

ИССЛЕДОВАНИЕ УСЛОВИЙ ВОЗНИКНОВЕНИЯ И ПУТЕЙ УСТРАНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ ПРИ ШЛИФОВАНИИ

Общеизвестно, что возникающие при механической обработке колебания отрицательно влияют на качество, точность и производительность обработки [1, 2]. В особой мере это относится к операциям шлифования, на которых, как правило, окончательно формируются параметры качества и точности обработки. Поэтому проблема изучения условий возникновения колебаний и путей их устранения является актуальной и важной, несмотря на то, что в научно-технической литературе опубликовано достаточно большое количество работ в данном направлении. Целью настоящей работы является теоретический анализ условий возникновения и путей устранения колебаний при шлифовании.

Рассмотрим поведение технологической системы с учетом силы инерции, возникающей вследствие взаимодействия шлифовального круга с обрабатываемым образцом, который движется по нормали к рабочей поверхности круга с заданной скоростью V_0 . В расчетной схеме обрабатываемый образец (как наиболее слабое звено в технологической системе) представим приведенной массой m , удерживаемой на пружинке жесткостью c , рис. 1. Предположим, что колебания приведенной массы m при шлифовании возникают от действия на нее трех сил: радиальной составляющей силы резания $P_y = \frac{\sigma \cdot F}{K_{ш} \cdot V_{кр}} \cdot V(\tau)$ [3], силы

упругости системы $-c \cdot y$ и силы сопротивления $-k_1 \cdot \dot{y}$, где σ – условное напряжение резания при шлифовании, Н/м²; $K_{ш} = P_z / P_y$ – коэффициент шлифования; P_z – тангенциальная составляющая силы резания при шлифовании, Н; F – площадь поперечного сечения обрабатываемого образца, м²; $V_{кр}$ – скорость круга, м/с; $V(\tau)$ – фактическая скорость перемещения обрабатываемого образца по нормали к рабочей поверхности круга, м/с; τ – время обработки, с; c – приведенная жесткость технологической системы в радиальном направлении, Н/м; k_1 – коэффициент сопротивления; y, \dot{y} – соответственно величина упругого перемещения и скорость перемещения массы m . Под действием этих сил приведенная масса m совершает движение, описываемое дифференциальным уравнением:

$$\frac{\sigma \cdot F}{K_{ш} \cdot V_{кр}} \cdot V(\tau) - c \cdot y - k_1 \cdot \dot{y} = m \cdot \ddot{y}, \quad (1)$$

где \ddot{y} – ускорение движения приведенной массы m .

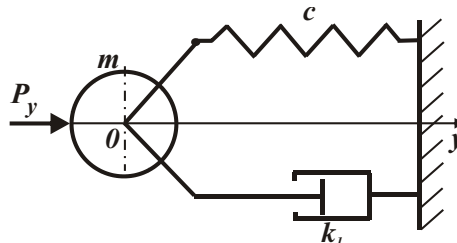


Рис. 1. Динамическая модель процесса шлифования.

В данном случае, в отличие от статического равновесия элементов технологической системы, радиальная составляющая силы резания P_y не равна силе упругости системы $-c \cdot y$ и соответственно не выполняется условие равновесия системы. Между величинами y и $V(\tau)$ существует связь, выражаемая уравнением баланса перемещений в технологической системе:

$$V_0 \cdot \tau = \int_0^{\tau} V(\tau) \cdot d\tau + y, \quad (2)$$

где $\int_0^{\tau} V(\tau) \cdot d\tau$ – величина снятого припуска за время τ , м.

Дифференцируя все слагаемые уравнения (2) по времени τ , имеем

$$V(\tau) = V_0 - \dot{y}. \quad (3)$$

Подставляя данное соотношение в уравнение (1) с учетом принятого обозначения $B = \frac{\sigma \cdot F}{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}}$,

получено

$$\ddot{y} + \frac{(k_1 + c \cdot B)}{m} \cdot \dot{y} + \frac{c}{m} \cdot y = \frac{c}{m} \cdot B \cdot V_0. \quad (4)$$

Частное решение дифференциального уравнения:

$$y = A. \quad (5)$$

Подставляя зависимость (5) в (4), имеем

$$A = B \cdot V_0. \quad (6)$$

Решим однородное уравнение:

$$\ddot{y} + \frac{(k_1 + c \cdot B)}{m} \cdot \dot{y} + \frac{c}{m} \cdot y = 0. \quad (7)$$

Для этого составим его характеристическое уравнение:

$$r^2 + \frac{(k_1 + c \cdot B)}{m} \cdot r + \frac{c}{m} = 0. \quad (8)$$

Решение квадратного уравнения:

$$\begin{aligned} r &= -\frac{(k_1 + c \cdot B)}{2m} \pm \sqrt{\frac{(k_1 + c \cdot B)^2}{4m^2} - \frac{c}{m}} = \\ &= -\frac{k^2 \cdot \left(k_1 + \frac{\sigma \cdot F}{K_{uu} \cdot V_{кр}} \right)}{2c} \pm k \cdot \sqrt{\frac{k^2 \cdot \left(k_1 + \frac{\sigma \cdot F}{K_{uu} \cdot V_{кр}} \right)^2}{4c^2} - 1}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $k = \sqrt{\frac{c}{m}}$.

Подкоренное выражение в зависимости (9) может быть как отрицательным, так и положительным. Все зависит от входящих параметров. При отрицательном значении подкоренного выражения зависимость (9) принимает вид:

$$r = -\alpha \pm i \cdot \beta, \quad (10)$$

где α, β – действительная и мнимая части комплексного корня;

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{(k_1 + c \cdot B)}{2m} = \frac{k^2 \cdot \left(k_1 + \frac{\sigma \cdot F}{K_{uu} \cdot V_{кр}} \right)}{2c}; \\ \beta &= \sqrt{\frac{c}{m} - \frac{(k_1 + c \cdot B)^2}{4m^2}} = k \cdot \sqrt{1 - \frac{k^2 \cdot \left(k_1 + \frac{\sigma \cdot F}{K_{uu} \cdot V_{кр}} \right)^2}{4c^2}}. \end{aligned}$$

Здесь величина β определяет собственную частоту системы. В этом случае общее решение дифференциального уравнения (4) опишется зависимостью:

$$y = e^{-\alpha \tau} \cdot (C_1 \cdot \cos \beta \tau + C_2 \cdot \sin \beta \tau) + A, \quad (11)$$

где C_1, C_2 – постоянные интегрирования, определяются из начальных условий: $y(\tau=0)=0$; $\dot{y}(\tau=0)=V_0$.

Определим \dot{y} :

$$\dot{y} = -\alpha \cdot e^{-\alpha \tau} \cdot (C_1 \cdot \cos \beta \tau + C_2 \cdot \sin \beta \tau) + \beta \cdot e^{-\alpha \tau} \cdot (-C_1 \cdot \sin \beta \tau + C_2 \cdot \cos \beta \tau). \quad (12)$$

Подчиняя зависимости (11) и (12) начальным условиям, имеем

$$C_1 = -B \cdot V_0; \quad C_2 = \frac{V_0}{\beta} \cdot (1 - \alpha \cdot B). \quad (13)$$

Подставляя постоянные C_1, C_2 в зависимости (11) и (12), получим

$$y = y_{ycm} \cdot \left[1 - e^{-\alpha \tau} \cdot \left(\cos \beta \tau - \frac{(1 - \alpha \cdot B)}{\beta \cdot B} \cdot \sin \beta \tau \right) \right], \quad (14)$$

$$\dot{y} = V_0 \cdot e^{-\alpha \tau} \cdot \left(\cos \beta \tau - \left(\frac{\alpha}{\beta} - \frac{\alpha^2}{\beta} \cdot B - \beta \cdot B \right) \cdot \sin \beta \tau \right), \quad (15)$$

где $y_{ycm} = B \cdot V_0$.

Соответственно

$$V(\tau) = V_0 - \dot{y} = V_0 \cdot \left[1 - e^{-\alpha \tau} \cdot \left(\cos \beta \tau + \left(\frac{\alpha}{\beta} - \frac{\alpha^2}{\beta} \cdot B - \beta \cdot B \right) \cdot \sin \beta \tau \right) \right]. \quad (16)$$

Характер изменения величин y и $V(\tau)$ с течением времени обработки τ примерно один и тот же, рис. 2. Как видно, приведенная масса m совершает затухающие колебания. В начальный момент обработки величины y и $V(\tau)$ могут существенно превышать соответственно значения y_{ycm} и V_0 . По мере затухания колебаний массы m величины y и $V(\tau)$ стабилизируются и принимают соответственно значения y_{ycm} и V_0 .

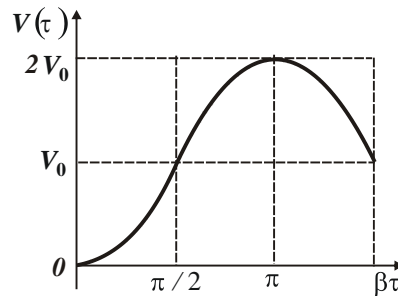


Рис. 2. Зависимость скорости $V(\tau)$ перемещения массы m от времени обработки τ .

Продолжительность колебаний зависит как от коэффициента сопротивления k_1 , так и от условий обработки, обобщенно определяемых безразмерным параметром B .

Необходимо отметить, что при определенных условиях обработки подкоренное выражение, входящее в зависимость (9), может быть положительным. В этом случае колебания в технологической системе не будут возникать. Это вытекает из решения уравнения (4), которое принимает вид

$$y = C_1 \cdot e^{r_1 \tau} + C_2 \cdot e^{r_2 \tau} + A, \quad (17)$$

где r_1, r_2 – действительные (отрицательные) корни характеристического уравнения (8).

С течением времени обработки τ первые два слагаемые зависимости (17) уменьшаются вплоть до нуля и величина y принимает значение $y = A = B \cdot V_0 = y_{ycm}$. Поэтому, чтобы исключить возбуждение колебаний и тем самым обеспечить стабильное протекание процесса шлифования, необходимо добиться положительного значения подкоренного выражения в зависимости (9), т.е. выполнить условие

$$\frac{(k_1 + c \cdot B)^2}{4m^2} \geq \frac{c}{m} \quad \text{или} \quad \left(k_1 + \frac{\sigma \cdot F}{K_{ш} \cdot V_{кр}} \right)^2 \geq 4 \cdot c \cdot m. \quad (18)$$

Это может быть достигнуто при увеличенных значениях параметра B , который, по сути, определяет постоянную часть радиальной составляющей силы резания $P_y = c \cdot B \cdot V(\tau)$. Переменной частью в данном случае является скорость перемещения обрабатываемого образца $V(\tau)$.

Таким образом показано, что при шлифовании появляется возможность устранения колебаний в технологической системе за счет увеличения радиальной составляющей силы резания P_y . Эффект обусловлен тем, что, исходя из уравнения (4), радиальная составляющая силы резания P_y , по сути, выполняет функцию силы сопротивления. В результате суммарная сила сопротивления увеличивается, а это при определенных условиях обработки может привести к устранению колебаний в системе.

Полученное решение расширяет традиционные подходы устранения колебаний в механических системах. Так, согласно расчетной схеме, представленной на рис. 1, свободные колебания в системе описываются уравнением:

$$m \cdot \ddot{y} + k_1 \cdot \dot{y} + c \cdot y = 0 \quad \text{или} \quad \ddot{y} + \frac{k_1}{m} \cdot \dot{y} + \frac{c}{m} \cdot y = 0. \quad (19)$$

Его характеристическое уравнение:

$$r^2 + \frac{k_1}{m} \cdot r + \frac{c}{m} = 0. \quad (20)$$

Решая уравнение (20), имеем:

$$r = -\frac{k_1}{2m} \pm \sqrt{\frac{k_1^2}{4m^2} - \frac{c}{m}} = -\frac{k_1}{2m} \pm k \cdot \sqrt{\frac{k_1^2}{4m \cdot c} - 1}. \quad (21)$$

Как видно, зависимость (21) отличается от аналогичной зависимости (9) тем, что не содержит слагаемое $c \cdot B = \frac{\sigma \cdot F}{K_{ш} \cdot V_{кр}}$. Согласно зависимости (21), устранить колебания можно при условии:

$$\frac{k_1^2}{4m \cdot c} \geq 1, \quad (22)$$

то есть за счет увеличения коэффициента сопротивления k_1 и уменьшения приведенной массы системы m и ее жесткости c . Очевидно, рассмотренный выше случай шлифования, описываемый зависимостью (9), располагает большими возможностями в плане исключения колебаний, т.к. слагаемое $c \cdot B = \frac{\sigma \cdot F}{K_{uu} \cdot V_{кр}}$ как бы увеличивает коэффициент сопротивления k_1 и соответственно подкоренное выражение зависимости (9).

Рассмотрим условия возникновения колебаний при плоском шлифовании, рис. 3. Будем считать, что динамическая модель шлифования представлена расчетной схемой, показанной на рис. 1. В этом случае на приведенную массу m действует радиальная составляющая силы резания $P_y = \frac{\sigma \cdot Q}{K_{uu} \cdot V_{кр}}$, сила упругости системы $-c \cdot y$ и сила сопротивления $-k_1 \cdot \dot{y}$. Здесь $Q = H \cdot V_{дем} \cdot t_\phi$ – производительность обработки, м³/с; H – ширина шлифования, м; $V_{дем}$ – скорость детали, м/с; t_ϕ – фактическая глубина шлифования, м.

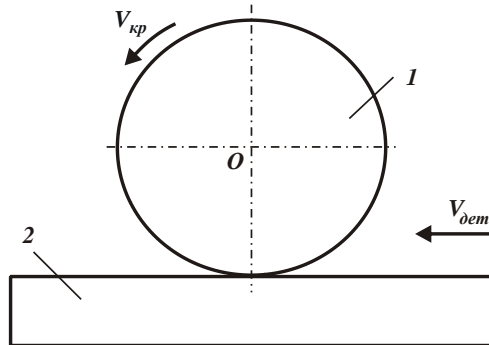


Рис. 3. Расчетная схема плоского шлифования.

Под действием указанных сил приведенная масса m будет совершать колебания, описываемые дифференциальным уравнением:

$$P_y - c \cdot y - k_1 \cdot \dot{y} = m \cdot \ddot{y} \quad \text{или} \quad \ddot{y} + \frac{k_1}{m} \cdot \dot{y} + \frac{c}{m} \cdot y = \frac{\sigma \cdot H \cdot V_{дем} \cdot t_\phi}{K_{uu} \cdot V_{кр} \cdot m}. \quad (23)$$

С учетом соотношения $t_\phi = t - y$ (где t – номинальная глубина шлифования) уравнение (23) примет вид

$$\ddot{y} + \frac{k_1}{m} \cdot \dot{y} + \left(\frac{c}{m} + \frac{\sigma \cdot H \cdot V_{дем}}{K_{uu} \cdot V_{кр} \cdot m} \right) \cdot y = \frac{\sigma \cdot H \cdot V_{дем} \cdot t}{K_{uu} \cdot V_{кр} \cdot m}. \quad (24)$$

В отличие от уравнения (4), в уравнении (24) не изменилась сила сопротивления, а изменилась сила упругости.

Частное решение уравнения (24):

$$y = D. \quad (25)$$

Подставляя зависимость (25) в уравнение (24), имеем

$$D = \frac{t}{\left(1 + \frac{c \cdot K_{uu} \cdot V_{кр}}{\sigma \cdot H \cdot V_{дем}} \right)}. \quad (26)$$

Рассмотрим однородное уравнение, вытекающее из уравнения (24):

$$\ddot{y} + \frac{k_1}{m} \cdot \dot{y} + \left(\frac{c}{m} + \frac{\sigma \cdot H \cdot V_{дем}}{K_{uu} \cdot V_{кр} \cdot m} \right) \cdot y = 0. \quad (27)$$

Его характеристическое уравнение:

$$r^2 + \frac{k_1}{m} \cdot r + \left(\frac{c}{m} + \frac{\sigma \cdot H \cdot V_{дем}}{K_{uu} \cdot V_{кр} \cdot m} \right) = 0. \quad (28)$$

Решение уравнения (28):

$$r = -\frac{k_1}{2m} \pm \sqrt{\frac{k_1^2}{4m^2} - \left(\frac{c}{m} + \frac{\sigma \cdot H \cdot V_{дем}}{K_{uu} \cdot V_{кр} \cdot m} \right)}. \quad (29)$$

По сравнению с аналогичными зависимостями (9) и (21), в зависимости (29) подкоренное выражение содержит дополнительное отрицательное слагаемое. Это указывает на то, что для превращения подкоренного выражения в положительную величину необходимо увеличить первое (положительное) слагаемое $\frac{k_1^2}{4m^2}$, а это трудно реализовать. Поэтому при плоском шлифовании (также как и при круглом шлифовании) всегда будут возникать колебания. Причем их будет усиливать сила P_y , которая в случае шлифования прямолинейного обрабатываемого образца, движущегося по нормали к рабочей поверхности круга (рис. 1), как показано выше, наоборот, будет способствовать снижению вероятности возникновения колебаний в системе. Таким образом установлено, что при перемещении обрабатываемого образца по нормали к рабочей поверхности круга вероятность устранения колебаний в технологической системе больше, чем при перемещении обрабатываемого образца по касательной к рабочей поверхности круга (рис. 3). Сделанный вывод может иметь большое значение при выборе оптимальной схемы шлифования с точки зрения обеспечения виброустойчивости технологической системы и повышения точности, качества и производительности обработки.

Представим зависимость (29) в виде

$$r = -\alpha \pm i \cdot \beta, \quad (30)$$

где α, β – действительная и мнимая части комплексного корня;

$$\alpha = \frac{k_1}{2m}; \quad \beta = \sqrt{\left(\frac{c}{m} - \frac{\sigma \cdot H \cdot V_{\text{дем}}}{K_u \cdot V_{\text{кр}} \cdot m} \right) - \frac{k_1^2}{4m^2}}.$$

Здесь величина β определяет собственную частоту системы. Тогда общее решение дифференциального уравнения (24) выразится:

$$y = e^{-\alpha\tau} \cdot (C_1 \cdot \cos \beta\tau + C_2 \cdot \sin \beta\tau) + D, \quad (31)$$

где C_1, C_2 – постоянные интегрирования, определяются из начальных условий: $y(\tau=0)=0$; $\dot{y}(\tau=0)=0$.

Подчиняя решение (31) начальным условиям, имеем

$$C_1 = -D; \quad C_2 = -\frac{\alpha}{\beta} \cdot D. \quad (32)$$

Подставляя постоянные C_1, C_2 в зависимость (31), получим

$$y = D \cdot \left[1 - e^{-\alpha\tau} \cdot \left(\cos \beta\tau - \frac{\alpha}{\beta} \cdot \sin \beta\tau \right) \right]. \quad (33)$$

Зависимость (33) описывает изменение во времени амплитуды затухающих колебаний, возникающих в технологической системе при плоском шлифовании. Очевидно, с течением времени обработки τ экспоненциальная функция $e^{-\alpha\tau} \rightarrow 0$ и второе слагаемое зависимости принимает весьма малые значения. В результате зависимость (33) упрощается:

$$y = D = \frac{t}{\left(1 + \frac{c \cdot K_u \cdot V_{\text{кр}}}{\sigma \cdot H \cdot V_{\text{дем}}} \right)}. \quad (34)$$

В установившемся во времени процессе плоского шлифования величина упругого перемещения y всегда меньше номинальной глубины шлифования t . Чем больше знаменатель зависимости (34), тем меньше величина y и эффективнее процесс шлифования с точки зрения обеспечения точности обработки.

Необходимо отметить, что данное решение справедливо при условии $t > t_\phi$, т.е. на первых проходах круга. При выполнении условия $t = t_\phi$, т.е. на последующих проходах круга, уравнение (23) примет вид:

$$\ddot{y} + \frac{k_1}{m} \cdot \dot{y} + \frac{c}{m} \cdot y = \frac{\sigma \cdot H \cdot V_{\text{дем}} \cdot t}{K_u \cdot V_{\text{кр}} \cdot m}. \quad (35)$$

Частное решение уравнения (35):

$$y = D_1. \quad (36)$$

Подставляя зависимость (36) в уравнение (35), получим

$$D = \frac{\sigma \cdot H \cdot V_{\text{дем}} \cdot t}{c \cdot K_u \cdot V_{\text{кр}}} \quad (37)$$

Составим характеристическое уравнение для однородного уравнения, вытекающего из (35):

$$r^2 + \frac{k_1}{m} \cdot r + \frac{c}{m} = 0. \quad (38)$$

Его решение:

$$r = -\frac{k_1}{2m} \pm \sqrt{\frac{k_1^2}{4m^2} - \frac{c}{m}} . \quad (39)$$

В данном случае решение соответствует решению характеристического уравнения (20), описывающему свободные колебания в системе. Его можно представить в виде:

$$r = -\alpha \pm i \cdot \beta , \quad (40)$$

где $\alpha = \frac{k_1}{2m}$; $\beta = \sqrt{\frac{c}{m} - \frac{k_1^2}{4m^2}}$.

Величина β определяет собственную частоту колебаний системы.

В отличие от аналогичной зависимости (29), полученной для первых проходов круга при плоском шлифовании, подкоренное выражение зависимости (39) не содержит отрицательное слагаемое $\frac{\sigma \cdot H \cdot V_{дет.}}{K_{ш} \cdot V_{кр} \cdot m}$.

Это повышает вероятность исключения колебаний при шлифовании.

Необходимо отметить, что решение уравнения (24) без учета силы сопротивления было получено в работе [4] и на его основе сделан важный вывод о том, что амплитуда колебаний может в 2 раза превосходить статическое установившееся значение y . В результате при определенных условиях шлифования круг может периодически выходить из контакта с обрабатываемой деталью, что снижает точность и качество обработки. Чтобы исключить данное явление, необходимо прежде всего поддерживать в процессе шлифования высокую режущую способность круга, не допуская его значительного затупления.

Выводы. Подводя итоги проведенного анализа, можно заключить, что возникновение колебаний при шлифовании связано с отсутствием в технологической системе равновесного состояния, обусловленного равенством сил P_y и $c \cdot y$. Чтобы выполнить данное условие, необходимо обработку производить по упругой схеме шлифования с фиксированным радиальным усилием P_y , определяемым из условия равновесия $P_y = c \cdot y$, рис. 1. Это позволит исключить неустановившийся во времени процесс шлифования, характеризующийся изменением упругого перемещения и наличием колебаний в технологической системе. Данное условие справедливо как при шлифовании прямолинейного образца, движущегося по нормали к рабочей поверхности круга, так и при плоском и круглом шлифовании.

Перечень ссылок:

1. Управление процессом шлифования / А.В. Якимов, А.Н. Паршаков, В.И. Сверщев, В.П. Ларшин. – К.: Техніка, 1983. – 182 с.
2. Тверской М.М. Автоматическое управление режимами обработки деталей на станках / М.М. Тверской. – М.: Машиностроение, 1982. – 208 с.
3. Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения / Под общ. ред. Ф.В. Новикова и А.В. Якимова. В десяти томах. – Т. 1. "Механика резания материалов" – Одесса: ОНПУ, 2002. – 580 с.
4. Рябенков И.А. Повышение эффективности финишной обработки деталей гидроаппаратуры на основе выбора рациональной структуры и параметров операций: автореф. дис. на соискание научн. степени канд. техн. наук: спец. 05.02.08 "Технология машиностроения" / И.А. Рябенков. – Одесса, 2009. – 21 с.