

Ю.Г. Гуцаленко, ст. научн. сотрудник, НТУ "ХПИ", Харьков,
 Ф.В. Новиков, докт. техн. наук, проф., ХНЭУ, Харьков,
 В.И. Полянский, директор, ООО "Империя металлов", Харьков

РАСЧЕТЫ ТЕРМОУПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ

Введение и постановка задачи. Выделяющееся в процессе механической обработки тепло идет на нагревание обрабатываемой детали, инструмента, элементов станка, что вызывает их деформирование и снижение точности и качества обработки. Для управления температурными деформациями элементов технологической системы необходимо знать законы изменения термоупругих напряжений. Рассчитать их в телах сложной формы с помощью элементарных методов фактически невозможно. Поэтому необходимо применять методы теории упругости, позволяющие описать поля напряжений в двух- и трехмерных системах координат [1, 2]. Целью работы является теоретическое обоснование условий уменьшения термоупругих напряжений в отрезном алмазном круге и в поверхностном слое обрабатываемой детали при резании и шлифовании.

Материалы и результаты исследований. Нагрев отрезного алмазного круга вызывает появление в нем термоупругих напряжений и деформаций. Деформация круга увеличивает силы резания и вызывает заклинивание и разрушение круга. Для управления процессом обработки важно знать количественный уровень возникающих термоупругих напряжений и возможности их уменьшения. Исходя из теории упругости [3], радиальные σ_r и тангенциальные σ_φ напряжения удовлетворяют условию равновесия

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0. \quad (1)$$

Касательные напряжения $\tau_{r\varphi}$ равны нулю ввиду симметрии поля деформаций (рис. 1). Для решения уравнения (1) примем соотношения между радиальной ε_r и тангенциальной ε_φ деформациями и напряжениями в виде

$$\varepsilon_r - \alpha \cdot \theta = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_r - \nu \cdot \sigma_\varphi); \quad \varepsilon_\varphi - \alpha \cdot \theta = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_\varphi - \nu \cdot \sigma_r), \quad (2)$$

где E – модуль упругости; ν – коэффициент Пуассона; α – коэффициент теплового расширения материала; θ – температура тела.

Подставляя (2) в уравнение (1), с учетом $\varepsilon_r = dU/dr$, $\varepsilon_\varphi = U/r$ (где U – радиальное перемещение), получим

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{d(r \cdot U)}{dr} \right] = (1 + \nu) \cdot \alpha \cdot \frac{d\theta}{dr}. \quad (3)$$

Решение дифференциального уравнения (3):

$$U = (1 + \nu) \cdot \frac{\alpha \cdot \theta}{2r} \cdot (r^2 - a^2) + C_1 \cdot r + \frac{C_2}{r}. \quad (4)$$

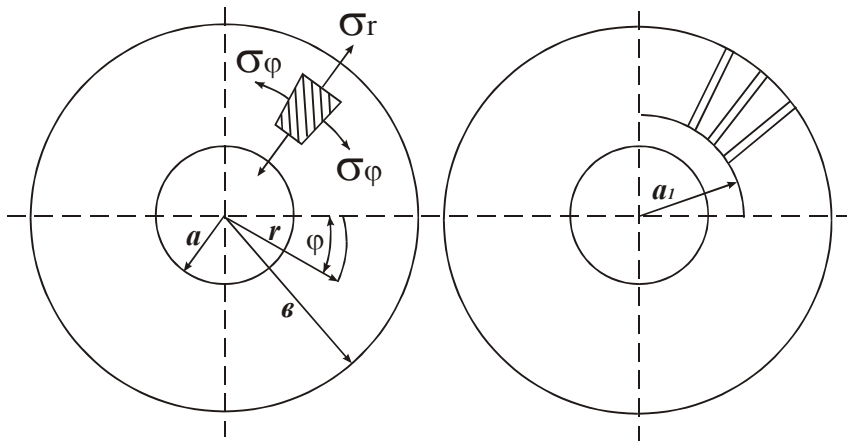


Рис. 1. Расчетная схема термоупругих напряжений в диске круга.

Подчиняя (4) граничным условиям

$$U \Big|_{r=a} = U \Big|_{r=b} = 0,$$

определяются постоянные C_1 и C_2 . В табл. 1 приведены расчетные значения U , σ_r , σ_φ для исходных данных: $a=12$ мм, $b=120$ мм, $\nu=0,3$ (сталь), $E=$

$$2,1 \cdot 10^4 \text{ кГс/мм}^2,$$

$$\alpha = 0,12 \cdot 10^4 \text{ град}^{-1},$$

$$\theta = 1000^\circ\text{C}.$$

Таблица 1

Расчетные значения параметров U , σ_r , σ_φ

r , мм	12	50	100	120
U , мм	0	0	0	0
σ_r , кГс/мм ²	-360	-360	-360	-360
σ_φ , кГс/мм ²	-360	-360	-360	-360

Как видно, перемещение U во всех точках отрезного круга равно нулю, т.е. контуры круга жестко заземлены. Напряжения σ_r и σ_φ – сжимающие, равны между собой во всех точках диска (отрезного круга) и принимают значения, превышающие предельно допустимые напряжения. Высокий уровень напряжения указывает на то, что диск будет деформироваться в поперечном направлении, принимая самые разнообразные формы. На практике, как правило, наблюдается деформирование диска круга в форме волны вдоль его рабочей поверхности. Как отмечалось выше, это приводит к снижению качества обработки и работоспособности круга. Отрезные круги с прерывистой рабочей поверхностью (с радиальными пазми) работают более стабильно и со значительно меньшими деформациями в поперечном направлении. Для оценки степени уменьшения напряжения в диске за счет наличия радиальных пазов, уравнение (1) решим при условии, что σ_φ не зависит от угла φ в диске (рис. 1):

$$U = \int_0^r \alpha \cdot \theta \cdot dr + C_3 \cdot \ln r + C_4; \quad \sigma_r = E \cdot \frac{C_3}{r}. \quad (5)$$

Данное решение справедливо при условии $a_1 < r < b$. При условии $b < r < a_1$ справедливо предыдущее решение (4). Для определения постоянных C_1, C_2, C_3, C_4 используем два граничных условия: $U_1 \Big|_{r=a} = 0$; $U_2 \Big|_{r=b} = 0$ (где U_1 и U_2 – значения U для сплошного и прерывистого отрезных кругов) и два условия совместности для $r = a_1$: $U_1 \Big|_{r=a_1} = U_2 \Big|_{r=a_1}$; $\sigma_{r1} \Big|_{r=a_1} = \sigma_{r2} \Big|_{r=a_1}$.

Таблица 2

Расчетные значения параметров σ_r, σ_φ

$r, \text{ мм}$	12	20	120
$\sigma_r, \text{ кГс/мм}^2$	-725	-640	-107
$\sigma_\varphi, \text{ кГс/мм}^2$	-470	0	0

В табл. 2 приведены значения напряжений σ_r, σ_φ в отрезном круге с параметрами $a = 12 \text{ мм}$, $b = 120 \text{ мм}$ для случая $r = a_1 = 20 \text{ мм}$. Напряжение σ_r увеличивается по мере уменьшения радиуса r . На внешнем контуре прерывистого отрезного круга напряжение $\sigma_r = -170 \text{ кГс/мм}^2$, а в диске без продольных пазов $\sigma_r = -360 \text{ кГс/мм}^2$. Таким образом показано, что наличие пазов позволяет уменьшить напряжения в отрезном круге в области его рабочей зоны. Это уменьшает поперечные деформации круга, исключая заклинивание его в процессе работы круга. Однако следует отметить, что наличие радиальных пазов не устраняет напряжения, а перераспределяет их в пределах контура круга. Увеличение напряжений σ_r и σ_φ до (-725 кГс/мм^2) и (-470 кГс/мм^2) соответственно так же нежелательно, поскольку может вызвать в процессе работы разрыв круга.

Таблица 3

Расчетные значения параметров σ_r, σ_φ

$r, \text{ мм}$	12	40	120
$\sigma_r, \text{ кГс/мм}^2$	-460	-425	-142
$\sigma_\varphi, \text{ кГс/мм}^2$	-393	0	0

Таблица 4

Расчетные значения параметра σ_r

$r, \text{ мм}$	12	100	120
$\sigma_r, \text{ кГс/мм}^2$	-188	-247	-206

В табл. 3 приведены значения напряжений σ_r и σ_φ в отрезном круге с параметрами $a = 12$ мм, $a_1 = 40$ мм, $b = 120$ мм. С уменьшением длины радиальных пазов на прерывистом круге напряжение σ_r на внешнем контуре увеличивается, а на внутреннем – уменьшается. Уменьшается так же значение σ_φ . В табл. 4 приведены значения напряжений в прерывистом круге с параметрами $a = 12$ мм, $a_1 = 100$ мм, $b = 120$ мм.

С уменьшением длины радиальных пазов напряжение σ_r на внешнем контуре круга увеличивается, а на внутреннем – уменьшается. Следовательно, оптимизация конструкции прерывистых отрезных кругов создает условие для рационального использования кругов. Уменьшение температуры в зоне резания способствует снижению общего уровня напряжений σ_r и σ_φ . Приведенные решения использованы для совершенствования технологии изготовления алмазных отрезных кругов. При спекании алмазоносного слоя, при условии высоких температур и давлений, возникает коробление круга, которое, как правило, не исправляется при правке. Наличие продольных пазов на круге позволяет управлять короблением круга в процессе термообработки его алмазоносного слоя на стадии изготовления.

Применим приведенное выше решение для расчета термоупругих напряжений в поверхностном слое обрабатываемого материала. Для этого условно разобьем рассмотренный диск с внутренним отверстием на две одинаковые части. Будем считать, что диаметральная плоскость определяет обрабатываемую поверхность детали, в центре которой действует тепловой

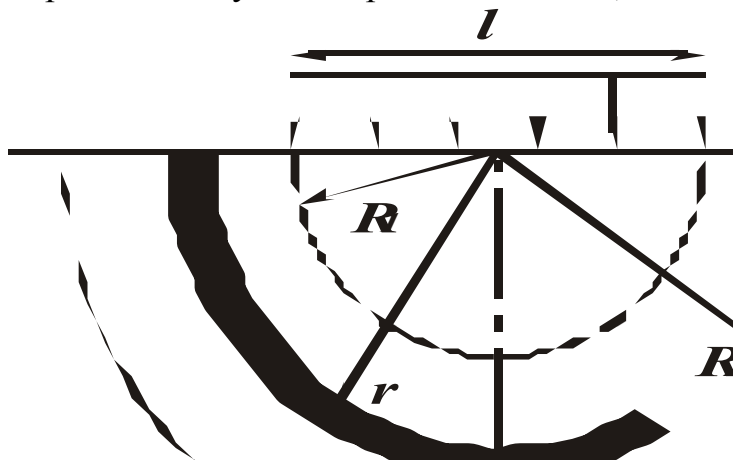


Рис. 2. Расчетная схема деформаций от нагрузки q .

источник длиной, равной диаметру внутреннего отверстия. Примем в первом приближении, что тепловой источник действует по контуру внутреннего отверстия, а распределение напряжений σ_r и σ_φ симметрично. Наружный радиус будем считать границей обрабатываемого материала, где температура равна нулю. Рассмотрим плоское напряженное

состояние тела с учетом температурных деформаций. Если через ε_r обозначить полную радиальную деформацию, а через $(\varepsilon_r - \alpha \cdot \theta)$ – ее составляющую, обусловленную действием напряжения, то закон Гука [3] выразится зависимостями (2).

Принимая для упрощения расчетов $\sigma_\varphi = 0$, уравнение (1) опишется

$$\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{(1+\nu)}{r} \cdot \frac{dU}{dr} = (1+\nu) \cdot \alpha \cdot \left[\frac{d\theta}{dr} + \frac{\theta}{r} \right]. \quad (6)$$

Решение дифференциального уравнения (6):

$$U = \alpha \cdot \theta \cdot r - \frac{C_1}{\nu \cdot r^\nu} + C_2; \quad \sigma_r = \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot \frac{\nu \cdot C_2}{r}. \quad (7)$$

Подчиняя решение граничным условиям: $U \Big|_{r=R_1}^{r=R_2} = 0$ (рис. 2),

получено

$$\sigma_r = -\frac{E \cdot \alpha \cdot \nu \cdot \theta \cdot R_1}{(1-\nu^2) \cdot r} \cdot \left[\frac{\left(\frac{R_2}{R_1} - 1 \right)}{\left(1 - \frac{R_1^\nu}{R_2^\nu} \right)} + 1 \right]. \quad (8)$$

При условии $R_2 \gg R_1$, имеем

$$\sigma_r = -\frac{E \cdot \alpha \cdot \nu \cdot \theta \cdot R_2}{(1-\nu^2) \cdot r}. \quad (9)$$

Из зависимости (9) следует увеличение σ_r с увеличением параметров E , α , ν , θ и R_2/r . При условии $\sigma_r = \sigma_{сж}$ возможно разрушение материала в точках полуокружности диаметром $D = l$ (где $\sigma_{сж}$ – предел прочности на сжатие обрабатываемого материала). Исходя из зависимости (8), определяется предельная температура θ при $R_1 = r$ (знак “минус” опускаем) с учетом $R_2 \gg R_1$:

$$\theta = \frac{(1-\nu^2) \cdot \sigma_{сж} \cdot R_1}{E \cdot \nu \cdot \alpha \cdot R_2}. \quad (10)$$

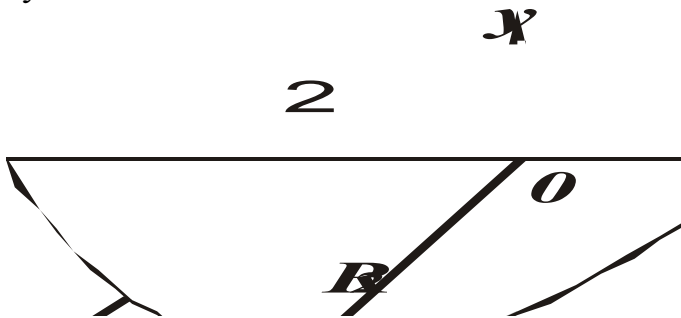


Рис. 3. Положение изотермы в обрабатываемом материале.

Температура θ тем больше, чем меньше R_2 и больше R_1 . Отношение $\sigma_{сж}/E$ определяет упругую деформацию материала $\varepsilon_{упр}$. Следовательно,

чем больше $\varepsilon_{упр}$, тем больше должна быть температура θ , обеспечивающая выполнение условия $\sigma_r = \sigma_{сж}$. Исходя из этого, хрупкие материалы, характеризующиеся меньшими значениями $\varepsilon_{упр}$, в большей степени подвержены разрушению от действия термоупругих напряжений. Например, значение $\varepsilon_{упр} = \sigma_{сж}/E$ для алмаза равно 0,002; для твердых сплавов – 0,009; для быстрорежущих сталей – 0,016.

Применительно к процессу резания (рис. 3), напряжения σ_r , возникающие в точках полуокружности диаметром $D = l$ (1 четверть),

определяются суммой напряжений, вызванных силовым и тепловым фактором (при $R_1 = r$):

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot q}{\pi} = -\frac{E \cdot \nu \cdot \alpha \cdot \theta}{(1 - \nu^2)} \cdot \left[\left(\frac{R_2}{R_1} - 1 \right) + 1 \right]. \quad (11)$$

При условии $\sigma_r = \sigma_{сж}$ с учетом $R_2 \gg R_1$ справедливо равенство

$$\sigma_{сж} = -\frac{2 \cdot q}{\pi} - \frac{E \cdot \nu \cdot \alpha \cdot \theta \cdot R_2}{(1 - \nu^2) \cdot R_1}. \quad (12)$$

С учетом $q = P/l = P/2R_1$, имеем

$$\sigma_{сж} = \frac{1}{R_1} \cdot \left[\frac{P}{\pi} + \frac{E \cdot \nu \cdot \alpha \cdot \theta \cdot R_2}{(1 - \nu^2)} \right]. \quad (13)$$

Чем больше параметры θ и R_2 , тем меньше сила P , обеспечивающая разрушение материала. Термоупругое напряжение σ_r , определяемое (9),

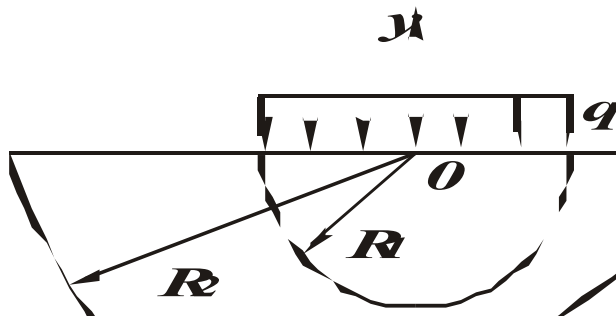


Рис. 4. Расчетная схема термоупругих напряжений при шлифовании.

зависит от R_2 . Принципиально температурное поле (положение изотермы $\theta = \text{const}$) при резании имеет вид, показанный на рис. 3. Следовательно, в 3 четверти параметр R_2 существенно больше, чем в 4 четверти. Это предопределяет более высокие значения σ_r в 3 четверти и условия разрушения поверхностных слоев материала.

Уменьшить σ_r в 3 четверти, согласно (9), можно уменьшением параметров θ и R_2 , в том числе путем применения охлаждающей жидкости.

При шлифовании (рис. 4) термоупругое напряжение, описываемое зависимостью (9), при условии $r = R_1$ опишется

$$\sigma_r = -\frac{E \cdot \nu \cdot \alpha \cdot \theta \cdot R_2}{(1 - \nu^2) \cdot R_1}. \quad (14)$$

Чем больше R_2 / R_1 , тем больше σ_r . Очевидно, в 3 четверти напряжение σ_r больше, чем в 4 четверти, т.к. температурное поле охватывает большую область. Наибольшее значение R_2 достигается на поверхности обработанного материала, что может стать причиной разрушения поверхностных слоев материала.

Длина контакта круга с обрабатываемым материалом равна $2 \cdot R_1$. Поэтому σ_r зависит от отношения толщины прогретого слоя материала R_2 и длины контакта круга с материалом $2 \cdot R_1$. Очевидно, при глубинном шлифовании параметры R_2 и R_1 больше, чем при обычном многопроходном

шлифовании. Однако, из этого еще не следует увеличение σ_r при глубинном шлифовании, т.к. отношение R_2/R_1 и средняя температура θ в диапазоне $R_1 \dots R_2$ могут быть меньше, чем при многопроходном шлифовании. Этим, в частности можно объяснить повышение качества обработки при глубинном шлифовании [4]. При условии $\sigma_r = \sigma_{сж}$ приходим к зависимости (10). С учетом $\varepsilon_{упр} = \sigma_{сж}/E$ она принимает вид

$$\theta = \frac{(1-\nu^2) \cdot \varepsilon_{упр} \cdot R_1}{\nu \cdot \alpha \cdot R_2}. \quad (15)$$

Температура θ уменьшается с уменьшением $\varepsilon_{упр}$. Это требует значительного снижения температуры при шлифовании таких материалов как, например, твердые сплавы, алмазы и т.д., характеризующиеся относительно небольшими значениями $\varepsilon_{упр}$ [5]. Эффективно увеличение соотношения R_1/R_2 (при $\theta = \text{const}$).

Определим напряженно – деформированное состояние поверхностного слоя обрабатываемой детали при изменении температуры по закону $\theta = A/r^n$, где A, n – некоторые постоянные.

Решая дифференциальное уравнение (6), имеем

$$U = \frac{\alpha \cdot (1+\nu) \cdot A}{(1+\nu-n)} \cdot r^{1-n} - \frac{C_1}{\nu} \cdot r^{-\nu} + C_2. \quad (16)$$

Постоянные C_1 и C_2 определяются из граничных условий $U(r = R_1) = U(r = R_2) = 0$.

При условии $n = 0$ приходим к решению (11).

При условии $n = 1$, имеем

$$\sigma_r = -\frac{E \cdot \alpha \cdot A}{(1-\nu) \cdot r} = -\frac{E \cdot \alpha \cdot \theta}{(1-\nu)}. \quad (17)$$

Напряжение σ_r изменяется по закону $\theta(r)$. Уменьшить σ_r можно лишь уменьшением $\theta(r)$.

Максимальное значение $\sigma_r = \sigma_{сж}$ достигается при $r = R_1$

$$\sigma_{сж} = -\frac{E \cdot \alpha \cdot A}{(1-\nu) \cdot R_1}, \quad (18)$$

откуда параметр A , пропорциональный температуре θ , равен

$$A = -\frac{(1-\nu) \cdot \sigma_{сж} \cdot R_1}{E \cdot \alpha}. \quad (19)$$

Параметр A тем больше, чем больше длина контакта обрабатываемого материала с передней поверхностью резца $2 \cdot R_1$. Следовательно, увеличение $2 \cdot R_1$ предполагает увеличение параметра A (или θ) для выполнения условия $\sigma_r = \sigma_{сж}$. В зависимости (18) параметр R_2 отсутствует. Максимальное значение σ_r зависит лишь от R_1 , т.е. механизмы формирования термоупругих напряжений при $n = 0$ и $n = 1$ различны.

Список литературы: 1. Теплофизика механической обработки: учеб. пособие / *А.В. Якимов, П.Т. Слободяник, А.В. Усов*. – К.: Одесса: Лыбидь, 1991. – 240 с. 2. *Резников А.Н.* Теплофизика резания / *А.Н. Резников*. – М.: Машиностроение, 1969. – 287 с. 3. *Тимошенко С.П.* Теория упругости / *С.П. Тимошенко, Дж. Гудьер*. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1975. – 576 с. 4. Оптимизация технологии глубинного шлифования / *С.С. Силин, Б.Н. Леонов, В.А. Хрульков* и др. – М.: Машиностроение, 1989. – 120 с. 5. Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения / Под общ. ред. *Ф.В. Новикова и А.В. Якимова*. В десяти томах. – Т. 10. "Концепции развития технологии машиностроения" – Одесса: ОНПУ, 2005. – 565 с.