ISSN 2522-9818 (print)
ISSN 2524-2296 (online) Innovative technologies and scientific solutions for industries. 2020. No. 2 (12)

УДК 313-42 DOI: https://doi.org/10.30837/2522-9818.2020.12.022

А. В. ВОРОНІН, О. В. ГУНЬКО, Л. М. АФАНАС'ЄВА

ДИНАМІКА ІННОВАЦІЙНОЇ КОНКУРЕНЦІЇ

Предметом цієї роботи є проблема динамічної взаємодії інноваційних продуктів в умовах ринкової конкуренції. Стійке економічне зростання в даний час не є можливим без підвищення конкурентоспроможності підприємств і галузей, багато в чому залежить від посилення конкурентного середовища. В результаті конкурентної боротьби економічних агентів за досягнення різних переваг на ринках створюються і удосконалюються нові продукти з відповідним розвитком технологій. В аналізі попередніх публікацій відзначена роль національної інноваційної політики держави в системі формування пріоритетів інвестиційної діяльності в ринкових умовах. **Метою** роботи є аналіз особливостей побудови моделей конкуренції інноваційних процесів. При цьому слід підкреслити, що економічні системи мають складну і неоднорідну структуру з ієрархічною схемою взаємодії ендогенних і екзогенних факторів. Спільною рисою багатьох балансових моделей ринкової економіки є наявність автокаталітичних складових, що визначають механізми зростання інноваційного продукту. У статті вирішується **завдання** побудови і аналізу поведінкових властивостей математичної моделі конкуренції двох економічних суб'єктів на загальному ринку. Як прототип для моделі ендогенної гомеодинамічної системи використовується широко відома в популяційної динаміці математична модель "хижак-жертва". Дана модель являє собою систему двох звичайних диференціальних рівнянь з квадратичними нелінійностями, що має кілька положень рівноваги і володіє поведінкою зі зміною характеру стійкості. **Методи** дослідження базуються на математичному апараті економічної синергетики і теорії стійкості нелінійних динамічних систем. В **результаті** вказані умови, при яких реалізується автоколивальний режим в околі стану рівноваги з появою одного або декількох граничних циклів. Встановлено, що максимальна кількість граничних циклів в досліджуваній системі навколо положення рівноваги дорівнює трьом. Виконано предметний аналіз біфуркаційних властивостей циклічної динаміки конкурентної взаємодії, визначено межі втрати стійкості станом рівноваги. **Висновки**. Поведінковий характер динаміки інноваційних процесів суттєво змінюється і можлива реалізація стрибкоподібного переходу від монотонного економічного зростання до релаксаційної коливань.

Ключові слова: інновація; конкуренція; ринок; рівновага; стійкість; біфуркація; цикл; автоколивання.

Вступ

Поступовий розвиток національної економіки держави неможливий без обґрунтування вибору і реалізації стратегій розвитку суб'єктів господарювання. Інноваційна спрямованість життєдіяльності підприємств повинна забезпечувати сталі позитивні тенденції економічних процесів на конкурентному ринку нововведень. Основу інноваційної політики на промисловому підприємстві становить удосконалення продукції з урахуванням запитів споживчого ринку.

У праці Артеменко [1] розкриті особливості формування конкурентоспроможності інноваційно активних підприємств, досліджена сутність та ієрархічні рівні конкурентних чинників у процесі впровадження технологічних змін. Проблеми досягнення довгострокового зростання економіки за рахунок нарощування інноваційного потенціалу промислових підприємств з переходом від сировинної моделі економіки досліджували Булєєв, Брюховецька [2-4]. Питанням національних стратегій інвестування та фінансових механізмів інноваційної діяльності присвячена робота Даниленка [5].

Постановка завдання дослідження

Вплив інноваційного фактору на економічне зростання будемо розуміти як процес перетворення наукових досягнень та розробок у технологічно нові або модернізовані продукти та послуги, впроваджені на ринку, а також у нові або удосконалені технологічні процеси, які використовуються у практичній діяльності та забезпечують довгострокове зростання національного доходу.

Стале економічне зростання, як показує світовий досвід, у теперішній час неможливе без збільшення конкурентоспроможності підприємств, галузей і національної економіки у цілому, що забезпечується посиленням конкурентної боротьби, як внутрішньої, так і міжнародної. З іншого боку, прогрес багатьох національних економік стримується обмеженням конкуренції та монополістичними тенденціями. Саме конкуренція є найбільш потужним двигуном, який змушує економічних агентів приділяти велику увагу досягненням науково-технічного прогресу, вкладати значні ресурси у науково-дослідницькі розробки. У наслідку довгострокової боротьби з різними суперниками за досягнення конкурентних переваг у конкретних сегментах ринку та галузях виникають та удосконалюються нові продукти, застосовуються принципово нові технології, якісно оновлюються основні фонди, удосконалюється людський капітал. Поняття економічної конкуренції являє собою складну та комплексну категорію, побудовану на взаємодії множини різноманітних підходів. Значна більшість дослідників виділяють цінову та структурну конкуренцію. У першому підході механізм конкуренції реалізується за рахунок цінових змін, при другому − конкурують умови виробництва товарів. Визначаючи сутність конкуренції, треба враховувати необхідні складові процесу, умовно поділені на три групи: поведінкові, структурні та функціональні.

Поведінкове розуміння конкуренції трактується як парне суперництво, яке відбувається між продавцями (або покупцями) за найбільш сприятливі умови продажу товару. При цьому вважається основним методом конкурентної боротьби цінові

ISSN 2522-9818 (print)
Сучасний стан наукових досліджень та технологій в промисловості. 2020. № 2 (12) ISSN 2524-2296 (online)

зміни. Структурна складова конкуренції є аналіз сегментів або усього ринку для визначення ступеня свободи продавця та покупця. Функціональне наповнення конкуренції має своїм змістом інноваційність.

Аналізуючи особливості моделей конкуренції інноваційних процесів, треба зазначити, що економічні системи, як правило, є далекими від свого рівноважного стану, відкритими для товарно-грошових потоків, мають складну неоднорідну структуру та ієрархічні системи регуляції ендогенної середи під впливом екзогенних факторів. Тому математична формалізація процесів економічної конкуренції представляє сама по собі значні труднощі. На відміну від фізики, хімії, біології, для яких математика є мовою опису спостерігаємих процесів, у зв'язку зі специфічними особливостями економічних явищ говорять саме про математичні моделі в економіці. Модель тут розуміють як достатньо грубу абстракцію та ідеалізацію, математичну формалізацією не самої еволюціонуючої системи економічного простору, а тільки як деяких якісних та кількісних характеристик, існуючих у ній процесів. Загальною рисою багатьох феноменологічних моделей ринкової економіки є наявність автокаталітичних по аналогії з хімічною генетикою та біофізикою) членів, що визначають можливість зростання, фактів появи нестійких стаціонарних станів, автоколивальних та квазістохастичних режимів.

Складні процеси у системах саморегуляції ринків обумовлені наявністю у структурних схемах контурів зворотнього зв'язку як додатних, так і від'ємних, що, у свою чергу, формує постановку задачі дослідження структурної стійкості розглянутих об'єктів та систем. У рівняннях локальних конкурентних взаємодій зворотні зв'язки надання нелінійними функціями, характер яких дозволяє ініціювати появу складних динамічних режимів з наявністю аттракторів і репеллерів відповідного типу. Факт наявності суттєво нелінійних зв'язків та нестійкостей, що народжуються, зобов’язує використовувати синергетичну парадигму як засіб опису конкурентної взаємодії у економічному середовищі. Необхідно відзначити, що традиційний лінійний принцип суперпозиції незалежних розв'язків втрачає свої властивості у нелінійному світі, яким є ринок. У подібному випадку неможливо ціле дорівнювати простій сумі складових його частин. Треба вважати, що еволюція економічних систем означає деяку специфічну трансформацію усіх агентів риночної взаємодії шляхом встановлення когерентного зв'язку та взаємного узгодження параметрів їх еволюції. Нелінійний синтез у даному випадку це об'єднання не жорстко встановлених, фіксованих об'єктів, структур, що розвиваються, володіючих різними економічним «віком» та «пам'яттю» на різних стадіях еволюції.

Для побудови складної інноваційної конкурентної організації необхідно когерентне з'єднання підструктур усередині її, синхронізація часових сталих їх еволюції. У наслідку такого нелінійного синтезу різні елементи структури потрапляють у єдиний темпорежим. Це означає, що отримуючи один і той же момент загострення, вони починають функціонувати у єдиному узгодженому часовому вимірі.

При розвитку концепції побудови системи довершеної конкуренції настає усвідомлення факту, що це не які завгодно структури і не як завгодно можуть бути задіяні у єдине складене соціально-економічне утворення. Мабуть існує обмежений набір об'єднання, методів синтезу складного еволюційного цілого. Вибірковість, квантованість засобів об'єднання часток у ціле пов'язані з накладеною вимогою існування у загальному темпорежимі. Це природна, натуральна основа квантування в умовах інтегрування складних дисипативних економічних систем. У випадку, якщо поєднані у єдине конкурентне середовище інноваційні суб'єкти, мають різні моменти загострення, то у околі даної особливості вони будуть розвиватися незрівнянно по інтенсивності, що, у свою чергу, провокує небажаний ринковий дисбаланс.

Заради розбудови ефективної інноваційної конкуренції необхідно дотримання визначеної топології "архітектури" перехресних зв'язків. Інакше кажучи, якщо область перекриття є малою, то економічні суб'єкти будуть еволюціонувати, не маючи істотного впливу один на одного. З іншого боку, якщо взаємне перекриття дуже велике, то структури можуть злитися у стратегічні альянси на даному ринку, і, можливо, у єдину зростаючу структуру з границею зростання, що дорівнює обсягу ринку, що безумовно, приводить до виродження конкуренції інноваційних товарів.

Тепер вже можливо перейти до характеристики математичної сутності економічної конкуренції для декількох учасників ринку. Для початку ми обмежимося випадком конкуренції двох економічних суб'єктів на одному ринку. Для складання кінетичних рівнянь конкурентної взаємодії необхідно ввести декілька гіпотез, які характеризують явище, що вивчається на якісному рівні. Будемо вважати, що найбільш значущим для нас є аналіз балансу швидкостей процесів та факторів, які перешкоджають позитивному розвитку. Припустимо, що швидкість зростання кожного з конкурентів залежить від потенційного приросту кількості нововведень даного типу і нереалізованої можливості зростання для цього ж типу, подібно до того, якби це мало місце у кожного учасника ринку без впливу конкуренції. Але невикористана можливість кількісного зростання для даного виду інновацій при змішуванні відповідних потоків буде більш складною величиною. Вона наглядно демонструє, скільки місця на ринку ще є вільним для цього виду товару за наявністю експансії іншого учасника ринку.

У наступному дослідженні розглянемо модель конкурентної взаємодії двох інноваційних процесів. Наданий підхід базується на вивченні соціально економічного об'єкту, як ендогеннокерованої гомеодинамічної системи, здібної шукати різні шляхи еволюції через ієрархію нестійкостей. Саме тому

ISSN 2522-9818 (print)
ISSN 2524-2296 (online) Innovative technologies and scientific solutions for industries. 2020. No. 2 (12)

процеси соціально-економічних змін можуть бути інтерпретовані як нерівноважні.

Рішення завдання дослідження

У економіці, по аналогії з популяційною динамікою [6], прийнято виділяти три головних типи міжвидових взаємодій: кооперація, взаємне конкурентне пригнічення або конкуренція за загальний ресурс, відношення типу "хижак-жертва". Останньому типу сумісної поведінки інноваційних процесів і буде присвячене подальше дослідження. Процедура розбудови математичної моделі та аналіз її поведінкових якостей включає в себе наступні послідовні етапи.

1) визначення базових економічних факторів та закономірностей, яких треба брати до уваги при моделюванні системи відношень "хижак-жертва" з відповідним описом їх функцій;

2) побудова та дослідження набору моделей типу "хижак-жертва", які включають різноманітні комбінації базових економічних факторів, впливаючих на динаміку системи;

3) виявлення особливостей, загальних для різних моделей і формулювання узагальнюючих тверджень про мозаїку динамічної поведінки у таких системах.

Математично визначену програму формалізуємо наступним чином. Розглянемо динамічну систему

$$\begin{aligned}\dot{x}_0 &= F(x_0) - B_1(x_0, y_0),\\ \dot{y}_0 &= -E(y_0) + B_2(x_0, y_0),\end{aligned} \qquad (1)$$

де $x_0 = x_0(t)$ – кількість нового продукту типу "жертва", а $y_0 = y_0(t)$ – обсяг інноваційного продукту "хижак". Функції $F(x_0)$ та $E(y_0)$ мають сенс швидкостей зростання кожного нововведення, доданки $B_1(x_0, y_0)$ та $B_2(x_0, y_0)$ характеризують вплив конкурентної боротьби на динаміку процесу. Будемо вважати, що система (1) має, як мінімум, один рівноважний стан x_0^*, y_0^* і тому є доцільним оперувати з досліджуваною системою, використовуючи нові змінні $x = x_0 - x_0^*, y = y_0 - y_0^*$, які є відхиленнями від рівноважного стану.

Праві частини (1) представимо у формі розкладу у ряд Тейлора в малому околі точки x_0^*, y_0^*, задовольняючись членами ступені не вище другої. Тоді беремо

$$F(x) = f_1 x - f_2 x^2, \quad E(y) = e_1 y + e_2 y^2.$$

Тоді обираємо різні знаки при квадратичних доданках мають властивості поведінки «жертви та хижака». Далі припускаємо можливість пропорційності функцій конкуренції: $B_2(x, y) = rB_1(x, y), (0 < r < 1)$. Сама функція буде мати достатньо загальну форму

$$B_1(x, y) = \varphi(x, y) = \varphi_{10}x + \varphi_{01}y + \varphi_{20}x^2 + \varphi_{11}xy + \varphi_{02}y^2.$$

З урахуванням вище наданих зауважень система (1) має явний вираз

$$\begin{aligned}\dot{x} &= (f_1 - \varphi_{10})x - \varphi_{01}y - (f_2 + \varphi_{20})x^2 - \varphi_{11}xy - \varphi_{02}y^2,\\ \dot{y} &= r\varphi_{10}x + (r\varphi_{01} - e_1)y + r\varphi_{20}x^2 + r\varphi_{11}xy + (r\varphi_{02} - e_2)y^2.\end{aligned} \qquad (2)$$

Однією із головних проблем якісного дослідження динамічної системи (2) є пошук граничних циклів, якщо вони існують. Для досягнення такої мети є ефективним шлях використання відомої економічної моделі, для якої вже встановлені базові результати про кількість, відносне розташування та характер стійкості граничних циклів. У якості прикладу подібної системи може бути використана модельна квадратична модель Андронової [7], у наступному вигляді:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \lambda x - y + \kappa x^2 + mxy + ny^2,\\ \dot{y} &= x + ax^2 + bxy.\end{aligned} \qquad (3)$$

Порівнюючи відповідні коефіцієнти систем (2) та (3), отримаємо співвідношення між параметрами лінійних частин:

$$\lambda = f_1 - \varphi_{10}, \quad \varphi_{01} = 1, r\varphi_{10} = 1, \quad r\varphi_{01} = e_1. \qquad (4)$$

Із (4), вочевидь, коли тривіальний стан рівноваги є складним фокусом, параметр λ стає малою знакозмінною величиною. При цьому, якщо $\lambda = 0$, виконується $f_1 e_1 = 1$. Для квадратичних доданків маємо наступні рівності:

$$k = -(f_2 + \phi_{20}), m = -\varphi_{11}, \quad n = -\varphi_{02}, \qquad (5)$$

$$a = r\varphi_{20}, \quad b = r\varphi_{11}, \quad r\varphi_{02} = e_2.$$

За допомогою формул (4) і (5) випливають співвідношення:

$$r = e_1, \quad \varphi_{02} = \frac{e_2}{e_1}.$$

Відносно системи (3) відомі умови обернення в нуль двох перших величин Ляпунова [7], що визначає можливість мати у околі тривіального рівноважного стану три граничних цикли. У позначеннях системи (3) дані умови можуть бути надані у вигляді :

$$b + 2n = 0, \quad 3k + 7n = 0, \quad m = 5a. \qquad (6)$$

Використовуючи зв'язки (5), отримаємо :

$$r\varphi_{11} - 2\varphi_{02} = 0, \quad 7\varphi_{02} + 3\varphi_{20} + 3f_2 = 0, \quad 5r\varphi_{20} + \varphi_{11} = 0. \qquad (7)$$

Система лінійних рівнянь (7) відносно невідомих $\varphi_{20}, \varphi_{11}, \varphi_{02}$ має відповідне рішення

$$\varphi_{02} = \frac{15 \cdot r^2 f_2}{35 \cdot r^2 - 6}, \varphi_{11} = \frac{2}{r}\varphi_{02}, \quad \varphi_{20} = -\frac{7}{3}\varphi_{02} - f_2 \qquad (8)$$

ISSN 2522-9818 (print)
Сучасний стан наукових досліджень та технологій в промисловості. 2020. № 2 (12) ISSN 2524-2296 (online)

При цьому існує зв'язок між параметрами:

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{15 \cdot r^2 f_2}{35 \cdot r^2 - 6} \qquad (9)$$

і виконується нерівність $r^2 > \frac{6}{35}$.

Таким чином, нам вдалось знайти усі параметри функції конкуренції, при яких можуть існувати три граничних цикли навколо тривіального рівноважного стану.

Також треба відзначити ще одну важливу обставину. Модельна система (3) має ще один складний фокус у малому околі нетривіального рівноважного стану $x^* = 0,\ y^* = \frac{1}{n}$. За умови $\lambda + \frac{m}{n} = 0$ та виконанні обмежень (6) довкола нетривіального стану системи (3) можуть існувати ще три граничних цикли. Крім того, використовуючи результат Баутіна [8] про циклічність особливої точки, яка дорівнює [3], і принцип закінчення Гайко [9], стверджуючи, що кратність граничних циклів не може бути вище кратності особливої точки, в якій вони закінчуються, у кожному окремому випадку доведено від протилежного неможливість існування чотирьох граничних циклів навколо одного рівноважного стану.

Треба відзначити, що система (2) є прикладом квадратичної апроксимації конкурентної взаємодії двох інноваційних процесів з шістьома граничними циклами у співвідношенні 3:3 та висунута гіпотеза про те, що вказана кількість циклів є максимально можливою.

Далі розглянемо більш загальні умови існування періодичних процесів у досліджуваній моделі (2). Матриця лінійної частини (2) у стані рівноваги має вигляд :

$$A = \begin{pmatrix} f_1 - \varphi_{10} & -\varphi_{01} \\ r\varphi_{10} & r\varphi_{01} - e_1 \end{pmatrix}$$

з відповідним характеристичним поліномом

$$\lambda^2 - trA \cdot \lambda + \det A = 0\,, \qquad (10)$$

де $trA = f_1 - \varphi_{10} + r\varphi_{01} - e_1$ – слід матриці A, $\det A = f_1\left(r\varphi_{01} - e_1\right) + e_1\varphi_{10}$ – визначник матриці A.

У випадку, коли $trA < 0$, і $\det A > 0$ можна стверджувати, що система (2) стійка у лінійному наближенні. Треба з'ясувати більш детально ситуацію у малому околі на межі області лінійної стійкості $trA = \mu$, де μ – мала знакозмінна величина. Це означає, що величини $f_1 - \varphi_{10}$ та $e_1 - r\varphi_{01}$ достатньо близькі.

Оскільки $\det A > 0$, припустимо, що

$$\det A = \omega^2\left(\mu\right) = r\varphi_{10}\varphi_{01} - \left(r\varphi_{01} - e_1\right)^2 + \left(r\varphi_{01} - e_1\right)\mu$$

і $f_1 - \varphi_{10} = r\varphi_{01} - e_1 + \mu$.

Тоді (10) спрощується до вигляду:

$$\lambda^2 - \mu \cdot \lambda + \omega_0^2 - \mu\left(r\varphi_{01} - e_1\right) = 0, \qquad (11)$$
$$\omega_0^2 = r\varphi_{10}\varphi_{01} - \left(r\varphi_{01} - e_1\right)^2$$

Якщо продиференціювати (11) по параметру μ при $\mu = 0$, отримаємо

$$\frac{\partial\lambda}{\partial\mu} = \frac{1}{2} - i\frac{r\varphi_{01} - e_1}{2\omega_0} \qquad (12)$$

Із формули (12) випливає, що власні числа перетинають уявну вісь з ненульовою швидкістю і складний фокус є повільним.

Таким чином, можна вважати виконаними умови біфуркаційної теореми Хопфа і у системі (2) при зміні стійкості рівноважного стану типу складного фокусу відбувається народження граничного циклу з появою відповідного автоколивального режиму. У якості біфуркаційного параметру є

$$f_1 = \varphi_{10} - r\varphi_{01} + e_1\,.$$

Для аналізу даної біфуркації за допомогою заміни

$$x = \varphi_{01}x_1,\ y = \left(e_1 - r\varphi_{01}\right)x_1 + \omega_0 x_2,\ \tau = \omega t$$

побудуємо нормальну форму системи (2) при $\mu = 0$.

У наслідку необхідних перетворень отримаємо систему

$$\dot{x}_1 = -x_2 + a_{20}\frac{x_1^2}{2} + a_{11}x_1x_2 + a_{02}\frac{x_2^2}{2}$$
$$\dot{x}_2 = x_1 + b_{20}\frac{x_1^2}{2} + b_{11}x_1x_2 + b_{02}\frac{x_2^2}{2} \qquad (13)$$

Система двох звичайних диференціальних рівнянь є нормальною формою Пуанкаре і може бути безпосередньо застосована для обчислення базових характеристик граничного циклу, таких як амплітуда частота та період коливань, а також напрямку стійкості періодичних розв'язків.

При цьому найважливішим питанням при дослідженні біфуркації Хопфа залишається проблема максимальної кількості граничних циклів, які можуть з'явитися із стану рівноваги при збуренні параметрів досліджуваної системи. У цьому питанні ми будемо спиратися на результати Баутіна [8], які вже раніше були анонсовані для квадратичних систем.

Для визначення максимальної кратності граничного циклу у системі диференціальних рівнянь (13) необхідно обчислити значення перших трьох ляпуновських величин. Заради досягнення цієї мети систему (13) перетворимо у єдину комплекснозначне диференціальне рівняння для змінної $z = x_1 + ix_2$ при $\mu \neq 0$.

$$\dot{z} = \left(i + \mu\right)z + g_{20}\frac{z^2}{2} + g_{11}z \cdot \bar{z} + g_{02}\frac{\bar{z}^2}{2}\,, \qquad (14)$$

ISSN 2522-9818 (print)
ISSN 2524-2296 (online) Innovative technologies and scientific solutions for industries. 2020. No. 2 (12)

де $\bar{z} = x_1 - ix_2$, $g_{jk} = g_{jk}\left(a_{jk}, b_{jk}\right)$, $j,k = 0,1,2,\ j+k = 2$.

Особлива точка (стан рівноваги) із фокуса перетворюється на центр за допомогою наступних умов :

$$\begin{cases} \mu = g_{11} = 0; \\ \mu = g_{20} + \bar{g}_{11} = 0; \\ \mu = \mathrm{Im}\left(g_{20} g_{11}\right) = \mathrm{Im}\left(\bar{g}_{11}^3 \cdot g_{02}\right) = \mathrm{Im}\left(g_{20}^3 \cdot g_{02}\right) = 0; \\ \mu = g_{20} - 4\bar{g}_{11} = \left|g_{02}\right| - 2\left|g_{11}\right| = 0, \end{cases} \tag{15}$$

де $\mathrm{Im}(\cdot)$ – є уявною частиною комплексного числа.

Вирази (15) визначають умови існування першого інтегралу у системі (13). Це означає, що система (13) із дисипативної перетворюється у консервативну. У такій системі має місце нескінченна кількість періодичних траєкторій, неперервно залежних від початкових умов. Зрозуміло, що ізольованих замкнутих траєкторій (граничних циклів) у такій консервативній системі не може бути.

У статті Жоладека [10] наведені формули обчислення трьох величин Ляпунова для рівняння (14):

$$l_1 = -\frac{1}{2}\mathrm{Im}\left(g_{20} g_{11}\right),$$

$$l_2 = -\frac{1}{12}\mathrm{Im}(g_{20} - 4\bar{g}_{11})(g_{20} + \bar{g}_{11})\bar{g}_{11} \cdot g_{02}, \tag{16}$$

$$l_3 = -\frac{25}{64}(4\left|g_{11}\right|^2 - \left|g_{02}\right|^2)\,\mathrm{Im}(\bar{g}_{11}^3 \cdot g_{02}).$$

Таким чином, за допомогою формул (16) не складно виявити циклічність особливої точки (стану рівноваги):

1) цикл не існує, якщо $\mu \neq 0$;

2) є єдиний граничний цикл, якщо $\mu = 0$, $\mathrm{Im}(g_{20} \cdot g_{11}) \neq 0$;

3) співіснують двоє граничних циклів, якщо $\mu = \mathrm{Im}(g_{20} g_{11}) = 0,\ \ g_{20} \neq 4\bar{g}_{11}$;

4) існує троє граничних циклів, якщо $\mu = g_{20} - 4\bar{g}_{11} = 0$.

За рахунок зв'язку між (13) і (14), маємо:

$$\begin{cases} g_{20} = \dfrac{1}{4}(a_{20} - a_{02} + 2b_{11} + i \cdot (b_{20} - b_{02} - 2a_{11}), \\ \bar{g}_{11} = \dfrac{1}{4}(a_{20} + a_{02} - i \cdot (b_{20} + b_{02})). \end{cases} \tag{17}$$

Використовуючи умову 4), з урахуванням (17), отримаємо параметричні умови існування трьох граничних циклів у системі (13):

$$\begin{cases} 2b_{11} = 3a_{20} + 5a_{02}, \\ 2a_{11} = 5b_{20} + 3b_{02}, \end{cases} \tag{18}$$

Вважаємо суттєвим, що умови (18) отримані прямими обчисленнями величин Ляпунова для квадратичної системи (13) з шістьома параметрами, не застосовуючи канонічних систем Баутіна, Андронової та ін. [8], які використовують п'ятипараметричну форму представлення досліджуваних моделей.

Отриманий результат (18) можна перевірити з іншого боку. У роботах Боніна і Легата [11], а також Лі [12,13] більш детальніше розглянута система:

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= -u_2 + a_{20}u_1^2 + a_{11}u_1u_2 + a_{02}u_2^2 \\ \dot{u}_2 &= u_1 + b_{20}u_1^2 + b_{11}u_1u_2 + b_{02}u_2^2 \end{aligned} \tag{19}$$

Система (19) має деякі відмінності від (13) і тому співвідношення (18) трансформуються до вигляду:

$$\begin{aligned} b_{11} &= 3a_{20} + 5a_{02} \\ a_{11} &= 5b_{20} + 3a_{02} \end{aligned} \tag{20}$$

Для системи (19) у вищеозначених працях надані умови максимально можливої кількості циклів у околі особливої точки з обчисленням відповідних величин Ляпунова. Користуючись позначеннями Ван, Лі, Чоу [14], сформуємо відповідні вирази:

а) $l_1 = A\alpha - B\beta$,

б) $l_2 = \left[\beta\left(5A - \beta\right) + \alpha\left(5B - \alpha\right)\right]\gamma$, якщо $l_1 = 0$.

в) $l_3 = \left(A\beta + B\alpha\right)\gamma\delta$, якщо $l_1 = l_2 = 0$,

де

$A = a_{20} + a_{02}$, $B = b_{20} + b_{02}$, $\alpha = a_{11} + 2b_{02}$, $\beta = b_{11} + 2a_{20}$,

$$\gamma = b_{20}A^3 - \left(a_{20} - b_{11}\right)A^2B + \left(b_{02} - a_{11}\right)AB^2 - a_{02}B^3,$$

$$\delta = a_{02}^2 + b_{02}^2 + a_{02}A + b_{20}B.$$

З урахуванням (20) виключимо параметри a_{11} та b_{11}. Тоді $\alpha = 5\left(b_{20} + b_{02}\right)$, $\beta = 5\left(a_{20} + a_{02}\right)$. Це означає, що $\alpha = 5B,\ \beta = 5A$, що автоматично виконує умову, $l_1 = l_2 = 0$ і забезпечує $l_3 \neq 0$. Таким чином, маємо підтвердження тому, що максимально можливий порядок повільного фокусу для квадратичної системи дорівнює три, що збігається з дослідженням Жоладека [15].

Ми не випадково так ретельно проаналізували біфуркаційні властивості циклічної динаміки конкурентної взаємодії. Саме тут найбільш яскраво виявляються властивості нестійкості систем по відношенню до малих відхилень параметрів. Тільки у нелінійних системах поблизу біфуркаційних границь по обидві сторони яких на досліджуваному об'єкті спостерігається якісно різний характер поведінки. Прикладом такої перебудови топології є зміна стійкого аперіодичного режиму на нестійкий автоколивальний катастрофічним чином. На фазовій площині це ілюструють сепаратриси − лінії, які розмежовують різні області притягання (аттрактора).

Висновки

Нами достатньо змістовно досліджені якісні особливості динаміки інноваційного ринку для двох учасників конкурентної боротьби. Зрозуміло, що це

ISSN 2522-9818 (print)
Сучасний стан наукових досліджень та технологій в промисловості. 2020. № 2 (12) *ISSN 2524-2296 (online)*

всього-на-всього частково випадок складної організаційної економічної системи. Удосконалення ринкових відносин, на нашу думку, повинно бути спрямовано на зростання кількості учасників ринку інновацій. Добре відомо, що поява на ринку, наприклад, третього учасника конкурентної боротьби може ініціювати у системі хаотичний режим з народженням нового різновиду аттрактору. Цей «дивний» атрактор суттєвим чином змінить динаміку конкурентних взаємовідносин та зменшить горизонт економічного прогнозу.

Список літератури

1. Артеменко Л. П. Формування конкурентоспроможності інноваційно-активних підприємств. *Економіка і організація управління*. 2014. № 1 (17). С. 19–25.
2. Булеев И. П. Экономика Украины на современном этапе: институциональный аспект. *Вісник економічної науки України*. 2015. № 1. С. 26–34.
3. Брюховецкая Н. Е., Булеев И. П. Конкуренция и соревнование в условиях инновационного развития предприятий. *Вісник економічної науки України*. 2017. № 1. С. 7–15.
4. Булеев И. П., Брюховецкая Н. Е., Богуцька О. А. Формування структури промисловості індустріального міста за критеріями підвищення якості життя населення та інвестиційної привабливості. *Прометей*. 2013. Вип. 1. С. 45–49.
5. Даниленко А. І. Основні проблеми інноваційної перебудови та фінансові аспекти її забезпечення в Україні. *Фінанси України*. 2017. № 5. С. 7–23.
6. Базыкин А. Д. Математическая биофизика взаимодействующих популяций. М. : Наука, 1985. 184 с.
7. Андронова Е. А. К топологии квадратичних систем с четырьмя (или более) предельными циклами. *Успехи математических наук*. 1986. Т. 41. Вып. 2. С. 183–184.
8. Баутин Н. Н., Леонтович Е. А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М. : Наука, 1990. 488 с.
9. Гайко В. А. Глобальные бифуркации предельных циклов и шестнадцатая проблема Гильберта. Мн. : Университетское, 2000. 167 с.
10. Zoladek H. Quadratic Systems with center and their perturbations. *Differential Equations*. 1994. Vol. 109. P. 223–273.
11. Bonin G., Legault L. Comparaison de la method des constants de Lyapunov et de la bifurcation de Hopf. *Canadian Mathematical Bulletin*. 1988. Vol. 31. № 2. P. 200–209.
12. Li C. Two problems of planar quadratic systems. *Scientica Sinica Series A*. 1983. V. 26. № 5. P. 471–481.
13. Nonexistense of limit cycle around a weak focus of order three for any quadratic system. *Chines Annals of Mathematics. Series B*. 1986. Vol. 7. № 2. P. 174–190.
14. Chow S., Chengzhi L., Wang D. Normal forms and bifurcations of planar vector fields. Cambride University Press. 1994. 416 p.
15. Zoladek H. The cyclicity of triangles and segments in quadratic systems. *Differential Equations*. 1995. Vol. 122. P. 137–159.

References

1. Artemenko, L. P. (2014), "Formation of competitiveness of innovatively active enterprises" [Formuvannya konkurentospromozhnosti innovacijno-aktivnih pidpriєmstv], *Economics and organization of management*, No. 1 (17), P. 19–25.
2. Buleev, I. P. (2015), "The economy of Ukraine at the present stage: the institutional aspect" ["Ekonomika Ukrainy na sovremennom etape: institucional'nyj aspect"], *Bulletin of Economic Science of Ukraine*, No. 1, P. 26–34.
3. Bryuhoveckaya, N. E., Buleev, I. P. (2017), "Competition and competition in the conditions of innovative development of enterprises" ["Konkurenciya i sorevnovanie v usloviyah innovacionnogo razvitiya predpriyatij"], *Bulletin of Economic Science of Ukraine*, No. 1, P. 7–15.
4. Buleev, I. P., Bryuhoveckaya, N. E., Boguc'ka, O. A. (2013), "Formation of the industrial structure of the industrial city according to the criteria of improving the quality of life and investment attractiveness" ["Formuvannya strukturi promislovosti industrial'nogo mista za kriteriyami pidvishchennya yakosti zhittya naselennya ta investicijnoї privablivosti"], *Prometheus,* Vol. 1, P. 45–49.
5. Danilenko, A. I. (2017), "The main problems of innovation restructuring and financial aspects of its provision in Ukraine" ["Osnovni problemi innovacijnoї perebudovi ta finansovi aspekti її zabezpechennya v Ukraïni"], *Finance of Ukraine*, No. 5, P. 7–23.
6. Bazykin, A. D. (1985), Mathematical biophysics of interacting populations [*Matematicheskaya biofizika vzaimodejstvuyushchih populyacij*], Moscow, Science, 184 p.
7. Andronova, E. A. (1986), "To the topology of quadratic systems with four (or more) limit cycles" ["K topologii kvadratichnih sistem s chetyr'mya (ili bolee) predel'nymi ciklami"], *Successes of mathematical sciences*, Vol. 41, No. 2, P. 183–184.
8. Bautin, N. N., Leontovich, E. A. (1990), *Methods and techniques of qualitative research of dynamical systems on a plane* [*Metody i priemy kachestvennogo issledovaniya dinamicheskih sistem na ploskosti*], Moscow, Science, 488 p.
9. Gajko, V. A. (2000), *Global bifurcations of limit cycles and the sixteenth Hilbert problem* [*Global'nye bifurkacii predel'nyh ciklov i shestnadcataya problema Gil'berta*], Mn, University, 167 p.
10. Zoladek, H. (1994), "Quadratic Systems with center and their perturbations", *Differential Equations*, Vol. 109, P. 223–273.
11. Bonin, G., Legault, L. (1988), "Comparaison de la method des constants de Lyapunov et de la bifurcation de Hopf", *Canadian Mathematical Bulletin*, Vol. 31, No. 2, P. 200–209.
12. Li, C. (1983), "Two problems of planar quadratic systems", *Scientica Sinica Series A*, Vol. 26, No. 5, P. 471–481.
13. Li, C. (1986), "Nonexistense of limit cycle around a weak focus of order three for any quadratic system", *Chines Annals of Mathematics. Series B*, Vol. 7, No. 2, P. 174–190.
14. Chow, S., Chengzhi, L., Wang, D. (1994), *Normal forms and bifurcations of planar vector fields*, Cambride Univer-sity Press, 416 p.
15. Zoladek, H. (1995), "The cyclicity of triangles and segments in quadratic systems", *Differential Equations*, Vol. 122, P. 137–159.

Надійшла (Received) 29.05.2020

ISSN 2522-9818 (print)
ISSN 2524-2296 (online) Innovative technologies and scientific solutions for industries. 2020. No. 2 (12)

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Воронін Анатолій Віталійович – кандидат технічних наук, доцент, Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця, доцент кафедри вищої математики та економіко-математичних методів, Харків, Україна; email: voronin61@ukr.net; ORCID: https//orcid.org/0000-0003-2570-0508.

Воронин Анатолий Витальевич – кандидат технических наук, доцент, Харьковский национальный экономический университет им. С. Кузнеца, доцент кафедры высшей математики и экономико-математических методов, Харьков, Украина.

Voronin Anatolii – PhD (Engineering Sciences), Associate Professor, Simon Kuznets Kharkiv National University of Economy, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics and Economic and Mathematical Methods, Kharkiv, Ukraine.

Гунько Ольга Володимирівна – кандидат фізико-математичних наук, доцент, Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця, доцент кафедри вищої математики та економіко-математичних методів, Харків, Україна; email: gunko-olga@lenta.ru, ORCID: https//orcid.org/0000-0001-7013-5400.

Гунько Ольга Владимировна – кандидат физико-математических наук, доцент, Харьковский национальный экономический университет им. С. Кузнеца, доцент кафедры высшей математики и экономико-математических методов, Харьков, Украина.

Gunko Olga – PhD (Physical and Mathematical Sciences), Associate Professor, Simon Kuznets Kharkiv National University of Economy, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics and Economic and Mathematical Methods, Kharkiv, Ukraine.

Афанас'єва Лідія Михайлівна – кандидат технічних наук, доцент, Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця, доцент кафедри вищої математики та економіко-математичних методів, Харків, Україна; email: Lidiia.Afanasieva@hneu.net; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8113-4518.

Афанасьева Лидия Михайловна – кандидат технических наук, доцент, Харьковский национальный экономический университет им. С. Кузнеца, доцент кафедры высшей математики и экономико-математических методов, Харьков, Украина.

Afanasieva Lidiia – PhD (Engineering Sciences), Associate Professor, Simon Kuznets Kharkiv National University of Economy, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics and Economic and Mathematical Methods, Kharkiv, Ukraine.

ДИНАМИКА ИННОВАЦИОННОЙ КОНКУРЕНЦИИ

Предметом настоящей работы есть проблема динамического взаимодействия инновационных продуктов в условиях рыночной конкуренции. Устойчивый экономический рост в настоящее время невозможен без повышения конкурентоспособности предприятий и отраслей, во многом определяется усилением конкурентной среды. В результате конкурентной борьбы экономических агентов за достижения различных преимуществ на рынках создаются и совершенствуются новые продукты с соответствующим развитием технологий. В анализе предыдущих публикаций отмечена роль национальной инновационной политики государства в системе формирования приоритетов инвестиционной деятельности в рыночных условиях. **Целью** работы является изучение особенностей построения моделей конкуренции инновационных процессов. При этом следует подчеркнуть, что экономические системы имеют сложную и неоднородную структуру с иерархической схемой взаимодействия эндогенных и экзогенных факторов. Общей чертой многих балансовых моделей рыночной экономики является наличие автокаталитических составляющих, определяющих механизмы роста инновационного продукта. В статье решается **задача** построения и анализа поведенческих свойств математической модели конкуренции двух экономических субъектов на общем рынке. В качестве прототипа для модели эндогенной гомеодинамической системы используется широко известная в популяционной динамике математическая модель «хищник-жертва». Данная модель представляет собой систему двух обыкновенных дифференциальных уравнений с квадратичными нелинейностями, имеющую несколько положений равновесия и обладающую бистабильным поведением. **Методы** исследования базируются на математическом аппарате экономической синергетики и теории устойчивости нелинейных динамических систем. В **результате** указаны условия, при которых реализуется автоколебательный режим в окрестности положения равновесия с появлением одного или нескольких предельных циклов. Установлено, что максимальное количество предельных циклов в исследуемой системе вокруг положения равновесия равно трем. Выполнен предметный анализ бифуркационных свойств циклической динамики конкурентного взаимодействия, определены границы потери устойчивости положением равновесия. Выводы. Поведенческий характер динамики инновационных процессов существенно меняется и возможна реализация скачкообразного перехода от монотонного экономического роста к релаксационным колебаниям.

Ключевые слова: инновация; конкуренция; рынок; равновесие; устойчивость; бифуркация; цикл; автоколебания.

DYNAMICS OF INNOVATIVE COMPETITION

The **subject** of this work is the problem of the dynamic interaction of innovative products in a competitive market. Sustainable economic growth is currently impossible without increasing the competitiveness of enterprises and industries, largely determined by the strengthening of the competitive environment. As a result of the competition of economic agents for achieving various advantages in the markets, new products are created and improved with the corresponding development of technologies. In the analysis of previous publications, the role of the national innovation policy of the state in the system of forming priorities of investment activity in market conditions is noted. The **purpose** of the work is to study the features of building competition models of innovative processes. It should be emphasized that economic systems have a complex and heterogeneous structure with a hierarchical pattern of interaction of endogenous and exogenous factors. A common feature of many balance models of a market economy is the presence of autocatalytic components that determine the growth mechanisms of an innovative product. The article solves the **problem** of constructing and analyzing the behavioral properties of a mathematical model of competition between two economic entities in a common market. As a prototype for the model of endogenous homeodynamic system, the widely known mathematical model "predator-prey" is used in population dynamics. This model is a system of two ordinary differential equations with quadratic nonlinearities, which has several equilibrium positions and has a behavior with a change in the nature of stability. Research **methods** are based on the mathematical apparatus of economic synergetics and the theory of stability of nonlinear dynamic systems. As a **result**, the conditions under which the self-oscillating mode is implemented in the vicinity of the equilibrium state with the appearance of one or more limit cycles are specified. It has been established that the maximum number of limit cycles in the system under study around the equilibrium position is three. The subject analysis of the bifurcation properties of the cyclic dynamics of competitive interaction is carried out, the boundaries of stability loss by the equilibrium position are determined. **Conclusions**. The behavioral nature of the dynamics of innovation processes is changing significantly and it is possible to implement a leap transition from monotonous economic growth to relaxation fluctuations.

Keywords: innovation; competition; market; equilibrium; stability; bifurcation; cycle; self-oscillations.

Бібліографічні описи / Bibliographic descriptions

Воронін А. В., Гунько О. В., Афанас’єва Л. М. Динаміка інноваційної конкуренції. *Сучасний стан наукових досліджень та технологій в промисловості*. 2020. № 2 (12). С. 22–29. DOI: https://doi.org/10.30837/2522-9818.2020.12.022.

Voronin, A., Gunko, O., Afanasieva, L. (2020), "Dynamics of innovative competition", *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*, No. 2 (12), P. 22–29. DOI: https://doi.org/10.30837/2522-9818.2020.12.022.