2,5} \cdot \frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2} \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot l_{дет} \cdot t}{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}}. \quad (7.49)$$

Чем больше R_a , m , $V_{кр}$, $l_{дет}$, t , η и меньше \bar{X} , ρ , тем больше Q_0 .

С учетом ограничения по температуре резания θ производительность обработки Q_0 определяется [2]:

$$Q_0 = \frac{l_{дет} \cdot \lambda}{2 \cdot c_m \cdot \rho_m} \cdot \sqrt{\frac{D_{кр}}{t}} \cdot \ln \left| \frac{1}{1 - \frac{\theta \cdot c_m \cdot \rho_m}{\sigma}} \right|. \quad (7.50)$$

где λ , c_m , ρ_m - соответственно коэффициент теплопроводности, теплоемкость и плотность обрабатываемого материала.

Чем больше $l_{дет}$, $D_{кр}$, θ и меньше t и σ , тем больше Q_0 .

С учетом ограничений по прочности зерен P_{y1} , производительность Q_0 определяется из зависимости (7.47).

Характер изменения Q_0 от t для указанных технологических ограничений обработки показан на рис. 7.16. С учетом ограничений по точности и мощности обработки, производительность Q_0 зависит главным образом от величины η . Уменьшая $\eta \rightarrow 0$, можно в широких пределах изменять Q_0 .

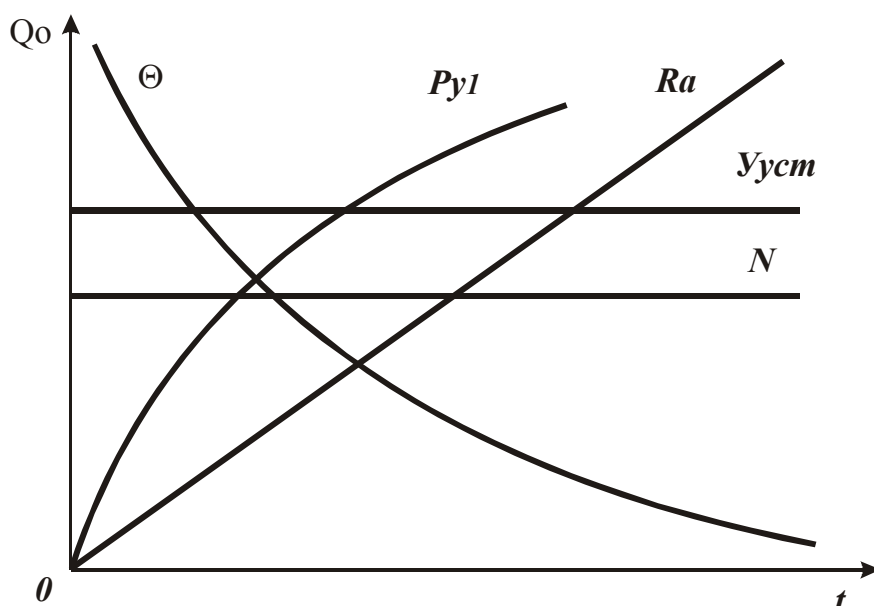


Рис. 7.16. Зависимость Q_0 от t для различных технологических ограничений обработки.

С учетом ограничения по шероховатости обработки Ra , величина η оказывает на Q_0 противоположное влияние. Следовательно, существует оптимальное значение η .

В этом случае дополнительным резервом увеличения Q_0 является увеличение глубины шлифования t (т.е. переход в область глубинного шлифования), а также увеличение $l_{дет}$ и $V_{кр}$, что не противоречит характеру изменения Q_0 с учетом ограничений по точности и мощности обработки.

С учетом ограничения по температуре резания θ , добиться увеличения Q_0 можно уменьшением σ , t и увеличением $l_{дет}$. Уменьшение

σ по зависимости (7.39) предполагает уменьшение величины η . Однако, как показано выше, существуют оптимальные значения η .

Следовательно, возможности варьирования величиной η ограничены. Уменьшение глубины шлифования t также ограничено условием выполнения заданной шероховатости обработки R_a , т.е. существует оптимальное значение t , обусловленное ограничениями по шероховатости обработки и температуре резания.

Увеличение Q_0 за счет роста $l_{дет}$ - не ограничено.

Увеличить Q_0 по зависимости (5.13) можно увеличением t , $l_{дет}$, $V_{кр}$ и уменьшением $\eta \rightarrow 0$.

Однако, как показано выше, параметры t и η ограничены. Следовательно, добиться роста Q_0 можно за счет увеличения $l_{дет}$, η .

Вместе с тем возможности увеличения параметров $V_{кр}$ и $l_{дет}$ также ограничены характеристиками станка, инструмента и обрабатываемой детали.

На практике получили применение математические зависимости, установленные методами многофакторного планирования эксперимента. Например, для круглого наружного продольного шлифования технологические параметры обработки описываются:

$$\begin{aligned}
 Q &= A_1 \cdot S_{non}^{a_1} \cdot S_{np}^{a_2} \cdot V_{дет}^{a_3} \cdot V_{кр}^{a_4} ; \\
 R_a &= A_2 \cdot S_{non}^{b_1} \cdot S_{np}^{b_2} \cdot V_{дет}^{b_3} \cdot V_{кр}^{b_4} ; \\
 \delta &= A_3 \cdot S_{non}^{c_1} \cdot S_{np}^{c_2} \cdot V_{дет}^{c_3} \cdot V_{кр}^{c_4} ; \\
 N &= A_4 \cdot S_{non}^{d_1} \cdot S_{np}^{d_2} \cdot V_{дет}^{d_3} \cdot V_{кр}^{d_4} ,
 \end{aligned}
 \tag{a}$$

где δ - геометрическая погрешность обработки, м;

S_{non} , S_{np} - соответственно скорости поперечной и продольной подач, м/с.

Показатели степени a_i , b_i , d_i , c_i ($i=1-4$) принимают как положительные, так и отрицательные значения. Зависимости справедливы для заданных пределов изменения параметров режимов шлифования S_{non} , S_{np} , $V_{дет}$, $V_{кр}$.

Если ограничивающим фактором является шероховатость обработки R_a , то целевая функция – производительность обработки Q – и реализующая ее, например, поперечная подача, описываются зависимостями, вытекающими из системы (а):

$$Q = A_1 \cdot \left(\frac{R_a}{A_2} \right)^{\frac{a_1}{e_1}} \cdot S_{np}^{a_2 - \frac{a_1 \cdot e_2}{e_1}} \cdot V_{дет}^{a_3 - \frac{a_1 \cdot e_3}{e_1}} \cdot V_{кр}^{a_4 - \frac{a_1 \cdot e_4}{e_1}} ;$$

$$S_{non} = \left(\frac{R_a}{A_2} \right)^{\frac{1}{e_1}} \cdot S_{np}^{-\frac{e_2}{e_1}} \cdot V_{дет}^{-\frac{e_3}{e_1}} \cdot V_{кр}^{-\frac{e_4}{e_1}} . \quad (б)$$

Выбор оптимальных значений S_{np} , $V_{дет}$, $V_{кр}$ производится из условия обеспечения наибольшей производительности обработки Q в заданном диапазоне изменения S_{non} .

Аналогично определяется Q с учетом ограничения по δ или N .

С учетом двух ограничивающих факторов – R_a и δ – необходимо производительность Q и параметры S_{non} и S_{np} представить функциями от R_a , δ , $V_{дет}$ и $V_{кр}$.

С учетом трех ограничивающих факторов R_a , δ и N – представить параметры Q , S_{non} , S_{np} , $V_{дет}$ функциями от R_a , δ , N , $V_{кр}$.

При этом определяемые значения S_{non} , S_{np} , $V_{дет}$ не должны выходить за пределы, в которых производились эксперименты.

Таким же образом можно установить оптимальные условия шлифования, если целевой функцией является себестоимость обработки. Оптимум соответствует наименьшему значению себестоимости.

Данный подход справедлив для функций, не имеющих точек экстремумов.

Рассмотрим пример. При круглом наружном эльборовом шлифовании многолезвийных инструментов параметры Q и N описываются:

$$Q = 5,82 \cdot S_{non}^{0,43} \cdot S_{np}^{0,69} \cdot V_{дет}^{0,16} \cdot V_{кр}^{0,18} ;$$

$$N = 105 \cdot S_{non}^{0,31} \cdot S_{np}^{0,32} \cdot V_{дет}^{0,09} \cdot V_{кр}^{0,29}, \quad (B)$$

откуда

$$Q = 5,82 \cdot (0,01 \cdot N)^{1,39} \cdot S_{np}^{0,25} \cdot V_{дет}^{0,04} \cdot V_{кр}^{-0,22};$$

$$S_{non} = (0,01 \cdot N)^{2,33} \cdot S_{np}^{-1,0} \cdot V_{дет}^{-0,29} \cdot V_{кр}^{-0,94}.$$

Увеличить производительность обработки Q при заданном значении мощности N можно за счет увеличения S_{np} и уменьшения $V_{кр}$.

Скорость детали $V_{дет}$ почти не влияет на Q .

Для обеспечения значения S_{non} , соответствующего заданному диапазону (в котором производились эксперименты), необходимо в первую очередь изменять параметр $V_{дет}$ до предельного значения. Если этого недостаточно – изменять параметры S_{np} и $V_{кр}$, которые почти в одинаковой степени влияют на Q и S_{non} .

Рассмотрим методику расчета оптимальных условий резания лезвийным инструментом с радиусом при вершине R .

С учетом зависимостей (2.36) и (2.37) величина упругого перемещения в технологической системе y (определяющая точность обработки) равна

$$y = \frac{S_0 \cdot \sigma}{c \cdot K_{рез}} = \frac{S_0}{c} \cdot \left(4 \cdot HV \cdot \frac{R}{a}\right)^{0,67} \cdot \tau_{сдв}^{0,33}, \quad (7.51)$$

где S_0 - заданная площадь поперечного сечения среза материала, м²;

c - приведенная жесткость системы, Н/м;

$HV, \tau_{сдв}$ - твердость и прочность на сдвиг обрабатываемого материала, Па;

a - толщина среза, м.

Для осуществления процесса стружкообразования при резании необходимо обеспечить определенное значение $a/R = \alpha$, которое по данным разных источников колеблется от 0,04 до 0,16.

При резании однолезвийным инструментом $S_0 = a \cdot v$, где v – ширина среза, м.

С учетом $a / R = \alpha$, зависимость (7.51) принимает вид:

$$y = \frac{R \cdot v}{c} \cdot (4 \cdot HV)^{0,67} \cdot (\alpha \cdot \tau_{сдв})^{0,33}. \quad (7.52)$$

Уменьшить величину y и повысить точность обработки можно уменьшением параметров R, v, α и увеличением c , а с учетом соотношения $a / R = \alpha$ - уменьшением a . По мере затупления инструмента параметры R и y увеличиваются.

При точении $v = t / \sin \varphi$ (где t - глубина резания, м; φ - главный угол в плане резца). Уменьшить v и соответственно y можно уменьшением t . При резании многолезвийным инструментом, например, дисковой фрезой (рис. 7.17) толщина среза a определяется из условия:

$$\frac{a}{V'_{дет}} = \frac{l}{V_{инст}},$$

где $V_{инст}$ - скорость вращения инструмента, м/с;

$$V'_{дет} = V_{дет} \cdot \cos \beta = V_{дет} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot t}{D_{инст}}};$$

$V_{дет}$ – скорость детали, м/с;

$D_{инст}$ - диаметр фрезы, м;

t – глубина резания, м;

l – расстояние между зубьями фрезы, м;

$$l = \frac{\pi \cdot D_{инст}}{z};$$

z – число зубьев фрезы.

Откуда

$$a = \frac{V_{дет}}{V_{инст}} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot t}{D_{инст}}} \cdot \frac{\pi \cdot D_{инст}}{z} = \frac{V_{дет}}{V_{инст}} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{z} \cdot \sqrt{t \cdot D_{инст}}. \quad (7.53)$$

Площадь поперечного сечения среза S_0 равна

$$S_0 = \frac{Q}{V_{инст}} = \frac{B \cdot V_{дет} \cdot t}{V_{инст}}, \quad (7.54)$$

где B - ширина резания, м.

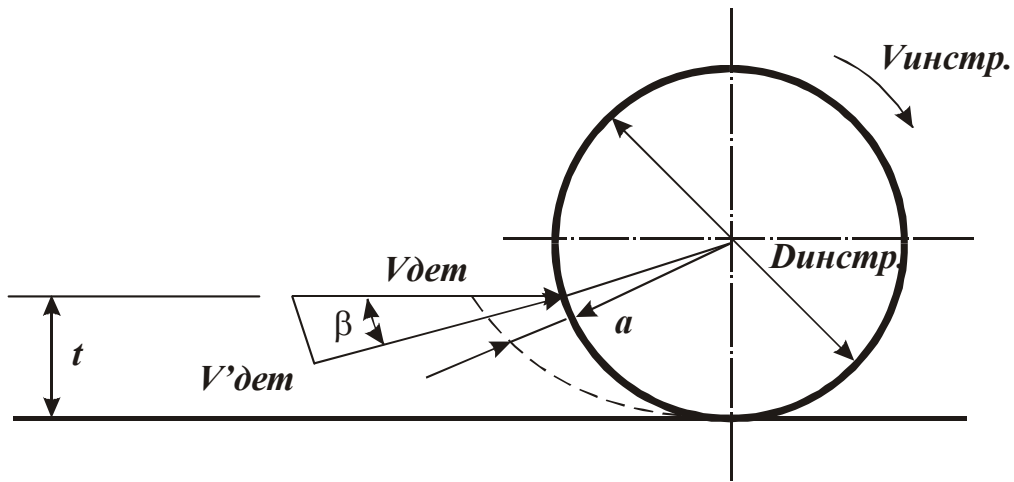


Рис. 7.17. Расчетная схема резания.

Подставляя зависимость (7.54) в (7.51), имеем

$$y = \frac{B \cdot V_{дет} \cdot t}{c \cdot V_{инст}} \cdot \left(4 \cdot HV \cdot \frac{1}{\alpha} \right)^{0,67} \cdot \tau_{сдв}^{0,33}. \quad (7.55)$$

Для того чтобы выполнить условие стружкообразования ($\alpha = const$), разрешим зависимость (7.53) относительно $V_{дет} / V_{инст}$ и подставим полученное выражение в (7.55):

$$y = \frac{B \cdot \sqrt{t}}{c} \cdot \frac{a \cdot z}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{D_{инст}}} \cdot \left(4 \cdot HV \cdot \frac{1}{\alpha} \right)^{0,67} \cdot \tau_{сдв}^{0,33}. \quad (7.56)$$

Уменьшить величину y можно уменьшением параметров B, t, a, z и увеличением $D_{инст}$ при $\alpha = const$. С учетом отношения $a / R = \alpha$ зависимость (7.56) выразится

$$y = \frac{B \cdot \sqrt{t}}{c} \cdot \frac{R \cdot z}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{D_{инст}}} \cdot (4 \cdot HV)^{0,67} \cdot (\alpha \cdot \tau_{сдв})^{0,33}. \quad (7.57)$$

Уменьшить величину y можно уменьшением параметров B, t, R, z, α и увеличением $D_{инст}$.

Как видим, увеличение параметра z ухудшает точность, т.е. однолезвийный инструмент в этом плане может быть более эффективен.

Зависимости (7.52) и (7.57) представим:

$$y = \frac{t \cdot R}{c \cdot \sin \varphi} \cdot (4 \cdot HV)^{0,67} \cdot (\alpha \cdot \tau_{сдв})^{0,33}; \quad (7.58)$$

$$y = \frac{B \cdot t \cdot R \cdot z}{2 \cdot \pi \cdot c \cdot \sqrt{t \cdot D_{инст}}} \cdot \left(4 \cdot HV \cdot \frac{1}{\alpha}\right)^{0,67} \cdot (\alpha \cdot \tau_{сдв})^{0,33}. \quad (7.59)$$

В зависимости (7.58) угол $\varphi \approx 70^\circ$, т.е. можно принять $\sin \varphi \rightarrow 1$.

В зависимости (7.59) отношение $\frac{B \cdot z}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{t \cdot D_{инст}}}$, например, при $B=10$ мм; $z=20$; $t=1$ мм; $D_{инст}=200$ мм, также может принимать значения, близкие к единице. Следовательно, шлифовальный круг можно свести к цилиндрической фрезе с количеством зубьев z . Эффект шлифования будет состоять в возможности уменьшения величины y за счет существенного уменьшения радиуса округления режущих зерен круга R (по сравнению с R для резца и т.д.). При резании многолезвийным инструментом для обеспечения условия $\alpha = const$ необходимо выдержать соотношение $\frac{V_{дет}}{V_{инст}}$, которое из (7.53) равно:

$$\frac{V_{дет}}{V_{инст}} = \frac{a \cdot z}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{t \cdot D_{инст}}}.$$

Соотношение $\frac{V_{дет}}{V_{инст}}$ тем меньше, чем меньше параметры a, z и больше $t, D_{инст}$. При шлифовании толщина среза a значительно меньше, чем при лезвийной обработке. Это требует уменьшения $V_{дет}$ и увеличения $V_{инст}$. Этим объясняются высокие значения скорости круга при шлифовании. При глубинном шлифовании (за счет увеличения глубины шлифования t) соотношение $\frac{V_{дет}}{V_{инст}}$ должно быть меньше, чем при многопроходном шлифовании. Это требует еще большего увеличения скорости резания $V_{инст} = V_{кр}$, а также уменьшения скорости детали $V_{дет}$. Этим объясняются весьма низкие значения скорости детали $V_{дет}$, применяемые при глубинном шлифовании ($V_{дет} < 0,1$ м/мин).

Данный расчет для шлифования весьма упрощен, так как не учитывает вероятность участия зерен в резании, однако позволяет принципиально установить взаимосвязи между параметрами.

Рассмотрим условия уменьшения температуры резания при точении

$$\theta = q \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot l}{\lambda \cdot c \cdot \rho_m \cdot V_{дет}}}, \quad (7.60)$$

где l - "условная" длина зоны резания;

λ, c, ρ_m - соответственно теплопроводность, теплоемкость и плотность обрабатываемого материала;

$V_{дет}$ - скорость детали, м/с;

$q = \frac{\psi \cdot P_z \cdot V_{дет}}{F}$ - плотность теплового потока;

P_z - тангенциальная составляющая силы резания, Н;

$F = l \cdot b$ - площадь зоны резания, м²;

b - ширина резания, м;

ψ - доля тепла, уходящая в деталь.

С учетом $P_z = \sigma \cdot S_0 = \sigma \cdot b \cdot a$ (где σ - условное напряжение резания, Па) зависимость (7.60) примет вид

$$\theta = \psi \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot a \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot V_{дет}}{\lambda \cdot c \cdot \rho_m}}, \quad (7.61)$$

где β – угол сдвига материала.

Основное влияние на температуру резания оказывает параметр σ . С учетом зависимостей

$$\sigma = 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{HV \cdot R}{a} \cdot \tau_{сдв}^2} \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} \beta = \sqrt[3]{\frac{a}{4 \cdot R} \cdot \frac{\tau_{сдв}}{HV}} \quad (7.62)$$

температура θ выразится

$$\theta = 3 \cdot \psi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot a \cdot V_{дет}}{\lambda \cdot c \cdot \rho_m}} \cdot \sqrt[6]{\frac{HV \cdot \tau_{сдв}^5}{4 \cdot \alpha}}, \quad (7.63)$$

где $\alpha = a / R$.

При $\alpha = \text{const}$ уменьшить температуру θ можно уменьшением параметров $\psi, a, V_{дет}$. С учетом $a = \alpha \cdot R$ зависимость (7.63) выразится

$$\theta = 3 \cdot \psi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot R \cdot V_{дет}}{\lambda \cdot c \cdot \rho_m}} \cdot \sqrt[6]{\frac{HV \cdot \tau_{сдв}^5 \cdot \alpha^2}{4}}. \quad (7.64)$$

Чем меньше параметры $R, V_{дет}$, тем меньше температура θ . Затупление инструмента ведет к увеличению параметров R и θ .

Приблизительно толщина среза a определяется из условия: $\frac{a}{S_{np}} = \frac{\pi \cdot V_{дет}}{V_{инст}}$, откуда $a = \pi \cdot D_{дет} \cdot \frac{S_{np}}{V_{дет}}$, где S_{np} - скорость продольной подачи, м/с, или

$$V_{дет} = \frac{\pi \cdot D_{дет} \cdot S_{np}}{a} = \frac{\pi \cdot D_{дет} \cdot S_{np}}{a} \cdot \frac{R}{R} = \frac{\pi \cdot D_{дет} \cdot S_{np}}{\alpha \cdot R}. \quad (7.65)$$

Для обеспечения условия $\alpha = const$ скорость детали $V_{дет}$ необходимо устанавливать по зависимости (7.65). Чем больше радиус R , тем меньше скорость детали $V_{дет}$, т.е. резание “острым” инструментом допускает большие значения $V_{дет}$. При этом с увеличением R толщина среза a должна увеличиваться по зависимости $\alpha = a / R = const$.

Таким образом, для обеспечения условия $\theta = const$ с течением времени скорость детали $V_{дет}$ с увеличением R необходимо уменьшать по зависимости (7.65), применяя следящие системы или другие средства автоматизации обработки.

Подставим зависимость $a = \pi \cdot D_{дет} \cdot \frac{S_{np}}{V_{дет}}$ в зависимость (7.63):

$$\theta = 3 \cdot \psi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot D_{дет} \cdot S_{np}}{\lambda \cdot c \cdot \rho_m}} \cdot \sqrt[6]{\frac{HV \cdot \tau_{сдв}^5}{4\alpha}}. \quad (7.66)$$

Для обеспечения условия $\alpha = const$ с увеличением R во времени необходимо по зависимости (7.65) уменьшать $V_{дет}$ путем автоматизации процесса. Согласно (7.66), уменьшить θ можно лишь уменьшая S_{np} и обеспечивая условие $\alpha = const$ за счет установления $V_{дет}$ по зависимости (7.65).

Каким же образом можно добиться выполнения одновременно двух требований: $\theta = const$ и $y = const$? В зависимость (7.66) входит продольная подача S_{np} и коэффициент $\alpha = f(S_{np}, V_{дет})$. В зависимость (7.58) – глубина резания t , $\alpha = f(S_{np}, V_{дет})$ и R . Следовательно, в соответствии с зависимостями (7.66) и (7.65) устанавливаются оптимальные значения S_{np}

и V_{dem} , обеспечивающие заданную температуру θ , а в соответствии с зависимостью (7.58) - оптимальная глубина резания t .

С увеличением радиуса R (в связи с затуплением резца) в соответствии с зависимостью (7.58) для $y = const$ изменяется (уменьшается) глубина шлифования t , а для $\alpha = const$ в соответствии с зависимостью (7.65) уменьшается скорость детали V_{dem} . Данный алгоритм - физическая основа процесса резания с учетом ограничений по точности и температуре (качеству) обработки.

Разрешая зависимость (7.58) относительно t , а зависимость (7.66) относительно S_{np} , графически проиллюстрируем решение задачи оптимизации в ограничениях (линейное программирование):

$$t = \frac{c \cdot \sin \varphi \cdot y}{R \cdot (4 \cdot HV)^{0,67} \cdot (\alpha \cdot \tau_{сдв})^{0,33}}; \quad (7.67)$$

$$S_{np} = \left(\frac{\theta}{3 \cdot \psi} \right)^2 \cdot \frac{\lambda \cdot c \cdot \rho}{2 \cdot \pi \cdot D_{dem}} \cdot \sqrt[3]{\frac{4 \cdot \alpha}{HV \cdot \tau_{сдв}^5}}. \quad (7.68)$$

На рис. 7.18, а прямая 1 соответствует зависимости (7.67), а прямая 2 - зависимости (7.68). Точка А соответствует оптимальному решению.

Для заданных значений S_{np} , Q , α параметр V_{dem} определяется из зависимости (7.65). Проанализируем производительность продольного точения: $Q = \pi \cdot D_{dem} \cdot S_{np} \cdot t$ с учетом зависимостей (7.67) и (7.68):

$$Q = 0,035 \cdot \left(\frac{\theta}{\psi} \right)^2 \cdot \frac{\lambda \cdot c \cdot \rho \cdot \sin \varphi \cdot y}{HV \cdot \tau_{сдв}^2 \cdot R}. \quad (7.69)$$

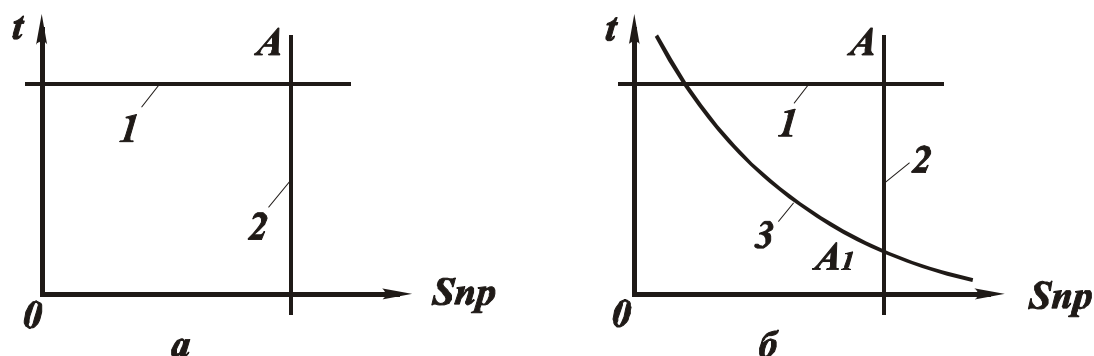


Рис. 7.18. Зависимости t от S_{np} .

Производительность обработки Q тем больше, чем больше температура θ , перемещение y , c , φ и меньше R . Для заданных значений θ и y увеличить Q можно увеличением параметров c , φ и уменьшением R . Для $\varphi > 45^\circ$ функция $\sin \varphi$ мало изменяется, поэтому основными управляемыми параметрами являются c и R . Так как R - переменная во времени величина, то важно обеспечить условие $c \rightarrow \infty$. Тогда основным ограничением производительности Q может быть глубина резания t (снимаемый припуск P_{max}), т.е. $Q = \pi \cdot D_{дет} \cdot S_{np} \cdot P_{max}$. Исходя из зависимости (7.67), глубина резания должна уменьшаться с увеличением R , а согласно зависимости (7.68), продольная подача S_{np} должна оставаться неизменной. Для обеспечения условия $\alpha = const$ скорость детали $V_{дет}$ надо уменьшать по зависимости (7.65). Это достигается автоматизацией обработки, применением следящих систем или систем ЧПУ.

Таким образом показано, что оперативное управление параметрами резания при обработке создает дополнительные физические эффекты, обеспечивает выполнение требований по точности и качеству обработки. Следовательно, автоматизация обработки не только снижает вспомогательное время (за счет концентрации операций и переходов), но и изменяет содержание процесса резания непосредственно в зоне обработки. По сути, эффект состоит в автоматизированном управлении процессом резания за счет регулирования режимом резания изменяющихся внешних факторов, таких как величина снимаемого припуска, степень затупления инструмента и т.д.

Ограничение по мощности резания $N = \sigma \cdot Q = \pi \cdot D_{дет} \cdot \sigma \cdot t \cdot S_{np}$ с учетом зависимости (7.62):

$$N = 3 \cdot \pi \cdot D_{дет} \cdot S_{np} \cdot t \cdot \sqrt[3]{\frac{HV}{\alpha} \cdot \tau_{сдв}^2}, \quad (7.70)$$

откуда

$$t = \frac{N}{3 \cdot \pi \cdot D_{дет} \cdot S_{np} \cdot \sqrt[3]{\frac{HV}{\alpha} \cdot \tau_{сдв}^2}}. \quad (7.71)$$

Глубина резания t обратно пропорциональна продольной подаче S_{np} .

Производительность обработки при этом равна

$$Q = \frac{N}{\sigma} = \frac{N}{3 \cdot \sqrt[3]{\frac{HV}{\alpha} \cdot \tau_{сдв}^2}}. \quad (7.72)$$

Во всех точках кривой $t - S_{np}$, показанной на рис. 7.18,б, производительность Q одинакова. Для заданных значений HV , $\tau_{сдв}$, α увеличить Q можно лишь увеличением N . Данная закономерность ограничивает реализацию режима резания, соответствующего точке А (рис.7.18,а). Данная точка показана и на рис. 7.18,б. Для того чтобы осуществить режим А необходимо, чтобы кривая 3 ($t - S_{np}$) проходила через точку А. Это достигается выбором мощности N . Если мощности станка достаточно, то режимы резания определяются с учетом ограничений: $\theta = const$ и $y = const$ при $\alpha = const$ в соответствии с зависимостями (7.65), (7.67) и (7.68). Если мощности N недостаточно, то прямые 1 и 2 (рис. 7.18,б) необходимо сместить ближе к началу координат и точку А наложить на кривую 3.

Значения производительности, определяемые зависимостями (7.72) и (7.69), будут равны. Поскольку N в зависимости (7.72) принимает предельное значение, добиться равенства Q по зависимостям (7.69) и (7.72) можно изменением параметров в (7.69). Уменьшить производительность обработки Q при заданных значениях θ и y в соответствии с зависимостью (7.69) можно увеличением радиуса вершины инструмента R , т.е. допускается применение “острого” инструмента. Установив новое значение R , по зависимости (7.67) пересчитывается глубина резания t , которая при этом уменьшается.

Согласно зависимости (7.68), радиус R не влияет на продольную подачу S_{np} , поэтому она остается прежней. По сути, решение задачи состоит в перемещении по вертикали точки А в положение точки А₁ (рис. 7.18,б). Изменение радиуса R , из условия $\alpha = \frac{a}{R} = const$, ведет к изменению (увеличению) a . Это учитывается изменением (уменьшением) $V_{дет}$ по зависимости (7.65), где R – новое значение, а S_{np} – старое (неизменное) значение. В этом состоит механизм регулирования условий обработки при действии 3-х ограничений и условия $\alpha = const$.

7.8. Определение собственных частот элементов технологической системы

При круглом наружном шлифовании изделий с прерывистыми поверхностями (многолезвийных инструментов) происходит периодический контакт круга с обрабатываемой поверхностью. В результате технологическая система совершает вынужденные колебания.

Чтобы исключить резонансное состояние системы, необходимо регулировать частотой периодических контактов (скоростью детали), не допуская ее увеличения до уровня собственных частот подсистем “оправка - обрабатываемый инструмент” и “шлифовальный круг”.

Собственную частоту подсистемы “оправка – обрабатываемый инструмент” определим, исходя из схемы, показанной на рис. 7.19.

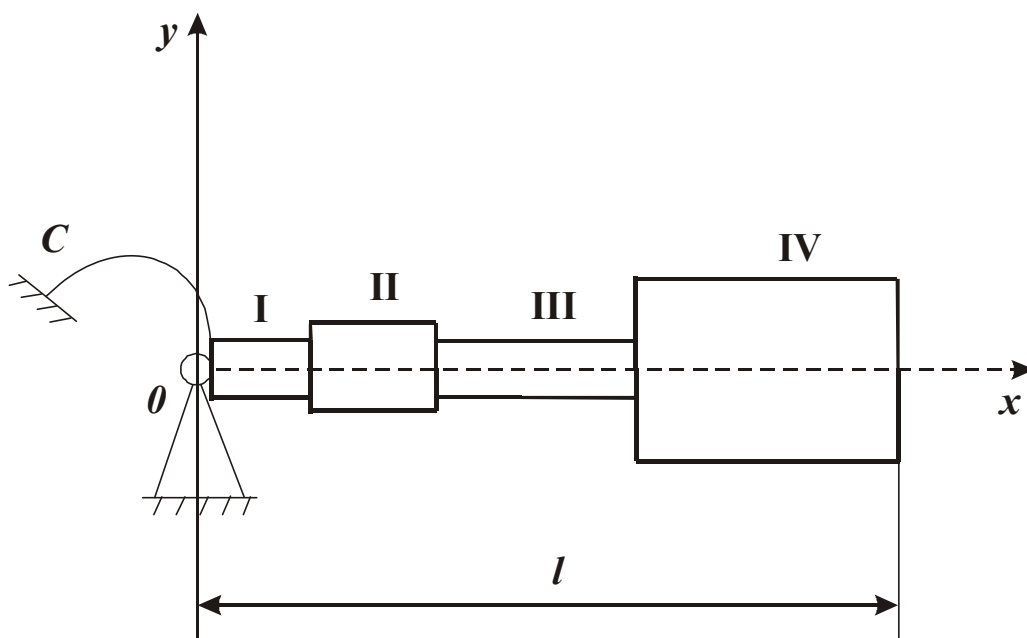


Рис. 7.19. Расчетная схема подсистемы “оправка – обрабатываемый инструмент”.

Подсистема представляет собой консольно закрепленный вал переменной толщины. Инструмент посажен на оправку на участке 4. В расчетной схеме учтена изгибная жесткость крепления вала c (в сечении $x = 0$). Она определена из условия нагружения вала силой P , приложенной в сечении $x = l$, исходя из универсальной формулы упругой линии

$$E \cdot I(x) \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x), \quad (7.73)$$

где E - модуль упругости;

$I(x)$ – момент инерции сечения;

$M(x)$ – изгибающий момент, действующий в рассматриваемом сечении.

Обозначим через Q_0 и M_0 соответственно поперечную силу и изгибающий момент на левом конце вала ($x = 0$). Пусть в точках a_i (1;2;3...) на вал действуют сосредоточенные силы P_i и моменты M_i . Применяя операционное исчисление к уравнению (7.73), получим формулу для определения прогибов

$$y(x) = y(0) + x \cdot y'(0) + Q_0 \cdot \int_0^x \frac{(x-\zeta) \cdot \zeta}{E \cdot I(\zeta)} \cdot d\zeta + M_0 \cdot \int_0^x \frac{(x-\zeta) \cdot \zeta}{E \cdot I(\zeta)} \cdot d\zeta + \dots \quad (7.74)$$

$$+ \sum_i P_i \cdot \int_{a_i}^x \frac{(x-\zeta) \cdot (\zeta - a_i)}{E \cdot I(\zeta)} \cdot d\zeta + \sum_i M_i \cdot \int_{a_i}^x \frac{(x-\zeta)}{E \cdot I(\zeta)} \cdot d\zeta$$

Значения Q_0 и M_0 определяются из условия равновесия:

$$\begin{cases} Q_0 = P, \\ M_0 = -P \cdot l. \end{cases} \quad (7.75)$$

Обозначим через I_1, I_2, I_3, I_4 соответственно моменты инерции на 1, 2, 3 и 4 участках вала.

Используя ограниченные условия, примем

$$\begin{cases} y(0) = 0, \\ y'(0) = \frac{M_0}{c} = -\frac{P \cdot l}{c}. \end{cases} \quad (7.76)$$

Для определения прогиба на конце вала ($x = l$) воспользуемся решением (7.74):

$$\begin{aligned} y(l) = & \frac{M_0}{c} \cdot l + Q_0 \cdot \left\{ \frac{1}{E \cdot I_1} \cdot \left[l \cdot \frac{l_1^2}{2} - \frac{l_1^3}{3} \right] + \frac{1}{E \cdot I_2} \times \right. \\ & \times \left[l \cdot \frac{(l_1+l_2)^2}{2} - \frac{(l_1+l_2)^3}{3} - l \cdot \frac{l_1^2}{2} + \frac{l_1^3}{3} \right] + \frac{1}{E \cdot I_3} \times \\ & \times \left[l \cdot \frac{(l_1+l_2+l_3)^2}{2} - \frac{(l_1+l_2+l_3)^3}{3} - l \cdot \frac{(l_1+l_2)^2}{2} + \frac{(l_1+l_2)^3}{3} \right] + \frac{1}{E \cdot I_4} \times \\ & \left. \times \left[l \cdot \frac{(l_1+l_2+l_3+l_4)^2}{2} - \frac{(l_1+l_2+l_3+l_4)^3}{3} - l \cdot \frac{(l_1+l_2+l_3)^2}{2} + \frac{(l_1+l_2+l_3)^3}{3} \right] \right\} + \\ & + M_0 \cdot \left\{ \frac{1}{E \cdot I_1} \cdot \left[l \cdot l_1 - \frac{l_1^2}{2} \right] + \frac{1}{E \cdot I_2} \cdot \left[l \cdot (l_1+l_2) - \frac{(l_1+l_2)^3}{2} - l \cdot l_1 + \frac{l_1^2}{2} \right] + \frac{1}{E \cdot I_3} \times \right. \\ & \times \left[l \cdot (l_1+l_2+l_3) - \frac{(l_1+l_2+l_3)^2}{2} - l \cdot (l_1+l_2) + \frac{(l_1+l_2)^2}{2} \right] + \frac{1}{E \cdot I_4} \times \\ & \left. \times \left[l \cdot (l_1+l_2+l_3+l_4) - \frac{(l_1+l_2+l_3+l_4)}{2} - l \cdot (l_1+l_2+l_3) + \frac{(l_1+l_2+l_3)^2}{2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (7.77)$$

где l_1, l_2, l_3, l_4 – соответственно длины участков 1, 2, 3, 4.

Экспериментально установлено, что при $P=20$ Н прогиб $y(l)=6$ мкм. С учетом граничных условий (7.76) и экспериментальных данных P , $y(l)$ и конкретных значений l_1, l_2, l_3, l_4 , установлена изгибная жесткость в сечении $x = 0$, которая равна $c = 0,122 \cdot 10^7$ Н/мм.

Для определения собственных частот воспользуемся уравнением свободных поперечных колебаний вала:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \cdot \left[E \cdot I \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] + \rho_m \cdot F \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial \tau^2} = 0, \quad (7.78)$$

где ρ_m - плотность материала;

F - площадь поперечного сечения вала;

x, y – координаты;

τ - время.

Поскольку момент инерции I – переменная величина, проинтегрировать дифференциальное уравнение (7.78) в замкнутом виде нельзя.

Воспользуемся численным методом начальных параметров [14]. Его суть состоит в том, что связь граничных условий левого конца вала с правым осуществляется через матрицу $[R]$:

$$\begin{bmatrix} y_4 \\ \varphi_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = [R] \begin{bmatrix} 0 \\ M_0 \\ c \\ M_0 \\ Q_0 \end{bmatrix}, \quad (7.79)$$

где y_4 - прогиб на правом конце вала;

φ_4 - угол поворота правого конца вала;

M_0 - изгибающий момент в сечении $x = 0$;

Q_0 - перерезывающая сила в сечении $x = 0$.

Переходная матрица $[R]$ равна

$$[R] = [R_4] \cdot [R_3] \cdot [R_2] \cdot [R_1], \quad (7.80)$$

где $[R_i]$ – переходные матрицы для каждого участка вала:

$$[R_i] = \begin{bmatrix} S(\alpha_i) & \frac{1}{k} \cdot T(\alpha_i) & \frac{1}{k^2 \cdot E \cdot I} \cdot U(\alpha_i) & \frac{1}{k^3 \cdot E \cdot I} \cdot \mathcal{G}(\alpha_i) \\ k \cdot \mathcal{G}(\alpha_i) & S(\alpha_i) & \frac{1}{k \cdot E \cdot I} \cdot T(\alpha_i) & \frac{1}{k^2 \cdot E \cdot I} \cdot U(\alpha_i) \\ k^2 \cdot E \cdot I \cdot U(\alpha_i) & k^2 \cdot E \cdot I \cdot \mathcal{G}(\alpha_i) & S(\alpha_i) & \frac{1}{k} \cdot T(\alpha_i) \\ k^3 \cdot E \cdot I \cdot T(\alpha_i) & k^2 \cdot E \cdot I \cdot U(\alpha_i) & k \cdot \mathcal{G}(\alpha_i) & S(\alpha_i) \end{bmatrix}$$

где $\alpha_i = k \cdot l_i$;

$$k^4 = \frac{\omega^2 \cdot \rho \cdot F_i}{E \cdot I_i};$$

S , T , U , \mathcal{G} - функции Крылова;

l_i - длина участка;

ω - частота колебаний.

Из уравнения (7.79) получим

$$\begin{cases} \left(\frac{\alpha_{32}}{c} + \alpha_{33} \right) \cdot M_0 + \alpha_{34} \cdot Q_0 = 0 \\ \left(\frac{\alpha_{42}}{c} + \alpha_{43} \right) \cdot M_0 + \alpha_{44} \cdot Q_0 = 0 \end{cases} \quad (7.81)$$

Для того чтобы система алгебраических однородных уравнений имела ненулевое решение, приравняем определитель нулю:

$$A = \begin{vmatrix} \left(\frac{\alpha_{32}}{c} + \alpha_{33} \right) & \alpha_{34} \\ \left(\frac{\alpha_{42}}{c} + \alpha_{43} \right) & \alpha_{44} \end{vmatrix} = 0. \quad (7.82)$$

Коэффициенты α_{33} , α_{32} , α_{42} , α_{43} , α_{34} , α_{44} определяются из уравнения (7.79) подстановкой в него спектра значений частот ω . Расчет ведется до тех пор, пока не выполнится условие (7.82). Переход кривой $\Delta = \Delta(\omega)$ через нуль дает искомую собственную частоту.

В результате выполненных на ЭВМ расчетов получены первые четыре собственные частоты: 900 Гц, 5100 Гц, 13400 Гц, 27300 Гц.

Формы собственных колебаний, соответствующие собственным

частотам, показаны на рис. 7.20. Установлено, что первая собственная частота значительно выше частот внешних нагрузок ($\omega < 300$ Гц).

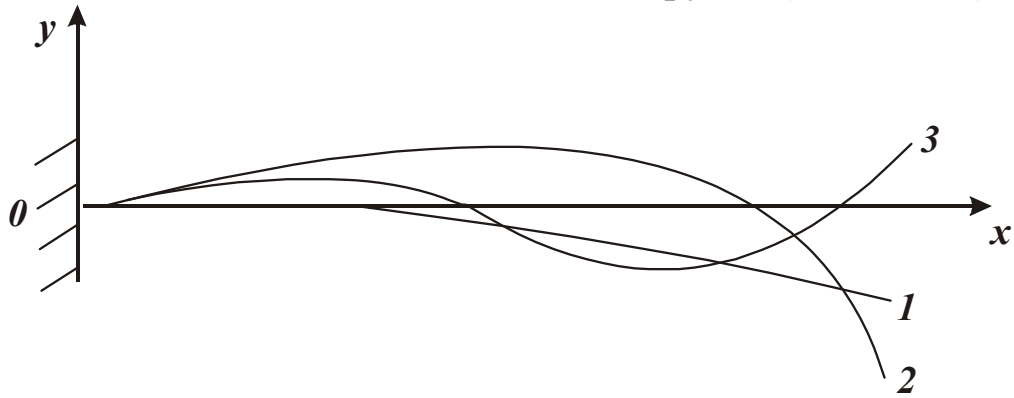


Рис. 7.20. Первые три формы собственных колебаний.

Следовательно, подсистема “оправка - обрабатываемый инструмент” обладает достаточной динамической устойчивостью, резонансное состояние для нее исключено.

Для определения собственных частот подсистемы шлифовального круга формы 12А2 - 45°, представим ее в виде однородной круглой пластины переменной толщины (рис.7.21).

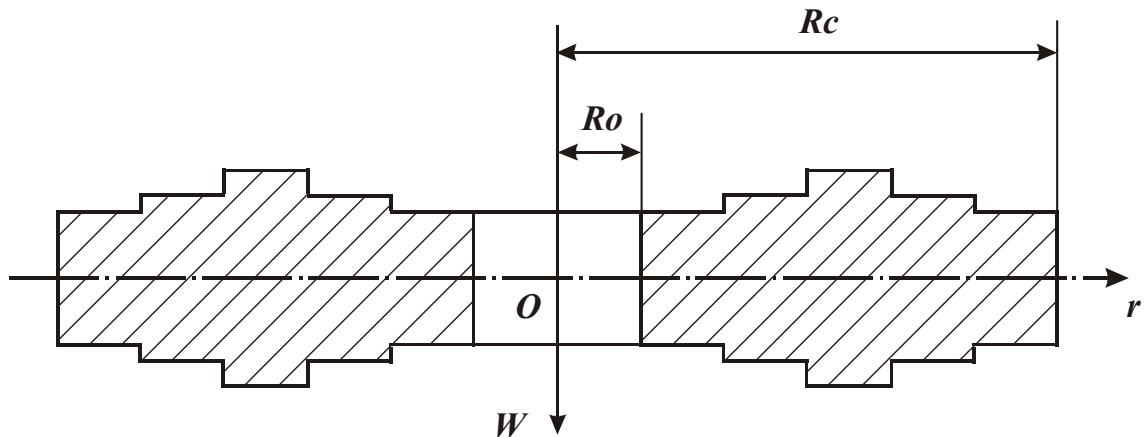


Рис. 7.21. Расчетная схема подсистемы шлифовального круга.

Исходя из того, что изгибные колебания конусообразной оболочки, которую в действительности представляет собой круг, будут иметь гораздо более высокую первую собственную частоту из-за большей изгибной жесткости оболочки по сравнению с пластиной, такая модель круга допустима. Уравнение колебаний пластины:

$$\frac{d}{dr}(r \cdot M_r) - M_r + Q_r \cdot r = 0, \tag{7.83}$$

где r - текущая координата радиуса;

M_r - изгибающий момент;

Q_r - перерезывающая сила.

Граничные условия:

$$\begin{cases} W = \varphi = 0 & \text{при } r = R_0 \\ M_r = Q_r = 0 & \text{при } r = R_e \end{cases}, \quad (7.84)$$

где W – прогиб пластины;

φ – угол поворота.

Уравнение (7.84) решено методом начальных параметров. Изменение толщины пластины принято ступенчатым. Толщина каждой ступени подобрана таким образом, чтобы статическая жесткость в каждой точке пластины равнялась жесткости шлифовального круга, т.е. выбор модели производился из условия совпадения перемещений при статическом нагружении круга и пластины. В результате реализации метода начальных параметров на ЭВМ получена первая собственная частота, которая значительно больше частоты подсистемы “оправка-обрабатываемый инструмент” и равна $\omega = 14400$ Гц. Следовательно, технологическая система обладает достаточно высокой виброустойчивостью. Это позволяет вести шлифование в широком диапазоне изменения скорости вращения обрабатываемого инструмента.

7.9. Себестоимость обработки при точении

Выбор рациональных режимов резания необходимо производить из условия обеспечения минимально возможной себестоимости или максимально возможной производительности обработки. Учитывая лишь изменяющиеся статьи затрат, укрупненный расчет себестоимости обработки C произведем по зависимости

$$C = N \cdot t_o \cdot S_{\text{час}} \cdot k + N_o \cdot Ц, \quad (7.85)$$

где N и N_o – соответственно количество изготавливаемых изделий и потребляемых инструментов;

t_o – основное технологическое время обработки;

$S_{\text{час}}$ – тарифная ставка рабочего;

k – коэффициент, учитывающий всевозможные начисления на тарифную ставку рабочего;

$Ц$ – цена инструмента.

При продольном точении:

$$t_o = i \cdot \frac{L}{S_m},$$

где $i = \frac{\Pi}{t}$ – количество продольных ходов инструмента;

L - длина хода инструмента;

$S_m = V \cdot \frac{S}{\pi \cdot D_{дет}}$ – продольная подача, м/с ;

Π – величина снимаемого припуска;

t – глубина резания;

V – скорость резания;

S – продольная подача, м/об;

$D_{дет}$ - диаметр детали.

После преобразования

$$t_o = \frac{\pi \cdot D_{дет} \cdot \Pi \cdot L}{V \cdot t \cdot S}. \quad (7.86)$$

Числитель в (7.86) равен объему снимаемого материала, а знаменатель - производительности обработки Q .

Стойкость инструмента T связана с t_o зависимостью $T = n \cdot t_o$, где n - количество деталей, обработанных одним инструментом.

С использованием результатов многофакторного планирования эксперимента стойкость T выражается [33]

$$T = \frac{C_4}{g^{m_1} \cdot t^q \cdot S^p}, \quad (7.87)$$

где C_4 , m_1 , q , p - постоянные для определенных условий обработки; V – скорость резания; t – глубина резания.

Подставляя (7.86) и (7.87) в зависимость $T = n \cdot t_o$, имеем

$$n = \frac{C_4}{\pi \cdot D_{дет} \cdot \Pi \cdot L \cdot g^{m_1-1} \cdot t^{q-1} \cdot S^{p-1}}. \quad (7.88)$$

Тогда

$$N_o = \frac{N}{n} = \frac{\pi \cdot D_{дет} \cdot \Pi \cdot L \cdot N \cdot g^{m_1-1} \cdot t^{q-1} \cdot S^{p-1}}{C_4}. \quad (7.89)$$

Обозначим $\mathcal{G}_{сум} = \pi \cdot D_{дет} \cdot \Pi \cdot L \cdot N$ - суммарный объем снимаемого материала со всех деталей. Подставим (7.86) и (7.89) в (7.85):

$$C = \mathcal{G}_{\text{сум}} \cdot \left(\frac{S_{\text{час}} \cdot k}{V \cdot t \cdot S} + \frac{\Pi}{C_4} \cdot \mathcal{G}^{m_1-1} \cdot t^{q-1} \cdot S^{p-1} \right). \quad (7.90)$$

При $m_1, q, p > 1$ имеет место экстремальная зависимость C от \mathcal{G} , t и S . Экспериментально установлено: $m_1 > q > p$, $m_1 > 1$. Параметры p и q в зависимости от условий обработки могут быть больше и меньше единицы. Рассмотрим случай $m_1 > 1$, $0 < p < 1$, $0 < q < 1$. Зависимость (7.90) примет вид

$$C = \mathcal{G}_{\text{сум}} \cdot \left(\frac{S_{\text{час}} \cdot k}{V \cdot t \cdot S} + \frac{\Pi}{C_4} \cdot \frac{\mathcal{G}^{m_1-1}}{t^{1-q} \cdot S^{1-p}} \right). \quad (7.91)$$

С увеличением t и S себестоимость C непрерывно уменьшается, а с увеличением \mathcal{G} - изменяется по экстремальной зависимости. Определим экстремальные значения \mathcal{G} и C из условия $C'_{\mathcal{G}} = 0$:

$$\mathcal{G}_{\text{экт}} = \left[\frac{S_{\text{час}} \cdot k \cdot C_4}{(m_1 - 1) \cdot \Pi \cdot t^q \cdot S^p} \right]^{\frac{1}{m_1}}. \quad (7.92)$$

Значение $\mathcal{G}_{\text{экт}}$ тем меньше, чем больше t и S . Вторая производная $C''_{\mathcal{G}}$ в точке $\mathcal{G}_{\text{экт}}$ равна:

$$C''_{\mathcal{G}} = \mathcal{G}_{\text{сум}} \cdot m_1 \left[\frac{(m_1 - 1) \cdot \Pi}{C_4} \right]^{\frac{3}{m_1}} \cdot (S_{\text{час}} \cdot k)^{1 - \frac{3}{m_1}} \cdot t^{\frac{3q}{m_1} - 1} \cdot S^{\frac{3p}{m_1} - 1}$$

Как видим $C''_{\mathcal{G}} > 0$, т.е. имеет место минимум функции $C(\mathcal{G})$, рис.7.22.

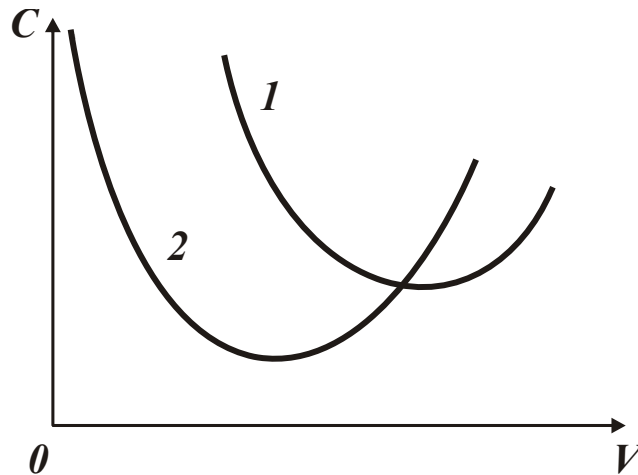


Рис.7.22. Зависимость C от V при $S=\text{const}$ ($S_1 < S_2$).

Подставим (7.92) в (7.91):

$$C = \mathcal{G}_{\text{сум}} \cdot m_1 \cdot \left(\frac{S_{\text{час}} \cdot k}{m_1 - 1} \right)^{1 - \frac{1}{m_1}} \cdot \left(\frac{\Pi}{C_4} \right)^{\frac{1}{m_1}} \cdot \frac{1}{t^{\frac{1-q}{m_1}} \cdot S^{\frac{1-p}{m_1}}}. \quad (7.93)$$

Себестоимость обработки C тем меньше, чем меньше $\mathcal{G}_{\text{сум}}$, $S_{\text{час}}$, k , Π и больше C_4 , t , S . Уменьшить $\mathcal{G}_{\text{сум}}$ можно уменьшением снимаемого припуска Π (при заданных значениях N , L , $D_{\text{дем}}$).

Производительность обработки Q в точке минимума функции C равна:

$$Q = \mathcal{G}_{\text{экт}} \cdot t \cdot S = \left(\frac{C_4 \cdot S_{\text{час}} \cdot k}{(m_1 - 1) \cdot \Pi} \right)^{\frac{1}{m_1}} \cdot t^{\frac{1-q}{m_1}} \cdot S^{\frac{1-p}{m_1}}. \quad (7.94)$$

С увеличением t и S производительность Q увеличивается. Следовательно, добиться уменьшения C при одновременном увеличении Q можно увеличением t и S и уменьшением $\mathcal{G}_{\text{экт}}$ по зависимости (7.92).

Подставим (7.92) в (7.87):

$$T = \frac{(m_1 - 1) \cdot \Pi}{S_{\text{час}} \cdot k}. \quad (7.95)$$

Оптимальная стойкость инструмента T не зависит от параметров режимов резания, а определяется экономическими параметрами Π , $S_{\text{час}}$, k . Параметры $S_{\text{час}}$ и k оказывают различное влияние на себестоимость обработки C и стойкость инструмента T . Следовательно, между C и T не существует вполне однозначной зависимости.

Параметр Π может изменяться в больших пределах, чем $S_{\text{час}}$ и k . Поэтому за счет снижения Π можно уменьшать параметры C и T , т.е. экономически эффективно работать с минимально возможными значениями T . Уменьшение Π ведет к увеличению Q и $\mathcal{G}_{\text{экт}}$. Так как $q < p$, то глубина резания t в (7.93) входит в большей степени, чем подача S . Целесообразно в первую очередь увеличивать t до величины снимаемого припуска Π , т.е. обработку производить за один проход инструмента.

Подачу S необходимо увеличивать с учетом технических ограничений, например мощности станка, прочности инструмента и привода станка,

шероховатости обработки и т.д.

Очевидно, при заданной площади поперечного сечения среза эффективно увеличить глубину резания и уменьшать подачу, что согласуется с практическими данными.

Зависимость (7.93) с учетом (7.94) преобразуется:

$$C = \mathcal{G}_{\text{сум}} \cdot \frac{S_{\text{час}} \cdot k}{Q} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{m_1}}. \quad (7.96)$$

По сути, пришли к зависимости (7.91), в которой второе слагаемое выражено через первое. Значение C , определяемое (7.96), всегда больше первого слагаемого в (7.91) в $\left(1 - \frac{1}{m_1}\right)$ раз. Исходя из (7.96), уменьшить C

можно, увеличивая Q путем увеличения t и S и уменьшения \mathcal{C} , согласно (7.94). При этом скорость резания должна устанавливаться в соответствии с зависимостью (7.92). Таким образом показано, что уменьшение себестоимости обработки C достигается за счет увеличения производительности Q .

Вполне однозначная связь между C и Q позволяет выбор рациональных режимов резания производить из условий обеспечения минимально возможной себестоимости обработки или максимально возможной производительности. Оба условия равносильны.

К аналогичным результатам можно прийти, используя решение, приведенное в работе [33], в котором установлена экстремальная зависимость между себестоимостью обработки и стойкостью инструмента (в нашем случае исследуется экстремальная зависимость “себестоимость-скорость резания”).

Как правило, $m_1 > p > 1$, $q < 1$. Тогда, согласно (7.90), имеет место экстремальная зависимость C от \mathcal{G} и S . Однако параметры \mathcal{G} и S связаны кинематическим соотношением $\mathcal{G} \cdot S = S_m \cdot \pi \cdot D_{\text{дет}}$. Подставляя его в (7.90), приходим к экстремальной зависимости C от S_m . Экстремальное значение S_m устанавливается аналогично предыдущему случаю. В результате получаем зависимости (7.92)...(7.96).

Различного рода ограничения обработки, например, точность и чистота обработки, приводят к ограничению параметров режима резания t и S , и согласно (7.94), производительности Q .

Себестоимость C по зависимости (7.96) принимает относительно большие значения. Уменьшить C можно выполнением обработки в две и

более операции. Пусть Q_1 – производительность обработки, соответствующая минимуму себестоимости C , а Q_2 – производительность, обеспечивающая заданные значения точности и чистоты обработки, $Q_1 > Q_2$. Тогда $C_1 < C_2$, согласно зависимости (7.96).

При выполнении обработки в две операции себестоимость равна

$$C = g_{\text{сум}1} \cdot \frac{3_{\text{час}} \cdot k}{Q_1} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{m_1}\right)} + g_{\text{сум}2} \cdot \frac{3_{\text{час}} \cdot k}{Q_2} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{m_1}\right)} =$$

$$= L \cdot \pi \cdot D_{\text{дет}} \cdot N \cdot 3_{\text{час}} \cdot k \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{m_1}\right)} \cdot \left[\frac{\Pi_1}{Q_1} + \frac{\Pi_2}{Q_2} \right]$$

где Π_1, Π_2 - припуски, снимаемые на первой и второй операциях,
 $\Pi_1 + \Pi_2 = \Pi$.

С учетом $\Pi_1 = \alpha \cdot \Pi$, $\Pi_2 = (1 - \alpha) \Pi$, $Q_1 = r \cdot Q_2$ (где $0 \leq \alpha \leq 1$, $r > 1$), имеем

$$C = g_{\text{сум}} \cdot \frac{3_{\text{час}} \cdot k}{\left(1 - \frac{1}{m_1}\right) \cdot Q_1} \cdot [\alpha + r \cdot (1 - \alpha)]. \quad (7.97)$$

Выражение, стоящее в квадратных скобках (обозначим его $\bar{\alpha}$), изменяется от r (при $\alpha = 0$) до 1 (при $\alpha = 1$) (рис. 7.23).

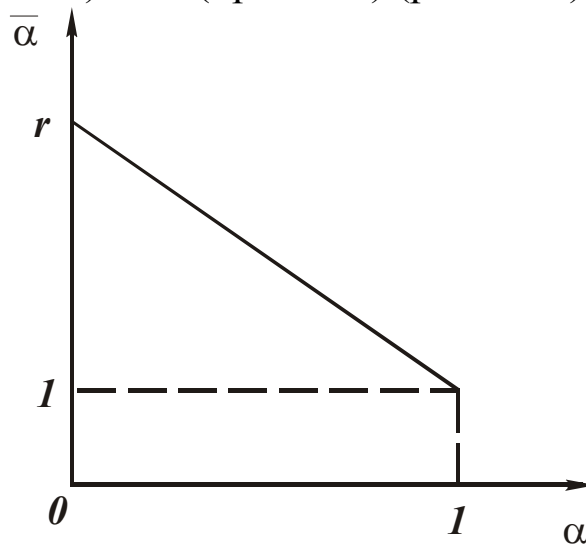


Рис.7.23. Зависимость $\bar{\alpha}$ от α .

Устанавливая припуск Π_2 , достаточный для выполнения технологических требований на обработку, за счет увеличения α можно уменьшить себестоимость C . Например, при $r=3$, $\alpha=0,7$ себестоимость уменьшается в 1,88 раз (в относительных единицах: от $\bar{\alpha}=3$ до $\bar{\alpha}=1,6$). Аналогичным образом определяется C при многооперационной обработке. При выполнении обработки в три операции:

$$\bar{\alpha} = \alpha + r \cdot (1 - \alpha) \cdot \alpha_1 + r \cdot r_1 \cdot (1 - \alpha) \cdot (1 - \alpha_1),$$

где $\Pi_1 = \alpha \Pi$;

$$\Pi_2 = (1 - \alpha) \cdot \alpha_1 \cdot \Pi;$$

$$\Pi_3 = (1 - \alpha) (1 - \alpha_1) \cdot \Pi;$$

$$Q_1 = Q_2 \cdot r; Q_2 = Q_3 \cdot r.$$

Начальное значение $\bar{\alpha} = 9$ ($\alpha = \alpha_1 = 1$, $r = r_1 = 3$). При $\alpha = \alpha_1 = 0,7$; $r = r_1 = 3$, имеем $\bar{\alpha} = 2,14$, т.е. параметр $\bar{\alpha}$ уменьшается в 4,2 раза.

При выполнении обработки в четыре операции

$$\bar{\alpha} = \alpha + r \cdot (1 - \alpha) \cdot \alpha_1 + r \cdot r_1 \cdot (1 - \alpha) \cdot (1 - \alpha_1) \cdot \alpha_2 + \\ + r \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot (1 - \alpha) \cdot (1 - \alpha_2) \cdot (1 - \alpha_3),$$

где $\Pi_4 = (1 - \alpha) \cdot (1 - \alpha_1) \cdot (1 - \alpha_2) \Pi$;

$$Q_3 = Q_4 \cdot r_2.$$

Принимая $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2 = 0,7$; $r = r_1 = r_2 = 3$, имеем $\bar{\alpha} = 2,63$.

Начальное значение $\bar{\alpha} = 27$ ($\alpha = \alpha_1 = \alpha_2 = 1$; $r = r_1 = r_2 = 3$).

8. РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ ШЛИФОВАНИЯ

8.1. Определение максимально возможной производительности обработки и реализующих ее режимов шлифования с учетом ограничений по точности и шероховатости обработки

Производительность шлифования Q с учетом ограничения по шероховатости обработки устанавливается из зависимости (5.86), разрешенной относительно скорости детали $V_{дет}$:

$$V_{дет} = (0,5 \cdot R_a)^{2,5} \cdot \frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2} \cdot \frac{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр}}{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}}. \quad (8.1)$$

Тогда

$$Q = B \cdot t \cdot (0,5 \cdot R_a)^{2,5} \cdot \frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2} \cdot \frac{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр}}{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}}. \quad (8.2)$$

Производительность шлифования Q с учетом ограничения по точности обработки (для установившегося шлифования) устанавливается из зависимости:

$$\delta = \frac{P_y}{c} = \frac{\sigma}{\kappa_{ш}} \cdot \frac{Q}{V_{кр} \cdot c} = \frac{\pi \cdot tg\gamma \cdot HV}{2 \cdot (1-\eta)} \cdot \frac{Q}{V_{кр} \cdot c}.$$

Тогда

$$Q = \frac{2 \cdot (1-\eta) \cdot V_{кр} \cdot c \cdot \delta}{\pi \cdot tg\gamma \cdot HV}. \quad (8.3)$$

Здесь δ - погрешность обработки, обусловленная упругими перемещениями в технологической системе, м.

Зависимости (8.2) и (8.3) содержат безразмерный коэффициент η , определяемый условиями обработки. Для $0 < \eta < 0,8$, согласно зависимости (5.69), параметры режима шлифования мало влияют на изменение η . Поэтому в первом приближении коэффициент η можно рассматривать постоянным. Характер изменения производительности обработки Q от глубины шлифования t для условий $R_a = const$ и $\delta = const$ показан на рис. 8.1. Существует значение t , при котором значения производительности обработки Q , определяемые зависимостями (8.2) и (8.3), равны:

$$t = \frac{11,3 \cdot c \cdot \delta \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}}{tg^2\gamma \cdot HV \cdot B \cdot m \cdot R_a^{2,5}} \cdot \frac{(1-\eta)^3}{(1+\eta)}. \quad (8.4)$$

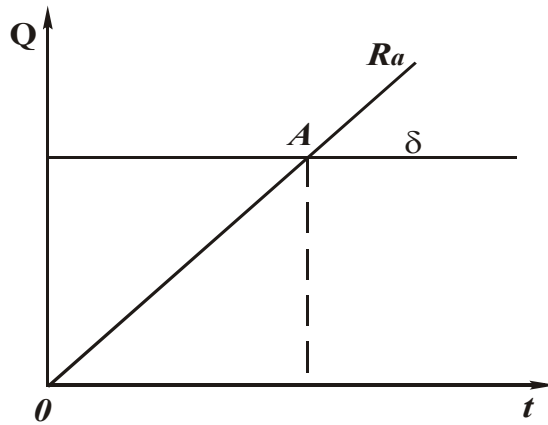


Рис. 8.1. Зависимость Q от t .

Глубина шлифования t тем больше, чем больше параметры c , δ , \bar{X} и меньше B , m , R_a , η .

Максимально возможная производительность обработки Q (в точке А на рис. 8.1) определяется из зависимости (8.3). На нее не влияет параметр шероховатости обработки R_a , т.е. основным ограничивающим фактором является точность обработки.

Исходя из зависимости (8.3), увеличить производительность Q можно увеличением параметров c , δ , $V_{кр}$ и уменьшением $\eta \rightarrow 0$. С увеличением R_a глубина шлифования t уменьшается, скорость детали $V_{дет}$ - увеличивается, а их произведение $t \cdot V_{дет}$ остается постоянным, что предопределяет независимость производительности обработки Q от параметра шероховатости обработки R_a .

Для $0,8 < \eta < 1,0$ с учетом зависимостей (5.64) и (8.1) скорость детали $V_{дет}$ определится

$$V_{дет} = \frac{tg \gamma \cdot m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3} \cdot \left(\frac{6,67 \cdot R_a \cdot x^{2,4}}{t^{0,4} \cdot \rho^{0,6}} \right)^{0,83} \quad (8.5)$$

Подставляя зависимость (5.64) в (8.3), имеем

$$t = \left(\frac{1260 \cdot c \cdot \delta \cdot \rho^{0,5}}{tg^2 \gamma \cdot HV \cdot B \cdot m} \right)^2 \cdot \left(\frac{\bar{X}}{x} \right)^6 \quad (8.6)$$

Глубина шлифования t определяется параметром δ , а скорость детали $V_{дет}$, исходя из зависимости (8.5), параметрами δ и R_a . Подставим зависимость (8.6) в (8.5):

$$V_{дет} = \frac{tg^{2,32} \gamma \cdot m^{1,66} \cdot V_{кр} \cdot x^4}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^5} \cdot \left(\frac{6,67 \cdot R_a}{\rho} \right)^{0,83} \cdot \left(\frac{HV \cdot B}{1260 \cdot c \cdot \delta} \right)^{0,66} \quad (8.7)$$

Максимально возможная производительность шлифования Q с учетом ограничений по точности и шероховатости обработки равна ($Q = B \cdot V_{дет} \cdot t$):

$$Q = \frac{V_{кр} \cdot \bar{X} \cdot \rho^{0,17} \cdot (6,67 \cdot R_a)^{0,83}}{630 \cdot \pi \cdot tg^{1,68} \gamma \cdot B^{0,34} \cdot m^{0,34} \cdot x^2} \cdot \left(\frac{1260 \cdot c \cdot \delta}{HV} \right)^{1,34} \quad (8.8)$$

Производительность Q тем больше, чем больше параметры R_a , δ , c , $V_{кр}$, \bar{X} и меньше x , B , m . В отличие от решения (8.3), при $0,8 < \eta < 1,0$ производительность обработки Q зависит от двух ограничений: R_a и δ . Основными параметрами, определяющими Q , являются δ , c и x . Наибольшее влияние на Q оказывает величина износа зерен x , что требует поддержания в процессе шлифования “острого” режущего рельефа круга ($\eta \rightarrow 0$). При работе круга в режиме затупления, тогда величина x принимает относительно большие значения, увеличить Q , исходя из зависимости (8.8), можно увеличением жесткости технологической системы c и скорости круга $V_{кр}$. Увеличение зернистости круга \bar{X} , как правило, ведет к увеличению величины x , что снижает производительность обработки.

Пример расчета. Для исходных данных $V_{кр} = 35$ м/с, $c = 10^7$ Н/м, $HV = 69 \cdot 10^8$ Н/м² (закаленная сталь У8), $tg \gamma = 1$, $\delta = 10^{-5}$ м, $\eta = 0$, $\bar{X} = 0,09$ мм, $\rho^{0,5} = 0,2$ мм^{-0,5}, $B = 20$ мм, $m = 100$, $R_a = 0,2 \cdot 10^{-3}$ мм, производительность обработки Q , глубина шлифования t и скорость детали $V_{дет}$, определяемые зависимостями (8.3), (8.4) и (8.1), соответственно равны 19370 мм³/мин; 21 мм; 46 мм/мин (условия глубинного шлифования).

Для $\eta = 0,5$ эти значения равны: 9685 мм³/мин; 1,75 мм; 276 мм/мин.

С увеличением безразмерного коэффициента η производительность обработки Q и глубина шлифования t уменьшаются, а $V_{дет}$ - увеличивается.

Для $R_a = 10^{-3}$ мм и $\eta = 0,5$ параметры Q , t и $V_{дет}$ соответственно равны: 9685 мм³/мин; 0,031 мм; 15,5 м/мин (условия обычного многопроходного шлифования). Расчеты выполнены для долевой продольной подачи $S_\delta = 1$. Для $S_\delta < 1$ установленные значения скорости детали необходимо разделить на величину S_δ , в результате скорость детали $V_{дет}$ увеличится.

Жесткость технологической системы c определяется по формулам, полученным методами сопротивления материалов и приведенным в табл. 8.1.

Момент инерции для круглого сечения (рис. 8.2,а) равен $I = \frac{\pi \cdot D_{дет}^4}{64}$,

для сечения в виде кольца (рис. 8.2,б): $I = \frac{\pi \cdot D_{дет}^4}{64} \cdot (1 - \alpha^4)$, где $\alpha = \frac{d}{D_{дет}}$.

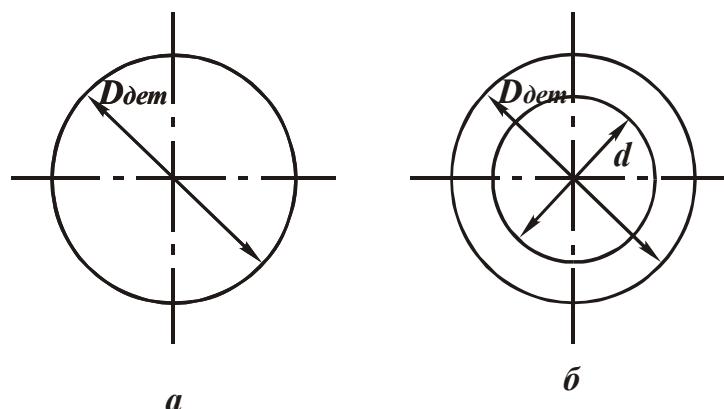


Рис. 8.2. Поперечные сечения детали.

Определим жесткость c для случая 1 (табл. 8.1), принимая $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Н/м² (сталь); $l = 0,1$ м; $D_{дет} = 0,025$ м. Тогда $I = 19,2 \cdot 10^{-9}$ м⁴; $c = 1,2 \cdot 10^7$ Н/м.

Таблица 8.1

Схема	Расчетная формула для c	Схема	Расчетная формула для c
	$\frac{Gd^4}{8nD^3}$		$\frac{3EJ(a+b)^3}{a^3b^3}$
	$\frac{3EJ}{l^3}$		$\frac{3EJ}{(b+l)b^2}$
	$\frac{3EJ(a+b)}{a^3b^2}$		$\frac{12EJ}{(4b+3l)b^2}$
	$\frac{12EJ(a+b)^3}{a^3b^2(3a+4b)}$		$\frac{24EJ}{l^3}$

Примечание. Принятые обозначения: d - диаметр сечения витка; D - диаметр пружины; G - модуль сдвига; n - число витков; E - модуль упругости материала балки; J - момент инерции ее сечения; a, b, l - линейные размеры балки.

Увеличить жесткость c можно увеличением момента инерции сечения I и уменьшением длины оправки (детали) l . При этом диаметр $D_{дет}$ в большей степени влияет на c , чем на l . Следовательно, основным путем увеличения c состоит в увеличении $D_{дет}$.

При увеличении $D_{дет}$ в 1,78 раз жесткость c увеличивается в 10 раз. В такое же количество раз увеличится производительность обработки Q , определяемая зависимостью (8.3), т.е. наиболее просто добиться увеличения Q (с учетом ограничения по точности обработки) можно увеличением жесткости c за счет изменения геометрических параметров технологической системы, например, диаметра оправки, на которую посажена обрабатываемая деталь.

8.2. Определение максимально возможной производительности обработки и реализующих ее режимов шлифования с учетом ограничения по мощности обработки

Мощность обработки $N = P_z \cdot V_{кр} = \sigma \cdot Q$ с учетом зависимости (5.8) равна

$$N = Q \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV \cdot \sigma_{сж}}{(1 - \eta)}} \quad (8.9)$$

Откуда

$$Q = N \cdot \sqrt{\frac{(1 - \eta)}{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV \cdot \sigma_{сж}}} \quad (8.10)$$

Производительность обработки Q тем больше, чем больше мощность N и меньше безразмерный коэффициент η . Для $N = 1000$ Вт, $\operatorname{tg} \gamma = 1$, $HV = 69 \cdot 10^8$ Н/м² (закаленная сталь У8); $\sigma_{сж} = 17 \cdot 10^8$ Н/м², $\eta = 0$, производительность обработки Q равна 9882 мм³/мин. Для $\eta = 0,5$ – равна $Q = 6988$ мм³/мин.

С учетом одновременного действия трех ограничивающих факторов: шероховатости, точности и мощности обработки необходимо в зависимостях (8.1), (8.3) и (8.4) выразить величину $(1 - \eta)$ через мощность N . Для этого разрешим зависимость (8.10) относительно величины $(1 - \eta)$

$$(1 - \eta) = \pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV \cdot \sigma_{сж} \cdot \left(\frac{Q}{N}\right)^2 \quad (8.11)$$

и подставим полученное выражения в зависимость (8.3):

$$Q = \frac{N^2}{2 \cdot V_{кр} \cdot c \cdot \delta \cdot \sigma_{сж}}. \quad (8.12)$$

Величину $(1 - \eta)$ определим, подставляя зависимость (8.3) в (8.11):

$$(1 - \eta) = \left(\frac{N}{2 \cdot c \cdot \delta \cdot V_{кр}} \right)^2 \cdot \frac{\pi \cdot \text{tg} \gamma \cdot HV}{\sigma_{сж}}. \quad (8.13)$$

Подставляя зависимость (8.13) в зависимости (8.1) и (8.4) с учетом $(1 - \eta) \approx 1$, получим

$$V_{дет} = \frac{0,177 \cdot m \cdot V_{кр}^5 \cdot R_a^{2,5}}{\pi^3 \cdot \text{tg} \gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}} \cdot \left(\frac{\sigma_{сж}}{HV} \right)^2 \cdot \left(\frac{2 \cdot c \cdot \delta}{N} \right)^4, \quad (8.14)$$

$$t = \frac{0,176 \cdot \pi^3 \cdot \text{tg} \gamma \cdot HV^2 \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}}{B \cdot m \cdot c^5 \cdot \delta^5 \cdot R_a^{2,5} \cdot \sigma_{сж}^3} \cdot \left(\frac{N}{V_{кр}} \right)^6. \quad (8.15)$$

Для принятых выше исходных данных, имеем: $(1 - \eta) = 0,26$; $Q = 5036 \text{ мм}^3/\text{мин}$, $t = 0,37 \text{ мм}$, $V_{дет} = 680 \text{ мм}/\text{мин}$. Для упрощения расчетов определим по зависимости (8.13) величину $(1 - \eta)$ и найденное значение подставим в зависимости (8.1), (8.3) и (8.4). Исходя из зависимости (8.13), увеличить $(1 - \eta)$ или уменьшить η можно увеличением мощности N . При определенном значении N величина $(1 - \eta)$ принимает предельное значение, равное единице, т.е. $\eta = 0$. Из условия $(1 - \eta) = 1$ значение N равно:

$$N = 2 \cdot c \cdot \delta \cdot V_{кр} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{сж}}{\pi \cdot \text{tg} \gamma \cdot HV}}. \quad (8.16)$$

С увеличением c , δ и $V_{кр}$ предельная мощность обработки увеличивается. Для заданных исходных данных ($\delta = 0,01 \text{ мм}$): $N = 1960 \text{ Вт}$.

При предварительной обработке, когда не накладывается ограничение по точности обработки, (параметр δ может принимать, например, значения больше $0,1 \text{ мм}$), мощность обработки $N > 19600 \text{ Вт}$. Этим объясняется то, что мощность электродвигателя главного привода шлифовального станка составляет несколько киловатт (как правило, до 10 кВт).

Для поддержания в процессе шлифования постоянного значения η , рассчитанного по зависимости (8.13), необходимо реализовать режим самозатачивания круга или непрерывную правку круга.

8.3. Определение максимально возможной производительности обработки и реализующих ее режимов шлифования с учетом ограничения по температуре резания

При шлифовании наряду с обеспечением требуемой точности и шероховатости обработки важное значение имеет управление тепловой напряженностью процесса с целью исключения прижогов, микротрещин, структурных изменений в поверхностном слое материала и других дефектов обработки. Для определения температуры резания Θ воспользуемся аналитической зависимостью [55]:

$$\Theta = \frac{q}{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot l}{\lambda \cdot c_m \cdot \rho_m \cdot V_{дет}}}, \quad (8.17)$$

где $q = \frac{P_z \cdot V_{кр}}{F} \cdot \psi$ - плотность теплового потока, характеризующая количество теплоты, проходящее через единицу поверхности обрабатываемой детали в единицу времени, Вт/м²;

ψ - коэффициент, показывающий, какая часть работы переходит в теплоту, поглощаемую обрабатываемой деталью (по данным работы [56] для алмазного шлифования $\psi = 0,4$, так как в теплоту переходит 80% от всей работы, а обрабатываемой деталью поглощается 50% теплоты);

$F = B \cdot l$ - площадь контакта круга с деталью, м²;

$l = \sqrt{2 \cdot t / \rho}$ - длина дуги контакта круга с деталью, м;

λ - коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К);

c_m - удельная теплоемкость, Дж/(кг·К);

ρ_m - плотность обрабатываемого материала, кг/м³.

После преобразований зависимости (8.17) с учетом $P_z = \sigma \cdot Q / V_{кр}$,

имеем
$$\Theta = \sigma \cdot \psi \cdot \sqrt{\frac{\pi}{\lambda \cdot c_m \cdot \rho_m} \cdot \left(\frac{Q}{B}\right)^{1,5} \cdot \left(\frac{2 \cdot \rho}{V_{дет}}\right)^{0,5}}.$$

Подставим вместо σ выражение (5.8):

$$\Theta = \pi \cdot \psi \cdot \sqrt{\frac{tg \gamma \cdot HV \cdot \sigma_{жс}}{\lambda \cdot c_m \cdot \rho_m \cdot (1 - \eta)} \cdot \left(\frac{Q}{B}\right)^{1,5} \cdot \left(\frac{2 \cdot \rho}{V_{дет}}\right)^{0,5}}. \quad (8.18)$$

Нетрудно видеть, что температура резания Θ тем меньше, чем меньше производительность обработки (приходящаяся на единицу ширины круга Q/B) и безразмерный коэффициент η .

С учетом действия двух ограничивающих факторов: точности и шероховатости обработки температура резания определяется путем подстановки в зависимость (8.18) зависимостей (8.1) и (8.3):

$$\Theta = 2 \cdot \psi \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot \sigma_{сж} \cdot V_{кр}}{tg\gamma \cdot \lambda \cdot c_m \cdot \rho_m} \cdot \left[\frac{(1-\eta) \cdot c \cdot \delta}{B} \right]^{1,5} \cdot \left[\frac{\bar{X}^3 \cdot \rho^{1,5}}{(0,5 \cdot R_a)^{2,5} \cdot (1+\eta) \cdot m \cdot HV} \right]^{0,5}}}. \quad (8.19)$$

Обеспечить заданную температуру резания Θ можно регулированием скорости круга $V_{кр}$ или величины $(1-\eta)$. Разрешим зависимость (8.19) относительно $V_{кр}$:

$$V_{кр} = \left(\frac{\Theta}{2 \cdot \psi} \right)^2 \cdot \frac{tg\gamma \cdot \lambda \cdot c_m \cdot \rho_m}{\pi \cdot \sigma_{сж}} \cdot \left[\frac{B}{\bar{X} \cdot (1-\eta) \cdot c \cdot \delta} \right]^{1,5} \times \left[\frac{(0,5 \cdot R_a)^{2,5} \cdot (1+\eta) \cdot m \cdot HV}{\rho^{1,5}} \right]^{0,5}. \quad (8.20)$$

Для исходных данных: $\Theta = 909$ К; $\psi = 0,4$; $tg\gamma = 1$; $\lambda = 50$ Вт/(м · К); $c_m = 175,9$ Дж/(кг · К); $\rho_m = 15 \cdot 10^3$ кг/м³; $\sigma_{сж} = 32,6 \cdot 10^8$ Н/м²; $HV = 200 \cdot 10^8$ Н/м² (обрабатываемый материал – твердый сплав); $B = 0,02$ м; $c = 10^7$ Н/м; $\delta = 10^{-5}$ м; $R_a = 0,4 \cdot 10^{-6}$ м; $m = 100$; $\bar{X} = 9 \cdot 10^{-5}$ м; $\rho^{1,5} = 8 \cdot 10^{1,5}$ м^{1,5}; $\eta = 0,5$, расчетное значение скорости круга равно $V_{кр} = 50$ м/с.

Подставляя зависимость (8.20) в зависимости (8.1) и (8.3), определяются скорость детали $V_{дет}$ и максимально возможная производительность обработки Q , обусловленная действием трех ограничивающих факторов: точности, шероховатости обработки и температуры резания

$$Q = \frac{\lambda \cdot c_m \cdot \rho_m \cdot B^{1,5}}{2 \cdot \pi^2 \cdot \sigma_{сж}} \cdot \left[\frac{(0,2 \cdot R_a)^{2,5} \cdot (1+\eta) \cdot m}{\bar{X}^3 \cdot \rho^{1,5} \cdot HV \cdot (1-\eta) \cdot c \cdot \delta} \right]^{0,5} \cdot \left(\frac{\Theta}{\psi} \right)^2. \quad (8.21)$$

Глубина шлифования t , определяемая зависимостью (8.4), не содержит скорость круга $V_{кр}$ и явно не зависит от температуры резания.

Выбор оптимальных параметров режима шлифования $V_{дет}$, $V_{кр}$, t для заданных ограничивающих параметров Q , R_a , δ производится в соответствии с расчетными зависимостями (8.1), (8.4), (8.20) с учетом технических возможностей станка.

Сравним значения Θ для шлифования периферией и торцом круга, представляя зависимость (8.17) в виде:

для плоского шлифования периферией круга:

$$\Theta = \frac{\sigma \cdot Q}{B} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \pi}{\lambda \cdot c_m \cdot \rho_m \cdot V_{det} \cdot l}}, \quad (8.22)$$

для плоского шлифования торцом круга:

$$\Theta = \frac{\sigma \cdot Q}{B} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \pi}{\lambda \cdot c_m \cdot \rho_m \cdot V_{det} \cdot h}}, \quad (8.23)$$

где B - ширина шлифования, м;

h - ширина рабочей части торца круга, м.

Как правило, выполняется условие $h > l$, поэтому при шлифовании торцом круга температура резания меньше.

Однако при определенных условиях параметр σ может быть больше за счет увеличения коэффициента η в зависимости (5.8) в связи с участием в резании большего числа зерен и уменьшением толщин единичных срезов. Например, экспериментально установлено, что с увеличением ширины образца B при шлифовании торцом алмазного круга удельный расход алмаза q непрерывно увеличивается, табл. 8.2 [57].

При шлифовании тех же образцов кругами из кубонита удельный расход практически не зависит от ширины образца. Это объясняется высокой теплостойкостью кубонита.

Таблица 8.2

Влияние ширины образца на удельный расход алмазов q

Ширина образца B , мм	q , мг/см ³ , для сталей		
	40Х	ШХ15	Р18
3	3,5	5,6	15,4
6	4,2	10,5	42,0
9	4,2	21,0	-
12	4,9	31,1	-

В табл. 8.3 [57] приведены значения q для случая плоского шлифования образцов из стали P18, ШХ15 и чугуна СЧ 18–36 торцом кругов 100%-й концентрации с алмазами АС32 и кубонитом марок КО и КР при $V_{кр} = 27$ м/с, $S_{np} = 1$ м/мин.

Таблица 8.3

Удельный расход алмазов и кубонита при шлифовании сталей

Характеристика круга		Обр. материал	Размер образца, мм	S_n , мм/дв.ход	q , мг/см ³	Мощность резания, Вт
Абразив	Связка					
АС32 125/100	М04				31,3	1000
КОМ 125/100	К1	P18	6×50	0,05	3,1	300
КРМ 125/100	М04				2,3	400
АС32 125/100	МО4				8,6	600
КОМ 125/100	Б1	ШХ15	5×50	0,05	3,1	200
КРМ 125/100	МО4				1,5	200
АС32 125/100	МО4				1,5	250
КОМ 125/100	Б1	СЧ 18–36	15×50	0,02	2,3	260

При обработке быстрорежущей стали P18 удельный расход кубонита в 10 раз меньше удельного расхода алмаза АС32. С понижением прочности обрабатываемого материала эта разница уменьшается. При обработке чугуна, наоборот, удельный расход алмаза меньше по сравнению с удельным расходом кубонита. Это можно объяснить преобладанием в механизме износа круга силового фактора и повышенной прочностью алмаза марки АС32.

Высокая температура резания, развивающаяся при обработке сталей алмазным кругом, ведет к интенсивному износу (затуплению) зерен и увеличению мощности резания, табл. 8.3.

Поэтому с одной стороны, температура резания Θ может быть уменьшена за счет увеличения параметра h при шлифовании торцом круга, исходя из зависимости (8.23). С другой стороны, увеличение длины контакта зерна с металлом для определенных условий приводит к интенсивному затуплению алмазных зерен и увеличению температуры резания (рис. 8.3 [28]). В связи с этим, при обработке железоуглеродистых сплавов эффективно уменьшать длину контакта зерна с обрабатываемым материалом, применяя шлифование периферией круга.

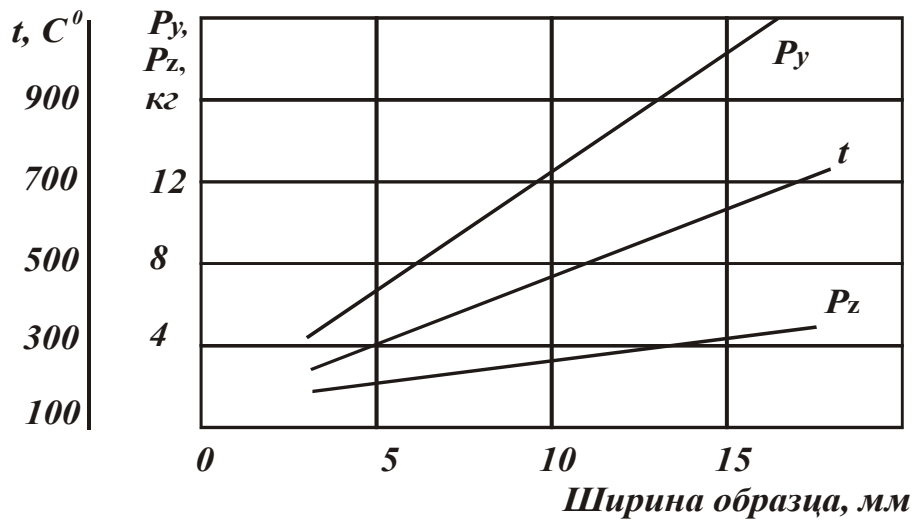


Рис. 8.3. Влияние ширины образца из титанового сплава BT3-1 на силы и температуру резания.

8.4. Определение максимально возможной производительности обработки, обусловленной прочностными свойствами алмазного круга

Разрешая зависимость (5.19) относительно скорости детали $V_{дет}$ с учетом $Q = B \cdot V_{дет} \cdot t$, имеем:

$$Q = \frac{B \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2)}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \text{tg}^3 \gamma} \cdot \left(\frac{t}{\rho}\right)^{0,5} \cdot \left[\frac{2 \cdot P_{y1}}{\pi \cdot HV \cdot (1 + \eta)}\right]^{1,5}, \quad (8.24)$$

где P_{y1} - предельная сила, вызывающая разрушение (раздавливание) алмазного зерна, Н.

Увеличить производительность обработки Q можно увеличением параметров B , m , $V_{кр}$, t , P_y и уменьшением η , \bar{X} , HV и ρ .

Определим максимально возможную производительность обработки Q с учетом ограничения по удельному расходу алмаза q . Для этого разрешим зависимость (8.24) относительно глубины шлифования t и подставим полученное выражение в зависимость (5.23). После преобразований:

$$q = \frac{M \cdot \rho \cdot V_{дет}}{B} \cdot \left(\frac{\pi \cdot \text{tg}^2 \gamma \cdot HV}{2 \cdot P_{y1}}\right)^3 \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3}{m \cdot V_{кр}}\right)^2 \cdot \frac{(1 + \eta)}{\eta^3 \cdot (1 - \eta)^{1,5}}. \quad (8.25)$$

Зависимость q от безразмерного коэффициента η при $V_{дет} = const$ носит экстремальный характер. Первоначально с увеличением η за счет множителя $1/\eta^3$ удельный расход уменьшается, а после превышения определенного значения η - увеличивается (за счет множителя $1/(1 - \eta)^{0,5}$).

Для определения экстремального значения $\eta_{экт}$ возьмем производную от функции q по η и полученное выражение приравняем к нулю. В результате имеем: $\eta_{экт} = 0,8$.

График изменения функции q от η показан на рис. 8.4. Минимум удельного расхода алмаза достигается при $\eta = 0,8$:

$$q_{min} = \frac{39 \cdot M_0 \cdot \rho \cdot V_{дет}}{V_{кр}} \cdot \left(\frac{\pi \cdot \text{tg}^2 \gamma \cdot HV}{2 \cdot P_{y1}} \right)^3 \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3}{m} \right)^2, \quad (8.26)$$

где $M_0 = \frac{M}{V_{кр} \cdot B}$.

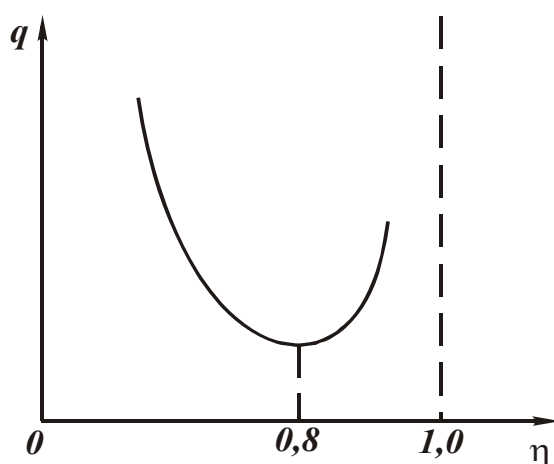


Рис. 8.4. Зависимость q от η .

Уменьшить q_{min} можно уменьшением параметров $V_{дет}$, \bar{X} и увеличением m , P_y и $V_{кр}$.

Производительность обработки Q , соответствующая минимуму удельного расхода алмаза q , равна

$$Q = \frac{6,3 \cdot 10^{-4} \cdot B \cdot m \cdot V_{кр}}{\pi \cdot \text{tg}^3 \gamma \cdot \bar{X}^3} \cdot \left(\frac{t}{\rho} \right)^{0,5} \cdot \left(\frac{P_{y1}}{\pi \cdot HV} \right)^{1,5}. \quad (8.27)$$

Сравнивая зависимости (8.24) и (8.27), видим, что производительность обработки при $\eta = 0$ в семь раз больше производительности обработки при $\eta_{экт} = 0,8$. При этом значения удельного расхода алмаза q отличаются в бесконечное количество раз (рис. 8.4). Из преобразованной зависимости (5.20)

$$\eta = \text{tg} \gamma \cdot x \cdot \sqrt{\frac{0,75 \cdot \pi \cdot HV}{P_{y1}}} \quad (8.28)$$

вытекает, что при $P_{y1} = const$ с уменьшением $\eta \rightarrow 0$ величина x пропорционально уменьшается ($x \rightarrow 0$).

Следовательно, бесконечный рост удельного расхода алмаза q в диапазоне $0 < \eta < 0,8$ вызван уменьшением как безразмерного коэффициента η , так и величины линейного износа зерен x .

Безразмерный коэффициент η , исходя из зависимости (5.20):

$$\eta = 1 - \frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{det} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}} \cdot \left(\frac{\pi \cdot tg^2 \gamma \cdot HV}{2 \cdot P_{y1}} \right)^{1,5}. \quad (8.29)$$

С увеличением параметров V_{det} , t , \bar{X} , HV и уменьшением m , $V_{кр}$, P_{y1} безразмерный коэффициент η уменьшается. Это предопределяет экстремальную зависимость удельного расхода алмаза от указанных параметров. Например, в диапазоне $0 < \eta < 0,8$ с увеличением V_{det} и t удельный расход алмаза q неограниченно увеличивается, что согласуется с многочисленными экспериментальными данными [28, 30, 53, 57, 58].

Исходя из зависимости (8.29), для уменьшения безразмерного коэффициента η от $\eta_{экт} = 0,8$ до $\eta = 0$ глубина шлифования t должна увеличиться в 25 раз. Аналогичные результаты получены экспериментально [28].

Увеличение удельного расхода алмаза q с увеличением параметров режима шлифования t и V_{det} при $P_{y1} = const$ (т.е. при установившемся процессе шлифования) связано с уменьшением величины линейного износа зерен x до момента их объемного разрушения или выпадения из связки без разрушения (в зависимости от типа связки и механизма износа круга). Это подтверждается экспериментальными данными [28], согласно которым с увеличением глубины шлифования t уменьшается количество выпавших из связки зерен с площадками износа и сколами.

Преобразуем зависимость (5.23) с учетом зависимости (5.63). Величину $(1 - \eta^2)$ заменим на $\sqrt{1 - \eta}$, что допустимо при $0 < \eta < 0,8$. Тогда

$$q = \frac{M}{Q} \cdot \left(\frac{H_0}{x} \right)^3 = \frac{630 \cdot \pi \cdot M_0}{m} \cdot \left(\frac{\bar{X}}{x} \right)^3 \cdot \left(\frac{\rho}{t} \right)^{0,5}. \quad (8.30)$$

Удельный расход алмаза q тем меньше, чем больше параметры m , x и t . Как показано выше, величину линейного износа зерен x необходимо рассматривать как функцию параметров режима шлифования и т.д.

Увеличение величины x и соответственно уменьшение удельного расхода алмаза q предполагает применение алмазных кругов на металлических связках, увеличивающих прочность удержания зерен и длительность их работы в круге.

Увеличение глубины шлифования t предполагает применение метода глубинного шлифования, обеспечивающего снижение удельного расхода алмаза и увеличение производительности обработки за счет увеличения площади контакта круга с деталью и количества одновременно работающих зерен. Очевидно, эффект от увеличения величины x больше, так как она входит в зависимость (8.30) с наибольшей степенью. Однако, уменьшение x ограничено предельным значением a_z/R , ниже которого процесс резания неосуществим.

Используя расчетную схему, приведенную на рис. 8.5, определим соотношение a_z/R , где $a_z = H_{max} = (1-\eta) \cdot H = x \cdot (1-\eta)/\eta$, радиус округления режущего зерна $R = (R+x) \cdot \sin \gamma$ или $R = x \cdot \sin \gamma / (1 - \sin \gamma)$. При $\gamma = 45^\circ$ справедливо $R = 2,44 \cdot x$.

$$\text{Тогда } \frac{a_z}{R} = 0,41 \cdot \frac{(1-\eta)}{\eta} = 0,41 \cdot \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right) \text{ или}$$

$$\eta = \frac{1}{\left(1 + 2,44 \cdot \frac{a_z}{R} \right)}. \quad (8.31)$$

Подставим (8.31) в зависимость (5.23):

$$q = \frac{1,56 \cdot M}{Q} \cdot \left(\frac{a_z}{R} \right)^{0,5} \cdot \left(1 + 2,44 \cdot \frac{a_z}{R} \right)^{2,5}. \quad (8.32)$$

При фиксированной производительности обработки Q удельный расход алмаза q вполне однозначно определяется соотношением a_z/R . Большему значению a_z/R соответствует большее значение q .

В нашей работе [9] приведены аналитические зависимости для определения коэффициента резания $K_{рез}$ и условного напряжения резания

σ

$$K_{рез} = 2 \cdot \beta = 3 \sqrt{\frac{2 \cdot a_z \cdot \tau_{сдв}}{HV \cdot R}}, \quad (8.33)$$

$$\sigma = 3 \cdot 3 \sqrt{HV \cdot \tau_{сдв}^2 \cdot \frac{R}{a_z}}, \quad (8.34)$$

где β – угол сдвига материала.

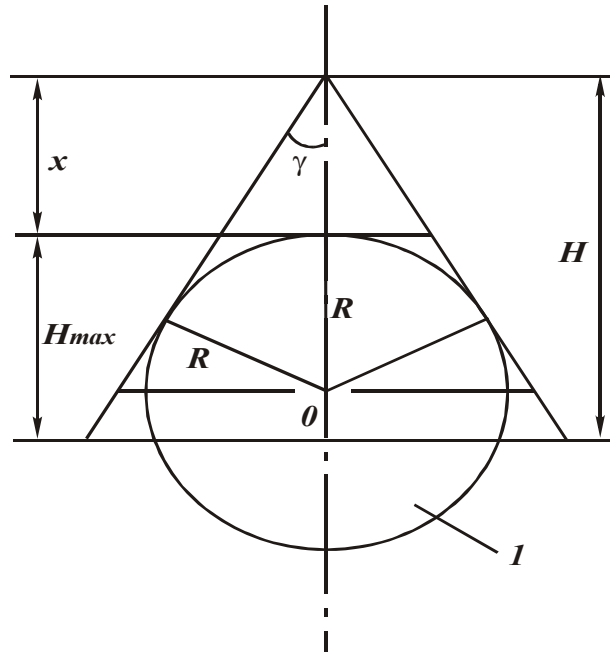


Рис. 8.5. Расчетная схема: 1 – зерно.

Большому значению a_z/R соответствуют большие значения $K_{рез}$ (β) и меньшие значения σ . Следовательно, удельный расход алмаза q тем больше, чем больше $K_{рез}$ (β) и меньше σ . Это согласуется с экспериментальными данными. Например, установлено, что с течением времени обработки (по мере затупления зерен алмазного круга) коэффициент резания $K_{рез}$ и удельный расход алмаза q уменьшаются, а условное напряжение резания σ и соответственно сила резания увеличиваются (при шлифовании по жесткой схеме с заданной производительностью обработки).

Произведение $q \cdot Q$ равно скорости износа круга h_n :

$$h_n = 1,56 \cdot M \cdot \left(\frac{a_z}{R} \right)^{0,5} \cdot \left(1 + 2,44 \cdot \frac{a_z}{R} \right)^{2,5}. \quad (8.35)$$

Таким образом показано, что параметры q и h_n имеют вполне конкретный физический смысл и являются производными от параметров a_z/R , $K_{рез}$ и σ . Подставим зависимость (8.29) в (8.31) и полученное выражение разрешим относительно соотношения a_z/R :

$$\frac{a_z}{R} = 0,41 \cdot \left[\frac{1}{1 - \frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}} \cdot \left(\frac{\pi \cdot \text{tg}^2 \gamma \cdot HV}{2 \cdot P_{y1}} \right)^{1,5}} - 1 \right]. \quad (8.36)$$

Соотношение a_z/R тем больше, чем больше параметры V_{dem} , t , \bar{X} и меньше $V_{кр}$, m , P_{y1} . Как известно, увеличение a_z/R ведет к улучшению процесса стружкообразования при резании. Существуют предельные значения a_z/R , ниже которых процесс резания неосуществим. Например, по данным Богомолова Н.И. стружкообразование при микрорезании единичным абразивным зерном начинается при $a_z/R = 0,04...0,08$, а по данным Крагельского И.В. – при $a_z/R = 0,14...0,17$. Наиболее интенсивный процесс стружкообразования наступает при $a_z/R = 0,25...0,35$.

Подставляя зависимость (8.36) в (8.33) и (8.34), определяются параметры $K_{рез}$ и σ . Очевидно, с увеличением параметров V_{dem} , t и уменьшением $V_{кр}$ коэффициент резания $K_{рез}$ увеличивается, а условное напряжение резания σ уменьшается, что согласуется с экспериментальными данными [28,30].

С увеличением предельной нагрузки P_{y1} коэффициент резания уменьшается, а условное напряжение резания увеличивается. Этим объясняется уменьшение $K_{рез}$ и увеличение σ при шлифовании алмазными кругами на металлических связках по сравнению с шлифованием алмазными кругами на менее прочных органических и керамических связках.

Для увеличения параметров $K_{рез}$, a_z/R и уменьшения σ необходимо увеличить V_{dem} и t , т.е. увеличить производительность обработки. При глубинном шлифовании соотношение a_z/R меньше, чем при многопроходном шлифовании. Это вытекает из преобразованной зависимости (8.36):

$$\frac{a_z}{R} = 0,41 \cdot \left[\frac{1}{1 - \frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot Q \cdot \sqrt{\rho}}{m \cdot V_{кр} \cdot B \cdot \sqrt{t}} \cdot \left(\frac{\pi \cdot \text{tg}^2 \gamma \cdot HV}{2 \cdot P_{y1}} \right)^{1,5}} - 1 \right]. \quad (8.37)$$

При заданной производительности обработки $Q = const$ соотношение a_z/R тем меньше, чем больше глубина шлифования t . Следовательно, при глубинном шлифовании меньше $K_{рез}$ и больше σ . Это предполагает увеличение параметров Q/B , \bar{X} и уменьшение $V_{кр}$, m , P_{y1} . Теоретические решения согласуются с экспериментальными данными. Установлено, что глубинное шлифование, выполняемое крупнозернистыми

высокопористыми относительно мягкими абразивными кругами, обеспечивает существенное увеличение производительности обработки.

Увеличение $V_{кр}$ при условии $\frac{a_z}{R} = const$ требует увеличения производительности обработки Q . В настоящее время за рубежом изготавливаются шлифовальные станки, реализующие скорость круга более 300 м/с. Применение алмазных кругов на прочных металлических связках, характеризующихся увеличенными значениями прочности удержания зерна в связке P_{y1} , согласно зависимости (8.37), позволяет увеличить Q при глубинном шлифовании. Увеличение твердости обрабатываемого материала HV , наоборот, ведет к уменьшению производительности обработки при заданном значении $\frac{a_z}{R}$. С увеличением HV и $\tau_{сдв}$ увеличивается условное напряжение резания σ и уменьшается $K_{рез}$.

Проведем анализ зависимости (5.23) с учетом зависимости (5.9), разрешая последнюю относительно безразмерного коэффициента η :

$$\eta = 1 - \frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}{4 \cdot \sigma_{сж}} \cdot K_{ш}^2, \quad (8.38)$$

$$\eta = \frac{M}{Q} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}{4 \cdot \sigma_{сж}}} \cdot \frac{K_{ш}}{\left(1 - \frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}{4 \cdot \sigma_{сж}} \cdot K_{ш}^2\right)^3}. \quad (8.39)$$

Удельный расход алмаза q тем больше, чем больше коэффициент шлифования $K_{ш}$. Разложим выражение, стоящее в знаменателе, в степенной ряд, тогда

$$\eta = \frac{M}{Q} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}{4 \cdot \sigma_{сж}}} \cdot K_{ш} \cdot \left(1 + \frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}{4 \cdot \sigma_{сж}} \cdot K_{ш}^2 + \dots\right)^3. \quad (8.40)$$

Полученная зависимость аналогична зависимости (8.32), рассматривая в ней вместо соотношения $\frac{a_z}{R}$ коэффициент $K_{рез}$, определяемый зависимостью (8.33). Экспериментально установлено, что с увеличением глубины шлифования t коэффициент шлифования $K_{ш}$ и скорость линейного износа круга h_l увеличиваются [59]. Это соответствует зависимости, связывающей параметры h_l , $K_{ш}$ и вытекающей из (8.40):

$$h_l = M \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}{4 \cdot \sigma_{сж}}} \cdot K_{ш} \cdot \left(1 + \frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}{4 \cdot \sigma_{сж}} \cdot K_{ш}^2 + \dots\right)^3. \quad (8.41)$$

При этом удельный расход алмаза q с увеличением глубины шлифования t изменяется по экстремальной зависимости (проходит точку минимума). Исходя из зависимости (8.39), это связано с тем, что с увеличением t до определенного значения в формировании q преобладает параметр Q и удельный расход алмаза q уменьшается, после чего определяющим параметром становится $K_{ш}$, вызывающий увеличение q .

При шлифовании синтетических сверхтвердых материалов по упругой схеме алмазным кругом на металлической связке с его непрерывной электрохимической правкой производительность обработки и тангенциальная составляющая силы резания P_z увеличиваются, а удельный расход алмаза изменяется по экстремальной зависимости с увеличением плотности тока [17]. Это соответствует характеру изменения зависимости (8.39), согласно которой уменьшение q обусловлено увеличением производительности обработки Q , а увеличение q - увеличением коэффициента шлифования $K_{ш}$, который в данном случае пропорционален тангенциальной составляющей силы резания P_z .

8.5. Определение максимально возможной производительности при установившемся шлифовании

Из зависимости (8.29) следует, что по мере затупления зерен круга (увеличении безразмерного коэффициента η) сила, действующая на максимально выступающее зерно, P_{y1} увеличивается. При достижении значения, равного силе, удерживающей зерно в связке, или силе, при которой зерно разрушается, возможна стабилизация процесса шлифования во времени. Это соответствует равномерному износу круга во времени.

Подставим зависимость (8.29) в (8.3):

$$t = \left(\frac{445 \cdot c \cdot \delta \cdot \bar{X}^3}{B \cdot m} \right)^2 \cdot \frac{\pi^2 \cdot HV \cdot \text{tg}^4 \gamma \cdot \rho}{P_{y1}^3}. \quad (8.42)$$

Глубина шлифования t тем больше, чем больше параметры c , δ , \bar{X} и меньше B , m , P_{y1} . Скорость детали $V_{дет}$ устанавливается из преобразованной зависимости (8.29):

$$V_{дет} = \frac{(1 - \eta) \cdot m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \bar{x}^3 \cdot \sqrt{t \cdot \rho}} \cdot \left(\frac{2 \cdot P_{y1}}{\pi \cdot \text{tg}^2 \gamma \cdot HV} \right)^{1,5}, \quad (8.43)$$

а производительность обработки – из зависимости (8.3). Таким образом, определяются параметры режима шлифования и производительность

обработки с учетом действия двух ограничивающих параметров: точности δ и предельной нагрузки P_{y1} .

С учетом ограничений по шероховатости обработки R_a и предельной нагрузке P_{y1} глубина шлифования определится, подставляя зависимость (8.1) в (8.29):

$$t = \frac{1}{(0,5 \cdot R_a)^5 \cdot \text{tg}^8 \gamma} \cdot \left(\frac{2 \cdot P_{y1}}{\pi \cdot HV} \right)^3 \cdot \frac{(1-\eta)^6}{(1+\eta)^2}. \quad (8.44)$$

Глубина шлифования t тем больше, чем меньше параметры R_a , η и больше P_{y1} . В отличие от зависимости (8.42), в зависимость (8.44) входит безразмерный коэффициент η . Следовательно, глубина шлифования t , обеспечивающая обработку с заданными значениями R_a и P_{y1} , зависит от степени затупления зерен. Скорость детали $V_{дет}$ и производительность обработки Q определяются зависимостями (8.1) и (8.2).

С учетом одновременного действия трех ограничений: по предельной нагрузке, точности и шероховатости обработки, глубина шлифования t устанавливается из зависимости (8.42), а скорость детали $V_{дет}$ - из зависимости (8.1) после подстановки в нее зависимостей (8.29) и (8.42):

$$V_{дет} = \frac{0,23 \cdot 10^{-3} \cdot V_{кр} \cdot m^{1,67} \cdot P_{y1}^2}{\pi^{2,67} \cdot HV^{1,33} \cdot \text{tg}^3 \gamma \cdot \bar{X}^5} \cdot \left(\frac{0,5 \cdot R_a}{\rho} \right)^{0,83} \cdot \left(\frac{B}{c \cdot \delta} \right)^{0,67}. \quad (8.45)$$

Безразмерный коэффициент η устанавливается из зависимости (8.29) с учетом зависимостей (8.42) и (8.45):

$$\eta = 1 - \frac{22,8 \cdot (0,5 \cdot \pi \cdot R_a)^{0,83} \cdot \text{tg}^2 \gamma \cdot \bar{X} \cdot HV^{0,67} \cdot \rho^{0,17}}{P_{y1}} \cdot \left(\frac{c \cdot \delta}{B \cdot m} \right)^{0,33}. \quad (8.46)$$

Производительность обработки Q определяется в соответствии с зависимостью (8.3) с учетом (8.46):

$$Q = \frac{45,6 \cdot (0,5 \cdot R_a)^{0,83} \cdot \text{tg} \gamma \cdot \bar{X} \cdot V_{кр} \cdot (c \cdot \delta)^{1,33} \cdot \rho^{0,17}}{\pi^{0,17} \cdot P_{y1}} \cdot \left(\frac{1}{HV \cdot B \cdot m} \right)^{0,33}. \quad (8.47)$$

Производительность обработки Q тем больше, чем больше параметры R_a и δ и меньше P_{y1} . Следовательно, увеличить Q при обеспечении заданных параметров R_a и δ можно за счет использования более “мягких” кругов. Например, алмазных кругов на относительно малопрочных органических и керамических связках, характеризующихся низкими

значениями прочности удержания алмазных зерен в связке. Применение алмазных кругов на более прочных металлических связках предполагает уменьшение Q в связи с увеличением предельной нагрузки P_{y1} .

Наибольшее влияние на Q оказывает жесткость технологической системы c . С ее увеличением производительность обработки увеличивается. Увеличить Q также можно путем уменьшения параметров B , m и увеличения $V_{кр}$ и \bar{X} .

С учетом одновременного действия четырех ограничивающих факторов: точности, шероховатости, мощности обработки и предельной нагрузки P_{y1} , действующей на отдельное зерно круга, производительность обработки Q определится в соответствии с зависимостью (8.10) с учетом (8.46):

$$Q = \frac{4,78 \cdot N \cdot (0,5 \cdot R_a)^{0,42} \cdot \rho^{0,08}}{\pi^{0,08} \cdot HV^{0,165}} \cdot \left(\frac{\bar{X}}{tg\gamma \cdot \sigma_{сж} \cdot P_{y1}} \right)^{0,5} \cdot \left(\frac{c \cdot \delta}{B \cdot m} \right)^{0,16}. \quad (8.48)$$

Производительность обработки Q тем больше, чем больше параметры R_a , δ , N и меньше P_{y1} . Наибольшее влияние на Q оказывает мощность обработки N , т.е. за счет увеличения N (устанавливая соответствующим образом параметры режима шлифования) можно существенно увеличить Q при небольших значениях параметров R_a и δ . В данном случае жесткость системы c не играет определяющей роли в интенсификации процесса, как это имело место в предыдущих случаях, не учитывающих ограничение по мощности обработки.

При действии ограничений по температуре резания Θ и предельной нагрузке P_{y1} основная зависимость процесса устанавливается путем подстановки (8.29) в (8.18):

$$t = \frac{630 \cdot \pi^{0,5} \cdot HV^{0,5} \cdot \bar{X}^3 \cdot tg^2\gamma \cdot \lambda \cdot c_m \cdot \rho_m}{m \cdot V_{кр} \cdot P_{y1}^{1,5} \cdot \sigma_{сж}} \cdot \left(\frac{\Theta}{2 \cdot \psi} \right)^2. \quad (8.49)$$

Увеличить глубину шлифования t можно увеличением параметров Θ , \bar{X} и уменьшением m , $V_{кр}$, P_{y1} .

Скорость детали $V_{дет}$ определяется из зависимости (8.29) с учетом (8.49):

$$V_{дет} = \frac{5,66 \cdot \psi \cdot (1 - \eta)}{(\pi \cdot HV)^{1,75} \cdot tg^4\gamma \cdot \Theta} \cdot \left(\frac{\sigma_{сж}}{\lambda \cdot c_m \cdot \rho_m \cdot \rho} \right)^{0,5} \cdot \left(\frac{m \cdot V_{кр} \cdot P_{y1}^{1,5}}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3} \right)^{1,5}. \quad (8.50)$$

Соответственно производительность обработки $Q = B \cdot V_{дет} \cdot t$ равна:

$$Q = \frac{1,4 \cdot B \cdot (1 - \eta)}{\pi^{2,75} \cdot \text{tg}^2 \gamma \cdot HV^{1,25} \cdot \bar{X}^{1,5}} \cdot \left(\frac{\Theta}{\psi} \right) \cdot \left(\frac{\lambda \cdot c_m \cdot \rho_m}{630 \cdot \sigma_{сж}} \cdot \frac{m \cdot V_{кр} \cdot P_{y1}^{1,5}}{\rho} \right)^{0,5} \quad (8.51)$$

Производительность обработки Q тем больше, чем больше параметры B , Θ , P_{y1} , $V_{кр}$, m и меньше η , \bar{X} . Значительное влияние на Q оказывают прочность и твердость обрабатываемого материала. С их увеличением производительность уменьшается.

Параметры m , $V_{кр}$ и P_{y1} противоположно влияют на глубину шлифования t и скорость детали $V_{дет}$. Например, с увеличением скорости круга $V_{кр}$ при заданных значениях Θ и P_{y1} глубина шлифования уменьшается, а скорость детали увеличивается, т.е. эффективно использовать схему многопроходного шлифования. Увеличить производительность обработки можно прежде всего поддержанием в процессе шлифования “острого” режущего рельефа круга, используя эффективные методы правки, обеспечивающие выполнение условия $\eta \rightarrow 0$.

При действии четырех ограничивающих факторов: точности и шероховатости обработки, температуры резания Θ и предельной нагрузки P_{y1} , производительность обработки Q определится из зависимости (8.18) с учетом (8.45) и (8.46)

$$Q = \frac{0,37 \cdot B \cdot (0,5 \cdot R_a)^{0,83}}{\pi^{1,7} \cdot HV^{1,1} \cdot \bar{X} \cdot \rho^{0,5}} \cdot \left(\frac{\lambda \cdot c_m \cdot \rho_m}{\sigma_{сж}} \right)^{0,67} \cdot \left(\frac{\Theta}{\psi} \right)^{1,33} \cdot \left(\frac{V_{кр} \cdot m}{\text{tg} \gamma} \right)^{0,33} \quad (8.52)$$

Из четырех ограничивающих параметров: R_a , δ , Θ , P_{y1} в зависимость (8.52) входят лишь два: R_a , Θ . С их увеличением производительность обработки Q увеличивается. Следовательно, точность обработки δ (обусловленная упругими перемещениями в технологической системе) и предельная нагрузка P_{y1} (которую может выдержать зерно в круге) не влияют на максимально возможную производительность обработки. Однако, они влияют на параметры режима шлифования, которые несложно установить на основе приведенных зависимостей.

Увеличить Q также можно увеличением ширины шлифования B , скорости круга $V_{кр}$ и объемной концентрации круга m . Повышение механических характеристик обрабатываемого материала HV , $\sigma_{сж}$ и зернистости круга \bar{X} приводит к уменьшению производительности обработки Q . Как видим, возможности увеличения Q при условии обеспечения заданных значений R_a и Θ весьма ограничены и связаны в

основном с увеличением ширины шлифования B . Это указывает на эффективность применения схем торцевого шлифования, где можно параметр B существенно увеличить.

8.6. Методы повышения производительности глубинного шлифования

В последние годы в связи с созданием эффективных методов правки и новых характеристик кругов все шире применяется процесс глубинного шлифования. Его суть состоит в том, что глубину шлифования устанавливают в 1000...10000 раз больше, чем при многопроходном шлифовании, а скорость детали – примерно во столько раз меньше. Это позволяет за один проход круга прорезать пазы или профили глубиной 30 мм и более с чрезвычайно высокой производительностью. Например, при вышлифовке стружечных канавок в спиральных сверлах со скоростью круга 80...100 м/с производительность достигает уровня 5000 мм³/(мин·мм), что в 20 раз выше производительности фрезерования. При этом качество обработки соответствует условиям чистового шлифования.

Впервые метод глубинного шлифования применен на практике в начале 50-х годов. Однако, его широкое использование за рубежом началось в 60-тые годы, в нашей стране – в 70-тые годы с созданием специальных шлифовальных станков повышенной жесткости и мощности. Для анализа путей интенсификации глубинного шлифования рассмотрим расчетную схему (рис. 8.6), в которой снимаемый припуск представлен пакетом элементарных цилиндрических оболочек, под разными углами входящими в рабочую поверхность круга. Максимальную глубину внедрения в рабочую поверхность круга имеет периферийная оболочка, угол входа которой в слой зерен наибольший. Скорость движения этой оболочки определяется в соответствии с зависимостью, полученной из (5.26) при $\eta = 0$, принимая $H_{max} = const$:

$$V_{дет} = \frac{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot X^3 \cdot \sqrt{t \cdot \rho}} \cdot H_{max}^3 \quad (8.42)$$

С уменьшением глубины шлифования t скорость детали $V_{дет}$ увеличивается. Если сообщить кругу или детали дополнительные колебательные движения в радиальном направлении со скоростью V_0 при $H_{max} = const$, то с изменением t должна изменяться и $V_{дет}$ по зависимости:

$$V_{дет} = V_{дет0} \cdot \left(\frac{t_0}{t_T} \right)^{0,5} \quad (8.43)$$

где $V_{дет0}$, t_0 – начальные значения $V_{дет}$ и t ;
 t_T – текущее значение глубины шлифования.

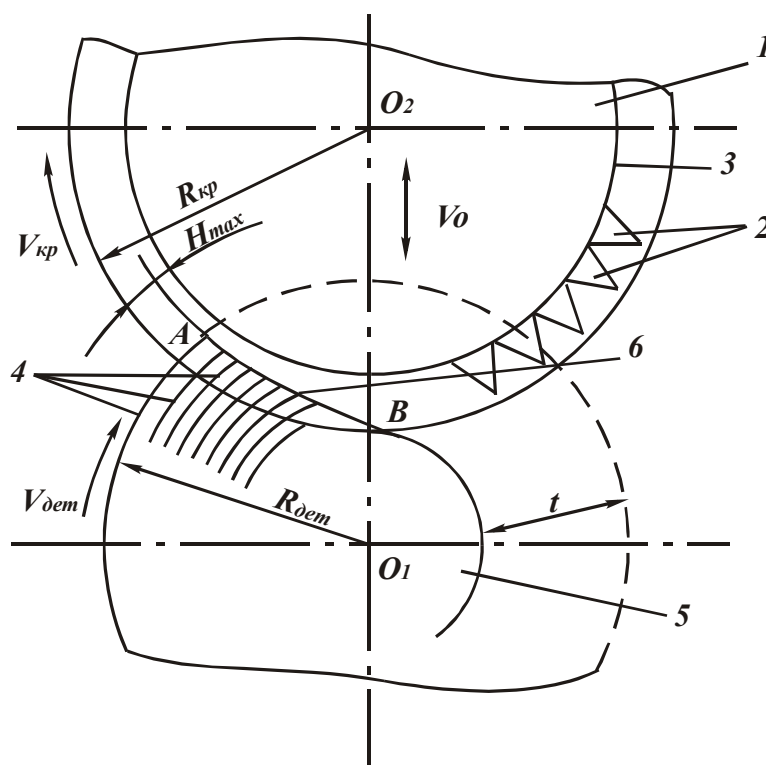


Рис. 8.6. Расчетная схема шлифования: 1 – круг; 2 – зерна; 3 – уровень связки круга; 4 – элементарные оболочки снимаемого припуска; 5 – деталь.

Средняя скорость детали за цикл колебаний равна

$$V_{дет\text{ ср}} = \frac{2 \cdot V_{дет0}}{\left[1 + \left(\frac{t_1}{t_0} \right)^{0,5} \right]}, \quad (8.44)$$

где t_1 - минимальное значение глубины шлифования t .

Значение $V_{дет\text{ ср}}$ тем больше, чем меньше соотношение t_1/t_0 . При $t_0/t_1 = 20 \dots 100$ средняя скорость детали и соответственно производительность обработки может быть увеличена в 1,52...1,82 раза, табл. 8.4.

Шлифование выполняется следующим образом (рис. 8.7). Шлифовальный круг 1 после правки подводят до касания с вращающейся деталью 5 и производят врезание с переменной скоростью поперечной подачи (с целью снижения температуры резания), регулируемой блоком 13 управления приводом поперечной подачи. Датчиком 7 измеряют величину перемещения круга и сигнал подают в блок 16, затем в блок 13. При достижении заданной глубины шлифования привод 12 отключается и

сигнал с датчика 7 через блок 17 подается в блок 20.

Таблица 8.4

Расчетные значения множителя $2 / [1 + (t_1 / t_0)^{0,5}]$

t_1/t_0	1,0	0,5	0,25	0,1	0,05	0,01
$2 / [1 + (t_1 / t_0)^{0,5}]$	1,0	1,18	1,34	1,52	1,64	1,82
t_0/t_1	1,0	2,0	4,0	10,0	20,0	100,0

Одновременно датчиком 8 измеряется диаметр детали 5 и сигнал подается в блок 14, затем в блок 21. В блоке 21 вычисляется частота колебаний и сигнал подается в блок 20. Включается вибратор 18 и детали 5 через привод 19 сообщаются колебательные движения заданной частоты и амплитуды. Датчиком 9 измеряется перемещение детали, соответствующее текущей глубине шлифования t_T , и сигнал через блок 15 подается в блок 21, где вычисляется скорость вращения детали. Сигнал с блока 21 через блок 22 подается на привод 10 и детали сообщается вращательное движение с переменной скоростью. После одного вращения детали вибратор отключается и производится выхаживание.

Данный способ шлифования можно осуществить, например, на круглошлифовальном станке модели МШ–197В, реализующем два автоматизированных цикла.

Первый цикл включает форсированный подвод круга к обрабатываемой поверхности (участок ОА, кривая 2, рис. 8.8) и врезание его с постоянной подачей в деталь (участок АЕ). После достижения необходимого натяга в технологической системе производится обработка детали до заданного размера. Требуемая чистота обработки достигается выхаживанием.

Второй цикл включает форсированный подвод круга (участок ОА, кривая 1), ускоренное врезание его в деталь (участок АВ) и черновую обработку (участок ВС) с врезной подачей в 4...5 раз меньше, чем при ускоренном врезании. Второй цикл более производителен, так как требуемый натяг в системе достигается на этапе ускоренного врезания. Однако он не включает прием, позволяющий установить оптимальное соотношение подач при врезании и черновом шлифовании, обеспечивающее одно значение мощности обработки. Это приводит к расхождению фактической и номинальной подач на глубину при черновом шлифовании и недоиспользованию возможностей цикла.

Фактическая $S_{врф.}$ и номинальная $S_{врн.}$ подачи на глубину при врезании связаны зависимостью:

$$S_{врф.} = S_{врн.} - V_y, \quad (8.45)$$

где V_y - скорость деформации элементов системы, м/с.

В момент достижения заданной мощности привода при врезании параметры $S_{врф.}$ и V_y принимают конкретные значения $S_{врф0}$ и V_{y0} . Для того чтобы на этапе чернового шлифования натяг в технологической системе оставался постоянным, подачу на глубину при черновом шлифовании $S_{черн}$ необходимо установить по зависимости:

$$S_{черн} = S_{врн.} - V_{y0}. \quad (8.46)$$

Для реализации предложенного способа шлифования необходимо при достижении заданной мощности привода при врезании измерить скорость перемещения упругих элементов системы и подачу на глубину при черновом шлифовании установить в соответствии с зависимостью (8.46).

Шлифование выполняется следующим образом (рис. 8.9).

Шлифовальный круг 2 после правки подводится до касания с вращающейся деталью 3 и производится врезание с подачей $S_{врн.}$.

Датчиком 5 измеряется мощность привода. Сигнал, пропорциональный установленной мощности, подается в блок 10, затем в сравнивающее устройство 13, где сравнивается установленное значение мощности привода с заданными. При достижении заданного значения мощности подается сигнал в блок 15, где вычисляется $S_{черн}$ в соответствии с зависимостью (8.46) с учетом установленной датчиком 4 скорости перемещения V_{y0} (сигнал, пропорциональный величине V_{y0} , после усиления в блоке 12 подается в блок 15 для вычисления $S_{черн}$). Затем сигнал, пропорциональный установленной подаче $S_{черн}$, из блока 15 подается в блок 9 и на привод 8.

Датчиком 6 измеряется перемещение круга. Сигнал, пропорциональный установленному значению, после усиления в блоке 11, подается в сравнивающее устройство 14, где сравнивается текущее перемещение с заданным. При достижении заданного перемещения сигнал подается в блок 9, где производится переключение на подачу чистового шлифования.

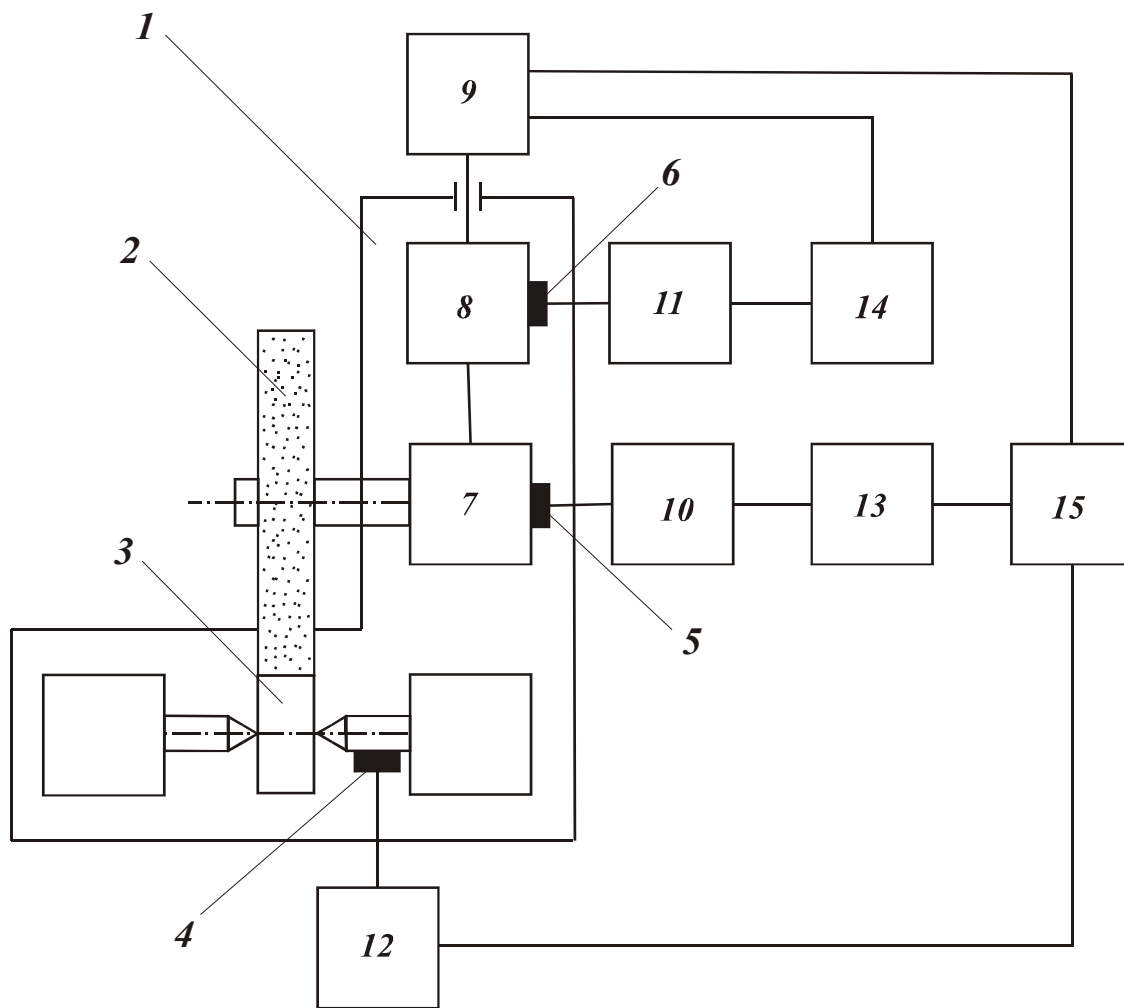


Рис. 8.9. Блок-схема цикла шлифования.

Пример реализации цикла врезного шлифования. Производится обработка цилиндрической детали диаметров 0,1 м из твердого сплава ВК8 алмазным кругом 1А1 300x25x5 АС6 200/160 М1-01 со следующими параметрами режима шлифования: $V_{дет} = 16$ м/мин, $V_{кр} = 30$ м/с. Величина снимаемого припуска – 0,7 мм, заданная мощность – 800 Вт, подача на глубину при врезании $S_{вр} = 4,78 \cdot 10^{-3}$ м/мин = $0,08 \cdot 10^{-3}$ м/с.

Измерением установлено, что при достижении мощности 800 Вт значение V_{y0} равно $0,016 \cdot 10^{-3}$ м/с. В соответствии с зависимостью (8.46)

$$S_{черн} = 0,064 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}, \quad \frac{S_{вр}}{S_{черн}} = 1,25, \text{ т.е. установленное значение } \frac{S_{вр}}{S_{черн}}$$

3,2...4 раза меньше известного ($\frac{S_{вр}}{S_{черн}} = 4...5$), что обусловлено значительной глубиной шлифования ($t = 0,2$ мм).

9. ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛМАЗНО-АБРАЗИВНОЙ ОБРАБОТКИ

9.1. Разрезание материалов алмазным кругом с внутренней режущей кромкой

При разрезании слитков из полупроводниковых материалов (кремния, германия и др.) на тонкие пластины применяются алмазные круги на гальванической связке с внутренней режущей кромкой. Алмазосносный слой наносится на кромку центрального отверстия корпуса круга, изготовленного из стальной холоднокатанной ленты (рис. 9.1).

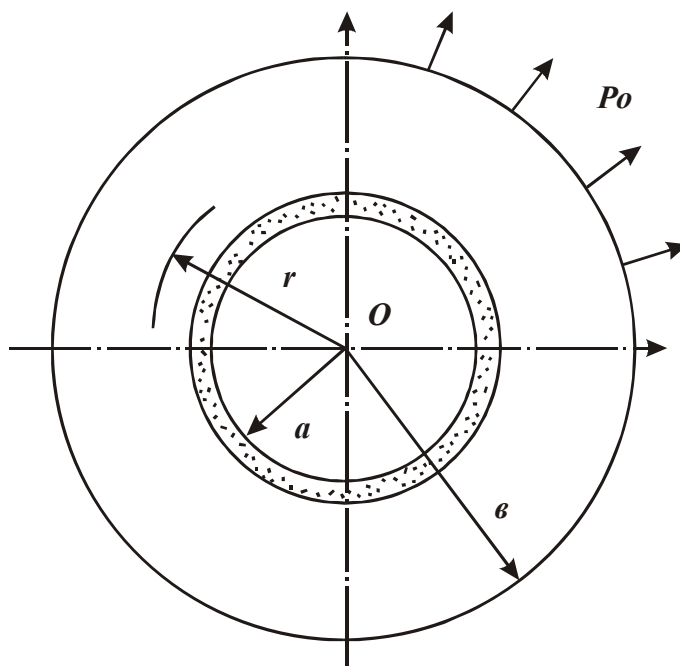


Рис. 9.1. Общий вид алмазного круга.

Процесс разрезания характеризуется низким качеством и точностью, особенно слитков диаметром более 40 мм (непрямолинейность реза, образование микросколов и т.д.).

Управлять процессом можно за счет изменения степени натяжения круга радиальной нагрузкой P_0 , приложенной к внешнему контуру круга. Напряженное состояние круга описывается дифференциальным уравнением равновесия [26]

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0, \quad (9.1)$$

где σ_r , σ_θ — напряжения, возникающие соответственно в радиальном и окружном направлениях, Па.

Решение уравнения:

$$\sigma_r = \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \cdot \left[C_1 \cdot (1+\nu) - C_2 \cdot (1-\nu) \cdot \frac{1}{r^2} \right], \quad (9.2)$$

$$\sigma_\theta = \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \cdot \left[C_1 \cdot (1+\nu) - C_2 \cdot (1-\nu) \cdot \frac{1}{r^2} \right], \quad (9.3)$$

где E - модуль упругости материала, Па; ν - коэффициент Пуассона.

Постоянные C_1 и C_2 определяются из граничных условий.

При $\sigma_r / r = \epsilon = P_0$ и $\sigma_r / r = a = 0$ постоянные C_1 и C_2 равны:

$$C_1 = \frac{P_0 \cdot (1-\nu)}{E \cdot a^2 \cdot \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{\epsilon^2} \right)}, \quad (9.4)$$

$$C_2 = \frac{P_0 \cdot (1+\nu)}{E \cdot \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{\epsilon^2} \right)}. \quad (9.5)$$

Зависимости (9.2) и (9.3) отличаются лишь знаком второго слагаемого. С увеличением r напряжение σ_r возрастает, а σ_θ - уменьшается. Следовательно, степень натяжения внутренней режущей кромки круга определяется значением σ_θ , зависящим от нагрузки P_0 . Чем больше σ_θ , тем больше жесткость круга и меньше его деформация от действия силы резания, что повышает устойчивость процесса, точность и качество отрезаемых пластин.

Управлять процессом можно за счет ограничения силы резания, которая при шлифовании по жесткой схеме, исходя из (6.1), равна

$$P_y = \frac{\pi \cdot HV \cdot Q}{2 \cdot V_{кр} \cdot (1-\eta)}, \quad (9.6)$$

где $Q = B \cdot l \cdot S_{рад}$; B - ширина резания; l - длина дуги контакта круга со слитком цилиндрической формы; $S_{рад}$ - скорость радиальной подачи круга.

Длина l и производительность Q во времени переменны. Параметр η по мере затупления зерен круга увеличивается. При $\eta \rightarrow 1$ сила $P_y \rightarrow \infty$.

Увеличение силы P_y ведет к деформированию круга в точке приложения этой силы и нарушению прямолинейности реза, повышению теплонапряженности процесса.

Уменьшить параметр η можно применением периодической правки и увеличением стойкости круга, в том числе за счет увеличения поверхностной концентрации зерен.

9.2. Разрезание материалов крупнозернистым алмазным отрезным кругом

Глубина резания при разрезании материалов на один – три порядка больше глубины резания при шлифовании. Образование длинных срезов ухудшает условия вмещаемости диспергированного материала в межзеренном пространстве круга и его удаление из зоны резания. В результате материал налипает на рабочую поверхность круга, выступание зерен уменьшается. Процесс резания может прекратиться, не исчерпав режущие возможности круга. Доказана эффективность применения крупнозернистых алмазных отрезных кругов.

Для анализа их работы с позиций устойчивости зерен в связке определим объем межзеренного пространства круга, в котором могут свободно разместиться продукты обработки.

Рассмотрим предельное равновесное состояние наиболее выступающего из связки зерна (рис. 9.2)

$$P_{z1} \cdot v = a \cdot y, \quad (9.7)$$

где v - высота выступающего зерна над связкой, м;

$a \cdot y$ - момент “заделки” зерна в связке, Н·м;

a - параметр, характеризующий прочностные свойства связки (устанавливается расчетно–экспериментальным путем), Н;

y - глубина “заделки” зерна в связке, м.

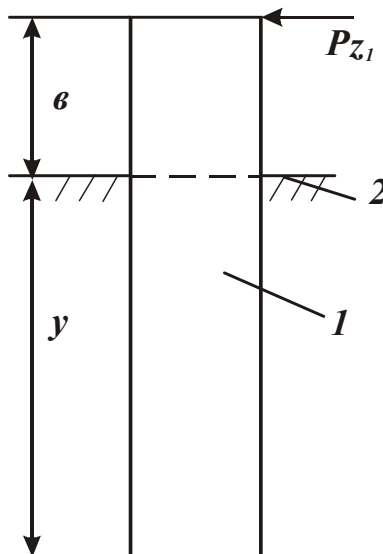


Рис. 9.2. Расчетная схема равновесного состояния зерна в связке круга:

1 – зерно; 2 – уровень связки.

Подставим: $v = H_{max} + v_0$; $y = \bar{X} - v$, где v_0 - высота межзеренного пространства круга, м; \bar{X} - зернистость круга, м; H_{max} - максимальная (вероятностная) толщина среза, м

$$H_{max} = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot V_{дет}}{m \cdot V_{кр}}} \cdot \sqrt{\frac{t}{R_{кр}}} = \alpha \cdot \bar{X}, \quad (9.8)$$

α - безразмерный параметр, характеризующий высоту активной части зерна.

Силу P_{z1} представим

$$P_{z1} = \sigma \cdot S = \frac{A}{H_{max}^n} \cdot H_{max}^2 = A \cdot (\alpha \cdot \bar{X})^{(2-n)}, \quad (9.9)$$

где σ - условное напряжение резания, Па; S - площадь поперечного сечения среза, м²; A - параметр, определяющий прочностные свойства обрабатываемого материала; $n < 1$.

После преобразований равенство (9.7) выразится:

$$v_0 = \bar{X} \cdot \left[\frac{(\alpha \cdot \bar{X})^{(2-n)}}{\frac{A}{a} + (\alpha \cdot \bar{X})^{(2-n)}} - \alpha \right]. \quad (9.10)$$

Наибольшее влияние на v_0 оказывает параметр \bar{X} . С его увеличением v_0 возрастает, причем, с интенсивностью, выше линейной (независимо от n).

Увеличение зернистости круга \bar{X} позволяет интенсифицировать процесс обработки. Это обусловлено тем, что первое слагаемое в (9.10) с увеличением $\alpha \cdot \bar{X}$ стремится к единице, а второе – всегда меньше единицы ($\alpha < 1$). Разность слагаемых уменьшается с увеличением $\alpha \cdot \bar{X}$. За счет увеличения \bar{X} высота v_0 возрастает.

9.3. Шлифование материалов высокой твердости

Рассмотрим условия контакта шлифовального круга с обрабатываемым материалом. Предположим, выступание вершин зерен над условным уровнем связки подчиняется равномерному закону распределения с плотностью $f(y_i) = 1/v$, где v – максимальная высота выступания зерен над условным уровнем связки (рис. 9.3). Физически это означает, что в каждом интервале длиной Δy_i по координате y_i находится одинаковое число вершин зерен. Зная общее количество зерен, расположенных на рабочей поверхности круга n , и их максимальную высоту выступания v , можно определить среднее расстояние между вершинами зерен по координате y_i как отношение v/n .

Пусть на неподвижный круг в радиальном направлении действует сила P_y . Если обрабатываемый материал абсолютно твердый и внедрение в него зерен невозможно, то данную силу (в связи с неравномерным выступанием вершин над связкой) будет воспринимать лишь одно максимально выступающее зерно. Очевидно, под действием силы, превышающей предельное значение, это зерно объемно разрушится, что приведет к нагружению нового максимально выступающего зерна силой P_y и его последующему разрушению. Таким образом, под действием силы P_y последовательно разрушатся все зерна, расположенные на рабочей поверхности круга.

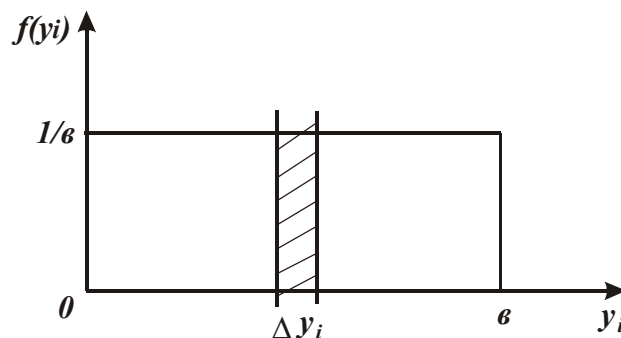


Рис. 9.3. График плотности распределения высот выступания зерен над уровнем связки.

В реальных условиях обработки механизм износа круга иной. Зерна могут “утопать” в связку круга; заглубляться на небольшую, но физически ощутимую величину, в обрабатываемый материал (включая природные и синтетические алмазы, твердость которых ограничена); поверхностно разрушаться со сглаживанием вершин. В результате в контакте с материалом будет находиться не одно, а несколько зерен. Сила, действующая на отдельное зерно, уменьшится, что при определенных условиях исключит преждевременное объемное разрушение зерен.

Увеличить количество одновременно контактирующих с материалом зерен и уменьшить нагрузки на них можно применением “мягких” связок (например, органических), обеспечивающих “утопание” зерен, и увеличением поверхностной концентрации круга. Очевидно, прочность удержания зерен в таких связках небольшая и трудно добиться ощутимого заглубления зерен в материал высокой твердости. Необходимо применение алмазных кругов на прочных металлических связках с использованием прочных марок алмазных зерен, позволяющих воспринимать значительную силу P_y и на большую глубину внедряться в материал. Для реализации данного условия необходимо обеспечить постоянное поддержание высокой остроты зерен, что достигается, например, применением эффективных методов электрофизикохимической правки алмазного круга.

Обеспечить одновысотное расположение зерен в процессе обработки можно применением свободного абразива или кругов с одновысотным выступанием зерен над уровнем связки (однослойных алмазных кругов), изготовленных электрогальваническим методом, методом напыления и т.д.

В этом случае в контакте с обрабатываемым материалом будет находиться большее число зерен, чем при шлифовании обычными (спеченными) кругами, имеющими разновысотное расположение зерен на рабочей поверхности. Именно этим фактором можно объяснить то, что обработка природных алмазов в бриллианты длительное время осуществлялась с использованием оgranочного чугунного диска, шаржированного микропорошком из синтетических алмазов АСН (или АСМ) зернистостью 7...20 мкм. По – сути, такой инструмент обеспечивает одновысотное расположение и участие в работе практически всех зерен, включая слабоудерживаемые зерна, которые участвуют в работе в качестве свободного абразива. Чем прочнее одновысотные зерна удерживаются на рабочей поверхности круга, тем выше эффект обработки. Это предопределило создание и широкое применение оgranочных дисков с гальваническим покрытием никель – железо [15], обеспечивающих повышение стойкости инструмента, производительности и качества обработки.

На Полтавском алмазном заводе методами порошковой металлургии создан алмазный круг формы 6А2 300×60×5×50 АС6 10/7 100% на металлической связке МЗ–04. Круг может работать в режиме самозатачивания, однако небольшое количество одновременно работающих зерен (по указанным выше причинам) не обеспечивает требуемых производительности и качества обработки природных алмазов, стойкости круга. Основным путем повышения эффективности применения такого круга является, очевидно, увеличение концентрации зерен в круге. Однако технически сложно изготовить мелкозернистый круг с концентрацией алмазов более 150%. Недостаток зерен часто компенсируют введением в состав СОТС алмазного порошка той же зернистости с концентрацией до 35%.

В ИСМ НАН Украины для обработки природных алмазов изготовлен алмазный шлифовально – полировальный круг формы 6А2 300×60×3×50 АСН 10/7 200% на металлической связке МП2 [16]. Основной недостаток круга – технологически оgranоченная концентрация 200%. Данная металлическая связка относительно “мягкая”, обеспечивает работу круга в режиме самозатачивания и “утопание” зерен при шлифовании, однако этого недостаточно для существенного увеличения количества работающих зерен в оgranочном диске. Операция обдирочного круглого наружного шлифования кристалла из природного алмаза (перед его оgranкой в бриллиант) выполняется алмазным кругом формы 1А1 150×6 на металлической связке. В процессе обработки круг быстро затупляется. Для поддержания его режущей способности применяется непрерывная электрохимическая правка. Однако процесс характеризуется высоким износом алмазного круга и низкой производительностью обработки.

В последние годы наметилась тенденция применения на данной операции алмазных кругов более “мягких” неметаллических связок,

обеспечивающих повышение основных показателей обработки природных алмазов. Эффект достигается за счет “утопания” зерен в связку круга и увеличения числа работающих зерен, а также за счет обеспечения режима самозатачивания круга и улучшения условий труда (исключение вредной для здоровья рабочих и оборудования электрохимической правки с использованием концентрированных электролитов).

Сформулированное положение о преобладающей роли числа одновременно работающих зерен при обработке материалов высокой твердости подтверждается также практическими данными, полученными при шлифовании синтетических сверхтвердых материалов (СТМ), используемых в лезвийных инструментах. Так, применение алмазных кругов на органических связках за счет возможности “утопания” зерен в связку позволяет включить в контакт с СТМ достаточно большое число зерен и обеспечить высокопроизводительный съем материала, но с весьма интенсивным износом круга. Данная технология используется в производстве, например, на Полтавском алмазном заводе.

С целью снижения износа круга и увеличения производительности предложено обработку вести алмазным кругом на металлической связке в режиме непрерывной автономной электрохимической правки [17].

Эффект обработки основан на увеличении числа одновременно работающих зерен за счет увеличения их заглубления в СТМ и непрерывного удаления затупившихся зерен электрохимической правкой.

Прочность удержания зерен в металлической связке возрастает. Однако интенсивное образование на них площадок износа (в связи с относительно небольшим числом работающих зерен и действием увеличенных нагрузок) вынуждает принудительно (непрерывной правкой) удалять затупившиеся зерна с интенсивностью, примерно равной интенсивности выпадения зерен из органической связки.

Приведенные на рис. 9.4 [17] экспериментальные данные показывают, что с увеличением высот выступания зерен над связкой (за счет автономной электрохимической правки) коэффициент шлифования возрастает, а удельная энергоемкость – уменьшается. С физической точки зрения это происходит вследствие увеличения остроты зерен.

Повышение остроты зерен алмазного круга является основным условием высокоэффективного шлифования и других неметаллических материалов высокой твердости (керамики, ферритов, твердых пород камня и т.д.), когда практически отсутствует заглубление зерен в обрабатываемый материал. Благодаря этому условию, используя круги из высокопрочных марок алмазов и металлических связок, появляется возможность при значительных нагрузках обеспечить заглубление режущих зерен в обрабатываемый материал и ввод в контакт с материалом количества зерен, достаточного для высокопроизводительной обработки.

Для поддержания высокой режущей способности алмазного круга при шлифовании керамик, ферритов и т.д. эффективно применение электроэрозионной правки, так как алмазный круг быстро затупляется и засаливается. При камнеобработке, как показывает опыт, алмазно-абразивные инструменты на весьма прочных металлических связках (благодаря абразивному износу связки) могут работать в режиме самозатачивания, однако с высокой силовой напряженностью процесса.

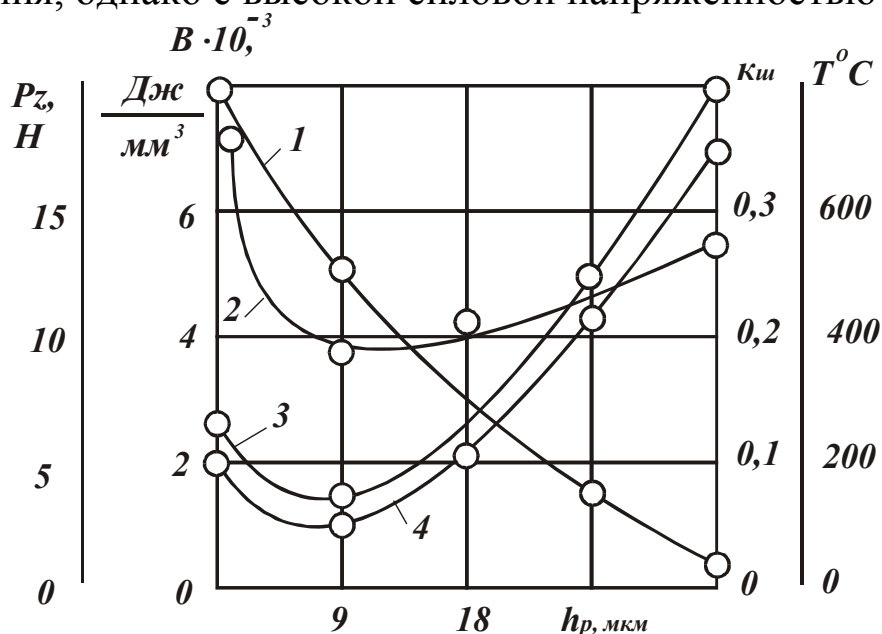


Рис. 9.4. Влияние высоты выступания зерен над уровнем связки на показатели шлифования ДАП: 1 – удельная энергоемкость B ; 2 – температура в зоне резания T ; 3 – коэффициент шлифования $K_{ш}$; 4 – сила резания P_z ; $V_{кр}=30$ м/с; $S_{пр} = 1$ м/мин; $F_u = 2$ МПа.

При шлифовании менее твердых металлических материалов (твердых сплавов, сталей и т.д.) под действием силы P_y происходит достаточно большое заглубление зерен в обрабатываемый материал – 1...10 мкм и более. В результате в контакте находится большее количество зерен. Нагрузка, действующая на отдельное зерно, и износ зерен уменьшаются, а производительность возрастает по сравнению с обработкой неметаллических материалов высокой твердости. Следовательно, увеличение числа одновременно работающих зерен и их остроты являются основными физическими условиями повышения эффективности процессов алмазно-абразивной обработки.

9.4. Математическая модель процесса шлифования кругом с одновысотным выступанием зерен над связкой

Для определения максимальной толщины среза H_{max} рассмотрим расчетную схему шлифования прямолинейного слоя материала движущегося по нормали к кругу с постоянной скоростью $V_{нл}$ (рис. 9.5).

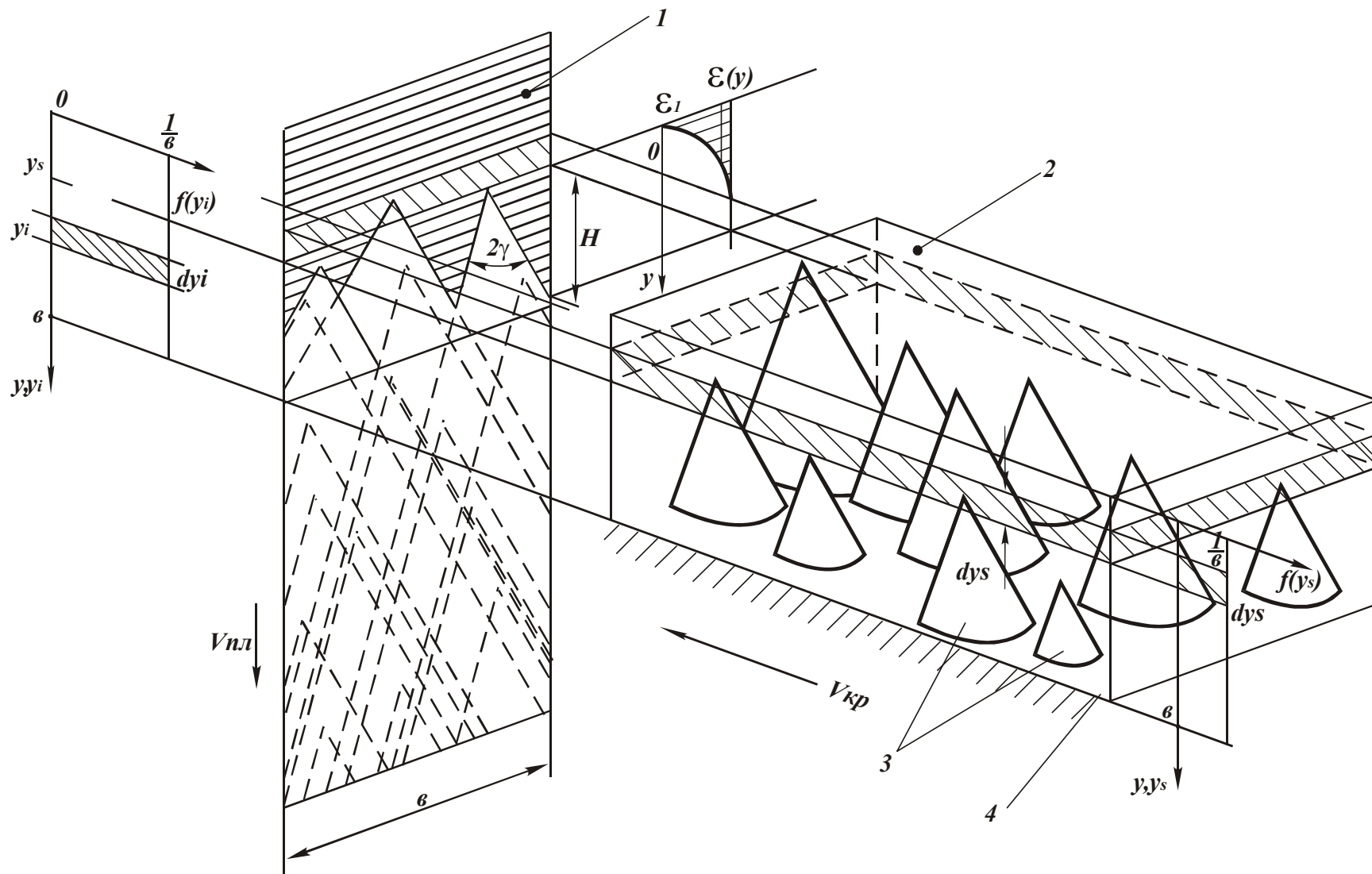


Рис. 9.5 Расчетная схема относительной полноты профиля круга:
 1 – движущаяся плоскость; 2 – элементарный объем круга; 3 – зерна; 4 – уровень связки.

Схема справедлива для круга с разновысотным расположением вершин зерен с плотностью распределения $f(y_s) = 1/v$. Рассматривая вершины зерен, попавшие в бесконечно тонкий слой dy_s , приходим к кругу с одновысотным выступанием зерен над уровнем связки. Пусть v - высота выступания зерен над уровнем связки. Тогда в результате равномерного взаимного горизонтального движения зерен круга и вертикального движения прямолинейного слоя, на последнем происходит равномерное наложение проекций зерен слоя dy_s и образование профиля. Распределение вершин проекций зерен по высоте будет подчинено равномерному закону с плотностью $f(y_i) = 1/v$.

Для аналитического описания образующегося профиля движущийся слой материала разобьем на бесконечное множество горизонтальных элементарных слоев бесконечно малой толщины dy_i , содержащих одинаковое число вершин проекций зерен. Принимая, что в пределах одного элементарного слоя толщиной dy_i отсутствует взаимное перекрытие проекций зерен, элементарная относительная полнота профиля $d\varepsilon_i(y)$ выразится

$$d\varepsilon_i(y) = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot (y - y_i) \cdot dn_i}{B}, \quad (9.11)$$

где 2γ - угол при вершине зерна;

B - ширина шлифования;

$$dn_i = n \cdot f(y_i) \cdot dy_i;$$

$$n = k \cdot B \cdot V_{кр} \cdot \frac{v}{V_{пл}} \quad - \quad \text{количество зерен, проконтактировавших с}$$

прямолинейным слоем за время, равное перемещению слоя на величину v ;

k - поверхностная концентрация зерен круга, шт/м². Аналогичным образом определяется $d\varepsilon_j(y)$ для любого j - того элементарного слоя;

$$j = 1, 2, 3, \dots, i, \dots, \infty.$$

Учитывая независимый характер наложения элементарных профилей, описываемых функциями $d\varepsilon_i(y)$, $d\varepsilon_j(y)$ и т.д., суммарную относительную полноту профиля $\varepsilon(y)$ получим, используя теорему умножения вероятностей независимых случайных величин по методике, приведенной в работе [32].

В результате интегрирования получено

$$\varepsilon(y) = 1 - \exp\left(-\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot \frac{V_{кр}}{V_{пл}} \cdot y^2\right). \quad (9.12)$$

Функция $\varepsilon(y)$ изменяется по экспоненциальному закону, асимптотически приближаясь к единице. Максимальную (вероятностную) толщину среза H_{max} получим при условии $\varepsilon(y = H_{max}) = 0,895$.

Тогда

$$H_{max1} = \sqrt{\frac{2,25 \cdot V_{nl}}{tg\gamma \cdot k \cdot V_{кр}}} \quad (9.13)$$

Полученная зависимость отличается от аналогичной зависимости для шлифования кругом с разновысотным расположением зерен над уровнем связки (с плотностью $f(y_i) = \frac{1}{v}$), имеющей вид [32]

$$H_{max2} = \sqrt[3]{\frac{6,75 \cdot v \cdot V_{nl}}{tg\gamma \cdot k \cdot V_{кр}}} \quad (9.14)$$

Зависимость (9.14) может быть преобразована

$$H_{max2} = \sqrt[3]{3 \cdot v} \cdot H_{max1}^{2/3} \quad (9.15)$$

Очевидно, $H_{max2} > H_{max1}$. Чем больше максимальная высота выступания зерен над связкой v , тем больше различие параметров H_{max1} и H_{max2} . Скорость V_{nl} , при которой полный срез прямолинейного слоя происходит на заданном уровне H_{max} для двух случаев определится:

$$V_{nl1} = \frac{tg\gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{2,25} \cdot H_{max}^2, \quad (9.16)$$

$$V_{nl2} = \frac{tg\gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{6,75 \cdot v} \cdot H_{max}^3. \quad (9.17)$$

Из приведенных зависимостей следует $V_{nl1} > V_{nl2}$, т.е. производительность обработки (при $H_{max} = const$) всегда больше при шлифовании кругом с одновысотным расположением зерен. Наибольшее значение V_{nl2} достигается при $H_{max} = v$.

С учетом известного соотношения $V_{nl} = V_{дет} \cdot \sqrt{2 \cdot t \cdot \rho}$ зависимость (9.13) опишется

$$H_{max1} = \sqrt{\frac{3,2 \cdot V_{дет}}{tg\gamma \cdot k \cdot V_{кр}} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}, \quad (9.18)$$

где t - глубина шлифования; $\rho = \frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}}$; $R_{кр}$, $R_{дет}$ - радиусы круга и детали.

Снижение H_{max_1} предполагает уменьшение шероховатости обработки. При одновысотном расположении зерен, все зерна, находящиеся в пределах площади контакта круга с обрабатываемым материалом, являются одновременно работающими. При разновысотном расположении зерен работающими является лишь часть зерен, определяемая из отношения H_{max_2}/ϵ . Из этого вытекает, что при одновысотном расположении зерен нагрузка, приходящаяся на каждое работающее зерно, будет меньше. Соответственно меньше износ круга при большей производительности и меньшей шероховатости обработки.

9.5. Существующие подходы к математическому моделированию процесса шлифования

При протяжении длительного периода времени, начиная с первых работ по теории шлифования, появившихся в конце 30-х годов, и до начала 70-х годов вопросам математического моделирования процесса шлифования уделялось значительно меньше внимания, чем разработке методов экспериментальных исследований физических и технологических закономерностей алмазно-абразивной обработки. Развитие теории шлифования шло преимущественно по пути установления и научного обобщения экспериментальных данных, полученных с использованием методов математической статистики, однофакторного и многофакторного планирования эксперимента. Благодаря такому подходу к настоящему времени накоплен большой объем экспериментальной информации, касающейся работоспособности шлифовальных кругов при обработке различных по физико-механическим и химическим свойствам обрабатываемых материалов в широком диапазоне изменения условий шлифования. Эмпирически увязаны основные технологические параметры шлифования с режимами резания, характеристиками кругов и обрабатываемых материалов, которые положены в основу существующей нормативно – справочной документации по шлифовальным работам.

Применение аналитических методов расчета параметров шлифования в эти годы ограничивалось в основном качественным анализом процесса и его технологических возможностей. За исключением отдельных решений по теплофизике шлифования и напряженно-деформированному состоянию в зоне резания при микроцарапании единичным зерном, аналитические

решения теории шлифования на практике распространения не получили, что связано с отсутствием универсальной расчетной схемы, позволяющей с единых позиций описать физические и технологические закономерности обработки. Известные расчетные схемы охватывали, как правило, отдельные стороны функционирования процесса, частные условия обработки без учета сложной взаимосвязи большого количества факторов, сопутствующих процессу шлифования. Наибольшее внимание в эти годы уделялось разработке методик расчета параметров кинематики шлифования и в первую очередь толщины единичного среза, являющейся, по мнению многих исследователей, основной физической характеристикой, определяющей производительность и качество обработки, износ круга и силы резания и т.д.. Существует несколько подходов к расчету этого параметра. Весьма удачным, не утратившим своей значимости и в настоящее время, является подход, предложенный Масловым Е.Н. [43]. Полученная им зависимость для определения средней толщины среза a_z используется во многих научных трудах при анализе и оптимизации процесса шлифования

$$a_z = \frac{V_{дет}}{60 \cdot V_{кр}} \left(\frac{D_{кр} + D_{дет}}{D_{кр} \cdot D_{дет} \cdot t_{ф}} \right)^{0,5} \cdot t_{ф} \cdot l_{ф} \cdot k, \quad (9.19)$$

где $V_{дет}$, $V_{кр}$ - скорости детали и круга, м/мин; $D_{дет}$, $D_{кр}$ - диаметры детали и круга, мм; $l_{ф}$ - расстояние между абразивными зёрнами, мм; $t_{ф} = n \cdot t$ - фактическая глубина шлифования, мм; t - глубина шлифования, мм; n - число продольных ходов стола до стабилизации образования микропрофиля обрабатываемой поверхности; k - коэффициент, учитывающий влияние продольной подачи на объем снимаемого материала.

В расчетах автор исходил из упрощенной геометрической схемы. Процесс шлифования рассматривал с позиций обычного фрезерования. Шлифовальный круг уподоблял цилиндрической фрезе, рабочая поверхность которой имеет упорядоченную структуру и состоит из одинаковых режущих элементов (зерен). При работе таким инструментом все зёрна производят одинаковый съём материала, равнонагружены и по допущению автора не изнашиваются в процессе резания. Принятые упрощения далеко не полностью соответствуют реальным условиям шлифования и не обеспечивают требуемой точности расчета параметра a_z . Например, расчетные значения a_z могут быть в 10...100 раз меньше экспериментального значения параметра шероховатости обработки R_z , тогда как с физической точки зрения он не должен превышать a_z . В этом и состоит основная причина ограниченного применения зависимости (9.19).

Существенным недостатком предложенной зависимости является

также и то, что она не содержит параметров рабочей поверхности круга и физико-механических характеристик обрабатываемого материала, которые вызывают изменение a_z в широких пределах. Влияние их на a_z в приведенной зависимости предлагается учитывать параметрами t_ϕ и l_ϕ , которые определяются экспериментально для каждого режима шлифования и других условий обработки, что весьма трудоемко и лишает преимуществ аналитического подхода.

При расчете толщины среза a_z Филимонов А.Н. [41] предполагает, что каждое абразивное зерно, участвующее в работе стружкообразования, снимает слой металла в виде запятой, которую для плоского шлифования можно упростить и выразить пирамидой с треугольным основанием и высотой, равной длине дуги контакта $l_k = \sqrt{D \cdot a_z}$ (рис. 9.6.).

Сечение среза представлено сегментом шириной v и радиусом ρ , описываемое соотношением $v = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot \rho \cdot a_z}$. Тогда объем одного среза

определяется как $\omega_{cp} = \frac{a_z^2}{3} \cdot \sqrt{2 \cdot \rho \cdot D}$. С другой стороны, выражение для

объема одного среза можно получить, если разделить объем металла Q , снимаемый кругом с детали за одну минуту, на количество вершин активных абразивных зерен N_M , проходящих зону шлифования и снимающих стружку за эту же минуту $\omega_{cp} = \frac{Q}{N_M}$. Выразив минутный съем

металла Q через удельный минутный съем $Q = Q_{y\delta} \cdot H$ (где H - высота круга), а количество вершин абразивных зерен через число вершин N_Z на единице поверхности круга, с учетом $\omega_{cp} = Q / N_M$ получена зависимость

$$a_z = 33 \cdot \sqrt{\frac{Q_{y\delta}}{N_Z \cdot V_{кр}}} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{D \cdot \rho}}, \quad (9.20)$$

где $Q_{y\delta}$ - удельный минутный съем металла, $\text{мм}^3/(\text{мм} \cdot \text{мин})$; N_Z - число активных вершин абразивных зерен на 1 мм^2 рабочей поверхности круга; D - диаметр круга, мм ; ρ - средний радиус округления вершин зерен, мкм .

Средняя толщина среза a_z увеличивается с увеличением удельного съема металла $Q_{y\delta}$ (т.е. с увеличением глубины шлифования и подач) и уменьшается с увеличением параметров $V_{кр}$ и N_Z в степени 0,5. Такой характер изменения a_z в большей степени соответствует реальным условиям шлифования, чем изменение a_z по зависимости (9.19).

Вместе с тем, полученная зависимость содержит неопределенные

параметры N_Z и ρ , которые могут быть установлены экспериментально для частных условий обработки. Это значительно ограничивает возможности применения зависимости (9.20).

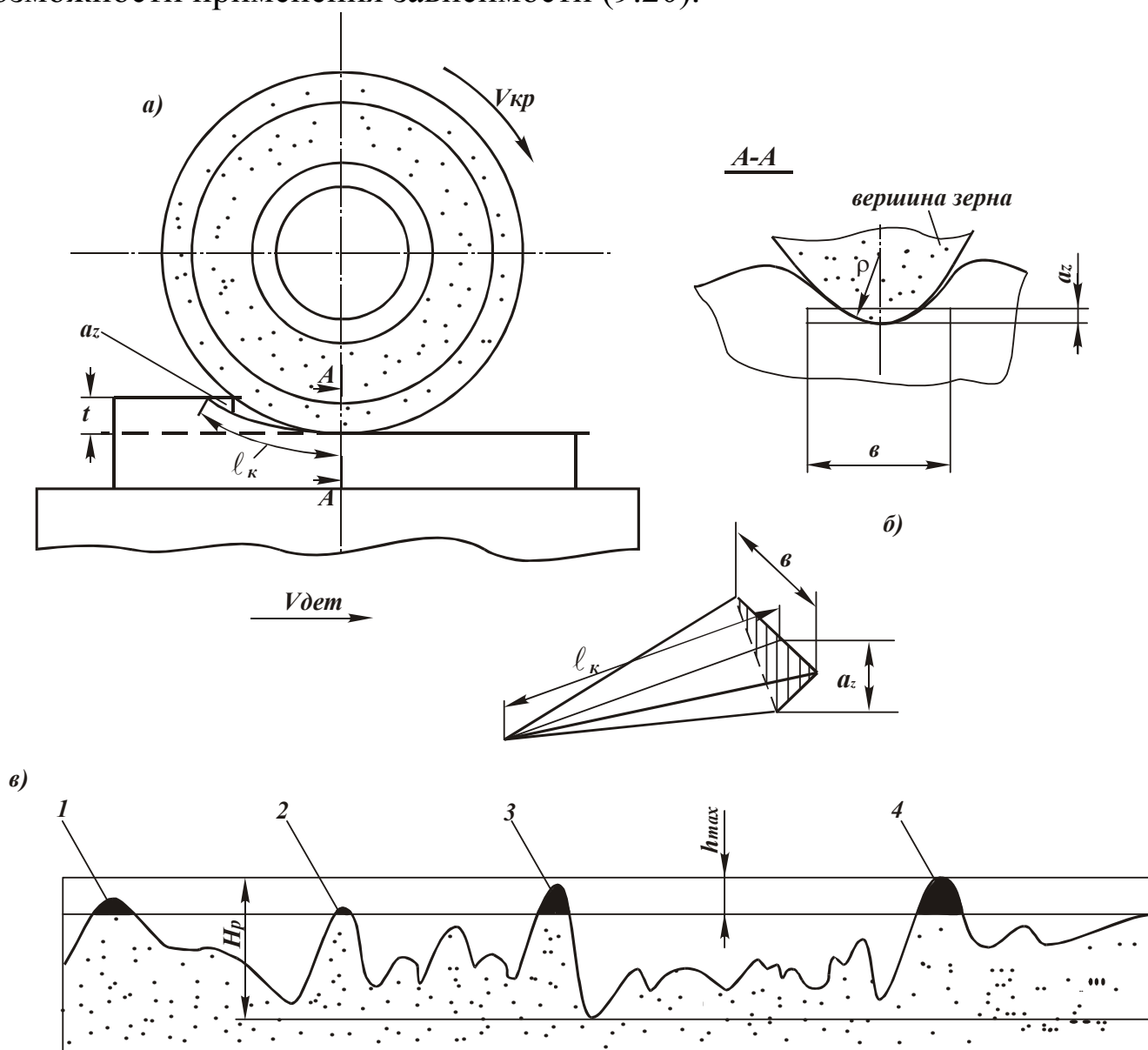


Рис. 9.6. Схема образования стружки при плоском шлифовании: а – образование единичного среза; б – форма среза, принятая для расчета a_z ; в – участок рельефа рабочей поверхности круга (H_p – высота рельефа; h_{max} – высота его активной части; 1...4 – вершины зерен, участвующие в стружкообразовании).

Данные зависимости позволяют лишь качественно объяснить влияние того или иного параметра на характер протекания процесса шлифования. Установить количественные взаимосвязи условий шлифования с выходными технологическими параметрами шлифования и тем более прогнозировать пути интенсификации процесса с таких позиций чрезвычайно сложно.

Существующий дисбаланс между практикой и теорией шлифования в пользу последней был коренным образом нарушен в 1970-е годы благодаря

глубоким исследованиям строения рабочего слоя круга, распределения в нем зерен и закономерностей их участия в резании.

Еще в начале 1960-х годов Редько С. Г. показал, что вследствие беспорядочного расположения зерен на рабочей поверхности круга, а также неблагоприятного с точки зрения образования единичного среза соотношения a_z / ρ не все зерна участвуют в резании. Часть зерен проходит “след в след”, вторая часть – лишь упруго и пластически деформирует материал без образования стружки, третья часть – из-за недостаточного выступания над уровнем связки вообще не контактирует с обрабатываемым материалом. Производит сьем материала всего 5...12% зерен, видимых на рабочей поверхности круга. Поэтому все последующие расчетные схемы шлифования в отличие от упрощенных геометрических схем основаны на статистико-вероятностном представлении рабочей поверхности круга и процесса резания.

Учитывая вероятностное расположение режущих зерен на рабочей поверхности круга – закон разноразности вершин зерен – Королевым А.В. [44] разработана наиболее строгая и общая кинематическая (вероятностная) модель шлифования, лишенная многих недостатков геометрических моделей. При построении математической модели автор различает два качественно отличных процесса образования шлифованной поверхности:

1) микронеровности поверхности содержат следы от зерен, оставленных ими только на последнем проходе;

2) микронеровности содержат следы от зерен, оставленных ими не только на последнем, но и на предыдущих проходах.

Критерием для определения перехода процесса шлифования от одного из этих видов к другому принята условная высота неровностей шлифуемой поверхности H_{yc} , равная расстоянию средней линии АМ между вершинами неровностей в данном поперечном сечении обрабатываемой заготовки до уровня самых глубоких впадин, имеющих на этой поверхности, рис. 9.7. Изменение микронеровностей в поперечном сечении заготовки по мере прохождения зоны шлифования для случаев $t < H_{yc}$ и $t > H_{yc}$ показано на рис. 9.7.

Расчет средней высоты микронеровностей получаемой поверхности производится из условия, что ширина всех зерен, прошедших через данное поперечное сечение на уровне линии АМ, равна ширине шлифования l :

$$\sum_{i=1}^{z_{сеч}} \nu_i = l , \quad (9.21)$$

где $z_{сеч}$ - число зерен, оставивших свой след в данном поперечном сечении

заготовки; σ_i - текущая ширина зерна на уровне линии АМ, мм.

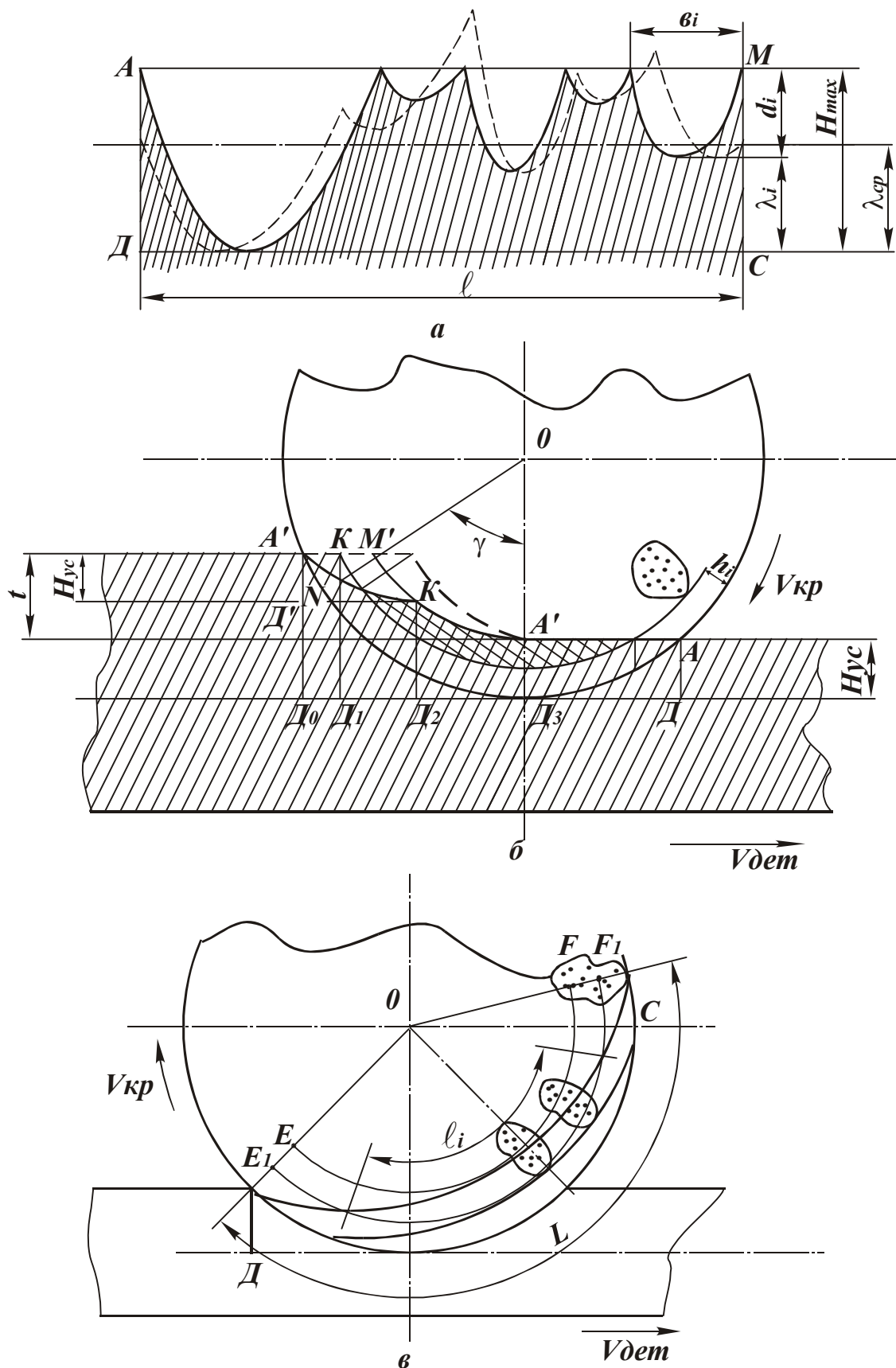


Рис. 9.7. Расчетные схемы процесса шлифования: а – поперечный профиль шлифуемой поверхности; б – схема шлифования при $t \geq H_{yc}$; в – схема образования микронеровностей шлифуемой поверхности.

Учитывая, что средняя высота микронеровностей H_{cp} определяется средней арифметической высотой микронеровностей от гребня до дна впадины на участке шлифования, получена зависимость

$$H_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^{z_{сеч}} a_i}{z_{сеч}}, \quad (9.22)$$

где a_i - глубина вдавливания зерна в данном поперечном сечении, мм.

Случайную величину a_i предлагается определять из выражения

$$a_i = (H_{max} - h_i) \cdot P_{вн}, \quad (9.23)$$

где $(H_{max} - h_i)$ - максимально возможная глубина вдавливания зерна в поперечном сечении заготовки, мм; $P_{вн}$ - вероятность внедрения зерна в это сечение с этой глубиной, равна отношению площади, ограниченной дугой контакта с заготовкой АВ и дугой $E_i F_i$, по которой вращается вершина этого зерна, к площади фигуры $EFF_i E_i$:

$$P_{вн} = \frac{2}{3} \cdot \frac{(H_{yc} - h_i)^{0,5}}{H_{yc}^{0,5}}.$$

Следуя приведенной зависимости, величина $P_{вн}$ для зерна с координатой $h_i = 0$ равна $2/3$, для зерна с координатой $h_i = H_{yc}$ - равна нулю, т.е. в этом случае зерно не оставит свой след в поперечном сечении заготовки.

Для определения опорной длины шлифованной поверхности и других параметров шероховатости автор вводит понятие вероятности перекрытия канавок от зерен по ширине $P_{пер}$:

$$\sum_{i=1}^{z_{сеч}} \lambda_i = l - P_{пер} \cdot \sum_{i=1}^{z_{сеч}} \nu_i, \quad (9.24)$$

где $\sum_{i=1}^{z_{сеч}} \lambda_i$ - сумма ширины процарапанных зернами канавок на уровне λ_i , мм.

Методика расчета. Пусть произвольное абразивное зерно оставит в данном поперечном сечении заготовки канавку, ширина которой на уровне λ_i равна ν_i . Тогда ширина канавки ν_{k_2} , процарапанная следующим абразивным зерном, будет равна ширине зерна на данном уровне ν_2 , уменьшенная на вероятность внедрения этого зерна в металл, оставшийся в данном сечении на уровне λ_i , после царапанья предыдущего зерна:

$$e_{k_2} = e_2 \cdot \frac{l - e_1}{l} = e_2 \cdot \left(1 - \frac{e_1}{l}\right).$$

Следующее абразивное зерно процарапает канавку, ширина которой на уровне λ_i будет равна

$$e_{k_3} = e_3 \cdot \frac{l - e_{k_1} - e_{k_2}}{l} = e_3 \cdot \left[1 - \frac{e_1}{l} - \frac{e_2}{l} \cdot \left(1 - \frac{e_1}{l}\right)\right]$$

и т.д. Тогда длина, занятая на уровне λ_i в данном поперечном сечении заготовки металлом после выхода этого сечения из зоны контакта с кругом будет равна

$$\begin{aligned} \frac{\sum l_i}{l} = & 1 - \frac{1}{l} \cdot (e_1 + e_2 + e_3 + \dots) + \frac{1}{l^2} \cdot (e_1 \cdot e_2 + e_1 \cdot e_3 + e_2 \cdot e_3 + \dots) - \\ & - \frac{1}{l^3} \cdot (e_1 \cdot e_2 \cdot e_3 + e_1 \cdot e_2 \cdot e_4 + \dots) = 1 - \left(\frac{\sum e_i}{Z_{\lambda_i}}\right)^{Z_{\lambda_i}} \end{aligned} \quad (9.25)$$

Таким образом, получены расчетные зависимости, позволившие значительно приблизить расчетную схему шлифования к реальной и получить аналитические результаты, по сходимости близкие к экспериментальным.

Дальнейшим развитием теоретико-вероятностного подхода в теории шлифования стали работы Новоселова Ю.К. [45]. Используя элементы теории массового обслуживания, автор доказал, что участие зерен в резании подчинено простейшим потокам, в частности, в рассматриваемом случае расстояния между двумя соседними траекториями движения вершин абразивных зерен l_{mp} в поперечном сечении заготовки распределено по показательному закону

$$f(l_{mp}) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot l_{mp}}, \quad (9.26)$$

где $f(l_{mp})$ - плотность распределения случайной величины l_{mp} ; λ - математическое ожидание числа вершин зерен, проходящих через единицу длины сечения.

Установленный закон подтвержден экспериментально (рис. 9.8).

Рассматривая положение единичных рисок в поперечном сечении (рис. 9.9), автор показал, что на участке сечения на уровне y от максимальной вершины профиля металл в промежутке между соседними рисками остается не удаленным, если расстояние между ними будет больше суммы половины размеров профиля абразивного зерна, прошедшего справа и слева от выступа шероховатости. Если металл между рисками полностью

не удален, то длина сечения i -го выступа шероховатости определится как разность расстояний между рисками и шириной абразивного зерна $\epsilon_{mi} = l_{mp_i} - \epsilon_3$, а математическое ожидание выступа и вероятность удаления материала вычисляются

$$M[\epsilon] = \int_{l_3}^{\infty} (l_{mp} - \epsilon_3) \cdot f(l_{mp}) \cdot dl_{mp} = \frac{1}{\lambda} \cdot e^{-\lambda \cdot \epsilon_3};$$

$$P(M) = 1 - e^{-\lambda \cdot \epsilon_3} = 1 - e^{-a}.$$

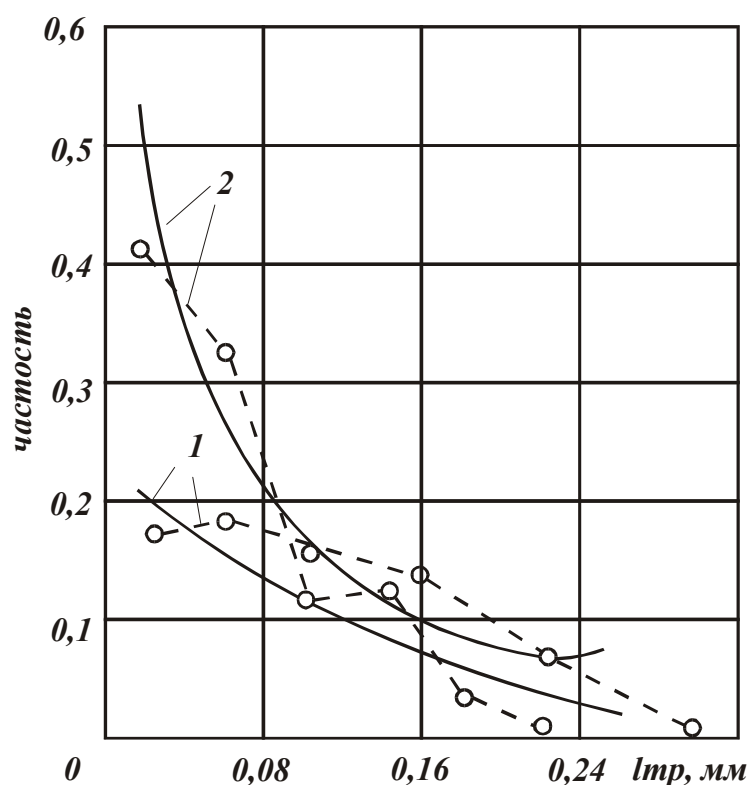


Рис. 9.8. Расчетные и экспериментальные значения частот расстояний между траекториями движений вершин зерен (круг из кремния зеленого зернистостью 25, длина участка измерений: 1 – 5 мм; 2 – 10 мм).

Для вычисления вероятности удаления материала в случае если вершины зерен внедряются на различную глубину, автор допускает, что через сечение проходит две группы абразивных зерен. Одна группа имеет математическое ожидание λ_1 и внедряется на глубины t_1 , вторая группа – математическое ожидание λ_2 и внедряется на глубину t_2 . Учитывая, что прохождение первой и второй групп зерен по одному участку сечения является независимым событием, вероятность удаления металла описывается зависимостью

При таком подходе основная задача определения $P(M)$ состоит в суммировании величин v_{3i} . Для этого зависимость (9.27) представлена:

$$P(M) = 1 - e^{-a(y) - a(y, \tau)}, \quad (9.28)$$

где $a(y)$ - показатель, определяющий вероятность удаления материала на уровне y до входа сечения в зону контакта заготовки с кругом; $a(y, \tau)$ - показатель, определяющий изменение вероятности удаления материала в зоне контакта заготовки с кругом.

Не выясняя физической природы показателя $a(y)$, автор рассматривает изменение вероятности удаления материала на фиксированном уровне y при одном контакте сечения детали с кругом.

Принимается, что за время $\Delta\tau$ сечение поворачивается на угол $\Delta\varphi$ и через него проходит участок круга с длиной дуги $(V_{кр} \pm V_{дет}) \cdot \Delta\tau$, (рис. 9.9). Тогда из общего числа зерен, прошедших через сечение, ширину профиля $v_3(y)$ будут иметь абразивные зерна, вершины которых расположены в слое круга $\Delta U \cdot (V_{кр} \pm V_{дет}) \cdot \Delta\tau$. Число таких вершин с учетом плотности распределения $f(U)$ выразится:

$$\Delta\lambda = n_3 \cdot f(U) \cdot \Delta U \cdot (V_{кр} \pm V_{дет}) \cdot \Delta\tau. \quad (9.29)$$

Изменение параметра $a(y, \tau)$ определяется приращением суммы поперечных размеров профилей абразивных зерен и равно $\Delta a(y, \tau) = v_3(y) \cdot \Delta\lambda$. Интегрированием $\Delta a(y, \tau)$ определяется $a(y, \tau)$ и, следовательно, функция $P(M)$. Как видим, в рассматриваемой схеме механизм наложения и перекрытия проекций зерен в сечении детали описан с помощью известной теоремы теории вероятностей, что приближает расчетную схему шлифования к реальной.

Достаточно широкое развитие теоретико-вероятностный подход получил в работах Федосеева О.Б. [46]. Автором показано, что вследствие взаимного движения круга и детали, исходный закон разновысотного распределения вершин зерен над связкой круга трансформируется в новый кинематический закон, который, например, применительно к математической модели Новоселова Ю.К., должен войти в зависимость (9.29) вместо исходного закона $f(U)$. Такой вывод следует из расчетной схемы врезного шлифования прямоугольного образца (рис. 9.10), в которой число зерен, прошедших через элементарный объем, равный выражению

пересечений k_i зерен m_i с сечением детали; $2 \cdot \gamma$ - средний угол при вершине выступающего зерна.

С учетом зависимости (9.30), пользуясь разложением экспоненты $e^x = \sum_0^{\infty} \frac{x^k}{k!}$, зависимость (9.31) принимает вид

$$P_i = \exp \left[- \frac{2 \cdot \text{tg} \gamma \cdot V \cdot n}{W} \cdot \int_{y_0}^{y_i} f(y') \cdot (y - y_i) \cdot \Delta y_i \cdot dy' \right].$$

Для того чтобы учесть вершины зерен, расположенных во всех элементарных объемах, полученные вероятности P_i перемножаются, что при $\Delta y_i \rightarrow 0$ сводится к интегрированию по y_i в пределах $y_0 \leq y_i \leq y$ в выражении под знаком экспоненты. Таким образом, получена зависимость для определения вероятности того, что выбранная точка в сечении детали с координатой y не будет срезана. Окончательно функция распределения координат точек поверхности детали в зоне шлифования примет вид

$$\Phi(y) = 1 - \exp \left[- \frac{2 \cdot \text{tg} \gamma \cdot V \cdot n}{W} \cdot \int_{y_0}^y \int_{y_0}^{y_i} f(y') \cdot (y - y_i) \cdot dy' \cdot dy_i \right]. \quad (9.32)$$

Такая же зависимость получена другим методом расчета. Рассматривается функция $\Phi(y)$ для двух различных моментов времени $t = 0$ и $t = \tau$ и составляется уравнение совместности:

$$1 - \Phi(y + W \cdot \tau) = [1 - \Phi(y)] \cdot \prod_i (1 - P_i)^{\alpha_i \cdot \tau}. \quad (9.33)$$

Множитель $\prod_i (1 - P_i)^{\alpha_i \cdot \tau}$ в зависимости определяет произведение вероятностей не срезаемого металла от всех зерен $\alpha_i \cdot \tau$, попавших за время τ в интервал $(y_i, y_i + \Delta y_i)$:

$$\alpha_i \cdot \tau = n \cdot H \cdot \tau \cdot f(y_i) \cdot \Delta y_i.$$

Интегрируя элементарные вероятности $(1 - P_i)$ от всех зерен $\alpha_i \cdot \tau$ с учетом $d\Phi = \Phi(y + W \cdot \tau)$, $dy = \tau \cdot W$ и $P_i = \frac{2 \cdot \text{tg} \gamma \cdot (y - y_i) \cdot f(y_i) \cdot dy_i}{H}$, получено дифференциальное уравнение

$$\frac{d\Phi}{dy} = [1 - \Phi(y)] \cdot \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot n}{W} \cdot \int_{y_0}^y f(y_i) \cdot (y - y_i) \cdot dy_i,$$

решение, которого имеет вид, идентичный зависимости (9.32):

$$\Phi(y) = 1 - \exp \left[- \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot n}{W} \cdot \int_{y_0}^y \int_{y_0}^{y_i} f(y_i) \cdot (y' - y_i) \cdot dy_i \cdot dy' \right]. \quad (9.34)$$

Приведенная зависимость достаточно объективно отражает закономерности вероятностного съема металла и формообразования поверхностей режущими зернами круга.

В работе [47] введено понятие приведенного режущего профиля круга, соответствующего форме профилограммы поперечного сечения рабочей поверхности круга. Расчет параметров шероховатости обработки произведен в три этапа. Первоначально определяется профиль, формируемый в сечении детали приведенным режущим профилем от зерен, расположенных на элементарном участке круга AA_1B_1B , рис. 9.11. Затем, по теореме умножения независимых случайных величин производится наложение (со сдвигом по глубине) последовательных приведенных режущих профилей круга при однократном прохождении ими зоны шлифования. Количество режущих профилей, участвующих в формообразовании шероховатости поверхности детали, и последовательность их внедрения определяются формой зоны шлифования. На третьем этапе устанавливается профиль, окончательно формируемый в сечении детали при многократных контактах с приведенными режущими профилями круга в процессе шлифования. Как видим, при построении расчетной модели автор использует метод профилографирования рельефа круга.

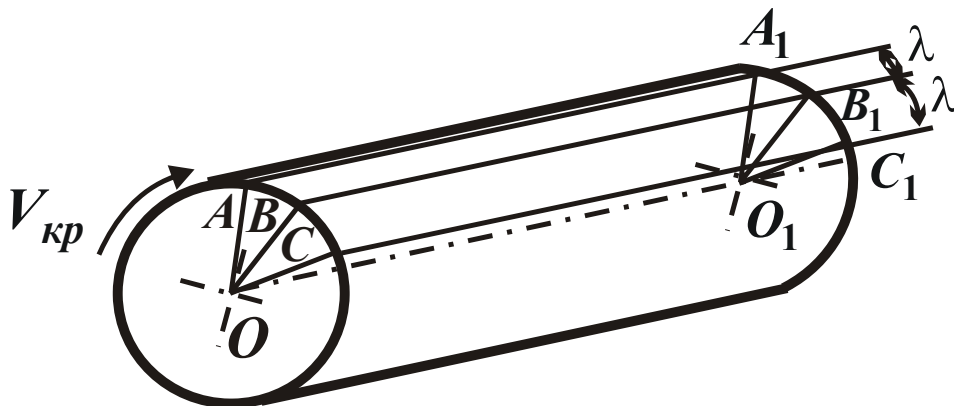


Рис. 9.11. Рабочая поверхность алмазно-абразивного инструмента: AA_1B_1B ; BB_1C_1C – элементарные участки поверхности.

С одной стороны, это позволяет достаточно точно установить связь между параметрами рельефа круга, кинематикой шлифования и шероховатостью обработанной поверхности, с другой стороны – требует применения численных методов расчета на ЭВМ, что не дает общего вида математических зависимостей.

Такой же подход предложен в работе Евсеева Д.Г. и Сальникова А.Н. [48], в которой рельеф круга описан относительной опорной длиной микропрофиля, установленной экспериментально (профилографированием) для различных характеристик круга с учетом режимов шлифования, продолжительности обработки и т.д. Несомненной заслугой авторов является комплексность полученных решений, попытка с единых позиций представить и описать процесс шлифования, включая основные технологические и физические параметры обработки. Авторам удалось математически через изменение относительной опорной длины микропрофиля круга установить влияние различных факторов на основные показатели процесса. Заслуживает внимания кинематическая модель шлифования, предложенная Островским В.И. [49], основу которой составляют два положения:

1) образование среза происходит в результате взаимодействия двух соседних режущих зерен;

2) режущие абразивные зерна разделены промежутками по окружности и высоте, т.е. расположены на концентрических окружностях.

Характеристиками рабочей поверхности круга автором выбраны расстояние между абразивными зёрнами δ и разновысотность двух режущих зерен H , которые в управлениях движения рассматриваются как случайные величины (рис. 9.12). Абразивные зерна представлены в виде точек. Решая систему двух уравнений, описывающих поступательное прямолинейное и вращательное движение двух зерен, определена максимальная толщина среза

$$a_{zm} = \frac{q}{1+q} \cdot \delta \cdot \left[\frac{2 \cdot t}{l_k} - \frac{q}{1+q} \cdot \frac{\delta}{l_k} \right] \pm H, \quad (9.35)$$

где $q = \frac{V_\delta}{V_{кр}}$, $l_k = \sqrt{2 \cdot R \cdot t}$.

Нетрудно видеть, что при равенстве нулю второго и третьего слагаемых зависимость (9.35) принимает вид формулы Маслова Е.Н. Из зависимости (9.35) следует, что существуют определенные сочетания входящих параметров, при которых срез не образуется, в частности, существуют такие зерна, разделенные промежутками δ и H , которые не позволяют зернам образовать срез (рис. 9.12).

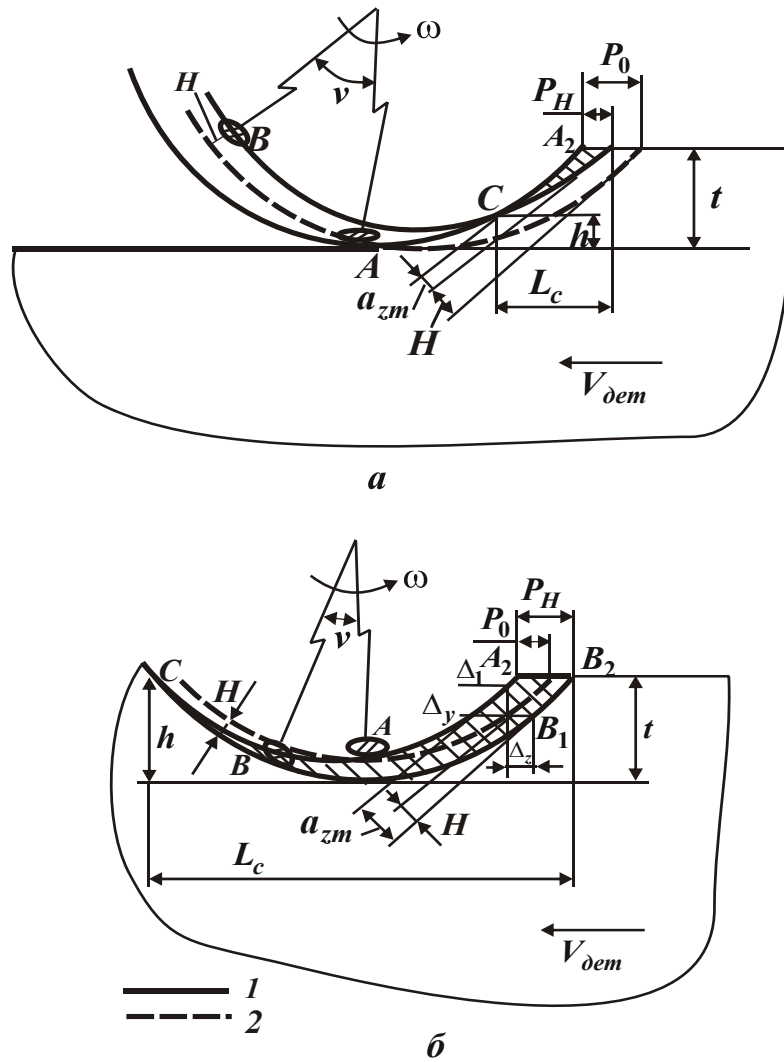


Рис. 9.12. Схема образования срезов: а – расположение зерен по схеме I; б – расположение зерен по схеме II; 1 – истинная траектория точки В; 2 – условная траектория точки В ($H=0$).

Такой вывод позволил автору сформулировать основное кинематическое ограничение шлифования, имеющего вид неравенства:

$$H/V_{вр} < \delta/V_{кр} \quad (9.36)$$

Разработанная модель дает возможность определить не только условия, но и вероятность образования срезов в зависимости от основных параметров процесса, включая параметры рельефа круга. Это следует из совместного решения системы уравнений, описывающих расстояние между зернами неподвижного круга и круга, совершающего сложное кинематическое движение, в результате чего получено уравнение для определения максимальной толщины среза

$$(a_z/d)^{n+1} \pm (H/d) \cdot (a_z/d)^4 - \kappa_\delta \cdot K = 0, \quad (9.37)$$

где d - размер зерна, мм; κ_δ - коэффициент, характеризующий рельеф круга;

$$K = 2 \cdot (V_{дем}/V_{кр}) \cdot \sqrt{t/D}.$$

При $n=0$ и $H=10^{-6}-10^{-5}$ уравнение (9.37) упрощается

$$a_{z_m} = 1,14 \cdot d \cdot \kappa_{\delta}^{0,5} \cdot (V_{дет} / V_{кр})^{0,5} \cdot \sqrt{t/D}. \quad (9.38)$$

Аналогичным образом в кинематической модели получена зависимость для определения высоты микронеровностей поверхности h

$$h \pm H = 0,25 \cdot (V_{дет} / V_{кр})^2 \cdot \delta^2 / D. \quad (9.39)$$

Как видим, характер изменения приведенных зависимостей достаточно правильно отражает физическую сущность шлифования. Максимальная толщина среза, например, незначительно изменяется с изменением входящих в зависимость (9.38) параметров, что согласуется с соответствующими экспериментальными данными, приведенными в научно – технической литературе. В то же время неопределенность параметра H затрудняет использование зависимостей для расчета и оптимизации параметров шлифования.

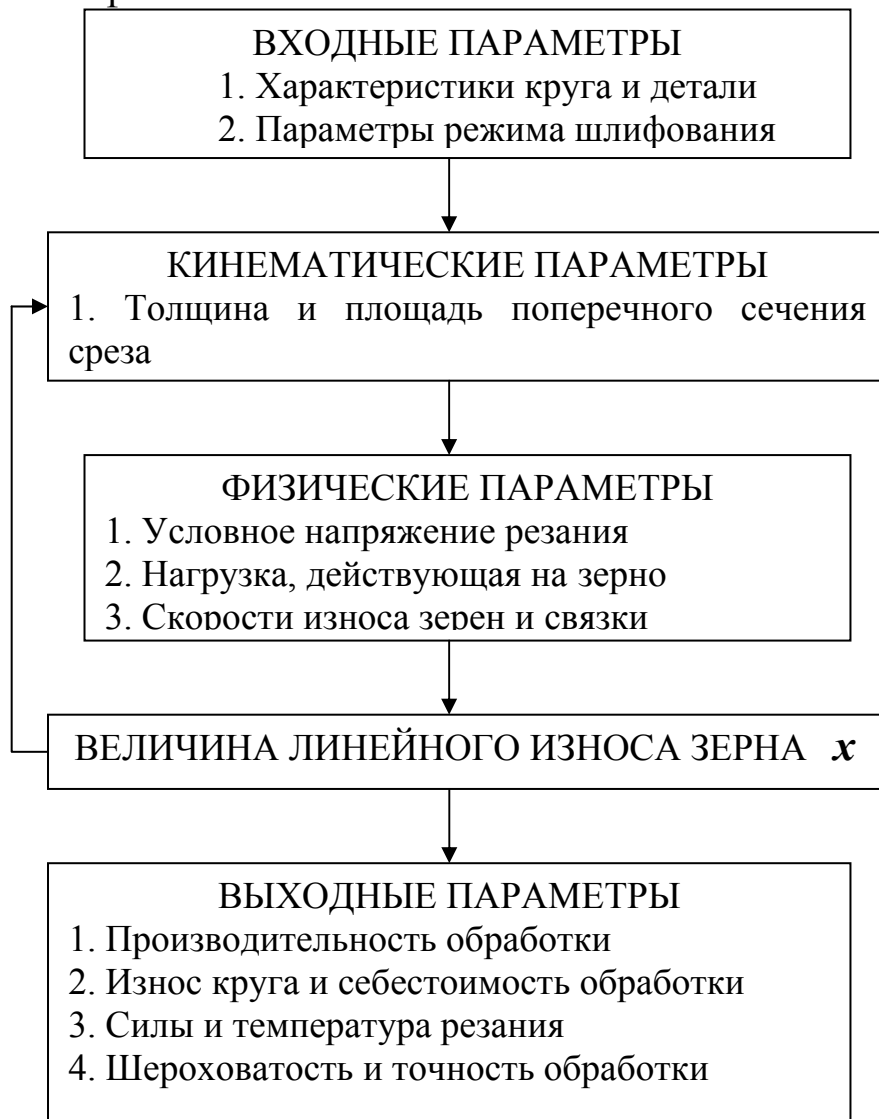


Рис. 9.13. Блок-схема взаимосвязи параметров шлифования.

Значительное внимание разработке расчетных схем кинематики образования поверхностей при шлифовании уделено в работах Корчака С.Н., Ящерицына П.И., Худобина Л.В., Рыжова Э.В., Попова С.А., Беззубенко Н.К., Узуняна М.Д. и других авторов, в которых, используя различные статистико – вероятностные методы, получены расчетные зависимости параметров шероховатости обработанной поверхности и других параметров обработки применительно к конкретным схемам и условиям шлифования.

Разработанные расчетные схемы не рассматривают условия формирования режущего рельефа круга под воздействием сил резания. Как показано в предыдущей главе, для каждого режима шлифования существует вполне конкретный режущий рельеф круга, который обобщенно описывается параметрами η или x , где x - величина линейного износа зерна до момента его объемного разрушения или выпадения из связки без разрушения.

На рис. 9.13. приведена блок – схема, согласно которой связь между входными и выходными (технологическими) параметрами осуществляется посредством блока кинематических и блока физических параметров, а также величины линейного износа зерна x . Изменяя величину x (с учетом наличия обратной связи) можно в широких пределах изменять кинематические, физические и соответственно выходные (технологические) параметры, или наоборот, входные параметры с целью достижения требуемых выходных параметров.

9.6. Расчет параметров шлифования с учетом затупления зерен круга

Тангенциальная составляющая силы резания P_{z1} , действующая на максимально выступающее из связки зерно, равна (рис. 2.7)

$$P_{z1} = S \cdot \sigma = \operatorname{tg} \gamma \cdot (H^2 - x^2) \cdot \sigma = \operatorname{tg} \gamma \cdot H^2 \cdot (1 - \eta^2) \cdot \sigma. \quad (9.40)$$

С учетом зависимости (2.41), имеем

$$P_{z1} = 3,2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot H_0^2 \cdot \sqrt[3]{HV \cdot \tau_{сдв}^2 \cdot \eta \cdot (1 + \eta) \cdot \frac{\sin \gamma}{(1 - \sin \gamma)}}, \quad (9.41)$$

где

$$H_0 = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр}}} = \frac{H}{\sqrt[3]{(1 - \eta^2)}}. \quad (9.42)$$

Тангенциальная составляющая силы резания P_{z1} , действующая на максимально выступающее из связки зерно, тем больше, чем больше

параметры H_0 , HV , $\tau_{cдв}$, η . Наибольшее влияние на P_{z1} оказывает параметр H_0 , равный максимальной толщине среза при $\eta=0$. Разрешим зависимость

$$(9.41) \text{ относительно безразмерного коэффициента } \eta = \frac{z}{\sqrt{0,25 + z + 0,5}},$$

$$\text{где } z = \left(\frac{P_{y1}}{3,2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot H_0^2} \right)^3 \cdot \frac{(1 - \sin \gamma)}{HV \cdot \tau_{cдв}^2 \cdot \sin \gamma}.$$

Безразмерный коэффициент η тем больше, чем больше величина z (чем больше P_{z1} и меньше H_0 , HV , $\tau_{cдв}$). Уменьшить η при $P_{y1} = \text{const}$ (при равномерном во времени износе круга) можно увеличением H_0 за счет увеличения параметров \bar{X} , V_{dem} , t и уменьшения m , $V_{кр}$. Очевидно, более эффективно увеличивать зернистость круга \bar{X} .

Радиальная составляющая силы резания P_{y1} , действующая на максимально выступающее зерно, с учетом зависимости (2.42) определяется

$$P_{y1} = \frac{P_{z1}}{K_{рез}} = 3,2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot H_0^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{HV^2}{2} \cdot \tau_{cдв} \cdot \frac{\eta^2 \cdot (1 + \eta)}{(1 - \eta)} \cdot \frac{\sin^2 \gamma}{(1 - \sin \gamma)^2}}. \quad (9.43)$$

Степень влияния параметра η на P_{y1} больше, чем на P_{z1} . При $\eta \rightarrow 1$ имеем $P_{y1} \rightarrow \infty$. Следовательно, суммарная сила резания, действующая на отдельное зерно круга, обусловлена ее радиальной составляющей P_{y1} . При $P_{y1} = \text{const}$ с увеличением H_0 параметр η уменьшается. Величина линейного износа зерна

$$x = \eta \cdot H = \frac{\eta \cdot H_0}{\sqrt[3]{1 - \eta^2}} = \sqrt{\frac{P_{y1}}{3,2 \cdot \operatorname{tg} \gamma}} \cdot \sqrt[6]{\frac{2}{HV^2 \cdot \tau_{cдв}} \cdot \frac{\eta^4}{(1 - \eta) \cdot (1 + \eta)^3} \cdot \frac{(1 - \sin \gamma)^2}{\sin^2 \gamma}} \quad (9.44)$$

уменьшается с уменьшением η . Следовательно, увеличение H_0 уменьшает величину линейного износа зерна до момента его объемного разрушения или выпадения из связки круга без разрушения (в зависимости от механизма износа круга). С повышением механических свойств обрабатываемого материала HV , $\tau_{cдв}$ величина x и ресурс работы зерна уменьшаются.

Выражая параметр η через отношение $\alpha = a_z / R$ по зависимости (2.40), параметры P_{z1} и P_{y1} опишутся

$$P_{z_1} = 3,2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot H_0^2 \cdot \sqrt[3]{HV \cdot \tau_{\text{сдв}}^2 \cdot \frac{(2+\alpha)}{(1+\alpha)} \cdot \frac{\sin \gamma}{(1-\sin \gamma)}}, \quad (9.45)$$

$$P_{y_1} = 3,2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot H_0^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{HV^2}{2} \cdot \tau_{\text{сдв}} \cdot \frac{(2+\alpha)}{\alpha \cdot (1+\alpha)} \cdot \frac{\sin^2 \gamma}{(1-\sin \gamma)^2}}. \quad (9.46)$$

С увеличением $\alpha > 0,04$ составляющие силы резания P_{z_1} и P_{y_1} уменьшаются, причем P_{y_1} - в большей степени. При $\alpha = 0,04$ справедливы соотношения: $\frac{(2+\alpha)}{(1+\alpha)} \approx 2$; $\frac{(2+\alpha)}{\alpha \cdot (1+\alpha)} \approx 50$, т.е. $P_{y_1} > P_{z_1}$.

Максимальная толщина среза $H_{\max} = a_z$ равна

$$H_{\max} = (1-\eta) \cdot H = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot V_{\text{дет}} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{\text{кр}}} \cdot \frac{\alpha^2}{(1+\alpha) \cdot (2+\alpha)}}. \quad (9.47)$$

Параметр H_{\max} тем больше, чем больше α . Упрощая $(1+\alpha) \approx 1$; $(2+\alpha) \approx 2$, с учетом $\alpha = H_{\max} / R$, зависимость (9.47) выразится

$$H_{\max} = \frac{315 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{\text{дет}} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{\text{кр}} \cdot R^2}. \quad (9.48)$$

С увеличением R параметр H_{\max} уменьшается. Зависимость (9.48) в явном виде связывает параметры H_{\max} и R без учета промежуточного параметра η .

Тангенциальная P_z и радиальная P_y составляющие силы резания при шлифовании описываются

$$P_z = \frac{Q}{V_{\text{кр}}} \cdot \sigma = \frac{3,2 \cdot Q}{V_{\text{кр}}} \cdot \sqrt[3]{HV \cdot \tau_{\text{сдв}}^2 \cdot \frac{\eta}{(1-\eta)} \cdot \frac{\sin \gamma}{(1-\sin \gamma)}}, \quad (9.49)$$

$$P_y = \frac{Q}{V_{\text{кр}}} \cdot \frac{\sigma}{K_{\text{рез}}} = \frac{3,2 \cdot Q}{V_{\text{кр}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{HV^2}{2} \cdot \tau_{\text{сдв}} \cdot \frac{\eta^2}{(1-\eta)^2} \cdot \frac{\sin^2 \gamma}{(1-\sin \gamma)^2}}. \quad (9.50)$$

При $\eta \rightarrow 1$ справедливо $P_z; P_y \rightarrow \infty$. С увеличением производительности обработки Q параметр η (при $P_{z_1} = \text{const}$) уменьшается. Следовательно, за счет увеличения Q составляющие силы резания будут увеличиваться, а за счет снижения η - уменьшаться. При

определенном значении Q возможен экстремум (максимум) параметров P_z и P_y . По-видимому, этим можно объяснить снижение интенсивности роста силы и температуры резания с увеличением $V_{\text{дем}}$ и t на экспериментальных графиках, установленных многими авторами.

При работе круга в режиме затупления интенсивность роста силы и температуры резания с увеличением $V_{\text{дем}}$ и t будет непрерывно возрастать в связи с увеличением Q и $\eta \rightarrow 1$.

Известно, что температура резания Θ прямо пропорциональна параметру P_z . Поэтому увеличение η будет приводить к более интенсивному росту температуры Θ , чем параметров P_{z1} и P_{y1} . Ограничить температуру можно шлифованием по упругой схеме ($P_z = \text{const}$ или $P_y = \text{const}$). Более эффективен случай $P_z = \text{const}$, так как параметр η в меньшей степени влияет на P_z .

При обработке стали, выполняются соотношения: $HV \approx 6 \cdot \tau_{\text{сдв}}$, $\tau_{\text{сдв}} \approx 0,5 \cdot \sigma_{\text{сж}}$. Тогда зависимость (2.36) упростится

$$\sigma = 2,73 \cdot \sigma_{\text{сж}} \cdot \sqrt[3]{\frac{R}{a_z}}. \quad (9.51)$$

Условное напряжение резания σ прямо пропорционально пределу прочности на сжатие обрабатываемого материала $\sigma_{\text{сж}}$. Данная зависимость справедлива при резании радиусной частью зерна. Для более сложной геометрической формы режущей части зерна аппроксимируем σ зависимостью

$$\sigma = \sigma_{\text{сж}} \cdot \left(\frac{H_{\text{max}0}}{H_{\text{max}}} \right)^n, \quad (9.52)$$

принимая параметр a_z равным H_{max} и обозначая $\sigma_{\text{сж}} \cdot H_{\text{max}0}^n = A$.

Подставим зависимость (9.52) в (9.40):

$$P_{z1} = \text{tg} \gamma \cdot A \cdot H_0^{2-n} \cdot (1+\eta)^{\frac{1+n}{3}} \cdot (1-\eta)^{\frac{1-2n}{3}}. \quad (9.53)$$

При $n < 0,5$ сила P_{z1} может уменьшаться с увеличением $\eta \rightarrow 1$. Это соответствует характеру изменения зависимости (9.40), представленной в виде $P_{z1} = \text{tg} \gamma \cdot H_0^2 \cdot (1-\eta^2)^{0,33} \cdot \sigma$ при $\sigma = \text{const}$, т.е. когда в формировании P_{z1} преобладает кинематический фактор (уменьшается S с увеличением η за

счет подключения в работу большего числа зерен).

Определим P_{y1} , принимая условие $K_{рез} \cdot \sigma = 2 \cdot \sigma_{сж}$:

$$P_{y1} = \operatorname{tg} \gamma \cdot \frac{A^2}{2 \cdot \sigma_{сж}} \cdot H_0^{2-2n} \cdot (1+\eta)^{\frac{1+2n}{3}} \cdot (1-\eta)^{\frac{1-4n}{3}}. \quad (9.54)$$

При $n > 0,25$ сила P_{y1} увеличивается ($P_{y1} \rightarrow \infty$) с увеличением параметра $\eta \rightarrow 1$. Следовательно, суммарная сила $P_0 = \sqrt{P_{z1}^2 + P_{y1}^2}$ с увеличением $\eta \rightarrow 1$ также будет неограниченно увеличиваться. Величиной $(1+\eta)^{\frac{1+2n}{3}} = 1 \dots 1,5$ пренебрежем, тогда

$$(1-\eta) = \left[\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot A^2}{2 \cdot \sigma_{сж} \cdot P_{y1}} \cdot H_0^{2(1-n)} \right]^{\frac{3}{4n-1}} = \left(\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot A^2}{2 \cdot \sigma_{сж} \cdot P_{y1}} \right)^{\frac{3}{4n-1}} \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр}} \right)^{\frac{2-2n}{4n-1}}, \quad (9.55)$$

$$H = \left(\frac{2 \cdot \sigma_{сж} \cdot P_{y1}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot A^2} \right)^{\frac{1}{4n-1}} \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр}} \right)^{\frac{2n-1}{4n-1}}, \quad (9.56)$$

$$H_{max} = \left(\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot A^2}{2 \cdot \sigma_{сж} \cdot P_{y1}} \right)^{\frac{2}{4n-1}} \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр}} \right)^{\frac{1}{4n-1}}, \quad (9.57)$$

$$\sigma = A \cdot \left(\frac{2 \cdot \sigma_{сж} \cdot P_{y1}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot A^2} \right)^{\frac{2n}{4n-1}} \cdot \left(\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}} \right)^{\frac{n}{4n-1}}. \quad (9.58)$$

Таблица 9.1

Расчетные значения показателей степени

n	0	0,25	0,4	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0
$(2-2n)/(4n-1)$	0,5	∞	2,0	1	0,25	0	-0,2	-0,28
$(2n-1)/(4n-1)$	1	$-\infty$	-0,33	0	0,25	0,33	0,4	0,43
$1/(4n-1)$	-1	∞	1,67	1	0,5	0,33	0,2	0,14
$n/(4n-1)$	0	∞	0,67	0,5	0,375	0,33	0,3	0,28

Исходя из рис. 9.14, с изменением n параметры H , H_{max} , x и σ могут изменяться по различным зависимостям. При $n = 0,5$ параметр H не зависит от режимов шлифования, параметр H_{max} - увеличивается, а x - уменьшается ($x = x - H_{max}$) с увеличением глубины шлифования t .

Рассчитаем тангенциальную составляющую силы резания P_z . Рабочую поверхность круга представим множеством элементарных горизонтальных слоев бесконечно малой толщины dy_s , содержащих одинаковое число вершин зерен, рис. 9.15. Элементарную тангенциальную составляющую силы резания от работы зерен dy_s - того слоя получим из зависимости $dP_z = P_{z1i} \cdot dn_s$, где P_{z1i} - сила, действующая на отдельное зерно; $dP_{z1i} = S_i \cdot \sigma_i$; S_i - площадь единичного среза;

$$\sigma_i = \frac{A}{(y - y_s)^n}; \quad dn_s = n \cdot f(y_s) \cdot dy_s = 0,44 \cdot k \cdot B \cdot dl \cdot \frac{dy_s}{(1-\eta) \cdot e},$$

dl - толщина образца; B - ширина шлифования; k - поверхностная концентрация зерен на круге, шт/м²; $0,44$ - коэффициент, учитывающий вероятность участия зерен в резании; $S_i = \text{tg} \gamma \cdot [(y - y_0)^2 - (y_s - y_0)^2]$; y_0 - координата неизношенного зерна dy_s - того элементарного слоя.

С учетом $(y - y_0) = \frac{(y_s - y_0)}{\eta}$ и $(y_s - y_0) = \frac{\eta}{(1-\eta)} \cdot (y - y_s)$, имеем

$$S_i = \text{tg} \gamma \cdot \frac{(1-\eta^2)}{(1-\eta)^2} \cdot (y - y_s)^2. \quad (9.59)$$

Тогда

$$dP_z = \frac{0,44 \cdot k \cdot B \cdot \text{tg} \gamma \cdot A \cdot (1-\eta^2) \cdot dl}{(1-\eta)^3 \cdot e} \cdot (y - y_s)^{2-n} \cdot dy_s. \quad (9.60)$$

Суммарную силу P_z получим суммированием dP_z в пределах $y_a \dots y$:

$$P_z = \int_{y_a}^y dP_z = \frac{0,44 \cdot \text{tg} \gamma \cdot (1-\eta^2) \cdot k \cdot B \cdot A \cdot dl}{(1-\eta)^3 \cdot (3-n) \cdot e} \cdot (y - y_a)^{3-n}. \quad (9.61)$$

С учетом $(y - y_a) = (1-\eta) \cdot y$:

$$P_z = \frac{0,44 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot (1 - \eta^2) \cdot k \cdot B \cdot dl}{(1 - \eta)^n \cdot (3 - n) \cdot \epsilon} \cdot y^{3-n}. \quad (9.62)$$

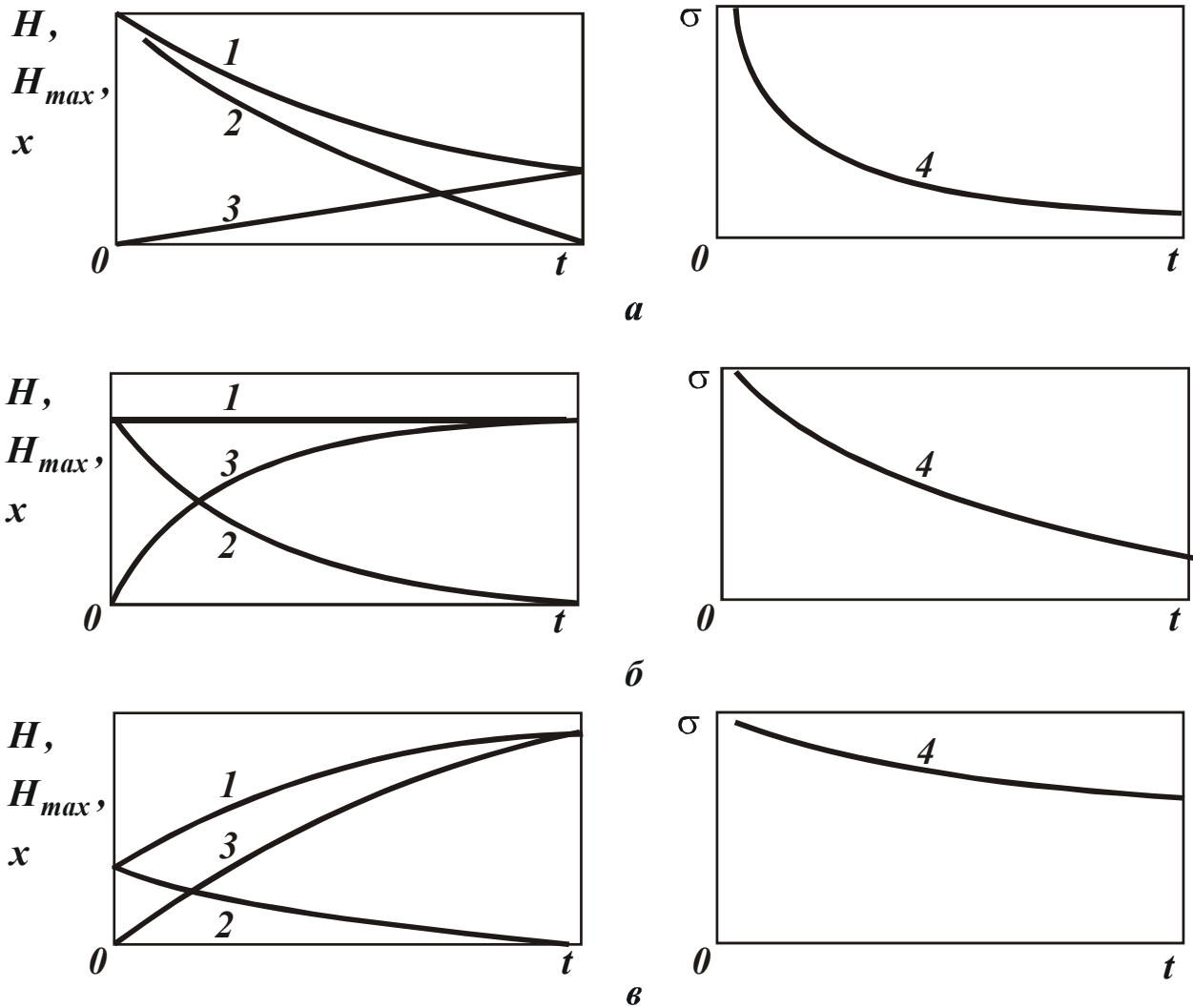


Рис. 9.14. Примерные зависимости параметров H (1), H_{max} (2), η , x (3), σ (4) от t для разных значений n : а - $n=0,75$; б - $n=1,0$; в - $n=1,5$.

Координата y равна параметру H , определяемому зависимостью [11]:

$$H = \sqrt[3]{\frac{6,75 \cdot \epsilon \cdot V_{nl}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2)}}, \quad (9.63)$$

где V_{nl} - скорость движения образца.

После подстановки зависимости (9.63) в (9.62), имеем

$$P_z = \frac{0,44 \cdot A \cdot B \cdot dl}{(3-n)} \cdot \left[\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot (1+\eta)}{(1-\eta)^2 \cdot \epsilon} \right]^{\frac{n}{3}} \cdot \left(\frac{6,75 \cdot V_{nl}}{V_{кр}} \right)^{1-\frac{n}{3}} \quad (9.64)$$

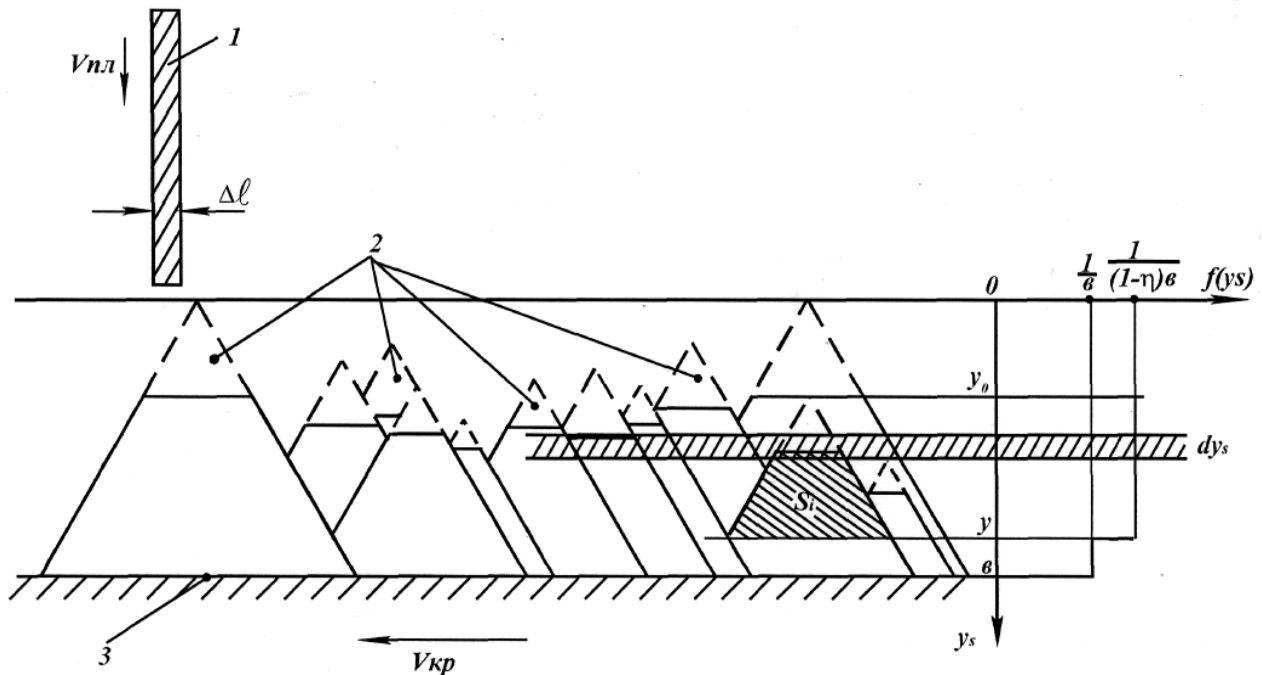


Рис. 9.15. Расчетная схема силы резания при шлифовании радиально движущейся бесконечно тонкой плоскости: 1 – движущаяся плоскость; 2 – изношенные части зерен; 3 – уровень связки.

С увеличением $\eta \rightarrow 1$ тангенциальная составляющая силы резания $P_z \rightarrow \infty$, т.е. определяющим фактором в формировании P_z является степень затупления зерен круга.

С учетом зависимости $\sigma = A/H_{max}^n$ (где $H_{max} = (1-\eta) \cdot H$) тангенциальная составляющая силы резания $P_z = Q/V_{кр} \cdot \sigma$ равна

$$P_z = \frac{A \cdot B \cdot dl}{6,75} \cdot \left[\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot (1+\eta)}{(1-\eta)^2 \cdot \epsilon} \right]^{\frac{n}{3}} \cdot \left(\frac{6,75 \cdot V_{nl}}{V_{кр}} \right)^{1-\frac{n}{3}} \quad (9.65)$$

Зависимости (9.64) и (9.65) отличаются лишь постоянным множителем. Значение P_z , рассчитанное по зависимости (9.64), больше значения, рассчитанного по зависимости (9.65), приблизительно на 30% (при $n = 0,5$). Это свидетельствует о преобладании максимальных срезов в формировании параметра P_z .

Используя зависимость (9.64), определим P_z для схемы круглого

наружного шлифования. Снимаемый припуск представим пакетом элементарных слоев (в пределах зоны резания) бесконечно малой толщины dl , рис. 9.16. Вследствие различных углов входа слоев в рабочую поверхность круга параметры H и H_{max} для них будут различны.

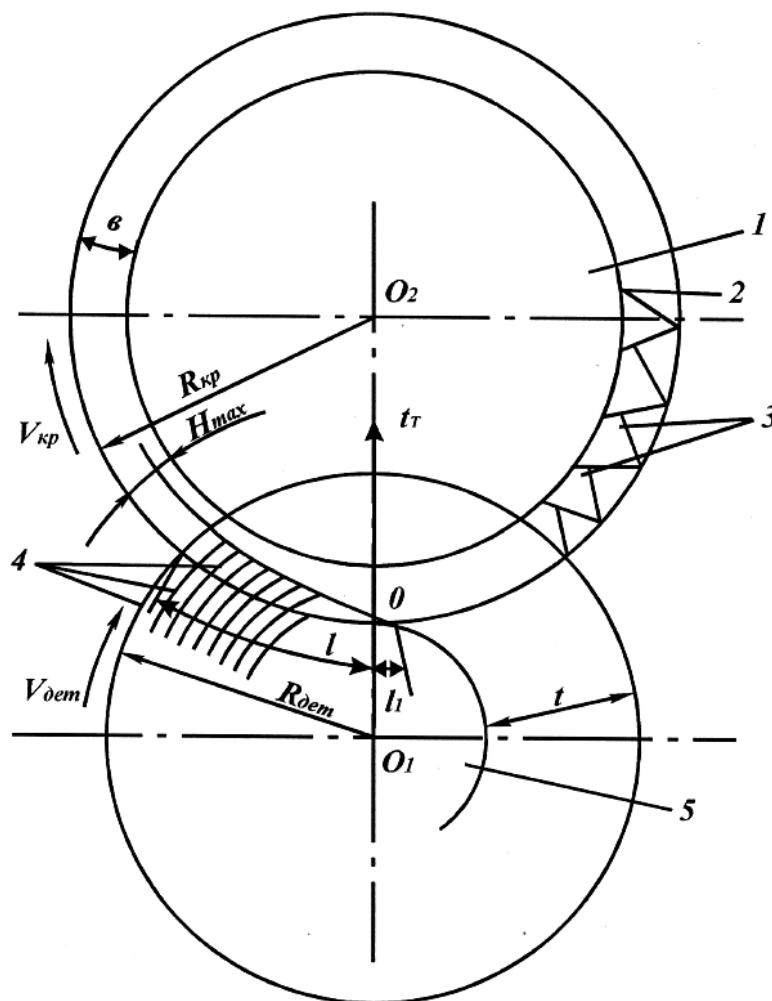


Рис. 9.16. Схема расчета силы резания при круглом наружном шлифовании:
 1 – круг; 2 – уровень связки круга; 3 – режущие зерна;
 4 – элементарные слои снимаемого припуска; 5 – деталь.

Наибольшее значение H будет иметь периферийный элементарный слой, наименьшее – слой с координатой $t_T = 0$.

Примем $l_1 = 0$, $V_{пл} = V_{дем} \cdot \sqrt{2 \cdot t_T \cdot \rho}$, а t_T выразим через l_T - координату входа текущего элементарного слоя в рабочую поверхность круга, отсчитываемую от точки пересечения окружности радиуса $R_{кр}$ с осевой плоскостью шлифования O_1O_2 .

Параметры l_T и l выразятся:

$$l_T = \sqrt{\frac{2 \cdot t_T}{\rho}};$$

$$l = \sqrt{\frac{2 \cdot t}{\rho}}$$

Тогда

$$\begin{aligned}
 P_z &= \int_0^l \frac{0,44 \cdot A \cdot B}{(3-n)} \cdot \left[\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot (1+\eta)}{(1-\eta)^2 \cdot \epsilon} \right]^{\frac{n}{3}} \cdot \left(\frac{6,75 \cdot V_{\text{дем}} \cdot \rho \cdot l_T}{V_{\text{кр}}} \right)^{1-\frac{n}{3}} \cdot dl_T = \\
 &= \frac{2,64 \cdot A \cdot B}{(3-n) \cdot (6-n)} \cdot \left[\frac{3 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot (1+\eta)}{200 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot (1-\eta)^2 \cdot \sqrt{2 \cdot \rho}} \right]^{\frac{n}{3}} \cdot \left(\frac{6,75 \cdot V_{\text{дем}}}{V_{\text{кр}}} \right)^{1-\frac{n}{3}} \cdot t^{1-\frac{n}{6}} \quad (9.66)
 \end{aligned}$$

Параметры k и ϵ преобразованы с помощью зависимостей (8.22) и (8.23). Параметр t в большей степени влияет на P_z , чем $V_{\text{дем}}$, что согласуется с экспериментальными данными. При установившемся шлифовании параметр η необходимо выразить через P_{y1} по зависимости (9.55). Данные решения приведены в работе [1].

10. ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЦЕССОВ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ

10.1. Теоретический анализ себестоимости обработки

Учитывая две изменяющиеся статьи затрат при обработке, связанные с заработной платой рабочего и стоимостью израсходованных инструментов, себестоимость обработки C выразится

$$C = N \cdot \tau \cdot S_{\text{час}} \cdot \kappa_{\partial} + M \cdot \Pi, \quad (10.1)$$

где N - годовая программа выпуска изделий;

$\tau = \tau_1 + \tau_2$ - время обработки изделия, с;

τ_1, τ_2 - основное и вспомогательное время обработки изделия, с ;

$S_{\text{час}}$ - тарифная ставка рабочего;

κ_{∂} - коэффициент, учитывающий всевозможные начисления на тарифную ставку рабочего;

M - количество израсходованных инструментов;

Π - цена инструмента.

Принимая $\tau_1 = l/S$, $\tau_2 = 0$, $T = n \cdot \tau_1$, $T = \frac{A}{S^{\kappa}}$ (где l - длина технологического перехода, м; S - скорость основной подачи, м/с; T - стойкость инструмента, с; n - количество переходов; A, κ - параметры, зависящие от условий обработки, устанавливаются экспериментально, с учетом $M = \frac{N}{n}$ и $n = \frac{A}{l} \cdot \frac{1}{S^{\kappa-1}}$, имеем

$$C = N \cdot l \cdot \left(\frac{S_{\text{час}} \cdot \kappa_{\partial}}{S} + \frac{\Pi}{A} \cdot S^{\kappa-1} \right). \quad (10.2)$$

В зависимости от показателя степени κ себестоимость C с увеличением S может уменьшаться ($\kappa \leq 1$) или изменяться по экстремальной зависимости ($\kappa > 1$), проходя точку минимума. В последнем случае экстремальное значение подачи $S_{\text{экс}}$ определяется из условия $C'_s = 0$, тогда

$$S_{\text{экс}} = \left[\frac{S_{\text{час}} \cdot A \cdot \kappa_{\partial}}{(\kappa - 1) \cdot \Pi} \right]^{\frac{1}{\kappa}}. \quad (10.3)$$

Экстремальное (минимальное) значение себестоимости обработки $C_{\text{экс}}$ равно

$$C_{экс} = N \cdot l \cdot S_{час} \cdot \kappa_{\partial} \cdot \frac{\kappa}{(\kappa - 1)} \cdot \left[\frac{(\kappa - 1) \cdot Ц}{S_{час} \cdot \kappa_{\partial} \cdot A} \right]^{\frac{1}{\kappa}}. \quad (10.4)$$

Влияние параметров N и l на $C_{экс}$ более значительно, чем параметров $S_{час}$, κ_{∂} , $Ц$ и A при $\kappa > 1$. Следовательно, основным путем снижения себестоимости обработки является уменьшение произведения $N \cdot l$. Уменьшить l можно за счет оптимизации траектории движения инструмента при обработке сложных деталей на станках с ЧПУ. Однако при этом в зависимость (10.4) необходимо ввести второе слагаемое $Ц_1$, равное стоимости станка с ЧПУ. Эффект будет иметь место в том случае если первое слагаемое больше второго, т.е. при относительно большом значении N .

Применение станков с ЧПУ снижает затраты, связанные с изготовлением технологической оснастки, но создает дополнительные затраты $Ц_2$ по подготовке управляющих программ. Зависимость (10.4) опишется

$$C_{экс} = N \cdot l \cdot S_{час} \cdot \kappa_{\partial} \cdot \frac{\kappa}{(\kappa - 1)} \cdot \left[\frac{(\kappa - 1) \cdot Ц}{S_{час} \cdot \kappa_{\partial} \cdot A} \right]^{\frac{1}{\kappa}} + Ц_1 + Ц_2. \quad (10.5)$$

Если стоимость технологической оснастки $Ц_2$ преобладает в (10.5), то ее существенное уменьшение (практически до уровня стоимости управляющих программ) позволит уменьшить себестоимость обработки $C_{экс}$ даже при относительно небольшой программе изделий N . Следовательно, станки с ЧПУ эффективно применять при изготовлении сложных деталей (эффект создается за счет оптимизации траекторий движения инструмента и уменьшения l) и при изготовлении небольших партий деталей (эффект создается за счет уменьшения затрат на технологическую оснастку).

Согласно зависимости (10.4), уменьшить $C_{экс}$ можно уменьшением соотношения $Ц/A$, т.е. уменьшением стоимости инструмента (или его переточки) и повышением его эксплуатационных характеристик (обобщенно определяемых параметром A) путем применения эффективных смазочно – охлаждающих технологических сред, упрочнения инструмента, оптимизации режимов резания и т.д. Эффективно применение прогрессивных высокопроизводительных технологий и инструментов, обеспечивающих уменьшение соотношения $Ц/A$.

Представим зависимость (10.1) в виде

$$C = N \cdot (\tau_1 + \tau_2) \cdot S_{\text{час}} \cdot \kappa_{\partial} + N \cdot l \cdot \frac{\Pi}{A} \cdot S^{\kappa-1}. \quad (10.6)$$

Важным условием уменьшения C является уменьшение вспомогательного времени обработки τ_2 за счет применения станков – автоматов. Однако при этом в (10.6) необходимо ввести третье слагаемое Π_3 , равное стоимости станка – автомата. Эффект будет иметь место в том случае, если третье слагаемое существенно меньше суммы первых двух слагаемых, т.е. при большом значении N . С этих позиций можно объяснить также эффективность применения многооперационных станков и станков с ЧПУ, так как они обеспечивают снижение вспомогательного времени обработки τ_2 .

Уменьшить себестоимость обработки C можно применением многоинструментных станков. Зависимость (10.6) с учетом стоимости станка Π_3 примет вид

$$C = N \cdot (\tau_1 + \tau_2) \cdot S_{\text{час}} \cdot \kappa_{\partial} + N \cdot l \cdot \frac{\Pi}{A} \cdot S^{\kappa-1} + \Pi_3, \quad (10.7)$$

где $N_1 = \frac{N}{z}$; z - количество одновременно работающих инструментов.

Уменьшение C происходит в том случае, если третье слагаемое меньше суммы первых двух, т.е. при больших значениях N . Принимая $\tau_2 = 0$, $\tau_1 = \frac{l}{S}$, зависимость (10.7) опишется

$$C = N \cdot l \cdot \left(\frac{S_{\text{час}} \cdot \kappa_{\partial}}{z \cdot S} + \frac{\Pi}{A} \cdot S^{\kappa-1} \right) + \Pi_3. \quad (10.8)$$

Экстремальные значения $S_{\text{экс}}$ и $C_{\text{экс}}$ равны

$$S_{\text{экс}} = \left[\frac{S_{\text{час}} \cdot A \cdot \kappa_{\partial}}{(\kappa - 1) \cdot z \cdot \Pi} \right]^{\frac{1}{\kappa}}, \quad (10.9)$$

$$C_{\text{экс}} = N \cdot l \cdot S_{\text{час}} \cdot \kappa_{\partial} \cdot \frac{1}{z} \cdot \frac{\kappa}{(\kappa - 1)} \cdot \left[\frac{(\kappa - 1) \cdot z \cdot \Pi}{S_{\text{час}} \cdot \kappa_{\partial} \cdot A} \right]^{\frac{1}{\kappa}} + \Pi_3. \quad (10.10)$$

Значения $S_{\text{экс}}$ и $C_{\text{экс}}$ тем меньше, чем больше z . Очевидно, для каждого значения N существуют оптимальные значения z и Π_3 , определяющие характеристики многоинструментного станка.

Данный анализ справедлив для $\kappa > 1$. Для $\kappa \leq 1$, согласно зависимости (10.2), экстремум функции C от S отсутствует: себестоимость C с увеличением S непрерывно уменьшается. Ограничениями увеличения S могут быть требования по качеству и точности обработки. Определить оптимальную подачу S можно на основе оптимизации режимов резания с учетом ограничений, например, по шероховатости и точности обработки, остаточным напряжениям в поверхностном слое детали и т.д.

Учитывая то, что скорость основной подачи S определяет производительность обработки Q , между себестоимостью C и производительностью обработки Q при $\kappa \leq 1$ существует обратная связь. Чем больше Q , тем меньше C . В этом случае критерии оптимизации обработки C и Q равносильны.

10.2. Методы повышения производительности обработки

Увеличить производительность обработки $Q = S \cdot V_{рез}$ можно увеличением площади поперечного сечения среза S и скорости резания $V_{рез}$, где $S = a \cdot b$, a и b - соответственно толщина и ширина среза. Для продольного точения (рис.10.1,а) параметры a , b и S равны

$$a = \pi \cdot D_{дет} \cdot \frac{S_{np}}{V_{рез}} \cdot \sin \varphi; \quad b = \frac{t}{\sin \varphi};$$

$$S = \pi \cdot D_{дет} \cdot t \cdot \frac{S_{np}}{V_{рез}},$$

где $D_{дет}$ - диаметр обрабатываемой детали, м;

S_{np} - скорость продольной подачи, м/с;

t - глубина резания, м;

φ - угол резца в плане.

Фиксированное значение S достигается, например, установлением S_{np} в соответствии с зависимостью $S_{np} = \frac{S \cdot V_{рез}}{\pi \cdot D_{дет} \cdot t}$. Производительность обработки $Q = S \cdot V_{рез}$ определяется $Q = \pi \cdot D_{дет} \cdot t \cdot S_{np}$ произведением глубины резания и скорости продольной подачи.

Для радиального точения (рис.10.1,б) параметры a , b и S равны

$$a = \pi \cdot D_{дет} \cdot \frac{S_{non}}{V_{рез}}; \quad b = B; \quad S = \pi \cdot D_{дет} \cdot B \cdot \frac{S_{non}}{V_{рез}},$$

где S_{non} - скорость поперечной подачи, м/с;

B - ширина резца, м.

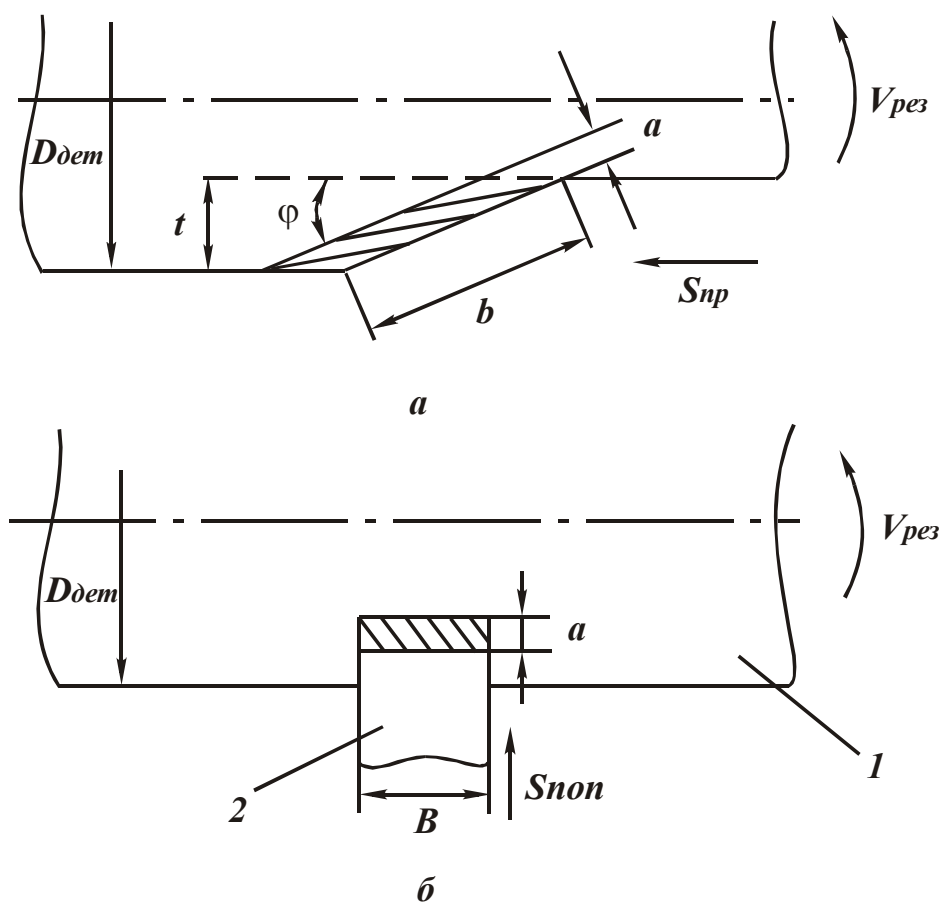


Рис.10.1. Схема продольного (а) и радиального (б) точения:
1 – деталь; 2 – резец.

Фиксированное значение S достигается установлением S_{non} в соответствии с зависимостью

$$S_{non} = \frac{S \cdot V_{рез}}{\pi \cdot D_{дет} \cdot B}$$

Производительность обработки $Q = S \cdot V_{рез} = \pi \cdot D_{дет} \cdot B \cdot S_{non}$ определяется скоростью радиальной подачи S_{non} и ширины резания B .

Ограничением увеличения параметра S является прочность режущей части инструмента, а увеличения $V_{рез}$ - стойкость инструмента, обусловленная температурным фактором. Увеличить S можно применением многолезвийных инструментов, обеспечивающих участие в резании одновременно нескольких лезвий. К ним относятся фрезы, сверла, протяжки, метчики, абразивные инструменты, состоящие из большого количества режущих элементов. При резании дисковой фрезой (рис.10.2,а):

$$a = \frac{\pi \cdot D_{\text{фр}}}{z} \cdot \frac{S_n}{V_{\text{рез}}} \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot t}{D_{\text{фр}}}\right); \quad v = B;$$

$$S = \frac{\pi \cdot D_{\text{фр}} \cdot B}{z} \cdot \frac{S_n}{V_{\text{рез}}} \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot t}{D_{\text{фр}}}\right),$$

где $D_{\text{фр}}$, B - соответственно диаметр и ширина фрезы, м; z - количество режущих элементов фрезы; S_n - скорость подачи, м/с.

Производительность обработки Q равна $Q = B \cdot t \cdot S_n$.

При резании торцовой фрезой (рис.10.2,б)

$$a = \frac{\pi \cdot D_{\text{фр}}}{z} \cdot \frac{S_n}{V_{\text{рез}}}; \quad v = t; \quad S = \frac{\pi \cdot D_{\text{фр}} \cdot t}{z} \cdot \frac{S_n}{V_{\text{рез}}}; \quad Q = D_{\text{фр}} \cdot t \cdot S_n.$$

При сверлении

$$Q = \frac{\pi}{4} \cdot D_{\text{св}}^2 \cdot S_n,$$

где $D_{\text{св}}$ - диаметр сверла, м; S_n - скорость подачи, м/с.

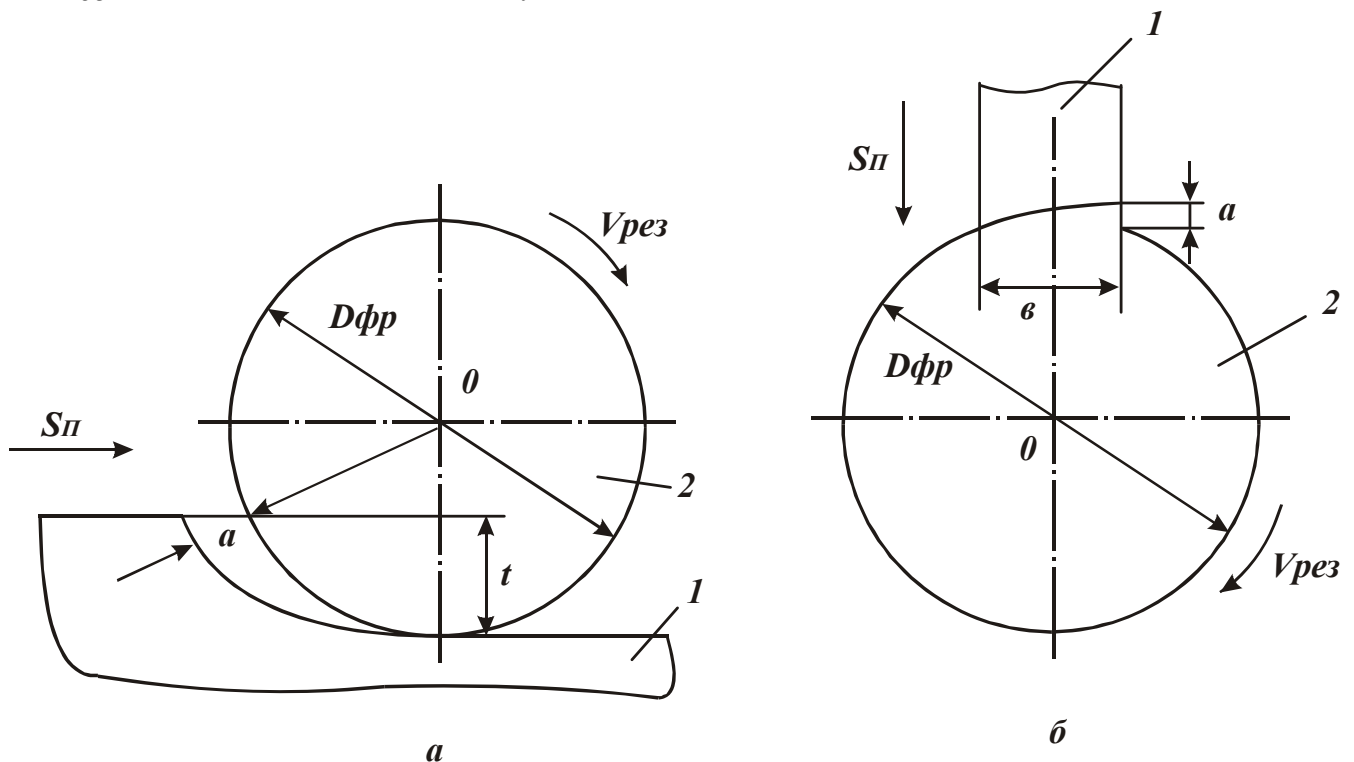


Рис.10.2. Схемы резания дисков (а) и торцовой (б) фрезами: 1 – деталь; 2 – фреза.

Получила широкое применение многоинструментная обработка одновременно несколькими резцами, сверлами и т.д. Чем больше режущих элементов одновременно участвуют в резании, тем выше производительность. Наибольшее количество одновременно работающих режущих элементов имеет место при абразивной обработке, в частности,

при шлифовании. Поэтому проанализируем характер изменения производительности для различных кинематических схем шлифования, рассматривая $V_{рез} = V_{кр}$, где $V_{кр}$ - скорость круга, м/с.

Вместо параметра S удобно рассматривать площадь контакта шлифовального круга с деталью $S_{нл}$, так как в резании участвует большое количество зерен, которые можно характеризовать именно параметром $S_{нл}$. Тогда производительность обработки выразится

$$Q = S_{нл} \cdot V'_{дет}, \quad (10.11)$$

где $V'_{дет}$ - линейная скорость съема материала по нормали к кругу, м/с.

Скорость $V'_{дет}$ определяет режущие свойства инструмента. Площадь $S_{нл}$ равна $B \cdot L$, где B - ширина круга, L - длина дуги контакта круга с деталью. При шлифовании периферией круга, рис. 10.3,а:

$$L = \sqrt{\frac{t \cdot D_{кр} \cdot D_{дет}}{D_{кр} + D_{дет}}}, \quad (10.12)$$

где t - глубина шлифования; $D_{кр}$, $D_{дет}$ - диаметры круга и детали.

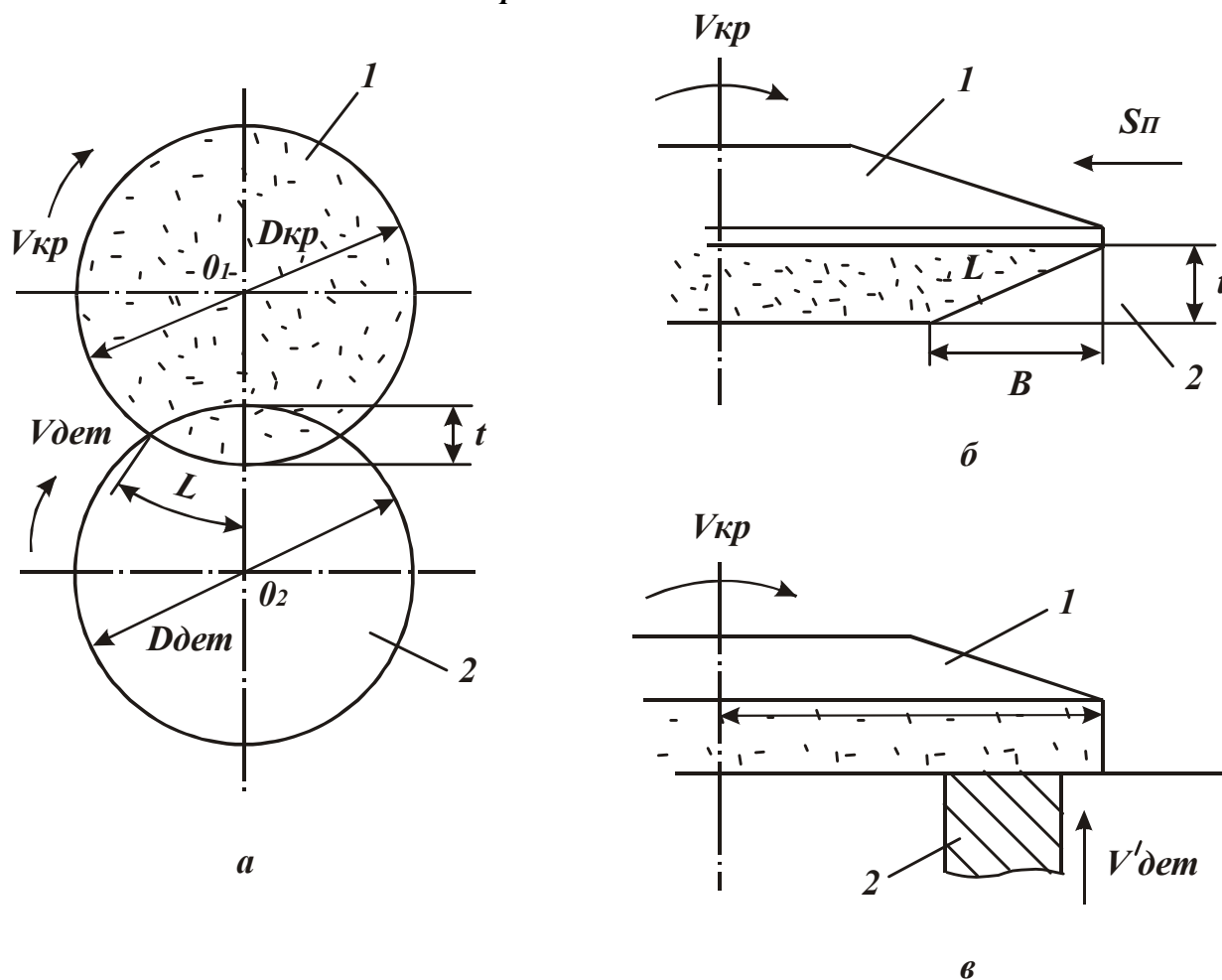


Рис.10.3. Схемы шлифования: 1 – круг; 2 – деталь.

При шлифовании торцом круга с учетом образования на нем заборного конуса (торцовое шлифование с тангенциальной подачей), рис.10.3,б:

$$L = \sqrt{B^2 + t^2} . \quad (10.13)$$

При торцовом шлифовании с радиальной подачей, когда обрабатываемая деталь движется по нормали к торцу круга с постоянной скоростью $V'_{дет}$ (рис.10.3,в), параметр $S_{нл}$ равен фактической площади контакта детали (или нескольких деталей) с торцом круга.

Увеличить $S_{нл}$ и Q при шлифовании периферией круга можно за счет увеличения t , $D_{кр}$, $D_{дет}$ и B , при торцовом шлифовании с тангенциальной подачей – увеличением B и t . Наибольшие значения $S_{нл}$ и Q достигаются при торцовом шлифовании с радиальной подачей (когда $S_{нл} \rightarrow \pi \cdot R_{кр}^2$), применяя крупногабаритные круги и производя многоместную обработку деталей на станках с вращающимся столом.

Существенно увеличить площадь контакта $S_{нл}$ можно при фасонном шлифовании, производя одновременно обработку нескольких поверхностей одним кругом, (рис.10.4,а), или производя обработку периферией и торцом круга сразу двух поверхностей (рис.10.4,б). По – сути, это позволяет концентрировать технологические операции, что изменяет традиционную технологию обработки. При обработке на автоматических линиях, например, коленчатых валов в работе могут участвовать одновременно несколько шлифовальных кругов, что увеличивает площадь обработки и производительность.

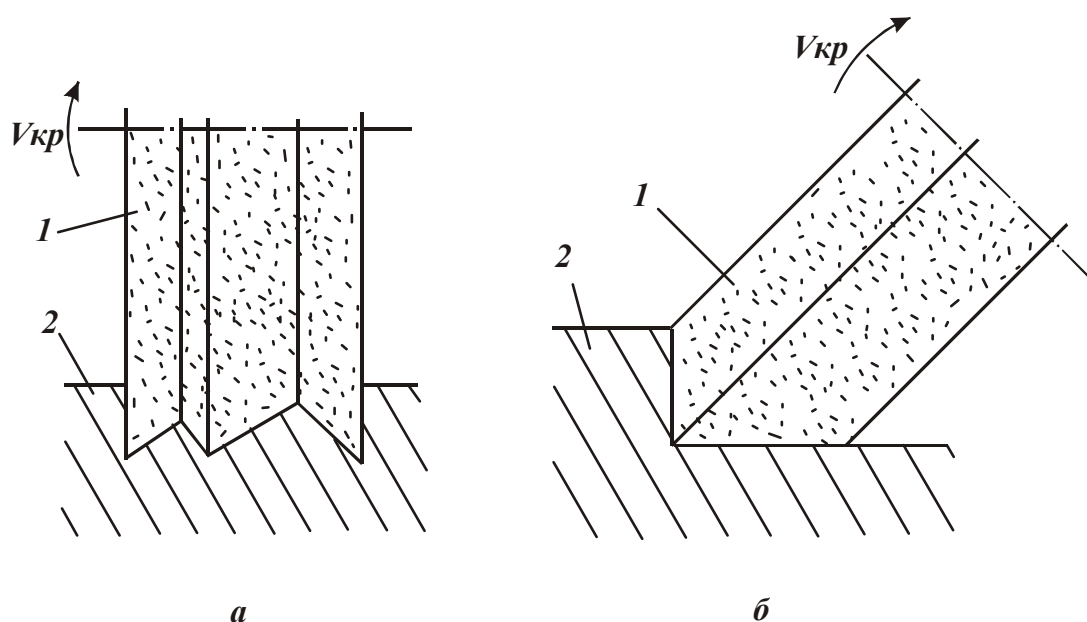


Рис. 10.4. Схемы шлифования.

Добиться существенного увеличения $S_{пл}$ и Q можно в условиях глубинного шлифования, обеспечивающего съём припуска до 50 мм и более за один проход круга с высоким качеством обработки. По производительности процесс глубинного шлифования не уступает процессам лезвийной обработки, например, фрезерованию. Это позволяет вместо нескольких операций (например, операций фрезерования паза, затем его предварительного и окончательного шлифования) обработку выполнить в одну операцию глубинного шлифования с обеспечением всех технических требований, т.е. имеет место концентрация операций. Значительными возможностями в плане увеличения площади контакта $S_{кон}$ располагает ленточное шлифование, обеспечивая обработку больших поверхностей или сразу нескольких поверхностей, имеющих сложную геометрическую форму, например, конструктивных элементов летательных аппаратов и энергетических установок.

Фактически на увеличение площади обработки направлено применение высокочастотных осциллирующих движений шлифовального круга в направлении, перпендикулярном подаче детали (основной подаче).

Это позволяет производить врезное шлифование относительно узким кругом длинных цилиндрических деталей с высокой производительностью.

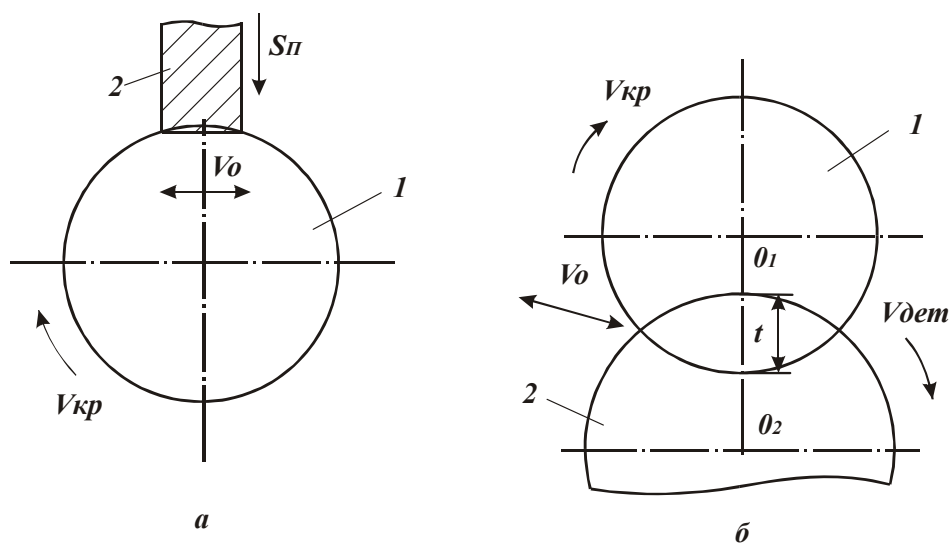


Рис.10.5. Схемы шлифования.

Еще больший эффект обработки можно достичь, используя высокочастотные осциллирующие движения торцового круга (или детали) в направлении, перпендикулярном основной подаче, при плоском или круглом наружном врезном шлифровании со съемом больших припусков, рис.10.5,а. По – сути, толщина снимаемого припуска здесь выполняет роль ширины шлифования (по аналогии с шлифованием периферией круга). Поэтому, чем больше снимаемый припуск, тем больше производительность обработки [50]. Для реализации данных способов шлифования необходимо

осциллирующие движения круга (или детали) выполнять со скоростью, соизмеримой со скоростью круга ($V_0 \approx V_{кр}$). Естественно, обеспечить такие высокие скорости для больших перемещения затруднено. Проще реализовать следующую схему, рис.10.5,б. При круглом наружном шлифовании съём относительно большого припуска производится за одно (медленное) вращение детали периферией круга. При этом кругу (или детали) сообщается осциллирующее движение в тангенциальном направлении со скоростью V_0 и амплитудой, равной или несколько превышающей величину снимаемого припуска (в плоскости шлифования). Эффект увеличения Q достигается за счет увеличения обрабатываемой поверхности и скорости вращения детали, сохраняя постоянными нагрузку, действующую на отдельное зерно круга, и износ круга в целом. В данном случае амплитуда осциллирующего движения меньше, так как толщина снимаемого припуска значительно меньше длины обрабатываемой цилиндрической детали. При небольшой амплитуде перемещения можно реализовать высокочастотные осциллирующие движения. В работе [50] показано, что чем больше скорость осцилляций (на рис.10.6. – скорость детали $V_{дет}$), тем больше производительность Q , несмотря на то, что глубина шлифования $t < a_z$ уменьшается. С этих позиций рекомендуется шлифование выполнять с небольшой глубиной шлифования (приходящейся на оборот детали) и скоростью детали, соизмеримой со скоростью круга. Это можно реализовать, например, при многопроходном и глубинном круглом наружном или внутреннем шлифовании периферией круга (при глубинном шлифовании необходимо образование на круге заборного конуса). Приведенные на рис. 10.6 графики получены при одном значении площади поперечного сечения единичного среза, т.е. при одной величине нагрузки, действующей на зерно, и одной величине линейного износа круга. Точка минимума производительности Q на графике соответствует переходу от многопроходного к глубинному шлифованию.

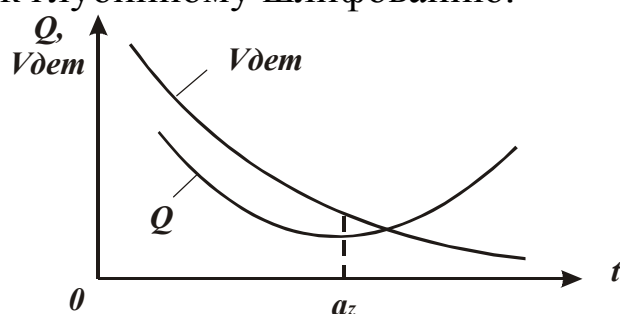


Рис.10.6. Зависимость Q и $V_{дет}$ от t .

Реализовать левую ветвь зависимости $Q-t$ (рис.10.6) можно при шлифовании прямолинейного образца, движущегося по нормали к кругу,

сообщая образцу или кругу дополнительное высокочастотное осциллирующее движение в тангенциальном (к кругу) направлении. Данная схема может быть использована при заточке инструментов.

Таким образом, увеличить площадь обработки S_{nl} и соответственно производительность Q можно увеличением количества одновременно работающих инструментов (переходом от одно - к многоинструментной обработке), увеличением количества заготовок, одновременно устанавливаемых в приспособлении или на станке (переходом от одно - к многоместной обработке), а также применением нетрадиционных режимов резания и дополнительных кинематических (возвратно – поступательных) движений инструмента или заготовки. Здесь имеется ввиду параллельная многоместная обработка, так как последовательная многоместная обработка не увеличивает площади контакта инструмента с заготовками S_{nl} , заготовки последовательно вступают в контакт с инструментом. В данном случае эффект обусловлен сокращением вспомогательного времени обработки, тогда как при параллельной многоместной обработке увеличение Q происходит за счет увеличения S_{nl} и совмещения основного времени обработки заготовок.

Многоместная параллельно – последовательная обработка с отдельной установкой заготовок обеспечивает совмещение времени установки заготовок с основным временем. Вспомогательное время уменьшается пропорционально количеству одновременно обрабатываемых заготовок.

Многоместная параллельно – последовательная обработка с непрерывной установкой и сменой обрабатываемых заготовок на станке обеспечивает полное совмещение времени установки заготовок с основным временем. Вспомогательное время здесь отсутствует, что позволяет добиться максимальной производительности. Данные схемы реализуются, как правило, на вращающихся столах и барабанах с вертикальной или же горизонтальной осью.

Обработка на станках с ЧПУ, по – сути, является примером многоместной последовательной обработки с тем отличием, что увеличивается не количество обрабатываемых заготовок, а количество обрабатываемых поверхностей (особенно на фрезерных станках с ЧПУ) с одного станка. Это обеспечивает существенное снижение вспомогательного времени обработки и высокую концентрацию технологических операций. В особой мере это относится к обработке сложных геометрических поверхностей, где традиционно используется ручная слесарная обработка, требующая большого количества различных технологических операций (различных инструментов, оснастки и т.д.).

Условно кинематические схемы резания можно разбить на две группы – в зависимости от характера основной подачи: круговой или прямолинейной. К первой группе относятся схемы обработки цилиндрических деталей, а также плоских деталей с круговой подачей. Ко второй группе – схемы обработки плоских деталей с прямолинейной подачей.

Особенностью схем обработки первой группы является возможность существенного увеличения скорости детали (подачи), тогда как схемы обработки второй группы реализуются при относительно небольшой скорости детали (подаче). В первом случае увеличение производительности обработки $Q = S \cdot V_{рез}$ достигается как за счет увеличения $V_{рез}$ так и S , во втором случае – лишь за счет увеличения S . Как видим, возможности кинематических схем первой группы шире. Например, применительно к шлифованию кинематические схемы первой группы допускают реализацию высокопроизводительного многопроходного и глубинного шлифования (обработка цилиндрических деталей, плоских поверхностей деталей с круговой подачей: на станках с вращающимся столом и т.д.). Схему второй группы допускают лишь глубинное шлифование, т.е. обработку с большой площадью среза и небольшой основной подачей. По – сути, данная схема обработки реализуется при фрезеровании, строгании, долблении и т.д.

Схемы точения относятся к первой группе и допускают обработку с небольшой или чрезвычайно большой скоростью резания за счет осуществления круговой подачи. Например, шлифование торца кольца можно произвести по схеме плоского шлифования периферией или торцом круга, а также по схеме врезного шлифования периферией или торцом круга, осуществляя вращательное движение кольца в плоскости шлифования, рис. 10.7, вторая схема более эффективна, так как допускает существенное увеличение скорости подачи кольца и непрерывный контакт всей ширины круга с обрабатываемым материалом.

Время обработки здесь определяется скоростью врезной подачи круга и толщиной снимаемого припуска, а при плоском шлифовании – скоростью подачи и диаметром обрабатываемого кольца. Очевидно, время обработки при врезном шлифовании меньше, а производительность выше. Данная схема врезного шлифования с точки зрения производительности обработки может быть эффективнее схемы торцового фрезерования, обычно применяемой для предварительной обработки данного класса деталей.

Из этого следует, что выбор оптимальной схемы обработки имеет первостепенное значение в решении задач интенсификации механической обработки. Необходимо стремиться к тому, чтобы при резании площадь контакта инструмента с деталью оставалась постоянной. Это обеспечит максимальное использование потенциальных возможностей инструмента.

Эффективно применение ротационного резания круглыми вращающимися резцами [60]. Благодаря увеличению длины активного участка лезвия и дополнительного перемещения его относительно зоны резания происходит переход от непрерывного к периодическому резанию с интенсивным теплоотводом, уменьшением температуры резания, повышением стойкости инструмента. Кроме того, здесь происходит частичная замена скольжения образующейся стружки с передней поверхностью инструмента на качение, что снижает силовую напряженность процесса.

Эффективно резание с опережающим пластическим деформированием, в результате чего исчерпывается запас пластичности обрабатываемого материала и он становится более хрупким, что снижает силы и температуру резания. Опережающее пластическое деформирование материала достигается воздействием на него накатного ролика. Ролик расположен непосредственно перед резцом. Кроме изменения диаграммы “напряжение – деформация” обрабатываемого материала, накатной ролик создает в поверхностном слое материала сеть микро - и макротрещин, что дополнительно снижает силовую и тепловую напряженность процесса.

Весьма эффективны процессы резания лезвийными инструментами с наложением вибраций и ультразвуковых колебаний. Благодаря возможности периодического выхода инструмента из обрабатываемого материала происходит дробление сходящей стружки, что снижает силовую и тепловую напряженность резания. Кроме того, периодический характер резания снижает дополнительно температуру резания.

Применение ультразвуковых колебаний существенно улучшают условия трения и износа инструмента. Существуют и другие эффективные способы снижения силовой и тепловой напряженностей обработки – это, прежде всего, комбинированные способы обработки, основанные на совмещении механической энергии резания с тепловой, электрической и другими видами энергии (электроконтактная обработка, электрохимическое и электроэрозионное шлифование и т.д.).

10.3. Повышение эффективности обработки на станках с ЧПУ

10.3.1. Особенности обработки на станках с ЧПУ

Значительные успехи, достигнутые в области создания микро ЭВМ и микропроцессорной техники, стали основой создания высокопроизводительных станков с числовым программным управлением, позволяющих производить обработку различных по конструктивному исполнению заготовок с одного установка, без предварительной наладки, в

автоматическом режиме. Это обеспечивает эффективную обработку сложных по конфигурации заготовок и малых партий заготовок (15-25 шт.), изготовление которых на универсальных металлорежущих станках малоэффективно. Благодаря резкому сокращению вспомогательного времени обработки и высокой концентрации технологических переходов, станки с ЧПУ стали незаменимыми в условиях серийного мелкосерийного и единичного производства, выпускающего до 80% общей продукции машиностроения. Производительность труда на них возрастает в 2 - 4 раза.

При работе на станке с ЧПУ не требуется применение кулачков, копиров и упоров. Управление станком производится автоматически с использованием разработанной программы, записанной на программноносителе. Подготовка станка к работе состоит главным образом в разработке управляющей программы (УП) для обработки конкретной заготовки. УП, по сути, выполняет функцию технологической оснастки и является основной технической документацией на обработку заготовки.

Согласно ГОСТ 20523-80, УП представляет собой совокупность команд на языке программирования, соответствующую заданному алгоритму обработки. УП состоит из отдельных кадров. Каждый кадр реализует не менее одной команды и включает данные о значениях перемещений инструмента по осям координат, режимах резания и т.д. Наиболее сложной и трудоемкой операцией при подготовке УП является расчет координат опорных точек траектории движения инструмента при контурной обработке на токарных и фрезерных станках с ЧПУ.

Трудоемкость геометрических вычислений в общей трудоемкости подготовки УП составляет 80 - 90 %. Под опорными точками следует понимать точки, соединяющие различные участки контура обрабатываемой заготовки, образованные отрезками прямых, дугами окружностей и других кривых более высокого порядка, которыми условно представлен чертеж заготовки. Координаты опорных точек определяются из условия пересечения (сопряжения) прямой и окружности или двух окружностей и т.д.

Учитывая, что в процессе точения контур обрабатываемой заготовки непрерывно изменяется, а при фрезеровании формообразующим контуром является более сложный контур эквидистанты, определение координат опорных точек требует весьма большого количества математических вычислений. Так, в соответствии с “Типовым положением о подразделениях оборудования с ЧПУ и ПР”, укрупненный норматив на ручную подготовку УП составляет 80 часов. При объемной обработке заготовок со сложными пространственными формами на фрезерных станках с ЧПУ время подготовки УП увеличивается в несколько раз. Следовательно, для подготовки 300 – 1000 управляющих программ, потребляемых в среднем в год на предприятии, в соответствии с

установленным нормативом необходимо располагать штатом в 20 - 40 технологов-программистов.

Высокая трудоемкость геометрических вычислений при подготовке УП в ряде случаев ограничивает применение станков с ЧПУ, в особенности при объемной обработке сложных по конструкции штампов, пресс-форм и т.д., которые по-прежнему изготавливаются на малопроизводительных копировальных станках с последующей трудоемкой слесарной доработкой.

Основным условием сокращения сроков подготовки УП является применение автоматизированных систем подготовки управляющих программ (САП УП), представляющих собой программное обеспечение для решения геометрических и технологических задач и реализованных на базе комплекса технических средств, включающих базовую ЭВМ и дополнительные устройства. САП УП содержит проблемно-ориентированный язык, предназначенный для записи и ввода в ЭВМ исходной информации; процессор - основной вычислительный блок, обеспечивающий решение общих геометрических и технологических задач; постпроцессоры - вычислительные блоки, обеспечивающие формирование УП в кодах конкретной системы ЧПУ. Такое построение САП УП позволяет подготовить УП для любой комбинации “модель станка - система ЧПУ”, располагая библиотекой постпроцессоров для применяемых систем ЧПУ.

В блоке “постпроцессор” происходит преобразование системы координат обрабатываемой заготовки в систему координат станка, формируются элементарные перемещения, пересчитываются величины перемещений в количество дискрет и выполняются другие математические преобразования. Блок “постпроцессор” обеспечивает выдачу сопроводительной документации, включающей распечатку УП, данные о продолжительности работы станка и т.д. Задача технолога-программиста сводится к подготовке и кодированию исходной геометрической и технологической информации о процессе обработки конкретной заготовки. Это сокращает время подготовки УП в среднем в 5 раз, а для сложных пространственных форм заготовки - в 10 и более раз.

Проблема разработки эффективных САП УП стала весьма актуальной с созданием на предприятиях участков станков с ЧПУ и на их базе гибких производственных систем (ГПС).

10.3.2. САП УП для фрезерных станков с ЧПУ

Подготовка УП для фрезерных одноинструментных и многоинструментных станков с ЧПУ отличается сложностью геометрических расчетов. Наличие на предприятии 3–5 станков данного типа определяет эффективность перехода на автоматизированную подготовку УП.

Применение на предприятиях получила система САП ЕС. Она осуществляет программирование 2,5-координатной обработки, а также ограниченной объемной обработки и обеспечивает решение основных геометрических и технологических задач: расчета траектории движения центра режущего инструмента; определение технологических параметров обработки; формирование технических команд управления станком; смены плоскости обработки; повторения участков обработки; расчета и формирования технологических циклов выборки металла по схемам “петля”, “канавка”, “зигзаг”, “эквиливанта”, нарезания резьбы резцом и обработки отверстий; расчета и обработки произвольных кривых на плоскости и в пространстве; расчета и обработки таблично-заданных кривых.

В систему включен инвариантный постпроцессор, который, используя библиотеку паспортных данных станков с ЧПУ, обеспечивает формирование и вывод на внешние носители управляющих программ.

В СПКТИ АС (г. Харьков) разработана САП УП под названием “Сапфир” на базе ЕС ЭВМ, предназначенная для подготовки управляющих программ для фрезерных станков с ЧПУ моделей 6Р13Ф3, 6Р13РФ3, 654Ф3, ЛФ260МФ3, ГФ2171 и др. Система имеет следующие функциональные возможности:

- расчет геометрических параметров произвольных контуров, состоящих из отрезков прямых и дуг окружностей, канавок, фасок, точечно-заданных элементов, спирали Архимеда;
 - операции преобразования контуров (поворот, перегон, зеркальное отражение, масштабирование, объединение контуров);
 - построение эквидистантных контуров;
 - формирование УП и вывод ее на печать для непосредственного использования в устройстве ЧПУ станка;
 - формирование и вывод на печать операционной карты.

Для объемной обработки используется система АРТ ЕС, обеспечивающая расчеты геометрических параметров основных и эквидистантных поверхностей, формирование схем обработки и УП в кодах системы ЧПУ станка. Входная информация представляется на алфавитном языке. Система снабжена аппаратом микропроцедур – обобщенных программ для обработки однотипных зон, включающих макропроцедуры на обработку сферы, конуса, усеченного конуса, зоны между двумя концентрическими цилиндрами с плоским дном и с задаваемой глубиной, спирали Архимеда и т.д. С использованием системы освоена обработка на фрезерных станках с ЧПУ сложных деталей типа «крыльчатка», штамповой оснастки на звено гусеницы трактора и т.д. Сроки подготовки УП с применением данной системы сокращаются до 100 раз.

В качестве программ, сопрягаемых с указанными системами, используются программы контроля УП и ведения архива УП. Программа контроля УП предназначена для получения контрольного чертежа траектории инструмента и расчета времени работы станка по тексту УП.

При наличии большого количества УП на предприятии возникает необходимость в автоматизации ведения архива УП. Он должен обеспечивать запись и удаление УП, печать справочной информации и текстов УП. Машинный носитель должен обеспечивать большую емкость хранимой информации.

Широкое применение на предприятиях тракторо- и сельхозмашиностроения получила САП УП на базе АРМ ТП «Искра-226». Система разработана для оперативной подготовки УП в условиях цехового бюро программирования. Основана на графическом диалоге с пользователем. Это повышает точность вычислений и качество подготовленных УП, исключает необходимость контроля геометрии УП непосредственно на станке с ЧПУ.

Система состоит из модулей. Так, модуль «Окно» предназначен для указания границ области чертежа, которая непосредственно изображается на экране. Модуль «Геометрия» – для определения геометрических элементов (точек, прямых, окружностей). Модуль «Контур» – для формирования контуров. Модуль «Технология» – для формирования и редактирования технологических указаний. Модуль «Запись» – для хранения на магнитном диске содержимого оперативной памяти ЭВМ. Модуль «Графопостроитель» – для получения копии изображения сформированного на экране. Перечисленные модули могут быть вызваны пользователем по мере необходимости. Система обеспечивает программирование плоской контурной обработки (2,5 координаты) и позиционной обработки в плоскостях, параллельных плоскости XY. Существенно сокращает сроки подготовки УП.

10.3.3. САП УП для токарных станков с ЧПУ

Траектория перемещения режущего инструмента при токарной обработке редко совпадает с описываемым или эквидистантным ему контуром. Совпадение происходит лишь при чистовой обработке. Это требует при подготовке УП кодирования контуров готовой детали и заготовки, что усложняет разработку САП УП.

Учитывая, что токарная обработка может быть произведена по различным кинематическим схемам, а расчет оптимальной траектории перемещения инструмента весьма сложен, представляется целесообразным введение в САП УП типовых схем обработки. Например, схем обработки

открытых и полукрытых поверхностей, канавок, углублений и т.д. Чем больше таких схем, тем больше возможностей САП УП с точки зрения выбора оптимальной траектории перемещения инструмента. Задача САП УП состоит в формировании рабочих и холостых перемещений с учетом недобегов, перебегов, отскоков. С этой целью по каждому переходу необходимо автоматизировать выделение зоны обработки, ее деление на проходы, расчет опорных точек траектории перемещения инструмента и т.д. Указанным требованиям отвечает САП УП для ЕС ЭВМ, разработанная в СПКТИ АС (г. Харьков). Система представляет собой комплекс программ автоматизированного проектирования операционных технологических процессов и подготовки УП для изготовления деталей произвольной конфигурации.

Расчет траектории перемещений инструмента производится с использованием типовых схем обработки. Автоматически формируются зоны обработки. После удаления металла на каждом проходе в системе выполняются геометрические преобразования, изменяющие конфигурацию заготовки. Это позволяет лишь один раз кодировать геометрическую информацию о детали и заготовке для различных операций, установок.

Система обеспечивает автоматическое деление величины припуска на проходы, учет припуска на чистовую обработку, формирование отскоков, недобегов, перебегов, расчет режимов резания, выбор режущего инструмента.

В системе необрабатываемые поверхности заготовки допускается задавать упрощенно (прямыми линиями), соблюдая при этом правильность габаритных размеров заготовки. Система имеет развитые средства диагностики ошибок в исходных данных.

Система позволяет сократить сроки подготовки УП; повысить производительность труда в основном производстве за счет расчета нормативных режимов резания и минимизации перемещений инструмента; сократить потери от брака за счет повышения качества управляющих программ.

10.3.4. Показатели экономической эффективности автоматизации подготовки управляющих программ

Экономическая эффективность применения САП УП образуется на стадиях проектирования и изготовления изделий. Основными источниками эффективности являются:

- на стадии проектирования – изменение трудоемкости и себестоимости проектирования (повышение точности расчетов, возможности рассмотрения большего количества вариантов и т.д.);
- на стадии изготовления – сокращение периода освоения продукции за

счет автоматизации подготовки УП, повышения оперативности внесения изменений, снижения материалоемкости и трудоемкости обработки, потерь от брака продукции и более рациональной загрузки станков с ЧПУ.

Показателями экономической эффективности внедрения САП УП являются: экономический эффект; коэффициент экономической эффективности капитальных затрат; срок окупаемости капитальных затрат.

Экономический эффект \mathcal{E} , определяется

$$\mathcal{E}_\rho = \mathcal{E} - E_n \cdot K,$$

где \mathcal{E} - годовая экономия от создания и внедрения САП УП;

K - капитальные затраты на создание и внедрение САП УП;

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}' + \mathcal{E}'' ,$$

\mathcal{E}' - экономия на стадии проектирования при помощи САП УП;

\mathcal{E}'' - экономия на стадии изготовления;

$$\mathcal{E}' = C_a^{\bar{}} - C_a^H ,$$

$C_a^{\bar{}}$, C_a^H - себестоимости выполнения заданного объема работ базового и нового вариантов;

$$C_a = (C_p \cdot t_p + C_o \cdot t_o) \cdot A,$$

C_p - средняя стоимость одного часа подготовки УП «вручную»;

t_p - затраты времени на разработку одной УП вручную в базовом и внедряемом варианте;

C_o - стоимости 1 часа работы ЭВМ;

t_o - затраты времени ЭВМ на разработку одной УП во внедряемом варианте;

A - требуемое количество УП в расчетном году;

$$C_p = \frac{Z_{осн} \cdot (1 + K_\delta) \cdot (1 + K_c)}{\Phi_u},$$

$Z_{осн}$ - годовой фонд основной заработной платы исполнителя;

K_δ - коэффициент дополнительной заработной платы;

K_c - коэффициент, учитывающий отчисления в социальные фонды;

Φ_u - годовой фонд полезного времени исполнителя.

Срок окупаемости капитальных затрат:

$$T_{ок} = \frac{K}{\mathcal{E}}.$$

Коэффициент экономической эффективности капитальных затрат:

$$\mathcal{E}_p = \frac{\mathcal{E}}{K}.$$

Внедрение САП УП целесообразно при условии

$$E_p \geq E_n,$$

где E_n - нормативный коэффициент экономической эффективности.

По данным расчетов можно судить об эффективности автоматизированной подготовки УП на конкретном предприятии, о правильности выбора для этой цели комплекса технических средств, включая ЭВМ и дополнительные устройства и т.д.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Якимов А.В., Новиков Ф.В., Якимов А.А. Высокопроизводительная обработка абразивно-алмазными инструментами. – К.: Техніка, 1993. – 152 с.
2. Тепловые и механические процессы при резании металлов: Учеб. пособие / Ф.В.Новиков, А.А.Якимов, Г.В.Новиков, С.Г.Зимин, В.А.Вайсман. –Одесса: ОГПУ, 1997. – 179 с.
3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. – М.: Наука. Гл. ред. физ. – мат. лит., 1981. – 448 с.
4. Силин С.С., Хрульков В.А., Лосанов А.В., Рыкунов Н.С. Глубинное шлифование деталей из труднообрабатываемых материалов. – М.: Машиностроение, 1984. – 64 с.
5. Пахалин Ю.А. Алмазное контактно-эрозионное шлифование. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1985. – 178 с.
6. Иванов Н.П., Кобзарь Л.Е. Интенсивность электроэрозии алмазных кругов при использовании источника постоянного тока. – Резание и инструмент, вып. 31, 1984. -С. 26-31.
7. Иванов Н.П. Электроэрозионное формирование высоты рельефа рабочей поверхности алмазных кругов при использовании источника постоянного тока. – Резание и инструмент, вып. 32, 1984. -С. 21-27.
8. Матюха П.Г., Мартынов В.И., Цокур В.П. Выбор длины электрода-инструмента при электроэрозионной правке шлифовальных кругов. – Резание и инструмент, вып. 40, 1988. -С. 36-42.
9. Качество и производительность абразивно-алмазной обработки: Учеб. Пособие/А.В. Якимов, Ф.В. Новиков, Г.В. Новиков, А.А. Якимов. – Одесса: ОГПУ, 1999. – 212 с.
10. Якимов А.В., Новиков Ф.В., Новиков Г.В., Якимов А.А. Алмазная обработка: Учеб. пособие. – К.: ІЗМН, 1996. – 168 с.
11. Новиков Ф.В. Режущий рельеф алмазного круга и его роль в формировании технологических показателей шлифования. –Резание и инструмент, вып. 32, 1984. -С. 64-70.
12. Новиков Ф.В. Вероятностный расчет максимальной толщины среза и шероховатости обработанной поверхности при круглом продольном шлифовании. – Резание и инструмент, вып. 30, 1983. -С. 73-78.
13. Абразивно-алмазная обработка материалов: Справочник / Под ред. А.Н. Резникова. – М.: Машиностроение, 1977. – 390 с.
14. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Наука, 1968. – 560 с.

15. Гальванические покрытия никель-железо с мелкодисперсным алмазным порошком для огранки природных алмазов / Знаменский Г.Н., Цисарь И.Л., Гавинский Ц.М. и др. – Алмазы и сверхтвердые материалы, 1981, вып. 9. -С. 4-5.
16. Рогов В.В., Пепельнюк В.Н., Абрамов В.В. Инструмент из синтетических алмазов для ограночного шлифования и полирования. – Сверхтвердые материалы, 1986, № 4. -С. 57-58.
17. Грабченко А.И. Расширение технологических возможностей алмазного шлифования. – Харьков: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1985. – 184 с.
18. Основы алмазного шлифования / М.Ф. Семко, А.И. Грабченко, А.Ф. Раб, М.Д. Узунян, М.С. Пивоваров. – К.: Техніка, 1978. – 190 с.
19. Гостев В.В. Алмазно-электрохимическое шлифование твердых сплавов. – К.: Вища шк., 1974. – 121 с.
20. Новиков Ф.В., Сошников С.А., Лысенков А.В. Оптимизация высокопроизводительного глубинного шлифования и вопросы качества алмазной обработки твердого сплава инструментального назначения. – Редколлегия журнала "Сверхтвердые материалы". Деп. ВИНТИ, 19.04.84, № 2475-84 ДЕП.
21. Захаренко И.П., Шепелев А.А. Алмазная заточка твердосплавного инструмента совместно со стальной державкой. К.: Наук. думка, 1976. - 219 с.
22. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – 13-е изд. – М.: Наука, Гл. ред. физ. – мат. лит., 1986. – 544 с.
23. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972.
24. Венцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
25. Основы прикладной теории колебаний и удара / Я.Г. Пановко. – 4-е изд. – Л.: Политехника. 1990. – 272 с.
26. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука. Гл. ред. физ. – мат. лит., 1975. – 576 с.
27. Маталин А.А. Технология машиностроения: Учебник для машиностроительных вузов по специальности "Технология машиностроения, маталлорежущие станки и инструменты". – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1985. – 496 с.
28. Синтетические алмазы в машиностроении / Под ред. В.Н. Бакуля. – К.: Наук. думка, 1976. – 352 с.
29. Малыхин В.В. Повышение эффективности шлифования вольфрамсодержащих твердых сплавов совместно со сталью алмазными кругами: Дис. ... канд. техн. наук. – Харьков, 1985. – 266 с.

30. Попов С.А., Малевский Н.П., Терещенко Л.М. Алмазно – абразивная обработка металлов и твердых сплавов. – М.: Машиностроение, 1977. – 263 с.
31. Теплофизика механической обработки: Учеб. пособие / А.В. Якимов, П.Т. Слободяник, А.В. Усов. – К.: Одесса: Лыбидь, 1991. – 240 с.
32. Якімов О.В., Новиков Ф.В., Новиков Г.В., Якімов О.О. Високопродуктивне шліфування: Навч. посібник. – К.: ІСДО, 1995. – 180 с.
33. Бобров В.Ф. Основы теории резания металлов. – М.: Машиностроение, 1975. – 343 с.
34. Зубарь В.П. Исследование особенностей процесса алмазного точения: Дис. ... канд. техн. наук – Харьков, 1967.
35. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике: - 4-е изд. – М.: Гос. изд. физ. – мат. лит., 1959. – 783 с.
36. Лурье Г.Б. Шлифование металлов. – М.: Машиностроение, 1969. – 172 с.
37. Лоладзе Т.Н. Прочность и износостойкость режущего инструмента. – М.: Машиностроение, 1982. – 320 с.
38. Зорев Н.Н. Вопросы механики процесса резания металлов. – М.: Машгиз, 1956. – 368 с.
39. Розенберг А.М., Еремин А.Н. Элементы теории процесса резания металлов. – М. – Свердловск: Машгиз, 1956. – 318 с.
40. Немиро Н.Ф., Михайленко С.Е., Новиков Ф.В. Опыт использования САП УП для объемного фрезерования. – Тракторы и сельскохозяйственные машины, №8, 1988. -С. 48 – 49.
41. Филимонов Л.Н. Высокоскоростное шлифование. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1979. – 248 с.
42. Зорев Н.Н. Расчет проекций силы резания. – М.: Машгиз, 1958. – 54 с.
43. Маслов Е.Н. Теория шлифования металлов. – М.: Машиностроение, 1974. – 319 с.
44. Королев А.В. Исследование процессов образования поверхностей инструмента и детали при абразивной обработке. – Изд-во Саратов. ун-та, 1975. – 212 с.
45. Новоселов Ю.К. Динамика формообразования поверхностей при абразивной обработке. - Изд-во Саратов. ун-та, 1979. – 232 с.
46. Федосеев О.Б. Теоретическое и экспериментальное исследование процесса шлифования синтетическими сверхтвердыми материалами. -Дис. ... канд. техн. наук. – Тольятти, 1975. –149с.
47. Аврутин Ю.Д. Рельеф шлифовального круга и его связь с шероховатостью шлифовальной поверхности. – Автореф. ... канд. техн. наук. – Л., 1977. – 23 с.

48. Евсеев Д.Г., Сальников А.И. Физические основы процесса шлифования. – Изд-во Сарат. ун-та, 1978. – 128 с.
49. Островский В.И. Теоретические основы процесса шлифования. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1981. – 139 с.
50. Новиков Ф.В. Физические и кинематические основы высокопроизводительного алмазного шлифования. – Автореф. дис. ... докт. техн. наук. – Одесса, 1995. – 36 с.
51. Перерозин М.А. Алмазная обработка стекла. – К.: Техніка, 1982. – 62 с.
52. Фадеев В.А. Алмазное шлифование твердых сплавов с введением в зону резания дополнительной энергии постоянного тока. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Харьков, 1995. – 21 с.
53. Технологические методы повышения износостойкости деталей машин / Рыжов Э.В. – К.: Наук. думка, 1984. – 272 с.
54. Прудников Е.Л. Инструмент с алмазно-гальваническим покрытием. – М.: Машиностроение, 1985. – 96 с.
55. Якимов А.В. Абразивно-алмазная обработка фасонных поверхностей. – М.: Машиностроение, 1984. – 312 с.
56. Сипайлов В.А. Тепловые процессы при шлифовании и управление качеством поверхности. – М.: Машиностроение, 1978. – 164 с.
57. Качество поверхности при алмазно-абразивной обработке / Э.В. Рыжов, А.А. Сагарда, В.Б. Ильицкий, И.Х. Чеповецкий. – К.: Наук. думка, 1979. – 244 с.
58. Захаренко И.П. Основы алмазной обработки твердосплавного инструмента. – К.: Наук. думка, 1981. – 300 с.
59. Сошников С.А. Повышение работоспособности алмазных кругов при шлифовании твердосплавных изделий с прерывистыми поверхностями. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Тула, 1984. – 23 с.
60. Обработка высокопрочных материалов / Е.С. Пуховский, А.П. Гавриш, Е.Ю. Грищенко; Под общ. ред. Гавриша А.П. – К.: Техніка, 1983. – 134 с.
61. Новиков Г.В. Повышение эффективности алмазно-искрового шлифования деталей с высокопрочными покрытиями. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Одесса, 1990. – 16 с.
62. Новиков Г.В. Расчет параметров точности обработки при шлифовании. – Резание и инструмент в технологических системах. – Межд. научн. – техн. сборник. – Харьков: ХГПУ, 1999, вып.55. с.169-172.
63. Якимов А.А. Повышение Эффективности прерывистого шлифования деталей закаленных до высокой твердости. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Одесса, 1991. – 16 с.

Учебное издание

**Александр Васильевич Якимов
Федор Васильевич Новиков
Григорий Васильевич Новиков
Борис Сергеевич Серов
Алексей Александрович Якимов**

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РЕЗАНИЯ И
ШЛИФОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ**

Учебное пособие

**Редактор Т.И. Лучнева
Корректор З.И. Вальх**

ISBN 966 – 7560 – 05 – 4

**Подписано к печати 10.01.1999. Формат 60 84/16. Бумага белая.
Печать офсетная. 26,17 усл. печ. л. 28,12 уч.– изд. л.
Тираж 500 экз. Заказ № 27. Цена договорная.**

**Одесский государственный политехнический университет
270044, Одесса, проспект Шевченко, 1**