МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ СЕМЕНА КУЗНЕЦЯ

ПРИКЛАДНА ЕКОНОМЕТРИКА

Навчальний посібник
У двох частинах

Частина 2

Харків
ХНЕУ ім. С. Кузнеця
2016

УДК 330.43(075)
П 75

Рецензенти: д-р екон. наук, професор кафедри економіко-математичного моделювання ДВНЗ «Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана» *О. В. Піскунова*; д-р екон. наук, професор кафедри економічної теорії Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна *В. О. Бабенко*.

Рекомендовано до видання рішенням вченої ради Харківського національного економічного університету імені Семена Кузнеця.
Протокол № 11 від 21.06.2016 р.

Самостійне електронне текстове мережеве видання

Авторський колектив: д-р екон. наук, доцент Л. С. Гур'янова – розділи 7, 8, 10; д-р екон. наук, професор Т. С. Клебанова – розділ 8; канд. екон. наук, доцент С. В. Прокопович – розділ 10; канд. екон. наук, доцент Л. О. Чаговець – розділи 7, 9, 10; канд. екон. наук, доцент О. В. Івахненко – розділ 10; канд. екон. наук, доцент О. А. Сергієнко – розділ 10; канд. екон. наук, доцент Г. С. Ястребова – розділ 10.

Прикладна економетрика : навч. посіб. : у двох частинах.
П 75 Частина 2 : [Електронне видання] / Л. С. Гур'янова, Т. С. Клебанова, С. В. Прокопович та ін. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2016. – 252 с.
ISBN 978-966-676-668-0

Розглянуто особливості прикладного економетричного моделювання, найбільш поширені розділи базової та «просунутої» економетрики. Подано теоретичний матеріал і демонстраційні приклади, що дозволяють засвоїти змістовність і методику застосування економетричних методів і моделей для дослідження економічних процесів.

Рекомендовано для студентів економічних спеціальностей, аспірантів, які проводять дослідження, пов'язані із завданнями економетричного моделювання.

УДК 330.43(075)

© Л. С. Гур'янова, Т. С. Клебанова, С. В. Прокопович та ін., 2016
© Харківський національний економічний університет імені Семена Кузнеця, 2016

ISBN 978-966-676-668-0

Вступ

Сучасні тенденції розвитку виробничо-економічних систем (ВЕС) різного рівня ієрархії (макро-, мезо-, мікрорівня), підвищення складності, динамізма, невизначеності їх зовнішнього та внутрішнього середовищ обумовлюють потребу в нових прикладних економетричних модельних конструкціях, які дозволяють розробляти найбільш ймовірні сценарії розвитку ситуації, прогнозувати реакцію ВЕС на «шоки» й управлінські впливи, формувати ефективну економічну політику. До прикладів управлінських рішень, обґрунтування яких неможливе без знання прикладної економетрики, можна віднести прогнозування темпів економічного зростання країни та її регіонів, оцінювання трендів у динаміці інвестицій та міграційних потоків, обґрунтування величини податкового навантаження, прогнозування місткості ринку та вибір цільового сегмента, формування ефективної рекламної кампанії, прогнозування вартості фінансових активів, визначення оптимальної структури інвестиційного портфеля, стресс-тестування діяльності банку тощо. Отже, сучасний економіст-аналітик, здатний продукувати нові знання для підтримки прийняття рішень, повинен знати та вміти використовувати в повсякденній роботі економетричні методи та моделі, сучасні пакети прикладних програм економетричного моделювання для оцінювання й аналізу різноманітних складних соціально-економічних процесів та явищ, що дозволить підвищити ефективність використання наявних ресурсів різних рівнів та узгодженість управлінських рішень. У зв'язку із цим навчальна дисципліна *«Прикладна економетрика»* є однією з базових дисциплін економіко-математичного циклу.

Метою вивчення навчальної дисципліни є формування системи фундаментальних знань зі застосування сучасного економетричного апарата, побудова адекватних економетричних моделей та прогнозування поведінки соціально-економічних систем. *Завданням* навчальної дисципліни є засвоєння студентами принципів, методів та інструментарію з постановки задач економетричного моделювання, методів їх розв'язування й аналізу з метою широкого використання для обґрунтування управлінських рішень в економічних системах різного призначення та рівнів ієрархії.

Пререквізитами дисципліни «Прикладна економетрика» є індустріальна й аграрна економіка, глобальна економіка, макро-, мікро-економіка-2, теорія ймовірностей і математична статистика, теорія випадкових процесів. Навчальна дисципліна «Прикладна економетрика» забезпечує вивчення таких дисциплін, як «Багатомірний статистичний аналіз»,

«Моделювання та оптимізація економічних систем», «Економічна динаміка» та інших дисциплін економіко-математичного циклу.

Вивчення навчальної дисципліни *«Економетрика»* передбачає формування у студентів таких *компетентностей,* як здатність проводити якісний аналіз причинно-наслідкових зв'язків об'єкта дослідження; застосовувати сучасні економетричні методи для побудови моделей аналізу та прогнозування соціально-економічних процесів; застосовувати економетричні моделі для аналізу часових і просторових ефектів розвитку соціально-економічних систем, накопичення інформації для прийняття ефективного рішення.

Навчальний посібник складено відповідно до робочої програми дисципліни за такими змістовими модулями.

Змістовий модуль 1 «Економетричні моделі зі специфічними змінними в дослідженні систем», який включає такі теми, як «Роль економетричних досліджень в економіці. Особливості економетричного моделювання», «Множинна лінійна регресія. Побудова моделей в умовах мультиколінеарності незалежних змінних», «Методи оцінки коефіцієнтів моделей з нестандартними помилками», «Нелінійна регресія. Вибір і порівняння регресійних моделей», «Економетричні моделі на основі системи структурних рівнянь», «Моделі з дискретними змінними»;

Змістовий модуль 2 «Динамічні економетричні моделі аналізу систем», який включає такі теми, як «Моделі панельних даних», «Моделі розподіленого лага», «VAR- та ECM-моделі».

Навчальний посібник видано в двох частинах, кожна із яких містить матеріал відповідних змістових модулів дисципліни. У рамках кожної теми поданий теоретичний матеріал і демонстраційні приклади, що дозволяють засвоїти змістовність і методику застосування економетричних методів і моделей для дослідження економічних процесів; запитання для самодіагностики; тести; задачі для самостійного розв'язання; ключові слова. Особливу увагу приділено програмним засобам економетричного моделювання. Друга частина навчального посібника містить лабораторний практикум з попереднього аналізу даних; побудови й аналізу множинної лінійної економетричної моделі; побудови моделей в умовах мультиколінеарності, автокореляції, гетероскедастичності; різних типів нелінійних економетричних моделей; систем одночасових рівнянь; моделей із дискретними змінними, з обмеженими залежними змінними; моделей панельних даних; моделей розподіленого лага; VAR- та ECM-моделей за допомогою пакетів прикладних програм *Statistica*, *Eviews.*

Розділ 7. Моделі панельних даних

7.1. Основні поняття моделей панельних даних.

7.2. Моделі панельних даних із фіксованими ефектами.

7.3. Модель панельних даних із випадковими ефектами. Метод оцінювання параметрів.

7.4. Тести на специфікацію моделі.

7.5. Особливі випадки моделей. SUR-моделі. Незбалансовані моделі та часові ефекти.

Ключові слова: панель; панельні дані; модель з випадковими ефектами; модель з фіксованими ефектами; збалансовані панелі; тестування; об'єднана модель; ефект; тест Бреуша – Пагана; тест Хаусмана; *F*-тест; *SUR*-модель.

7.1. Основні поняття моделей панельних даних

У сучасних умовах, що характеризуються високим рівнем нестаціонарності та невизначеності, стає необхідним всебічний аналіз функціонування та розвитку соціально-економічних об'єктів, який за інформаційною базою має враховувати значну кількість чинників. Зазвичай вихідні дані подають у вигляді «об'єкт-ознака», де в рядках містяться об'єкти, а в стовпчиках – ознаки. Для панельних даних додають ще один вимір – час. Для цього ознаки розташовують у стовпцях, у рядках розташовують дані про i-й об'єкт за T періодів часу (рис. 7.1).

Таким чином, особливістю моделей, побудованих на базі панельних даних, є можливість аналізу та вивчення як просторових даних, так і даних часового типу. Переваги таких моделей полягають у можливості врахування й аналізу індивідуальних особливостей між економічними одиницями, ефективного усунення неспостережної гетерогенності об'єктів на підставі коротких рядів, що неможливо виконати під час побудови стандартних регресійних моделей [57].

Панельні (просторові) дані – множина даних, що складається зі спостережень за однотипними статистичними об'єктами протягом декількох часових періодів.

№ об'єкта	Ознаки					
	t	X_{1t}	X_{2t}	…	X_{mt}	Y_{it}
i = 1	1	X_{11}	X_{21}	…	X_{m1}	Y_{11}
	2	X_{12}	X_{22}	…	X_{m2}	Y_{12}
	…	…	…	…	…	…
	T	X_{1T}	X_{2T}	…	X_{mT}	Y_{1T}
i = 2	1	X_{11}	X_{21}	…	X_{m1}	Y_{21}
	2	X_{12}	X_{22}	…	X_{m2}	Y_{22}
	…	…	…	…	…	…
	T	X_{1T}	X_{2T}		X_{mT}	Y_{2T}
…	…	…	…	…	…	…
i = n	1	X_{11}	X_{21}	…	X_{m1}	Y_{n1}
	2	X_{12}	X_{22}	…	X_{m2}	Y_{n2}
	…	…	…	…	…	…
	T	X_{1T}	X_{2T}	…	X_{mT}	Y_{nT}

Рис. 7.1. **Матриця панельних даних**

Досить часто окремі фактори є консистентними та корельованими з іншими пояснювальними змінними. У рамках моделей регресії це означає, що виключення такого фактора призводить до зміщення оцінок інших параметрів. У такому випадку застосування моделей з панельними даними дозволяє обчислити більш точні оцінки [36].

Якщо кількість спостережних періодів часу більша, ніж кількість досліджених об'єктів, панельні дані називають *об'єднаним часовим рядом*. На практиці множина панельних даних містить спостереження протягом невеликої кількості періодів часу. У такому випадку важливішим стає моделювання відмінностей між дослідними об'єктами, їх гетерогенність (неоднорідність), ніж аналіз часових ефектів. Але, незважаючи на те, що часові ефекти явно не моделюються, панельні дані містять інформацію про розвиток однотипних об'єктів у часі.

Якщо є дані про кожен об'єкт спостереження в момент часу, тобто якщо немає пропущених спостережень, про панельні дані говорять, що вони є *збалансованими (або повними)* (рис. 7.2а) [57]. Збалансована панель є ідеальним випадком на практиці. Крім цього, для панельних даних властива загальна проблема спостережень – проблема самовідбору, пов'язана з недоступністю значень за певними позиціями, що призводить до зміщення даних. Якщо відсутність будь-якого спостереження має при-

родну причину (наприклад, переїзд людини або домогосподарства з одного міста в інше) і, можливо, корелює зі спостереженнями, такий ефект називають *панельною смертністю, або виснаженням* (рис. 7.2б). Визнання такого спостереження відсутнім може призвести до зміщених і неефективних оцінок. Для усунення ефекту неконтрольованого виснаження можна створити вибірку з використанням ротаційної панелі. Для цього кожен об'єкт спостереження вилучають з обстеження протягом певних періодів часу, після чого у вибірку додають об'єкт зі спостереженнями за таку ж кількість періодів (рис. 7.2в).

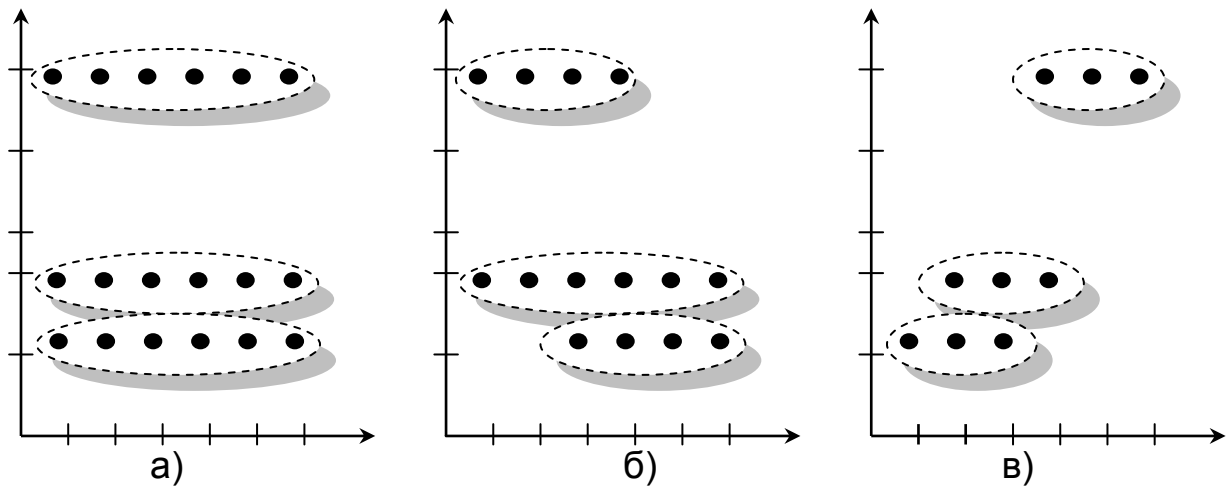


Рис. 7.2. **Види панелей**

Слід звернутися до деяких прикладів побудови математичного запису моделей із панельними даними.

Приклад 7.1. Розглянемо формальну постановку макроекономічної моделі з урахування структури панельних даних [12]. Об'єктами спостереження є країни $j = \overline{1,n}$, які мають такі характеристики x_{ijt} у періоді часу t: інфляція – x_{1jt}; обсяг інвестицій – x_{2jt}; обсяг експорту – x_{3jt}; обсяг імпорту – x_{4jt}. Залежною змінною y_{jt} є показник ВВП на душу населення у періоді часу t. Математична постановка моделі з панельними даними залежності рівня ВВП від макроекономічних показників буде такою:

$$y_{jt} = f\left(x_{1jt}; x_{2jt}; x_{3jt}; x_{4jt}\right) = \\ = a_{0j} + a_1 \cdot x_{1jt} + a_2 \cdot x_{2jt} + a_3 \cdot x_{3jt} + a_4 \cdot x_{4jt} + \varepsilon_t. \quad (7.1)$$

Приклад 7.2. Розглянемо формальний запис мікроекономічної моделі маркетингового дослідження, в якому необхідно з'ясувати, який ринок товарів є суттєвим для вибраної споживчої групи [1]. Об'єктами є групи товарів $k = \overline{1,n}$, а спостереженнями $j = \overline{1,m}$ – домашні господарства. Незалежні змінні x_{ijk} є такими: x_{1jk} – рівень доходу господарства *j*; x_{2jk} – кількість осіб в родині; x_{3jk} – наявність власної нерухомості; x_{4jk} – кількість утриманців у родині; x_{5jk} – рівень освіти; x_{6jk} – вік; x_{7jk} – стать; залежна змінна y_{jk} – рівень витрат. Математична постановка моделі на панельних даних буде такою:

$$y_{jk} = f\left(x_{ijk}\right) = a_{0k} + \sum_{i=1}^{7} a_i \cdot x_{ijk} + \varepsilon_j. \tag{7.2}$$

Приклад 7.3. Нехай необхідно з'ясувати, для яких груп населення вигідно транслювати в певний час передачу або рекламу та в якому відношенні за популярністю розподілено програми на розваги, новини та спортивні програми [56]. Об'єкт спостереження *j* – група телеглядачів; незалежні змінні x_{ijk}: рівень доходу – x_{1jk}; освіта – x_{2jk}; вік – x_{3jk}; стать – x_{4jk}. Залежна змінна y_{jk} описує структуру переглядів або частку переглядів за типом передачі. Математична постановка моделі залежності структури переглядів від показників-характеристик глядача буде такою:

$$y_{jk} = f\left(x_{ijk}\right) = a_{0j} + a_1 \cdot x_{1jt} + a_2 \cdot x_{2jt} + a_3 \cdot x_{3jt} + a_4 \cdot x_{4jt} + \varepsilon_t \tag{7.3}$$

Приклад 7.4. Нехай відомо, що об'єктами спостереження є комерційні фірми; незалежними змінними є величина валового обігу – x_{1jk}; прибуток – x_{2jk}; кількість співробітників – x_{3jk}; галузь – x_{4jk}. Залежною змінною є y_{jt} – ринкова вартість підприємства j у період часу t. Математична постановка моделі залежності ринкової вартості підприємства від ознак буде такою [37]:

$$y_{jk} = f\left(x_{ijk}\right) = a_{0k} + \sum_{i=1}^{4} a_i \cdot x_{ijk} + \varepsilon_j. \tag{7.4}$$

Приклад 7.5. Розглянемо щорічні дані [57] про обсяги інвестицій X_i і прибутку Y_i трьох підприємств за десятирічний період. Стовпчики, містять дані за i-м підприємством, i =1,2,3 (табл. 7.1). Формальний запис моделі буде таким: $y_{it} = f\ (x_{it}) = a_{0j} + a_1 \cdot x_{it} + +\varepsilon_t, i = \overline{1,3}$.

Таблиця 7.1

Вхідні дані

Час, t	Ознака за підприємством					
	Y_{1t}	X_{1t}	Y_{2t}	X_{2t}	Y_{3t}	X_{3t}
1	13,32	12,85	20,30	22,93	8,85	8,65
2	26,30	25,69	17,47	17,96	19,60	16,55
3	2,62	5,48	9,31	9,160	3,87	1,47
4	14,94	13,79	18,01	18,73	24,19	24,91
5	15,80	15,41	7,63	11,31	3,99	5,01
6	12,20	12,59	19,84	21,15	5,73	8,34
7	14,93	16,64	13,76	16,13	26,68	22,70
8	29,82	26,45	10,00	11,61	11,49	8,36
9	20,32	19,64	19,51	19,55	18,49	15,44
10	4,77	5,43	18,32	17,06	20,84	17,87

Приклад 7.6. У роботі [26] з урахуванням структури вхідних панельних даних запропоновано виконувати оцінку економічної безпеки підприємства. Нехай $y_{1it}, y_{2it}, \dots, y_{dit}$ – показники рівня економічної безпеки за d-ю складовою для і-го підприємства в момент часу t; Y_{it} – загальний рівень економічної безпеки для i-го підприємства в момент часу t; $\mu_{0\mathrm{i}}$ – параметри моделі для i-го підприємства; $a_{1\mathrm{i}}, a_{2\mathrm{i}}, \dots\ a_{di}$ – параметри моделі за d-м рівнем складової економічної безпеки для i-го підприємства. Тоді, загальний вигляд моделі взаємозв'язку між значенями рівня економічної безпеки підприємства за окремими складовими та загальним рівнем економічної безпеки можна подати таким чином:

$$Y_{it} = \frac{1}{1 + e^{\mu_{0i} + a_{1i} y_{1it} + a_{2i} y_{2it} + \dots + a_{di} y_{dit}}}$$

$$Y_i = \begin{bmatrix} Y_{i1} \\ \vdots \\ Y_{it} \end{bmatrix}; Y_{di} = \begin{bmatrix} y'_{i1} \\ \vdots \\ y'_{iT} \end{bmatrix};\ \varepsilon_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{iT} \end{bmatrix}; \mu_{0i} = \begin{bmatrix} \mu_{01} \\ \vdots \\ \mu_{0n} \end{bmatrix};\ i = \overline{1,n}; t = \overline{1,T}; d = \overline{1,4}.$$

Значення параметрів логістичної кривої визначають шляхом попереднього перетворення та логарифмування, після чого можна застосовувати метод найменших квадратів. Далі складають і розв'язують систему нормальних рівнянь щодо логарифмів параметрів, а потім знаходять і самі параметри:

$$Y_{i1}^{*} = ln\left(\frac{1}{y_{it}} - 1\right) = \mu_{0i} + a_{1i}y_{1it} + a_{2i}y_{2it} + \cdots + a_{di}y_{dit}.$$

Приклад 7.7. У дослідженні [74] розглянуто підприємства з виробництва цементу, на яких кількість робочих перевищувало п'ятнадцять осіб. Використано квартальні дані виробництва цементу та споживання газу в одинадцяти регіонах, для яких і було проведено емпіричне оцінювання на часовому відрізку (десять кварталів). Пояснювальними змінними виступили ціни природного газу, інших видів палива, електроенергії, а також обсяг виробництва цементу. У панельному вигляді подані дані часових рядів і відповідних показників за кожним регіоном. Для оцінювання короткострокової еластичності розглядалась така модель:

$$lnG_{jt} = \alpha + \beta_G lnP_{Gjt} + \beta_E lnP_{Ejt} + \gamma lnY_{jt} + \beta_0 lnG_{j,t-1} + e_{jt} + u_j,$$

де j = 1, 2, ..., 11 – номер регіону;

t = 1, 2, ... 10 – номер кварталу;

P_{Gjt} – ціна природного газу;

P_{Ejt} – ціна електроенергії;

e_{jt} – незалежні похибки («білий шум»);

u_j – індивідуальні ефекти об'єктів спостереження, інваріантні за часом (індивідуальний ефект).

Приклад 7.8. У роботі [72] запропонований вигляд регресійного рівняння моделі трансформації зайнятості в новій економіці, що враховує фіксовані індивідуальні ефекти об'єктів спостереження – країн:

$$PROD_{it} = 0{,}067 + 0{,}203 \cdot HDI_{it} + 0{,}017 \cdot EOI_{it} + 0{,}028 \cdot IEF_{it} + [z_i + \varepsilon_{it}];$$

$$PROD_{it} = {}^{\text{ВВП}}/_{3},$$

де $PROD_{it}$ – показник продуктивності праці в економіці;

ВВП – валовий внутрішній продукт у постійних цінах, дол. США;

З – зайнятість, осіб;

HDI_{it} – індекс людського розвитку;

EOI_{it} – індекс підприємництва та можливостей;

IEF_{it} – індекс економічної свободи;

i – індекс об'єкта спостереження (Австралія, …, Японія);

t – час, t = 2009, …, 2013;

ε_{it} – випадкова (стохастична) компонента;

z_i – індивідуальні ефекти об'єктів спостереження, інваріантні за часом.

Коефіцієнти при змінних HDI_{it}, EOI_{it} й IEF_{it} указують на те, що зі збільшенням на один пункт значення індексу людського розвитку, індексу підприємництва та можливостей, а також індексу економічної свободи значення продуктивності праці в економіці збільшується на 0,203, 0,017 і 0,028 пунктів, відповідно. Значення константи (α = 0,067) – середнє значення продуктивності праці в економіці за нульових значень пояснювальних незалежних змінних та індивідуальних ефектів.

Для загального подання вигляду моделі з панельними даними введемо такі позначення [36]:

$$y_i = \begin{bmatrix} y_{i1} \\ \vdots \\ y_{it} \end{bmatrix}; y = \begin{bmatrix} y_i \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}; X_i = \begin{bmatrix} x_{i1}' \\ \vdots \\ x_{it}' \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} x_i \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix};\ \varepsilon_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{it} \end{bmatrix}; \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_i \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}; \mu_{0i} = \begin{bmatrix} \mu_{01} \\ \vdots \\ \mu_{0n} \end{bmatrix};$$

$$i = \overline{1,n}; t = \overline{1,T}\ ,$$

де y_{it} – залежна змінна для i-го об'єкта в момент часу t;

y_i – об'єднана залежна змінна;

x_{it} – набір пояснювальних змінних для i-го об'єкта в момент часу t;

X_i – набір пояснювальних змінних;

ε_{it} – помилка для і-го об'єкта в момент часу t;

ε_i – набір індивідуальних залишків.

Традиційно лінійна залежність панельних даних для i-го об'єкта вибраної генеральної сукупності має вигляд:

$$y_{it} = \alpha_i + x_{it}'\beta + \varepsilon_{it}.$$

Параметри α_i є адитивними константами, які у підсумку складають ефекти, характерні для конкретного об'єкта спостереження i та періоду часу, і, отже, визначають середнє місце розташування y_{it}, якщо всі регресори зафіксовано на рівні $x_{it} = 0$. Параметри розташування прийнято називати е*фектами, які не спостерігаються* [59].

Найбільш прості специфікації можуть мати такий вигляд:

$$y_{it} = x_{it}^{'}\beta + \varepsilon_{it}.$$

Подана модель не містить ефектів, характерних для окремих об'єктів спостереження або моментів часу. У такому випадку мають на увазі, що дані або модель є *об'єднаними*. Параметри моделі оцінюють за допомогою МНК за всіма спостереженнями, не враховуючи специфіку панельних даних.

У моделях панельних даних збурення поділяються на кілька компонент. Виділяють моделі з одно- та двокомпонентною помилкою. Найбільш поширеними є моделі з однокомпонентною складовою помилки (одновимірними шоками). У свою чергу, одно- та двовимірні шоки можуть містити фіксовані або випадкові ефекти, відповідно. У першому випадку досліджують вплив специфічних для кожного об'єкта факторів, виражених у значеннях констант α_i за відсутності загального параметра розташування. У другому випадку ефекти відмінності об'єктів спостереження моделюють не за допомогою параметрів, а через передумови щодо виду розподілу. Ефекти стають компонентом залишків, тобто параметри розташування u_t приймаються як випадкові величини з нульовим математичним очікуванням, а збурення ε_{it} – некоррельовано для різних періодів часу [32]:

$$\alpha_{it} =, \beta_{it} = \beta, v_{it} = u_t + \varepsilon_{it};\ Z_i = \left(y_{i,} X_{i,}\right) \sim i.i.d.,$$

де α_i, ε_{it} – незалежні для будь-яких i, j, t;

$\varepsilon_{it} \sim i.i.d.$, де $\mathrm{E}[\varepsilon_{it}|\mathrm{X}_i, u_i\ ] = 0$, $\mathrm{E}[\varepsilon_{it}^2|\mathrm{X}_i, u_i\ ] = \sigma_v^2$;

$u_i \sim i.i.d.$, де $E[u_i|X_i] = 0$, $\mathrm{E}[u_i^2|\mathrm{X}_i\ ] = \sigma_M^2$.

У такому випадку в моделі оцінюють $(k+1)$ коефіцієнти та дисперсії σ_v^2 и σ_M^2. Це можливо із застосуванням двоступеневої процедури, коли спочатку оцінюють дисперсії, а потім коефіцієнти узагальненим методом найменших квадратів (УМНК). У моделях із двокомпонентною складовою

помилки в якості ще одного компонента може бути включено часові ефекти: $v_{it} = u_i + \varepsilon_{it} + l_t$ з необхідними передумовами щодо розподілу l_t.

7.2. Моделі панельних даних із фіксованими ефектами

Залежно від припущень щодо характеру величини α_i розглядають дві моделі: модель із фіксованими та модель із випадковими ефектами. Модель з фіксованими ефектами має вигляд:

$$y_{it} = \alpha_i + x_{it}^{'}\beta + \varepsilon_{it}. \tag{7.5}$$

Для цього необхідно, щоб виконувалися такі умови: помилки є корельованими між собою як за *i*, так і за *t*, тобто:

$$E(\varepsilon_{it}) = 0, V(\varepsilon_{it}) = \sigma_{\varepsilon}^2.$$

Модель також можна розглядати як модель з індивідуальними фіктивними змінними, тобто для кожного об'єкта спостереження вводиться змінна, яка має індивідуальний характер. Припускаючи наявність одних і тих же параметрів для всіх об'єктів спостереження в усі моменти часу, можна досліджувати наявність гетерогенності між об'єктами спостереження з інваріантним у часі, але специфічним параметром розташування для кожного об'єкта спостереження [57; 59].

Якщо ввести фіктивні змінні $d_{ij} = \begin{cases} 1, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases}$ для кожної економічної одиниці, модель можна подати у вигляді стандартної моделі:

$$y_{it} = \sum_{j=1}^{n} \alpha_i \, d_{ij} + x_{it}^{'}\beta + \varepsilon_{it} \tag{7.6}$$

Оцінювання параметрів моделі. Отриману модель (7.6) можна оцінити звичайним МНК, проте виникає складність під час оцінювання моделі з великою кількістю параметрів. Тому для кожного об'єкта спостереження вводять середнє за часом і, перейшовши з (7.6) до середніх у часі, отримуємо [57; 59]:

$$\bar{y}_i = \alpha_i + \bar{x}_i^{'}\beta + \bar{\varepsilon}_i, \bar{y}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_{it}\,, \bar{x}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} x_{it}\,, \bar{\varepsilon}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_{it}. \qquad (7.7)$$

Віднімаючи рівняння (7.6) з (7.7), отримуємо рівняння генеральної сукупності з поправкою на середнє:

$$y_{it} - \bar{y}_i = (x_{it} - \bar{x}_i)^{'}\beta + \varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i. \qquad (7.8)$$

Це перетворення називають внутрішньогруповим перетворенням. Застосовуючи метод найменших квадратів до регресії через початок координат, отримуємо консистентну оцінку:

$$\hat{\beta}_{FE} = \left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}(x_{it} - \bar{x}_i)(x_{it} - \bar{x}_i)^{'}\right)^{-1} \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}(x_{it} - \bar{x}_i)(y_{it} - \bar{y}_i). \qquad (7.9)$$

Ця оцінка є *оцінкою моделі з фіксованими ефектами*. Якщо з даних віднімають середнє за часом, то така оцінка буде *оцінкою з урахуванням варіації в рамках об'єкта спостереження* [57; 59].

Як оцінку індивідуальних ефектів можна приймати $\hat{\alpha}_i = \bar{y}_i - \bar{x}_i^{'}\hat{\beta}_{FE}$. Вона є незміщенною та консистентною для фіксованого n з $t \to \infty$. Вираз для матриці коваріацій оцінки $\hat{\beta}_{FE}$ має вигляд:

$$V(\hat{\beta}_{FE}) = \sigma_\varepsilon^2 \left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}(x_{it} - \bar{x}_i)(x_{it} - \bar{x}_i)^{'}\right)^{-1}.$$

Як оцінку дисперсії σ_ε^2 можна вважати

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{1}{nT - n - k}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}(y_{it} - \bar{y}_i - x_{it} - \bar{x}_i)^{'}\hat{\beta}_{FE})^2.$$

Оцінки параметрів моделі з фіктивними змінними безпосередньо не обчислюють, оскільки виникає необхідність обертати велику матрицю із введенням великої кількості додаткових фіктивних змінних. Замість цього застосовують двоступеневу процедуру, за якої спочатку обчислюють

оцінку з урахуванням варіації між об'єктами спостереження, а потім – індивідуальні ефекти.

Приклад 7.9. Нехай є дані про розмір чистого доходу (тис. грн) – y і виробництво продукції на одну людину (од.) – x_1, а також споживання матеріалів – x_2 (тис. грн) п'яти підприємств за 2012 – 2015 роки (табл. 7.2). Необхідно побудувати модель оцінки дохідності підприємств.

Таблиця 7.2

Вхідні дані

№ підприємства	Роки	y	x_1	x_2
1	2011	655,6	2813	44
1	2012	797,5	2905	66
1	2013	1163,8	4222	101
1	2014	1371,7	3574	146
2	2011	314,6	789	23
2	2012	412,5	707	32
2	2013	435,61	982	38
2	2014	462,01	683	45
3	2011	535,7	704	70
3	2012	588,5	844	76
3	2013	748,01	1174	83
3	2014	762,31	1169	92
4	2011	346,5	1799	16
4	2012	374	2060	18
4	2013	440	2352	21
4	2014	377,3	2140	24
5	2011	554,4	2270	37
5	2012	581,9	2139	47
5	2013	674,31	2011	65
5	2014	722,71	2096	70

Розглянемо побудову моделі з фіксованими ефектами. Знайдемо середнє за кожною змінною моделі в розрізі кожного об'єкта (підприємства):

$$\overline{y_i} = \begin{pmatrix} 997{,}15 \\ 406{,}18 \\ 658{,}63 \\ 384{,}45 \\ 633{,}33 \end{pmatrix}, \bar{x}_{1i} = \begin{pmatrix} 3378{,}5 \\ 709{,}25 \\ 972{,}75 \\ 2087{,}75 \\ 2129 \end{pmatrix}, \bar{x}_{2i} = \begin{pmatrix} 89{,}25 \\ 34{,}5 \\ 80{,}25 \\ 19{,}75 \\ 54{,}75 \end{pmatrix}.$$

Допоміжні розрахунки наведено в табл. 7.3.

Таблиця 7.3

Вхідні дані

№ п/п	Роки	$y_i - \bar{y}_i$	$x_{1i} - \bar{x}_{1i}$	$x_{2i} - \bar{x}_{2i}$	№ п/п	Роки	$y_i - \bar{y}_i$	$x_{1i} - \bar{x}_{1i}$	$x_{2i} - \bar{x}_{2i}$
1	2011	−341,55	−565,50	−45,25	3	2013	89,38	201,25	2,75
1	2012	−199,65	−473,50	−23,25	3	2014	103,68	196,25	11,75
1	2013	166,65	843,50	11,75	4	2011	−37,95	−288,75	−3,75
1	2014	374,55	195,50	56,75	4	2012	−10,45	−27,75	−1,75
2	2011	−91,58	−1,25	−11,50	4	2013	55,55	264,25	1,25
2	2012	6,32	−83,25	−2,50	4	2014	−7,15	52,25	4,25
2	2013	29,43	191,75	3,50	5	2011	−78,93	141,00	−17,75
2	2014	55,83	−107,25	10,50	5	2012	−51,43	10,00	−7,75
3	2011	−122,93	−268,75	−10,25	5	2013	40,98	−118,00	10,25
3	2012	−70,13	−128,75	−4,25	5	2014	89,38	−33,00	15,25

Використовуючи стандартні перетворення МНК, розрахуємо оцінки коефіцієнтів:

$$x_i^* = x_{ki} - \bar{x}_k,\ y_i^* = y_{ki} - \bar{y}_k\ ;$$

$$b = \begin{pmatrix} X_1^{*'} X_1^{*'} & X_1^{*'} X_2^{*'} \\ X_2^{*'} X_1^{*'} & X_2^{*'} X_2^{*'} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} X_1^{*'} Y^* \\ X_2^{*'} Y^* \end{pmatrix};$$

$$b = \begin{pmatrix} 1708425{,}25 & 60923 \\ 60923 & 7226 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 587241{,}60 \\ 51841{,}35 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}126 \\ 6{,}115 \end{pmatrix}.$$

Знайдемо індивідуальні ефекти за формулою $\hat{\alpha}_i = \bar{y}_i - \bar{x}_i^{'} \hat{\beta}_{FE}$:

$$\alpha_1 = 997{,}15 - (0{,}126 \cdot 3378{,}5 + 6{,}115 \cdot 89{,}25) = 26{,}80;$$
$$\alpha_2 = 406{,}18 - (0{,}126 \cdot 790{,}25 + 6{,}115 \cdot 34{,}5) = 95{,}90;$$
$$\alpha_3 = 658{,}63 - (0{,}126 \cdot 972{,}75 + 6{,}115 \cdot 80{,}25) = 45{,}67;$$
$$\alpha_4 = 384{,}45 - (0{,}126 \cdot 2087{,}75 + 6{,}115 \cdot 19{,}75) = 1{,}30;$$
$$\alpha_5 = 633{,}33 - (0{,}126 \cdot 2129 + 6{,}115 \cdot 54{,}75) = 30{,}97.$$

Унаслідок того, що використання перетворених даних в (7.8) є тільки прискореним методом проведення повних розрахунків, оцінена загальна сума квадратів цих даних не дорівнює сумі квадратів в моделі (7.5). Це

справедливо і щодо кількості ступенів свободи й оцінки дисперсії. Однак залишки в перетвореній моделі ті ж самі, а отже, і сума квадратів залишків та ж сама. Тому коефіцієнт детермінації R^2 *у* результаті оцінювання моделі (7.8) не є R^2 моделі з фіксованими ефектами.

Основним недоліком моделі з фіксованими ефектами є те, що необхідно оцінювати велику кількість параметрів, що веде до втрати ступенів свободи. Велика кількість фіктивних змінних ускладнює проблему колінеарності. Виникає ситуація, коли вплив будь-якої змінної може бути слабкий, тоді як фіктивні змінні переносять на себе більшу частину такого взаємозв'язку. Зазвичай це може бути застосовано до випадку незмінних у часі ознак, що описують поведінку об'єктів спостереження. Вони повністю колінеарні фіктивним змінним і переважають над ними.

7.3. Модель панельних даних із випадковими ефектами. Метод оцінювання параметрів

Модель з випадковими ефектами добре адаптована до структур панельних даних, що сприяє усуненню деяких недоліків моделі з фіксованими ефектами, особливо для проблеми кількості параметрів. Свою сутність *випадкові ефекти* виявляють у тому, що ефекти u_i, які описують гетерогенність, є випадковими змінними в сенсі випадковості вибірки з генеральної сукупності, оскільки кожен об'єкт спостереження має специфічний, незалежний від часу, ефект [36; 57; 59]. Тобто вибірка, що містить дослідні об'єкти, розглядається як випадкова з деякої генеральної сукупності. Як і для моделі з фіксованими ефектами, випадкові ефекти відбивають наявність деяких індивідуальних характеристик об'єктів, інваріантних у часі. Однак значення цих характеристик додаються до складу помилки. Рівняння моделі з випадковими ефектами має вигляд:

$$y_{it} = \mu + x_{it}^{'}\beta + u_i + \varepsilon_{it}, \tag{7.10}$$

де u_i – випадкова помилка, інваріантна у часі для кожного об'єкта;

μ – константа.

У моделі передбачається, що виконуються такі умови [64]:

помилки ε_{it} некорельовано між собою $E(\varepsilon_{it}) = 0, V(\varepsilon_{it}) = \sigma_\varepsilon^2$;

помилки ε_{it} некорельовано з регресорами x_{js} при всіх $i, t, j, s;$

помилки u_i некорельовано $E(u_{it}) = 0, V(u_{it}) = \sigma_u^2$;

помилки u_i некорельовано з регресорами x_{js} при всіх $i, t, j, s;$

помилки u_i і ε_{it} некорельовано при всіх i, t, j;

Таким чином, у моделі наявні одні і ті ж параметри для всіх об'єктів спостереження в усі моменти часу. Проте прослідковується ефект гетерогенності об'єктів спостереження, досягнутий за допомогою додавання постійної за часом, індивідуальної для кожного об'єкта спостереження помилки u_i, яка є незалежною від решти помилок.

Модель із випадковими ефектами не можна ефективно оцінити за допомогою МНК, оскільки помилки за припущеннями моделі корелюють між собою внаслідок наявності специфічного доданка для кожного об'єкта спостереження. Тому на першому етапі застосовують узагальнений метод найменших квадратів (УМНК), зважують залишки відповідно до структури матриці коваріацій, що відповідає умовам моделі з випадковими ефектами. На практиці дисперсії залишків замінюють на консистентні оцінки $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$, $\hat{\sigma}_u^2$. Результати цих дисперсій можуть різнитися залежно від застосовуваних методів оцінювання. Найчастіше дисперсію незалежної компоненти залишків пропонують оцінювати, використовуючи квадрати різниць між оціненими залишками u_{it} й їх середніми за кожним об'єктом спостереження.

На другому кроці виконується УМНК-оцінювання з оцінками дисперсій в якості параметрів. Цю двокрокову процедуру називають *виконувальним узагальненим методом найменших квадратів* (ВУМНК). ВУМНК-оцінка для моделі (7.10) є оцінкою *моделі з випадковими ефектами.* Ця оцінка може бути подана у вигляді матриці середнього зваженого оцінок із урахуванням варіації в рамках об'єкта спостереження та між об'єктами спостереження [57]:

$$\hat{\beta}_{RE} = \hat{F}\hat{\beta}_{FE} + \left(I_k - \hat{F}\right)\hat{\beta}_B; \tag{7.11}$$

$$\hat{\beta}_B = \left(\sum_{i=1}^{n} T(\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{x}_i - \bar{x})'\right)^{-1} \sum_{i=1}^{n} T(\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{y}_i - \bar{y});$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \bar{y}_i\,; \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \bar{x}_i\,;$$

$$\hat{F} = (S_{xx}^w + \lambda S_{xx}^b)^{-1} S_{xx}^w; \lambda = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\varepsilon^2 + T\sigma_u^2} = (1 - \Theta)^{-1};$$

$$S_{xx}^{w} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}(x_{it} - \bar{x}_i)(\bar{x}_{it} - \bar{x}_i)' ; S_{xx}^{b} = \sum_{t=1}^{T} T(\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{x}_i - \bar{x})' ,$$

де I_k – одинична матриця, розмірністю k (пояснювальних змінних);

$\hat{\beta}_B$ – оцінка з урахуванням варіації між об'єктами спостереження;

$\hat{\beta}_{RE}$ – оцінка з урахуванням варіації в рамках об'єкта спостереження.

Параметр θ для методу вибирають так, щоб помилки в цій моделі не були взаємопов'язані в часі для різних значень t. Тоді параметр θ має вигляд [54]:

$$\theta = 1 - \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon}{\sqrt{\hat{\sigma}_\varepsilon^2 + T\hat{\sigma}_u^2}}; \hat{\sigma}_u^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} u_i^2}{n-k-1} - \frac{1}{T}\hat{\sigma}_\varepsilon$$

де u_i – залишки, обчислені за МНК у регресії з урахуванням варіації між об'єктами спостереження: $\bar{y}_i = \mu + \bar{x}_i'\beta + u_i + \bar{\varepsilon}_i; i = \overline{1,N}$;

n – кількість об'єктів;

k – кількість пояснювальних змінних;

Тестування на автокореляцію в моделях панельних даних (як і в багатофакторних регресіях) здійснюють за допомогою тесту Дарбіна – Уотсона. Тест на автокореляції в моделях із фіксованими ефектами враховує її у часових періодах, проте накладає припущення про те, що кожен об'єкт вибірки має однаковий коефіцієнт автокореляції. Нульовою гіпотезою тесту є гіпотеза H_0 про дорівненість коефіцієнта автокореляції нулю: $\mathrm{H}_0: \rho = 0$. Альтернативна гіпотеза $\mathrm{H}_1: \rho < 0$ або $\rho > 0$. На підставі отриманих залишків розраховується статистика Дарбіна – Уотсона:

$$DW = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}(e_{it} - e_{it-1})^2}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T} e_{it}^2}.$$

На відміну від класичного випадку, для моделей панельних даних область невідомості є досить малою (табл. 7.4).

Таблиця 7.4

Верхні та нижні межі для теста Дарбіна – Уотсона на п'ятивідстоковому рівні значущості

T		N = 100		N = 500		N = 1000	
		d_l	d_u	d_l	d_u	d_l	d_u
T = 6	K = 3	1,859	1,880	1,939	1,943	1,957	1,959
	K = 9	1,839	1,902	1,935	1,947	1,954	1,961
T = 10	K = 3	1,891	1,904	1,952	1,954	1,967	1,968
	K = 9	1,878	1,916	1,949	1,957	1,965	1,970

Оскільки оцінка фіксованих ефектів є спроможною і для моделі з випадковими ефектами, то можна використовувати тест і для неї.

Приклад 7.10. Обчислити оцінки для моделі з випадковими ефектами, використовуючи двокрокову процедуру оцінювання.

Виконаємо проміжні розрахунки залішків моделі за вхідними даними прикладу 7.9 (табл 7.5).

Таблиця 7.5

Розрахунки залишків моделі

№ п/п	y	e^2	№ п/п	y	e^2
1	650,3	28,1	11	701,1	2196,9
2	796,4	1,2	12	755,5	45,8
3	1176,4	158,4	13	325,8	427,9
4	1369,9	3,2	14	370,9	9,4
5	335,7	443,5	15	426,1	194,1
6	380,4	1032,9	16	417,7	1632,2
7	451,7	259,0	17	543,2	124,4
8	456,8	26,8	18	587,9	35,9
9	562,4	714,2	19	681,8	56,6
10	616,8	798,3	20	723,1	0,2
	Разом				8188,773

Сума квадратів залишків для моделі з фіксованими ефектами складає: $\sum_{i=1}^{N} e_i^2 =$ 8188,77. $\hat{\beta}_{FE} = \begin{pmatrix} 0{,}126 \\ 6{,}115 \end{pmatrix}$. Оцінка залишкової дисперсії становить:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{1}{nT - n - k}\sum_{i=1}^{N} e_i^2\,; \quad \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{8188{,}77}{5 \cdot 4 - 5 - 2} = 629{,}9.$$

Обчислимо оцінки моделі групових середніх:

$$\bar{b} = (\bar{X}'\,\bar{X})^{-1}\bar{X}'\,\bar{Y} = \begin{pmatrix} 70{,}8 \\ 0{,}10 \\ 6{,}40 \end{pmatrix}.$$

Побудуємо прогнозні ретроспективні значення для моделі групових середніх і знайдемо суму квадратів залишків (табл. 7.6):

Таблиця 7.6

Оцінка прогнозу

$\overline{x_1}$	$\overline{x_2}$	$\bar{y}$	Прогноз $\hat{\bar{y}}$	Залишки u	$\hat{u}_i^2$
3378,50	89,25	997,15	982,562	14,588	212,817
790,25	34,50	406,18	371,261	34,919	1219,320
972,75	80,25	658,63	682,468	−23,838	568,260
2087,75	19,75	384,45	407,641	−23,191	537,823
2129,00	54,75	633,33	635,808	−2,478	6,139
Σ					2544,359

Отже, сума квадратів залишків складає:

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} \hat{u}_i^2}{n - k - 1} = \frac{2544{,}359}{2} = 1272{,}179;$$

$$\hat{\sigma}_u^2 = 1271{,}179 - \frac{629{,}9}{4} = 1114{,}703\,.$$

Обчислимо параметр *θ*:

$$\theta = 1 - \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon}{\sqrt{\hat{\sigma}_\varepsilon^2 + T\hat{\sigma}_u^2}} = 1 - \frac{\sqrt{629{,}9}}{\sqrt{629{,}9 + 4 \cdot 1114{,}703}} = 0{,}648; (1 - \theta)^2 = 0{,}1238.$$

Обчислимо значення відхилення групових середніх від загальних середніх (табл. 7.7).

Таблиця 7.7

Значення відхилення групових середніх

$\overline{x_{1i}} - \overline{x_1}$	$\overline{x_{2i}} - \overline{x_2}$	$\overline{y_i} - \overline{y}$
1506,85	33,55	381,202
−1081,4	−21,2	−209,768
−898,9	24,55	42,682
216,1	−35,95	−231,498
257,35	−0,95	17,382

Обчислимо значення оцінок міжгрупової варіації:

$$S_{xx}^{w} = \begin{pmatrix} 1708425{,}25 & 60923 \\ 60923 & 7226 \end{pmatrix};\ S_{xy}^{w} = \begin{pmatrix} 2869348 \\ 106360{,}4 \end{pmatrix};$$

$$\beta_B = \begin{pmatrix} 4\sum_{i=1}^{5}(\overline{x_{1i}} - \overline{x_1})^2 & 4\sum_{i=1}^{5}(\overline{x_{1i}} - \overline{x_1})(\overline{x_{2i}} - \overline{x_2}) \\ 4\sum_{i=1}^{5}(\overline{x_{1i}} - \overline{x_1})(\overline{x_{2i}} - \overline{x_2}) & 4\sum_{i=1}^{5}(\overline{x_{2i}} - \overline{x_2})^2 \end{pmatrix}^{-1} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} 4\sum_{i=1}^{5}(\overline{y_i} - \overline{y})\,(\overline{x_{1i}} - \overline{x_1}) \\ 4\sum_{i=1}^{5}(\overline{y_i} - \overline{y})(\overline{x_{2i}} - \overline{x_2}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17443889{,}3 & 173596{,}9 \\ 173596{,}9 & 13884{,}2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2869348 \\ 106360{,}4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0{,}10 \\ 6{,}40 \end{pmatrix}.$$

$$F = \left(\begin{pmatrix} 1708425{,}25 & 60923 \\ 60923 & 7226 \end{pmatrix} + 0{,}1238 \begin{pmatrix} 17443889{,}3 & 173596{,}9 \\ 173596{,}9 & 13884{,}2 \end{pmatrix} \right)^{-1} \times$$

$$\times \left(\begin{pmatrix} 1708425{,}25 & 60923 \\ 60923 & 7226 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 0{,}362 & -0{,}002 \\ 3{,}411 & 0{,}825 \end{pmatrix}.$$

Обчислимо значення оцінок з урахуванням міжгрупової варіації та варіації всередині груп:

$$\hat{\beta}_{RE} = \begin{pmatrix} 0{,}362 & -0{,}002 \\ 3{,}411 & 0{,}825 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0{,}126 \\ 6{,}115 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 - 0{,}362 & 0 - 0{,}002 \\ 0 - 3{,}411 & 1 - 0{,}825 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0{,}101 \\ 6{,}400 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}087 \\ 6{,}939 \end{pmatrix}.$$

Таким, чином оцінки параметрів з випадковими ефектами (з урахуванням міжгрупової варіації та варіації всередині груп) складуть, відповідно 0,087 і 6,939.

7.4. Тести на специфікацію моделі

Оскільки в моделях панельних даних можуть бути індивідуальні розбіжності через об'єкти у досліджуваній вибірці, то виявлення таких розбіжностей і відповідний вигляд специфікації моделі здійснюють за допомогою ряду статистичних тестів.

Для перевірки статистичної значущості параметрів перетину (розташування) в моделі формулюють нульову гіпотезу H_0 таку, що H_0: $\mu_i = \mu_j$ для будь-яких *i, j*, що відповідає моделі з одним і тим же параметром *μ* для всіх об'єктів вибірки, тобто об'єднаної моделі. Альтернативна гіпотеза полягає в тому, що H_1: $\mu_i \neq \mu_j$ хоча б для однієї пари *i, j,* що відповідає моделі з фіксованими ефектами. Таку пару гіпотез можна перевірити за допомогою F-тесту [57; 59]:

$$F = \frac{R_{FE}^2 - R_{pool}^2}{1 - R_{FE}^2} \cdot \frac{n \cdot T - n - d}{n - 1} = \\ = \frac{Q_{pool} - Q_{FE}}{Q_{FE}} \cdot \frac{n \cdot T - n - d}{n - 1} \overset{H_0}{\approx} F(n - 1, nT - n - d), \tag{7.12}$$

де R_{FE}^2 – коефіцієнт множинної кореляції моделі з фіксованими ефектами;

R_{pool}^2 – Коефіцієнт множинної кореляції об'єднаної моделі;

Q_{pool} – сума квадратів залишків об'єднаної моделі;

Q_{FE} – сума квадратів залишків моделі з фіксованими ефектами;

n – кількість підприємств;

T – кількість часових моментів;

d – кількість незалежних змінних моделі.

Якщо справедлива гіпотеза H_0, виконується передумова про нормальний розподіл помилок (або в разі великих n), тестова статистика має (наближено) F-розподіл з $(n - 1)$ і $(nT - n - k)$ ступенями свободи. Аналогічну гіпотезу можна перевірити, застосувавши тест Вальда. Однак його використання можливе для малої кількості об'єктів.

Приклад 7.11. За даними прикладу 7.9, сума квадратів залишків моделі з фіксованими ефектами $Q_{FE} = 8188{,}77$. Сума квадратів залишків об'єднаної моделі становить $Q_{pool} = 19065{,}26$. Розрахункове значення статистики:

$$F = \frac{19065{,}26 - 8188{,}77}{8188{,}77} \cdot \frac{5 \cdot 4 - 5 - 2}{5 - 1} = 4{,}317; F(4{,}13;\ \alpha = 0{,}01) = 5{,}21.$$

Спостережуване значення потрапляє в критичну область, тобто гіпотезу H_0: $\mu_i = \mu_j$ про значущість індивідуальних ефектів не відхиляємо.

Перевірку на значущість випадкових ефектів моделі здійснюють за допомогою тесту множників Лагранжа (запропонованого для використання Т. Бреушем і А. Паганом), що базується на відповідній *LM*-статистиці:

$$LM = \frac{nT}{2(T-1)} \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} (\sum_{t=1}^{T} e_{it})^2}{\sum_{i=1}^{n} \sum_{t=1}^{T} e_{it}^2} - 1 \right)^2,$$

де e_{it} – залишки об'єднаної моделі регресії.

Із цього тесту висувають таку нульову гіпотезу H_0: об'єднана модель регресії є окремим випадком моделі з випадковими ефектами, де відсутні помилки u_i або $\sigma_u^2 = 0$. Відповідно, в гіпотезі H_1 маємо $\sigma_u^2 > 0$. Якщо гіпотеза H_0 правильна та виконується передумова щодо нормального розподілу помилок, *LM*-статистика асимптотично має розподіл χ^2 з одним ступенем свободи.

Приклад 7.12. Обчислимо суму квадратів залишків для об'єднаної моделі та суму квадратів середніх залишків за групами (за даними прикладу 7.9) (табл. 7.8) і *LM*-статистику.

Таблиця 7.8

Обчислення сум квадратів залишків

№ п/п	e_{it}	e_{it}^2	$T\overline{e}_i$	$(T\overline{e}_i)^2$	№ п/п	e_{it}	e_{it}^2	$T\overline{e}_i$	$(T\overline{e}_i)^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	−17,33	300,22	−53,28	2838,55	3	50,90	2590,88		
1	−10,01	100,11			3	−30,25	915,10		

Закінчення табл. 7.8

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	−18,70	349,88			4	12,12	146,81		
1	−7,24	52,42			4	9,76	95,23	101,13	10227,89
2	−17,58	308,93	−143,86	20694,66	4	21,77	473,73		
2	−66,72	4451,00			4	4,81	23,12		
2	−23,47	550,75			5	64,80	4199,08		
2	−36,10	1302,93			5	−16,36	267,55	12,03	144,72
3	51,20	2621,94	83,97	7051,21	5	6,23	38,76		

Розрахункове значення *LM*-статистики не підпадає під критичну область, отже на п'ятивідсотковому рівні значущості приймається нульова гіпотеза; об'єднана модель краще моделі з випадковими ефектами.

$$LM = \frac{5 \cdot 4}{2(4-1)} \cdot \left(\frac{19065{,}26}{40957{,}04} - 1\right)^2 = 0{,}952;\ \chi^2(1; \alpha = 0{,}05) = 3{,}842.$$

Оскільки найважливішою відмінністю підходів до моделювання гетерогенності об'єктів спостереження є співвідношення ефектів із регресорів, то випадкові ефекти не корелюють із регресорами, водночас фіксовані ефекти можуть із ними корелювати. Вибір моделі з фіксованими або випадковими ефектами залежить від того, корелюють ефекти з регресорами або ні.

За умови справедливості H_1 оцінки моделі з фіксованими ефектами спроможні, а оцінки моделі з випадковими ефектами консистентні. У цьому випадку можна очікувати суттєві відмінності між оцінками даних моделей. Виявлення такої відмінності досліджують за допомогою відповідного тесту, що базується на статистиці Хаусмана [59]:

$$H = \left(\hat{\beta}_{FE} - \hat{\beta}_{RE}\right)' \widehat{\Phi}^{-1} \left(\hat{\beta}_{FE} - \hat{\beta}_{RE}\right), \tag{7.13}$$

де $\widehat{\Phi}^{-1}$ – оцінка матриці коваріацій $\left(\hat{\beta}_{FE} - \hat{\beta}_{RE}\right)$, що має асимптотичний розподіл χ^2 з d степенями свободи;

$\hat{\beta}_{FE}$ – вектор оцінок моделі з фіксованими ефектами;

$\hat{\beta}_{RE}$ – вектор оцінок моделі з випадковими ефектами.

На підставі отриманих оцінок моделей з фіксованими та випадковими ефектами з цього тесту висувають гіпотезу H_0 таку, що оцінки моделі із випадковими ефектами є ефективними й обгрунтованими, які не повинні відрізнятися від оцінок моделі з фіксованими ефектами. Відповідно, якщо справедлива альтернативна гіпотеза H_1, різниця між оцінками моделі з випадковими та фіксованими ефектами є суттєвою, але оцінки моделі з фіксуванням ефектами є обґрунтованими.

Приклад 7.13. Використовуючи тест Хаусмана, виконати перевірку спроможності оцінки моделі з випадковими ефектами. Оцінка з урахуванням варіації в рамках об'єкта спостереження або моделі з фіксованими ефектами становить $\hat{\beta}_{FE} = \begin{pmatrix} 0{,}126 \\ 6{,}115 \end{pmatrix}$. Оцінки моделі з випадковими ефектами $\hat{\beta}_{RE} = \begin{pmatrix} 0{,}124 \\ 6{,}128 \end{pmatrix}$.

Матриця коваріацій параметрів моделі з випадковими ефектами:

$$\widehat{\Phi} = \begin{pmatrix} 0{,}000203 & -0{,}001866 \\ -0{,}001866 & 0{,}0087550 \end{pmatrix}.$$

Матриця коваріацій параметрів моделі з фіксованими ефектами:

$$\widehat{\Phi} = \begin{pmatrix} 0{,}000527 & -0{,}00444 \\ -0{,}00444 & 0{,}124507 \end{pmatrix}.$$

Різниця оцінок моделей складає $\hat{\beta}_{FE} - \hat{\beta}_{RE} = \begin{pmatrix} 0{,}002 \\ -0{,}013 \end{pmatrix}$.

Тоді статистика Хаусмана:

$$H = (0{,}002 - 0{,}013) \begin{pmatrix} 0{,}000527 & -0{,}00444 \\ -0{,}00444 & 0{,}124507 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0{,}002 \\ -0{,}013 \end{pmatrix} = 0{,}0129.$$

Оскільки значення статистики Хаусмана на потрапляє в критичну область $\chi^2(1;\ \alpha = 0{,}05) = 3{,}842$, не можна відхилити гіпотезу H_0, тобто відмінність між оцінками моделі з випадковими та фіксованими ефектами не є систематичними. Отже, можна прийняти гіпотезу про випадкові ефекти.

7.5. Особливі випадки моделей. *SUR*-моделі. Незбалансовані моделі та часові ефекти

Специфікація моделі з випадковими ефектами вирішує недолік специфікації моделі з фіксованими ефектами, який полягає у великому числі оцінюваних параметрів і неможливості включити незмінні в часі ознаки. Однак модель з випадковими ефектами вимагає введення додаткового припущення про некорельованість помилки доданка, специфічного для кожного об'єкта спостереження, з регресорами [59].

Введення додаткового припущення про наявність кореляції між помилками для різних об'єктів за один часовий період вимагає побудови *SUR*-моделі *(seemingly unrelated model; уявно непов'язана модель)* . Тобто існує припущення $\alpha_{it} \equiv \alpha_i, \beta_{it} \equiv \beta_i$ для всіх i, t; $Zi \sim i.i.d.$ і $v_{it} = u_i + \varepsilon_{it}$, де $\alpha_i, \varepsilon_{it}$ – незалежні для будь-яких *i, j, t*:

$$cov(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{js}) = \begin{cases} 0, t \neq s \\ \sigma_{ij} (\neq 0), t = s \end{cases}, i, j = 1 \dots N, t, s = 1 \dots T,$$

де $\Sigma = (\sigma_{ij})$ – матриця коваріацій, яка не є діагональною.

Побудова *SUR*-моделі можлива лише, якщо *T* значно більше порогового значення $(k + 1) + 1/2\,(n + 1)$. Однак реальні панельні дані часто мають іншу будову з малими T. Особливістю *SUR*-моделі є те, що висуваються інші передумови щодо виду розподілу: випадкова вибірка в деякі моменти часу придатна для моделювання взаємозв'язку між об'єктами спостереження в даний момент. Оцінювання *SUR*-моделі проводять за допомогою узагальненого методу найменших квадратів. Проте для реальних просторових даних виконання передумов *SUR*-моделі є складним, тобто вибірка з властивостями $i.i.d.$ за об'єктами спостереження призводить до незалежних залишків і до рівності $E[\varepsilon_{it}\varepsilon_{js}|x_{it}x_{js}] = 0$. Якщо подати рівняння для *i*-го об'єкта в формі:

$$y_i = X_i\Theta_\mathrm{i} + \varepsilon_i,\ y_i = \begin{pmatrix} y_{i1} \\ \vdots \\ y_{iT} \end{pmatrix}, X_i = \begin{pmatrix} 1 & x_{i1} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_{iT} \end{pmatrix}, \Theta_\mathrm{i} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}, \varepsilon_\mathrm{i} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{i1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{iT} \end{pmatrix},$$

то *SUR*-модель подають таким чином:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & X_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{pmatrix}.$$

Коваріаційна матриця *ΩNT* × *NT* вектора *ε* розмірністю *NT* × 1 дорівнює:

$$\Omega = cov(\varepsilon) = \begin{pmatrix} \sum 11 & \sum 1\,2 & \dots & \sum 1\,N \\ \sum 1\,2 & \sum 2\,2 & \dots & \sum 2N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum 1N & \sum 2N & \dots & \sum NN \end{pmatrix}, \sum ij = \begin{pmatrix} \sigma_{ij} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{ij} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{ij} \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{ij} = cov(\sigma_{it}, \sigma_{jt}).$$

Узагальнену оцінку найменших квадратів (УМНК-оцінку) вектора θ для моделі обчислюють за формулою:

$$\hat{\theta}_{SUR} = \hat{\theta}_{GLS} = (X^T \Omega^{-1} \mathrm{X})^{-1} X^T \Omega^{-1} y.$$

Оскільки безпосереднє оцінювання на практиці є досить складним, застосовують доступний варіант *SUR*-оцінювання, який передбачає використання адаптивної оцінки $\hat{\theta}_{FGLS}$, у розрахунку якої невідомі значення σ_{ij} замінюють їх обгрунтованими оцінками $\hat{\sigma}_{ij}$.

Якщо позначити вектор залишків, отриманий за допомогою МНК-оцінювання, рівняння для *i*-го об'єкта є $e_i = y_i - X_i \hat{\theta}_i$. Тоді оцінкою для σ_{ij} буде:

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{(e_i)^T e_j}{T}.$$

З $i = j$ формула має вигляд $\frac{RSS_i}{T}$. Ця оцінка дисперсії помилки в *i*-му рівнянні має зсув, а незміщеною оцінкою для дисперсії є $\frac{RSS_i}{T-k}$, де k – кількість пояснювальних змінних у рівнянні. Водночас має виконуватися умова $\mathrm{T} > \mathrm{k}$.

Перевірка гіпотези про те, наскільки значущою є ця різниця оцінених коефіцієнтів моделі від результатів роздільного оцінювання, тобто $H_0: \sigma_{ij} = 0,\ i \neq j$ виконується за допомогою критерію Бреуша – Пагана. У цьому випадку статистика критерію дорівнює:

$$\lambda = T \sum_{i=2}^{N} \sum_{j=1}^{i-1} r_{ij}^2, \quad r_{ij} = \frac{\hat{\sigma}_{ij}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{ii}\hat{\sigma}_{jj}}},$$

де r_{ij} – коефіцієнт кореляції між помилками в і-му та j-му рівняннях.

За гіпотезою H_0 ця статистика асимптотично має розподіл $\chi^2(N(N-1)/2$.

Для *SUR*-моделі в якості перевірки гипотези співпадіння коефіцієнтів: $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3$ використовують дві форми критерія Вальда: одна заснована на *F*-статистиці, а інша – на статистиці *qF* (*q* – кількість линійних обмежень) і *P*-значенні, обчисленому виходячи з асимптотичного позподілу $\chi^2(q)$ цієї статистики.

На практиці часто проявляється ефект виснаження панелі або пропуски в даних. Для вирішення цієї проблеми є два способи. Перший полягає у виключенні всіх об'єктів спостереження з неповними даними та роботі зі збалансованою панеллю. Другий спосіб, доцільніший, полягає у трансформації процедури оцінювання та тестування. У випадку моделі з фіксованими ефектами *T* виступає як T_i для різних об'єктів спостереження. Для моделі з випадковими ефектами перетворення проводять з урахуванням різної кількості спостережень для кожного об'єкта:

$$y_{it} - \theta_i \bar{y}_i = \mu(1-\theta_i) + (x_{it} - \theta_i \bar{x}_i)' \beta + \varepsilon_{it} - \theta_i \bar{\varepsilon}_i, \tag{7.14}$$

$$\theta = 1 - \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon}{\sqrt{\hat{\sigma}_\varepsilon^2 + T_i \hat{\sigma}_u^2}}.$$

У разі необхідності дослідження часових ефектів до специфічних ефектів для кожного об'єкта спостереження додається параметр λ_t. У цьому випадку модель із фіксованими ефектами має вигляд:

$$y_{it} = \alpha_i + \lambda_t + x_{it}' \beta + \varepsilon_{it}. \tag{7.15}$$

Модель оцінюють за допомогою додавання $(\mathrm{T} - 1)$ фіктивних змінних до відповідних періодів часу разом з фіктивними змінними, відповідними різним об'єктам спостереження. Модель не може включати *T* фіктивних змінних для запобігання повної колінеарності. Оцінку моделі розглядають як оцінку з урахуванням варіації в рамках об'єкта спостереження $\hat{\beta}_{RE}$ і обчислюють за допомогою МНК без константи в регресії:

$$(y_{it} - \bar{y}_i - \bar{y}_t + \bar{y}_{..}) = (x_{it} - x_i - x_t + x_{..})' + (\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i - \bar{\varepsilon}_t + \bar{\varepsilon}). \quad (7.16)$$

Наведене перетворення усереднює всі ефекти, властиві для окремих об'єктів спостереження або періодів часу. Однак слід зауважити, що таке перетворення рідко використовують на практиці, оскільки в цьому випадку багаторазово зростуть недоліки через включення в модель фіктивних змінних за кожним об'єктом спостереження.

Для моделі з випадковими ефектами коригування специфікації з урахуванням часових ефектів буде такою:

$$y_{it} = \mu + x_{it}'\beta + m_{it}, \quad (7.17)$$

де $m_{it} = u_i + l_t + \varepsilon_{it}$.

Часові ефекти l_t моделюють як додатковий доданок помилки, і передбачається, що для них виконується $\mathrm{E}[l_t|X_i] = 0$, що умовна дисперсія дорівнює σ_L^2 *і* що $l_t \sim i.i.d.$ і незалежні від u_i й ε_{is} для будь-яких *i*, *s*.

Завдання для самостійного опрацювання

Контрольні запитання для самодіагностики

1. Що розуміють під панельними даними?
2. Якими тестами перевіряють на наявність у моделі фіксованих ефектів?
3. Дайте характеристику існуючих видів панелей.
4. Що розуміють під ефектом в моделі панельних даних?
5. За допомогою яких методів здійснюють оцінювання параметрів моделі з фіксованими ефектами?
6. Дайте характеристику методів оцінювання параметрів моделі з випадковими ефектами?

7. Яких умов слід дотримуватися в моделі панельних даних з фіксованими ефектами?

8. За допомогою яких тестів здійснюють перевірку значущості випадкових ефектів?

9. Які основні припущення *SUR*-моделі?

10. Які існують способи вирішення проблеми незбалансованості панелі?

Тести

1. Під панельними даними розуміють:

а) множину даних, що складається зі спостережень за однотипними статистичними об'єктами протягом декількох часових періодів;

б) множину даних зі спостережень за різнорідними об'єктами протягом декількох часових періодів;

в) сукупність даних зі спостережень за багатьма статистичними об'єктами протягом одного часового періоду.

2. Збалансована панель – це:

а) дані про об'єкт спостереження в будь-який момент часу;

б) панель, яка містить дані про кожний об'єкт спостереження в кожен момент часу;

в) панель, яка містить дані про кожен об'єкт спостереження в будь-який момент часу.

3. Ефектом в моделі панельних даних виступають:

а) параметри розташування;

б) параметри впливу;

в) регресори моделі.

4. У моделі з фіксованими ефектами припускають, що:

а) помилки некорельовані між собою та некорельовані з регресорами;

б) помилки корельовані між собою та некорельовані з регресорами;

в) помилки корельовані між собою та корельовані з регресорами.

5. У моделі з випадковими ефектами припускають, що:

а) параметри розташування приймаються як випадкові величини з нульовим математичним очікуванням, а збурення некорельовані для різних періодів часу;

б) параметри перетину приймаються як випадкові величини з нульовим математичним очікуванням, а збурення некорельовані для різних періодів часу;

в) існує вплив специфічних для кожного об'єкта факторів, виражених у значеннях констант α_i за відсутності загального параметра розташування;

6. Використання SUR-моделей можливе у випадку:

а) $\mathrm{T} >> (k+1) + 1/2\,(n+1)$;

б) $\mathrm{T} << (k+1) + 1/2\,(n+1)$;

в) $\mathrm{T} = (k+1) + 1/2\,(n+1)$.

7. Перевірку моделі на наявність фіксованих ефектів здійснюють за допомогою тесту:

а) Хаусмана;

б) F-тесту;

в) Бреуша – Пагана.

8. Перевірку оцінок моделі з випадковими ефектами на ефективність виконують за допомогою статистики, розрахованої за формулою:

а) $H = (\widehat{\beta_{FE}} - \widehat{\beta_{RE}})'\widehat{\Phi}^{-1}(\widehat{\beta_{FE}} - \widehat{\beta_{RE}})$;

б) $H = (\widehat{\beta_{RE}} - \widehat{\beta_{FE}})'(\widehat{\beta_{FE}} - \widehat{\beta_{RE}})\widehat{\Phi}^{-1}$;

в) $H = (\widehat{\beta_{FE}} - \widehat{\beta_{RE}})'\widehat{\Phi}(\widehat{\beta_{RE}} - \widehat{\beta_{FE}})$.

9. LM-статистику розраховують за формулою:

а) $\mathrm{LM} = \frac{\mathrm{nT}}{2(\mathrm{T}-1)} \frac{\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \left(\sum_{\mathrm{t}=1}^{\mathrm{T}} \mathrm{e_{it}}\right)^2}{\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \sum_{\mathrm{t}=1}^{\mathrm{T}} \mathrm{e_{it}^2}}$;

б) $\mathrm{LM} = \frac{\mathrm{nT}}{2(\mathrm{T}-1)} \left(\frac{\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \left(\sum_{\mathrm{t}=1}^{\mathrm{T}} \mathrm{e_{it}}\right)^2}{\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \sum_{\mathrm{t}=1}^{\mathrm{T}} \mathrm{e_{it}^2}} - 1 \right)^2$;

в) $\mathrm{LM} = \frac{\mathrm{nT}}{2(\mathrm{T}-1)} \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \left(\sum_{\mathrm{t}=1}^{\mathrm{T}} \mathrm{e_{it}}\right)^2$.

10. У тесті Хаусмана за нульовою гіпотезою висувається, що:

а) оцінки з випадковим і фіксованом ефектами коститентні й ефективні;

б) оцінка з фіксованим ефектом конститентна, а з випадковим – ні;

в) оцінка з випадковим і фіксованим ефектами неспроможна.

11. Методом оцінки параметрів моделі з випадковими ефектами виступає:

а) узагальнений метод найменших квадратів;

б) внутрішньогрупове перетворення;

в) міжгрупове перетворення.

12. Визнання спостереження відсутнім у вибірці в силу природних причин викликає ефект:

а) насичення панелі;

б) виснаження панелі;

в) ротації панелі.

13. У моделі з фіксованими ефектами індивідуальні ефекти:

а) корельовані з незалежною змінною;

б) корельовані з залежною змінною;

в) некорельовані з регресорами.

Практичні завдання

1. Відомі дані про вигляд моделі взаємозв'язку витрат на кінцеве споживання (Y) і сукупний дохід галузей (X) за чотири роки – $Y = a_{0i} + +a_{1i} \cdot X + \varepsilon_{it}$, де a_{0i} – константа загальної моделі або ефект для *i*-ї галузі. Коваріаційна матриця оцінок моделі з фіксованими ефектами має вигляд:

$\widehat{\Phi} =$	0,00078	−0,00778
	−0,00778	0,19971

Вектор оцінок моделі з фіксованими ефектами: $\hat{\beta}_{FE} = \begin{pmatrix} 0{,}121 \\ 6{,}198 \end{pmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix}$.

Вектор оцінок моделі з випадковими ефектами: $\hat{\beta}_{RE} = \begin{pmatrix} 0{,}110 \\ 6{,}301 \end{pmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix}$.

Матриця коваріацій оцінок з випадковими ефектами має вигляд:

$\widehat{\Phi} =$	0,00036	−0,00376
	−0,00376	0,14339

Необхідно перевірити істотність відмінностей між оцінками випадкових і фіксованих ефектів. Визначити остаточний тип моделі.

2. Відомі дані про час (t, год.), витрачений студентами на вивчення навчальної дисципліни в системі дистанційного навчання протягом двох семестрів, і підсумкові бали з дисципліни (Y, бал) (табл. 7.9).

Таблиця 7.9

Вхідні дані

№ студента	I семестр		II семестр	
	t	Y	t	Y
1	30	81	30	84
2	50	75	60	87
3	15	60	30	79
4	23	82	15	78
5	60	78	75	87
6	90	95	75	92
7	50	79	50	84
8	30	92	40	97
9	45	78	45	75
10	45	67	30	66

Необхідно побудувати модель, що враховує особливості оцінок в кожному семестрі, виконати тестування значущості ефектів моделі (побудувати узагальнену модель, модель з фіксованими ефектами, модель з випадковими ефектами), записати остаточний вигляд моделі. Загальний вигляд моделі:

$$Y = a_{0i} + a_{1i} \cdot t + \varepsilon_{it},$$

де a_{0i} – константа для загальної моделі або ефект для і-го семестра.

3. Наявні дані аналітичного відділу мережі продуктових супермаркетів містять інформацію про обсяги продажів (y, млн грн) і дані оцінки діяльності менеджерів з продажів: середній зростання клієнтської бази (x_1); частка виконання плану з укладання договорів (x_2), освітньо-кваліфікаційний рівень (x_3): 0 – фахівець, 1 – бакалавр, 2 – магістр (табл. 7.10).

Необхідно побудувати регресійну модель, провести тестування значущості ефектів моделі й обґрунтувати вибір специфікації моделі.

Таблиця 7.10

Вхідні дані

№ п/п	y	x_1	x_2	x_3	№ п/п	y	x_1	x_2	x_3
1	150	0,75	91	0	16	162	0,19	70	1
2	171	0,67	79	0	17	154	0,16	69	1
3	145	0,04	73	0	18	175	0,81	67	1
4	173	0,42	68	0	19	162	0,1	55	1
5	166	0,57	62	0	20	181	0,48	40	1
6	165	0,27	60	0	21	189	0,7	68	2
7	130	0,09	56	0	22	167	0,73	97	2
8	165	0,48	55	0	23	186	0,31	94	2
9	148	0,12	52	0	24	177	0,32	94	2
10	159	0,1	51	0	25	167	0,27	86	2
11	176	0,34	93	1	26	176	0,64	82	2
12	176	0,64	82	1	27	178	0,9	78	2
13	169	0,47	77	1	28	154	0,2	70	2
14	164	0,23	73	1	29	174	0,7	61	2
15	171	0,59	73	1	30	193	0,94	54	2

4. Відомі значення показників економічного розвитку регіонів за чотири роки, наведені в табл. 7.11: VDS – валова додана вартість *i*-го регіону в *t*-й період часу (млн грн); Zan – чисельність зайнятого населення *i*-го регіону в *t*-й період часу (тис. осіб); OF – величина інвестицій в основний капітал і-го регіону в *t*-й період часу (млн грн).

Необхідно побудувати модель аналізу ресурсовіддачі в регіональних системах $\ln\mathrm{VDS}_{\mathrm{it}} = \ln\beta_{0i} + \beta_{1i} lnZan_{it} + \beta_{2i} lnOF_{it} + \varepsilon_{it}$, де β_{0i} – константа для загальної моделі або еффект для *i*-го регіону.

Таблиця 7.11

Вхідні дані

Регіони	Роки					
	1-й рік			2-й рік		
	VDS	Zan	OF	VDS	Zan	OF
1	2	3	4	5	6	7
Вінницька	821	499	7 259	721	693	8 123
Волинська	453	481	4 197	424	716	4 994

Закінчення табл. 7.11

1	2	3	4	5	6	7
Житомирська	503	385	5 144	562	513	5 947
Закарпатська	551	738	4 978	538	815	5 297
Івано-Франківська	473	825	6 795	514	1 038	7 311
Кіровоградська	455	430	4 705	445	968	5 594
Миколаївська	507	804	6 718	535	1 327	7 934
Рівненська	423	610	4 950	437	1 525	5 599
Сумська	556	610	5 925	534	725	6 275
Тернопільська	374	265	3 711	388	408	3 948
Херсонська	456	276	4 676	478	535	5 200
Хмельницька	543	620	5 629	574	1 456	6 344
Черкаська	538	597	5 666	561	1 787	6 623
Чернівецька	324	323	2 998	353	410	3 277
Чернігівська	523	568	5 619	506	815	6 181
	3-й рік			4-й рік		
Вінницька	793	1 693	8 513	772	2 467	12 642
Волинська	466	1 186	4 839	444	1 823	7 002
Житомирська	618	1 136	5 775	555	1 510	8 327
Закарпатська	592	1 115	5 435	555	1 912	8 011
Івано-Франківська	565	1 683	7 406	512	2 185	10 605
Кіровоградська	489	1 285	5 628	459	1 591	8 267
Луганська	1 122	4 363	14 921	1 030	5 152	21 964
Львівська	1 163	4 682	13 964	1 086	5 585	20 946
Миколаївська	588	2 535	8 196	538	3 292	12 163
Рівненська	481	1 184	5 806	443	2 009	8 535
Сумська	588	1 441	6 570	555	1 414	9 789
Тернопільська	426	890	4 177	392	1 202	6 583
Херсонська	525	1 077	4 992	482	1 482	7 333
Хмельницька	631	1 461	6 794	577	2 005	10 205
Черкаська	617	2 046	6 934	566	2 826	10 360
Чернівецька	389	755	3 483	352	1 448	5 263
Чернігівська	557	1 333	6 373	524	1 526	9 285

Перевірити гіпотезу про суттєвість регіональних відмінностей: побудувати можливі типи моделей з панельними даними, виконати тестування значущості ефектів моделі, вибрати та записати остаточний вигляд моделі.

5. Відомий вектор залишків об'єднаної моделі взаємозв'язку рівня захворюваності (Y), типу біологічних потреб (X) і пори року (табл. 7.12).

Таблиця 7.12

Вектор залишків моделі

Сезони		Група			
		Дорослі	Діти	Чоловіки	Жінки
		1	2	3	4
Весна	1	20,28	63,66	−25,87	23,04
Літо	2	1,08	109,91	−30,69	5,80
Осінь	3	−28,34	59,31	41,74	16,55
Зима	4	−50,37	73,55	−4,79	−41,37

Необхідно перевірити значущість випадкових ефектів у регресійній моделі.

6. За об'єднаною моделлю відомі значення залишків про реалізовану продукцію (Y) і накладні витрати на реалізацію (X) на чотирьох підприємствах (i) за чотири роки (t) (табл. 7.13).

Таблиця 7.13

Залишки об'єднаної моделі

t/i	1	2	3	4
1	16,039	63,029	−23,848	28,181
2	−2,224	109,936	−28,682	3,865
3	−32,877	59,019	43,351	−10,084
4	−51,045	74,320	−2,693	−5,867

Також відомі значення залишків за моделлю з фіксованими ефектами. табл. 7.14).

Необхідно перевірити гіпотезу про те, що використання моделі з єдиним перетином (об'єднана модель) доцільніше моделі з фіксованими параметрами.

Таблиця 7.14

Значення залишків моделі з фіксованими ефектами

t/i	1	2	3	4
1	8,154	−20,944	−25,709	11,798
2	3,452	32,299	−27,602	−5,215
3	−13,343	−16,567	46,763	−6,730
4	1,737	5,212	6,548	0,147

7. Торговельне підприємство має мережу магазинів, інформація про господарську діяльність яких приведена в табл. 7.15.

Таблиця 7.15

Вихідні дані

Номери магазинів	Роки	Річний товарообіг (Y)	Торгова площа (X_1)	Середня кількість відвідувачів (X_2)
1	1	21,74	0,26	9,08
	2	41,90	0,34	11,26
	3	45,05	0,61	10,24
	4	45,19	0,53	12,11
2	1	61,92	0,86	9,39
	2	75,36	1,08	8,26
	3	82,51	1,03	13,60
	4	97,96	1,33	11,89
3	1	100,24	1,42	10,88
	2	100,39	1,23	15,09
	3	109,85	1,42	13,50
	4	119,41	1,64	15,31

Необхідно побудувати узагальнену модель (лінійну) взаємозв'язку між річним товарообігом підприємств (Y) і їх торгової площі (X_1), середньою кількістю відвідувачів на день (X_2). Виконати перевірку моделі на наявність фіксованих і випадкових ефектів. Записати вид остаточної моделі.

Розділ 8. Моделі розподіленого лага

8.1. Загальна характеристика та класифікація моделей з лаговими змінними.

8.2. Обґрунтування величини лага. Моделі з поліноміальними лагами.

8.3. Моделі з геометричними лагами.

8.4. Інструментальні змінні.

Ключові слова: лаг; лагові змінні; моделі з лаговими змінними; модель з розподіленим лагом; короткостроковий мультиплікатор; довгостроковий мультиплікатор; медіанний лаг; взаємна кореляційна функція; метод Ширлі Алмон; метод Джонстона; метод Койка; модель адаптивних очікувань; інструментальні змінні.

8.1. Загальна характеристика та класифікація моделей з лаговими змінними

Припущення про те, що на поточне значення залежної змінної впливають тільки поточні значення факторних ознак, є справедливим, якщо використовуються просторові дані. У динамічних моделях залежна змінна y_t може бути пов'язана зі значеннями пояснювальних змінних x не тільки в момент часу t, але і з їх значеннями в попередні часові моменти. Так, наприклад, величина попиту на житлову нерухомість визначається величиною доходу не тільки поточного періоду, а й попередніх років:

$$y_t = f(x_t, x_{t-1}, \ldots, x_{t-k}) + \varepsilon_t, \qquad (8.1)$$

де y_t – величина попиту на нерухомість в t-й період часу;

$x_t, x_{t-1}, \ldots, x_{t-k}$ – дохід у період часу t;

$t-1, \ldots, t-k$ – лагові змінні.

Лагові змінні – пояснювальні змінні, взяті в моделі регресії з запізненням у часі. *Лаг* – величина інтервалу запізнювання. Прикладами врахування лага в моделі є дослідження залежності випуску продукції від інвестицій, споживання товарів від доходу, обсягу продажу від бюджету витрат на рекламу тощо.

В якості лагової може розглядатися не тільки факторна, а й залежна змінна. Зокрема, на величину дивідендних виплат впливає не тільки значення прибутку корпорацій у поточний період, але і величина дивідендних виплат у попередній період часу: $y_t = f(x_t, y_{t-1}) + \varepsilon_t$, де y_t – величина дивідендних виплат у t-й період часу; x_t – прибуток у t-й період часу; y_{t-1} – дивідендні виплати в період часу t − 1 (лагова змінна).

Моделі з лаговими змінними можна розподілити на такі основні класи [59]:

1) моделі з розподіленими лагами:

$$y_t = f(x_t, x_{t-1}, \ldots, x_{t-k}) + \varepsilon_t;$$

2) моделі з лаговими залежними змінними (моделі авторегресії):

$$y_t = f(y_{t-1}, \ldots, y_{t-k}) + \varepsilon_t;$$

3) моделі з лаговими залежними та незалежними змінними (авторегресійні моделі з розподіленими лагами):

$$y_t = f(y_{t-1}, \ldots, y_{t-k}, x_t, x_{t-1}, \ldots, x_{t-k}) + \varepsilon_t.$$

Моделі розподіленого лага включає такі основні типи моделей:

модель із кінцевим числом лагів: $y_t = c + a_0 x_t + a_1 x_{t-1} + \cdots + a_k x_{t-k} + \varepsilon_t$;

модель із нескінченним числом лагів: $y_t = c + a_0 x_t + a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} + \cdots + \varepsilon_t$.

Більш поширеними в економічних дослідженнях є моделі з кінцевим числом лагів. Коефіцієнти $a_j, j = 1,2,\ldots,k$ називають ***коефіцієнтами лага***, а послідовність $a = \{a_j : j = 1,2,\ldots,k\}$ – ***структурою лага***. Коефіцієнт a_0 називають ***короткостроковим мультиплікатором***, оскільки він характеризує зміну результівної змінної під час зміни факторної змінної на 1 у фіксований момент часу t. Будь-яку суму коефіцієнтів $\sum_{j=0}^{m} a_j$, де $m < k$ називають ***проміжним мультиплікатором***, а суму всіх лагових коефіцієнтів $\sum_{j=0}^{k} a_j$ – ***довгостроковим мультиплікатором***, який характеризує загальну зміну результівної змінної під час зміни факторної ознаки на 1 через k періодів часу. Якщо виконується умова: $a_j > 0, j = 1,2,\ldots,k$,

то можна визначити ***нормовані коефіцієнти лага*** $b_j = \frac{a_j}{\sum_{j=0}^{k} a_j}$, які показують пропорцію довгострокового впливу, що припадає на певний період часу. Послідовність коефіцієнтів $b = \{b_j : j = 1,2, \dots, k\}$ називають ***нормованою структурою лага для моделі***. Нормовані коефіцієнти можна використовувати як вагові для розрахунку ***середньої величини лага***, яка показує середній інтервал часу, протягом якого відбуватиметься зміна залежної змінної під впливом пояснювальної змінної в момент часу t: $\bar{j} = \sum_{j=0}^{k} j b_j$. Чим менше значення середнього лага, тим більш чутливою є результівна змінна до зміни факторної ознаки. Високі значення середнього лага показують, що вплив факторної ознаки на результівну змінну будуть проявлятися протягом тривалого періоду. Характеристикою структури лага є ***медіанний лаг***, який показує тривалість періоду, необхідного для реалізації половини загальної зміни результівної ознаки після збільшення значень факторної змінної на 1. Для медіанного лага справедлива дорівненість: $\sum_{j=0}^{M_e} b_j = 0{,}5$.

Розглянемо економічну інтерпретацію параметрів моделі з кінцевим числом лагів на прикладах.

Приклад 8.1. Модель з розподіленим лагом, яка описує залежність ВВП (y_t) від обсягу інвестицій в основний капітал (x_t), має вигляд:

$$\hat{y}_t = 2{,}3419x_t + 0{,}3937x_{t-1} + 0{,}7596x_{t-2} + 3{,}4397x_{t-3} + \varepsilon_t.$$

Аналіз коефіцієнтів лага дозволяє зробити висновок, що збільшення обсягу інвестицій на 1 млн грн приводить до зростання ВВП у поточному періоді на 2,3419 млн грн (короткостроковий мультиплікатор). Через два роки збільшення ВВП складе 2,7357 млн грн (проміжний мультиплікатор); через три роки – 3,4953 млн грн (проміжний мультиплікатор); через чотири рокі – 6,935 млн грн (довгостроковий мультиплікатор). Нормована структура лага має такий вигляд: $b = \{0{,}34;\ 0{,}06; 0{,}11; 0{,}5\}$. Тобто на поточний рік припадає 34 % впливу факторної ознаки, через рік – 6 %, через два роки – 11 %, через три роки – 50 %.

Приклад 8.2. Модель залежності витрат домогосподарств (y_t) від сукупних ресурсів (x_t) має вигляд:

$$\hat{y}_t = 0{,}377x_t + 0{,}315x_{t-1} + 0{,}254x_{t-2} + \varepsilon_t.$$

Тобто збільшення ресурсів домогосподарств на 1 грн призводить до зростання витрат в поточному періоді на 0,377 грн (короткостроковий мультиплікатор); через два роки збільшення витрат складе 0,692 грн (проміжний мультиплікатор); через три роки – 0,946 грн (довгостроковий мультиплікатор). Нормована структура лага має такий вигляд: $b = \{0{,}4;\ 0{,}33;\ 0{,}27\}$. Іншими словами, зі збільшенням доходу на 1 грн, 40 % витрачається домогосподарствами в поточному році, 33 % – через рік, 27 % – через два роки.

8.2. Обґрунтування величини лага. Моделі з поліноміальними лагами

Однією з проблем під час побудови моделей розподіленого лага є обґрунтування величини лага. Теоретично побудову моделі розподіленого лага можна узагальнити на будь-яку кількість незалежних змінних x_{t-k}. Проте реалізація такого підходу ускладнена у зв'язку з великою кількістю факторів і невеликою довжиною часового ряду. Для обґрунтування величини лага використовується ***взаємна кореляційна функція***, яка характеризує тісноту зв'язку елементів вектора залежної змінної y_t з елементом вектора незалежної змінної x_t, зрушеними один щодо іншого на часовий лаг τ. Для побудови взаємної кореляційної функції розглядається безліч коефіцієнтів кореляції між рівнями часових рядів x_t та y_t; x_{t-1},…, x_{t-k} та y_t. Для різних значень $\tau = 0{,}1, \dots, k$ на основі взаємної кореляційної функції можна отримати k+1 значення r_τ:

$$r_\tau = \frac{(n-\tau)\sum_{t=1}^{n-\tau} y_t x_{t-\tau} - \sum_{t=1}^{n-\tau} y_t \sum_{t=1}^{n-\tau} x_{t-\tau}}{\sqrt{\left[(n-\tau)\sum_{t=1}^{n-\tau} {y_t}^2 - \left(\sum_{t=1}^{n-\tau} y_t\right)^2\right]\left[(n-\tau)\sum_{t=1}^{n-\tau} {x_{t-\tau}}^2 - \left(\sum_{t=1}^{n-\tau} x_{t-\tau}\right)^2\right]}}.$$

Величина лага визначається за максимальним значенням коефіцієнта кореляції. Якщо серед безлічі значень r_τ є кілька, величина яких за модулем наближається до 1, то це означає, що запізнювання впливу змінної x_t відбувається протягом певного проміжку часу, тобто спостерігається кілька часових лагів для взаємопов'язаних часових рядів.

Розглянемо побудову взаємної кореляційної функції на прикладі.

Приклад 8.3. Необхідно визначити величину лага у впливі капітальних інвестицій, млн грн (x_t) на динаміку ВВП, млн грн (y_t). Вихідні дані наведені в табл. 8.1.

Таблиця 8.1

Вихідні дані

t	1	2	3	4	5	6	7
y_t	225 810	267 344	345 113	441 452	544 153	720 731	948 056
x_t	37 178	51011	75714	93 096	125 254	188 486	233 081
t	8	9	10	11	12	13	14
y_t	913 345	1 082 569	1 316 600	1 408 889	1 454 931	1 566 728	1 979 458
x_t	151 777	150 667,1	209 130,1	264 853,7	239 393,6	212 035,1	254 730,9

Слід розрахувати коефіцієнт кореляції за умови $\tau = 0$. Парний коефіцієнт кореляції r_0 дорівнює 0,74. Послідовно зрушуючи рівні часового ряду x_t на один часовий інтервал, буде отримано серію коефіцієнтів (табл. 8.2).

Таблиця 8.2

Значення взаємної кореляційної функції

Величина лага τ	1	2	3	4
Коефіцієнт кореляції r_τ	0,657016	0,761176	0,878224	0,870081

Найбільше значення коефіцієнта взаємної кореляції $r_\tau = 0{,}8782$ відповідає лагу τ = 3. Тобто найбільша віддача від капітальних інвестицій буде спостерігатися через три роки. Модель розподіленого лага в цьому випадку може бути подана таким чином:

$$y_t = c + a_0 x_t + a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} + a_3 x_{t-3} + \varepsilon_t. \qquad (8.2)$$

Другим підходом до обґрунтування величини лага є порівняння якості моделей із різним набором лагових змінних. У цьому випадку вибір здійснюється на користь моделі, для якої всі коефіцієнти регресії при лагових змінних будуть статистично значущі за t-критерієм Стьюдента.

Оскільки факторні ознаки моделі $y_t = f(x_t, x_{t-1}, \ldots, x_{t-k}) + \varepsilon_t$ відображають одне і те ж явище з деяким запізненням, то можна чекати сильної

кореляційної залежності між ними. Проблему побудови моделей з лаговими змінними вирішують перетворенням цих змінних на нові, відносно незалежні змінні. Найбільш поширеним методом оцінювання параметрів моделей із незалежними лаговими змінними є метод Ширлі Алмон. В основі цього методу закладена гіпотеза, що лагові коефіцієнти регресії апроксимуються поліномом відповідного ступеня від величини лага:

$$a_j = P_r(j) = b_0 + b_1 j + b_2 j^2 + \cdots + b_r j^r.$$

У ході цього апріорі висувається припущення про ступінь полінома. Як правило, використовується многочлен невисокого ступеня ($r \leq 4$).

Наприклад, апроксимуємо параметри регресії з максимальним лагом k = 5:

$$y_t = a_0 x_t + a_1 x_{t-1} + \cdots + a_5 x_{t-5} + \varepsilon_t,$$

багаточленом третього ступеня r = 3, тобто:

$$a_j = P_3(j) = b_0 + b_1 j + b_2 j^2 + b_3 j^3.$$

Виразимо параметри регресії a_j через параметри багаточлена b_j ($j = 0,3$):

$$\begin{gathered}
a_0 = P_3(0) = b_0, \\
a_1 = P_3(1) = b_0 + b_1 + b_2 + b_3, \\
a_2 = P_3(2) = b_0 + 2b_1 + 4b_2 + 8b^3, \\
a_3 = P_3(3) = b_0 + 3b_1 + 9b_2 + 27b_3, \\
a_4 = P_3(4) = b_0 + 4b_1 + 16b_2 + 24b_3, \\
a_5 = P_3(5) = b_0 + 5b_1 + 25b_2 + 125b_3.
\end{gathered}$$

Після підстановки в рівняння регресії параметрів, виражених через коефіцієнти многочлена, і винесення за дужки оцінок коефіцієнтів многочлена, отримаємо:

$$y_t = b_0(x_t + x_{t-1} + x_{t-2} + x_{t-3} + x_{t-4} + x_{t-5}) + b_1(x_{t-1} + 2x_{t-2} + +3x_{t-3} + 4x_{t-4} + 5x_{t-5}) + b_2(x_{t-1} + 4x_{t-2} + 9x_{t-3} + 16x_{t-4} + +25x_{t-5}) + b_3(x_{t-1} + 8x_{t-2} + 27x_{t-3} + 64x_{t-4} + 125x_{t-5}) + \varepsilon_t.$$

Слід розглядати доданки в дужках при b_0, b_1, b_2, b_3 як нові змінні z. Модель з розподіленими лагами набуває вигляду:

$$y_t = b_0 z_{0t} + b_1 z_{1t} + b_2 z_{2t} + b_3 z_{3t} + \varepsilon_t,$$

де $z_{0t} = x_t + x_{t-1} + x_{t-2} + x_{t-3} + x_{t-4} + x_{t-5}$,

$$z_{1t} = x_{t-1} + 2x_{t-2} + 3x_{t-3} + 4x_{t-4} + 5x_{t-5},$$

$$z_{2t} = x_{t-1} + 4x_{t-2} + 9x_{t-3} + 16x_{t-4} + 25x_{t-5},$$

$$z_{3t} = x_{t-1} + 8x_{t-2} + 27x_{t-3} + 64x_{t-4} + 125x_{t-5}.$$

Оцінки параметрів при перетворених змінних z визначаються МНК. Далі на основі параметрів b_0, b_1, b_2, b_3 здійснюється перехід до оцінювання параметрів $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$. Якість оцінок коефіцієнтів b_i залежить від дисперсій і кореляцій між перетвореними факторами регресії.

У матричному вигляді можна записати, що $a = Hb$, де:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 4 & \dots & 2^r \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & k & k^2 & \dots & k^r \end{pmatrix}.$$

Стандартна помилка коефіцієнтів регресії при лагових змінних визначається за формулою:

$$\sigma_{a_j} = \sigma_e \sqrt{\overline{H}_i^T (z^T z)^{-1} \overline{H}_i}\ .$$

Далі за допомогою критерію Стьюдента оцінюється статистична значущість коефіцієнтів. Якість моделі оцінюється через коефіцієнт детермінації R^2.

Як одиничний випадок оцінювання параметрів регресії з лаговими факторами методом Ширлі Алмон у роботах Дж. Джонстона розглядається метод, який полягає у заміні многочлена інтерполяційною формулою Лагранжа. Многочлен $P_r(j)$ однозначно визначається його значеннями $P_r(j_0)$, $P_r(j_1)$, $P_r(j_2)$,…, $P_r(j_r)$ у r + 1 точках j_0, j_1,… j_r. Значення многочлена в довільній точці j можна знайти за допомогою інтерполяційної формули Лагранжа:

$$P_r(j) = \frac{(j-j_1)(j-j_2)\dots(j-j_r)}{(j_0-j_1)(j_0-j_2)\dots.(j_0-j_r)}P_r(j_0) + \frac{(j-j_0)(j-j_2)\dots(j-j_r)}{(j_1-j_0)(j_1-j_2)\dots.(j'_1-j_r)}P_r(j_1) + \cdots$$
$$+ \frac{(j-j_0)(j-j_1)\dots(j-j_{r-1})}{(j_r-j_0)(j_r-j_1)\dots.(j_r-j_{r-1})}P_r(j_r).$$

Варто припустити, що значення многочлена $P_r(j)$ в точках $j_0, j_1, \dots j_r$ відомі. Тоді за формулою можна обчислити значення многочлена, відповідно, в точках 0,1, ..., 5. Після чого вихідна регресія буде записана у вигляді:

$$y_t = P_3(0)x_t + P_3(1)x_{t-1} + \cdots + P_3(5)x_{t-5} + \varepsilon_t \ .$$

Оскільки значення многочлена $P_r(j_0), P_r(j_1), P_r(j_2), \dots, P_r(j_r)$ у точках $j_0, j_1, \dots, j_r$ невідомі, то завдання полягає в знаходженні оцінок їх значення на основі статистичних даних.

Для ілюстрації методу Алмон слід розглянути такий приклад.

Приклад 8.4. Необхідно побудувати модель залежності обсягу виробництва (y_t) від величини інвестицій (x_t). Вихідні дані наведені в табл. 8.2.

Таблиця 8.2

Вихідні дані

Роки	y_t	x_t	Роки	y_t	x_t
1	67,6	39,7	11	102,3	61,5
2	76,0	41,6	12	116,9	67,3
3	77,8	43,1	13	127,0	69,7
4	75,1	40,9	14	136,3	75,4
5	79,1	45,3	15	145,6	80,3
6	80,7	46,2	16	152,5	79,3
7	82,4	46,3	17	153,7	83,9
8	87,3	49,7	18	161,6	93,0
9	90,1	52,5	19	181,3	107,1
10	95,1	56,0	20	220,7	123,1

Передбачається, що обсяг виробництва (y_t) залежить від величини інвестицій (x_t) у поточному та трьох попередніх роках, тобто модель має вигляд:

$$y_t = \mathrm{c} + a_0x_t + a_1x_{t-1} + a_2x_{t-2} + a_3x_{t-3} + \varepsilon_t \ .$$

Також передбачається, що порядок апроксимувального багаточлена дорівнює 2.

Подамо параметри моделі у вигляді багаточлена другого ступеня:

$$a_j = P_2(j) = b_0 + b_1 j + b_2 j^2.$$

Відповідно, отримаємо:

$$a_0 = P_2(0) = b_0,$$
$$a_1 = P_2(1) = b_0 + b_1 + b_2,$$
$$a_2 = P_2(2) = b_0 + 2b_1 + 4b_2,$$
$$a_3 = P_2(3) = b_0 + 3b_1 + 9b_2\ .$$

Треба підставити ці значення у вихідне рівняння:

$$y_t = \mathrm{c} + b_0 x_t + (b_0 + b_1 + b_2)x_{t-1} + (b_0 + 2b_1 + 4b_2)x_{t-2} +$$
$$+(b_0 + 3b_1 + 9b_2)x_{t-3} = \mathrm{c} + b_0(x_t + x_{t-1} + x_{t-2} + x_{t-3}) +$$
$$+ b_1(x_{t-1} + 2x_{t-2} + 3x_{t-3}) + b_2(x_{t-1} + 4x_{t-2} + 9x_{t-3}) + \varepsilon_t.$$

Розрахувати значення змінних z_{it} (табл. 8.3).

Таблиця 8.3

Значення перетворених факторів

Роки	z_{0t}	z_{1t}	z_{2t}	Роки	z_{0t}	z_{1t}	z_{2t}
1	165,35	245,48	567,02	10	254,48	358,32	817,34
2	170,96	251,96	587,83	11	273,90	388,79	892,43
3	175,55	256,48	596,94	12	292,73	416,68	959,85
4	178,79	259,61	595,79	13	304,72	440,20	1009,09
5	187,54	274,72	639,08	14	318,92	466,22	1079,43
6	194,76	280,94	650,79	15	336,52	483,45	1124,02
7	204,56	290,92	668,32	16	363,29	498,64	1142,12
8	219,72	310,11	713,22	17	407,12	544,77	1234,08
9	237,36	331,15	758,45				

Використанням отриманих z_{it} здобудемо результати регресії:

$$\hat{y}_t = -7{,}14 + 0{,}44 z_{0t} + 0{,}6 z_{1t} - 0{,}29 z_{2t},$$

$$t_c = -3{,}58,\ t_{b_0} = 3{,}99,\ t_{b_1} = 1{,}87,\ t_{b_2} = -2{,}59,\ R^2 = 0{,}9967.$$

Усі параметри рівняння статистично значущі ($t_{\text{табл}}$ = 1.77 при k = 13). Значення коефіцієнта детермінації R^2 = 0,9967 дозволяє зробити висновок про хорошу якість моделі.

Відповідні оцінки параметрів вихідного рівняння визначаються в такий спосіб:

$$a_0 = b_0 = 0{,}44,$$
$$a_1 = b_0 + b_1 + b_2 = 0{,}44 + 0{,}6 - 0{,}29 = 0{,}75,$$
$$a_2 = b_0 + 2b_1 + 4b_2 = 0{,}44 + 2 \cdot 0{,}6 - 4 \cdot 0{,}29 = 0{,}49,$$
$$a_3 = b_0 + 3b_1 + 9b_2 = 0{,}44 + 3 \cdot 0{,}6 - 9 \cdot 0{,}29 = -0{,}35\ .$$

Таким чином, отримана модель розподіленого лага має вигляд:

$$\hat{y}_t = -7{,}14 + 0{,}44x_t + 0{,}75x_{t-1} + 0{,}49x_{t-2} - 0{,}35x_{t-3}.$$

Якщо до вихідних даних прикладу застосувати МНК, то результати регресійного аналізу такі:

$$\hat{y}_t = -10{,}79 + 0{,}64x_t + 1{,}19x_{t-1} + 0{,}67x_{t-2} - 0{,}48x_{t-3},$$
$$t_c = -3{,}44,\ t_{a_0} = 2{,}83,\ t_{a_1} = 2{,}97,\ t_{a_2} = 1{,}6,\ t_{a_3} = -1{,}6, R^2 = 0{,}9968.$$

Незважаючи на те, що коефіцієнт детермінації вище, коефіцієнти лагових змінних x_{t-2}і x_{t-3} статистично незначущі.

8.3. Моделі з геометричними лагами

Для моделі з нескінченним числом лагових змінних виду:

$$y_t = c + a_0x_t + a_1x_{t-1} + a_2x_{t-2} + \cdots + \varepsilon_t$$

оцінювання параметрів неможливе без деякого припущення щодо поведінки коефіцієнтів при лагових змінних. Одним із припущень є те, що лагові коефіцієнти зменшуються в геометричній прогресії: $a_k = a_0\lambda^k$. З урахуванням цього припущення модель має вигляд:

$$y_t = c + a_0x_t + a_0\lambda x_{t-1} + a_0\lambda^2 x_{t-2} + \cdots + \varepsilon_t. \qquad (8.3)$$

Наявність у моделі нескінченного числа лагових змінних не дозволять провести оцінювання параметрів. Тому використовується пере-

творення Койка, яке полягає в тому, що в модель вводиться оператор зсуву на один період:

$$y_{t-1} = c + a_0 x_{t-1} + a_0 \lambda x_{t-2} + a_0 \lambda^2 x_{t-3} + \cdots + \varepsilon_{t-1}.$$

Помноженням рівняння на λ отримано:

$$\lambda y_{t-1} = \lambda c + a_0 \lambda x_{t-1} + a_0 \lambda^2 x_{t-2} + a_0 \lambda^3 x_{t-3} + \cdots + \lambda \varepsilon_{t-1}\,. \qquad (8.4)$$

Відняти отримане рівняння (8.4) з вихідного (8.3):

$$y_t - \lambda y_{t-1} = (1-\lambda)c + a_0 x_t + \varepsilon_t - \lambda \varepsilon_{t-1}\,.$$

Після перетворення буде отримано:

$$y_t = (1-\lambda)c + a_0 x_t + \lambda y_{t-1} + u_t\,. \qquad (8.5)$$

Тобто від моделі рівняння з розподіленими лагами з нескінченним їх числом Л. Койк перейшов до моделі авторегресії, для якої потрібно оцінити параметри c, λ, a_0. Далі зі співвідношення $a_k = a_0 \lambda^k$ визначаються параметри вихідної моделі (8.3). Перетворення Койка приводить до суттєвих спрощень. Фактично проблема мультиколінеарності факторів усувається шляхом заміни x_{t-1}, x_{t-2} ... на y_{t-1}.

Модель Койка дозволяє аналізувати короткостроковий і довгостроковий мультиплікатори. Короткостроковим мультиплікатором є параметр a_0, а довгостроковим – сума коефіцієнтів регресії, що є сумою геометричної прогресії:

$$\sum_{j=0}^{\infty} b_j = b_0 + b_0\,\lambda + b_0 \lambda^2 + \cdots = b_o(1 + \lambda + \lambda^2 + \lambda^3 + \cdots) = \frac{b_0}{1-\lambda}.$$

Прикладом розподілу Койка є модель адаптивних очікувань. Процес адаптивних очікувань – це процедура коригування очікувань, коли в кожний період часу реальне значення змінної порівнюється з її очікуваним значенням. Якщо реальне значення виявляється більше, то значення, очікуване в наступному періоді, коригується в бік його підвищення, якщо менше – у бік зменшення. Передбачається, що розмір коригування пропорційний різниці між реальними й очікуваними значеннями змінної.

Таким чином, якщо розглядається змінна x, а x_t^e – її значення, очікуване в період часуt, то:

$$x_{t+1}^e - x_t^e = \lambda(x_t - x_t^e)(0 \leq \lambda \leq 1).$$

Цей вираз можна подати у вигляді:

$$x_{t+1}^e = \lambda x_t + (1-\lambda)x_t^e(0 \leq \lambda \leq 1). \quad (8.6)$$

Таким чином, значення змінної, очікуване в $t+1$ період часу, формується як зважене середнє її реального й очікуваних значень у поточному періоді. Чим більше величина λ, тим швидше очікуване значення адаптується до попередніх реальних значень. Слід зазначити, що процес адаптивних очікувань спрямований у майбутнє.

Припустимо, що залежна змінна y_t пов'язана з очікуваним значенням x у році $t+1$:

$$y_t = \alpha + \beta x_{t+1}^e + u_t. \quad (8.7)$$

У рівнянні (8.7) результівна змінна виражена через величину x_{t+1}^e, що не спостерігається і яку необхідно замінити спостережуваними змінними. Запишемо вираз (8.6) для $t-1$ періоду:

$$x_t^e = \lambda x_{t-1} + (1-\lambda)x_{t-1}^e. \quad (8.8)$$

Замінити величину x_t^e у виразі (8.6) на рівняння (8.8):

$$x_{t+1}^e = \lambda x_t + \lambda(1-\lambda)x_{t-1} + (1-\lambda)^2 x_{t-1}^e.$$

Повторивши процедуру заміни, отримаємо:

$$x_{t+1}^e = \lambda[x_t + (1-\lambda)x_{t-1} + (1-\lambda)^2 x_{t-2} + \cdots].$$

Підставивши отриманий вираз у (8.7) і замінивши $(1-\lambda)$ на γ, отримаємо:

$$y_t = \alpha + \beta\,\lambda \cdot [x_t + \gamma x_{t-1} + \gamma^2 x_{t-2} + \cdots] + u_t\,,$$

звідки видно, що значення y_t визначається поточним і минулими значеннями x_t з лагами, котрі підпорядковуються розподілу Койка.

У моделі Койка випадкова помилка $u_t = \varepsilon_t - \lambda\varepsilon_{t-1}$ корельована зі змінною y_{t-1}. Тому оцінювання параметрів моделі МНК дає зміщені та неспроможні оцінки. Замість МНК можуть бути застосовані інструментальні змінні.

8.4. Інструментальні змінні

Пояснимо використання методу інструментальних змінних (ІЗ). Цей метод має велике значення під час оцінювання параметрів моделей, що складаються з декількох рівнянь.

Метод інструментальних змінних полягає у частковій заміні непридатної пояснювальної змінної такою змінною, що не корельована з випадковим членом. Обмежимося випадком парної регресії:

$$y = \alpha + \beta x + u$$

і припустимо, що з деякої причини x має випадкову складову, залежну від u. Будемо також припускати, що у великих вибірках $V_{ar(x)}$ прагне до кінцевої межі σ_x^2. У цих умовах безпосереднє застосування МНК для побудови регресійної залежності y від x призвело б до неспроможних оцінок параметрів.

Тепер припустимо, що можна знайти іншу змінну z, яка корельована з x, але не коррельована з u. Покажемо, що заснована на використанні інструментальних змінних оцінка параметра, що визначається як:

$$b_{\text{ІЗ}} = \frac{cov(z, y)}{cov\ (z, x)},$$

є спроможною за умови, що у разі зростання кількості спостережень $cov(z, y)$ прагне до кінцевої, відмінної від нуля межі, яку слід позначити як σ_{xz}. Це означає, що у великих вибірках прагне до істинного значення β. Перед цим корисно порівняти $b_{\text{ІЗ}}$ з оцінкою МНК, яку позначимо як $b_{\text{мнк}}$:

$$b_{\text{мнк}} = \frac{cov(x, y)}{var(x)} = \frac{cov(x, y)}{cov(x, x)}.$$

Оцінка ІЗ у парному регресійному аналізі визначається шляхом підстановки інструментальної змінної z замість x у чисельнику та замість одного x (але не обох) – у знаменнику.

Можна записати вираз для $b_{\text{ІЗ}}$ таким чином:

$$b_{\text{ІЗ}} = \frac{cov(z,y)}{cov\ (z,x)} = \frac{cov(z,\{\alpha+\beta x+u\})}{cov\ (z,x)} = \frac{cov(z,a)}{cov\ (z,x)} + \frac{cov(z,\beta x)}{cov\ (z,x)} + \frac{cov(z,u)}{cov\ (z,x)} =$$
$$= \beta + \frac{cov(z,u)}{cov\ (z,x)},$$

оскільки $cov(z,a)$ дорівнює нулю (a є постійною) і $cov(z,\beta x)$ дорівнює $\beta cov(z,x)$. Таким чином, можна помітити, що оцінка за методом інструментальних змінних дорівнює істинному значенню плюс помилка, дорівнена $\frac{cov\,(z,u)}{cov\ (z,x)}$. У великих вибірках помилка зникає, оскільки

$$plim b_{\text{ІЗ}} = \beta + \frac{plim cov(z,u)}{plim cov\ (z,x)} = \beta + \frac{0}{\sigma_{x,z}} = \beta$$

за умови, що змінна z дійсно розподілена незалежно від u. Отже, на великих вибірках $b_{\text{ІЗ}}$ буде прагнути до істинного значення β.

Розподіл оцінки $b_{\text{ІЗ}}$ на малих вибірках важко піддається аналізу, але під час збільшення n її розподіл буде прагнути до нормального з математичним очікуванням β і дисперсією:

$$pop.var(b_{\text{ІЗ}}) \to \frac{\sigma_u^2}{npop\ .var\ (x)} \cdot \frac{1}{r_{x,z}^2},$$

де $r_{x,z}^2$ – вибірковий коефіцієнт кореляції між xі z.

Порівняти отриманий вираз із дисперсією оцінки МНК:

$$pop.var(b_{\text{МНК}}) \to \frac{\sigma_u^2}{nvar(x)}.$$

Основна відмінність полягає у тому, що дисперсія $b_{\text{ІЗ}}$ множиться на $\frac{1}{r_{x,z}^2}$. Чим тісніша кореляція між x і z, тим меншим буде цей коефіцієнт, а отже, тим меншою буде дисперсія $b_{\text{ІЗ}}$. Отже, якщо постає проблема

вибору між декількома можливими інструментальними змінними, то слід вибрати найбільш тісно корельовану з x, тому що за інших рівних умов вона дасть найбільш ефективні оцінки. Разом із тим небажано використовувати інструментальну змінну, яка б повністю корелювала з x, навіть якби її вдалося знайти. Тоді вона автоматично стала б корельованою також і з u, і оцінки будуть неспроможними. У цьому випадку потрібна інструментальна змінна, найбільш тісно корельована з x, але без кореляції з u.

Нехай розглядається модель авторегресії вигляду:

$$y_t = a + b_0 x_t + c y_{t-1} + u_t.$$

Застосування для оцінювання параметрів рівняння МНК можливе, якщо виконується передумова МНК щодо автокореляції залишків. У разі наявності в правій частині лагової залежної змінної може мати місце автокореляція залишків. Крім того, може мати місце залежність між y_{t-1} і u_t, тобто порушується припущення про гомоскедастичність залишків. Тому замість лагової залежної змінної y_{t-1} слід ввести в модель інструментальну змінну z_t, яка тісно корельована з лаговою змінною y_{t-1}, але не коррельована залишками u_t, тобто перейти до моделі вигляду:

$$y_t = a + b_0 x_t + c z_t + u_t.$$

В якості z_t візьмемо оцінку y_{t-1}, тобто $\hat{y}_{t-1}$, отриману за регресією:

$$\hat{y}_{t-1} = A + B x_{t-1}.$$

Далі застосовуємо МНК до моделі:

$$y_t = a + cA + b_0 x_t + cB x_{t-1} + u_t.$$

Слід зазначити, що застосування розглянутої інструментальної змінної може призвести до колінеарності факторів. Однак якщо колінеарність факторів не привела до великих стандартних помилок оцінок, неправильних знаків у коефіцієнтів регресії, то застосування інструментальної змінної можна вважати можливим.

Завдання для самостійного опрацювання

Контрольні запитання для самодіагностики

1. Які причини визначають лагові ефекти в економетричних моделях?

2. Назвіть основні класи моделей з лаговими змінними.

3. Наведіть приклад моделі з розподіленими лагами. Яким чином інтерпретуються лагові коефіцієнти?

4. У чому полягає статистична складність оцінювання параметрів з урахуванням лагових ефектів звичайними методами?

5. У якому випадку можна використовувати МНК для оцінювання параметрів моделі з розподіленими лагами?

6. У чому полягає ідея методу Ширлі Алмон?

7. Яким чином оцінюються параметри лагових моделей у методі Джонстона?

8. У якому випадку доцільно використовувати метод Койка?

9. У чому полягає сутність моделі «адаптивних очікувань»?

10. Наведіть перетворення Койка.

11. Наведіть переваги та недоліки методів оцінки параметрів лагових моделей.

12. У якому випадку використовують інструментальні змінні?

Тести

1. Моделі, в яких на залежну змінну роблять вплив не тільки поточні значення факторної змінної, але й її значення в попередні періоди часу, називають:

а) дистрибутивно-лаговими моделями;

б) авторегресійними моделями;

в) авторегресійними моделями з розподіленими лагами.

2. Модель $y_t = c + b_1 y_{t-1} + b_2 y_{t-2} + a_0 x_t + a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} + \varepsilon_t$ *належить до класу:*

а) моделей із розподіленими лагами;

б) моделей із лаговими залежними змінними (моделей авторегресії);

в) моделей із лаговими залежними та незалежними змінними (авторегресійних моделей з розподіленими лагами).

3. Структурою лага називають:

а) послідовність коефіцієнтів $a = \{a_j : j = 1,2, \dots, k\}$, де k – величина лага;

б) послідовність коефіцієнтів $b = \{b_j : j = 1,2, \dots, k\}$, де $b_j = \frac{a_j}{\sum_{j=0}^{k} a_j}$;

в) усі відповіді правильні.

4. Довгостроковий мультиплікатор показує:

а) пропорцію довгострокового впливу, що припадає на певний період часу;

б) середній інтервал часу, протягом якого буде відбуватися зміна залежної змінної;

в) загальну зміну результівної змінної у ході зміни факторної ознаки на 1 через k періодів часу.

5. Короткостроковий мультиплікатор характеризує:

а) зміну результівної змінної у ході зміни факторної змінної на 1 у фіксований момент часу t;

б) тривалість періоду, необхідного для реалізації половини загальної зміни результівної ознаки після збільшення значень факторної змінної на 1.

6. Для обґрунтування величини лага застосовують:

а) взаємну кореляційну функцію;

б) порівняння критеріїв якості моделей з різним набором лагових змінних;

в) усі відповіді правильні.

7. Якщо взаємна кореляційна функція набуває значень $r_0 = 0{,}86$, $r_1 = 0{,}44$, $r_2 = 0{,}36$, $r_3 = 0{,}45$, *то:*

а) величина лага дорівнює 0;

б) величина лага дорівнює 1;

в) величина лага дорівнює 3.

8. В основу методу Ширлі Алмон закладена гіпотеза:

а) про поліноміальний розподіл лагових коефіцієнтів;

б) про геометричний розподіл лагових коефіцієнтів.

9. Статистичну значущість параметрів моделі з розподіленим лагом оцінюють за допомогою:

а) стандартної помилки моделі;

б) критерію Фішера;

в) критерію Стьюдента.

10. Оцінювання параметрів моделі з розподіленим лагом стандартними методами ускладнене через наявність:

а) автокореляції;

б) гетероскедастичності;

в) мультиколінеарності.

11. Для оцінювання параметрів моделі з поліноміальними лагами використовують:

а) метод Ширлі Алмон;

б) метод Койка;

в) інструментальні змінні;

г) усі відповіді правильні.

12. Моделі, які містять лагові значення залежної змінної, – це:

а) авторегресійні моделі;

б) моделі адаптивних очікувань;

в) усі відповіді правильні.

13. У методі Койка усунення мультиколінеарності здійснюють:

а) перетворенням вихідної моделі в авторегресійну;

б) формуванням штучних змінних, які є лінійною комбінацією вихідної системи чинників, але не перебувають у кореляційному зв'язку між собою;

в) усі відповіді правильні.

14. Для оцінювання параметрів моделі з нескінченним числом лагів, в якій лагові коефіцієнти зменшуються в геометричній прогресії, застосовують:

а) метод Ширлі Алмон;

б) метод Джонстона;

в) метод Койка.

15. Для оцінювання лагових коефіцієнтів в умовах автокореляції помилок використовують:

а) метод Ширлі Алмон;

б) метод Джонстона;

в) метод Койка;

г) метод Фішера;

д) інструментальні змінні.

Практичні завдання

1. Подано ряди динаміки обсягів продажів двох дочірніх підприємств (табл. 8.4). Необхідно: для даних рядів знайти значення взаємної кореляційної функції; зробити висновки.

Таблиця 8.4

Вихідні дані

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Z_t	3	3,99	4,41	4,73	4,99	4,73	4,41	4,00	3,00	2,00
Z_{0t}	3,25	3,70	3,86	3,96	3,96	3,70	3,50	3,26	2,74	2,29

2. Подано ряди динаміки індексів ділової активності фондових ринків (табл. 8.5). Необхідно: обґрунтувати величину лага; побудувати модель розподіленого лага; оцінити параметри моделі МНК, методом Ширлі Алмон; провести оцінювання статистичної значущості параметрів за допомогою критерію Стьюдента; зробити висновки.

Таблиця 8.5

Вихідні дані

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_t	3,9	4,2	4,5	4,8	5,1	5,4	5,7	6,0	6,0	6,6
Y_t	12,6	13,2	13,8	14,4	15,0	15,9	16,8	17,7	18,6	19,5

3. На основі даних про величину інвестицій, податкове навантаження (табл. 8.6) слід побудувати модель адаптивних очікувань.

Таблиця 8.6

Вихідні дані

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_t	32	23	35	27	22	16	22	17	11	7
Y_t	90	150	250	446	184	292	454	716	270	436

4. На основі даних про обсяг продажів і величину витрат на рекламу (табл. 8.7) оцініть параметри моделі з лаговими змінними:

$$y_t = a + b_0 x_t + c y_{t-1} + u_t.$$

Для оцінювання параметрів моделі використайте МНК, інструментальну змінну. Порівняти якість моделі, оціненої МНК, і моделі з інструментальною змінною. Зробити висновки.

Таблиця 8.7

Вихідні дані

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X_t	52	54	59	51	70	67	62	63	71	69	77	113
Y_t	109	108	110	112	115	118	121	124	125	127	131	134

5. У табл. 8.8 подано дані динаміки інвестиційних вкладень та обсягу продукції, що випускається промисловим підприємством. Слід побудувати модель із розподіленим лагом, визначити всі її характеристики, провести оцінювання адекватності.

Таблиця 8.8

Вихідні дані

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_t	92	104	115	104	110	104	115	121	127	133
Y_t	58	104	104	92	104	115	138	138	115	121
t	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X_t	127	133	138	150	156	161	173	179	179	173
Y_t	127	144	156	156	173	161	184	184	173	184

Дайте економічну інтерпретацію результатів моделювання.

Розділ 9. *VAR* та *ECM*-моделі

9.1. Теоретичні основи побудови VAR-моделей. Види VAR-моделей. Стабільність VAR-моделей.

9.2. Поняття спільного стохастичного тренду. Коінтеграція нестаціонарних змінних.

9.3. Моделі корегування помилки.

9.4. Перевірка часових рядів на коінтеграцію. Тести Інгла – Гренджера, Йохансена.

9.5. Прогнозування за VAR-моделлю. Аналіз функції імпульсних відгуків.

Ключові слова: векторно-авторегресійна модель (*VAR*-модель); структурні *VAR*-моделі; рекурсивні *VAR*-моделі; *VAR*-моделі у приведеній формі; коінтеграція нестаціонарних змінних; модель корегування помилки (*ECM*-модель); тест Йохансена; тест Інгла – Гренджера; імпульсний відгук; декомпозиція дисперсій.

9.1. Теоретичні основи побудови *VAR*-моделей. Види *VAR*-моделей. Стабільність *VAR*-моделей

Традиційно векторну авторегресійну модель (*VAR*-модель) використовують для побудови моделей прогнозування взаємозалежних багатовимірніх часових рядів і для аналізу динамічного впливу випадкових збурень змінних моделі. Як зазначено в багатьох роботах, *VAR*-моделі є розширенням концепції *ARIMA*-моделювання Г. Бокса і Г. Дженкінса, проведеним шляхом одночасового моделювання декількох часових рядів за допомогою системи динамічних рівнянь, яка містить взаємозалежні зв'язки між показниками й їх лаговими значеннями, тобто моделюються одночасово декілька часових рядів [23; 35; 73]. Цей підхід був запропонований у 1980 році К. Симсом для уникнення проблеми розподілу змінних на екзогенні й ендогенні у системах одночасових рівнянь. Найбільшого поширення *VAR*-моделі набули для аналізу трансмісійного механізму грошово-кредитної (монетарної) політики. Передавальний, або трансмісійний, грошово-кредитний механізм утворюють взаємозв'язки між показниками фінансового та реального секторів економіки, і в першу чергу – між грошовими агрегатами, інфляцією та реальними обсягами виробництва [78].

Структура *VAR*-моделі така, що кожна змінна є лінійною залежністю минулих лагів цієї змінної та лагів інших змінних. Зазвичай *VAR*-моделі будують за стаціонарними часовими рядами. Якщо ряди є нестаціонарними або інтегрованими I порядку – I(1) і коінтегрованими, то будують векторні моделі коригування помилок (*VECM*).

Порядок моделі визначається порядком лага. Разом з цим має виконуватися умова, що ряди є стаціонарними процесами.

Існують такі форми *VAR*-моделей:

приведена форма *VAR*-моделі;

рекурсивні *VAR*-моделі;

структурні *VAR*-моделі;

VAR-моделі з корекцією похибки (*VECM*-моделі);

структурні *VAR*-моделі з корекцією похибки для інтегрованих рядів (*SVECM*-моделі).

Усі форми є динамічними лінійними моделями, які пов'язують поточні та минулі значення вектора *n*-вимірного часового ряду.

Вибір виду моделі залежить від: мети *VAR*-моделі (наприклад, якщо *VAR*-модель використовується лише для прогнозування, то ідентифікація взагалі не потрібна); положень економічної теорії для встановлення порядку або обмежень змінних; результатів тестування стійкості й аналізу функцій імпульсного відгуку [35].

Структурна *VAR*-модель містить обмеження, які заздалегідь обумовлені економічними процесами. Цю модель зазвичай використовують для структурного приведення – перевірки відповідності економічних даних конкретної економічної теорії й аналізу політики. Приведена та рекурсивна форми *VAR*-моделі – це статистичні моделі, які не містять ніяких економічних теоретичних обмежень, за винятком вибору змінних. Як правило, ці форми використовують для опису даних і прогнозування [30].

Структурною формою VAR-моделей є система, в якій змінні x_1 і x_2 мають взаємний вплив. *VAR*-модель у найпростішому поданні є моделлю I порядку та містить дві змінні з лагом 1, кількість рівнянь моделі дорівнює кількості змінних [35; 76].

$$\begin{cases} \mathrm{x}_{t1} = \alpha_{10} - \alpha_1 x_{t2} + \beta_{11} x_{t-1,1} + \beta_{12} x_{t-1,2} + u_{t1} \\ \mathrm{x}_{t2} = \alpha_{20} - \alpha_2 x_{t1} + \beta_{21} x_{t-1,1} + \beta_{22} x_{t-1,2} + u_{t2} \end{cases}, \quad (9.1)$$

де $\alpha_{10,}\ \alpha_{20}$ – вільні члени рівняння;

β_{ij} – параметри авторегресії, які пов'язують лагові значення показників x_1 і x_2 ($i, j = 1,2$);

u_{t1}, u_{t2} – взаємно некорельовані залишки, «білий шум» [35].

Основна відмінність *VAR*-моделей від симультативних систем рівнянь полягає в тому, що апріорі не проводиться розподіл змінних на ендогенні й екзогенні. Усі змінні припускаються ендогенними. Очевидно, що шоки (або збурення) u_{t1}, u_{t2} впливають і на x_1, і на x_2. Якщо $a1 \neq 0$, то u_{t2} має непрямий вплив на зміну x_1; відповідно, якщо $a2 \neq 0$, то u_{t1} має непрямий вплив на зміну x_2. Структурна форма *VAR для k змінних* і числа лагів p має вигляд [35]:

$$\begin{cases} x_{t1} = \alpha_{10} - \alpha_1 x_{t2} - \ldots - \alpha_k x_{t,k} + \beta_{11}^1 x_{t-1,1} \quad + \beta_{12}^1 x_{t-1,2} + \cdots + \\ + \beta_{1k}^1 x_{t-1,k} + \beta_{11}^2 x_{t-2,1} + \beta_{12}^2 x_{t-2,2} + \cdots \beta_{1k}^2 x_{t-2,k} + \ldots + \beta_{1k}^p x_{t-p,k} + u_{t1} \\ x_{t2} = \alpha_{20} - \alpha_2 x_{t1} - \ldots - \alpha_k x_{t,k} + \beta_{21}^1 x_{t-1,1} \quad + \beta_{22}^1 x_{t-1,2} + \cdots + \\ + \beta_{2k}^1 x_{t-1,k} + \beta_{21}^2 x_{t-2,1} + \beta_{22}^2 x_{t-2,2} + \cdots \beta_{2k}^2 x_{t-2,k} + \ldots + \beta_{2k}^p x_{t-p,k} + u_{t2} \\ \ldots \\ x_{tk} = \alpha_{k0} - \alpha_k x_{t1} - \cdots \alpha_{k-1} x_{t,k-1} + \beta_{k1}^1 x_{t-1,1} + \beta_{k2}^1 x_{t-1,2} + \cdots + \\ + \beta_{kk}^1 x_{t-1,k} + \beta_{k1}^2 x_{t-2,1} + \beta_{k2}^2 x_{t-2,2} + \cdots \beta_{kk}^2 x_{t-2,k} + \ldots + \beta_{kk}^p x_{t-p,k} + u_{tk} \end{cases}.$$

Найчастіше стуктурну форму *VAR*-моделі будують на базі економічної теорії для визначення одночасових зв'язків між змінними. Як і у випадку одночасових систем рівнянь, структурну форму *VAR*-моделі завжди можна записати в *приведеній* формі, тобто виразити всі ендогенні змінні тільки через предетерміновані змінні.

$$X_t = A_0 + A_1 X_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$A_0 = L^{-1} B_0,\ A_1 = L^{-1} B_1, \varepsilon_t = L^{-1} U_t,$$
$$L = \begin{pmatrix} 1 & \alpha_1 \\ \alpha_2 & 1 \end{pmatrix}, X_t = \begin{pmatrix} x_{t1} \\ x_{t2} \end{pmatrix}, B_0 = \begin{pmatrix} \alpha_{10} \\ \alpha_{20} \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{pmatrix}, U_t = \begin{pmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{pmatrix}.$$

Таким чином, *VAR-модель у приведеному* або стандартному вигляді можна подати так:

$$\begin{cases} x_{t1} = a_{10} + a_{11} x_{t-1,1} + a_{12} x_{t-1,2} + \varepsilon_{t1} \\ x_{t2} = a_{20} + a_{21} x_{t-1,1} + a_{22} x_{t-1,2} + \varepsilon_{t2} \end{cases}, \tag{9.2}$$

де a_{10}, a_{20} – невідомі параметри з матриці A_0;

a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22} – невідомі коефіцієнти, які пов'язують поточні та минулі значення показників x_{t1} і x_{t2}, і є елементами матриці A_1;

ε_{t1} й ε_{t2} – похибки, елементи вектора шоків (збурень) U.

Така модель містить тільки лагові значення вектора X, похибки (елементи вектора збурень) у векторі U не є корельованими. Крім того не існує одночасових ефектів між змінними. У загальному записі для *k* змінних і *p* кількості лагів модель авторегрессії має такий вигляд:

$$\begin{cases} \mathrm{x}_{t1} = a_{10} + a_{11}^1 x_{t-1,1} + a_{12}^1 x_{t-1,2} + \cdots + a_{1k}^1 x_{t-1,k} + a_{11}^2 x_{t-2,1} + a_{12}^2 x_{t-2,2} + \\ + \cdots a_{1k}^2 x_{t-2,k} + a_{11}^p x_{t-p,1} + \cdots + a_{1k}^p x_{t-p,k} + \varepsilon_{t1} \\ \mathrm{x}_{t2} = a_{20} + a_{21}^1 x_{t-1,1} + a_{22}^1 x_{t-1,2} + \cdots + a_{2k}^1 x_{t-1,k} + a_{21}^2 x_{t-2,1} + a_{22}^2 x_{t-2,2} + \\ + \cdots a_{2k}^2 x_{t-2,k} + a_{21}^p x_{t-p,1} + \cdots + a_{2k}^p x_{t-p,k} + \varepsilon_{t2} \\ \ldots \\ \mathrm{x}_{tk} = a_{k0} + a_{k1}^1 x_{t-1,1} + a_{k2}^1 x_{t-1,2} + \cdots + a_{kk}^1 x_{t-1,k} + a_{k1}^2 x_{t-2,1} + a_{k2}^2 x_{t-2,2} + \\ + \cdots a_{kk}^2 x_{t-2,k} + a_{k1}^p x_{t-p,1} \ldots + a_{kk}^p x_{t-p,k} + \varepsilon_{tk}. \end{cases} \quad (9.3)$$

Кожне рівняння моделі є комбінацією моделі з розподіленими лагами та моделі авторегресії. Кількість рівнянь *VAR*-моделі дорівнює кількості змінних. Векторний запис моделі є таким:

$$\underset{X_t}{\begin{pmatrix} \mathrm{x}_{t1} \\ \mathrm{x}_{t2} \\ \ldots \\ \mathrm{x}_{tk} \end{pmatrix}} = \underset{a}{\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \ldots \\ a_k \end{pmatrix}} + \underset{A_1}{\begin{pmatrix} a_{11}^1 \ldots a_{1k}^1 \\ a_{21}^1 \ldots a_{2k}^1 \\ \ldots \\ a_{k1}^1 \ldots a_{kk}^1 \end{pmatrix}} \underset{X_{t-1}}{\begin{pmatrix} \mathrm{x}_{t-1,1} \\ \mathrm{x}_{t-1,2} \\ \ldots \\ \mathrm{x}_{t-1,k} \end{pmatrix}} + \cdots + \underset{A_p}{\begin{pmatrix} a_{11}^p \ldots a_{1k}^p \\ a_{21}^p \ldots a_{2k}^p \\ \ldots \\ a_{k1}^p \ldots a_{kk}^p \end{pmatrix}} \underset{X_{t-p}}{\begin{pmatrix} \mathrm{x}_{t-p,1} \\ \mathrm{x}_{t-p,2} \\ \ldots \\ \mathrm{x}_{t-p,k} \end{pmatrix}} + \underset{\varepsilon_t}{\begin{pmatrix} \varepsilon_{t1} \\ \varepsilon_{t2} \\ \ldots \\ \varepsilon_{tk} \end{pmatrix}},$$

$$X_t = A + A_1 X_{t-1} + \cdots + A_p X_{t-p} + \varepsilon_t. \quad (9.4)$$

Щоб побудувати прогноз, достатньо оцінити наведену форму без накладення обмежень звичайним МНК. Це робить *VAR* зручним інструментом прогнозування: не потрібно аналізувати, яким чином взаємопов'язані змінні або їх причинність.

Рекурсивну та структурну форми *VAR*-моделей можна записати так [6; 23; 35]:

$$X_t = \alpha + A_0 X_t + A_1 X_{t-1} + \cdots + A_p X_{t-p} + \varepsilon_t, \quad (9.5)$$

де A_0 – матриця одночасового впливу між змінними.

Рекурсивна форма VAR для k змінних і кількості лагів *p* модель авторегресії має вигляд:

$$\begin{cases} \mathrm{x}_{t1} = a_1 + a_{11}^1 x_{t-1,1} \ + a_{12}^1 x_{t-1,2} + \cdots + a_{1k}^1 x_{t-1,k} + a_{11}^2 x_{t-2,1} + a_{12}^2 x_{t-2,2} + \\ + \cdots a_{1k}^2 x_{t-2,k} + a_{11}^p x_{t-p,1} + \cdots + a_{1k}^p x_{t-p,k} + \varepsilon_{t1}, \\ \mathrm{x}_{t2} = a_2 + a_{21}^0 x_{t1} \ + a_{21}^1 x_{t-1,1} + \cdots + a_{2k}^1 x_{t-1,k} + a_{21}^2 x_{t-1,1} + a_{22}^2 x_{t-1,2} + \\ + \cdots a_{2k}^2 x_{t-2,k} + a_{21}^p x_{t-p,1} + \cdots + a_{2k}^p x_{t-p,k} + \varepsilon_{t2}, \\ \ldots \\ \mathrm{x}_{tk} = a_k + a_{k1}^0 x_{t1} + a_{k2}^0 x_{t,2} + \cdots + a_{k,k-1}^0 x_{t,k-1} + a_{k1}^1 x_{t-1,1} + a_{k2}^1 x_{t-1,2} + \\ + \cdots a_{kk}^1 x_{t-1,k} + \cdots + a_{k1}^p x_{t-p,1} \ldots + a_{kk}^p x_{t-p,k} + \varepsilon_{tk}. \end{cases} \quad (9.6)$$

У рекурсивній *VAR*-моделі похибка для кожної змінної є некорельованою з похибкою для попередньої змінної [35]. Права частина першого рівняння векторної авторегресії не містить поточного спостереження за іншими змінними; друге рівняння містить поточний рівень тільки першої змінної; третє – поточні рівні першого та другого рівнянь, відповідно, і так далі.

Загальні етапи побудови *VAR*-моделей схожі зі схемою побудови *ARIS*-моделей [35; 62], а саме за:

тестуванням вхідних часових рядів згідно зі стохастичними властивостями рядів показників;

ідентифікацією моделі: обчислення величини лагу *p* і специфікація моделі, тестування причинно-наслідкових зв'язків, взаємозалежність змінних;

оцінюванням параметрів моделі;

етап верифікації *VAR*-моделей визначається особливостями їх використання.

Початковим етапом аналізу є оцінювання ступеня інтегрованості часових рядів та їх стаціонарність. Перший крок для визначення стаціонарності є візуальний аналіз. За графіком часового ряду очевидним стає наявність тренду або сезонної компоненти. У такому випадку слід також перевірити ряд на стаціонарність. Перевірку на стаціонарність можна здійснити через обчислення автокореляційної та часткової автокореляційної функцій, які показують ступінь залежності між спостереженнями

часового ряду. Графіки автокореляційної (АКФ) і часткової автокореляційної функцій (ЧАКФ) для стаціонарного ряду мають спадати за часом після декількох перших значень. Значення АКФ розраховують так [62; 78; 82]:

$$r(\tau) = \frac{\sum_{t=\tau+1}^{n}((x_t - \overline{x_t})\,(x_{t-\tau} - \overline{x_t}))}{\sum_{t=1}^{n}(x_t - \overline{x_t})^2}, \tau = 1,2, \dots n.$$

Значення ЧАКФ, які показують залежність між спостереженнями ряду за умови, що проміжні значення спостережень зафіксовано на середньому рівні, розраховують так:

$$r_{tj\,,k} = \frac{r_{tj} - r_{tk} \cdot r_{jk}}{\sqrt{(1 - r_{tk}^2)(1 - r_{jk}^2)}},$$

де r_{tj} – коефіцієнт кореляції між рівнями ряду x_t і x_{t+j};

r_{tk} – коефіцієнт кореляції між рівнями ряду x_t і x_j;

r_{jk} – коефіцієнт кореляції між рівнями ряду x_{t+j} і x_j;

j – величина запізнювання між спостереженнями;

k – номер проміжного спостереження, який виключається між x_t і x_j.

Наприклад, для x_t і x_{t+2} ЧАКФ із виключенням впливу x_{t+1} матиме вигляд: $r_{02,1} = \frac{r_{t,t+2} - r_{t,t+1} \cdot r_{t+1,t+2}}{\sqrt{(1 - r_{t,t+2}^2)(1 - r_{t+1,t+2}^2)}}$.

Іншим методом оцінювання стаціонарності є перевірка за розширеним тестом Діккі – Фуллера та розрахунок інтеграційної статистики Дарбіна – Уотсона.

Приведення до стаціонарності можливе шляхом обчислення різниць ряду. Якщо часовий ряд не є стаціонарним, а після обчислення перших різниць $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$ він стає стаціонарним, то ряд є інтегрованим порядку 1 і позначається I(1). Відповідно, ряд Δx_t тоді є інтегрованим порядку 0.

На другому етапі, під час вибору значення лага p, здійснюють вибір форми специфікації й аналізують:

на основі значень інформаційних критеріїв: *AIC* – значення інформаційного критерію Акайке; *SC* – значення інформаційного критерію Шварца; *HQ* – значення інформаційного критерію Хенна – Куїнна (тест на довжину

лага), за якими можна визначити міру відносної якості моделей, що враховує ступінь надмірної кількості оцінюваних параметрів;

значення параметра *p*, яке може відрізнятися залежно від конкретного інформаційного критерію. У загальному випадку необхідно побудувати та протестувати моделі для всіх значень *p*, які є оптимальними на основі інформаційних крітеріїв;

доцільність додавання до моделі ендогенних змінних, які мають значення лагів від 1 до *p* (тест на виключення лагів).

Найпростішим підходом до вибору порядку *VAR*-моделі є аналіз довжини часового ряду. Оцінюючи порядок *VAR*-моделі, можна спиратись на попередній досвід. Але ці підходи є суб'єктивними, їх можна використовувати як перше наближення для визначення порядку. Крім того, незначна довжина часового ряду є досить вагомим обмеженням на порядок *VAR*-моделі.

Інформаційні критерії оцінки надмірної кількості оцінюваних параметрів засновані на деякому компромісі між точністю та складністю моделі. Ці параметри відрізняються за способом забезпечування балансу. Інформаційні критерії використовують для порівняння моделей між собою, без змістовної інтерпретації значень побудованих моделей. Чим менші значення критеріїв, тим вища відносна якість моделі [35]. Розглянемо формальні критерії до вибору порядку моделі – *AIC*-критерій (інформаційний критерій Акайка). Для його розрахунку спочатку обирається максимально можливе значення порядку *VAR*-моделі, нехай – p'. Далі методом найменших квадратів оцінюється певна множина *VAR*-моделей із різною кількістю лагів $\mathrm{p} = 1, 2, 3, \ldots, \mathrm{p}'$. Для кожної з оцінених моделей розраховується AIC-критерій за формулою:

$$AIC(p) = \ln\left|\hat{V}\right| + \frac{2pn^2}{T}, p = 1,2,3, \ldots p',$$

де n – кількість часових рядів у *VAR*-моделі;

T – кількість спостережень (вона має бути однаковою для кожного часового ряду);

p – порядок оцінюваної *VAR*-моделі;

$\hat{V}$ – детермінант коваріаційної матриці помилок моделі, оціненої методом найменших квадратів.

Серед оцінюваних моделей обирається модель порядку p_{max} $(0 \leq \mathrm{p}_{max} \leq \mathrm{p})$ з найменшим значенням критерію AIC.

Критерій Шварца розраховують за формулою [30]:

$$SIC = 1 + \ln(2\pi) + \ln\left(\frac{\sum \varepsilon^2}{T}\right) + \frac{k \cdot lnT}{T}.$$

Серед оцінених моделей обирається модель із найменшим значенням критерію *SIC*.

Критерій Хеннана – Куїнна розраховують за формулою [23; 35; 62]:

$$HQ = \frac{-2l + 2k \cdot ln(lnT)}{T},$$

де *k* – кількість оцінюваних параметрів;

l – консистентна оцінка дисперсії випадкової помилки моделі, що дорівнює відношенню суми квадратів залишків до обсягу вибірки;

T – обсяг вибірки.

На наступному кроці побудови моделі з метою виявлення взаємозалежності між показниками у *VAR*-моделі використовують різні тести причинності, серед них тест Йохансена, Інгла – Грейнджера та ін.

Далі здійснюють оцінювання параметрів вибраної моделі. *VAR*-модель у структурній формі не може бутити оцінена звичайним *МНК*, тому що x_{t1} корелює з випадковою величиною u_{t2}, а x_{t2} корелює з u_{t1}. Але, як і у випадку систем одночасових рівнянь, можна оцінити *VAR* у приведеній формі, а потім на основі її коефіцієнтів знайти коефіцієнти структурної системи [25; 35]. Унаслідок існування проблем під час оцінювання невідомих параметрів VAR-моделей у структурній формі на практиці використовують *VAR*-моделі у приведеній формі. Оцінити параметри приведеної форми VAR досить легко. Кожне з рівнянь містить ті ж самі регресори, і немає взаємних обмежень між рівняннями [30].

У загальному випадку зіставити результати оцінювання неможливо. У приведеній формі моделі необхідно оцінити параметри: a_{10}, a_{20}, a_{11} a_{12}, a_{21}, a_{22}, ..., а також $var(\varepsilon_{it}) = \sigma_{i2}$; $\sigma_{12} = \sigma_{21} = cov(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})$. А для *VAR*-моделі в структурній формі ми маємо оцінити десять параметрів: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_{20}, \alpha_{10}, \beta_{11}, \beta_{12}, \beta_{21}, \beta_{22}$, а також $\sigma_{u1} = \sigma_{\alpha 1}$; $\sigma_{u2} = \sigma_{\alpha 2}$. Оцінивши параметри в приведеній формі моделі, відповідно, можна знайти параметри для VAR-моделі в структурній формі.

Проблеми оцінювання дають нам змогу ввести *поняття декомпозиції Чолеського* у *VAR*-моделюванні. Обмеження системи, накладене на параметр $\alpha_1 = 0$, призводить до того, що обидва шоки u_1 й u_2 впливають на поточне значення x_{t1}, але тільки шок u_2 впливає на x_{t2}. Таким чином, значення ε_{2t} повністю визначається збуреннями (шоками) послідовності x_{t2}. Декомпозицію помилок (або трикутну декомпозицію) називають декомпозицією Чолеського: $\varepsilon_{1t} = u_{1t} - \alpha_2 u_{2t}, \varepsilon_{2t} = u_{2t}$.

Якщо деякі рівняння *VAR*-системи в приведеній формі містять змінні, які не додано в інші рівняння, то оцінювання системи на основі МНК неможливе. У такому випадку *VAR*-модель необхідно оцінювати методом уявно непов'язаних регресій *SUR*, що забезпечує ефективні оцінки з різною кількістю лагів у рівняннях системи. Оскільки матриці оцінених коефіцієнтів *VAR*-моделі важко інтерпретувати безпосередньо, результати оцінювання зазвичай подають деякими функціями цих матриць. До таких статистик належать функції реакції на імпульси та розкладання помилки прогнозу, статистика тесту причинності за Грейнджером [25].

Стабільність VAR-моделей є необхідною умовою їх практичного застосування. Стабільність означає, що послідовність зовнішніх шоків для неї має кінцевий спадний ефект. Тобто, якщо шоки затухають з часом, то *VAR*-модель є стаціонарною. *Необхідною та достатньою умовою стабільності* (стаціонарності) *VAR*-моделі є умова, щоб усі власні значення λ_i матриці A знаходились у межах одиничного кола, тобто їх значення за абсолютною величиною мають бути меншими за одиницю $|\lambda_i| < 1$. Можна використати метод невизначених коефіцієнтів і подати розвязок $Y_t = A_1 Y_{t-1}$ у вигляді $Y_t = c\lambda^t$. Або $c\lambda^t = A_1\, c\lambda^{t-1}$. Звідси $\lambda c = Ac$; $(\mathrm{A} - \lambda I) = 0$, де I – одинична матриця (nxn), λ – власний вектор; c – невідомий вектор порядку (nx1).

Якщо розглянути узагальнену *VAR*-модель p-го порядку, то стабільність системи залежить від власних векторів матриці, які є коренями рівняння $\left|\lambda^p I - \lambda^{p-1} A_1 - \lambda A_{p-1} - A_p\right| = 0$.

Розглянемо деякі приклади подання й аналізу *VAR*-моделей.

Приклад 9.1. З метою вивчення впливу різних системоутворювальних для фондового ринку факторів були використані статистичні показники: фондові індекси ринків цінних паперів тих країн, які здатні впливати на ситуацію; оголошені ставки на залучення та розміщення міжбанківських кредитів; показники ринку державних цінних паперів – обсяг і обіг

операцій (за ринковою вартістю), а також ефективний індикатор ринкового портфеля, що відображає усереднену прибутковість до погашення за всіма випусками; біржовий курс і обсяг торгів на ММВБ у доларах США й євро; котирування дорогоцінних металів на *LondonFIX*; щоденні ціни ф'ючерсного контракту на нафту з найближчою датою поставки (в дол. США за барель) [72].

З метою коректного вимірювання кореляції часових рядів (у загальному випадку – з метою перетворення часових рядів до стаціонарного виду) був використаний прийом, що полягає в переході від вихідних рівнів до ланцюгових показників рядів, які є константами їх трендів (наприклад, для лінійних трендів – це ланцюгові абсолютні прирости, для показових трендів – логарифми ланцюгових темпів зростання тощо). Як приклад можна привести опис процесу отримання стаціонарного ряду на основі рівнів індексу Доу – Джонса (*DJI*). На першому етапі була зроблена спроба визначити форму тренду для вихідного часового ряду *DJI*. Проведена операція взяття «логарифмічною добутку» (обчислено логарифми ланцюгових темпів зростання) з подальшим відніманням її вибіркового середнього значення. Після відбору змінних була побудована *VAR*-модель:

$$
\begin{gathered}
y\,(t) = \ 0{,}0006 \ + \ 0{,}0660y\,(t-1) + \ 0{,}1094x1(t-1) - \ 0{,}3132x2(t-1) \\
+ 0{,}0203x3(t-1) - \ 0{,}0424x4(t-1) + \ 0{,}0435x5(t-1) - \\
-0{,}0833x6(t-1) + \ 0{,}0019x7(t-1) - \ 0{,}0068x8(t-1) + \\
+ 0{,}1228x9(t-1) - \ 0{,}0365x10(t-1) - \ 0{,}1659x11(t-1) + \\
0{,}0408x12(t-1) + \ 0{,}1657x13(t-1) - \ 0{,}1926x14(t-1) - \\
0{,}1491x15(t-1) + \ 0{,}2679x16(t-1) + \ 0{,}0853x17(t-1) + \\
0{,}1083x18(t-1) \ - \ 0{,}0207x19(t-1) \ + \ 0{,}0747x20(t-1) - \\
-0{,}1747x21(t-1) + \ 0{,}1192x22(t-1) + \ 0{,}0866x23(t-1) + \\
0{,}0081x24(t-1) - 0{,}0854x25(t-1) - \ 0{,}0579x26\,(t-1) - \\
0{,}0130x27(t-1) \ + \ 0{,}2625x28(t-1) \ + \ 0{,}0126x29(t-1),
\end{gathered}
$$

де y – індекс РТС;

$x1$ – ефективний індикатор ринкового портфеля ОФЗ-АТ;

$x2$ – ефективний індикатор ринкового портфеля ГКО-ОФЗ;

$x3$ – котирування за сріблом;

$x4 - \mathrm{x}29$ – індекси, відповідно: *AEX, ASE; ATX; BEL20; BSE; BUSP; BUX; CAC; DAX; FTSE; HEX; HIS; IGBM; IGRA; IPC; JSE; KFX; MIBTEL; MID; NIKKEI; PX50; SML; SSMI; TA100; TSE; XU100*.

Статистичні показники рівняння моделі *VAR:* R^2 = 0,0954, Скоригований R^2 = 0,0522, значення F-критерію дорівнює 2,2075; стандартна помилка дорівнює 0,0169, кількість спостережень – 660.

Приклад 9.2. Вивчимо побудову та дослідження векторної моделі авторегресії для одновимірного часового ряду за індексом ВВП та інвестицій в основний капітал (з І кварталу 2003 року по ІІІ квартал 2013 року) [73]. На рис. 9.1 подані ряди динаміки досліджуваних показників.

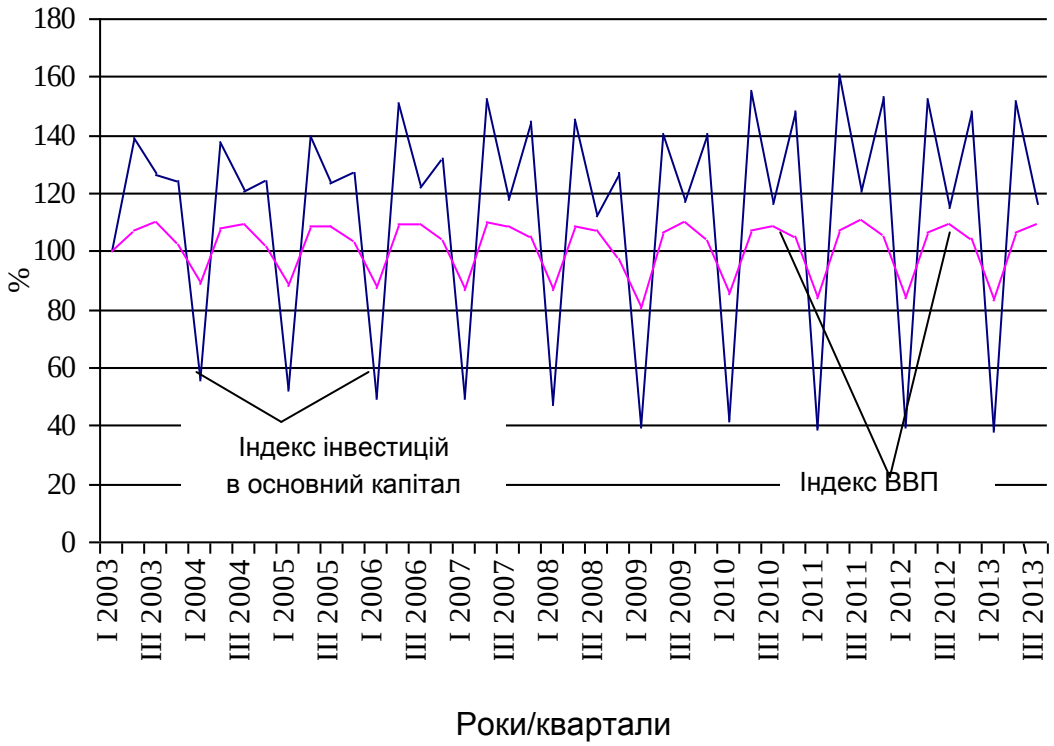


Рис. 9.1. **Динаміка індекса інвестицій в основний капітал та індекса ВВП**

За рис. 9.1 можна припустити відсутність тренда та наявність сезонності. Перевірка стаціонарності рядів динаміки показників проводилася на основі аналізу вибіркової автокорреляційної та часткової автокореляційної функції, а також перевірки гіпотези про наявність одиничного кореня на основі розширеного критерію Діккі – Фуллера (*ADF*-тест) і перевірки гіпотези про стаціонарний ряд (*TS*-ряд) на основі критерію Квятковського – Філліпса – Шмідта – Шінна (*KPSS*-тест).

У модель введені фіктивні змінні для обліку сезонності:

$$S_j = \begin{cases} 1, & \text{квартал } i, i = 1,2,3; \\ 0 & \text{інакше.} \end{cases}$$

Незважаючи на те, що в моделі змінні не розподіляються на ендогенні й екзогенні, прийнято говорити, що фіктивні змінні, а також константа – екзогенні змінні [78]. Для перевірки гіпотези про достатність лагів використано тест відношення правдоподібності, а також інформаційні критерії Акайке, Шварца та Хеннана – Куїнна (табл. 9.1).

Таблиця 9.1

Перевірка порядку VAR-моделі (достатності лагів)

Довжина лагу	Акайке	Шварца	Хеннана – Куїнна
1	10,4832	10,9847	10,6658
2	9,93587	10,6114	10,1801
3	9,99289	10,8373	10,2982

Із табл. 9.1 видно, що мінімальні значення інформаційних критеріїв для лага 2, тобто на поточний рівень індексу ВВП впливає індекс ВВП і індекс інвестицій в основний капітал за останнє півріччя. Загальний вигляд *VAR*-моделі:

$$\begin{cases} \mathrm{x}_{t1} = a_1 + a_{11}^1 x_{t-1,1} + a_{12}^1 x_{t-1,2} + a_{11}^2 x_{t-2,1} + a_{12}^2 x_{t-2,2} + \gamma_{11} S_{t,1} + \gamma_{12} S_{t,2} + \\ +\gamma_{13} S_{t,3} + \varepsilon_{t1}; \\ \mathrm{x}_{t2} = a_2 + a_{21}^1 x_{t-1,1} + a_{22}^1 x_{t-1,2} + a_{21}^2 x_{t-2,1} + a_{22}^2 x_{t-2,2} + \gamma_{21} S_{t,1} + \gamma_{22} S_{t,2} + \\ \gamma_{23} S_{t,3} + \varepsilon_{t2}. \end{cases}$$

Модель з оціненими параметрами має вигляд:

$$\begin{cases} \mathrm{x}_{t1} = \underset{(56,8)}{108,3} + \underset{(0,15)}{0,297} x_{t-1,1} + \underset{(0,58)}{1,57} x_{t-1,2} + \underset{(0,15)}{0,7} x_{t-2,1} - \underset{(0,57)}{1,96} x_{t-2,2} - \underset{(7,2)}{54,6} S_1 + \underset{(12,6)}{24,8} S_2 + \\ +\underset{(7,7)}{20} S_3, \hat{R}^2 = 0,98; \\ \mathrm{x}_{t2} = \underset{(17,5)}{64,2} - \underset{(0,04)}{0,05} x_{t-1,1} + \underset{(0,18)}{0,69} x_{t-1,2} + \underset{(0,04)}{0,09} x_{t-2,1} - \underset{(0,17)}{0,407} x_{t-2,2} - \underset{(2,2)}{9} S_{t,1} + \underset{(3,9)}{16} S_{t,2} + \\ +\underset{(2,4)}{9} S_{t,3}, \hat{R}^2 = 0,97. \end{cases}$$

Параметри першого рівняння значущі на рівні значущості 0,1, а параметри другого рівняння – на рівні значущості 0,05.

9.2. Поняття спільного стохастичного тренду. Коінтеграція нестаціонарних змінних

Моделі корегування помилки фактично є структурною формою *VAR*-моделей, або *VAR*, що містить нестаціонарні змінні. Припускається існування спільної рівноважної траєкторії руху цих змінних, від якої вони можуть відхилятись в короткострокові періоди, але економічні механізми постійно корегують відповідні відхилення в напрямку відтворення рівноваги (наприклад, взаємозв'язок сукупного доходу та споживання). На практиці часто зустрічається ситуація, коли лінійна комбінація нестаціонарних змінних є стаціонарною змінною. У такому випадку кажуть, що змінні *коінтегровані*, іншими словами: між ними існує довгостроковий рівноважний зв'язок. Таким чином, в основу моделі корегування помилки (error correction model – *ECM*) або *VAR*-моделей із нестаціонарними змінними покладено концепцію коінтеграції змінних: існування довгострокового зв'язку між рівнями досліджуваних економічних змінних. Коінтеграція наявна в тому випадку, коли стохастичний тренд однієї змінної можна виразити як лінійну комбінацію трендів інших змінних.

Існування рівноважного зв'язку між нестаціонарними змінними означає, що їхні стохастичні тренди пов'язані, тобто змінні розвиваються в одному напрямку, вони не можуть рухатись незалежно одна від одної. Зв'язок між стохастичними трендами, в свою чергу, свідчить про коінтеграцію змінних. Динамічний шлях коінтегрованих змінних (рис. 9.2) можна уявити як поточне відхилення від довгострокової рівноваги.

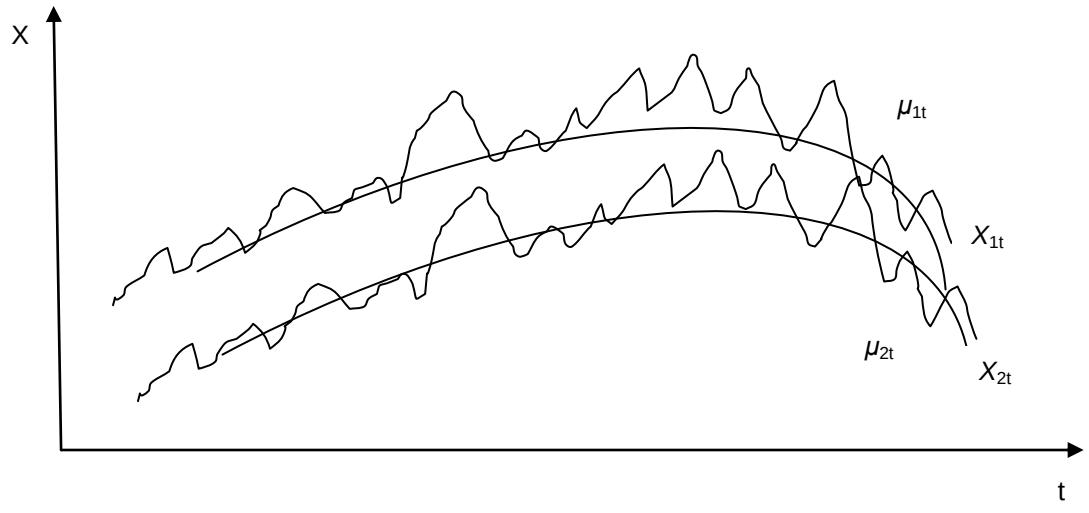


Рис. 9.2. **Стохастичні тренди двох коінтеграційних процесів**

Розглянемо детальніше поняття спільного стохастичного тренду у випадку коінтеграції. Нестаціонарну змінну можна подати як:

$$X_t = \mu_t + \varepsilon_t,$$

$$X_t = \{X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{kt}\}^T,\ \mu_t = \{\mu_{1t}, \mu_{2t}, \dots, \mu_{kt}\}^T, \varepsilon_t = \{\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{kt}\}^T,$$

де X_t – вектор часових рядів X_{kt};

μ_t – вектор стохастичних трендів μ_{kt};

ε_t – вектор нерегулярних компонент ε_t.

Якщо один із трендів можна виразити як лінійну комбінацію інших трендів, то буде знайдено відмінний від нуля вектор $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k\}^T$:

$$\theta X_t = \theta\mu_t + \theta\varepsilon_t.$$

Якщо $\theta\mu_t = 0$, то лінійна комбінація X_t є стаціонарним процесом $\theta X_t = \theta\varepsilon_t$, тобто змінні X_{kt} коінтегрують. Вектор θ є *коінтеграційним вектором*. Зазначимо, що у випадку двох змінних стохастичні тренди є ідентичними. Наприклад, якщо X_1 і X_2 коінтегрують, то, відповідно, тренди відрізняються тільки на скаляр $\mu_{1t} = \frac{\theta\mu_t}{\theta_1}$. Тобто випадок коінтеграції можна пояснити наявністю спільних стохастичних трендів у нестаціонарних змінних.

Р. Інгл і К. Грейнджер ввели загальне поняття коінтеграції. Компоненти вектора $X_t = \{X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{kt}\}^T$ *є коінтегрованими порядку* d, b: *CI(d,b),* якщо:

усі компоненти X_t мають однаковий порядок інтеграції d;

існує коінтеграційний вектор коефіцієнтів $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k\}$ такий, що лінійна комбінація $\theta_1 X_{1t} + \theta_2 X_{2t} + \cdots \theta_k X_{kt}$ є інтегрованою величиною порядку *(d – b), b > 0.*

Формалізованою мовою це означає, що навіть якщо ряди нестаціонарні, але коінтегровані, то лінійна комбінація цих рядів є стаціонарним рядом.

Якщо ми перевіряємо на коінтеграцію *k* змінних, то максимально можна отримати *(k − 1)* коінтеграційних векторів. Наприклад, якщо є дві змінні, то буде отриманий один коінтеграційний вектор (якщо змінні коінтегрують). Кількість коінтеграційних векторів називають *коінтеграційним рангом*.

Важливою передумовою коінтеграції нестаціонарних змінних є однаковий порядок інтеграції. Звісно, це не означає, що змінні з однаковим порядком інтеграції повинні обов'язково коінтегрувати. Якщо змінні мають різний порядок інтеграції, вони не можуть коінтегрувати в принципі.

9.3. Моделі корегування помилки

Якщо є декілька нестаціонарних (інтегрованих) рядів, то утворити з них стаціонарні та побудувати *VAR*-моделі в різницях не доцільно в контексті моделювання взаємозв'язків між коінтегрованими змінними. Це дуже важливо для прикладних досліджень, оскільки, використовуючи оператор різниць, ми втрачаємо цінну «довгострокову» інформацію про динаміку поведінки часового ряду. Тому перетворювати ряди слід лише в разі абсолютної необхідності. Коінтеграція змінних дозволяє будувати коректні моделі навіть у випадку їх нестаціонарності, не перетворюючи часові ряди оператором різниць на стаціонарні.

Фактично можна в одному рівнянні поєднати короткострокову та довгострокову поведінку економічних показників у часових рядах. Отже, за наявності коінтеграції між показниками виникає додаткова інформація про відхилення від стану рівноваги, тому побудова *VAR*-моделі в різницях з опущенням складової, що описує таке відхилення, призводить до помилки специфікації.

Таким чином, незважаючи на те, що багато економічних змінних є нестаціонарними, їх лінійні комбінації можуть бути стаціонарними. У такому випадку кажуть, що змінні коінтегрують. Коінтегровані змінні дозволяють використовувати спеціальні моделі. Модель з урахуванням зв'язку між зміною показників і відхиленням від довгострокової рівноваги або рівноважного стану називають *моделлю корегування помилки*. За наявності коінтеграції модель корегування помилки (*ECM*):

одночасно відображає короткострокові та довгострокові аспекти динаміки досліджуваних показників;

уникає знаходження хибного зв'язку;

не вимагає попереднього розподілу досліджуваних змінних на екзогенні й ендогенні;

відповідає основним класичним припущенням економетрики.

Щоб правильно специфікувати систему з такою поведінкою, під час моделювання треба одночасно розглядати довгострокове відхилення

та короткострокову динаміку. Це є основним принципом побудови моделі корегування помилки, в якій зв'язки між змінними системи повинні описуватися з урахуванням механізму корегування відхилення від довгострокової рівноваги. Такий процес називають *механізмом корегування помилки*.

Розглянемо сутність цього механізму на прикладі найпростішої моделі корегування помилки. Припустимо, що змінні X_1 і X_2 коінтегрують. Тоді зв'язки між цими двома змінними можна промоделювати за допомогою *моделі корегування помилки*, яка поєднує короткострокову динаміку з довгостроковим рівноважним зв'язком та у випадку двох змінних має такий формалізований вигляд:

$$\Delta X_{1t} = \alpha_{10} + \sum_{i=1}^{k} \alpha_{11}(i)\Delta X_{1,t-1} + \sum_{i=0}^{k} \alpha_{12}(i)\Delta X_{2,t-1} + \lambda_1 \hat{u}_{1,t-1} + \varepsilon_{1t};$$

$$\Delta X_{2t} = \alpha_{20} + \sum_{i=1}^{k} \alpha_{21}(i)\Delta X_{1,t-1} + \sum_{i=0}^{k} \alpha_{22}(i)\Delta X_{2,t-1} + \lambda_2 \hat{u}_{2,t-1} + \varepsilon_{2t};$$

$$\hat{u}_{1,t-1} = X_{1,t-1} - \gamma_0 - \gamma_1 X_{2,t-1} \backsim I(0);$$

$$\hat{u}_{2,t-1} = X_{2,t-1} - \gamma_0' - \gamma_1' X_{1,t-1} \backsim I(0),$$

де $\hat{u}_{1,t-1}$ – рівняння довгострокової рівноваги (коінтеграційне рівняння), нормоване за першою змінною;

$\hat{u}_{2,t-1}$ – рівняння довгострокової рівноваги (коінтеграційне рівняння), нормоване за другою змінною.

Відмітимо, що $\hat{u}_{1,t-1}$ та $\hat{u}_{2,t-1}$ є відхиленням від довгострокової рівноваги. Довгострокова рівновага визначається з рівняння, якщо $X_{1,t-1} = \gamma_0 + \gamma_1 X_{2,t-1}$. Збурення ε_{1t} та ε_{2t} є білим шумом, вони можуть корелювати між собою.

Аналіз найпростішої моделі корегування помилки показує, що вона відрізняється від звичайної *VAR*-моделі в перших різницях механізмом корегування помилки, тобто наявністю коінтеграційного рівняння. Якщо одна зі змінних системи не впливає на зміну іншої, то швидкість пристосування й інші коефіцієнти при ній мають дорівнювати нулю. Це означає відсутність причинного зв'язку в цьому напрямку.

Приклад 9.3. Розглянемо приклад побудови *ECM*-моделі, маючи оцінку відповідних коінтеграційних векторів, у роботі [77] зробили оцінювання коефіцієнтів *ECM* у першої різниці – *ECM*(1). У даному випадку *ECM*-модель має вигляд (рівняння для першої різниці значень):

$$y(t) - y(t-1) = -0{,}0031e_1(t) - 0{,}0237e_2(t) + 0{,}0821(y(t-1) - y(t-2)) -$$
$$- 0{,}0128(x_1(t-1) - x_1(t-2)) - 0{,}0051(x_2(t-1) - x_2(t-2)) +$$
$$+ 0{,}0239(x_3(t-1) — x_3(t-2)) - 0{,}0187(x_4(t-1) - x_4(t-2)) -$$
$$- 0{,}0039(x_5(t-1) - x_5(t-2)) + 0{,}1508(x_6(t-1) - x_6(t-2)) +$$
$$+ 0{,}0081(x_7(t-1) - x_7(t-2)) + 0{,}0690(x_8(t-1) - x_8(t-2)) +$$
$$+ 0{,}0180(x_9(t-1) - x_9(t-2)) - 0{,}0136(x_{10}(t-1) - x_{10}(t-2)),$$

де y – індекс РТС;

$x_1 - x_{10}$ – індекси CAC; DAX; FTSE; HEX; HSI; IGBM; IPC; NASD;

x_9 – PX50; SSMI.

Коефіцієнти e_i визначають довгострокові співвідношення між вихідними змінними. Під час їх розрахунку використовують компоненти двох заданих коінтегаційних векторів:

$$e_1(t) = 15\,358{,}799 + y(t-1) + 5{,}5234x_2(t-1) - 3{,}92173x_3(t-1) -$$
$$- 0{,}0928x_4(t-1) - 0{,}4596x_5(t-1) - 18{,}3714x_6(t-1) - 0{,}7106x_7(t-1) -$$
$$- 1{,}7335x_8(t-1) + 14{,}8198x_9(t-1) - 1{,}1507x_{10}(t-1),$$
$$e_2(t) = -1387{,}881 + x_1(t-1) - 0{,}5590x_2(t-1) + 0{,}1675x_3(t-1) +$$
$$+ 0{,}0186x_4(t-1) - 0{,}0205x_5(t-1) + 1{,}1333x_6(t-1) + 0{,}0060x_7(t-1) +$$
$$+ 0{,}4217x_8(t-1) - 0{,}9353x_9(t-1) - 0{,}3143x_{10}(t-1).$$

Більш детальні статистичні характеристики побудованої моделі наведені на рис. 9.3.

Показники	Оцінки	Стандартні помилки	Значення p-критерію
$e_1(t)$	−0,0031	0,0009	−0,5762
$e_2(t)$	−0,0237	0,0111	−0,1455
$y(t) - y(t-1)$	0,0821	0,0404	2,0338
$x_1(t-1) - x_1(t-2)$	−0,0128	0,0306	−0,4189
$x_2(t-1) - x_2(t-2)$	−0,0051	0,0191	−0,2659
$x_3(t-1) - x_3(t-2))$	0,0239	0,0205	1,1634
$x_4(t-1) - x_4(t-2))$	−0,0187	0,0064	−0,9207
$x_5(t-1) - x_5(t-2)$	−0,0039	0,0035	−0,1228
$x_6(t-1) - x_6(t-2)$	0,1508	0,1230	1,2255
$x_7(t-1) - x_7(t-2)$	0,0081	0,0047	1,7082
$x_8(t-1) - x_8(t-2)$	0,0690	0,0244	2,8346

Рис. 9.3. **Статистичні показники рівняння моделі *ECM* у перших різницях**

$x_9(t-1) - x_9(t-2)$	0,0180	0,0461	0,3894
$x_{10}(t-1) - x_{10}(t-2)$	−0,0136	0,0154	−0,8842
Скоригований R^2		0,0531	
R^2		0,0704	
Значення F-критерію		4,0766	
Стандартна помилка		9,6867	
Кількість спостережень		661	

Закінчення рис. 9.3

Модель корегування помилки можна узагальнити для випадку *k* змінних. У матричному вигляді модель можна записати так:

$$\Delta X_t = \alpha_0 + \alpha X_{t-1} + \alpha_1 \Delta X_{t-1} + \alpha_2 \Delta X_{t-2} + \cdots + \alpha_p \Delta X_{t-p} + \varepsilon_t, \qquad (9.7)$$

де $X_t = \{X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{kt}\}^T$ – вектор змінних порядку $(kx1)$;

α_0 – вектор $(kx1)$ перетинів з елементами α_{i0};

α_i *i = 1, 2, ..., k* – матриці (kxk) коефіцієнтів з елементами $\alpha_{jk}\,(i)$;

α – матриця з елементами α_{jk}, серед яких принаймні один чи більше $\neq 0$;

ε_t – вектор $(kx1)$) нерегулярних компонентів $\varepsilon_t = \{\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{kt}\}$, які є білим шумом, але такі, що можуть корелювати між собою.

Якщо ранг матриці α дорівнює нулю, кожний елемент цієї матриці має дорівнювати нулю. Тоді модель трансформується у *VAR* у перших різницях, а всі змінні X_{it} є нестаціонарними процесами з одиничним коренем. Якщо всі змінні є нестаціонарними з одиничним коренем, то жодна з їх лінійних комбінацій не може бути стаціонарним процесом, а, відповідно, моделі корегування помилки не існує. Якщо матриця α має повний ранг, не можна говорити про коінтеграційний зв'язок, а отже вона є правильно специфікованою моделлю для опису їх зв'язку є *VAR* у рівнях.

Коли ранг матриці α не є повним і $r > 0$, то існує r коінтеграційних рівнянь (коінтеграційних векторів). Якщо $r = 1$, то маємо єдиний коінтеграційний вектор, який задається будь-яким рядком матриці. Отже, аналіз рангу матриці дозволяє зробити висновок не тільки про наявність коінтеграційних рівнянь та їх кількість, але дає змогу коректно специфікувати відповідні моделі та форму змінних (різниці або рівні), що в них входять.

9.4. Перевірка часових рядів на коінтеграцію. Тести Інгла – Грейнджера, Йохансена

Наступним етапом побудови *ECM* є перевірка часових рядів на коінтеграцію. Розглянемо детальніше формальні тести, що дозволяють зробити висновок про наявність коінтеграційного зв'язку між змінними. Для випадку двох змінних за допомогою узагальненої блок-схеми (рис. 9.4) покажемо процедуру вибору коректного типу моделі: *VAR* або *ECM*-моделі. Для спрощення припустимо, що змінні є нестаціонарними (з порядком інтеграції 1).

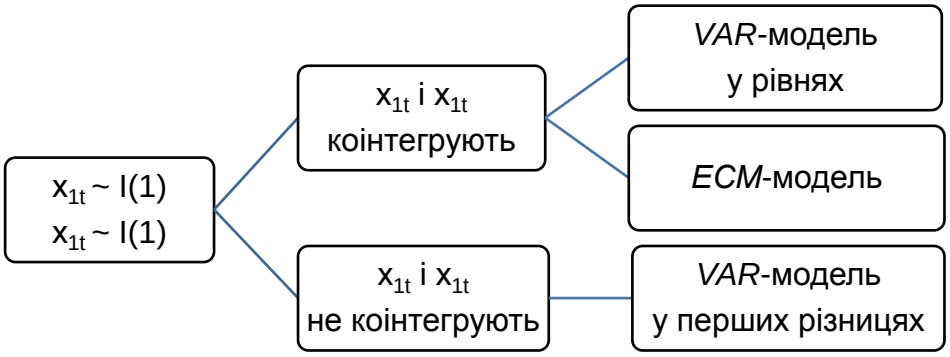


Рис. 9.4. **Схема процедури вибору типу моделі у випадку двох змінних**

Існує декілька принципово різних підходів до тестування часових рядів на коінтеграцію, а саме – підхід Інгла – Грейнджера та Йохансена, або Стока – Уотсона. Підхід Інгла – Грейнджера базується на перевірці стаціонарності помилок рівняння довгострокової рівноваги, підхід Йохансена та Стока – Уотсона – на визначенні рангу матриці α. Якщо ми перевіряємо на коінтеграцію дві змінні, то краще використовувати тест Інгла – Грейнджера, а якщо перевіряються більше двох змінних, краще використовувати тест Йохансена. Розглянемо особливості кожного.

Тест перевірки рядів на коінтеграцію Інгла – Грейнджера. Нагадаємо, що необхідною передумовою коінтеграції є однаковий порядок інтеграції нестаціонарних часових рядів. Тобто часові ряди мають бути нестаціонарними, з однаковим порядком інтеграції. У спрощеному вигляді тестування на коінтеграцію за методологією Інгла – Грейнджера можна подати у вигляді блок-схеми (рис. 9.5).

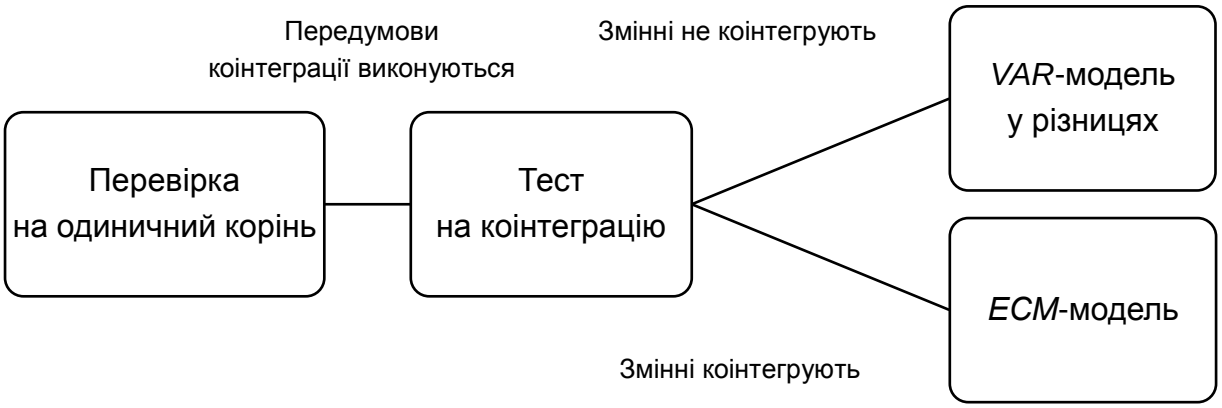


Рис. 9.5. **Схема перевірки змінних на коінтеграцію за тестом Інгла – Грейнджера**

Перевірка за цим тестом передбачає послідовність етапів.

І Етап. Оцінювання коефіцієнтів рівняння довгострокової рівноваги (наприклад нормалізованого за першою змінною й обчислення залишків моделі довгострокової рівноваги).

Якщо залишки рівняння довгострокової рівноваги $X_{1t} = \gamma_0 + \gamma_1 X_{2t} + \varepsilon_t$ є стаціонарним рядом, то можна дійти висновку про коінтеграцію.

ІІ Етап. Виконання тесту Інгла – Грейнджера. На основі базової моделі тестують такі гіпотези:

H_0: $b = 0$; часові ряди x_1, x_2 не коінтегрують: залишки $\hat{\varepsilon}_t$ є нестаціонарними;

H_1: $b < 0$; часові ряди коінтегрують: залишки $\hat{\varepsilon}_t$ є стаціонарними.

Базовим рівнянням є регресійне рівняння:

$$\Delta\hat{\varepsilon}_t = \mathrm{b}\hat{\varepsilon}_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \mathrm{c_i}\Delta\hat{\varepsilon}_{t-1} + u_t,$$

$$\Delta\hat{\varepsilon}_t = \hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1} = \widehat{\varepsilon}_t,$$

де $\Delta\hat{\varepsilon}_t$ – випадкова величина;

b, c_i – невідомі коефіцієнти регресії;

$\hat{\varepsilon}_t$ – залишки рівняння довгострокової рівноваги.

Нульова гіпотеза H_0 відкидається, якщо коефіцієнт $b < 0$ і розрахована τ-статистика за абсолютною величиною більша за абсолютну величину критичного значення *r*-статистики МакКіннона для тестування на коінтеграцію із заданим рівнем значущості. Якщо нульова гіпотеза відкида-

ється, то ми вважаємо, що X_1 і X_2 коінтегрують. Аналогічний тест можна провести і для залишків рівняння довгострокової рівноваги, нормалізованого за другою змінною $X_{2t} = \gamma_0 + \gamma_1 X_{1t} + \varepsilon_t$. Якщо і для них нульова гіпотеза відкидається, то можна дійти висновку про те, що X_1 і X_2 коінтегрують в обох випадках.

Після того як зроблено висновок про коінтеграцію X_1 та X_2 , використовуючи залишки з рівняння довгострокової рівноваги, слід оцінити модель корегування помилки:

$$\Delta X_{1t} = \alpha_{10} - \lambda_1 \hat{\varepsilon}_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \alpha_{11}(i) \Delta X_{1,t-1} + \sum_{i=0}^{k} \alpha_{12}(i) \Delta X_{2,t-1} + u_{1t};$$
$$\Delta X_{2t} = \alpha_{20} - \lambda_2 \hat{\varepsilon}_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \alpha_{21}(i) \Delta X_{1,t-1} + \sum_{i=0}^{k} \alpha_{22}(i) \Delta X_{2,t-1} + u_{2t},$$

де u_{1t} та u_{2t} – збурення, що є білим шумом, але які можуть корелювати між собою;

$\lambda_1,\ \lambda_2,\ \alpha_{10},\ \alpha_{20},\ \alpha_{11},\ \alpha_{12},\ \alpha_{21},\ \alpha_{22}$ – параметри моделі.

Після оцінювання *ECM*-моделі треба протестувати її на адекватність. Для того щоб *ECM*-модель була динамічно стабільною, необхідно, щоб $0 \le \lambda_1 < 1, 0 \le \lambda_2 < 1$. Саме ця умова гарантує, що λ_1 і λ_2 збігаються до довгострокового рівноважного зв'язку. Якщо змінні коінтегрують, то хоча б один з коефіцієнтів λ_1 і λ_2 має статистично значущо відрізнятись від нуля.

Зауважимо: якщо коінтеграційні рівняння моделі нормовані за різними змінними, знаки цих коефіцієнтів мають бути від'ємними. Коефіцієнти $\lambda_1,\ \lambda_2$ у моделі називають *швидкістю пристосування*. Коефіцієнт λ_1 є чутливістю (відгуком) ΔX_1 на відхилення від рівноваги, а коефіцієнт λ_2 є чутливістю ΔX_2 на відхилення від рівноваги. Вони показують, на скільки відсотків відхилення від рівноваги миттєво корегуються кожною змінною. Відповідно, решта відхилення корегується протягом наступних періодів. Наприклад, якщо λ_1 = −0,4, це означає, що 40 % відхилення від рівноваги корегується миттєво змінною X_1. Чим більшим є значення λ_1, тим більшою є реакція X_1 на попереднє відхилення від рівноваги. Якщо значення параметра λ_1 є незначним (тобто близьким до нуля), то змінна X_1 фактично не відповідає за повернення до рівноваги. Різноманітні випадки коінтеграції розглянуті в табл. 9.2.

Таблиця 9.2

Випадки коінтеграції

Випадок	Опис
1	$0 < \lambda_1 < 1,\ 0 < \lambda_2 < 1$. Обидві змінні моделі відповідають за повернення до рівноваги. X_1, X_2 є ендогенними змінними відхилення
2	$0 < \lambda_1 < 1,\ \lambda_2 = 0$. Тільки X_1 відповідає за повернення до рівноваги. X_1 є ендогенною змінною, а X_2 – слабкоекзогенною
3	$\lambda_1 = 0,\ 0 \leq \lambda_2 < 1$. Тільки X_2 відповідає за відхилення від рівноваги. X_2 є ендогенною змінною, а X_1 – слабко екзогенною; зміни не є чутливими до відхилення від довгострокової рівноваги. Якщо всі коефіцієнти $a_{12}(i)$ дорівнюють нулю, це означає, що ΔX_1 не є причиною зміни ΔX_2 за Грейнджером
4	$\lambda_1 = 0,\ \lambda_2 = 0$. Змінні не коінтегрують; немає довгострокового зв'язку між цими змінними; не розглядають модель корегування помилки, а є VAR у перших різницях

Перевірка на коінтеграцію часових рядів за тестом Йохансена.

Узагальнено тестування часових рядів на коінтеграцію за методологією Йохансена можна подати у вигляді схеми (рис. 9.6).

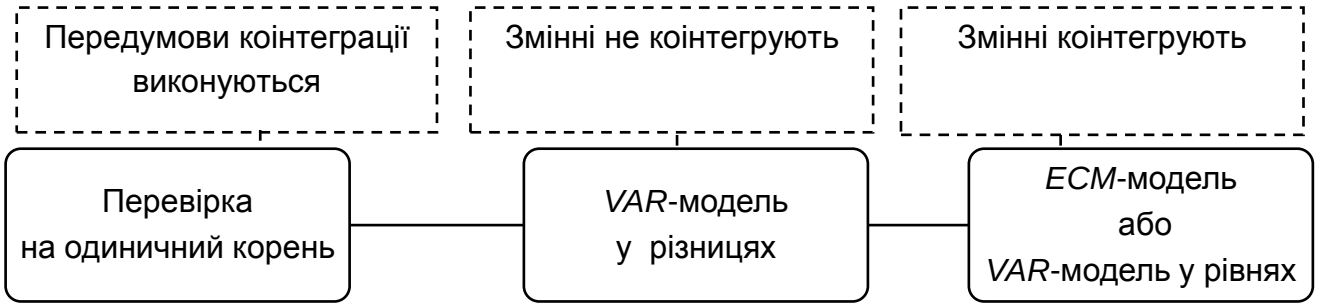


Рис. 9.6. **Схема перевірки змінних на коінтеграцію за тестом Йохансена**

Перевірка за цим тестом передбачає послідовність етапів.

І Етап. *Оцінювання моделі VAR(p).* За наявності можливої кореляції між залишками різних рівнянь *МНК* не є найефективнішим методом оцінювання. Краще використовувати метод максимальної правдоподібності або *SUR*-метод. Оцінювати модель можна в трьох різних формах: у припущенні, що всі елементи матриці дорівнюють нулю; у формі зі зсувом; у формі, коли коінтеграційний вектор має перетин.

ІІ Етап. Одним із способів *перевірки змінних на коінтеграцію* є λ_{trace} - або λ_{max} -тести, які дозволяють визначити ранг матриці α, а отже, наявність і кількість коінтеграційних рівнянь. Якщо коінтеграційні рівняння існують, то можна оцінювати й аналізувати модель корегування помилки, яка уможливлює одночасне оцінювання зміни в короткостроковому та довгостроковому періодах. λ_{trace} - або λ_{max} -тести за логікою однакові, але по-різному формують альтернативні гіпотези.

λ_{max} -тест визначення рангу матриці.

За нульовою гіпотезою H_0 передбачається, що існує *r* коінтеграційних векторів. Альтернативна гіпотеза H_1 – їх *r + 1.*

І крок. Формується нульова гіпотеза, що ранг дорівнює нулю (змінні не коінтегрують), за альтернативною гіпотезою він дорівнює одиниці: $\mathrm{H0}: \alpha = 0, \mathrm{H1}: \alpha = 1.$

ІІ крок. Якщо відкидаємо нульову гіпотезу, то далі тестуються послідовні випадки, поки ми не зможемо відкинути нульову гіпотезу.

$$\mathrm{H0}: \alpha = 1, \mathrm{H1}: \alpha = 2. \mathrm{H0}: \alpha = k - 1, \mathrm{H1}: \alpha = k.$$

Попередньо λ_{max} розраховується за формулою:

$$\lambda_{max} = -\mathrm{T} \ln(1 - \mu_{y+1}),$$

де T – величина вибірки;

μ_{y+1} – r + 1 найбільший розрахунковий характеристичний корінь квадратної матриці.

Якщо величина тесту є статистично значущою, тоді нульова гіпотеза відхиляється.

λ_{trace} -тест сліду матриці.

Статистика λ_{trace} розраховується за формулою:

$$\lambda_{\lambda_{trace}} = -\mathrm{T} \sum_{\mathrm{i}=r+1}^{p} \ln(1 - \mu_{\mathrm{i}}),$$

де μ_{i} – найменший *p-r-1* розрахунковий характеристичний корінь матриці;

p – величина лагу.

Нульова гіпотеза передбачає, що існує максимум *r* коінтеграційних векторів. Альтернативна – що, їх більше, ніж *r.*

І крок. Формується нульова гіпотеза (припущення), що ранг дорівнює нулю (змінні не коінтегрують); альтернативна гіпотеза – він додатний: $\mathrm{H0}: \alpha = 0, \mathrm{H1}: \alpha > 1$.

ІІ крок. Якщо відкидаємо нульову гіпотезу, то далі тестуються послідовні випадки, поки не зможемо відкинути нульову гіпотезу.

$$\mathrm{H0}: \alpha \leq 1, \mathrm{H1}: \alpha \geq 2. \mathrm{H0}: \alpha \leq k-1, \mathrm{H1}: \alpha \geq k.$$

Таким чином, ітеративно знаходимо ранг матриці.

Для малих вибірок виконують корегування обох тестів на величину *T*-nm, де *n* – довжина лагу; *m* – кількість рівнянь у *ECM*.

ІІІ Етап. Після того як знайдено ранг матриці та, відповідно, проведене оцінювання моделі корегування помилки, аналізують нормалізовані коінтеграційні рівняння та коефіцієнти швидкості пристосування.

9.5. Прогнозування за *VAR*-моделлю. Аналіз функції імпульсних відгуків

Висновки й інтерпретацію результатів моделювання реакції змінних на шоки економічної ситуації формують на основі таких характеристик [35]:

аналізу імпульсних функцій відгуку «шок» – одномоментна зміна ендогенної (екзогенної) змінної, дорівнена одному її стандартному відхиленню коливань за весь період спостережень. Функція імпульсного відгуку характеризує час повернення ендогенної змінної на рівноважну траєкторію за одиничним шоком екзогенної змінної;

декомпозиція дисперсій є складовою дисперсії помилки прогнозу досліджуваної ендогенної змінної, обумовленої шоком інших ендогенних змінних, тобто внесок кожної із цих змінних в дисперсію прогнозу досліджуваного показника. Результат декомпозиції дисперсій прогнозів подають як суму часток кожного з доданків у загальній сумі (у відсотках) або у вигляді відповідного графіку.

Проілюструємо загальний принцип розрахунку прогнозу для випадку *VAR*-моделювання на прикладі найпростішої *VAR*-моделі в стандартному вигляді:

$$\begin{cases} x_{t1} = a_{10} + a_{11}x_{t-1,1} + a_{12}x_{t-1,2} + \varepsilon_{t1} \\ x_{t2} = a_{20} + a_{21}x_{t-1,1} + a_{22}x_{t-1,2} + \varepsilon_{t2} \end{cases}.$$

У матричному вигляді: $X_t = A_0 + A_1X_{t-1} + \varepsilon_t$.

Вектор дійсних значень за *VAR*(1)-моделлю в період часу (t + 2):

$$X_{t+2} = AX_{t+1} + \varepsilon_{t+2} = A^2X_t + A\varepsilon_{t+1} + \varepsilon_{t+2}.$$

Прогнозні значення Y у період (t + 2):

$$\hat{X}_{t+2} = E(X_{t+2}|X_t, X_{t-1}, \dots, X_1) = A^2X_t.$$

Помилки прогнозу: $e_{t+2} = X_{t+2} + \hat{X}_{t+2} = A\varepsilon_{t+1} + \varepsilon_{t+2}$.

Відповідно, для періоду (t + s) отримаємо:

$$X_{t+s} = A^{\varepsilon}X_t + A^{\varepsilon-1}\varepsilon_{t+1} + \dots + A\varepsilon_{t+S+1} + \varepsilon_{t+s},$$
$$\hat{X}_{t+s} = E(X_{t+s}|X_t, X_{t-1}, \dots, X_1) = A^sX_t.$$

Помилки прогнозу: $e_{t+s} = X_{t+s} + \hat{X}_{t+s} = \varepsilon_{t+s} + A\varepsilon_{t+s-1} + A^{\varepsilon-1}\varepsilon_{t+1}$.

Функція імпульсних відгуків показує зміну ендогенних показників у відповідь на шок або зміну одного зі збурень системи.

Розглянемо *VAR*-модель у приведеній формі. Зміна значень ε_{1t} миттєво викликає зміну в X_{1t}, а також зміну в усіх майбутніх значеннях X_1 і X_2, через динамічну структуру моделі. Функція імпульсних відгуків описує зміну поточного та майбутніх значень ендогенних змінних як реакцію на шок, що дорівнює одному середньоквадратичному (стандартному) відхиленню.

Покажемо імпульсну функцію в більш формалізованому вигляді на прикладі найпростішої *VAR*-моделі, розписавши її детальніше:

$$\begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{1,t-1} \\ X_{2,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix},$$

або, розписавши детально, отримаємо в іншому вигляді:

$$\begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{X}_{1t} \\ \hat{X}_{2t} \end{pmatrix} + \sum_{i=0} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^i \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}. \quad (9.8)$$

Саме (9.8) виражає X в залежності від значень збурень ε_{1t} та ε_{2t},. Збурення корелюють між собою, тоді як збурення структурної форми *VAR*-моделі не корелюють. Тому в (9.8) ε_{1t} та ε_{2t} краще виразити через u_{1t} та u_{1t},:

$$\begin{pmatrix} \mathrm{X}_{1t} \\ \mathrm{X}_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \widehat{\mathrm{X}}_{1t} \\ \widehat{\mathrm{X}}_{2t} \end{pmatrix} + \sum_{i=0} \begin{pmatrix} h_{11}(i) & h_{12}(i) \\ h_{21}(i) & h_{22}(i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{pmatrix}$$

або

$$\mathrm{X}_{1t} = \mu + \sum_{i=0} H_i u_t.$$

Коефіцієнти матриці *H* можуть використовуватись для аналізу ефектів на повну зміну досліджуваних показників X, що викликана шоками в u_{1t} або в u_{2t}. Так, чотири елементи матриці в початковий або нульовий період часу $h_{jk}(0)$ є миттєвими мультиплікаторами. Тоді: $h_{11}(0)$ визначає миттєву зміну X_{1t} у відповідь на одиничну зміну в u_{1t}; $h_{12}(0)$ визначає миттєву зміну X_{1t} у відповідь на одиничну зміну в u_{2t}; $h_{21}(0)$ визначає миттєву зміну X_{2t} у відповідь на одиничну зміну в u_{1t}; $h_{22}(0)$ визначає миттєву зміну X_{2t} у відповідь на одиничну зміну в u_{2t}.

Чотири множини коефіцієнтів h_{jk} називають *імпульсними функціями* відгуків. Графічне відображення цих коефіцієнтів залежно від періоду часу (і) дає можливість візуального аналізу поведінки досліджуваних показників у залежності від різних шоків.

Приклад 9.4. Нехай перетини в *VAR*-моделі відсутні, тобто в матричному вигляді маємо $X_t = A_1 \mathrm{X}_{t-1} + \varepsilon_t$. Нехай нам відома матриця коефіцієнтів $A = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}1 \\ 0{,}5 & 0{,}2 \end{pmatrix}$ і варіаційно-коваріаційна матриця збурень:

$$\text{Var_Cov} = \begin{pmatrix} 9 & 7 \\ 7 & 16 \end{pmatrix}.$$

Перший елемент варіаційно-коваріаційної матриці є дисперсією першого ступеня, тобто $\sigma^2_{\varepsilon_1}$ = 9. Побудуємо імпульсну функцію в припущенні, що збурення змінюється на одне середньоквадратичне відхилення, тобто на 3. Крім того припустимо, що початкові значення ендогенних змінних дорівнюють нулю:

$$X_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \varepsilon_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

За припущенням, у перший період часу ε_{11} зростає на 4, а в інші проміжки часу знову спадає до нуля; друге збурення залишається без змін. Проаналізуємо ланцюгову зміну X як реакцію на одноразовий шок, викликаний зміною першого збурення.

$$X_1 = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}1 \\ 0{,}5 & 0{,}2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$X_2 = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}1 \\ 0{,}5 & 0{,}2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}9 \\ 1{,}5 \end{pmatrix};$$

$$X_3 = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}1 \\ 0{,}5 & 0{,}2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0{,}9 \\ 1{,}5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}42 \\ 0{,}85 \end{pmatrix};$$

$$X_4 = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}1 \\ 0{,}5 & 0{,}2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0{,}42 \\ 0{,}85 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}211 \\ 0{,}380 \end{pmatrix}.$$

Вигляд імпульсної функції поданий у табл. 9.3.

Таблиця 9.3

Імпульсна функція

Ряд	Час			
	1	2	3	4
X_{1t}	3	0,9	0,42	0,211
X_{2t}	0	1,5	0,85	0,38

Аналогічно можна побудувати імпульсну функцію для другого збурення. Таким чином, вона вимірює ефект на значення ендогенних змінних системи в поточний та майбутні періоди часу, викликаний зміною одного з показників у поточний період часу на одне середньоквадратичне відхилення. Іншим виходом є подання збурень приведеної форми *VAR*-моделей через збурення структурної форми, які, за припущенням, не корелюють між собою. Розглянемо таку можливість детальніше. Це дозволить більш формально описати ідею імпульсної функції.

Імпульсна функція відгуків і декомпозиція дисперсії є інструментарієм аналізу та декомпозицій шоків. Декомпозиція дисперсій помилок прогнозів дозволяє проаналізувати вплив різноманітних шоків на дисперсію помилки прогнозів для різних періодів випередження. Позначимо

дисперсію помилки прогнозу в період $(t + s)$ через $\sigma_{Y_1}^2(S)$. Тоді дисперсія помилки прогнозу для і-го періоду випередження є функцією, відповідно, двох шоків u_1 та u_2. Частка дисперсії помилки прогнозу першого показника, викликана його шоками, в загальній дисперсії помилки прогнозу є: $\frac{\sigma_{Y_1}^2(h_{11}^2(0)+h_{11}^2(1)+\cdots+h_{11}^2(s-1))}{\sigma_{Y_1}^2(S)}$, а частка дисперсії помилки прогнозу першого показника, викликана шоками другого показника, в загальній дисперсії помилки прогнозу дорівнює $\frac{\sigma_{Y_1}^2(h_{12}^2(0)+h_{12}^2(1)+\cdots+h_{12}^2(s-1))}{\sigma_{Y_1}^2(S)}$.

Отже, декомпозиція дисперсій дає змогу оцінити пропорції дисперсії, викликані шоками різних змінних, і, відповідно, оцінити ступінь впливу взаємозв'язків між показниками. Наприклад, якщо шоки в u_2 жодним чином не пояснюють дисперсію помилки прогнозу показника X_1 (відповідна частка дисперсії дорівнює нулю) для всіх періодів випередження, можна вважати, що X_1 є екзогенним показником.

Як і для *VAR*-моделей, важливим інструментом аналізу якості *ECM*-моделі є імпульсний аналіз та аналіз декомпозиції дисперсій, який також допомагає зробити висновки щодо адекватності моделі. Методологія прогнозування на основі моделей корегування помилки аналогічна методології прогнозування на основі векторно-авторегресійних моделей.

Завдання для самостійного опрацювання

Контрольні запитання для самодіагностики

1. Що розуміють під приведеною формою *VAR*-моделі?
2. Що таке структурна форма *VAR*-моделі?
3. Назвіть основні етапи побудови *VAR*-моделі.
4. Дайте визначення коінтеграціїї нестаціонарних змінних.
5. За якими критеріями слід вибирати порядок *VAR*-моделі?
6. Наведіть основні особливості оцінки параметрів векторно-авторегресійних моделей.
7. Що є необхідною умовою стабільності *VAR*-моделей?
8. У яких випадках слід будувати моделі корегування помилки?
9. Яким чином можна здійснити перевірку коінтеграції часових рядів?
10. У яких випадках слід застосовувати тести Інгла – Грейнджера, Йохансена та Стока – Уотсона?

11. Які основні етапи перевірки часових рядів на коінтеграцію за тестом Інгла – Грейнджера?

12. Які основні етапи перевірки часових рядів на коінтеграцію за тестом Йохансена?

13. Які існують випадки коінтеграції змінних відповідно до коефіцієнтів швидкості пристосування?

14. Якими характеристиками слід керуватися для інтерпретації результатів моделювання коінтеграційних змінних?

Тести

1. Векторну авторегресійну модель (VAR-модель) використовують для побудови моделей прогнозування:

а) багатовимірних часових рядів, які є взаємозалежними, і для аналізу динамічного впливу випадкових збурень змінних моделі;

б) одномірних часових рядів і аналізу стохастичного впливу випадкових збурень змінних моделі;

в) стаціонарних одномірних часових рядів і аналізу динамічного впливу випадкових збурень змінних моделі.

2. Якщо форма VAR-моделі обумовлюється заздалегідь визначеними теоретичними положеннями економічного процесу або законами, то це:

а) структурна форма;

б) рекурсивна форма;

в) приведена форма;

г) *VAR*-модель з корекцією похибки.

3. Основна відмінність VAR-моделей від симультативних систем рівнянь полягає в тому, що:

а) немає розподілу змінних на ендогенні й екзогенні;

б) усі змінні припускаються екзогенними;

в) збурення моделі мають тільки прямий вплив на змінну.

4. *Приведеною є така форма VAR-моделей*:

а) $X_t = A + A_1X_{t-1} + \cdots + A_pX_{t-p} + \varepsilon_t$;

б) $X_t = \alpha + A_0X_t + A_1X_{t-1} + \cdots + A_pX_{t-p} + \varepsilon_t$;

в) $X_t = A_0 + A_1X_{t-1} + \varepsilon_t$.

5. Значення інформаційного критерію Акайке розраховують за формулою:

а) $AIC(p) = \ln\left|\hat{V}\right| + \frac{2pn^2}{T}$;

б) $AIC(p) = 1 + \ln(2\pi)\ln\left|\hat{V}\right| + \frac{2pn^2}{T}$.

6. Серед оцінюваних моделей обирається модель порядку p_{max} ($0 \le p_{max} \le p$).

а) з найменшим значенням критерію AIC;

б) з найбільшим значенням критеріїв AIC, SIC;

в) з найбільшим значенням критерію Хеннана – Куїнна.

7. Стабільність VAR-моделей означає, що:

г) послідовність зовнішніх шоків для *VAR*-моделі має кінцевий спадний ефект;

д) послідовність внутрішніх шоків для *VAR*-моделі має висхідний тренд;

е) зовнішні шоки для *VAR*-моделі з абсолютною величиною мають бути меншими за одиницю;

8. У моделях корегування помилки:

а) в одному рівнянні можна поєднати короткострокову та довгострокову поведінку економічних показників у часових рядах;

б) припускається існування власної траєкторії окремих змінних, але економічні механізми корегують відхилення в напрямку рівноваги;

в) припускається зростання відхилення рівноваги спільної рівноважної траєкторії руху змінних.

9. Існування рівноважного зв'язку між нестаціонарними змінними означає, що:

а) стохастичні тренди пов'язані, а змінні розвиваються в одному напрямку;

б) змінні можуть рухатись незалежно одна від одної.

10. Якщо змінні коінтегровані, то:

а) лінійна їх комбінація є стаціонарною змінною;

б) між ними не існує довгострокового рівноважного зв'язку;

в) усі компоненти X_t мають різний порядок інтеграції.

11. Якщо одна зі змінних системи не впливає на зміну іншої, то швидкість пристосування й інші коефіцієнти при ній:

а) мають дорівнювати нулю;

б) мають дорівнювати одиниці;

в) вимірюються у діапазоні [0; 1].

12. Якщо змінні не коінтегрують, тоді слід вибрати специфікацію:

а) VAR-модель у рівнях;

б) ECM-модель;

в) VAR-модель у перших різницях.

13. Якщо значення коефіцієнтів пристосування $0 < \lambda_1 < 1,\ 0 < \lambda_2 < 1$*, то:*

а) усі змінні є ендогенними та коінтегрують;

б) змінні не коінтегрують, немає довгострокового зв'язку;

в) тільки X_2 відповідає за відхилення від рівноваги.

14. Функція імпульсних відгуків показує.

а) зміну ендогенних показників у відповідь на шок або зміну одного зі збурень системи;

б) дисперсії помилки прогнозу досліджуваної ендогенної змінної;

в) вплив різноманітних шоків на дисперсію помилки прогнозів.

15. За результатами λ_{max} *-тесту, якщо ранг матриці r дорівнює нулю, тоді:*

а) змінні не коінтегрують;

б) змінні коінтегрують;

в) не можна визначити наявність коінтеграції змінних.

Практичні завдання

1. У табл. 9.4 наведені ряди логарифмів значень споживання короткострокових товарів (*LNC*) (квартальний розріз), доходу в розпорядженні домогосподарств (*LNY*) (квартальний розріз), за одинадцять років.

Таблиця 9.4

Вихідні дані

t	*LNC*	*LNY*	t	*LNC*	*LNY*
1	2	3	4	5	6
1	1,763	2,317	23	1,911	2,046
2	1,773	1,930	24	1,922	2,062
3	1,788	1,939	25	1,932	2,037
4	1,798	1,947	26	1,938	2,059
5	1,801	1,961	27	1,945	2,068
6	1,803	1,955	28	1,952	2,083

Закінчення табл. 9.4

1	2	3	4	5	6
7	1,812	1,961	29	1,962	2,091
8	1,822	1,967	30	1,968	2,090
9	1,828	1,982	31	1,968	2,098
10	1,836	1,988	32	1,975	2,111
11	1,860	1,989	33	1,985	2,120
12	1,836	1,582	34	1,997	2,127
13	1,831	1,975	35	2,005	2,141
14	1,840	1,987	36	2,012	2,145
15	1,841	1,988	37	2,022	2,156
16	1,841	1,991	38	2,029	2,165
17	1,857	2,008	39	2,044	2,173
18	1,863	2,017	40	2,053	2,182
19	1,870	2,018	41	2,068	2,195
20	1,884	2,043	42	2,085	2,203
21	1,886	2,020	43	2,099	2,214
22	1,905	2,043	44	2,146	2,218

Необхідно:

побудувати *VA*R-модель;

провести аналіз імпульсної функції відгуків і декомпозиції дисперсій;

оцінити точність прогнозу, отриманого на основі оціненої VAR-моделі;

порівняти фактичні та розрахункові значення часових рядів, побудувавши відповідні графіки.

2. У табл. 9.5 наведені часові ряди ВВП (*GDPRSAT*) і ПДВ (*VATRSAT*), очищені від сезонності, за шість років (місячний розріз).

Таблиця 9.5

Вихідні дані

t	*GDPRSAT*	*VATRSAT*	t	*GDPRSAT*	*VATRSAT*	t	*GDPRSAT*	*VATRSAT*
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	18	1,2	25	3 050,4	309,6	49	7 104	553,2
2	22,8	2,4	26	3 259,2	288	50	7 152	487,2
3	30	3,6	27	3 818,4	336	51	8 337,6	757,2

Закінчення табл. 9.5

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	36	6	28	3 961,2	348	52	8 598	741,6
5	48	6	29	4 300,8	372	53	8 584,8	782,4
6	60	8,4	30	5 109,6	458,4	54	8 830,8	792
7	94,8	9,6	31	5 353,2	441,6	55	8 726,4	836,4
8	138	14,4	32	6 032,4	504	56	10 052,4	720
9	181,2	24	33	6 150	529,2	57	9 565,2	832,8
10	283,2	34,8	34	6 571,2	592,8	58	8 983,2	806,4
11	331,2	38,4	35	6 704,4	603,6	59	9 954	879,6
12	460,8	57,6	36	6 692,4	652,8	60	7 435,2	1 702,8
13	502,8	49,2	37	7 075,2	517,2	61	7 677,6	438
14	574,8	46,8	38	7 401,6	471,6	62	9 696	354
15	674,4	60	39	7 520,4	566,4	63	8 607,6	655,2
16	728,4	86,4	40	7 975,2	610,8	64	8 346	667,2
17	709,2	103,2	41	7 696,8	513,6	65	9 032,4	856,8
18	842,4	115,2	42	7 084,8	496,8	66	8 997,6	715,2
19	924	127,2	43	714	734,4	67	9 272,4	520,8
20	855,6	152,4	44	8 094	609,6	68	10 018,8	627,6
21	1052,4	164,4	45	7 591,2	510	69	10 843,2	690
22	1354,8	180	46	8 397,6	777,6	70	10 214,4	723,6
23	2156,4	194,4	47	7 803,6	672	71	13 293,6	802,8
24	2575,2	282	48	8 756,4	1 016,4	72	9000	702

Необхідно:

перевірити часові ряди на коінтеграцію за допомогою тестів Інгла – Грейнджера, Йохансена;

побудувати модель корекції помилки;

провести аналіз імпульсної функції відгуків і декомпозиції дисперсій;

знайти прогнозні значення на основі оціненої моделі корекції помилки.

3. Дана матриця коефіцієнтів *VAR*-моделі (1;1) $\begin{pmatrix} 0{,}15 & 0{,}01 \\ 0{,}25 & 0{,}1 \end{pmatrix}$, варіаційно-коваріаційна матриця збурювань $\begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 16 \end{pmatrix}$. Початкові значення ендогенних змінних дорівнюють нулю $Y_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\varepsilon_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Необхідно побудувати імпульсну функцію й оцінити стабільність системи.

Розділ 10. Лабораторний практикум

Лабораторні роботи призначені для закріплення теоретичного та практичного матеріалу, набуття навичок роботи з пакетами прикладних програм (ППП), що забезпечують побудову та дослідження різних типів моделей, а також для розширення знань студентів у галузі застосування ПЕОМ для економічних розрахунків, прогнозування й аналізу діяльності економічних систем.

Для виконання лабораторних робіт пропонується використати ППП *Statistica, Eviews*. Ці прикладні програмні забезпечення містять множину статистичних методів, що підтримують розв'язання різних економетричних задач. ППП *Statistica, Eviews* призначені для роботи в середовищі *Windows*. Під час розроблення лабораторних робіт передбачалося, що студент ознайомлений з основними принципами та прийомами роботи в середовищі *Windows*. Кожна лабораторна робота розглянута на прикладі розв'язання конкретної задачі з докладними коментарями та рисунками.

Лабораторні роботи стосуються основних тем дисципліни «Прикладна економетрика» та ґрунтуються на теоретичному матеріалі відповідної теми, а також попередніх тем. Кожна робота містить мету, завдання, рекомендації до виконання.

Лабораторна робота 1
Попередній аналіз вихідних даних. Побудова множинної лінійної економетричної моделі

Мета – закріплення теоретичного та практичного матеріалу за темою «Множинна лінійна регресія. Побудова моделей в умовах мультиколінеарності незалежних змінних», формування навичок роботи з ППП *EViews,* побудови й аналізу багатофакторних економетричних моделей у пакеті *EViews.*

Завдання 1. Необхідно провести аналіз варіаційного ряду для вибіркових даних у ППП *EViews* за такою послідовністю дій.

1. Розрахувати статистичні характеристики кожного ряду вихідних даних: середнє, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, медіану, розмах варіації, коефіцієнти асиметрії й ексцесу.

2. Побудувати графік і гістограму розподілу випадкової величини, зробити висновки щодо характеру закону розподілу. Перевірити гіпотезу про нормальний закон розподілу.

3. Зробити висновки щодо значень кожного показника.

Методичні рекомендації

Для розв'язання й аналізу задач даного типу передбачений ППП *EViews*. Розглянемо порядок проведення попереднього аналізу вихідних даних у даному пакеті.

1. Запуск *EViews* і підготовка даних.

Необхідно проаналізувати демографічний стан України за період з 1989 до 2013 рр. на основі таких вихідних показників: середня очікувана тривалість життя при народженні (обидві статі), років (SOT_OS); середня очікувана тривалість життя при народженні для чоловіків, років (SOT_Ch); середня очікувана тривалість життя при народженні для жінок, років (SOT_Zh); сумарний коефіцієнт народжуваності у міських поселеннях і сільській місцевості, осіб на одну жінку (SKN_MS); сумарний коефіцієнт народжуваності у міських поселеннях, осіб на одну жінку (SKN_M); сумарний коефіцієнт народжуваності у сільській місцевості, осіб на одну жінку (SKN_S); кількість живонароджених, осіб на 1 000 осіб населення (K_N); кількість померлих, осіб на 1 000 осіб населення (K_P); природний приріст, осіб на 1 000 осіб населення (PP).

Вихідні дані подані у файлі Excel (рис. 10.1).

Вікно *EViews* складається з п'яти основних зон.

Титульний рядок (*Title Bar*). Якщо в даний момент вікно є активним, то перший рядок екрана (*Title Bar*) буде темніший від інших. Під час переходу в інше вікно колір цього рядка зміниться на більш приглушений (сірий).

Головне меню (*Main Menu*) – наступний рядок вікна *Eviews* – містить дев'ять різних меню (*File*, *Edit*, *Object*, *View*, *Procs*, *Quick*, *Options*, *Window*, *Help*), кожне з яких можна активувати, підвівши курсор до назви конкретного меню та клікнувши лівою кнопкою мишки.

Командне вікно (*Command window*). У ньому відбувається безпосередній набір команд, які виконуються після натискання клавіші *Enter* (*Введення*). Для виконання багатьох команд відсутня необхідність їх набору – просто треба вибрати потрібний пункт в основному меню.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		SOT_OS	SOT_Ch	SOT_Zh	SKN_MS	SKN_M	SKN_M	K_N	K_P	PP
2	1989	70,89	66,10	75,16	1,935	1,782	2,384	13,3	11,6	1,7
3	1990	70,42	65,60	74,82	1,850	1,687	2,324	12,6	12,1	0,5
4	1991	69,56	64,62	74,21	1,776	1,598	2,286	12,1	12,9	-0,8
5	1992	68,97	63,81	73,98	1,674	1,477	2,227	11,4	13,4	-2,0
6	1993	68,29	63,16	73,35	1,562	1,369	2,084	10,7	14,2	-3,5
7	1994	67,66	62,39	72,95	1,468	1,275	1,976	10,0	14,7	-4,7
8	1995	66,79	61,22	72,54	1,398	1,214	1,875	9,6	15,4	-5,8
9	1996	67,08	61,52	72,8	1,335	1,159	1,786	9,2	15,2	-6,0
10	1997	67,66	62,23	73,19	1,272	1,104	1,703	8,7	14,9	-6,2
11	1998	68,50	63,17	73,84	1,211	1,045	1,635	8,4	14,4	-6,0
12	1999	68,07	62,62	73,61	1,127	0,971	1,532	7,8	14,9	-7,1
13	2000	67,72	62,1	73,53	1,116	0,965	1,510	7,8	15,4	-7,6
14	2001	67,89	62,32	73,63	1,078	0,95	1,411	7,7	15,3	-7,6
15	2002	68,32	62,70	74,13	1,095	0,969	1,432	8,1	15,7	-7,6
16	2003	68,24	62,64	74,06	1,172	1,067	1,449	8,5	16,0	-7,5
17	2004	68,22	62,6	74,05	1,218	1,127	1,463	9,0	16,0	-7,0
18	2005	67,96	62,23	73,97	1,213	1,120	1,460	9,0	16,6	-7,6
19	2006	68,10	62,38	74,06	1,310	1,207	1,585	9,8	16,2	-6,4
20	2007	68,25	62,51	74,22	1,345	1,236	1,63	10,2	16,4	-6,2
21	2008	68,27	62,51	74,28	1,458	1,346	1,748	11,0	16,3	-5,3
22	2009	69,29	63,79	74,86	1,473	1,348	1,784	11,1	15,3	-4,2
23	2010	70,44	65,28	75,50	1,443	1,308	1,770	10,8	15,2	-4,4
24	2011	71,02	65,98	75,88	1,459	1,317	1,801	11,0	14,5	-3,5
25	2012	71,15	66,11	76,02	1,531	1,387	1,868	11,4	14,5	-3,1
26	2013	71,37	66,34	76,22	1,506	1,365	1,825	11,1	14,6	-3,5

Рис. 10.1. **Вихідні дані**

Стартове вікно ППП *EViews* наведене на рис. 10.2.

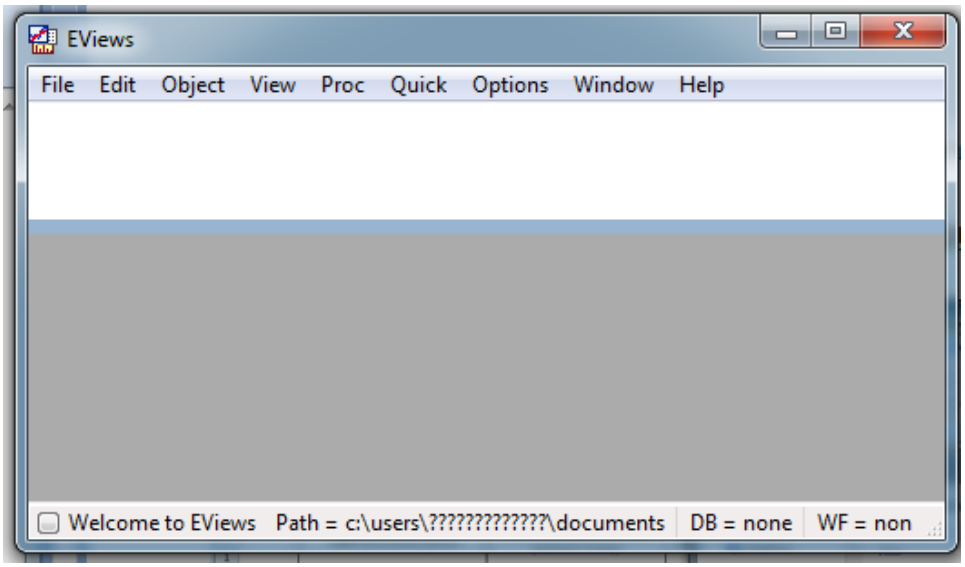


Рис. 10.2. **Стартове вікно ППП *EViews***

Робоча область (*Work area*) відображає різні об'єкти (вікна) *EViews*, відкриті в поточний момент. До таких об'єктів належать, наприклад, робочі та програмні файли, конкретні часові ряди, оцінені рівняння тощо.

Область статусного стану – показує поточні характеристики *EViews*.

Створимо новий робочий файл (*workfile*). Для цього необхідно реалізувати такі дії: вибрати *File* / *New* / *Workfile* в основному меню (рис. 10.3).

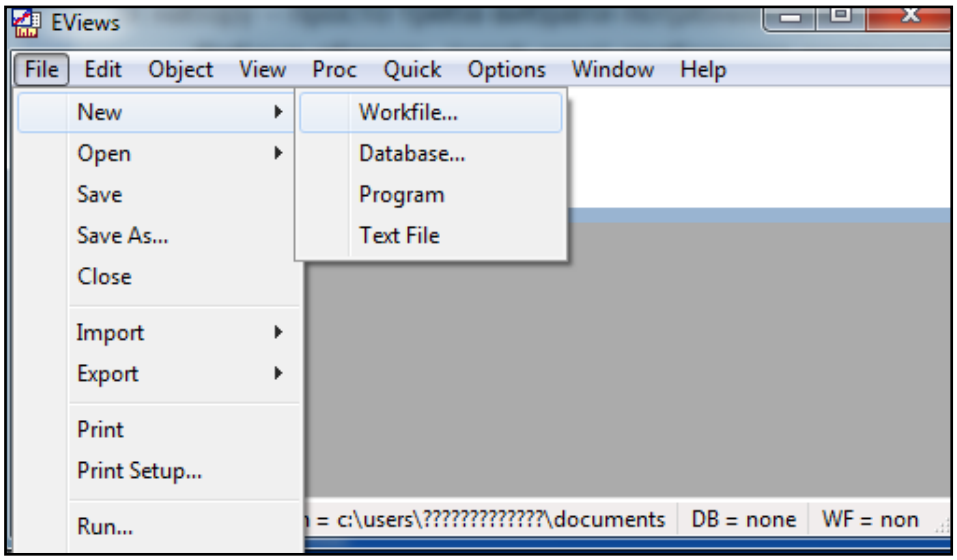


Рис. 10.3. **Створення робочого файла**

Після цього відкриється діалогове вікно, за допомогою якого можна задати тип даних, що вводяться (рис. 10.4).

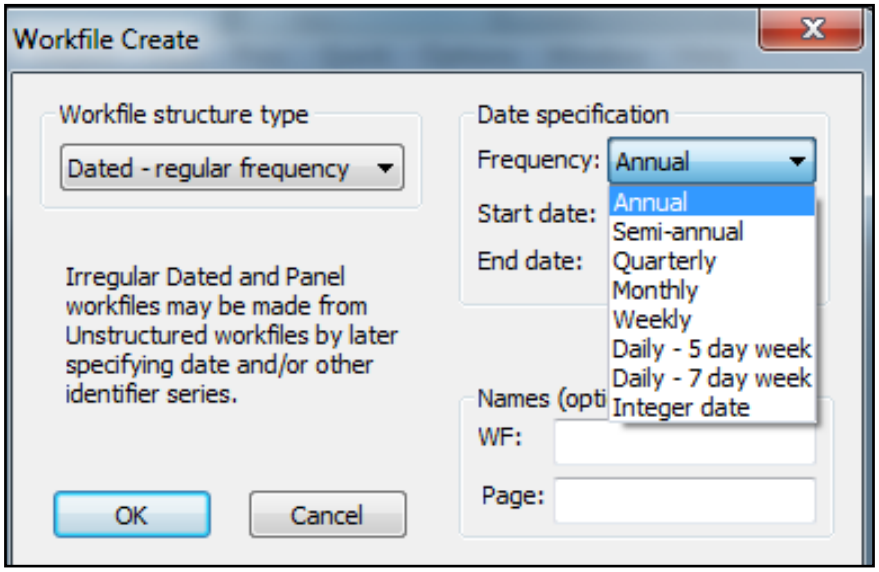


Рис. 10.4. **Вибір типу вихідних даних**

У пакеті допускається створення таких типів даних.

• річні (*annual*). Наприклад, якщо у нас є дані з 1989 до 2013 рр., то задати початкову дату інтервалу можна як 1989 або як 89. Водночас кінцеву дату даного інтервалу необхідно ставити тільки з використанням усіх чотирьох цифр, тобто як 2013.

• піврічні (*semi-annual*). За номером року слід написати номер півріччя через двокрапку або букву S, наприклад, 89:1 (перше півріччя 1989 р.) або 2013S1 (перше півріччя 2013 р.).

• квартальні (*quarterly*). III-й квартал 1989 р. можна задати як 1989:3; 89:3; 1989Q3. Усі інші дати можна задавати, записуючи рік (4 цифри), за яким через двокрапку або букву Q варто вказати номер кварталу (від 1 до 4).

• щомісячні (*monthly*). За номером року через двокрапку або букву M указується номер місяця – від 1 (або 01) до 12. Наприклад, серпень 1998 р. може бути заданий як 1998:08, 1998:8, 98:08 або 1998M8.

• тижневі (*weekly*) і денні (*5/7 day weeks*) На відміну від даних зазначених типів, у цьому випадку за замовчуванням необхідно записати початкову (кінцеву) дату розглянутого інтервалу в форматі місяць:день:рік (mm:dd:yyyy). Тоді, якщо ви ввели в якості початкової дати 07:10:1974, у денному форматі такий запис означає, що ви розглядаєте проміжок часу з 10 липня 1974 р., а в тижневому, що тиждень у вас починається з середи 10 липня 1974 р.

• недатовані або нерегулярні (*undated or irregular*; *integer date*). У цьому випадку просто визначте номери спостережень (першого й останнього), які ви будете використовувати. Важливим є визначення початкової (*start*) і кінцевої (*end*) дати або номера спостереження (*date/ observation*).

Вибравши тип вихідних даних і кількість спостережень пакет створить робочий файл без імені, і в робочій області з'явиться вікно (рис. 10.5). Усі робочі файли пакета завжди містять вектор коефіцієнтів *C* і серію *Resid*.

Зазначимо, що інтервал *Range* відображає весь період, заданий під час створення робочого файла, тоді як інтервал *Sample* показує розмір поточної вибірки.

У пакеті *EViews* існує кілька типів об'єктів робочого файла. Кожен з них має свій специфічний формат і своє позначення («кнопку»), яке відображається у вікні робочого файла після створення об'єкта: вектор

коефіцієнтів (*Coefficient Vector*) – задається за замовчуванням у ході створення робочого файла; рівняння (*Equation*); графік (*Graph*); група (*Group*); логарифм функції правдоподібності (*LogL*); скаляр (число) (*Scalar*); часовий ряд (серія) (*Series*); фазовий простір (*State space*); система (*System*); симетрична матриця (*SYM – Symmetric Matrix*); матриця (*Matrix*); модель (*Model*); панель даних (*Pool*); розмір вибірки (*Sample*); таблиця (*Table*); текст (*Text*); векторна авторегресія (*VAR – Vector Autoregression*); вектор (стовпець або рядок) (*Vector/Row Vector*).

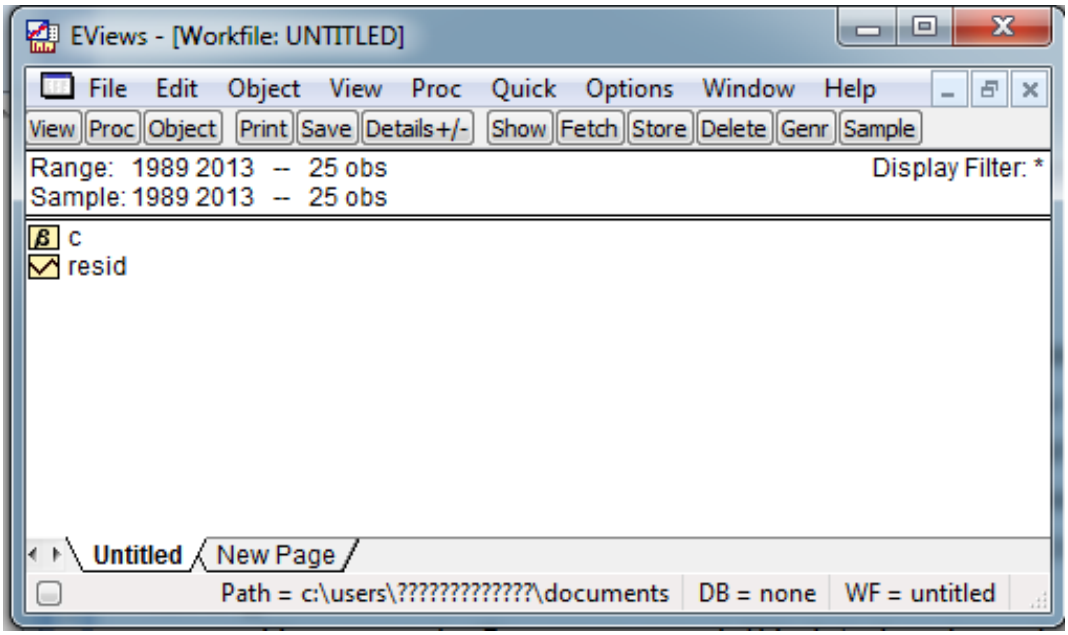


Рис. 10.5. **Створення робочого файлу**

Щоб створити будь-який із зазначених об'єктів, можна скористатися меню *Object / New Object…* основного меню *EViews*.

2. Імпорт вихідних даних.

Оскільки вихідні дані знаходяться у файлі Excel (рис. 10.1,) їх необхідно імпортувати в *EViews*. Для цього необхідно вибрати в робочому файлі опцію *File / Import / Read Text-Lotus-Excel* (рис. 10.6) і необхідний файл з вихідними даними.

Після підтвердження вибору відповідного файла з'явиться діалог відкриття електронних таблиць формату *Excel*. Автоматично у вікні, що відкриється, передбачається, що дані знаходяться в стовпцях (*by observation – series in columns*). Якщо дані подані в рядках, то треба відзначити опцію (*by series – series in rows*). У вікні (*Upper-left data cell*)

указується номер комірки, з якої починається імпортування даних із вихідної таблиці (за замовчуванням помічена верхня ліва комірка сторінки *Microsoft Excel*).

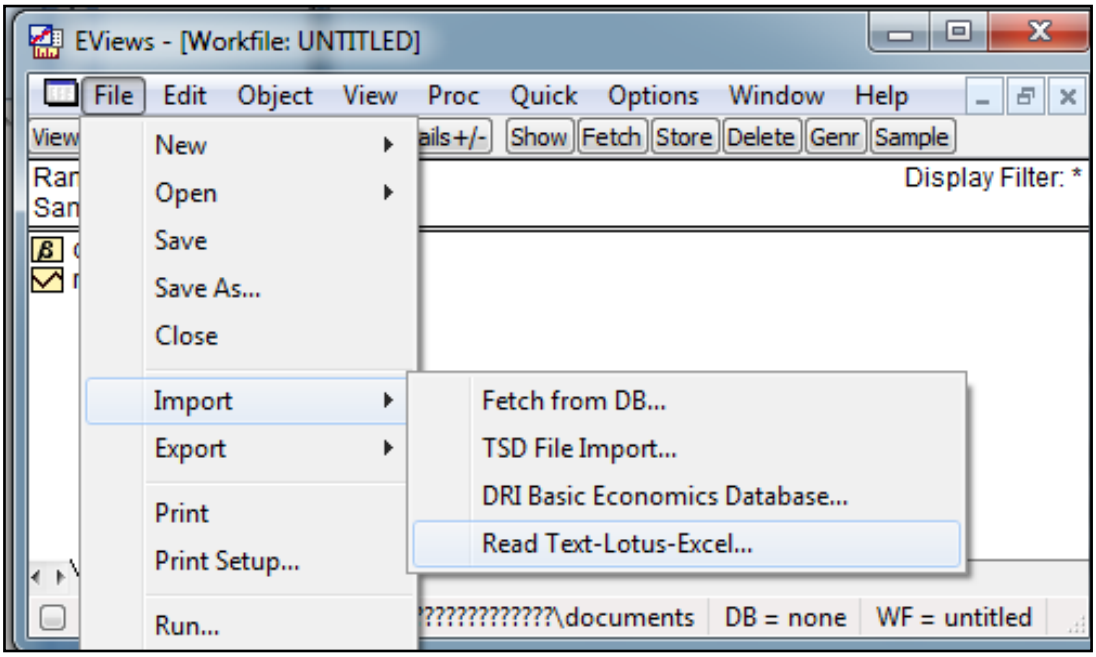


Рис. 10.6. **Імпорт вихідних даних**

У вікні *Names for series or Number of series if names in file* (*імена для змінних або кількість змінних*) необхідно задати відповідні імена змінних. Ініціюючи клавішу *ОК,* отримуємо файл вихідних даних (рис. 10.7).

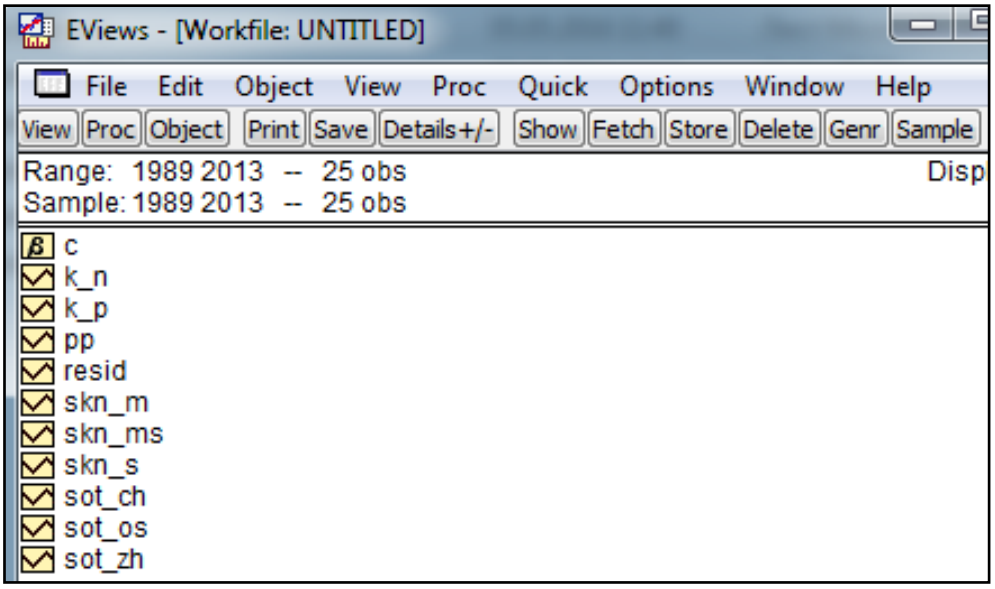


Рис. 10.7. **Файл вихідних даних**

Після того як вихідні дані перенесені в робочу область, необхідно для подальшого аналізу створити групу, яка містить необхідні змінні (рис. 10.8).

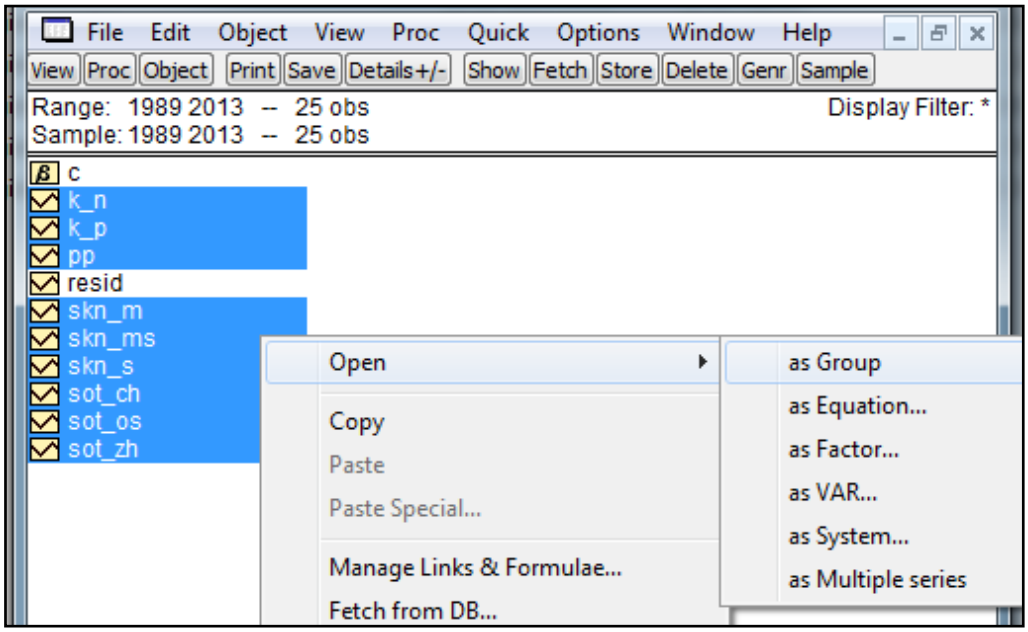
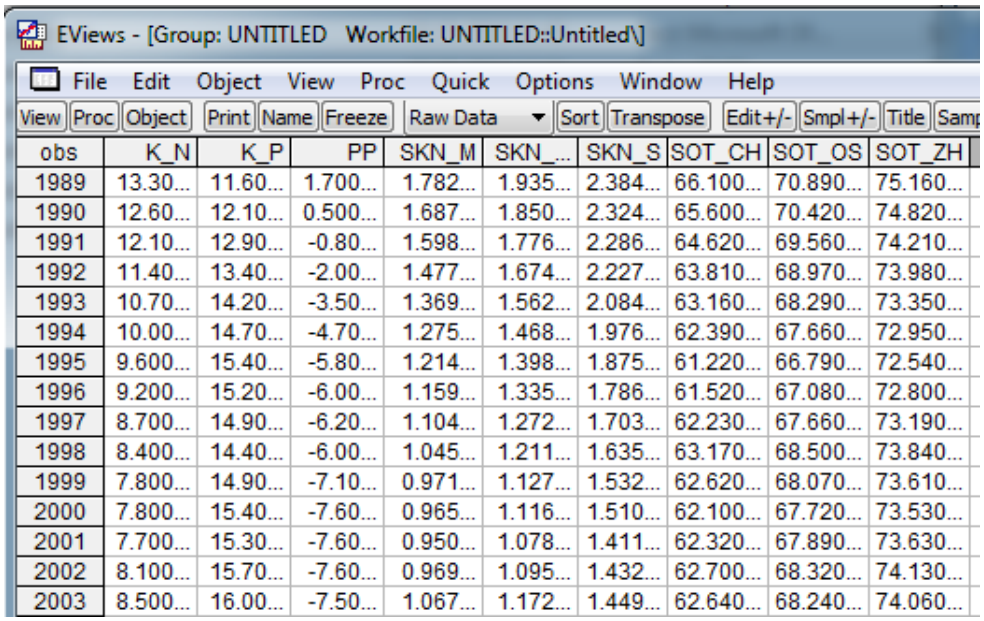


Рис. 10.8. **Створення групи об'єктів для аналізу**

Вибравши опцію *Open/as Group* (*відкрити в одній групі*) створюється група з ім'ям *UNTITLED*. Автоматично дані будуть подані у вигляді електронної таблиці (рис. 10.9).



obs	K_N	K_P	PP	SKN_M	SKN_...	SKN_S	SOT_CH	SOT_OS	SOT_ZH
1989	13.30...	11.60...	1.700...	1.782...	1.935...	2.384...	66.100...	70.890...	75.160...
1990	12.60...	12.10...	0.500...	1.687...	1.850...	2.324...	65.600...	70.420...	74.820...
1991	12.10...	12.90...	-0.80...	1.598...	1.776...	2.286...	64.620...	69.560...	74.210...
1992	11.40...	13.40...	-2.00...	1.477...	1.674...	2.227...	63.810...	68.970...	73.980...
1993	10.70...	14.20...	-3.50...	1.369...	1.562...	2.084...	63.160...	68.290...	73.350...
1994	10.00...	14.70...	-4.70...	1.275...	1.468...	1.976...	62.390...	67.660...	72.950...
1995	9.600...	15.40...	-5.80...	1.214...	1.398...	1.875...	61.220...	66.790...	72.540...
1996	9.200...	15.20...	-6.00...	1.159...	1.335...	1.786...	61.520...	67.080...	72.800...
1997	8.700...	14.90...	-6.20...	1.104...	1.272...	1.703...	62.230...	67.660...	73.190...
1998	8.400...	14.40...	-6.00...	1.045...	1.211...	1.635...	63.170...	68.500...	73.840...
1999	7.800...	14.90...	-7.10...	0.971...	1.127...	1.532...	62.620...	68.070...	73.610...
2000	7.800...	15.40...	-7.60...	0.965...	1.116...	1.510...	62.100...	67.720...	73.530...
2001	7.700...	15.30...	-7.60...	0.950...	1.078...	1.411...	62.320...	67.890...	73.630...
2002	8.100...	15.70...	-7.60...	0.969...	1.095...	1.432...	62.700...	68.320...	74.130...
2003	8.500...	16.00...	-7.50...	1.067...	1.172...	1.449...	62.640...	68.240...	74.060...

Рис. 10.9. **Створена група. Фрагмент**

3. Подання даних у різних форматах. Загальна статистика.

Меню *View* дозволяє подати набір даних у графічній формі, обчислити його основні статистичні характеристики та провести різні тести (рис. 10.10).

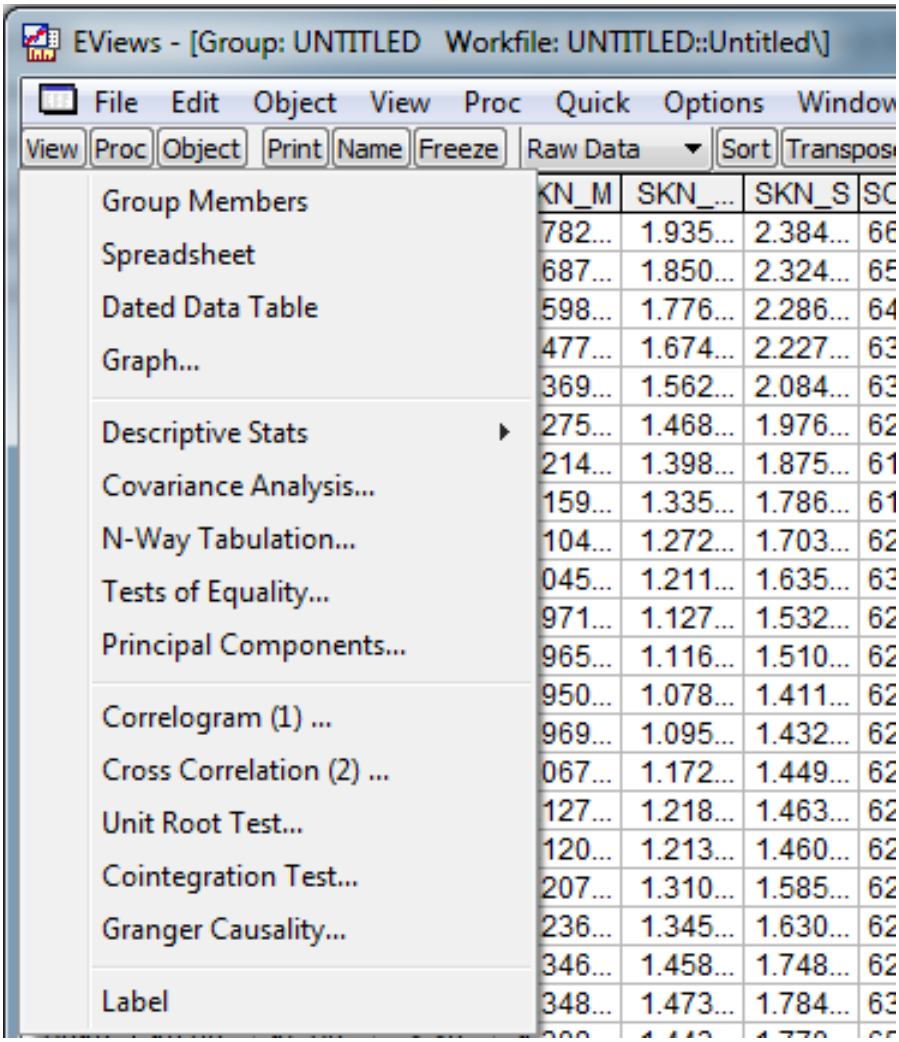


Рис. 10.10. **Перелік можливостей аналізу з опцією *View***

Розглянемо більш детально опції пункту меню *View* для окремого ряду даних:

SpreadSheeet – дозволяє повернутися у вікно з даними часового ряду;

Graph – будує графік часового ряду одного з декількох типів;

Descriptive Statistics – дає інформацію про описові статистики часового ряду: математичне сподівання, дисперсії тощо;

Tests for Descriptive Statistics – дозволяє виконувати найпростіші тести для описових статистик;

Distribution – відображає різні графіки, що характеризують емпіричний розподіл часового ряду;

One-Way Tabulation… – дає інформацію про розподіл даних на інтервалах однакової довжини, згрупованих за зростанням: відображає інформацію про розглянуті підінтервали, кількість спостережень часового ряду, значення яких потрапляють в цей підінтервал, і відсоток цих спостережень від усієї вибірки, а також кумулятивні статистики (кількість спостережень і відсоток);

Correlogram… – відображає корелограму часового ряду;

Unit Root Test… – дозволяє досліджувати часовий ряд на наявність одиничних коренів;

BDS Independence Test… – дає можливість проводити тестування на наявність часової залежності у часових рядах. Даний тест може бути застосований як до самих часових рядів, так і до залишків оцінюваних моделей. Дозволяє перевірити наявність різних типів залежностей: лінійну, нелінійну та інших;

Conversion Options… – у ході імпорту даних з бази даних Eviews дозволяє автоматично конвертувати часові ряди згідно з налаштуванням робочого файла;

Label – виводить вікно з інформацією про часові ряди: назва часового ряду, назва таблиці з даними, останнє оновлення даних, опис даних, джерело, одиниця вимірювання, зауваження.

Меню *Object* вікна з даними часового ряду містить такі опції:

Store to DB… – дозволяє зберегти дані в базі даних *EViews*;

Update from DB… – дозволяє оновити наявні дані, скориставшись інформацією бази даних *EViews*;

Copy Object… – створює безіменну копію часового ряду;

Name… – дозволяє змінити ім'я часового ряду (те саме, що і меню *Name* вікна з даними часового ряду);

Delete – видаляє часовий ряд з робочого файлу *EViews*;

Freeze Output – створює таблицю із даними часового ряду (те саме, що і меню *Freeze* вікна з даними часового ряду);

Print – дозволяє роздрукувати таблицю з даними.

4. Вибірка з набору даних за заданим критерієм.

Якщо треба зробити вибірку з набору даних, наприклад, створити набір спостережень, починаючи не з 1989 р., а з 2000 р. і до останнього

спостереження, то опція *Sample* це дозволяє. Необхідно у верхньому полі діалогового вікна *Sample* набрати через пробіл *2000 @last*. Якщо необхідно зробити вибірку даних, наприклад, з 1999 до 2005 р., то варто набрати 1999 2005. Якщо необхідно повернутися до загального обсягу виборки, то потрібно написати *@all*.

Існує три спеціальні функції (усі функції пакету Eviews позначаються @), які дозволяють змінювати вибірку:

@all – позначає весь інтервал, який використовується в робочому файлі;

@first – позначає початкову дату інтервалу;

@last – позначає кінцеву дату інтервалу.

Установка нового діапазону набору даних подана на рис. 10.11.

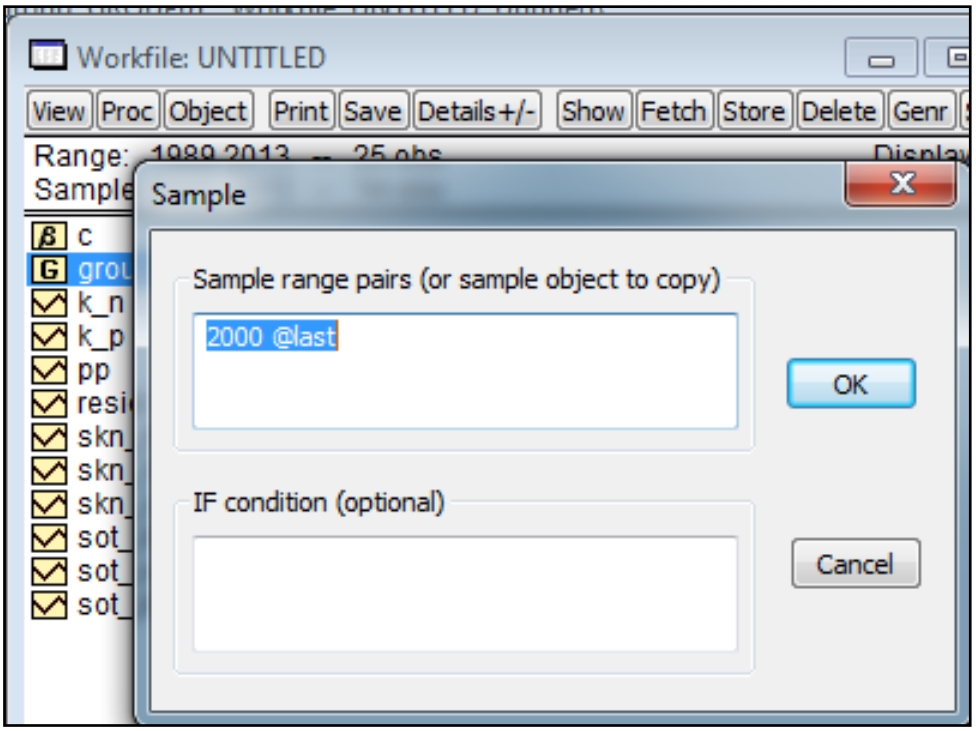


Рис. 10.11. **Вибір нового діапазону даних**

5. Побудова графіків та аналіз основних характеристик ряду.

Для побудови графіку часового ряду необхідно обрати цей часовий ряд, натиснути пункт меню *View* і вибрати опцію *Graph*.

Існує можливість побудови багатьох видів графіків, основні з яких:

Line – лінійний графік. На осі абсцис відкладено час (або номер спостереження), на осі ординат – значення часового ряду;

Bar – стовпчаста діаграма. Є найбільш корисною, якщо часовий ряд містить невелику кількість спостережень;

Spike – «голчастий» графік, який відображає кожне значення часового ряду у вигляді вертикальної лінії, довжина якої дорівнює цьому значенню (в обраному масштабі);

Seasonal Stacked Line – сезонно впорядкований графік, який відображає графік часового ряду для кожного кварталу чи місяця окремо – значення часового ряду згруповані за номерами кварталу або місяця і впорядковані за роком. Графіки слідують один за одним: спочатку графік першого кварталу або місяця, потім другого і так далі. На графіках також подані середні значення часового ряду для кожного сезону. Дана опція доступна лише для квартальних або місячних даних;

Seasonal Split Line – сезонно впорядкований графік відображає графік часового ряду для кожного кварталу чи місяця окремо. Значення часового ряду згруповані за номерами кварталу або місяця та впорядковані за роком. Графіки розташовують на одній річний осі. Дана опція також доступна тільки для квартальних або місячних даних.

Якщо необхідно зберегти графік як окремий об'єкт, то треба вибирати опцію *Freeze* в меню вікна часового ряду – з'явиться вікно графіка даного часового ряду. Змінивши назву даного об'єкта за допомогою опції *Name* вікна графіка часового ряду, ви збережете його (графік часового ряду) у вікні робочого файла *EViews*.

Подамо набір вихідних даних у вигляді графіків, для чого в пункті меню View варто вибрати опцію *Graf / Line & Symbol,* як це показано на рис. 10.12.

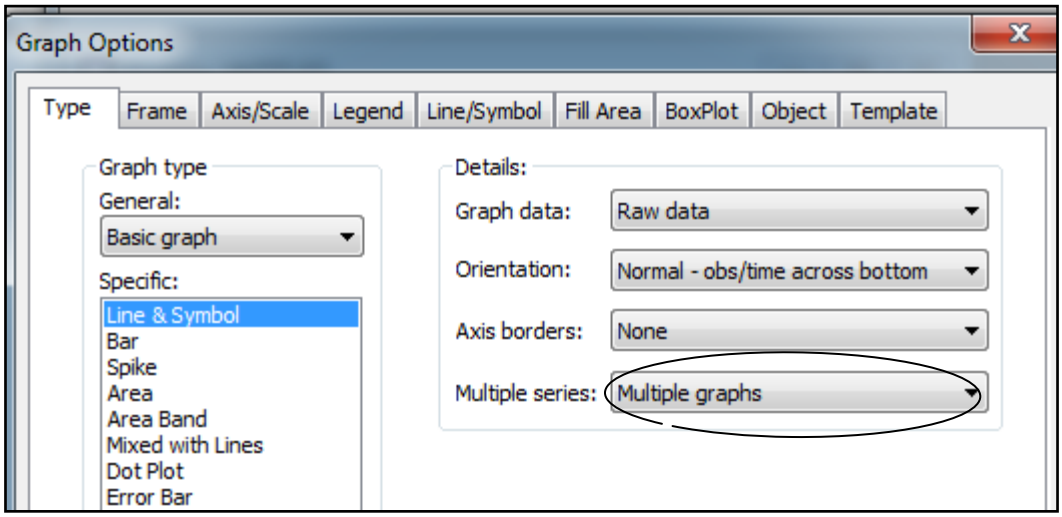


Рис.12. **Вибір типу графіка**

Указати тип графіка *Multiple graph*, якщо графік для кожного показника має бути зображений окремо (рис. 10.13), або *Simple graph*, якщо всі показники мають бути зображені на одному графіку.

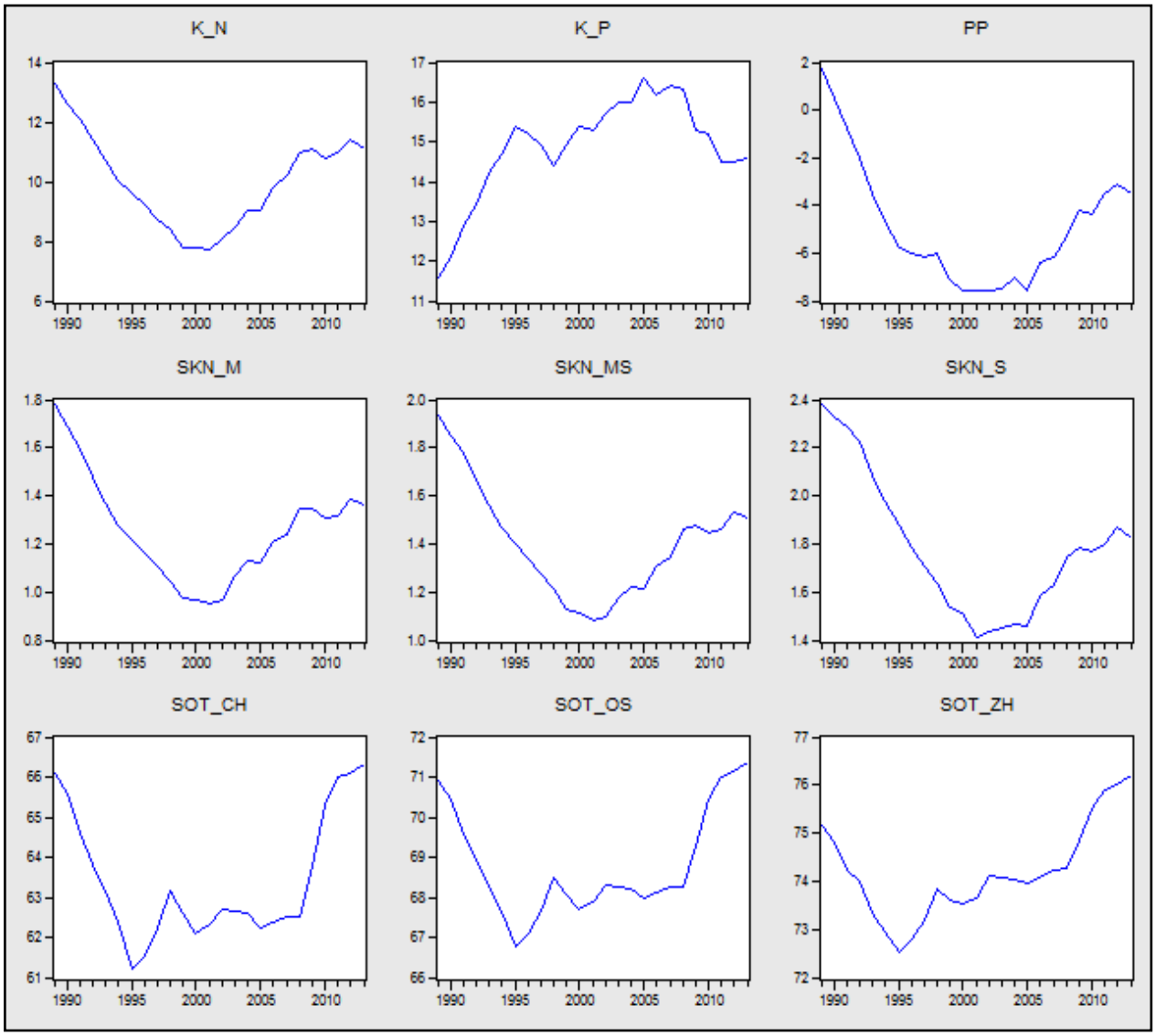


Рис. 10.13. **Подання набору даних у вигляді графіків**

Для дуже великих наборів даних опис їх загальної статистики дає дуже важливу інформацію. Для перегляду числових характеристик (описових статистик, таких як мода, медіана, середнє, дисперсія, коефіцієнт асиметрії, коефіцієнт ексцесу та ін.) досліджуваних змінних необхідно вибрати в робочому файлі *View / Descriptive Stats / Common Samples* (рис. 10.14).

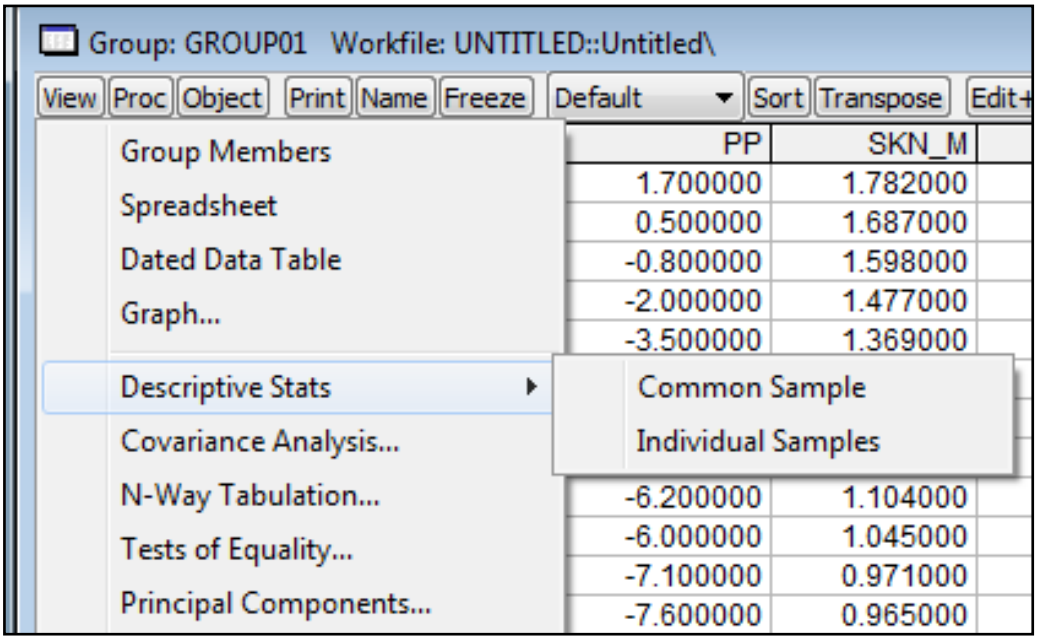


Рис. 10.14. **Опції обчислення описових статистик**

На рис. 10.15 подана загальна статистика набору даних.

Group: GROUP01 Workfile: UNTITLED::Untitled\

View Proc Object Print Name Freeze Sample Sheet Stats Spec

	K_N	K_P	PP	SKN_M	SKN_MS	SKN_S	SOT_CH	SOT_OS	SOT_ZH
Mean	10.01200	14.86800	-4.856000	1.255720	1.401000	1.781920	63.43720	68.80520	74.19440
Median	10.00000	15.20000	-5.800000	1.236000	1.398000	1.770000	62.64000	68.27000	74.06000
Maximum	13.30000	16.60000	1.700000	1.782000	1.935000	2.384000	66.34000	71.37000	76.22000
Minimum	7.700000	11.60000	-7.600000	0.950000	1.078000	1.411000	61.22000	66.79000	72.54000
Std. Dev.	1.574357	1.274663	2.597929	0.222464	0.234331	0.292927	1.581596	1.334142	0.980923
Skewness	0.207839	-1.012633	0.979799	0.613141	0.606301	0.648115	0.706701	0.682547	0.510156
Kurtosis	2.125186	3.593638	3.207137	2.868709	2.693522	2.420725	2.093281	2.236295	2.614459
Jarque-Bera	0.977174	4.639695	4.044720	1.584378	1.629511	2.099764	2.937338	2.548674	1.239247
Probability	0.613493	0.098289	0.132343	0.452852	0.442748	0.349979	0.230232	0.279616	0.538147
Sum	250.3000	371.7000	-121.4000	31.39300	35.02500	44.54800	1585.930	1720.130	1854.860
Sum Sq. Dev.	59.48640	38.99440	161.9816	1.187769	1.317870	2.059346	60.03470	42.71842	23.09302
Observations	25	25	25	25	25	25	25	25	25

Рис. 10.15. **Описові статистики набору даних**

Набір стандартних описових статистик містить: *Mean* – середнє значення; *Median* – медіана, центр розподілу; *Max* і *Min* відображають максимальне і мінімальне значення; *Std. Dev.* – стандартне відхилення;

Skewness – коефіцієнт асиметрії; *Kurtosis* – коефіцієнт ексцесу; *Jarque-Bera* – критерій Жака – Бера.

Для візуального аналізу даних необхідно побудувати графіки взаємної залежності досліджуваних змінних. Для цього необхідно вибрати послідовність команд *View*/*Graph*/*Scatter*, а у вікні *Fit lines* обрати *Regression line* (рис. 10.16).

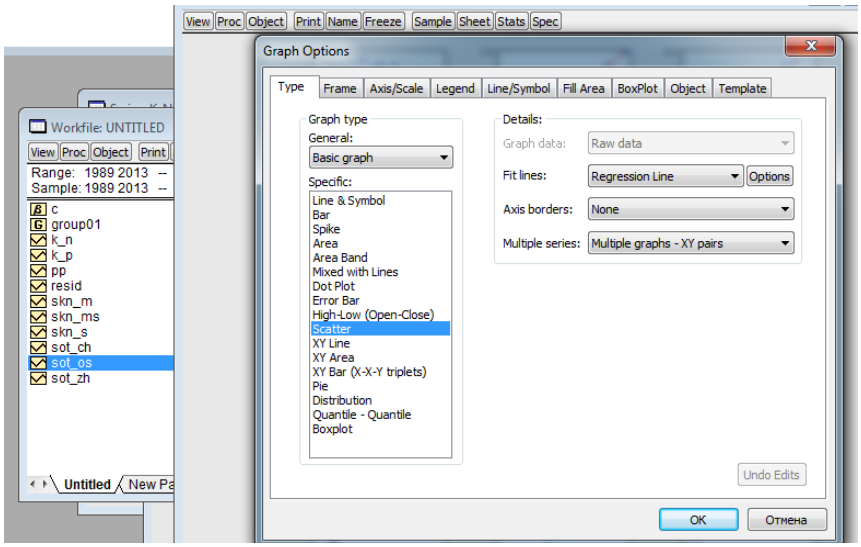


Рис. 10.16. **Побудова графіків залежності**

Графік лінійної залежності показників поданий на рис. 10.17.

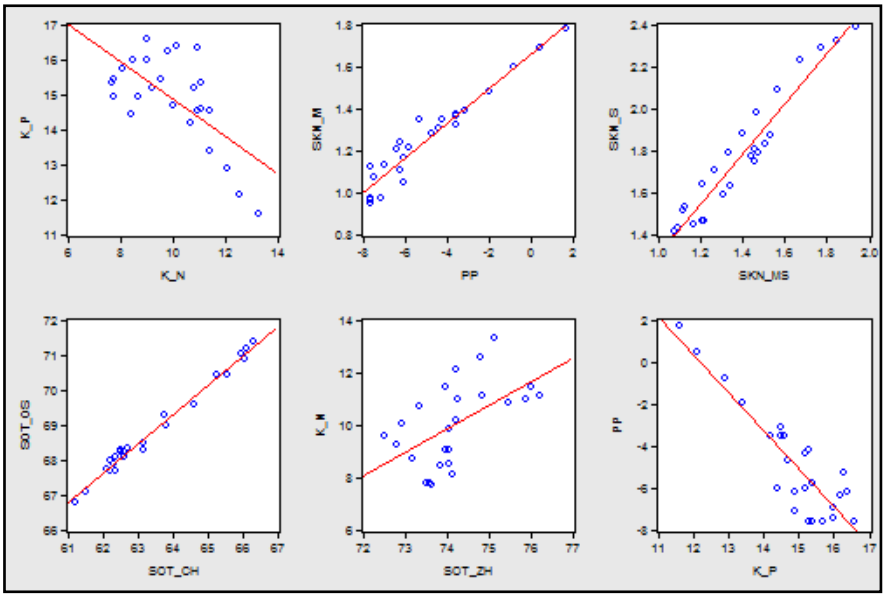


Рис. 10.17. **Результат побудови графіків лінійної залежності досліджуваних показників** (фрагмент)

Для побудови гістограм досліджуваних змінних необхідно вибрати в робочому файлі *View/Descriptive Statistics / Histogram and Stats* (рис. 10.18) для кожної змінної почергово.

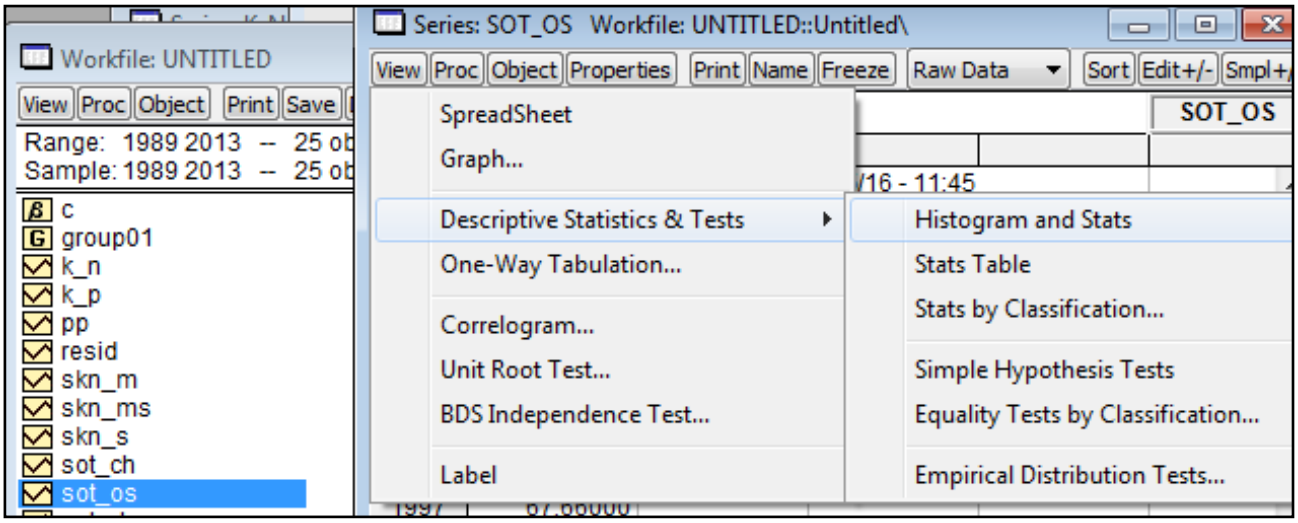


Рис. 10.18. **Опції побудови гістограм**

Гістограми досліджуваних змінних з описовими статистиками зображені на рис. 10.19.

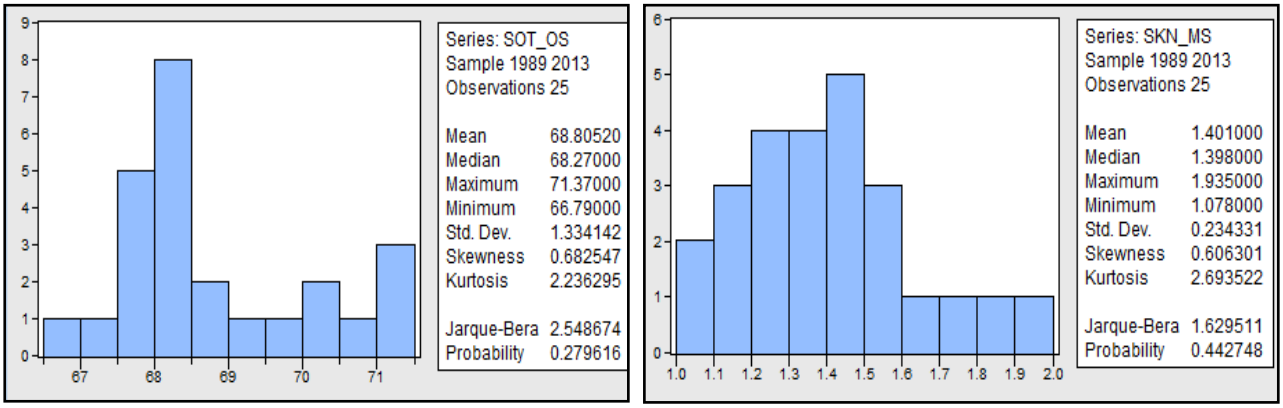


Рис. 10.19. **Гістограми досліджуваних змінних**

Для кожної зі змінних можна побудувати інтервальний ряд, що дає змогу розглянути інформацію про розподіл даних на інтервалах однакової довжини, згрупованих за зростанням. Для цього треба обрати опції *View/One-Way Tabulation* і у вікні, що з'явиться, обрати параметри групування (рис. 10.20).

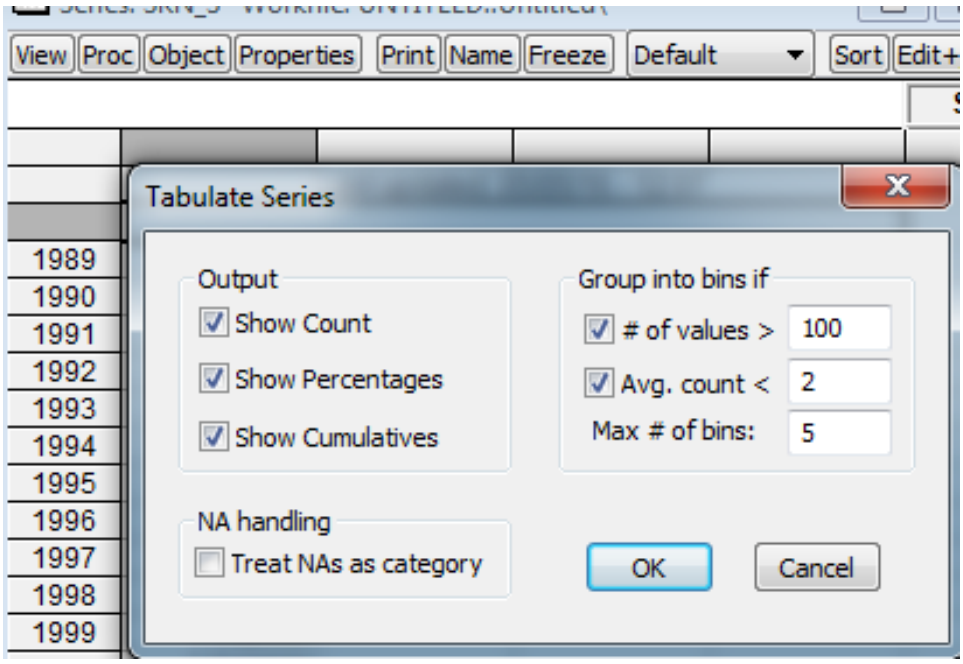
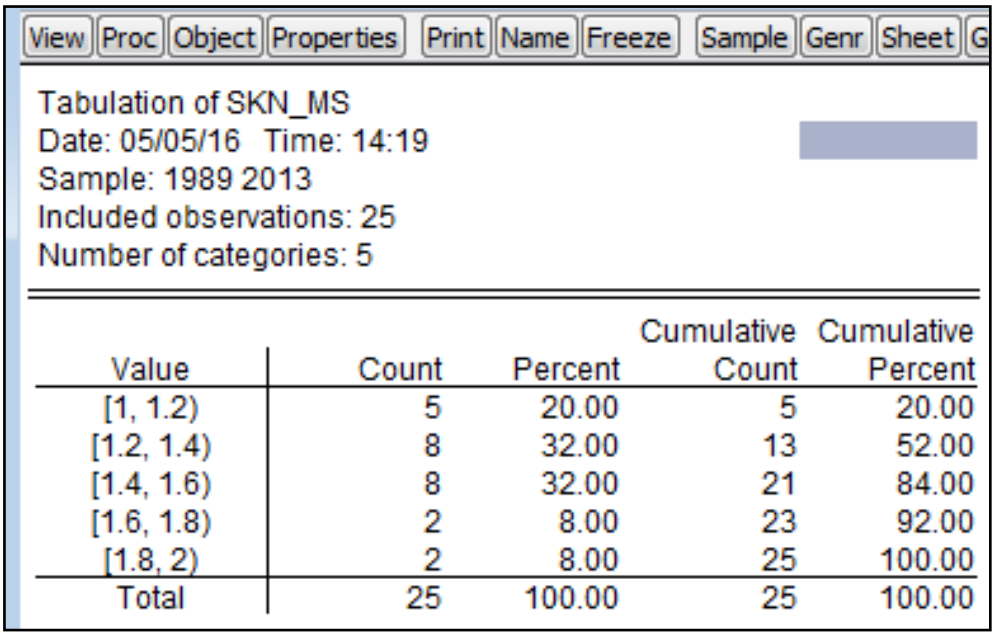


Рис. 10.20. **Опції створення інтервального ряду**

Результат побудови інтервального ряду наведений на рис. 10.21.



View | Proc | Object | Properties | Print | Name | Freeze | Sample | Genr | Sheet | G

Tabulation of SKN_MS
Date: 05/05/16 Time: 14:19
Sample: 1989 2013
Included observations: 25
Number of categories: 5

Value	Count	Percent	Cumulative Count	Cumulative Percent
[1, 1.2)	5	20.00	5	20.00
[1.2, 1.4)	8	32.00	13	52.00
[1.4, 1.6)	8	32.00	21	84.00
[1.6, 1.8)	2	8.00	23	92.00
[1.8, 2)	2	8.00	25	100.00
Total	25	100.00	25	100.00

Рис. 10.21. **Результат побудови інтервального ряду**

Після всебічного аналізу досліджуваних змінних можна переходити до побудови моделей.

Завдання 2. Необхідно перевірити наявність лінійного множинного зв'язку між відповідними показниками в пакеті *EViews* у такій послідовності.

1. Побудувати лінійну багатофакторну економетричну модель (включити всі відповідні фактори) та визначити всі її характеристики (параметри моделі, середні квадратичні відхилення параметрів моделі, дисперсію та середнє квадратичне відхилення похибок моделі, коефіцієнти множинної кореляції та детермінації).

2. Перевірити статистичну значущість та адекватність моделі.

3. Навести таблиці з теоретичними значеннями залежного показника та значень похибок моделі. Побудувати графік лінійної функції з довірчими інтервалами. Знайти прогнозне значення залежної змінної та довірчі інтервали, якщо відомі дані про майбутні значення незалежних показників.

4. Зробити висновки щодо адекватності побудованої багатофакторної моделі, дати економічну інтерпретацію моделі в цілому.

5. Виключити з моделі фактори, які найменше впливають на залежну змінну або взаємозалежні між собою змінні (використовувати результати критерію Стьюдента та коефіцієнти парних кореляцій). Визначити всі вказані характеристики побудованих моделей, зробити висновки щодо їх адекватності.

6. Зробити порівняльний аналіз побудованих моделей. Визначити найбільш адекватну й економічно інтерпретовану модель.

Методичні рекомендації

1. Запуск *EViews* і підготовка даних.

У меню програм обрати програму *EViews*, після її запуску вибрати у меню пункт *File* / *New* / *Workfile* для підготовки вихідних даних, наведених у табл. 10.1.

Таблиця 10.1

Вихідні дані

i	X_1	X_2	X_3	Y	i	X_1	X_2	X_3	Y
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,45	0,83	0,69	0,13	14	0,136	0,176	0,18	0,043
2	0,81	0,8	0,83	0,77	15	0,073	0,064	0,16	0,969
3	0,46	0,66	0,16	0,25	16	0,105	0,066	0,65	0,172
4	1,08	1,11	0,65	0,5	17	0,15	0,182	0,34	0,108

Закінчення табл. 10.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0,39	0,67	0,34	0,12	18	0,189	0,359	0,82	0,064
6	0,18	0,19	0,82	0,22	19	9 155	1,234	0,79	4,654
7	0,54	0,35	5,36	0,82	20	4,744	0,339	0,43	0,076
8	0,46	0,23	0,54	0,91	21	63,898	16,332	0,15	25,152
9	0,87	0,81	1,94	0,96	22	7,314	1,004	0,03	1,087
10	0,71	0,9	0,22	0,16	23	0,85	0,453	0,126	0,024
11	0,07	0,13	0,83	0,11	24	0,184	2,635	0,445	0,914
12	0,14	0,24	0,35	0,02	25	0,01	0,031	0,087	0,001
13	0,03	0,05	0,66	0,01	--	--	--	--	--

Для створення цього файла у вікні *Workfile structure type* треба вказати, що дані *Unstructured*/*Undated* (не структуровані та недатовані), тобто не є регулярним часовим рядом (рис. 10.22). Указати кількість спостережень (*Observations*) – 25, натиснути *OK*.

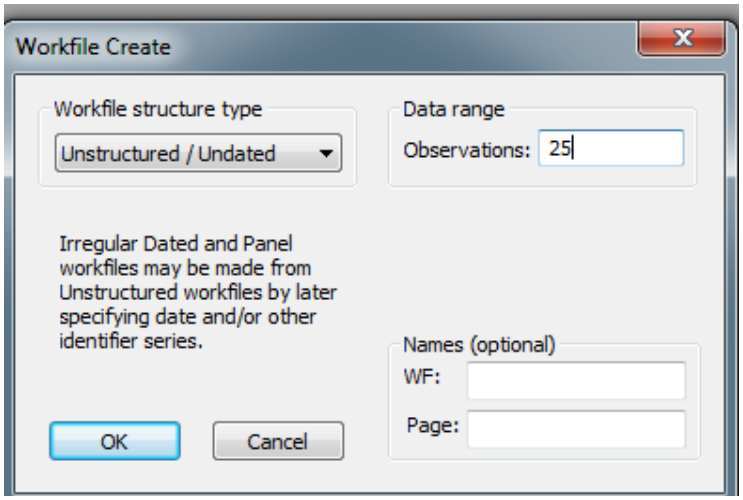


Рис. 10.22. **Параметри нового файла з даними**

Необхідно створити чотири вихідні змінні (*Object*/*New object*/*Series*) і ввести їх назви та значення у вікні *Name for object*. Окрім безпосереднього вводу значень можна скористатися буфером обміну. Увага: вихідні дані треба набрати в *Excel* або *Word*, але тільки через «крапку»!

Виділіть стовпчик із необхідними даними в *Excel* або *Word* і натисніть *Copy*. У робочій області *EViews* два рази клікніть лівою кнопкою мишки на назві необхідної змінної. У вікні, що відкрилось, оберіть пункт меню *Edit*, виділіть усі комірки, куди мають бути вставлені дані, клікніть правою кнопкою мишки та натисніть *Paste* (рис. 10.23).

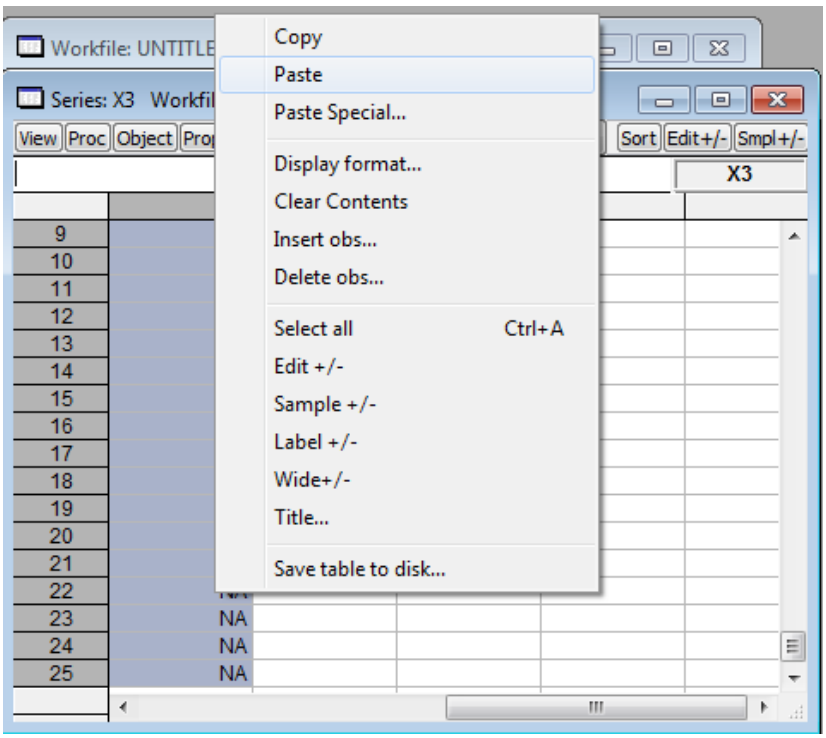


Рис. 10.23. **Ввід вихідних даних через буфер обміну**

У вікні, що відкрилось, оберіть пункті меню *Properties*. У вікні *Numeric display* оберіть *Significant digits* для автоматичного підбору числа знаків після коми (рис. 10.24).

Повторіть процедуру для всіх змінних.

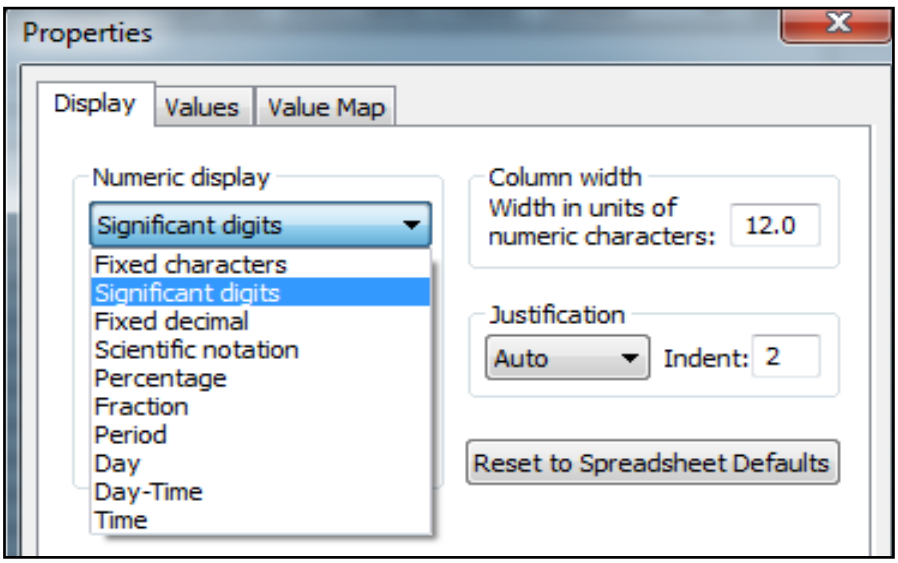


Рис. 10.24. **Пункт меню *Properties***

У результаті отримуємо наступний робочий файл (рис. 10.25).

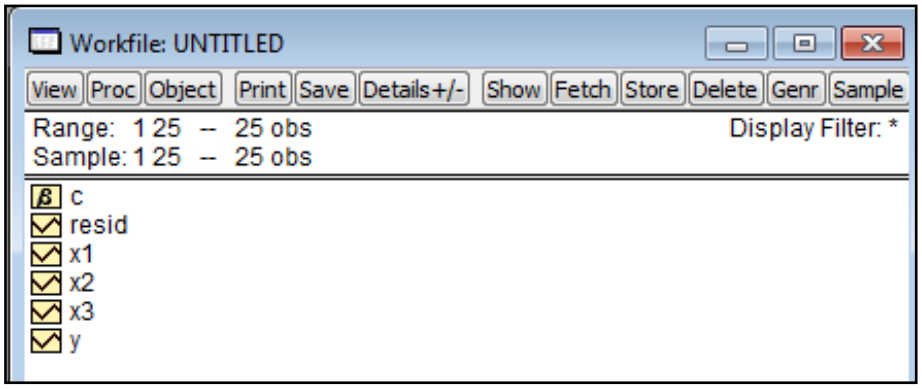


Рис. 10.25. **Робочий файл**

2. Побудова множинної регресії.

Для побудови множинної регресії в *EViews* використовують інструмент *Equation* (рівняння). Для створення рівняння оберіть з основного меню *Object*/*New Object...*/*Equation* або *Quick*/*EstimateEquation*. Або просто напишіть слово *equation* у командному вікні.

На наступному кроці у діалоговому вікні, що з'явиться (рис. 10.26), необхідно вказати вид рівняння (*Equation specification*), метод оцінювання (*Method*) та обсяг вибірки (*Sample*), що буде використана для оцінювання.

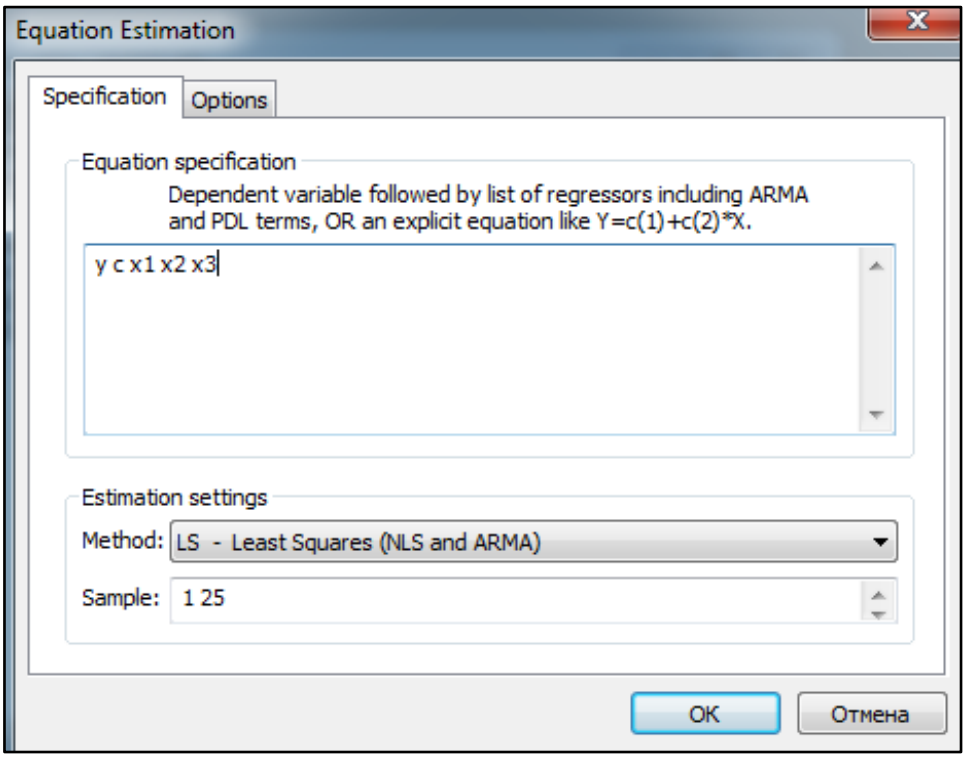


Рис. 10.26. **Вікно зі специфікацією рівняння**

У верхній частині вікна (див. рис. 10.26) необхідно вказати вид рівняння: залежна змінна (ліва частина), незалежні змінні (права частина рівняння) та вид функції. Існують два основних способи визначення рівняння: «за списком» і «за формулою» (або «за виразом»). Метод списку простіший, але може бути використаний тільки з необмеженими лінійними характеристиками. Метод формули є більш загальним. Його використовують для визначення нелінійних моделей або моделей з параметричними обмеженнями.

У даному випадку будемо використовувати специфікацію за списком. Це найпростіший спосіб визначення лінійного рівняння шляхом перелічення змінних, що мають бути включені до нього. Першим завжди вказується ім'я залежної змінної (y). Потім іде константа (*c*), якщо вона повинна бути у моделі, та список незалежних змінних $(x1;\ x2;\ x3)$.

У вікні *Method* обираємо метод оцінювання *LS – Least Squares* (звичайний метод найменших квадратів) виходячи з припущення, що всі передумови Гаусса виконуються.

У вікні *Sample* можна змінити обсяг вибірки, що буде використана для побудови моделі. За замовчуванням *EViews* використовує всі вихідні дані з *Workfile*. Натискаємо *OK* у діалозі *Equation Specification* і отримуємо результати побудови множинної лінійної регресії (рис. 10.27).

View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 05/09/16 Time: 16:43
Sample: 1 25
Included observations: 25

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.159728	0.165543	-0.964874	0.3456
X1	0.293843	0.047069	6.242776	0.0000
X2	0.396141	0.187223	2.115880	0.0465
X3	0.175450	0.121359	1.445707	0.1630

R-squared	0.986633	Mean dependent var	1.529760
Adjusted R-squared	0.984724	S.D. dependent var	5.009298
S.E. of regression	0.619134	Akaike info criterion	2.024658
Sum squared resid	8.049873	Schwarz criterion	2.219678
Log likelihood	-21.30822	Hannan-Quinn criter.	2.078748
F-statistic	516.6896	Durbin-Watson stat	2.464231
Prob(F-statistic)	0.000000		

Рис. 10.27. **Вікно з результатами побудови регресії**

Таким чином, отримана модель має вигляд:

$$\hat{y} = -0{,}1597 + 0{,}294 \cdot x_1 + 0{,}396 \cdot x_2 + 0{,}175 \cdot x_3.$$

3. Перевірка статистичної значущості й адекватності моделі.

У вікні з рис. 10.27 міститься така інформація.

Coefficient – параметри моделі (коефіцієнти регресії).

Std. Error – оцінки стандартних похибок параметрів моделі.

t-Statistic – статистика Стьюдента, яка використовується для перевірки гіпотези про те, що параметр моделі дорівнює нулю.

Prob. – *p*-значення (*p-level*) для *t*-статистики – граничний довірчий рівень. З огляду на значення *p*, можна відразу сказати, приймається або відхиляється гіпотеза про те, що істинний коефіцієнт регресії (параметр моделі) дорівнює нулю проти двосторонньої альтернативи, що він відмінний від нуля. Наприклад, якщо виконується тест на рівні значущості 5 %, *p*-значення нижче за 0,05 приймається як доказ, щоб відкинути нульову гіпотезу про те, що коефіцієнт дорівнює нулю.

R-squared – коефіцієнт детермінації, який відображає частку дисперсії залежної змінної y, яка пояснюється за допомогою даного набору екзогенних змінних.

Adjusted R-squared – скоригований коефіцієнт детермінації, який використовується в тому випадку, якщо R^2 близько до одиниці. Це пов'язано з тим, що з додаванням у модель додаткових регресорів R^2 ніколи не буде зменшуватися. Скорегований показник R^2 показує вплив додаткових регресорів на модель, і його значення завжди менше, ніж R^2 (у моделях з низькою кореляцією може бути від'ємним). Додавання до функції регресії пояснювальної змінної буде розглядатися як корисне, якщо у відповідь скорегований коефіцієнт детермінації збільшиться.

S.E. of regression – стандартна помилка регресії.

Sum squared residuals – сума квадратів залишків (*RSS*). Даний показник наводиться у вікні регресії для зручності користувача, оскільки використовується для розрахунків статистичних характеристик регресії.

Log likelihood – коефіцієнт максимальної правдоподібності, що розраховується за формулою:

$$l = -\frac{n}{2}\left(1 + \log(2\pi) + \log\left(\frac{1}{n}\sum e_i^2\right)\right),$$

де e_i^2 – квадрат похибки (залишку) моделі; n – обсяг вибірки.

F-statistic – F-статистика (статистика Фішера). За допомогою F-статистики в припущенні, що залишки моделі розподілені нормально, перевіряється гіпотеза про значущість регресії в цілому, тобто перевіряється нульова гіпотеза про те, що коефіцієнти при всіх екзогенних змінних, включених до моделі, крім вільного члена, значущо відрізняються від нуля.

Prob (F-statistic) – критичне значення для F-статистики. Якщо P-значення менше, ніж рівень значущості, на якому перевіряється нульова гіпотеза, то гіпотезу про те, що всі коефіцієнти моделі дорівнюють нулю, можна відкинути на цьому рівні значущості. Пам'ятайте, що регресія може бути значущою, навіть якщо кожен коефіцієнт окремо не значущий.

Mean dependent var – середнє значення залежної змінної.

S.D. dependent var – стандартне відхилення залежної змінної.

Akaike info criterion – інформаційний критерій Акайке (*AIC*), що розраховується за формулою:

$$AIC = -\frac{2l}{n} + \frac{2k}{n},$$

де l – коефіцієнт максимальної правдоподібності, k – кількість оцінюваних в моделі параметрів.

Інформаційний критерій Акайке використовують для вибору найкращої моделі з деякого набору альтернативних моделей – чим менше значення критерію, тим краща модель.

Schwarz criterion – інформаційний критерій Шварца (*SC*), що розраховується за формулою:

$$SC = -\frac{2l}{n} + \frac{k \cdot log(n)}{n}.$$

Інформаційний критерій Шварца завжди обирає кращу модель із числом параметрів, що не перевищує число параметрів у моделі, яка була обрана за критерієм Акайке. Крім того, критерій Шварца є асимптотично обґрунтованим, тоді як інформаційний критерій Акайке зміщений у бік вибору перепараметризованої моделі.

Durbin-Watson stat – статистика Дарбіна – Уотсона.

Лабораторна робота 2
Побудова економетричної моделі в умовах мультиколінеарності, автокореляції, гетероскедастичності

Мета – закріплення теоретичного та практичного матеріалу за темою «Множинна регресія», набуття навичок побудови й аналізу багатофакторних економетричних моделей у модулі *Multiple Regression*.

Завдання – необхідно перевірити наявність лінійного множинного зв'язку між відповідними показниками в модулі *Multiple Regression* ППП Statistica за такою послідовністю дій.

1. Побудувати лінійну багатофакторну економетричну модель (включити всі відповідні фактори) та визначити всі її характеристики. Перевірити статистичну значущість параметрів моделі, коефіцієнта множинної кореляції. Перевірити адекватність моделі за допомогою критерію Фішера.

2. Перевірити модель на наявність мультиколінеарності. Навести матрицю парних кореляцій для факторних ознак. За методом Фаррара – Глобера оцінити суттєвість мультиколінеарності.

3. Навести результати дослідження моделі за критерієм Дарбіна – Уотсона та нециклічного коефіцієнта автокореляції. Зробити висновки щодо наявності автокореляції. Побудувати гістограму та графік розподілу похибок. Навести групування даних за значеннями похибок, дати економічну інтерпретацію.

4. Перевірити модель на наявність гетероскедастичності за критерієм Гольдфельда – Квандта, тестів Глейзера та Спірмена. Зробити висновки щодо наявності чистої, мішаної та повної гетероскедастичності. Провести графічний аналіз.

5. Зробити висновки щодо адекватності побудованої багатофакторної моделі, дати економічну інтерпретацію моделі в цілому.

6. Побудувати та дати інтерпретацію моделей, заснованих на методі покрокового включення та покрокового виключення змінних.

7. Якщо в моделі присутня мультиколінеарність, то для оцінювання параметрів використати метод ридж-регресії. Визначити всі характеристики моделі. Навести графіки зміни значень оцінок параметрів ридж-моделі залежно від значення параметра. Оцінити ступінь зсуву оцінок.

8. Якщо в моделі присутня автокореляція чи гетероскедастичність, то для оцінювання параметрів використати відповідні методи її корегування й усунення.

9. Зробити порівняльний аналіз побудованих моделей. Визначити найбільш адекватну й економічно інтерпретовану модель.

Методичні рекомендації

Для побудови та всебічного аналізу множинних лінійних економетричних моделей у ППП *Statistica* передбачений модуль *Multiple Regression* (Множинна регресія). Розглянемо порядок роботи в даному модулі для побудови багатофакторної моделі.

1. Запуск *Statistica* та підготовка даних.

У меню програм оберіть програму *Statistica*, після її запуску виберіть у меню пункт *File* / *New* для підготовки власних даних. Перед вами з'явиться діалогове вікно, в якому необхідно вказати кількість змінних (*Number of variables*) і кількість випадків (*Number of Cases*). Після введення натисніть кнопку вікна OK. Після заповнення всіх комірок поля даних отримаємо таблицю, аналогічну наведеній на рис. 10.28.

	1 X1	2 X2	3 X3	4 Y
1	0,45	0,83	0,69	0,13
2	0,81	0,8	0,83	0,77
3	0,46	0,66	0,16	0,25
4	1,08	1,11	0,65	0,5
5	0,39	0,67	0,34	0,12
6	0,18	0,19	0,82	0,22
7	0,54	0,35	5,36	0,82
8	0,46	0,23	0,54	0,91
9	0,87	0,81	1,94	0,96
10	0,71	0,9	0,22	0,16
11	0,07	0,13	0,83	0,11
12	0,14	0,24	0,35	0,02
13	0,03	0,05	0,66	0,01
14	0,136	0,176	0,18	0,043
15	0,073	0,064	0,16	0,969
16	0,105	0,066	0,65	0,172
17	0,15	0,182	0,34	0,108
18	0,189	0,359	0,82	0,064
19	9,155	1,234	0,79	4,654
20	4,744	0,339	0,43	0,076
21	63,898	16,332	0,15	25,152
22	7,314	1,004	0,03	1,087
23	0,85	0,453	0,126	0,024
24	0,184	2,635	0,445	0,914
25	0,01	0,031	0,087	0,001

Рис. 10.28. **Вихідні дані**

На рис. 10.28 $x1, x2, x3$ – факторні незалежні змінні, y – результівна залежна змінна.

2. Побудова лінійної багатофакторної економетричної моделі. Щоб почати обчислювальні процедури, необхідно ввійти в позицію меню *Statistics* / *Multiple Regression*. Після підтвердження вибору модуля перед вами з'явиться стартова панель даного модуля, де необхідно задати змінні для аналізу. Ініціюйте кнопку *Variables* (Змінні) й у вікні, що з'явилося, укажіть *Dependent* (залежну) й Independent (незалежну) змінні для побудови багатофакторної регресійної моделі. Вибір змінних поданий на рис. 10.29. Після вказівки змінних підтвердіть свій вибір натисканням *OK*.

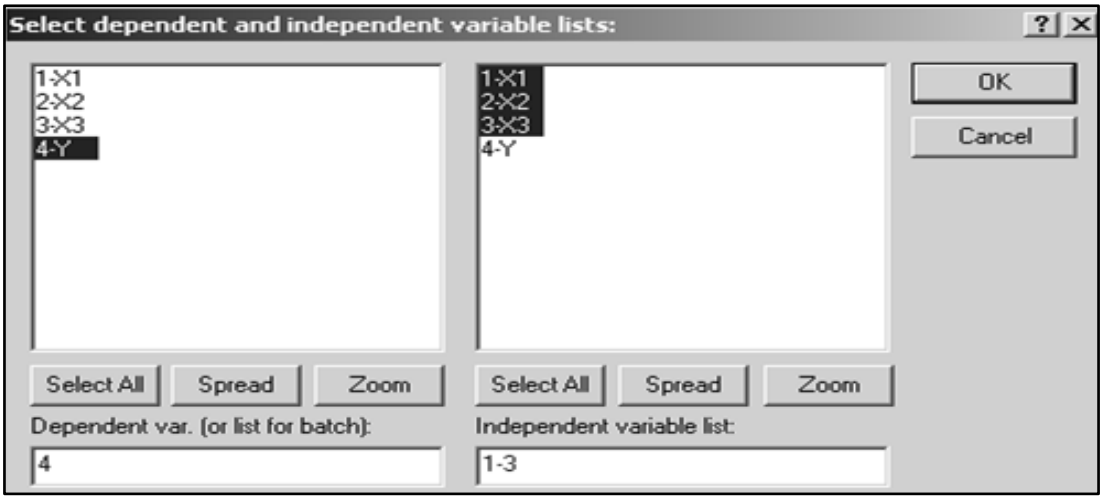


Рис. 10.29. **Вибір змінних для аналізу**

Побудуємо лінійну багатофакторну економетричну модель і визначимо всі її характеристики. Перевіримо статистичну значущість параметрів моделі й адекватність моделі за критерієм Фішера. Результати побудови моделі наведені на рис. 10.30.

	Regression Summary for Dependent Variable: Y (Spr38) R= ,99329417 R?= ,98663330 Adjusted R?= ,98472378 F(3,21)=516,69 p<0,0000 Std.Error of estimate: ,61913					
N=25	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(21)	p-level
Intercept			-0,159728	0,165543	-0,964874	0,345589
X1	0,747946	0,119810	0,293843	0,047069	6,242776	0,000003
X2	0,253338	0,119732	0,396141	0,187223	2,115880	0,046472
X3	0,036745	0,025417	0,175450	0,121359	1,445707	0,163019

Рис. 10.30. **Результати багатофакторного регресійного аналізу**

3. Перевірка моделі на наявність мультиколінеарності.

Наступним кроком дослідження багатофакторної регресійної моделі є перевірка наявності мультиколінеарності в моделі. Одним із способів перевірки моделі на мультиколінеарність є розрахунок матриці парних кореляцій. У меню аналізу моделі (рис. 10.31) ініціюйте *кнопку Descriptive statistics* / *Correlations* (Описові статистики / Кореляція).

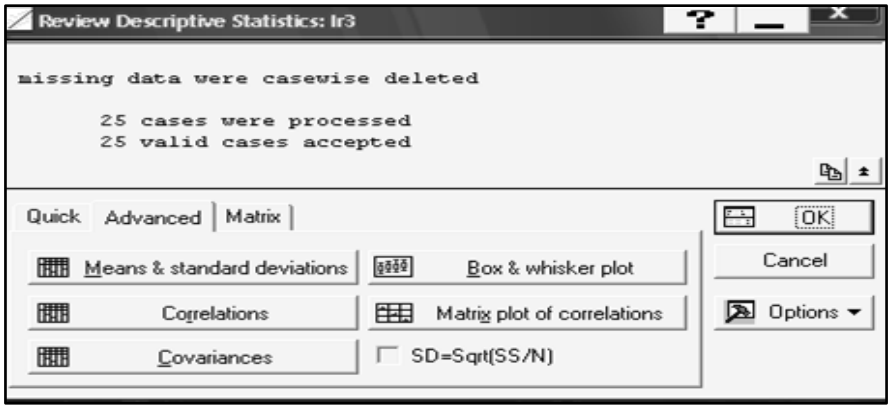


Рис. 10.31. **Вікно вибору оцінки кореляційної залежності**

Матриця коефіцієнтів парних кореляцій наведена на рис. 10.32.

Variable	Correlations (Spr38)			
	X1	X2	X3	Y
X1	1,000000	0,977544	-0,120649	0,991162
X2	0,977544	1,000000	-0,115205	0,980255
X3	-0,120649	-0,115205	1,000000	-0,082679
Y	0,991162	0,980255	-0,082679	1,000000

Рис. 10.32. **Матриця коефіцієнтів парних кореляцій**

Коефіцієнти парних кореляцій свідчать про сильний ступінь лінійного взаємозв'язку між досліджуваними парами змінних. Для оцінювання ступеня мультиколінеарності використовують алгоритм Фаррара – Глобера. Для розрахунку загального ступеня мультиколінеарності оцінюють критерій χ^2 за формулою $\chi^2 = [n - 1 - 1/6(2m + 5)]ln|r_{xx}|$. Таким чином, визначник матриці парних кореляцій дорівнює $|r_{xx}| = 0.043754$, а критерій χ^2 має вигляд:

$$\chi^2 = [25 - 1 - 1/6(2 \cdot 3 + 5)]ln|0.043754|.$$

Необхідно порівняти значення χ^2 з табличним з $k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (m-1) = 3$ ступенями свободи та рівнем значущості α. Якщо $\chi^2 > \chi^2_{\text{табл}}$, то в масиві незалежних змінних існує мультиколінеарність, $\chi^2_{\text{табл}} = 7{,}8$. Таким чином, $\chi^2 > \chi^2_{\text{табл}}$, тобто система незалежних показників знаходиться під впливом значного ступеня мультиколінеарності.

Для розрахунку кожної пари незалежних змінних (t-критерій) використовують частинні коефіцієнти кореляції між факторними змінними й їх статистичну значущість. З метою їх розрахунку необхідно дослідити модель без залежної змінної, зробивши одну з факторних змінних залежною, та визначити дані характеристики (рис. 10.33).

Variable	Variables currently in the Equation; DV: X1 (lr3)						
	Beta in	Partial Cor.	Semipart Cor.	Tolerance	R-square	t(22)	p-level
X2	0,976606	0,977242	0,970104	0,986728	0,013272	21,60825	0,000000
X3	-0,008139	-0,038366	-0,008085	0,986728	0,013272	-0,18008	0,858735

Variable	Variables currently in the Equation; DV: X2 (lr3)						
	Beta in	Partial Cor.	Semipart Cor.	Tolerance	R-square	t(22)	p-level
X1	0,977879	0,977242	0,970736	0,985444	0,014556	21,60825	0,000000
X3	0,002775	0,013073	0,002755	0,985444	0,014556	0,06132	0,951656

Рис. 10.33. **Оцінка рівня зв'язку між незалежними змінними**

Таким чином, значення коефіцієнтів частинних кореляцій дорівнює: $r_{12} = 0.9772, r_{13} = -0.038366, r_{23} = 0.013073$. Значущість частинних коефіцієнтів кореляції за допомогою t-критерію Стьюдента: $t_{12} = 21.60825, t_{13} = -0.18003, t_{23} = 0.06132$ Значення критеріїв t_{ij} порівнюємо з табличним при (n – m) ступенях свободи та рівні значущості α. Якщо $t_{ij} > t_{\text{табл}}$, то між незалежними змінними x_i і x_j існує мультиколінеарність. $t_{\text{табл}} = 2.07$, отже $t_{12} > t_{\text{табл}}$. Можна зробити висновок, що між змінними x_1 і x_2 існує тісний лінійний зв'язок (мультиколінеарність).

4. Розрахунок та дослідження моделі на наявність автокореляції.

Для даного аналізу необхідно розрахувати теоретичні значення залежної змінної та помилки моделі, навести результати дослідження моделі за критерієм Дарбіна – Уотсона та нециклічного коефіцієнта автокореляції, зробити висновки про наявність автокореляції.

У меню аналізу помилок, ініціювавши кнопку *Advanced / Durbin-Watson statistic* (Статистика Дарбіна – Уотсона), отримуємо значення автокореляції помилок моделі за критерієм Дарбіна – Уотсона (DW) та значення нециклічного коефіцієнта автокореляції (рис. 10.34).

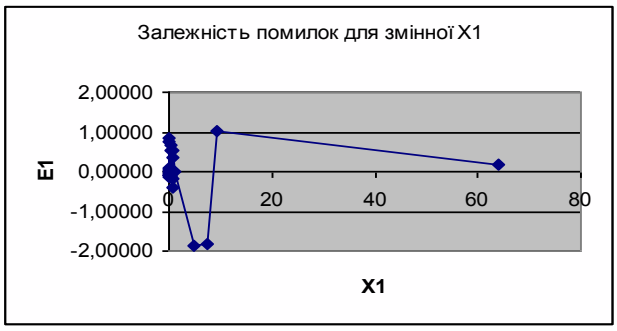
	Durbin-Watson d (Spr3 and serial correlation of	
	Durbin-Watson d	Serial Corr.
Estimate	2,464231	-0,238982

Рис. 10.34. **Автокореляція помилок моделі**

Значення отриманих коефіцієнтів порівнюють із табличними значеннями та роблять висновки про наявність у моделі автокореляції помилок. Так, за критерієм (DW) маємо зону невизначеності автокореляції, а нециклічний коефіцієнт говорить про незначну ступінь від'ємної автокореляції. Тому для більш детального аналізу необхідно використати інші критерії. Для подальшого всебічного аналізу помилок необхідно побудувати гістограму та графік розподілу помилок на нормальному ймовірнісному папері.

5. Розрахунок і дослідження моделі на наявність гетероскедастичності помилок.

Проведемо непараметричний тест Гольдфельда-Квандта, який базується на кількості піків у динаміці значень помилок моделі після ранжування їх за незалежною змінною. Графіки залежності помилок від відповідних факторів наведені на рис. 10.35.



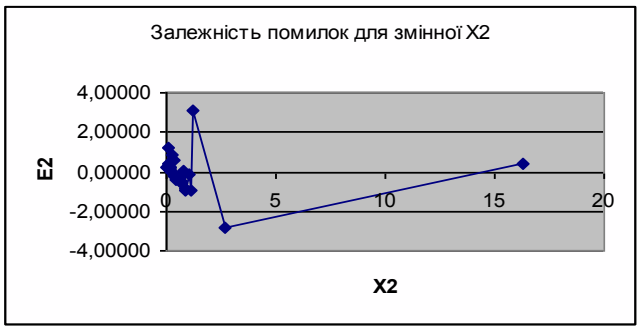
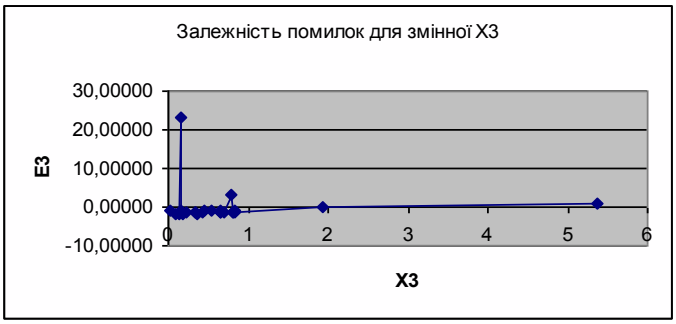


Рис. 10.35. **Графіки залежності помилок від відповідних факторів**



Закінчення рис. 10.35

Аналізуючи дані залежності помилок, можна зробити висновок про наявність гетероскедастичності, тобто про непостійність дисперсії помилок.

Більш детальний аналіз наявності гетероскедастичності й її ступеня визначимо за тестом Глейзера. Побудуємо залежність похибок від факторних змінних відповідно до рівнянь критерію. Результати тесту Глейзера на наявність мішаної та чистої гетероскедастичності наведені на рис. 10.36.

Regression Summary for Dependent Variable: [e1] (lr3)
R= ,05237808 R?= ,00274346 Adjusted R?= -----
F(1,23)=,06327 p<,80363 Std.Error of estimate: ,53299

N=25	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(23)	p-level
Intercept			0,394336	0,111223	3,545449	0,001726
X1	0,052378	0,208228	0,002146	0,008533	0,251542	0,803629

Regression Summary for Dependent Variable: [e2] (lr3)
R= ,07307379 R?= ,00533978 Adjusted R?= -----
F(1,23)=,12347 p<,72850 Std.Error of estimate: ,78577

N=25	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(23)	p-level
Intercept			0,587942	0,168137	3,496810	0,001943
X2	0,073074	0,207957	0,017593	0,050068	0,351389	0,728495

Regression Summary for Dependent Variable: [e3] (lr3)
R= ,13274669 R?= ,01762168 Adjusted R?= -----
F(1,23)=,41257 p<,52702 Std.Error of estimate: 4,5063

N=25	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(23)	p-lev
Intercept			2,611632	1,092332	2,390878	0,025
X3	-0,132747	0,206669	-0,563166	0,876775	-0,642315	0,527

а) $|e_i| = a_0 + a_1 x_i$

Regression Summary for Dependent Variable: [e1] (lr3)
R= ,21702840 R?= ,04710133 Adjusted R?= ,00567095
F(1,23)=1,1369 p<,29738 Std.Error of estimate: ,52100

N=25	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(23)	p-level
Intercept			0,452898	0,114490	3,95580	0,000628
1/X1	-0,217028	0,203545	-0,005604	0,005256	-1,06625	0,297378

Regression Summary for Dependent Variable: [e2] (lr3)
R= ,19341915 R?= ,03741097 Adjusted R?= -----
F(1,23)=,89389 p<,35425 Std.Error of estimate: ,77300

N=25	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(23)	p-leve
Intercept			0,716836	0,192154	3,730523	0,0010
1/X2	-0,193419	0,204577	-0,019626	0,020758	-0,945460	0,3542

Regression Summary for Dependent Variable: [e3] (lr3)
R= ,05544583 R?= ,00307424 Adjusted R?= -----
F(1,23)=,07093 p<,79237 Std.Error of estimate: 4,5396

N=25	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(23)	p-level
Intercept			2,051130	1,097217	1,869393	0,074354
1/X3	0,055446	0,208194	0,037272	0,139954	0,266319	0,792367

б) $|e_i| = a_0 + a_1 x_i^{-1}$

Regression Summary for Dependent Variable: [e1] (lr3)
R= ,06945998 R?= ,00482469 Adjusted R?= -----
F(1,23)=,11151 p<,74146 Std.Error of estimate: ,53243

N=25	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(23)	p-level
Intercept			0,409882	0,108868	3,764946	0,001007
$X1^2$	-0,069460	0,208011	-0,000045	0,000133	-0,333925	0,741462

Regression Summary for Dependent Variable: [e2] (lr3)
R= ,03287151 R?= ,00108054 Adjusted R?= -----
F(1,23)=,02488 p<,87604 Std.Error of estimate: ,78745

N=25	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(23)	p-level
Intercept			0,614315	0,161128	3,812582	0,000895
$X2^2$	-0,032872	0,208402	-0,000476	0,003019	-0,157731	0,876045

Regression Summary for Dependent Variable: [e1] (lr3)
R= ,27798613 R?= ,07727629 Adjusted R?= ,03715787
F(1,23)=1,9262 p<,17847 Std.Error of estimate: ,51269

N=25	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(23)	p-level
Intercept			0,303643	0,124775	2,433514	0,023134
sqrt(X1)	0,277986	0,200296	0,089787	0,064694	1,387878	0,178474

Regression Summary for Dependent Variable: [e2] (lr3)
R= ,22812152 R?= ,05203943 Adjusted R?= ,01082375
F(1,23)=1,2626 p<,27275 Std.Error of estimate: ,76710

N=25	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(23)	p-level
Intercept			0,421936	0,226354	1,864051	0,075129
sqrt(X2)	0,228122	0,203016	0,232786	0,207168	1,123660	0,272749

Рис. 10.36. **Результати тесту Глейзера**

N=25	Regression Summary for Dependent Variable: [e3] (lr3) R= ,07166125 R?= ,00513533 Adjusted R?= ----- F(1,23)=,11872 p<,73356 Std.Error of estimate: 4,5349					
	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(23)	p-level
Intercept			2,301906	0,941230	2,445636	0,022530
$X3^2$	-0,071661	0,207978	-0,055857	0,162110	-0,344561	0,733555

в) $|e_i| = a_0 + a_1 x_i^2$

N=25	Regression Summary for Dependent Variable: [e3] (lr3) R= ,18949174 R?= ,03590712 Adjusted R?= ----- F(1,23)=,85662 p<,36430 Std.Error of estimate: 4,4642					
	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(23)	p-level
Intercept			3,65918	1,797555	2,035643	0,053465
sqrt(X3)	-0,189492	0,204737	-1,98297	2,142499	-0,925539	0,364296

г) $|e_i| = a_0 + a_1 x_i^{1/2}$

Закінчення рис. 10.36

Рішення про наявність гетероскедастичності приймається на основі статистичної значущості коефіцієнтів моделі a_0 й a_1 за t-критерієм Стьюдента. Отже, можемо зробити висновок про наявність змішаної гетероскедастичності в моделі за відповідними факторами.

6. Побудова моделей за методами покрокового включення та виключення.

В умовах мультиколінеарності незалежних змінних ефективним методом оцінювання параметрів економетричних моделей є реалізація покрокової регресії, яка передбачає оцінювання параметрів моделі через коефіцієнти кореляцій. У модулі *Multiple Regression* реалізовано метод покрокового включення змінних (*Forward stepwise*) та метод покрокового виключення (*Backward stepwise*). Вибір методів здійснюється на стартовій панелі у меню Advanced ініціюванням опції *Advanced options* (*stepwise or ridge regression*). Після закінчення процедури покрокової регресії в нижній інформаційній частині вікна стане активною опція *Stepwise regression summary* (Результати покрокової регресії). Натиснувши дану опцію, отримаємо таблицю результатів покрокової регресії (рис. 10.37), де відображена адекватність моделі на кожному з етапів і зміна характеристик моделі для кожного кроку.

Variable	Summary of Stepwise Regression; DV: Y (lr3)						
	Step +in/-out	Multiple R	Multiple R-square	R-square change	F - to entr/rem	p-level	Variables included
X1	1	0,991162	0,982402	0,982402	1283,945	0,000000	1
X2	2	0,992624	0,985303	0,002901	4,343	0,048989	2
X3	3	0,993294	0,986633	0,001330	2,090	0,163019	3

Рис. 10.37. **Результати покрокової регресії включення**

Результати реалізації покрокової регресії виключення для кожного етапу подані на рис. 10.38.

Variable	Summary of Stepwise Regression; DV: Y (lr3)						
	Step +in/-out	Multiple R	Multiple R-square	R-square change	F - to entr/rem	p-level	Variables included
X3	-1	0,992624	0,985303	-0,001330	2,090069	0,163019	2
X2	-2	0,991162	0,982402	-0,002901	4,342880	0,048989	1

Рис. 10.38. **Результати покрокової регресії виключення**

Регресійна модель методом покрокового виключення змінних подана на рис. 10.39.

N=25	Regression Summary for Dependent Variable: Y (Spreadsheet1 R= ,99116180 R?= ,98240171 Adjusted R?= ,98163656 F(1,23)=1283,9 p<0,0000 Std.Error of estimate: ,67882					
	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(23)	p-level
Intercept			0,081243	0,141654	0,57353	0,571850
X1	0,991162	0,027661	0,389395	0,010867	35,83218	0,000000

Рис. 10.39. **Регресійна модель за методом покрокового виключення**

Аналіз побудованих моделей дозволить вибрати найбільш адекватну модель із точки зору опису реальних економічних процесів, їх взаємозв'язків і цілей розв'язання задач.

7. Побудова моделі на основі методу ридж-регресії.

Одним із методів, який дозволяє скорегувати матрицю незалежних змінних за наявності в моделі мультиколінеарності, є метод ридж-регресії. У модулі *Multiple Regression* реалізацію даного методу можна здійснити на стартовій панелі у меню *Advanced* ініціюванням опції *Advanced options* (*stepwise or ridge regression*). Для вибору методу ридж-регресії та параметра зсуву λ у меню *Advanced* необхідно ініціювати опцію *Ridge regression*; *lambda* (рис. 10.40).

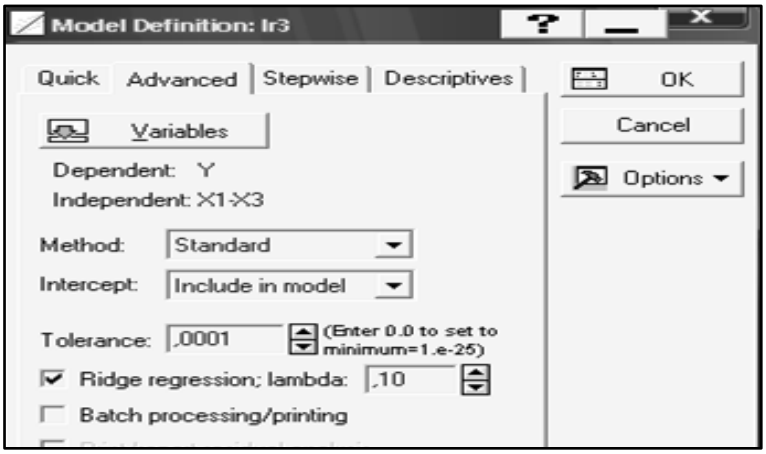


Рис. 10.40. **Вибір методу ридж-регресії та параметра зсуву λ**

Результати регресійних моделей методом ридж-регресії (адекватність, статистична значущість) із різними значеннями параметра зсуву λ отримаємо, ініціювавши опцію *Summary*: *Regression results* (рис. 10.41).

N=25	Ridge Regression Summary for Dependent Variable: Y (lr3) l=,10000 R= ,96780176 R?= ,93664024 Adjusted R?= ,92758884 F(3,21)=103,48 p<,00000 Std.Error of estimate: 1,3480					
	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(21)	p-level
Intercept			-0,127295	0,342878	-0,371254	0,714167
X1	0,521135	0,114292	0,204737	0,044902	4,559671	0,000171
X2	0,430861	0,114231	0,673730	0,178621	3,771846	0,001120
X3	0,027120	0,052697	0,129493	0,251613	0,514651	0,612171

Рис. 10.41. **Ридж-регресія при λ = 0,1**

Графік гребеневого сліду оцінок параметрів, який відображає ступінь зміщення оцінок регресійної моделі, наведений на рис. 10.42.

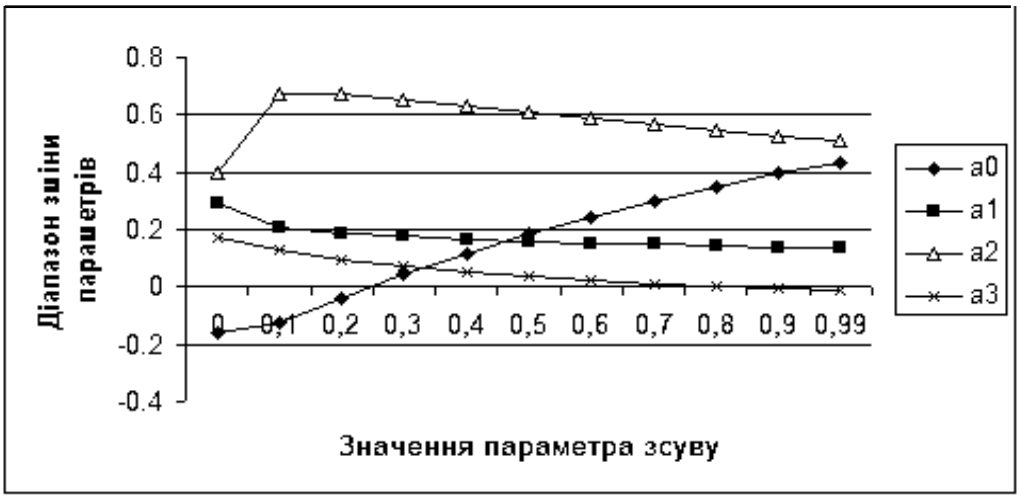


Рис. 10.42. **Графік гребеневого сліду оцінок параметрів**

8. Прогнозування.

Результати прогнозування для трифакторної й однофакторної економетричної моделі наведені на рис. 10.43. Прогнозне значення залежної змінної (*Predicted)* для трифакторної моделі = 1,5315; і довірчі інтервали для прогнозного значення: 1,2740 ≤ 1,5315 ≤ 1,7891.

Прогнозне значення залежної змінної (*Predicted*) для однофакторної моделі = 1,5298; довірчі інтервали для прогнозного значення:

$$1{,}2489 \leq 1{,}5298 \leq 1{,}8106.$$

Variable	Predicting Values for (lr3) variable: Y		
	B-Weight	Value	B-Weight * Value
X1	0,293843	3,720000	1,093096
X2	0,396141	1,200000	0,475369
X3	0,175450	0,700000	0,122815
Intercept			-0,159728
Predicted			1,531552
-95,0%CL			1,274027
+95,0%CL			1,789077

Variable	Predicting Values for (lr3) variable: Y		
	B-Weight	Value	B-Weight * Value
X1	0,389395	3,720000	1,448548
Intercept			0,081243
Predicted			1,529791
-95,0%CL			1,248942
+95,0%CL			1,810640

Рис. 10.43. **Результати прогнозу**

Таким чином, можна зробити висновки, що прогнози за моделями майже не відрізняються, однак довірчі інтервали зміни залежної змінної для однофакторної моделі є більш широкими.

Лабораторна робота 3
Побудова нелінійної регресійної моделі в середовищі *EViews*

Мета – закріплення теоретичного та практичного матеріалу за темою «Нелінійна регресія. Вибір і порівняння регресійних моделей», набуття навичок побудови й аналізу нелінійних регресійних моделей у пакеті *EViews.*

Завдання – на даних вітчизнянї статистики необхідно побудувати та проаналізувати криву Енгеля, використовуючи пакет *Eviews 3.1.*

Закон Енгеля (*Engel's law*) встановлює, що частка витрат на продовольчі товари в міру зростання доходу падає, оскільки продукти харчування належать до товарів першої необхідності (necessary goods) [34].

Під кривою Енгеля для товарів першої необхідності розуміють геометричне місце точок, описуваних співвідношенням $y = a_0 - a_1 \frac{1}{x}$, де y – частка витрат на продовольчі товари в загальному обсязі витрат; x – показник доходу населення. Вихідні дані для побудови моделі подані на рис. 10.44.

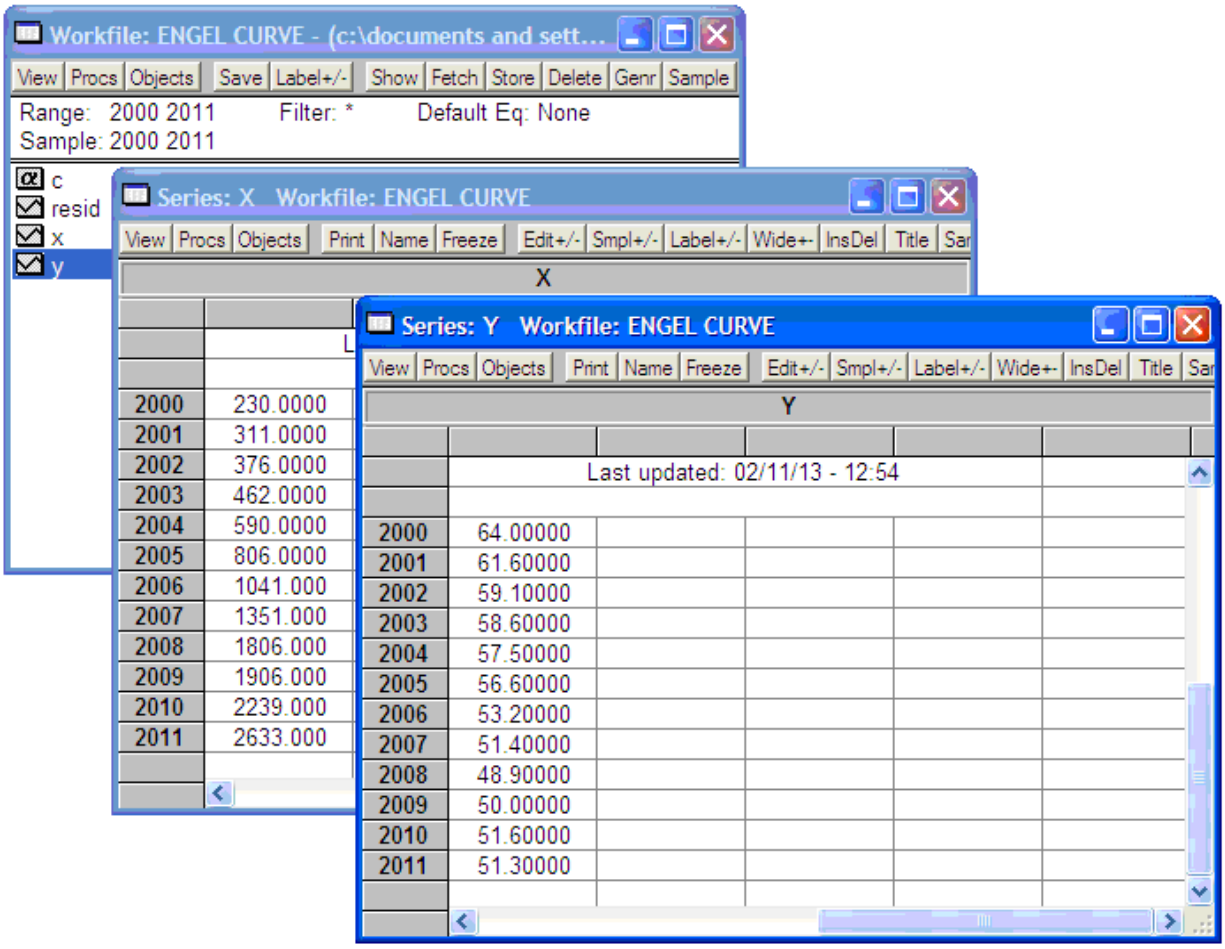


Рис. 10.44. **Вихідні дані для побудови моделі**

1. Оцінювання нелінійної регресії у ППП *EViews*.

Для того щоб побудувати модель нелінійної регресії в пакеті *Eviews*, слід скористатися пунктом головного меню програми *Quick*, підменю *Estimate Equation* (рис. 10.45).

У полі *Equation Specification* слід задати специфікацію моделі. Слід пам'ятати, що за замовчуванням вектор параметрів моделі в програмі зберігається в об'єкті *C*. Відповідно, всі параметри моделі повинні носити назви *c(1), c(2), c(3)* і т. д. Формула, яка вноситься в поле *Equation Specification,* може включати тільки змінні зі списку об'єктів, які є у книзі. У даному випадку в книзі є тільки змінні *x, y*, вектор параметрів *C* і залишки моделі *Resids* (див. рис. 10.44). Таким чином, у полі *Equation Specification* вводимо *Y = c (1) -c (2) * 1/x*.

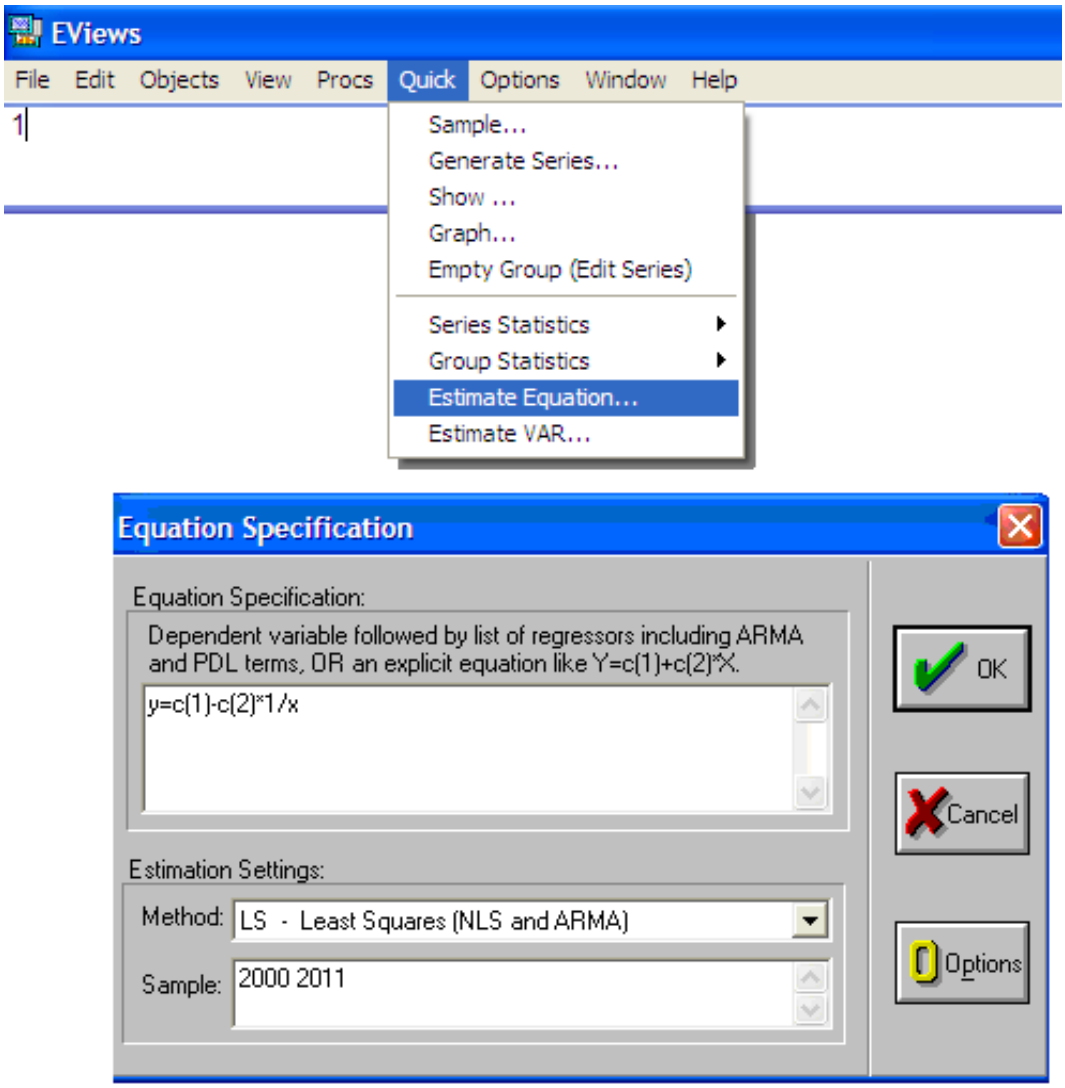


Рис. 10.45. **Введення специфікації моделі**

У ніжній частині вікна *Estimate Equation* обираємо метод, який буде використано для розрахунку параметрів моделі (рис. 10.46):

LS – Least Squares – метод найменших квадратів (МНК);

TSLS – Two-Stage Least Squares – Двокроковий МНК;

ARCH – Autoregressive Conditional Heteroskedasticity – модель з умовною авторегресійною гетероскедастичністю;

GMM – Generalized Method of Moments – узагальнений метод моментів;

BINARY – Binary choice (logit, probit, extreme value) – моделі бінарного вибору;

ORDERED – Ordered Choice – моделі порядкового вибору;

CENSORED – Censored Data (tobit) – цензуровані дані (тобіт-моделі);

COUNT – Integer count data – моделі рахункових даних.

Оскільки крива Енгеля належить до лінеаризованих функцій (як і більшість функцій, що використовуються у економіці), скористаємося методом найменших квадратів (*LS – Least Squares*).

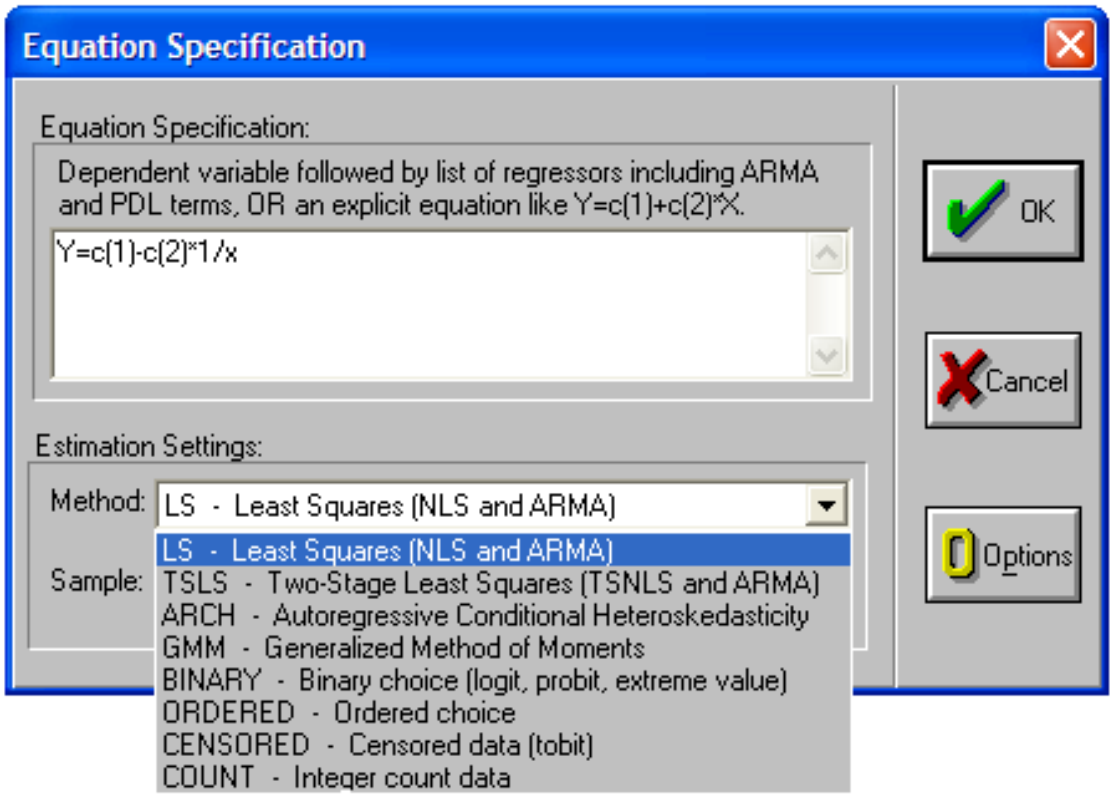
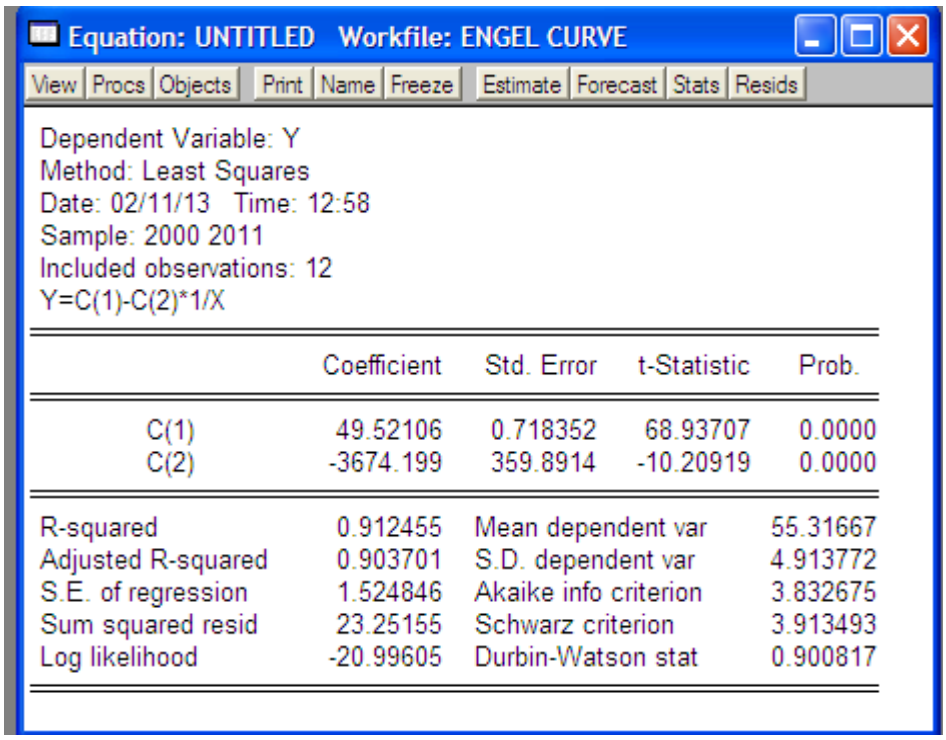


Рис. 10.46. **Вибір методу розрахунку**

З натисканням на *OK* в окремому вікні робочої книги з'являються результати моделювання (рис. 10.47). У табл. 10.2 наведено переклад основних полів віконця результатів моделювання.



Equation: UNTITLED Workfile: ENGEL CURVE

View | Procs | Objects | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 02/11/13 Time: 12:58
Sample: 2000 2011
Included observations: 12
Y=C(1)-C(2)*1/X

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	49.52106	0.718352	68.93707	0.0000
C(2)	-3674.199	359.8914	-10.20919	0.0000

R-squared	0.912455	Mean dependent var	55.31667
Adjusted R-squared	0.903701	S.D. dependent var	4.913772
S.E. of regression	1.524846	Akaike info criterion	3.832675
Sum squared resid	23.25155	Schwarz criterion	3.913493
Log likelihood	-20.99605	Durbin-Watson stat	0.900817

Рис. 10.47. **Параметри, основні статистки та критерії якості моделі**

Таблиця 10.2

Значення полів вікна результатів моделювання

Dependent Variable: Y	Залежна змінна моделі
Method: Least Squares	Метод розрахунку (у нас МНК)
Sample: 2000 2011	Вибірка
Included observations: 12	Кількість спостережень у вибірці
Y=C(1)-C(2)*1/X	Специфікація моделі
Coefficient C(1) C(2)	Параметри (коефіцієнти) моделі
Std. Error	Стандартні помилки оцінювання параметрів моделі
t-Statistic	Значення критерію Стьюденту для оцінки значущості параметрів моделі
Prob.	Рівень довіри за якого слід прийняти гіпотезу щодо незначущості параметрів моделі
R-squared	Коефіцієнт детермінації
Adjusted R-squared	Скорегований коефіцієнт детермінації
S.E. of regression	Стандартна помилка регресії
Sum squared resid	Сума квадратів помилок моделі
Log likelihood	Функція логарифмічної правдоподібності
Mean dependent var	Середнє значення залежної змінної
S.D. dependent var	Стандартне відхілення залежної змінної
Akaike info criterion	Інформаційний критерій Акайка
Schwarz criterion	Критерій Шварцф
Durbin-Watson stat	Статистика Дарбіна – Уотсона

Таким чином, судячи з рис. 10.47, крива Енгеля за досліджуваний період на даних вітчизняної статистики має вигляд:

$$y = 49{,}52 - 3674{,}199\frac{1}{x} + \varepsilon,$$

де ε – помилки моделі.

Параметри моделі значущі за критерієм Стьюдента з ймовірністю, близькою до 1. Коефіцієнт детермінації рівний 0,9124 свідчить про високу якість моделі.

Параметри моделі *c(1)* і *c(2)* статистично значущі за критерієм Стьюдента з ймовірністю понад 0,999. Однак статистика Дарбіна – Уотсона, дорівнена 0,9008, для рівня значущості α = 0,05 % потрапляє в інтервал від 0 до dl (для числа спостережень n = 12 і однієї незалежної змінної m = 1: dl = 0,97, du = 1,33), що свідчить про наявність позитивної автокореляції залишків моделі.

Результати моделювання можна зберегти як окрему робочу книгу (як показано вище) або як об'єкт типу моделі в існуючій робочій книзі. Для цього натискаємо кнопку *Name* на верхній панелі вікна робочої книги з результатами моделювання. Вводимо ім'я, під яким буде зберігатися наша модель (у даному випадку – *engel*). Після цього у вікні робочої книги з'явиться новий об'єкт з таким ім'ям (рис. 10.48).

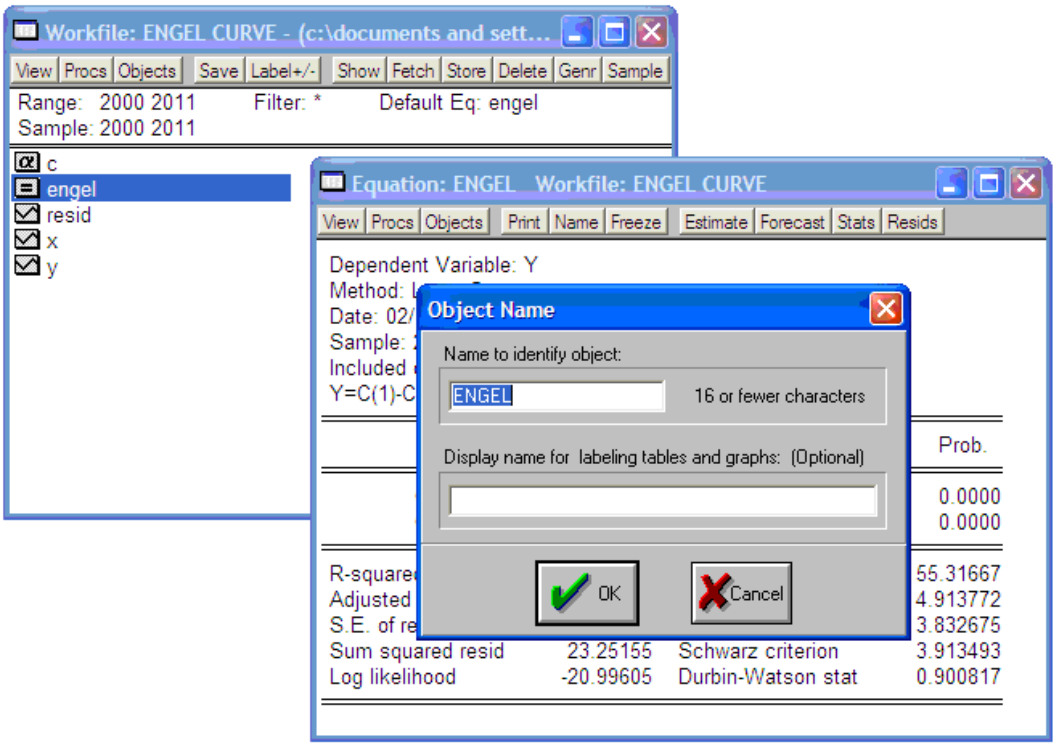


Рис. 10.48. **Збереження отриманих результатів моделювання**

Після збереження за натисканням на об'єкт з ім'ям *engel* відкривається вікно даної моделі (див. рис. 10.47) За допомогою кнопок і пунктів основного меню вікна моделі можна вивести на екран специфікацію моделі (пункт меню *View,* підпункт *Representetions*) (рис. 10.49).

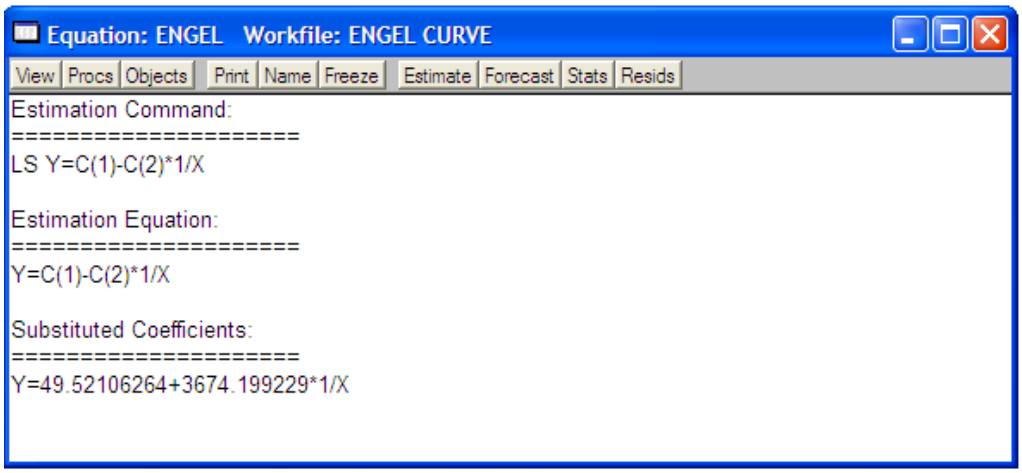


Рис. 10.49. **Специфікація та результат розрахунку параметрів моделі**

Кнопка *Stats* або підпункт меню *View Estimation Output* дозволяють повернутися до результатів моделювання, наведених на рис. 10.47.

2. Дослідження моделі.

Графік вихідних (*Actual*) і модельних (*Fitted*) даних, а також залишків моделювання (*Resids*) можна вивести за допомогою кнопки *Resids* або підпунктів меню *View Actual, Fitted*, *Residual Graph* (рис. 10.50).

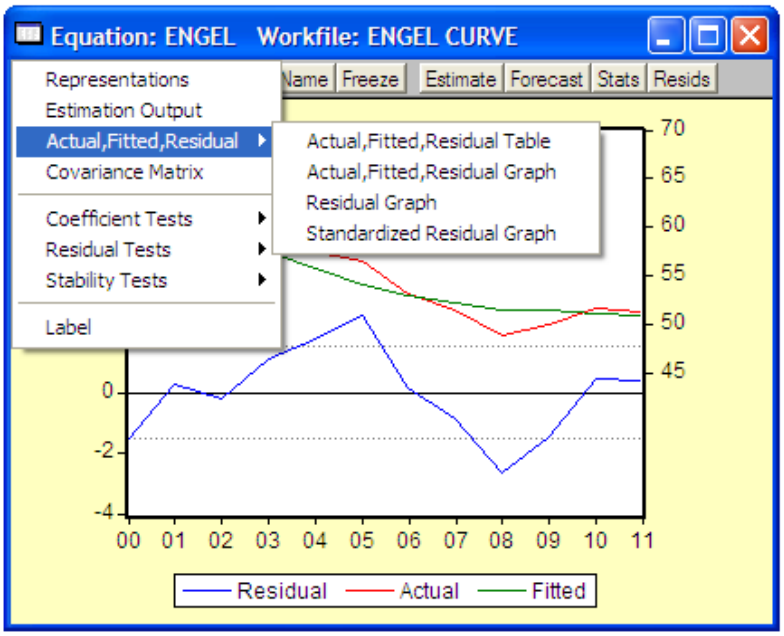
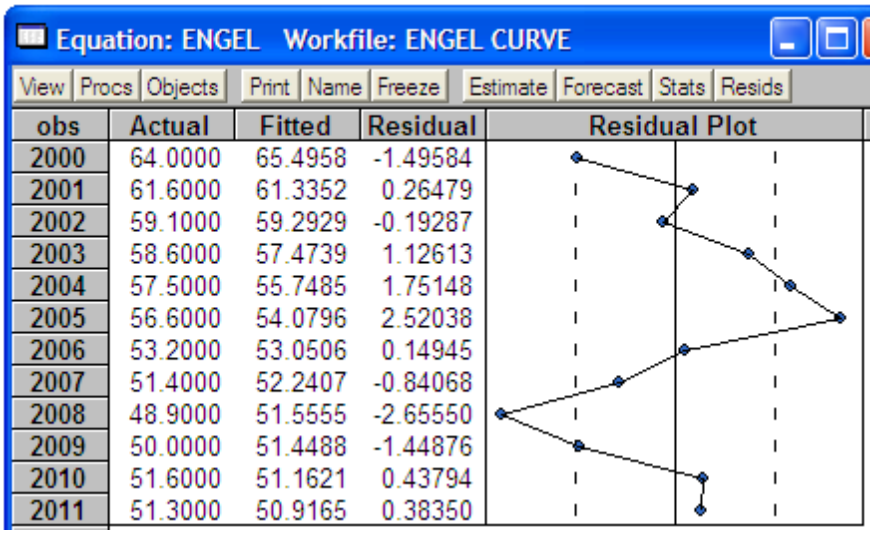


Рис. 10.50. **Графіки вихідних і модельних даних і залишків моделі**

Ті самі дані в табличній формі виводяться на екран шляхом вибору підпункту *Actual, Fitted, Residual Tabl* (рис. 10.51).



obs	Actual	Fitted	Residual
2000	64.0000	65.4958	-1.49584
2001	61.6000	61.3352	0.26479
2002	59.1000	59.2929	-0.19287
2003	58.6000	57.4739	1.12613
2004	57.5000	55.7485	1.75148
2005	56.6000	54.0796	2.52038
2006	53.2000	53.0506	0.14945
2007	51.4000	52.2407	-0.84068
2008	48.9000	51.5555	-2.65550
2009	50.0000	51.4488	-1.44876
2010	51.6000	51.1621	0.43794
2011	51.3000	50.9165	0.38350

Residual Plot

Рис. 10.51. **Таблиця вихідних даних і даних за моделлю та графік помилок моделі**

Кнопка *Estimate* дозволяє повернутися до вікна завдання виду моделі та вибору методу оцінювання параметрів моделі з рис. 10.45.

Кнопка *Forecast* дозволяє використовувати побудовану модель для ретроспективного прогнозу в рамках обраного часового періоду (рис. 10.52). Як видно з рис. 10.52, на екран виводиться графік прогнозних даних і оцінки якості прогнозної моделі.

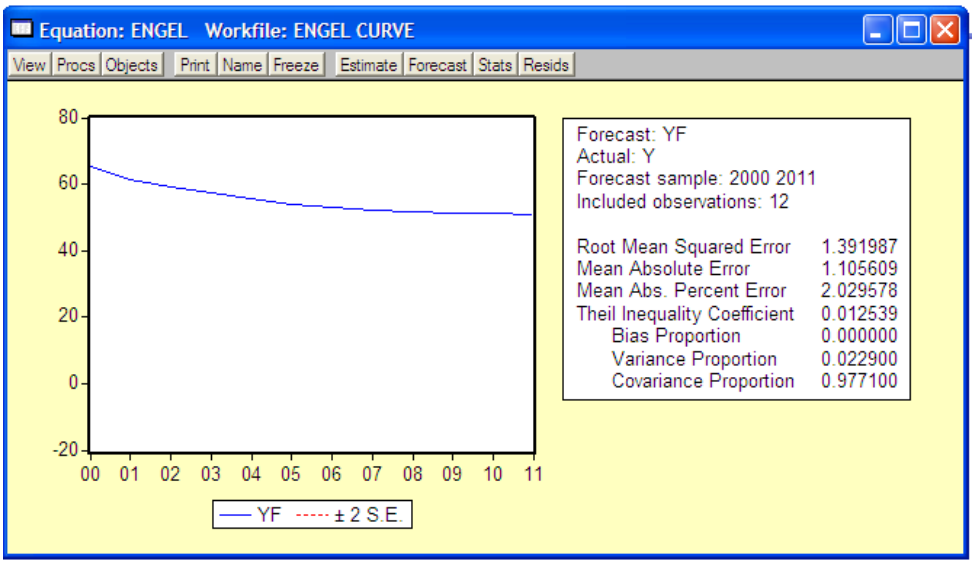


Рис. 10.52. **Результати й оцінка якості побудованої моделі**

Повернемося до змістовного аналізу результатів моделювання за кривою Енгеля.

Як було зазначено, в моделі присутня позитивна автокореляція залишків. Графік залишків моделювання (див. рис. 10.50) дозволяє припустити наявність часового тренда та циклічності в формуванні залишків моделі.

Для усунення автокореляції залишків в моделі потрібно її модифікувати. Створимо, як описано вище, нову змінну – часовий лічильник *t*, що приймає значення 1,2 ... .12 у 2000 – 2011 рр., відповідно (рис. 10.53). Після цього за допомогою головного меню програми *Quick*, підменю *Estimate Equation* задаємо нову специфікацію моделі.

Таким чином, модифікована модель буде мати вигляд:

$$y = 49{,}8 + 3566{,}49\frac{1}{x} - 1{,}82 \cdot \cos(-0{,}67 \cdot t) + \varepsilon,$$

де ε – помилки (залишки) моделі.

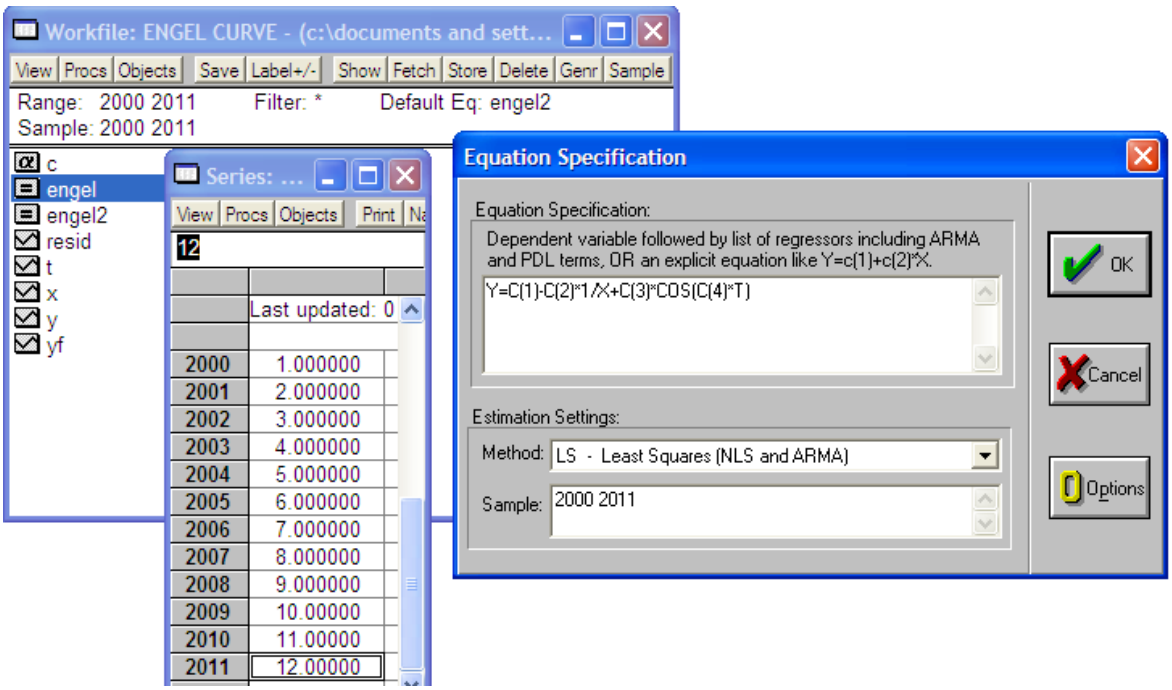


Рис. 10.53. **Модифікація моделі для усунення автокореляції залишків**

Якість моделі покращиться (скорегований коефіцієнт детермінації – 0,97, замість 0,9). Усі параметри моделі, як і раніше, статистично значущі за критерієм Стьюдента з ймовірністю більшою за 0,99.

Статистика Дарбіна – Уотсона дорівнює 2,18 і потрапляє в інтервал від du до 4-du, який свідчить про відсутність автокореляції залишків моделі.

Equation: ENGEL2 Workfile: ENGEL CURVE

View | Procs | Objects | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 02/18/13 Time: 14:44
Sample: 2000 2011
Included observations: 12
Convergence achieved after 1 iterations
Y=C(1)-C(2)*1/X+C(3)*COS(C(4)*T)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	49.80842	0.406940	122.3973	0.0000
C(2)	-3566.493	200.5033	-17.78770	0.0000
C(3)	-1.826769	0.366096	-4.989863	0.0011
C(4)	-0.674053	0.023974	-28.11611	0.0000

R-squared	0.978714	Mean dependent var	55.31667
Adjusted R-squared	0.970732	S.D. dependent var	4.913772
S.E. of regression	0.840647	Akaike info criterion	2.751912
Sum squared resid	5.653502	Schwarz criterion	2.913548
Log likelihood	-12.51147	Durbin-Watson stat	2.185540

Рис. 10.54. **Параметри модифікованої моделі регресії, основні статистики та критерії якості**

На рис. 10.55 наведені графіки вихідних і модельних даних, а також залишків моделювання за модифікованою моделлю. Візуальний аналіз графіка також підтверджує випадковість помилок моделі.

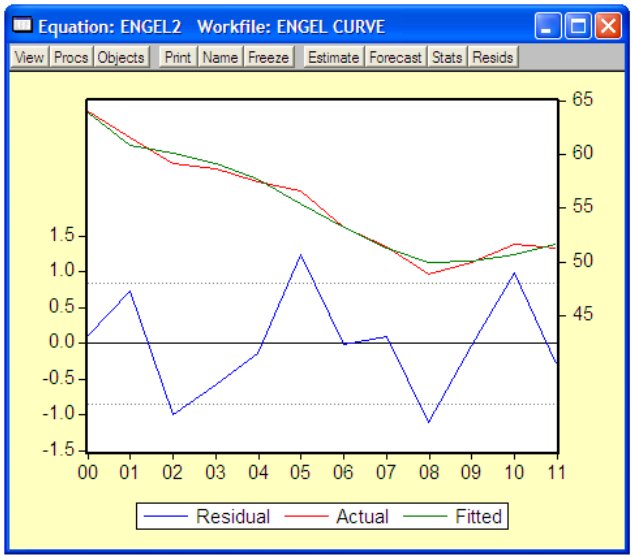


Рис. 10.55. **Графік вихідних і модельних даних, а також залишків за модифікованою моделлю**

Таким чином, модель Енгеля для вітчизняної статистики набуває виду:

$$y = 49{,}8 + 3566{,}49\frac{1}{x} - 1{,}82 \cdot \cos(-0{,}67 \cdot t) + \varepsilon,$$

де y – частка продуктів харчування та безалкогольних напоїв у структурі витрат населення;

x – середньомісячна заробітна платня, грн;

t – період часу;

ε – помилки моделі.

Розрахуємо коефіцієнт еластичності для побудованої моделі:

$$Э = f'(x)\frac{x}{y} = \frac{-3566{,}49}{(49{,}8 - 1{,}82\cos(-0{,}67t))\,x + 3566{,}49}.$$

Для цього створимо нову змінну *EL* (*Object – New Object*), клацнемо на ній мишкою, щоб відкрити її в новому вікні, та згенеруємо її значення (кнопка *GENR*) за формулою з рисунку (рис. 10.56).

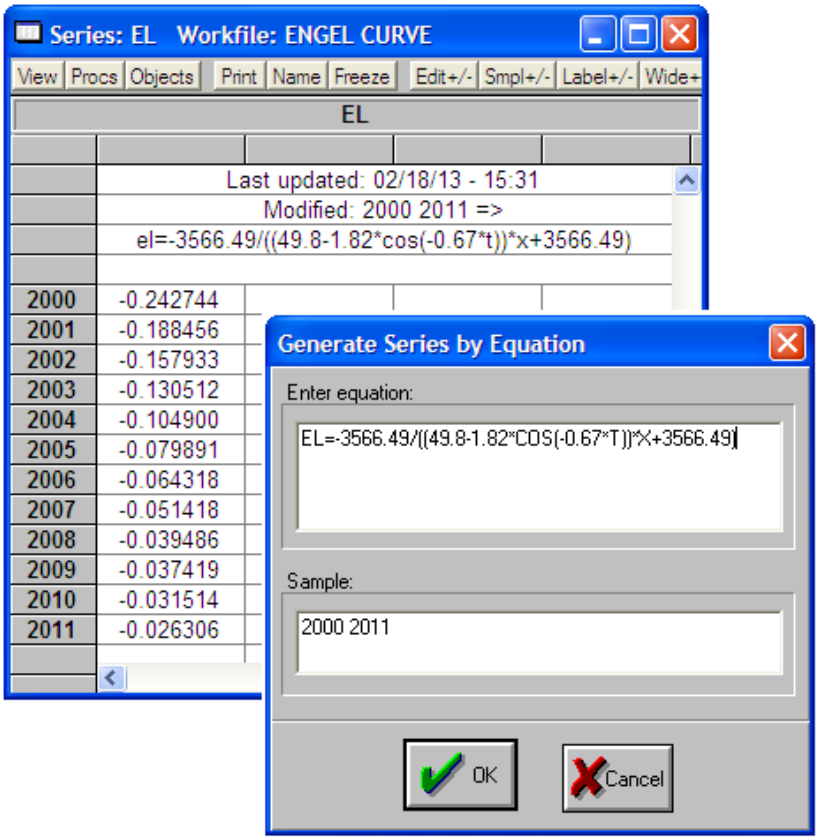


Рис. 10.56. **Генерування нової змінної, що відображає еластичність за доходами**

На рис. 10.57 наведені дані про еластичність у вигляді лінійної діаграми (головне меню вікна зміною *View – Bar Diagram*).

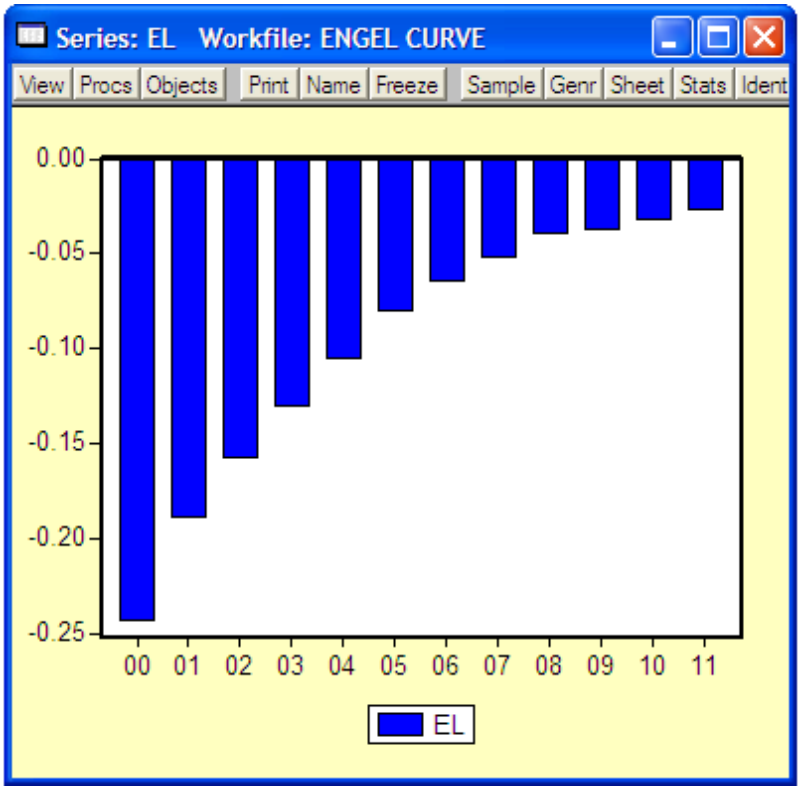


Рис. 10.57. **Графік динаміки коефіцієнта еластичності за доходом**

Коефіцієнт еластичності показує, на скільки відсотків зміниться частка витрат на продовольчі товари зі зміною заробітної платні на 1 %. Як бачимо з графіка, за період часу з 2000 до 2011 рр. коефіцієнт еластичності від −0,24 (у 2000 р.) змінився до −0,026 у 2011 р. Таким чином, для 2011 р. можна зазначити, що зі зростанням заробітної платні на 1 % частка витрат на продовольчі товари в сумарних витратах населення зменшиться на 0,026.

Лабораторна робота 4
Побудова й аналіз систем одночасових рівнянь

Мета – закріплення теоретичного та практичного матеріалу за темою «Економетричні моделі на основі системи структурних рівнянь», формування навичок побудови й аналізу різних видів систем одночасових рівнянь.

Завдання – необхідно побудувати складні моделі соціально-економічних процесів за допомогою системи структурних рівнянь у модулі *Structural equation modeling* ППП *Statistica* й *Eviews* за визначеною послідовністю.

1. Дослідити типи причинно-наслідкових зв'язків між досліджуваними змінними.

2. Визначити вид оцінюваної моделі та побудувати діаграму причинно-наслідкових зв'язків.

3. Побудувати вибраний тип моделі.

4. Дослідити якість побудованої моделі за критеріями адекватності та якості підгонки.

5. Оцінити параметри моделі, їх характеристики та статистичну значущість.

6. Побудувати рекурентні типи систем структурних рівнянь, вибрати найбільш адекватну й економічно інтерпретовану модель.

7. Розрахувати теоретичні значення залежних змінних і побудувати прогнози.

Методичні рекомендації

Для побудови моделей систем одночасових рівнянь у *ППП Statistica* передбачено модуль *Statistics/Advanced Linear/Nonlinear Models/Structural equation modeling* (Моделювання структурними рівняннями). Розглянемо порядок розрахункових процедур для побудови структурної моделі.

1. Побудова комплексної моделі в модулі *Structural equation modeling* ППП *Statistica.*

Використати результати спостереження, наведені на рис. 10.58, де Y_1 – загальний обсяг експорту продукції; Y_2– загальний обсяг імпорту продукції; X_1 – середній товарообіг торгівлі країн, з якими підтримуються зовнішньоекономічні відносини; X_2 – національний дохід країни; X_3 – індекс споживчих цін. Система одночасових рівнянь взаємозв'язку досліджуваних змінних має вигляд:

$$\begin{cases} Y_1 = b_{11}y_2 + a_{10} + a_{11}x_1 + \varepsilon_1, \\ Y_2 = b_{21}y_1 + a_{20} + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \varepsilon_2. \end{cases}$$

	1 x1	2 x2	3 x3	4 y1	5 y2
1	564,2	349	104,3	70,2	50,3
2	568,7	349,2	94,2	70,4	54,8
3	572,6	349,9	102,8	72,3	55,6
4	576,3	353,5	98,7	73,9	60,4
5	580,2	355,5	99,8	75,3	62,2
6	584,4	355,8	100,5	76,9	64,6
7	588,1	357,2	112,8	77,3	64,7
8	591,3	361,8	106,7	78,1	66,7
9	595,2	366,2	100,3	79,4	70,5
10	598,4	368,9	105	81,1	73,6
11	603	370,9	105,6	82,7	74,3
12	606,2	371	106,2	83,3	76,5

Рис. 10.58. **Таблиця вихідних даних**

Побудова комплексної економетричної моделі здійснюється в модулі *Structural equation modeling* (Моделювання структурними рівняннями). Щоб розпочати обчислювальні процедури, необхідно ввійти в позицію меню *Statistics/Advanced Linear/Nonlinear Models/Structural equation modeling* (рис. 10.59).

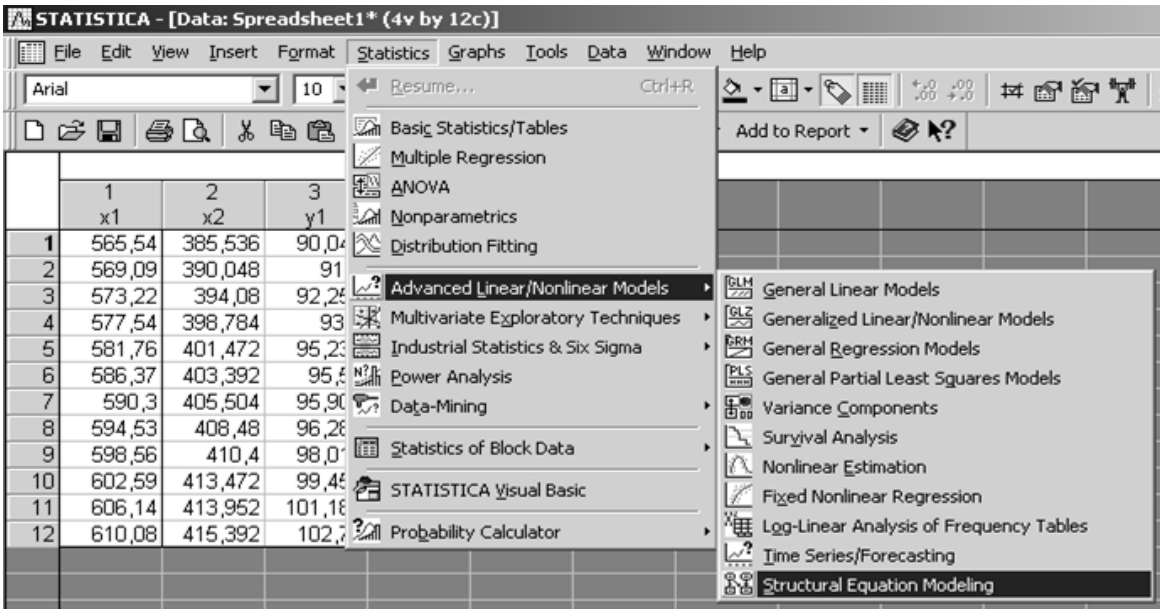


Рис. 10.59. **Вибір модуля**

Після підтвердження вибору модуля з'явиться його стартова панель (рис. 10.60). Функціональні клавіші *Path Tool (засоби зв'язків)* і *Path Wizards (конструктор зв'язків)* дозволяють редагувати опис моделей і створювати нові описи в діалоговому режимі.

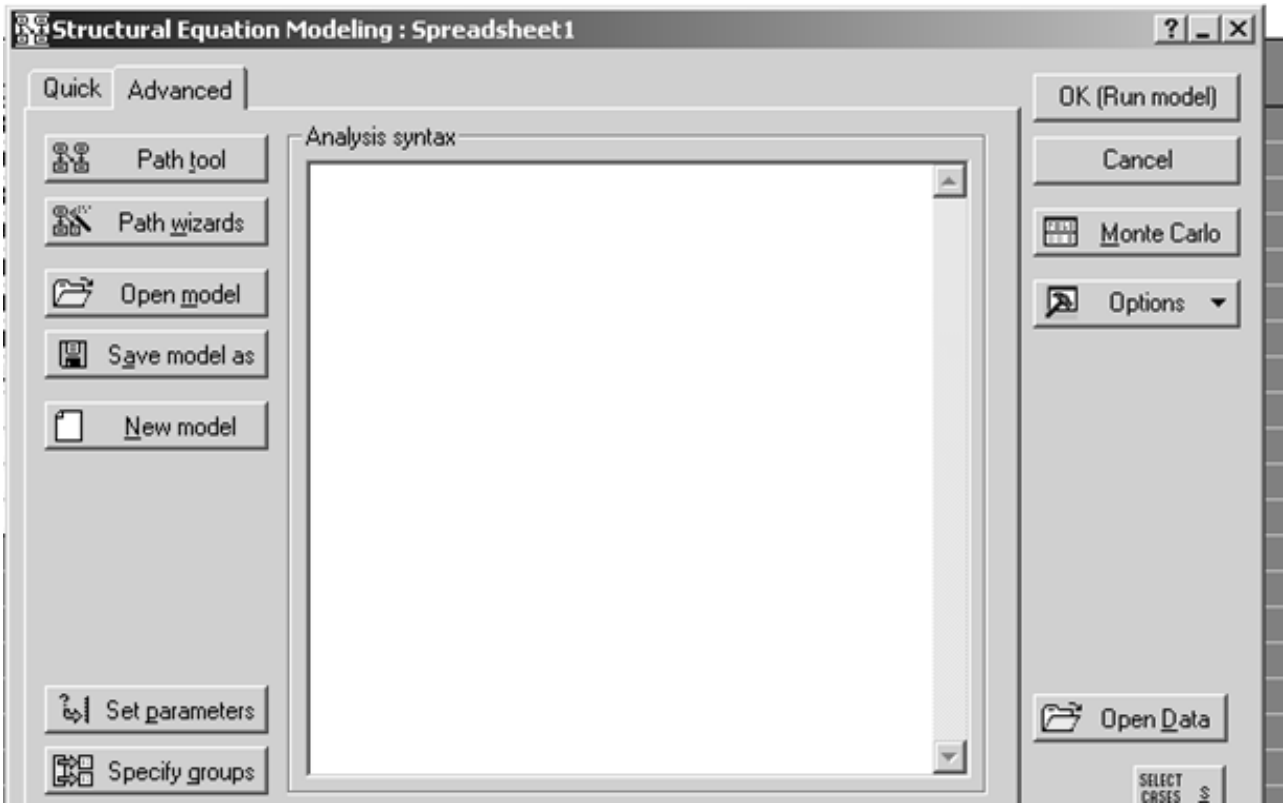


Рис. 10.60. **Стартова панель модуля *Structural equation modeling***

Підтвердження вибору напряму аналізу *Structural modeling* подано на рис. 10.61.

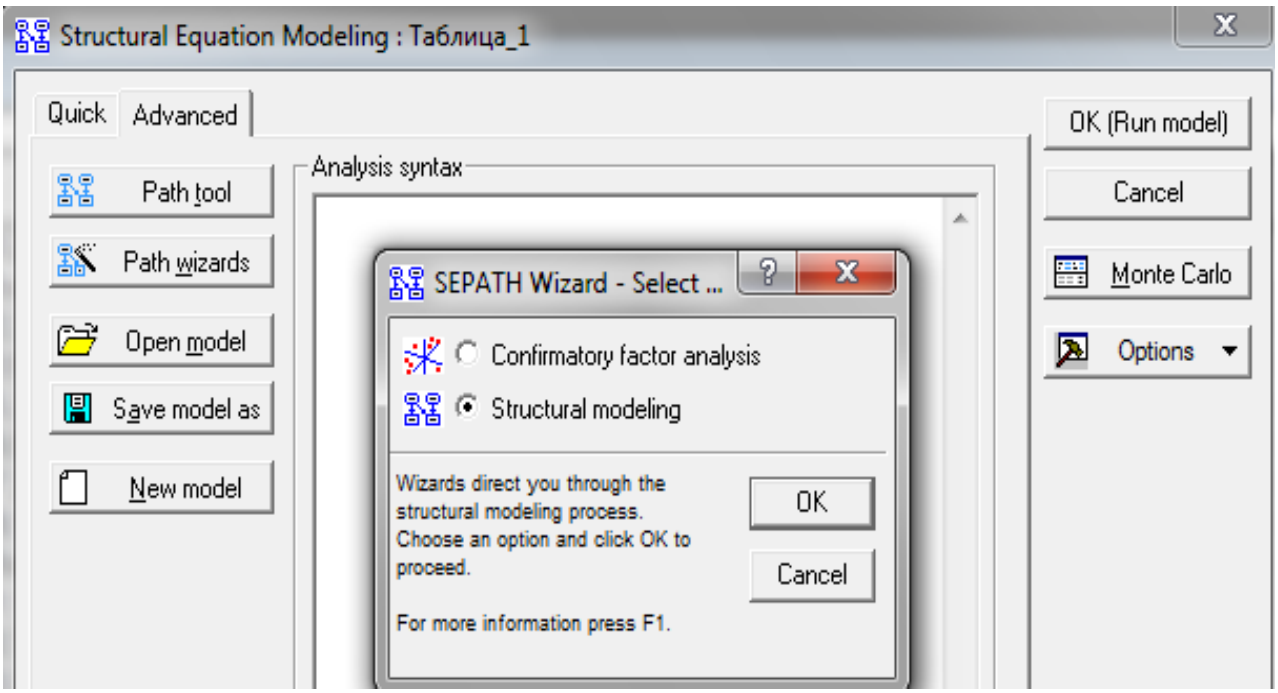


Рис. 10.61. **Підтвердження вибору напряму аналізу *Structural modeling***

Опція *Set Parameters (Установити параметри)* дозволяє вибрати метод оцінювання.

У *SEPATH* розрізняють чотири типи змінних:

manifest endogenous – явні ендогенні;

manifest exogenous – явні екзогенні;

latent endogenous – скриті ендогенні;

latent exogenous – скриті екзогенні.

Після вибору функціональної клавіші *Path Wizards (Конструктор зв'язків)* на екрані з'явиться діалогове вікно *Define Exogenous Variables (Визначити екзогенні змінні)* (рис. 10.62).

Екзогенні змінні задають у такій послідовності: у рядку вводиться ім'я схованої змінної, далі за допомогою функціональної клавіші *Vars (Змінні)* вибираються явні змінні, пов'язані зі заданою екзогенною змінною.

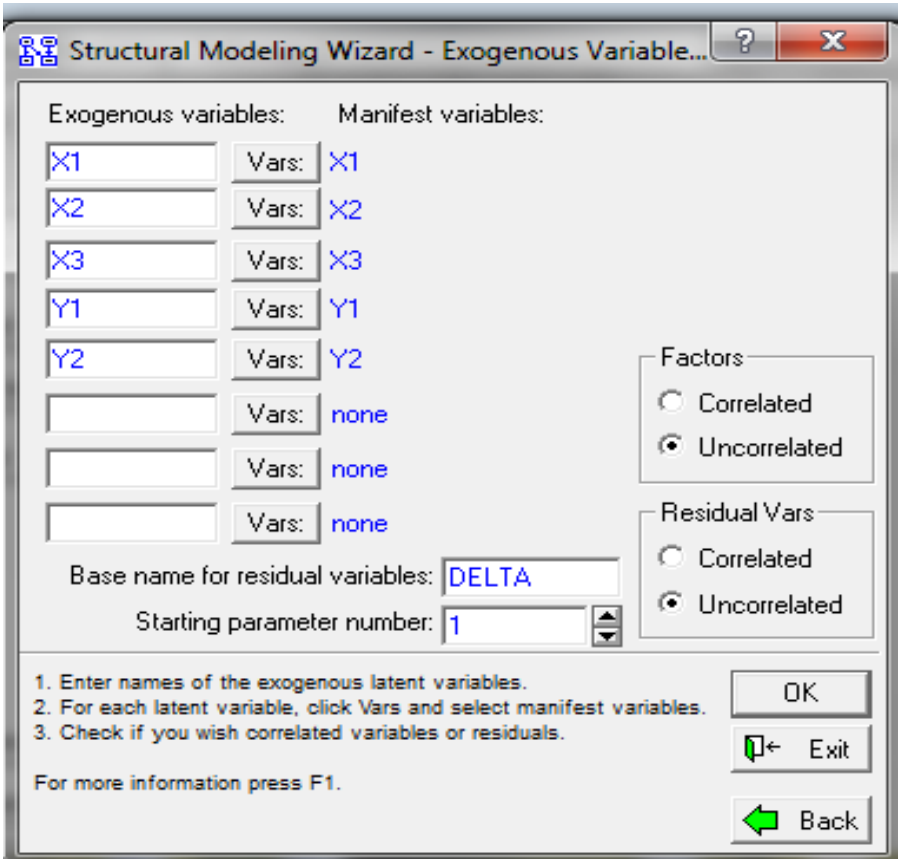


Рис. 10.62. **Вибір екзогенних змінних**

Вибір ендогенних змінних здійснюється аналогічним чином у вікні аналізу *Define Endogenous Variables (Визначити ендогенні змінні)* (рис. 10.63).

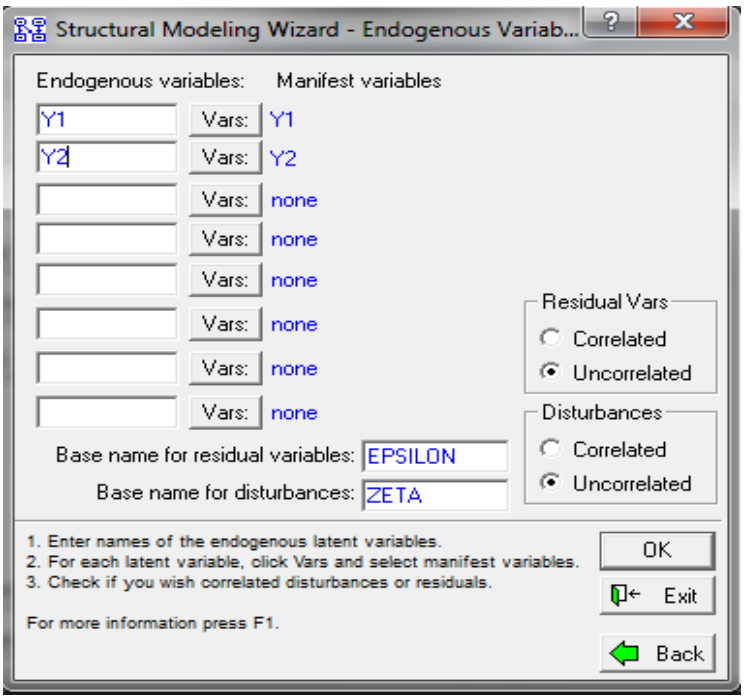


Рис. 10.63. **Вибір ендогенних змінних**

Після вибору змінних здійснюється перехід до діалогу *Define Structural Equation Paths (Визначити зв'язки структурних рівнянь)*. У даному діалоговому вікні встановлюються зв'язки між обраними змінними. Для того щоб задати зв'язок, необхідно вибрати у вікні змінну зі списку (*From – Із)*, що показує, звідки йде зв'язок. Потім вибрати змінну в списку (*To – В)*, що показує, куди йде зв'язок, і ініціювати кнопку *Add (Додати).* Заданий таким чином зв'язок буде доданий до наявних. Аналогічно задають усі зв'язки моделі (рис. 10.64).

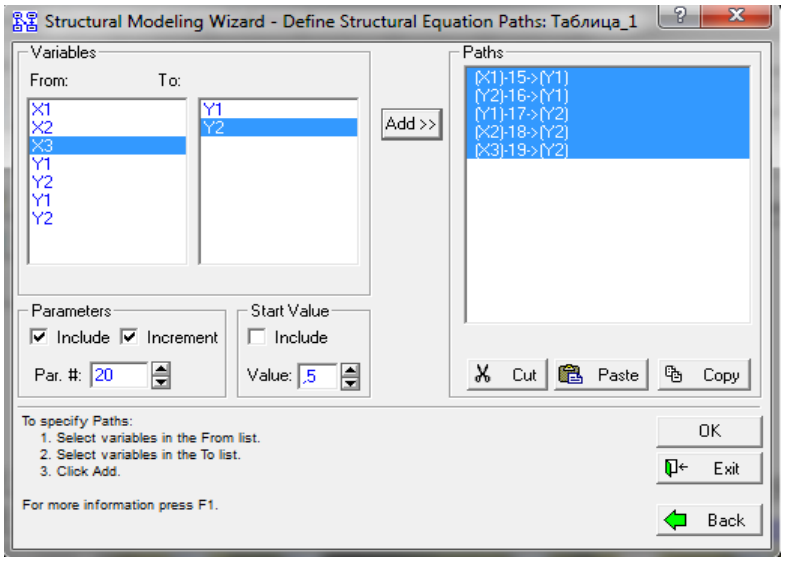


Рис. 10.64. **Визначення зв'язків між змінними**

Завершальне вікно діалогу (рис. 10.65) дозволяє приєднати модель до наявної програми (*Append this model to existing program)* або замінити її програму на програму з новою моделлю *(Replace existing program with new model)*.

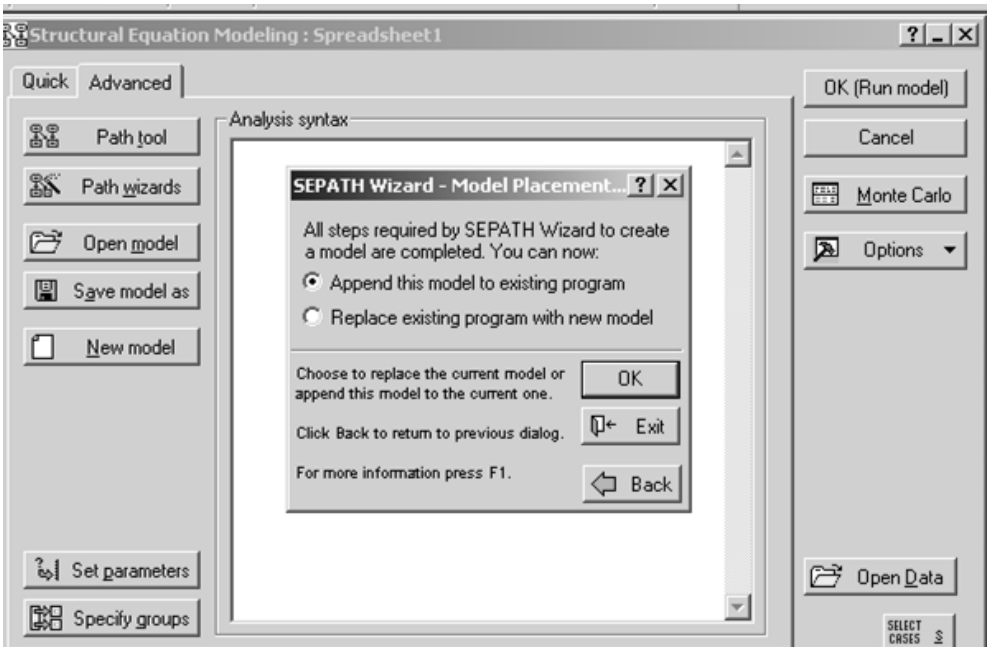


Рис. 10.65. **Завершальне вікно побудови моделі**

На рис. 10.66 подана діаграма зв'язків між усіма змінними в спеціальному синтаксисі програми.

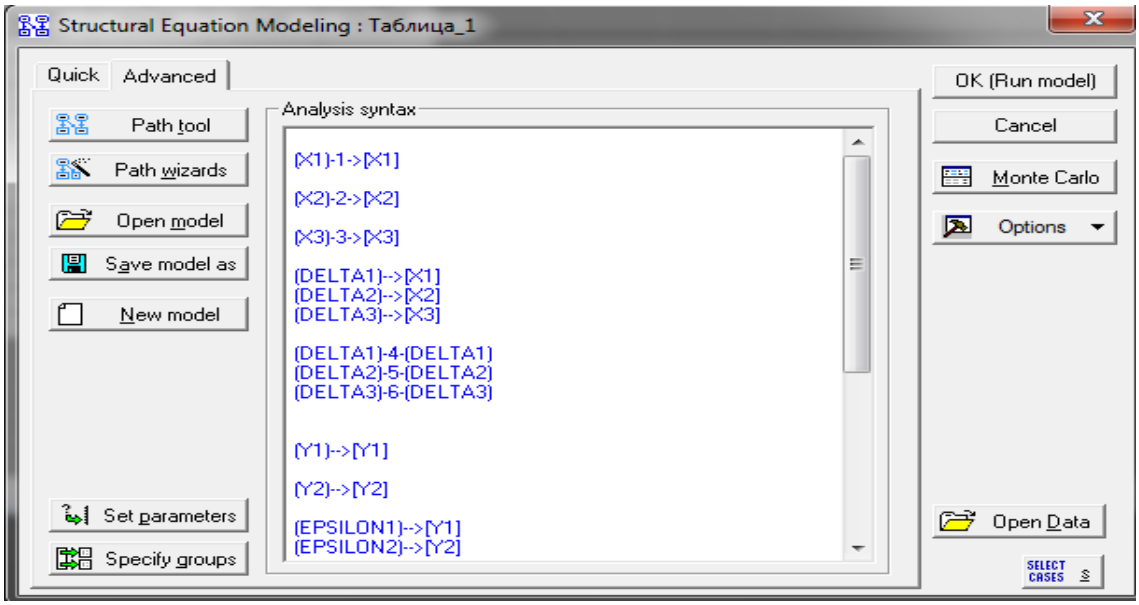


Рис. 10.66. **Діаграма зв'язків**

Опція *Set Parameters* (*Установити параметри)* дозволяє встановити параметри аналізу: тип даних (*Data to Analyze*), опції виводу (*Output Options)*, метод оцінювання параметрів *(Discrepancy Functions)* (рис. 10.67).

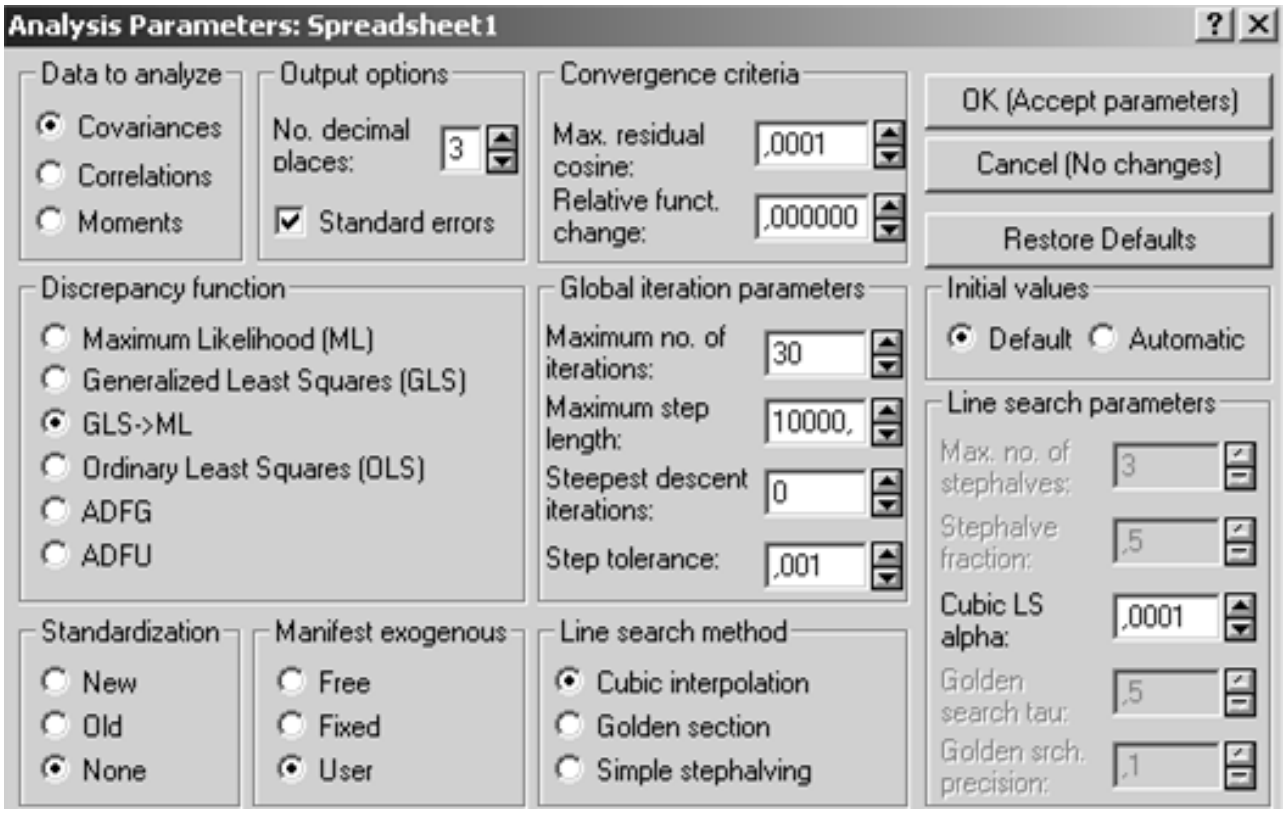


Рис. 10.67. **Вибір методу оцінювання**

Система пропонує такі процедури оцінювання невідомих параметрів, доступні для вибору відповідних опцій:

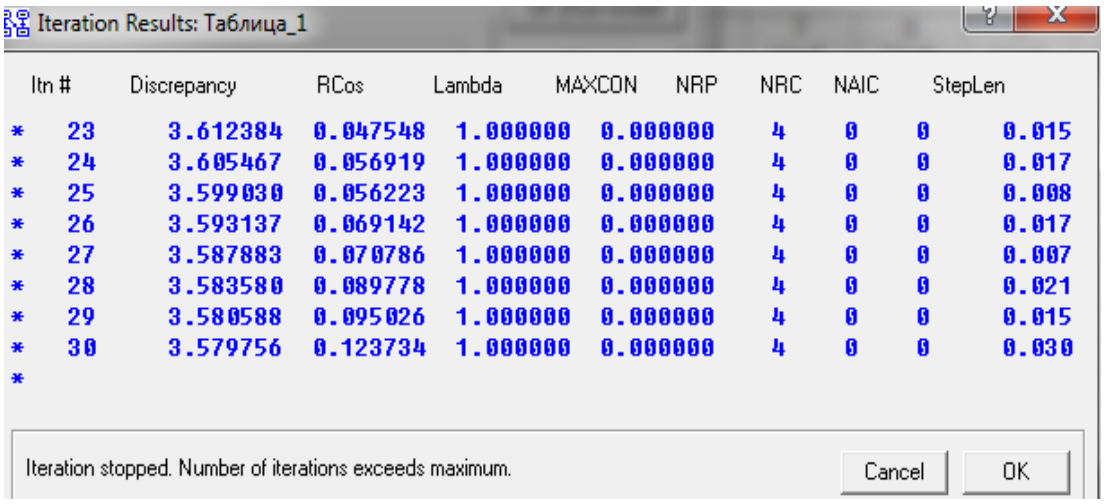
Maximum Likelhood (ML) – метод максимальної правдоподібності;

Generalized Least Square (GLS) – узагальнений метод найменших квадратів;

GLS → *ML* – подвійна обчислювальна процедура, де спочатку використовується процедура оцінювання узагальненим МНК, потім процедура оцінювання методом максимальної правдоподібності;

Ordinary Least Square (OLS) – звичайний метод найменших квадратів.

Після того як модель записана та параметри аналізу встановлені, можна зробити обчислення. Функціональна клавіша *OK* (*Run Model*) (Оцінити поточну модель) (див. рис. 10.66) дозволяє запустити процедуру оцінювання. Ітераційна процедура обчислення результатів наведена на рис. 10.68.



Iteration Results: Таблица_1

	Itn #	Discrepancy	RCos	Lambda	MAXCON	NRP	NRC	NAIC	StepLen
*	23	3.612384	0.047548	1.000000	0.000000	4	0	0	0.015
*	24	3.605467	0.056919	1.000000	0.000000	4	0	0	0.017
*	25	3.599030	0.056223	1.000000	0.000000	4	0	0	0.008
*	26	3.593137	0.069142	1.000000	0.000000	4	0	0	0.017
*	27	3.587883	0.070786	1.000000	0.000000	4	0	0	0.007
*	28	3.583580	0.089778	1.000000	0.000000	4	0	0	0.021
*	29	3.580588	0.095026	1.000000	0.000000	4	0	0	0.015
*	30	3.579756	0.123734	1.000000	0.000000	4	0	0	0.030
*									

Iteration stopped. Number of iterations exceeds maximum.

Cancel OK

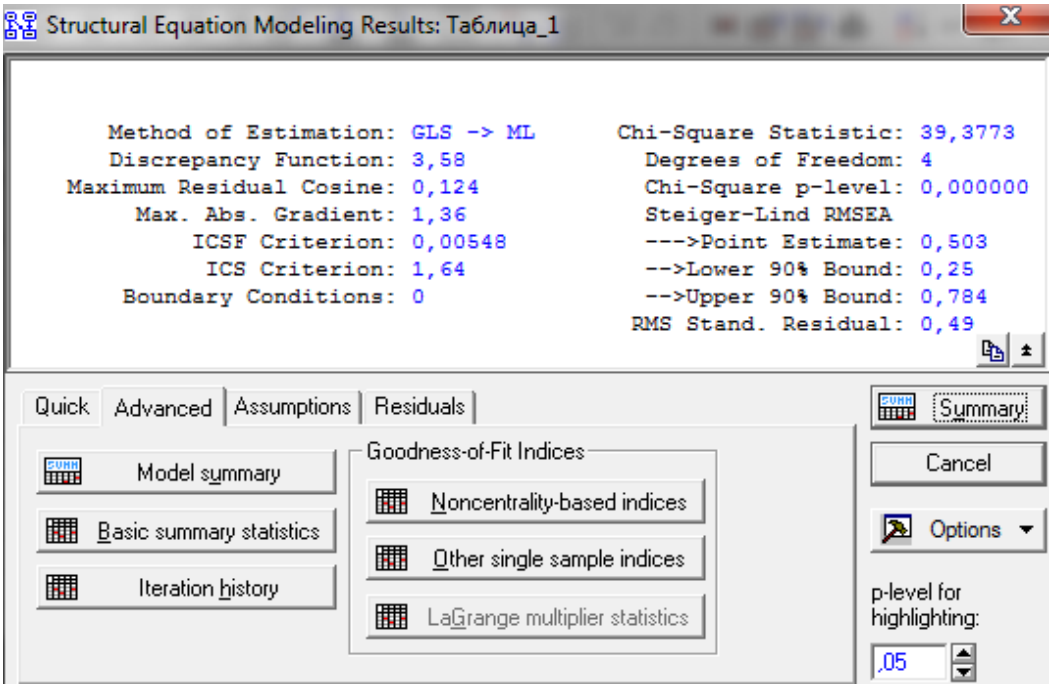
Рис. 10.68. **Результати покрокового оцінювання моделі**

Функціональна частина вікна результатів оцінювання (рис. 10.69) дозволяє вибрати такі напрями аналізу:

1) *Noncentraility-based indicates* – індекси нецентральності;

2) *Other Single Sample Indices* – інші вибіркові індекси;

3) Model summary – підсумкова модель.



Structural Equation Modeling Results: Таблица_1

Method of Estimation: GLS -> ML
Discrepancy Function: 3,58
Maximum Residual Cosine: 0,124
Max. Abs. Gradient: 1,36
ICSF Criterion: 0,00548
ICS Criterion: 1,64
Boundary Conditions: 0

Chi-Square Statistic: 39,3773
Degrees of Freedom: 4
Chi-Square p-level: 0,000000
Steiger-Lind RMSEA
--->Point Estimate: 0,503
-->Lower 90% Bound: 0,25
-->Upper 90% Bound: 0,784
RMS Stand. Residual: 0,49

Quick | Advanced | Assumptions | Residuals

Model summary
Basic summary statistics
Iteration history

Goodness-of-Fit Indices
Noncentrality-based indices
Other single sample indices
LaGrange multiplier statistics

Summary
Cancel
Options
p-level for highlighting:
,05

Рис. 10.69. **Вікно результатів структурного моделювання**

Вибір першого напряму дозволяє переглянути наявні індекси нецентральності (рис. 10.70), які показують ступінь адекватності моделі.

	Noncentrality Fit Indices (Таблица_1		
	Lower 90% Conf. Bound	Point Estimate	Upper 90% Conf. Bound
Population Noncentrality Parameter	0,251	1,011	2,456
Steiger-Lind RMSEA Index	0,250	0,503	0,784
McDonald Noncentrality Index	0,293	0,603	0,882
Population Gamma Index	0,504	0,712	0,909
Adjusted Population Gamma Index	-0,858	-0,080	0,658

Рис. 10.70. **Індекси якості підгонки моделі**

На рис. 10.70 послідовно подані: нижня межа – 90 % довірчого інтервалу, точкова оцінка індексу, верхня межа – 90 % довірчого інтервалу, а також наведені такі індекси:

Steiger-Lind RMSEA Index – індекс Штейгера – Лінда. Близькість індексу до 0 показує на якість підгонки;

McDonald Index of Noncentrality – Індекс нецентральності Мак-Доналдса. Якісна підгонка відповідає значенням цього індексу, більшого за 0,95.

Вибір другого напряму дає можливість переглянути інші вибіркові індекси, аналіз значень яких дозволяє відібрати найкращий варіант моделі (рис. 10.71).

	Single Sample Fit I
	Value
Joreskog GFI	0,645
Joreskog AGFI	-0,332
Akaike Information Criterion	5,580
Schwarz's Bayesian Criterion	6,065
Browne-Cudeck Cross Validation Index	7,980
Independence Model Chi-Square	145,778
Independence Model df	10,000
Bentler-Bonett Normed Fit Index	0,730
Bentler-Bonett Non-Normed Fit Index	0,346
Bentler Comparative Fit Index	0,739
James-Mulaik-Brett Parsimonious Fit Index	0,292
Bollen's Rho	0,325
Bollen's Delta	0,749

Рис. 10.71. **Індекси якості підгонки моделі**

На рис. 10.71 подані такі критерії:

Akaike Information Criterion – інформаційний критерій Акайка;

Schwarz's Bayesian Criterion – критерій Шварца.

Серед конкурентних варіантів моделі перевага віддається варіанту з найменшими значеннями даних критеріїв.

Ініціювавши клавішу *Basic Summary Statistics*, отримуємо оцінку основних статистичних характеристик за моделлю (рис. 10.72).

	Basic Summary Sta
	Value
Discrepancy Function	3,580
Maximum Residual Cosine	0,124
Maximum Absolute Gradient	1,358
ICSF Criterion	0,005
ICS Criterion	1,643
ML Chi-Square	39,377
Degrees of Freedom	4,000
p-level	0,000
RMS Standardized Residual	0,490

Рис. 10.72. **Оцінка основних статистичних характеристик**

Вибір напряму аналізу *Model Summary* дозволяє отримати таблицю з результатами оцінювання та параметрами моделі (рис. 10.73).

	Model Estimates (Таблица_1)			
	Parameter Estimate	Standard Error	T Statistic	Prob. Level
(X1)-1->[X1]	-13,656	2,911	-4,690	0,000
(X2)-2->[X2]	7,304	2,065	3,538	0,000
(X3)-3->[X3]	-4,787	0,000		
(DELTA1)-->[X1]				
(DELTA2)-->[X2]				
(DELTA3)-->[X3]				
(DELTA1)-4-(DELTA1)	0,000	0,000		
(DELTA2)-5-(DELTA2)	17,381	0,000		
(DELTA3)-6-(DELTA3)	0,000	9,772	0,000	1,000
(Y1)-->[Y1]				
(Y2)-->[Y2]				
(EPSILON1)-->[Y1]				
(EPSILON2)-->[Y2]				
(EPSILON1)-7-(EPSILON1	0,097	0,000		
(EPSILON2)-8-(EPSILON2	0,068	2,518	0,027	0,978
(ZETA1)-->(Y1)				
(ZETA2)-->(Y2)				
(ZETA1)-9-(ZETA1)	0,102	0,098	1,032	0,302
(ZETA2)-10-(ZETA2)	0,185	2,725	0,068	0,946
(X1)-11->(Y1)	-4,863	1,502	-3,237	0,001
(Y2)-12->(Y1)	-0,050	0,134	-0,376	0,707
(Y1)-13->(Y2)	1,806	0,055	32,557	0,000
(X2)-14->(Y2)	0,652	0,277	2,352	0,019
(X3)-15->(Y2)	0,935	0,465	2,009	0,044

Рис. 10.73. **Таблиця оцінки параметрів моделі**

У таблиці на рис. 10.73 подані характеристики моделі:

Parameter Estimate – параметри моделі;

Standard Error – середнє квадратичне відхилення параметрів моделі;

T-Statistic – значущість параметрів за критерієм Стьюдента;

Prob. Level – рівень значущості критерію Стьюдента.

2. Побудова комплексної моделі в модулі *Structural modeling* ППП *Eviews.*

Вихідні дані для побудови моделі в спеціальному файлі (*Workfile*) подані на рис. 10.74.

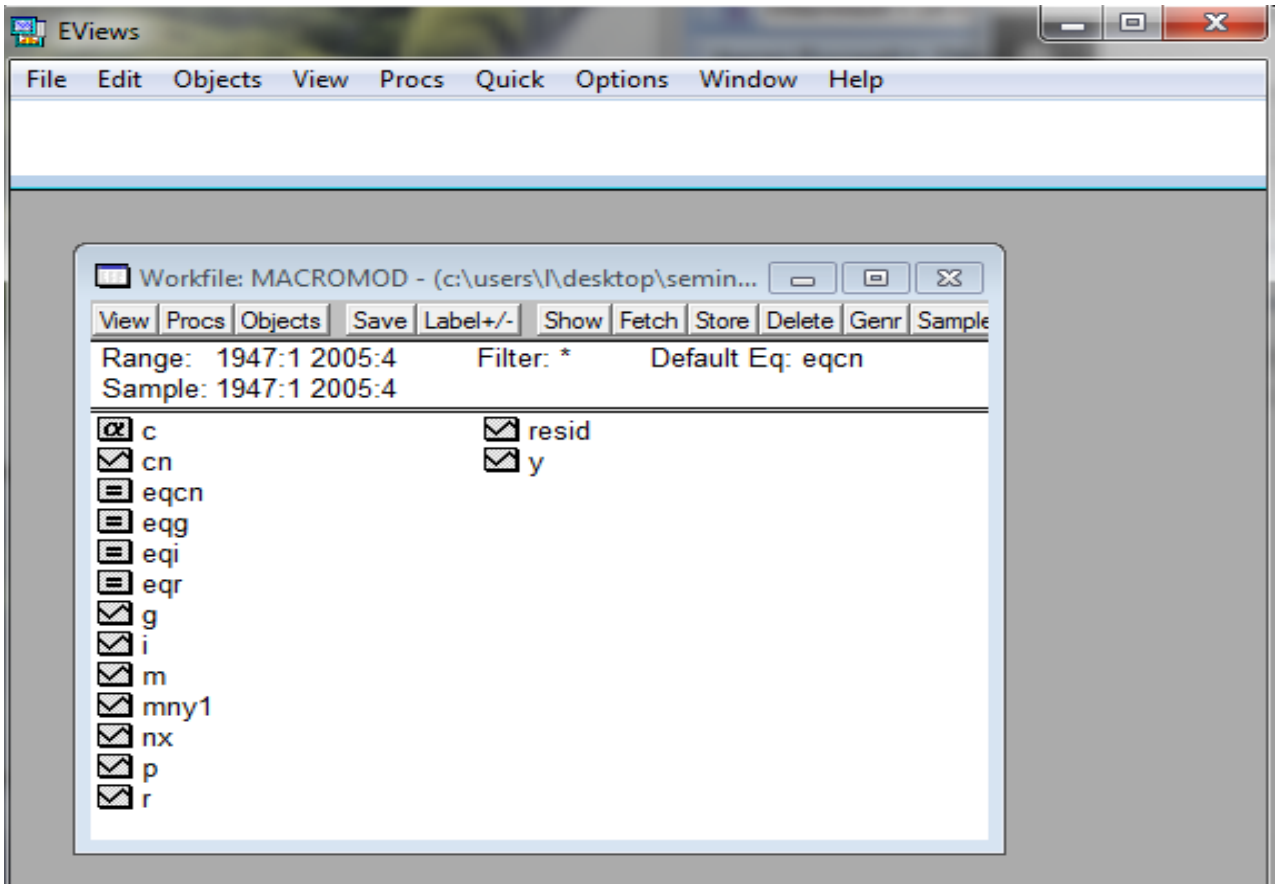


Рис. 10.74. **Вихідні дані для побудови моделі**

На рис. 10.75 подані вихідні данні, сформовані в спеціальну групу для побудови моделі системи рівнянь.

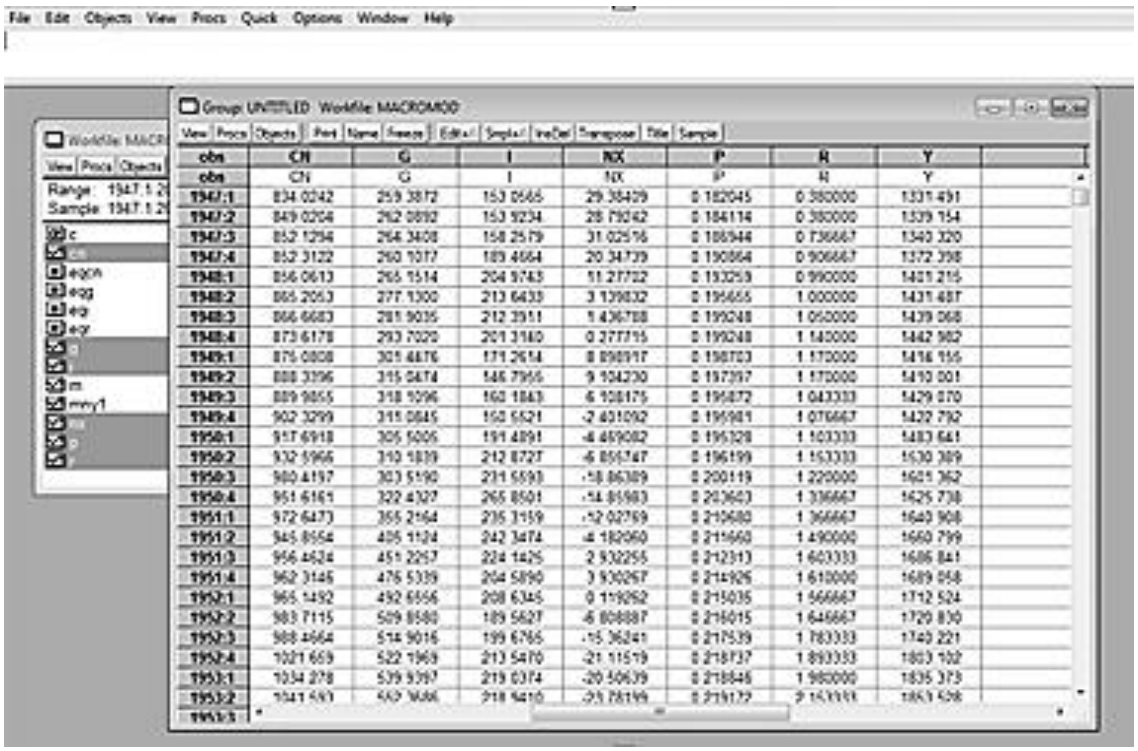


Рис. 10.75. **Вихідні дані для побудови моделі**

Для подальшого оцінювання необхідно побудувати новий об'єкт у вигляді системи рівнянь (рис. 10.76).

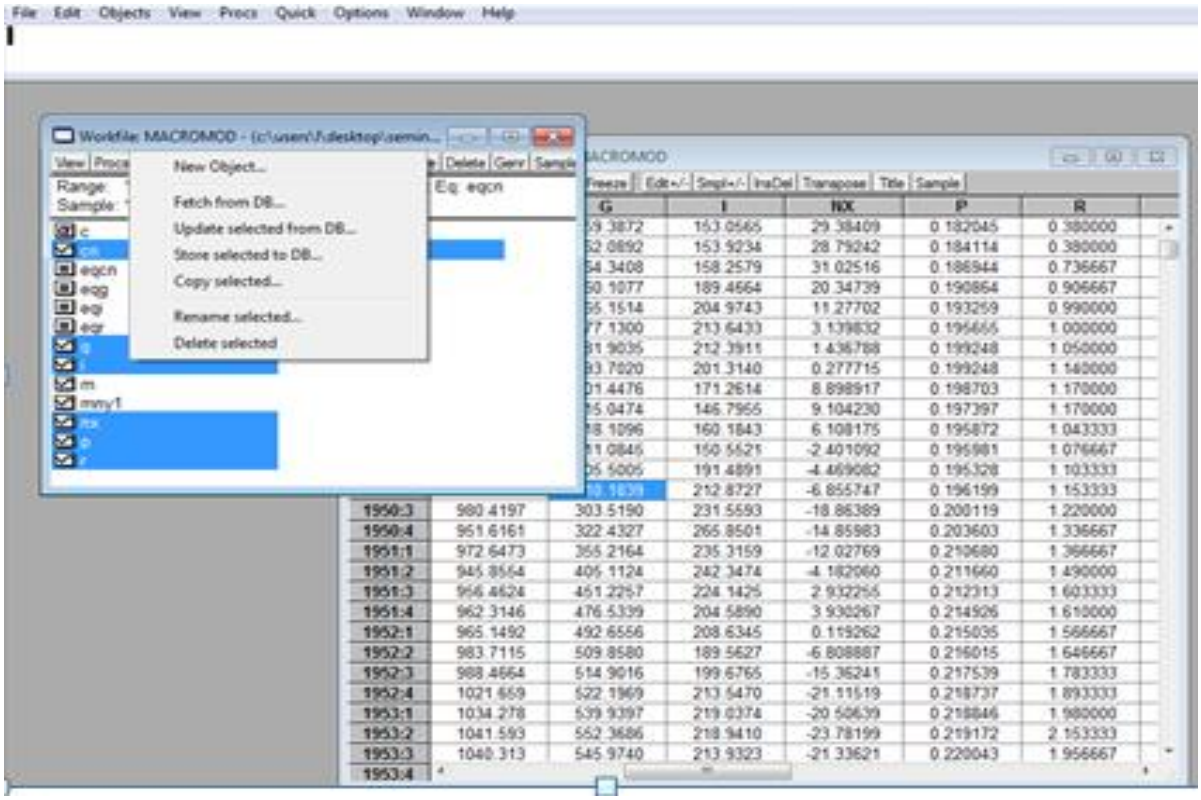


Рис. 10.76. **Створення нового об'єкта**

На рис. 10.77 наведений приклад, як необхідно записати модельовану систему взаємозв'язків між змінними.

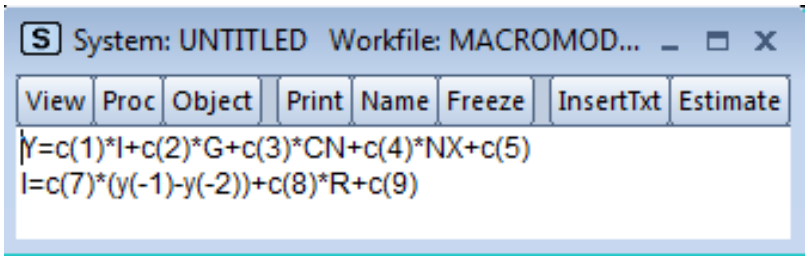


Рис. 10.77. **Подання виду системи рівнянь**

У даному ППП Eviews для подання системи можна також використовувати різноманітні функції від змінних, коефіцієнтів системи, обмеження на коефіцієнти системи, допоміжні функції тощо. Під час використання різних методів оцінювання необхідно вказувати додаткову інформацію. Наприклад, двоетапний МНК, триетапний МНК та узагальнені методи найменших квадратів використовують інструментальні змінні (для подання моделі в кінці кожного рядка після знаку «@» слід надати перелік інструментальних змінних).

Для визначення оцінок (параметрів) моделі необхідно натиснути кнопку *Estimate* й обрати метод оцінювання, наприклад, двокроковий метод оцінювання параметрів (рис. 10.78).

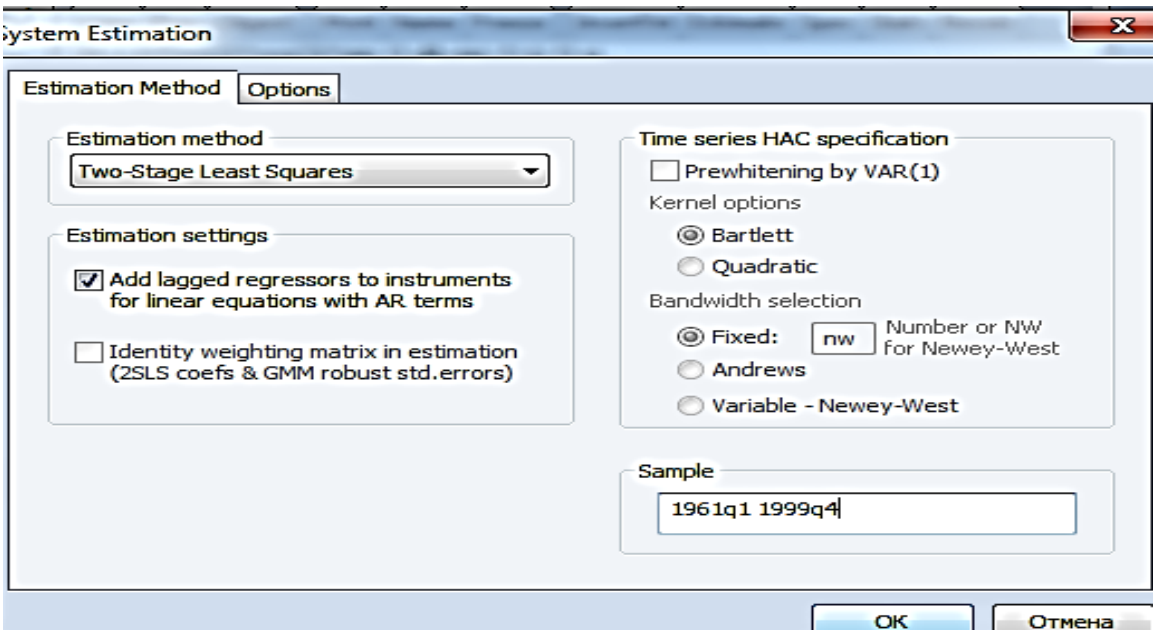


Рис. 10.78. **Вибір методу оцінки параметрів**

У результаті оцінювання виводяться всі значення коефіцієнтів моделі, а також інформація про адекватність кожного побудованого рівняння (рис. 10.79).

System: UNTITLED Workfile: MACROMOD::Macromod\

View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | InsertTxt | Estimate | Spec | Stats | Resids

System: UNTITLED
Estimation Method: Two-Stage Least Squares
Date: 08/28/13 Time: 10:37
Sample: 1947Q2 1999Q4
Included observations: 211
Total system (unbalanced) observations 421

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.972919	0.137407	7.080581	0.0000
C(2)	0.530704	0.076173	6.967076	0.0000
C(3)	1.114591	0.043378	25.69483	0.0000
C(4)	0.265563	0.251341	1.056583	0.2913
C(5)	140.1240	16.98008	8.252253	0.0000
C(7)	13.01150	1.481954	8.779961	0.0000
C(8)	40.36262	11.25346	3.586686	0.0004
C(9)	-60.35363	78.64842	-0.767385	0.4433

Determinant residual covariance 1.55E+08

Equation: Y=C(1)*I+C(2)*G+C(3)*CN+C(4)*NX+C(5)
Instruments: P R Y(-1) I(-1) C
Observations: 211

R-squared	0.999817	Mean dependent var	4023.090
Adjusted R-squared	0.999813	S.D. dependent var	1954.526
S.E. of regression	26.70946	Sum squared resid	146959.5
Durbin-Watson stat	0.135965		

Equation: I=C(7)*(Y(-1)-Y(-2))+C(8)*R+C(9)
Instruments: P R Y(-1) I(-1) C
Observations: 210

R-squared	-0.823379	Mean dependent var	585.6586
Adjusted R-squared	-0.840996	S.D. dependent var	349.9096
S.E. of regression	474.7688	Sum squared resid	46658928
Durbin-Watson stat	1.316011		

Рис. 10.79. **Оцінювання параметрів моделі та коефіцієнтів адекватності**

Після оцінювання рівнянь користувач має можливість за допомогою меню *View* переглядати коваріаційні та кореляційні матриці коефіцієнтів, змінних моделі, проводити перевірку гіпотези про обмеження на коефіцієнти системи, виводити графіки залишків кожного з рівнянь, будувати графіки рівнянь системи.

Лабораторна робота 5
Побудова й аналіз моделі з фіктивними незалежними змінними

Мета – закріплення теоретичного та практичного матеріалу за темою «Моделювання економічних процесів зі специфічними змінними», формування навичок побудови й аналізу економетричних моделей з фіктивними незалежними змінними у середовищі *Statistica*.

Завдання – необхідно перевірити наявність структурного зрушення в даних. Завдання розв'язують у модулі Multiple Regression ППП *Statistica* за визначеною послідовністю дій.

1. Побудувати «збірну» регресію, регресії для кожної з досліджуваних сукупностей; перевірити гіпотезу про відсутність структурного зрушення в вибіркових даних на основі тесту Чоу.

2. Об'єднати всі спостереження й оцінити параметри лінійного рівняння: $y_t = a_0^1 + a_0^2 \cdot d_i + a_1^1 \cdot x_i + a_1^2 \cdot d_i x_i + \varepsilon_i$. Оцінити значущість диференційованих коефіцієнтів перетину та нахилу.

3. Побудувати рівняння для кожної з наведених сукупностей. Дати економічну інтерпретацію результатів моделювання.

4. Побудувати прогнози для об'єктів з відповідних досліджуваних сукупностей.

Методичні рекомендації

1. Побудова «збірної» регресії.

Завдання розв'язують у модулі *Multiple Regression* (Множинна регресія). Вихідні дані для побудови моделі наведені на рис. 10.80.

	1 Xi	2 Yi	3 di
1	14772,9	370,64	1
2	11854	297,67	1
3	10735,2	269,7	1
4	8028,5	202,03	1
5	5446,4	137,48	1
6	1052,1	27,62	1
7	5614,7	141,69	1
8	3747,9	95,02	1
9	6054,4	152,68	1
10	4653,2	117,65	1
11	114,7	24,2	0
12	308,1	62,92	0
13	549,6	111,17	0
14	375,3	76,29	0
15	59,1	13,04	0
16	106,7	22,57	0
17	195,9	40,45	0
18	268,5	54,98	0
19	164,4	34,11	0
20	295,4	60,34	0

Рис. 10.80. **Вихідні дані**

В якості вихідних даних розглядається Y_i – дохід *i*-го комерційного банку; X_i – величина залучених коштів *i*-го комерційного банку; d_i – фіктивна змінна, яка приймає нульове значення, якщо банк належить до групи середніх банків, і дорівнює одиниці, якщо банк належить до великих банків.

Розглянемо порядок розрахункових процедур. Щоб приступити до обчислювальних процедур, необхідно ввійти в позицію *Statistics/ Multiple Regression* (рис. 10.81).

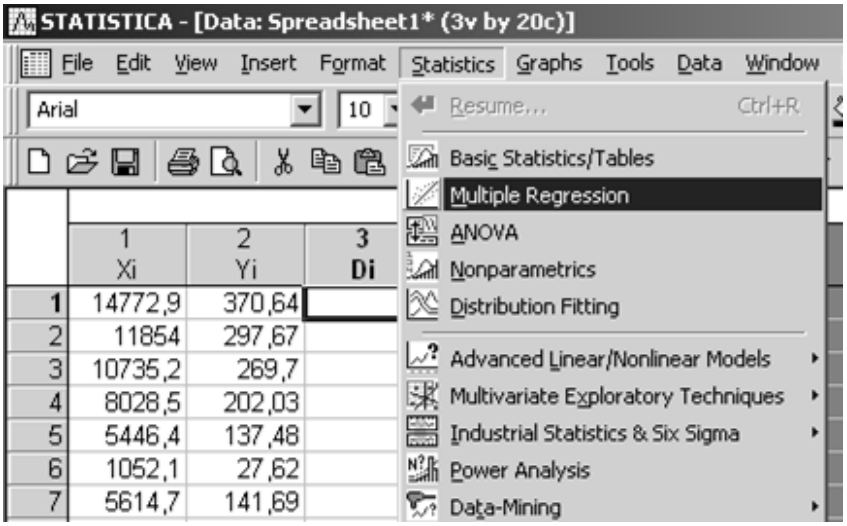


Рис. 10.81. **Вибір модуля *Multiple Regression***

Після підтвердження вибору модуля перед вами з'явиться стартова панель даного модуля, де необхідно задати змінні для аналізу (рис. 10.82).

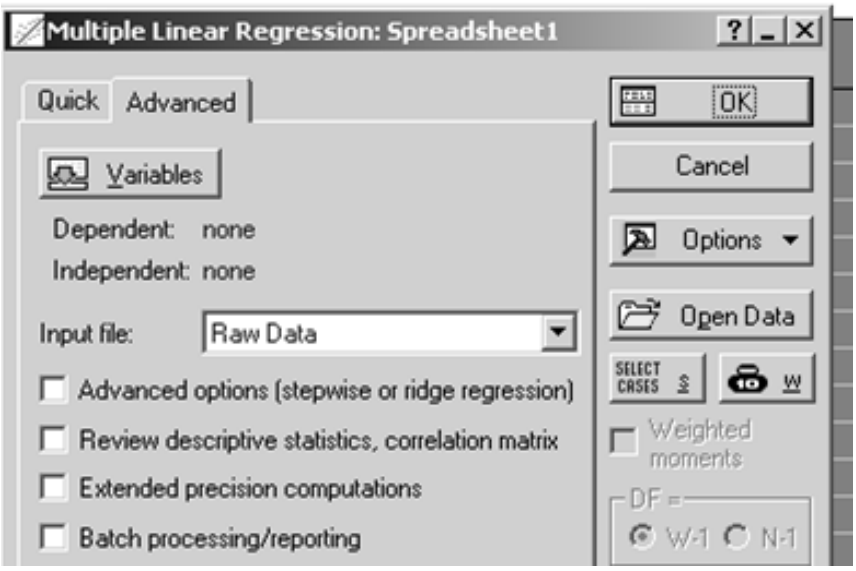


Рис. 10.82. **Стартова панель модуля *Multiple Regression***

Ініціюйте кнопку *Variables* (змінні) й у вікні, що з'явилося, вкажіть *Dependent* (залежну) й *Independent* (незалежну) змінні для побудови регресійної моделі. Вибір змінних наведений на рис. 10.83.

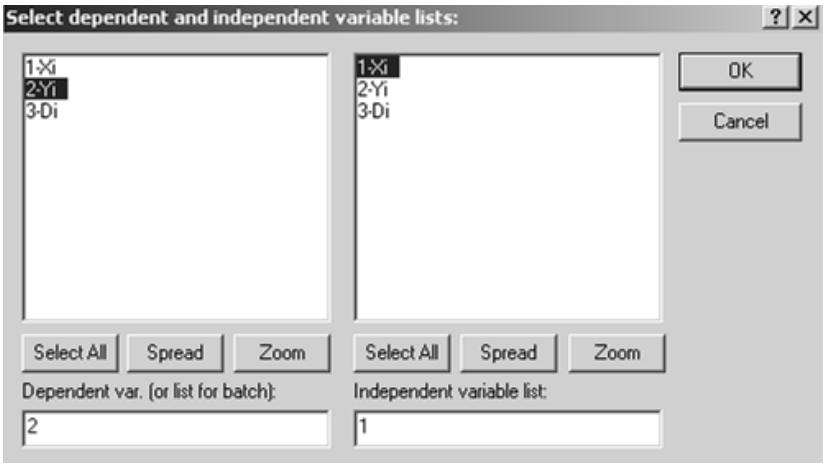


Рис. 10.83. **Вибір змінних для аналізу**

Після вказівки змінних підтвердіть свій вибір натисканням кнопки *ОК* (рис. 10.84).

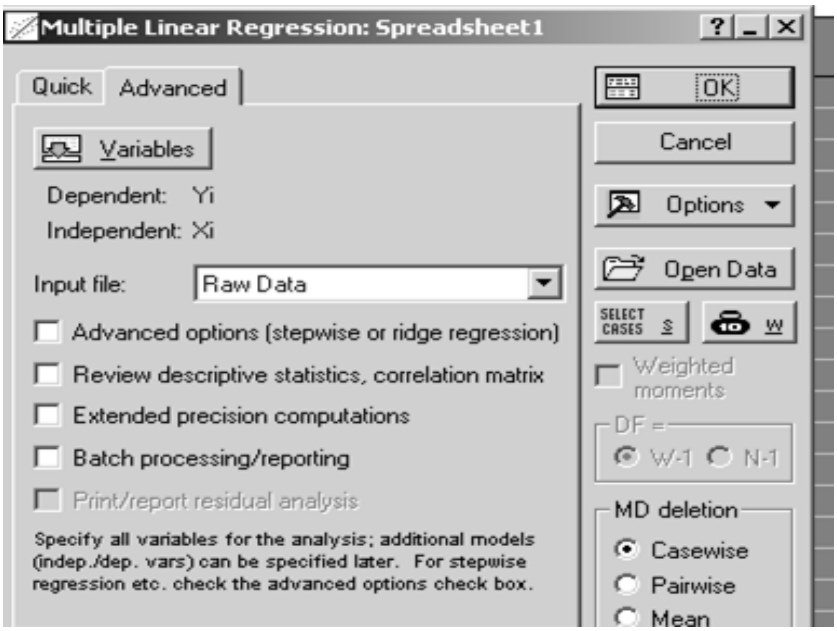


Рис. 10.84. **Підтвердження вибору змінних**

Побудуємо «збірну» регресію та визначимо всі її характеристики. Результати побудови лінійної регресійної моделі будуть подані в діалоговому вікні (рис. 10.85). У верхній частині вікна розташована основна

інформація моделі, у нижній знаходяться функціональні кнопки, що дозволяють всебічно розглянути результати аналізу.

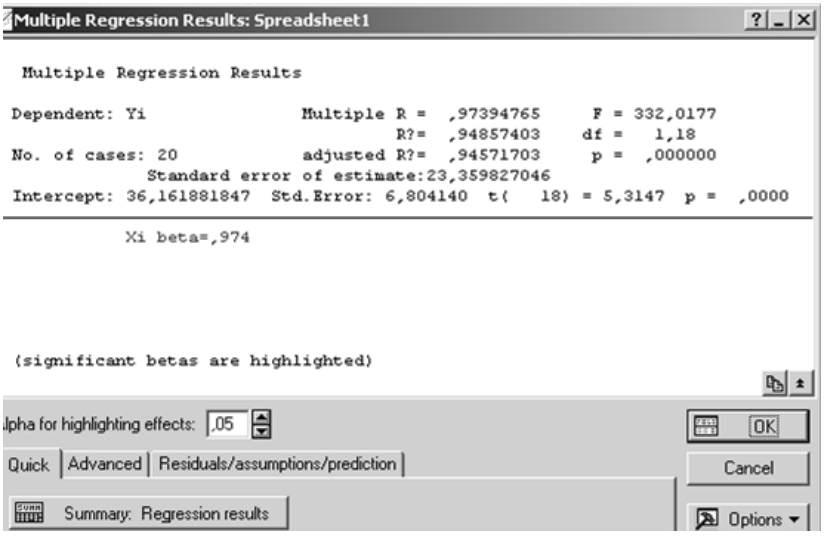


Рис. 10.85. **Вікно результатів регресійного аналізу**

Ініціювавши кнопку *Summary: Regression results* (на вкладці *Quick*) (Результати регресійного аналізу), визначимо найважливіші характеристики моделі та ступінь її адекватності (рис. 10.86).

	Regression Summary for Dependent Variable: Yi (Spreadsheet R= ,97394765 R?= ,94857403 Adjusted R?= ,94571703 F(1,18)=332,02 p<,00000 Std.Error of estimate: 23,360					
N=20	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(18)	p-level
Intercept			36,16188	6,804140	5,31469	0,000047
Xi	0,973948	0,053451	0,02136	0,001172	18,22135	0,000000

Рис. 10.86. **Результати регресійного аналізу**

Проаналізуємо отримані результати моделі:

1) аналіз адекватності:

R = 0,9739 – коефіцієнт множинної кореляції (у випадку простої лінійної регресії дорівнює модулю коефіцієнта парної кореляції);

R^2 = 0,9486 – коефіцієнт детермінації моделі;

Adjusted R^2 = 0,9457 – скорегований коефіцієнт детермінації, який корегується на кількість спостережень і число параметрів моделі;

F (1, 18) = 332,02 – критерій Фішера статистичної значущості моделі з числом ступенів свободи та рівнем значущості p;

Std.Error of estimate = 23,36 – середнє квадратичне відхилення помилок моделі; дана статистика є мірою розсіву досліджуваних значень відносно регресійної прямої.

2) аналіз параметрів та їх статистичної значущості:

Beta (a1) = (0,97394) – стандартизовані значення коефіцієнтів регресії (ваги);

Std.Error of Beta (a1) = 0,05345 – середнє квадратичне відхилення стандартизованих параметрів моделі;

B (a0, a1) = (36,1618; 0,0213) – параметри регресійної моделі. Отже, модель має вигляд:

$$\hat{Y} = 36{,}1618 + 0{,}0213 \cdot x_i;$$

Std.Error of B = (6,8041; 0,00117) – середнє квадратичне відхилення параметрів моделі;

t(13) = (5,3147; 18,2213) – значущість параметрів моделі за критерієм Стьюдента;

p-level = (0,00004; 0,000) – рівень значущості критерію Стьюдента.

Для перевірки гіпотези про значущість регресійної моделі використовується дисперсійний аналіз. Для цього необхідно ініціювати кнопку *Advanced/ANOVA* у нижній частині інформаційного вікна (рис. 10.87).

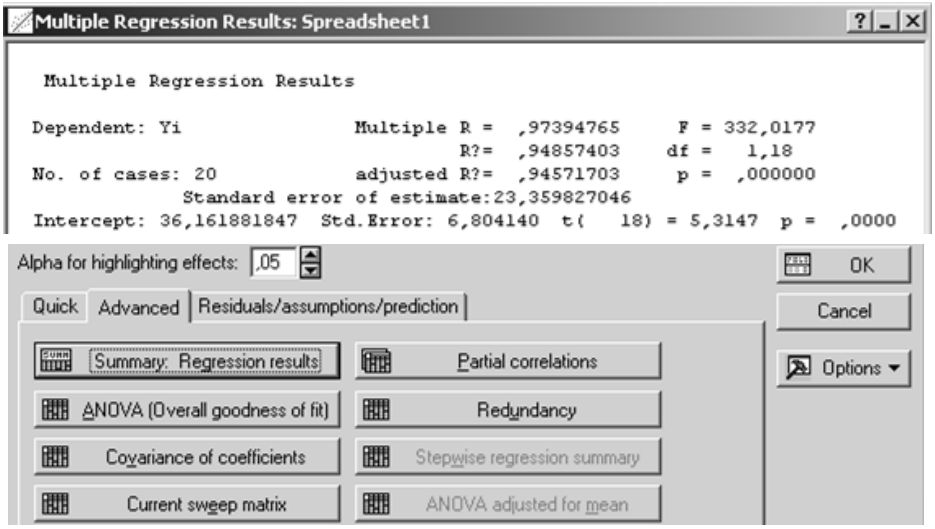


Рис. 10.87. **Вибір вікна дисперсійного аналізу**

Результати дисперсійного аналізу для досліджуваної моделі наведені на рис. 10.88. У табличній формі подані: сума квадратів відхилень

за регресією (*Sums of Squares Regress*), сума квадратів відхилень похибок (*Sums of Squares Residual*), дисперсія похибок (*Mean Squares Residual*) і критерій Фішера.

Effect	Analysis of Variance; DV: Yi (Spreadsheet1)				
	Sums of Squares	df	Mean Squares	F	p-level
Regress.	181175,9	1	181175,9	332,0177	0,000000
Residual	9822,3	18	545,7		
Total	190998,2				

Рис. 10.88. **Таблиця дисперсійного аналізу**

2. Побудова регресій.

Для побудови регресійного рівняння для групи великих банків необхідно ініціювати кнопку *Select cases* на стартовій панелі модуля та визначити спостереження, за якими буде здійснений аналіз (рис. 10.89).

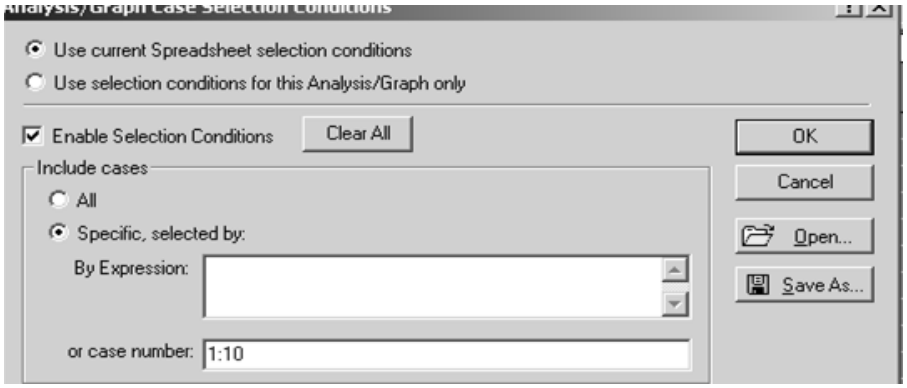


Рис. 10.89. **Визначення вихідної сукупності**

Побудова регресійного рівняння для групи великих банків здійснюється аналогічно до процедури побудови «збірної» регресії. Результати дисперсійного аналізу для групи великих банків наведені на рис. 10.90.

Effect	Analysis of Variance; DV: Yi (Spreadsheet1)				
	Sums of Squares	df	Mean Squares	F	p-level
Regress.	97057,19033152	1	97057,19	2,726022E+10	0,000000
Residual	0,00002848	8	0,00		
Total	97057,19036000				

Рис. 10.90. **Таблиця дисперсійного аналізу для групи великих банків**

Аналогічно знаходимо суму квадратів залишків регресійного рівняння залежності доходу від залучених коштів для групи середніх банків (рис. 10.91).

Effect	Analysis of Variance; DV: Yi (Spreadsheet1				
	Sums of Squares	df	Mean Squares	F	p-level
Regress.	7859,350	1	7859,350	11320955	0,00000
Residual	0,006	8	0,001		
Total	7859,356				

Рис. 10.91. **Таблиця дисперсійного аналізу для групи середніх банків**

3. Порівняння регресій.

Для порівняння регресій за двома сукупностями застосовуємо тест Чоу:

$$F = \frac{982{,}3 - (0{,}0000284 + 0{,}006)}{0{,}0000284 + 0{,}006} \cdot \frac{10 + 10 - 2 \cdot 2}{2} = 13034654.$$

Визначимо теоретичне значення критерію за тестом Фішера. Для цього необхідно обрати модуль *Basic Statistics/Tables* (рис. 10.92).

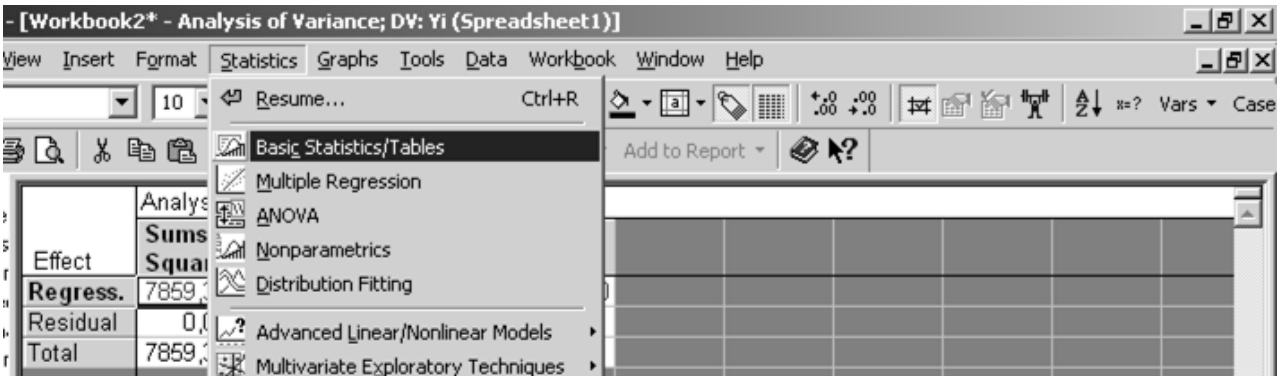


Рис. 10.92. **Вибір модуля *Basic Statistics/Tables***

Після підтвердження вибору модуля з'явиться діалогове вікно, що дозволяє задати напрям аналізу *Probability Calculator* (рис. 10.93).

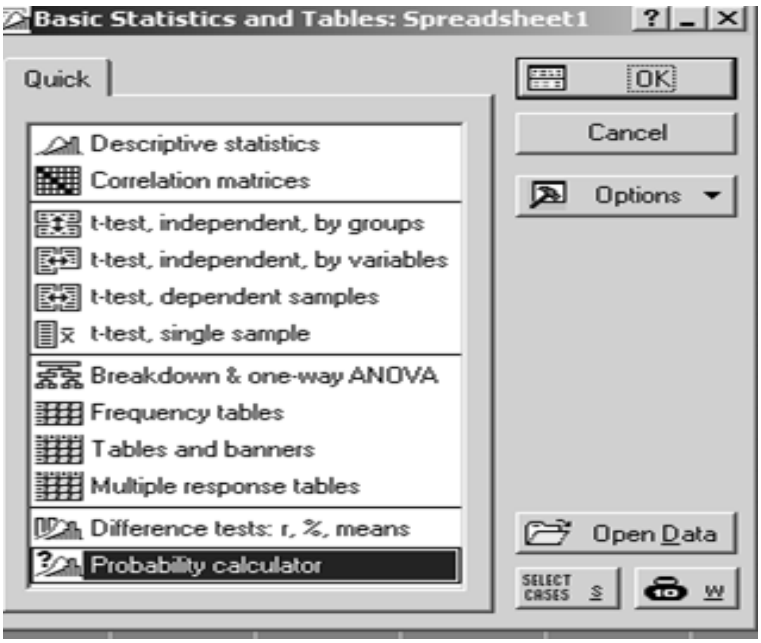


Рис. 10.93. **Вибір напряму аналізу**

Після вибору напряму аналізу з'явиться стартова панель модуля (рис. 10.94), де необхідно задати такі вихідні параметри: *Distribution* (розподіл), df (ступінь свободи), p (рівень значущості). Ініціюйте кнопку *Compute*, й у вікні з'явиться критичне значення F-розподілу Фішера.

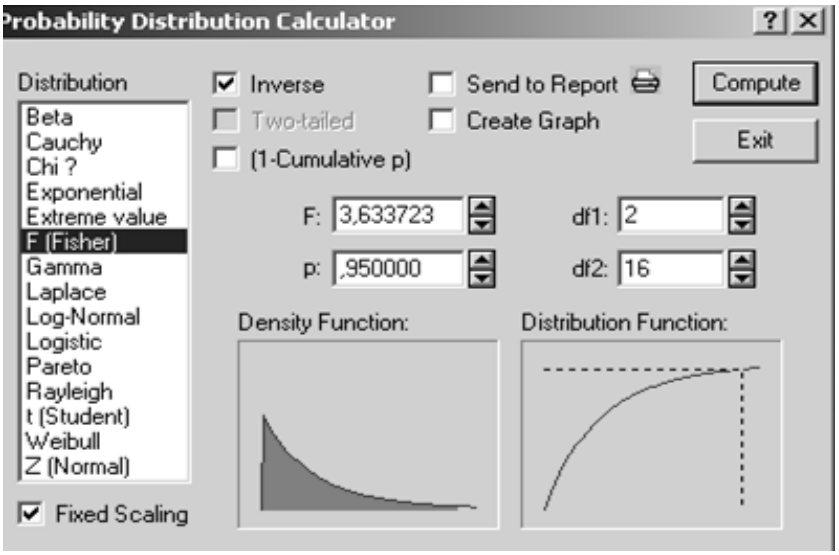


Рис. 10.94. **Критичне значення F-розподілу Фішера**

Оскільки, обчислене значення F-критерію перевищує критичне, то гіпотеза про відсутність структурного зрушення в спостережуваних вибіркових даних відхиляється.

4. Реалізація теста Чоу з використанням *dummy*-змінних.

Об'єднаємо всі спостереження в єдину сукупність і оцінимо регресію з диференційованими коефіцієнтами, сформувавши фіктивні змінні нахилу (d_i) і перетину ($d_i x_i$) (рис. 10.95).

	1 Xi	2 Yi	3 Di	4 Di*Xi
1	14772,9	370,64	1	14772,9
2	11854	297,67	1	11854
3	10735,2	269,7	1	10735,2
4	8028,5	202,03	1	8028,5
5	5446,4	137,48	1	5446,4
6	1052,1	27,62	1	1052,1
7	5614,7	141,69	1	5614,7
8	3747,9	95,02	1	3747,9
9	6054,4	152,68	1	6054,4
10	4653,2	117,65	1	4653,2
11	114,7	24,2	0	0
12	308,1	62,92	0	0
13	549,6	111,17	0	0
14	375,3	76,29	0	0
15	59,1	13,04	0	0
16	106,7	22,57	0	0
17	195,9	40,45	0	0
18	268,5	54,98	0	0
19	164,4	34,11	0	0
20	295,4	60,34	0	0

Рис. 10.95. **Вихідні дані з фіктивними змінними**

Побудуємо лінійну багатофакторну економетричну модель виду: $y_t = a_0^1 + a_0^2 \cdot d_i + a_1^1 \cdot x_i + a_1^2 \cdot d_i x_i + \varepsilon_i$ і визначимо характеристики її адекватності та значущості (рис. 10.96).

	Regression Summary for Dependent Variable: Yi (Spreadsheet1) R= ,99999999 R?= ,99999997 Adjusted R?= ,99999997 F(3,16)=1825E5 p<0,0000 Std.Error of estimate: ,01868					
N=20	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(16)	p-level
Intercept			1,241252	0,011852	104,73	0,000000
Xi	9,12217	0,001922	0,200048	0,000042	4746,20	0,000000
Di	0,00041	0,000087	0,079343	0,017079	4,65	0,000269
Di*Xi	-8,15170	0,001964	-0,175048	0,000042	-4150,44	0,000000

Рис. 10.96. **Результати регресійного аналізу**

Проаналізуємо отримані результати моделі:

1) аналіз адекватності:

R = 0,9999 – коефіцієнт множинної кореляції;

R^2= 0,9999 – коефіцієнт детермінації моделі;

Adjusted R^2 = 0,9999 – скорегований коефіцієнт детермінації;

F (3, 16) – критерій Фішера статистичної значущості моделі із числом ступенів свободи та рівнем значущості p;

Std.Error of estimate = 0,01868 – середнє квадратичне відхилення помилок моделі;

2) аналіз параметрів моделі й їх статистичної значущості:

у $(a_0^1,\ a_0^2,\ a_1^1,\ a_1^2)$ = (1,24125; 0,200045; 0,07934; −0,17504) – вектор параметрів моделі. Отже, модель має вигляд:

$$\hat{Y} = 1{,}24 + 0{,}079 \cdot d_i + 0.2 \cdot x_i - 0{,}18 \cdot d_i x_i + \varepsilon_i;$$

регресійне рівняння для групи великих банків має вигляд:

$$\hat{Y} = (1{,}24 + 0{,}079) + (0{,}2 - 0{,}18) \cdot x_i = 1{,}321 + 0{,}025 \cdot x_i;$$

відповідно, регресійне рівняння для групи середніх банків:

$$\hat{Y} = 1{,}24 + 0{,}2 \cdot x_i;$$

Std.Error of B = (0,01185; 0,00004; 0,01707; 0,00004) – середнє квадратичне відхилення параметрів моделі;

t(13) = (104,73; 4726,25; 4,65; −4150,45) – значущість параметрів за критерієм Стьюдента; p-level – рівень значущості критерію Стьюдента.

Графічне відображення отриманих результатів моделювання для груп спостережень подане на рис. 10.97.

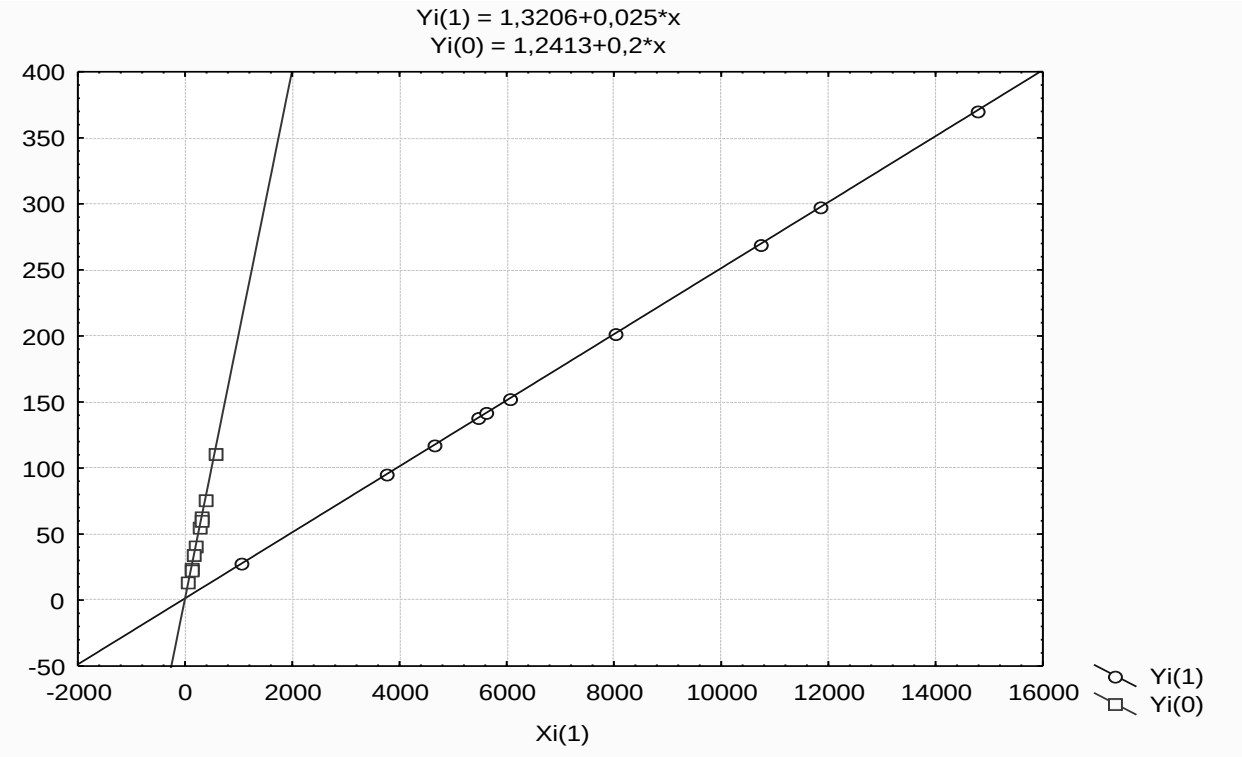


Рис. 10.97. **Графік залежності для груп спостережень**

Для аналізу помилок моделі у нижній частині інформаційного вікна результатів регресійного аналізу (див. рис. 10.85) необхідно вибрати напрям аналізу *Residuals/assumptions/prediction* та ініціювати опцію *Perform residual analysis* (Усебічний аналіз залишків). Ініціювавши дану опцію, отримаємо меню для аналізу помилок моделі (рис. 10.98).

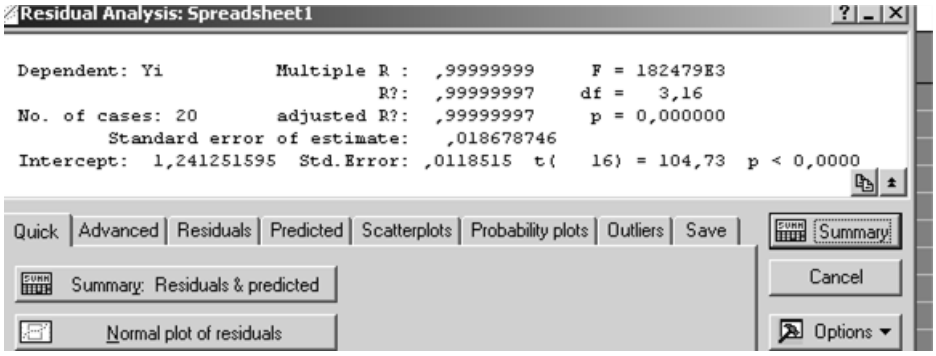


Рис. 10.98. **Меню аналізу помилок моделі**

Кнопка аналізу помилок *Quick/Summary*: *Residuals & Predicted* відображає спостережувані значення залежної змінної *(Observed value),* теоретичні значення залежної змінної *(Predicted value)* і помилки моделі *(Residual)* як різницю спостережуваних і теоретичних значень (рис. 10.99).

	Predicted & Residual Values (S| Dependent variable: Yi		
Case No.	Observed Value	Predicted Value	Residua
1	370,6400	370,6414	-0,0013
2	297,6700	297,6692	0,0008
3	269,7000	269,6993	0,0006
4	202,0300	202,0322	-0,0021
5	137,4800	137,4799	0,0000
6	27,6200	27,6230	-0,0029
7	141,6900	141,6874	0,0025
8	95,0200	95,0177	0,0023
9	152,6800	152,6799	0,0001
10	117,6500	117,6500	-0,0000
11	24,2000	24,1868	0,0132
12	62,9200	62,8761	0,0439
13	111,1700	111,1877	-0,0177
14	76,2900	76,3193	-0,0293
15	13,0400	13,0641	-0,0241
16	22,5700	22,5864	-0,0163
17	40,4500	40,4307	0,0193
18	54,9800	54,9542	0,0258
19	34,1100	34,1292	-0,0191
20	60,3400	60,3355	0,0045

Рис. 10.99. **Аналіз помилок моделі**

У меню аналізу помилок, ініціювавши кнопку *Advanced/Durbin-Watson statistic* (Статистика Дарбіна – Уотсона), отримаємо значення автокореляції помилок моделі за критерієм Дарбіна – Уотсона та значення нециклічного коефіцієнта автокореляції (рис. 10.100).

	Durbin-Watson d (Sp and serial correlation	
	Durbin-Watson d	Serial Corr.
Estimate	1,630424	0,183472

Рис. 10.100. **Автокореляція помилок моделі**

Значення отриманих коефіцієнтів порівнюють з табличними значеннями та роблять висновок про наявність у моделі автокореляції.

Оскільки одна з основних гіпотез щодо випадкової величини стверджує, що помилки треба розподілити за нормальним законом, подано гістограму розподілу помилок *(Residuals/Histogram plot of residuals)* і проаналізуємо її (рис. 10.101).

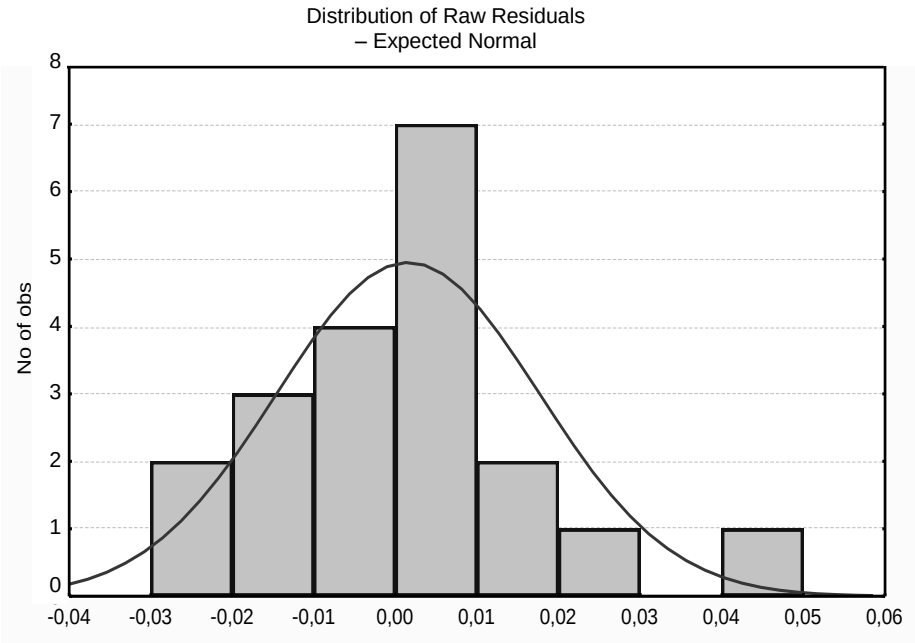
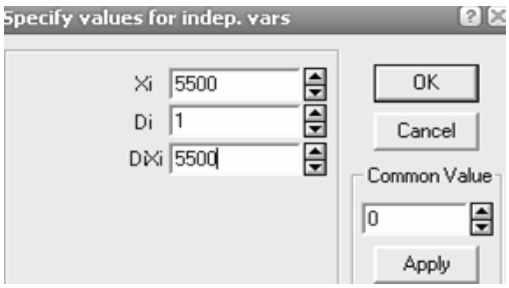


Рис. 10.101. **Гістограма розподілу помилок**

Отже, модель є адекватною, а її параметри значущі, тому за моделлю можна скласти прогноз.

5. Прогнозування.

Для розрахувнку прогнозних значень залежної змінної у нижній частині вікна результатів регресійного аналізу є опція *Predict dependent variable (Прогнозування залежної змінної)*. Ініціювавши дану опцію, необхідно вказати значення незалежної змінної, для якої треба спрогнозувати залежну величину (рис. 10.102). Знайдемо прогнозні значення доходу комерційних банків, які належать до групи середніх та, відповідно, великих банків.



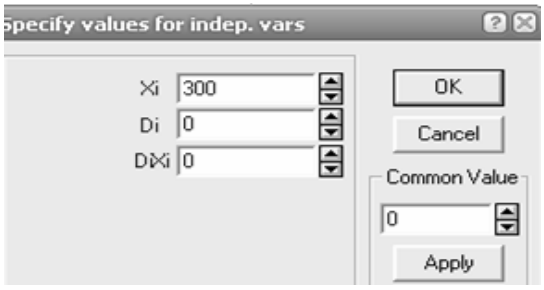


Рис. 10.102. **Значення незалежних змінних**

Результати прогнозу подають у вигляді таблиці, у якій зазначені коефіцієнти моделі та порядок розрахунків (рис. 10.103).

Variable	Predicting Values for (Чоу) variable: Yi		
	B-Weight	Value	B-Weight * Value
Xi	0,200048	5500,000	1100,265
Di	0,079343	1,000	0,079
DiXi	-0,175048	5500,000	-962,766
Intercept			1,241
Predicted			138,820
-95,0%CL			138,806
+95,0%CL			138,834

Variable	Predicting Values for (Чоу) variable: Yi		
	B-Weight	Value	B-Weight * Value
Xi	0,200048	300,0000	60,01446
Di	0,079343	0,0000	0,00000
DiXi	-0,175048	0,0000	0,00000
Intercept			1,24125
Predicted			61,25571
-95,0%CL			61,24222
+95,0%CL			61,26920

Рис. 10.103. **Результати прогнозу**

Прогнозне значення доходу комерційного банку групи великих банків (якщо величина залучених коштів 5 500 тис. грн) складе 138,820 тис. грн. Відповідно, довірчі інтервали для прогнозного значення:

$$138{,}806 \le 138{,}820 \le 138{,}834.$$

Прогнозне значення доходу комерційного банку групи середніх банків (якщо величина залучених коштів 300 тис. грн) складе 61,256 тис. грн.

Відповідно, довірчі інтервали для прогнозного значення:

$$61{,}242 \le 61{,}256 \le 61{,}269.$$

Якість отриманих моделей підтверджують досить точні інтервали зміни прогнозних значень рівня доходу.

Лабораторна робота 6
Побудова моделей з обмеженими залежними змінними

Мета – закріплення теоретичного та практичного матеріалу за темою «Моделі з дискретними та обмеженими змінними», формування навичок побудови *tobit*-моделі в середовищі *EViews*.

Завдання – необхідно побудувати моделі з обмеженими результівними змінними за цензурованими вибірками (*tobit*-моделі) за наданими вихідними даними в середовищі *EViews* за визначеною послідовністю дій.

1. Провести дослідження змінних моделі.

2. Побудувати *tobit*-модель, визначити всі її характеристики, провести оцінювання її адекватності, навести вид моделі.

3. Побудувати графік моделі, визначити помилки моделі та провести їх аналіз за гістограмою та розсіюванням.

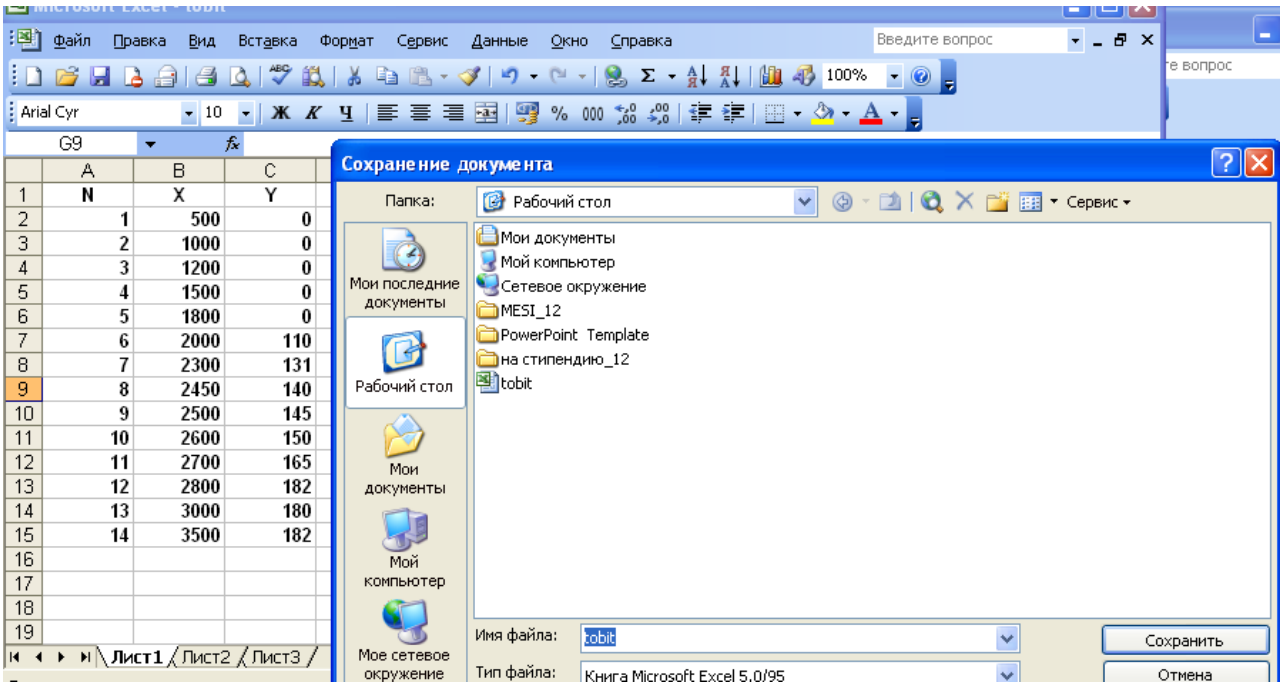
4. Провести порівняльний аналіз моделей, (побудувати звичайну модель регресіїї), визначити прогнозні значення залежної змінної, розрахувати маржинальні ефекти за побудованими моделями.

5. Визначити найбільш адекватну модель, подати економічну інтерпретацію результатів моделювання, зробити висновки.

Методичні рекомендації

1. Побудова тобіт-моделі.

Розглянемо порядок побудови тобіт-моделі для дослідження залежності витрат на придбання антикваріату (*y*) від рівня доходів населення (*x*) у ППП *EViews*. Вихідні дані для побудови моделі подані на рис. 10.104.



	A	B	C
1	N	X	Y
2	1	500	0
3	2	1000	0
4	3	1200	0
5	4	1500	0
6	5	1800	0
7	6	2000	110
8	7	2300	131
9	8	2450	140
10	9	2500	145
11	10	2600	150
12	11	2700	165
13	12	2800	182
14	13	3000	180
15	14	3500	182

Рис. 10.104. **Вихідні дані**

Якщо в даний момент вікно є активним, то перший рядок екрана (*Title Bar*) буде темніший від інших. Після переходу в інше вікно колір цього рядка зміниться на більш приглушений (сірий). Розглянемо рядок основного меню (*Main Menu*). Далі розташовується командне вікно *Command window*. У ньому відбувається безпосередній набір команд, які виконуються після натискання клавіші *Enter* (*Введення*). Для виконання багатьох команд відсутня необхідність їх набору – просто треба вибрати потрібний пункт в основному меню. Більша частина екрану відведена під робочу область *Work area*. У ній розміщуються робочі об'єкти.

Створимо новий робочий файл (*Workfile).* Треба вибрати тип вихідних даних і кількість спостережень, пакет створить робочий файл без імені, а в робочій області з'явиться вікно.

Після того як вихідні дані перенесені в робочу область, необхідно для подальшого аналізу створити нову групу, яка містить необхідні змінні (рис. 10.105). Вибравши опцію *Open Group* (*Відкрити в одній групі*), створюється група з ім'ям *UNTITLED* (автоматично дані будуть подані у вигляді електронної таблиці).

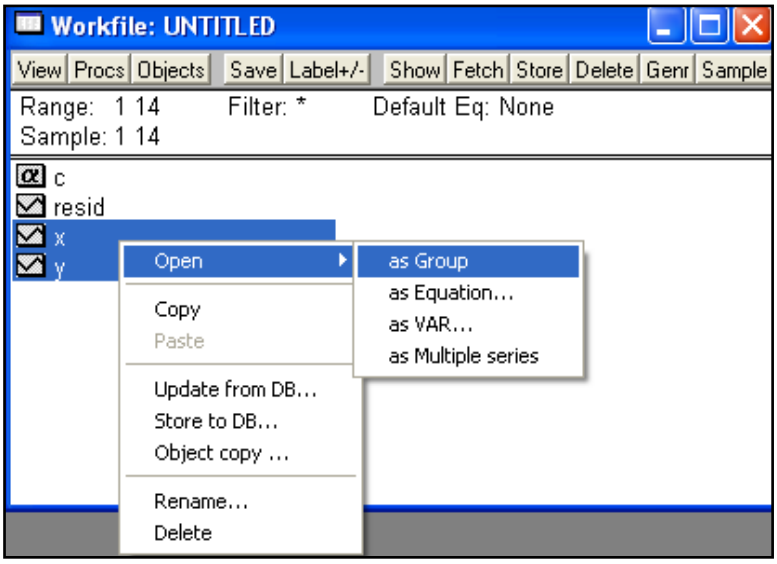


Рис. 10.105. **Створення групи об'єктів для аналізу**

Для візуального аналізу даних необхідно побудувати графіки залежності досліджуваних змінних, для цього необхідно вибрати послідовність команд *View/Graph/Scatter/Scatter with Regression* (рис. 10.106).

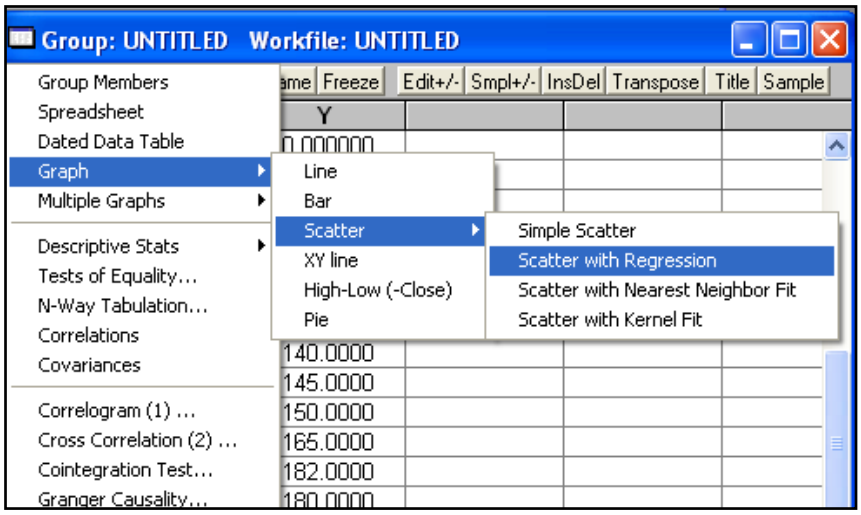


Рис. 10.106. **Побудова графіка залежності**

Графік лінійної залежності досліджуваних показників зображений на рис. 10.107.

Для перегляду числових характеристик (описових статистик) досліджуваних змінних необхідно вибрати в робочому файлі *View/Descriptive Stats/Common Samples* (рис. 10.108).

У результаті з'явиться вікно, подане на рис. 10.109.

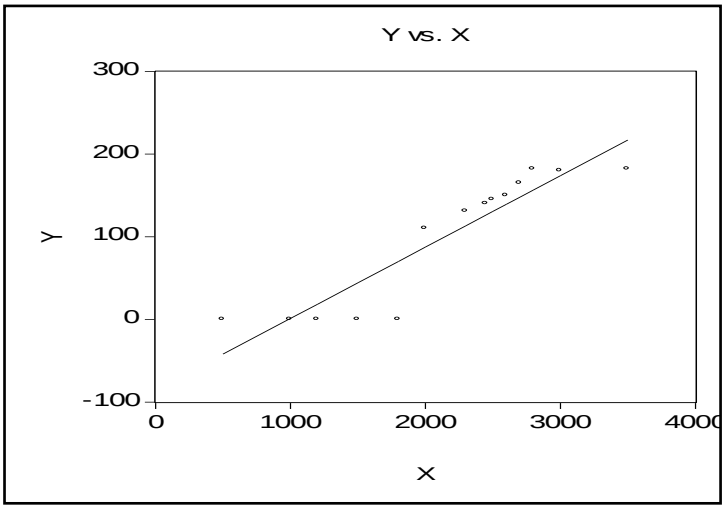


Рис. 10.107. **Графік лінійної залежності досліджуваних показників**

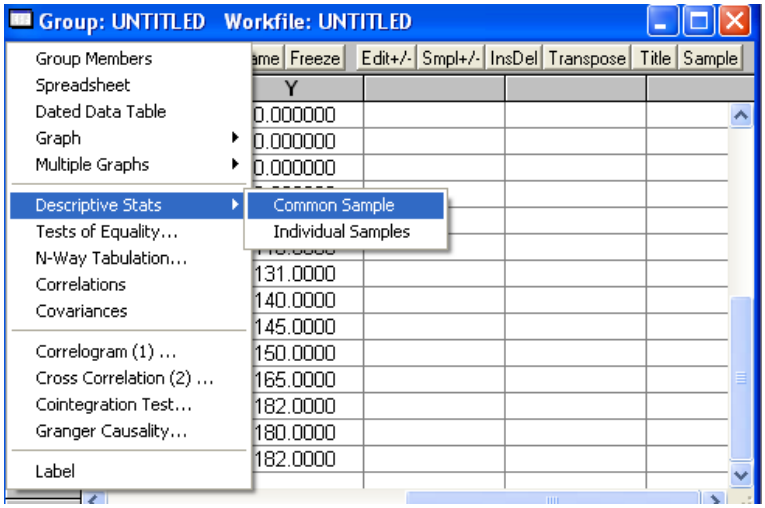
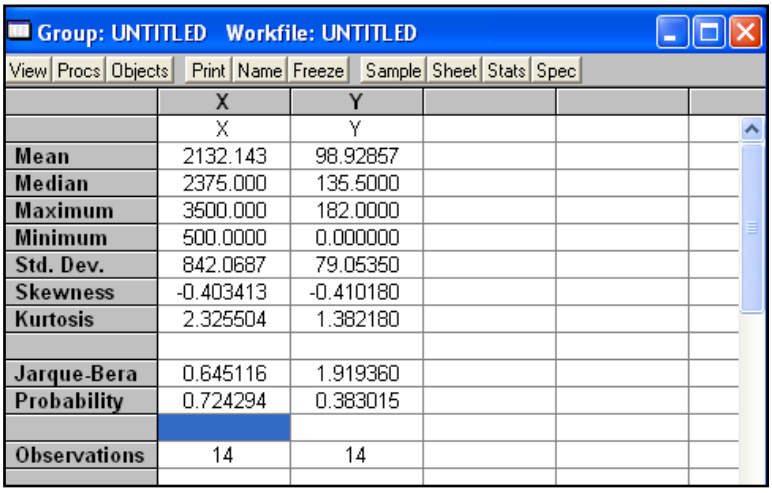


Рис. 10.108. **Опції обчислення описових статистик**



	X	Y
	X	Y
Mean	2132.143	98.92857
Median	2375.000	135.5000
Maximum	3500.000	182.0000
Minimum	500.0000	0.000000
Std. Dev.	842.0687	79.05350
Skewness	-0.403413	-0.410180
Kurtosis	2.325504	1.382180
Jarque-Bera	0.645116	1.919360
Probability	0.724294	0.383015
Observations	14	14

Рис. 10.109. **Описові статистики**

Для побудови гістограм досліджуваних змінних необхідно вибрати в робочому файлі *View/Descriptive Statistics/Histogram and Stats* (рис. 10.110) почергово для кожної змінної.

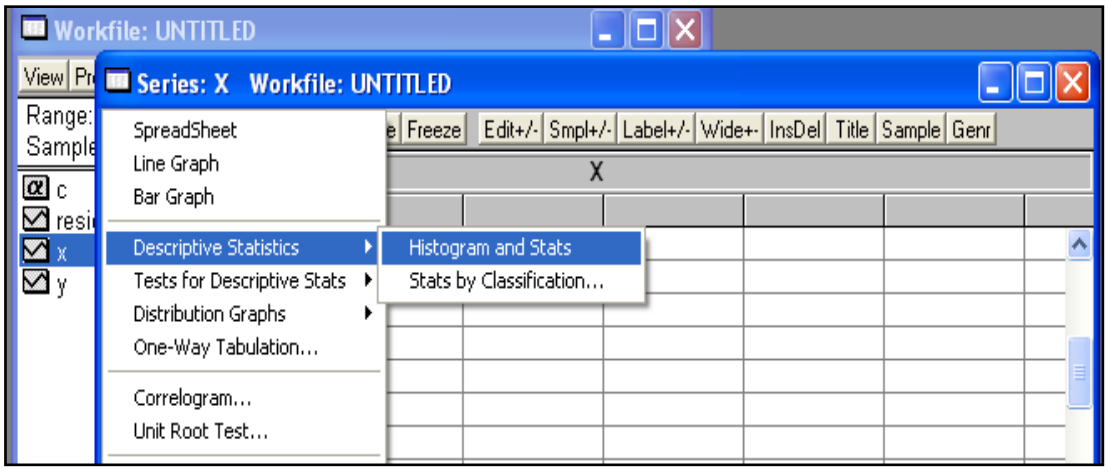


Рис. 10.110. **Опції побудови гістограм**

Гістограми досліджуваних змінних з описовими статистиками зображені на рис. 10.111.

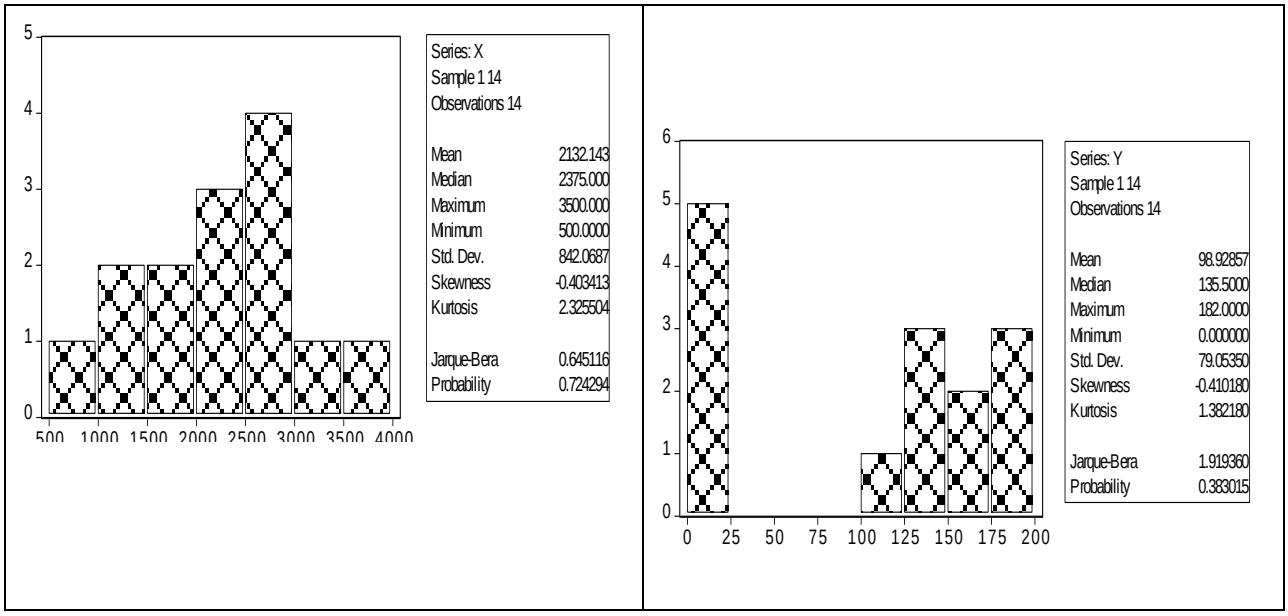


Рис. 10.111. **Гістограми досліджуваних змінних**

Після всебічного аналізу досліджуваних змінних перейдемо безпосередньо до процедури побудови *tobit*-моделі. Вікно вибору змінних для оцінювання (побудови моделі) подане на рис. 10.112.

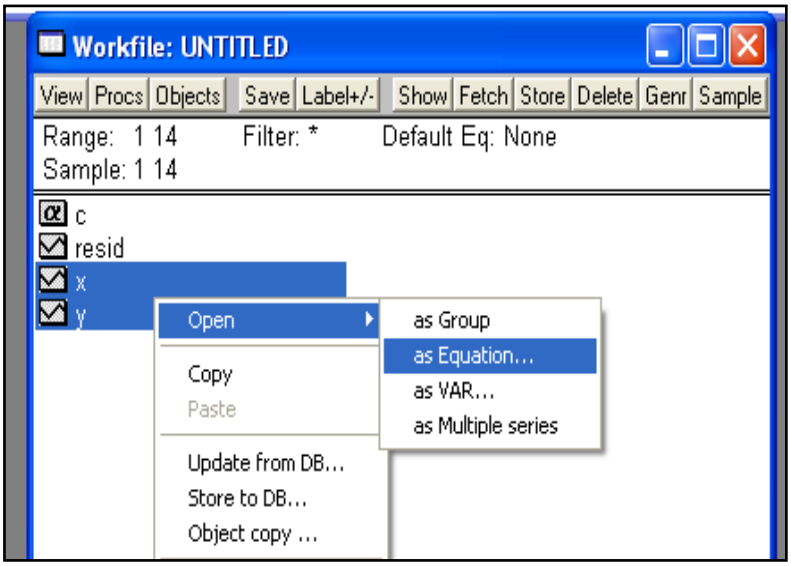


Рис. 10.112. **Вікно вибору змінних для оцінювання**

На рис. 10.113 розміщене вікно специфікації оцінювання, де вказуються змінні для побудови моделі та метод оцінювання параметрів. У даному випадку обраний метод оцінювання параметрів для цензурованих вибірок *CENSORED Censored data (tobit)* (рис. 10.113).

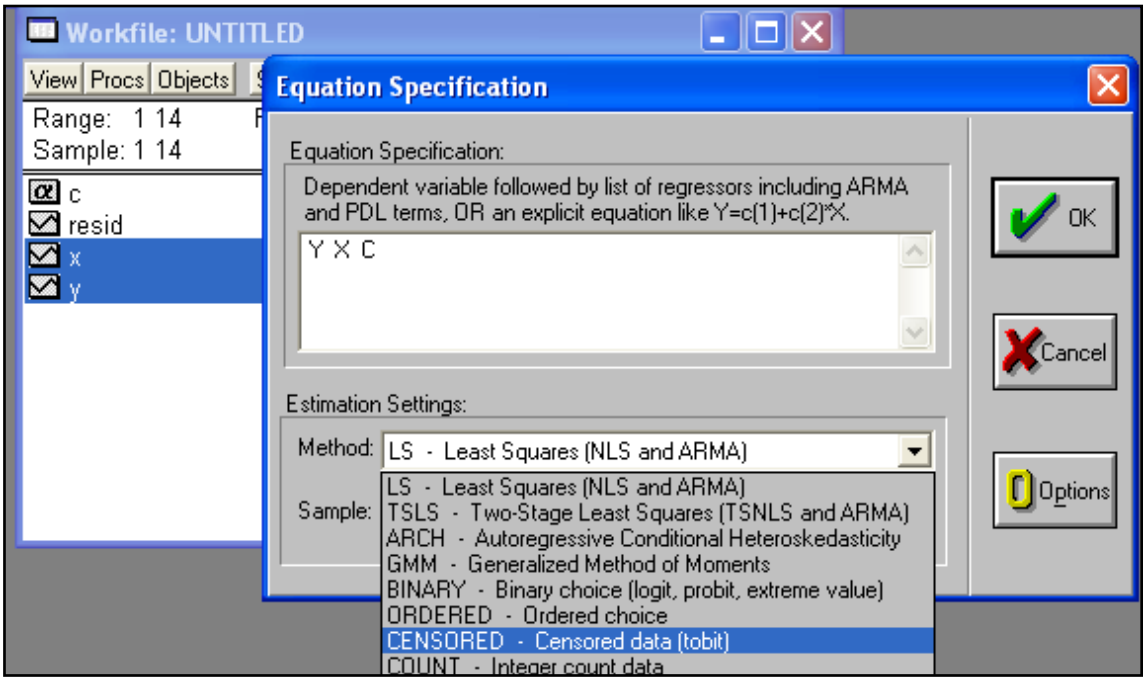


Рис. 10.113. **Вибір методу оцінювання параметрів**

Для завдання додаткових параметрів моделювання використовують опції, подані на рис. 10.114.

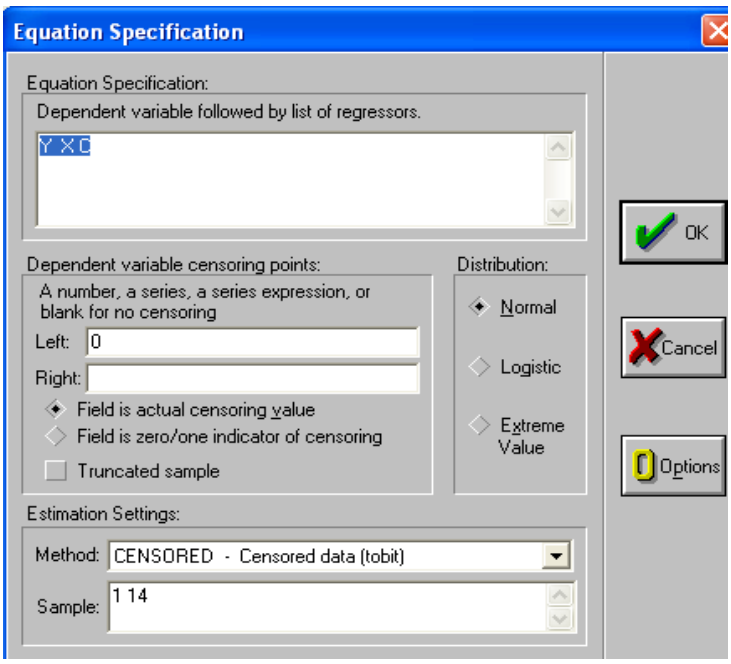


Рис. 10.114. **Визначення додаткових параметрів моделювання**

Результати побудови *tobit*-моделі, що містяться на рис. 10.115, дозволяють провести повний аналіз її адекватності.

Dependent Variable: Y				
Method: ML – Censored Normal (TOBIT)				
Sample: 1 14				
Included observations: 14				
Left censoring (value) at zero				
Convergence achieved after 6 iterations				
Covariance matrix computed using second derivatives				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
X	0.122089	0.018898	6.460333	0.0000
C	-180.6769	47.99586	-3.764427	0.0002
	Error Distribution			
SCALE:C(3)	34.63644	8.641930	4.007952	0.0001
R-squared	0.864911	Mean dependent var		98.92857
Adjusted R-squared	0.840349	S.D. dependent var		79.05350
S.E. of regression	31.58685	Akaike info criterion		7.139214
Sum squared resid	10975.02	Schwarz criterion		7.276155
Log likelihood	-46.97450	Hannan-Quinn criter.		7.126538
Avg. log likelihood	-3.355321			
Left censored obs	5	Right censored obs		0
Uncensored obs	9	Total obs		14

Рис. 10.115. **Результати побудови *tobit*-моделі**

Для отримання загального вигляду моделі необхідно вибрати опції *Representation* у вікні отриманих результатів (рис. 10.116).

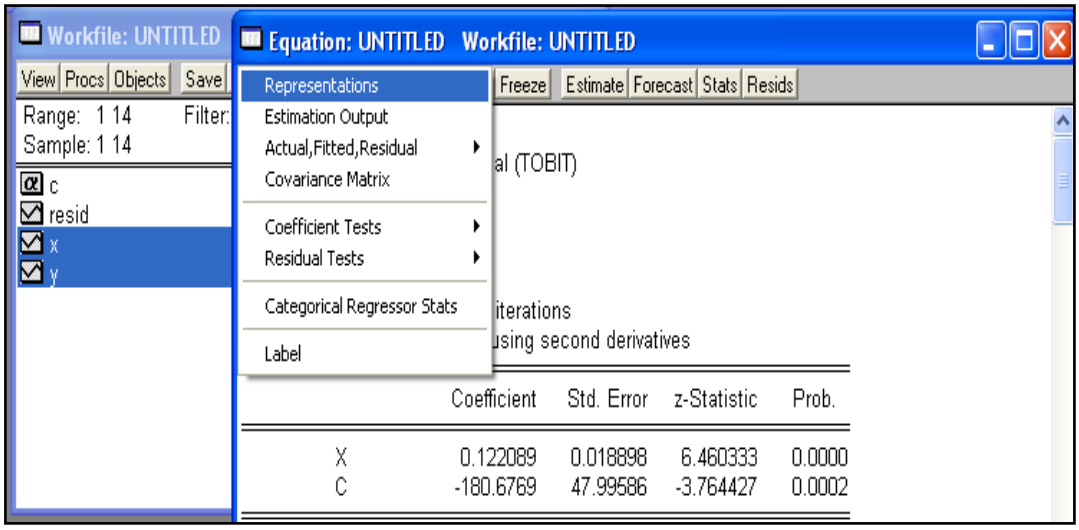


Рис. 10.116. **Опції перегляду загального вигляду моделі**

Загальний вид побудованої моделі поданий на рис. 10.117.

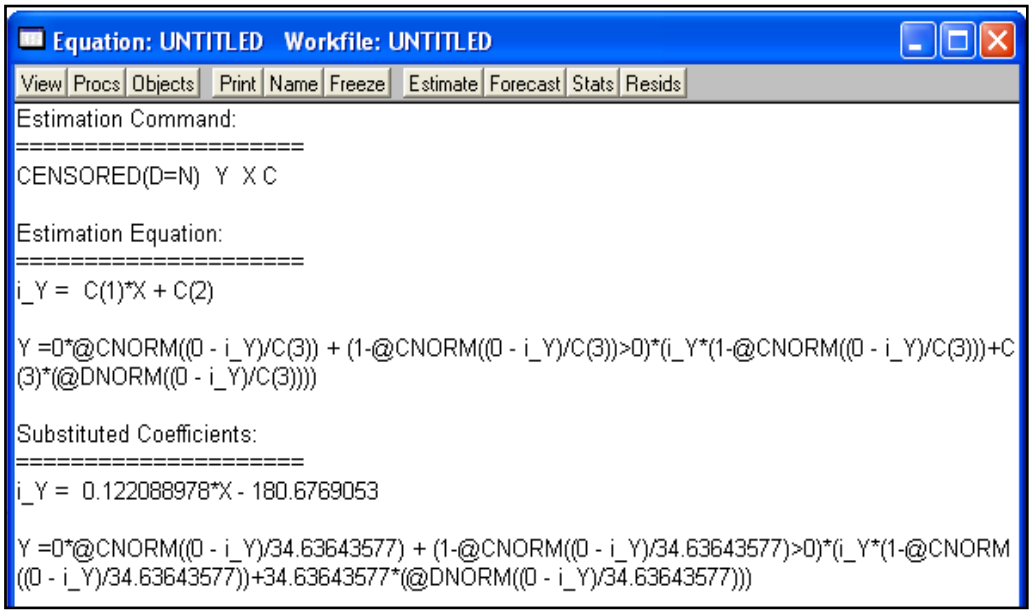


Рис. 10.117. **Загальний вигляд моделі**

2. Дослідження похибок моделі.

Подальший аналіз моделі передбачає розрахунок теоретичних значень залежної змінної та дослідження похибок моделі. Для знаходження теоретичних значень залежної змінної в робочому вікні результатів

моделі необхідно ініціювати такі опції *View/Actual, Fitted, Residual Graf* (рис. 10.118).

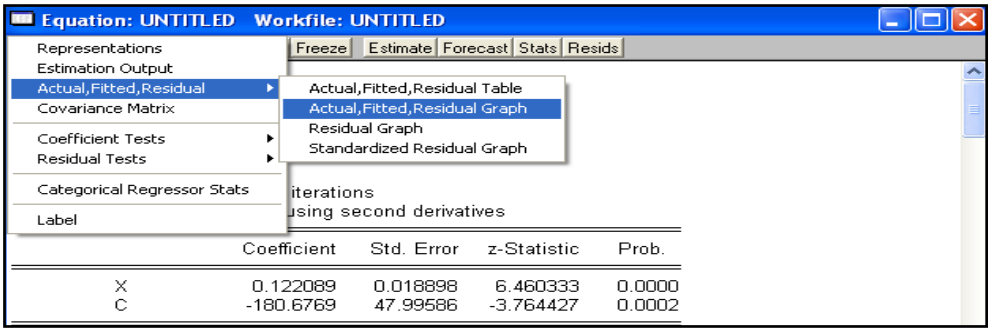


Рис. 10.118. **Опції дослідження помилок моделі**

Фактичні та теоретичні значення залежної змінної та помилки моделі подані на рис. 10.119.

Actual	Fitted	Residual	Residual Plot
0.00000	0.00243	-0.00243	| . * . |
0.00000	0.64664	-0.64664	| . * . |
0.00000	2.96050	-2.96050	| . *| . |
0.00000	15.0810	-15.0810	| . * | . |
0.00000	41.3296	-41.3296	| * . | . |
110.000	63.9555	46.0445	| . | . * |
131.000	100.147	30.8529	| . | * |
140.000	118.444	21.5561	| . | * . |
145.000	124.547	20.4531	| . | * . |
150.000	136.755	13.2453	| . |* . |
165.000	148.963	16.0366	| . | * . |
182.000	161.172	20.8278	| . | * . |
180.000	185.590	-5.59003	| . *| . |
182.000	246.635	-64.6345	|* . | . |

Рис. 10.119. **Фактичні, теоретичні значення залежної змінної та помилки**

На рис. 10.120 зображений графік помилок моделі, а також фактичні та теоретичні значення залежної змінної.

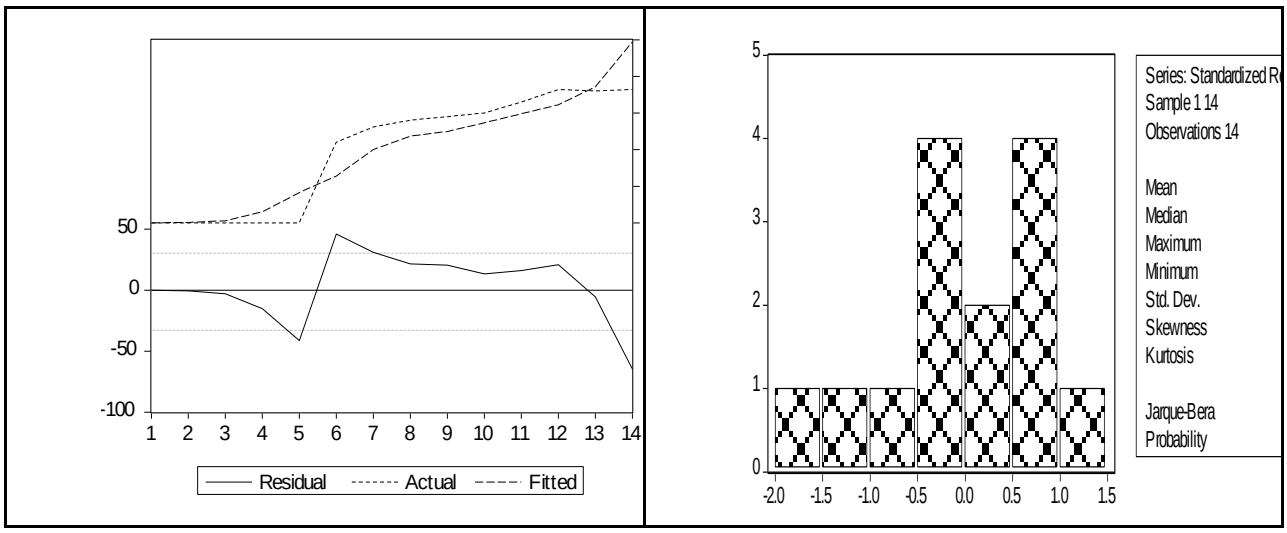


Рис. 10.120. **Графічний аналіз помилок**

Отже, гістограма помилок не підтверджує гіпотезу про їх нормальний розподіл.

Лабораторна робота 7
Побудова моделі панельних даних

Мета – закріплення теоретичного та практичного матеріалу за темою «Моделі панельних даних», набуття навичок побудови моделі з панельною структурою даних у середовищі *EViews*.

Завдання – необхідно побудувати регресійну модель з панельною структурою даних і перевірити наявність специфічних ефектів моделі в програмі *EViews* за такою послідовністю дій.

1. Записати можливі типи моделей з панельними даними й обчислити значення параметрів моделі (узагальнену, з фіксованими ефектами, з випадковими ефектами).
2. Перевірити гіпотезу про істотність відмінностей між оцінками моделі: провести тестування значущості ефектів моделі (узагальненої моделі, моделі з фіксованими ефектами, з випадковими ефектами), вибрати та записати остаточну специфікацію моделі.
3. Навести економічну інтерпретацію обчислених результатів.

Моделі, які ґрунтуються на вікорістанні панельних даних, набули широкого застосування у моделюванні процесів як на макро-, так і на мікрорівні. Розглянемо процес побудови моделей панельних даних у програмному продукті *EViews* на прикладі моделі оцінювання економічної безпеки підприємства.

Для оцінювання моделі панельних даних у програмному продукті *Eviews* дотримуються таких етапів.

1. Підготовка попередніх даних. Створення нового робочого файла здійснюється за допомогою команди головного меню *File/New/Workfile…* програми *Eviews*.

Далі виконується створення об'єктів, що мають тип *Временной ряд (Series)* командою *Objects/New object /Series*. Для кожного об'єкта вибірки за кожною змінною моделі повинен бути створений окремий ряд. Для аналізу вихідних даних їх групують, створивши новий об'єкт (*Group*). Графічне виведення даних на загальному лінійному графіку створеної групи можна редагувати у вікні об'єкта за допомогою меню *View/Graph/ Line* або у вигляді окремих графіків даних *View/Multiple Graph/Line*.

Описові статистики (середнє, медіана, максимальне та мінімальне значення, стандартне відхилення, коефіцієнти асиметрії та ексцесу, критерій Жака – Бера, кількість спостережень ряду) отримують за допомогою меню *View/Descriptiv Stats/Common Sample*.

Створення об'єкта панельні дані виконують за допомогою команди меню *Objects/New object/Pool… .* У вікні створеного об'єкта за допомогою пункту меню *Define* або *View/Cross Section Idetifiers* записують назви ідентифікаторів (об'єктів) у вигляді Ім'яОб'єкту_. Ідентифікатори будуть визначати, як розрізняти ряди даних за об'єктами вибірки. У назві зазвичай вказують ім'я об'єкта і його порядковий номер у вибірці (рис. 10.121).

Перегляд ідентифікаторів моделі можна виконати командою *View/ Cross Section Identifiers*.

2. Оцінювання моделі. Для отримання оцінок моделі використовують команду меню *Proc/Estimate*. У діалоговому вікні задають залежну змінну в поле *Dependent Variable* та незалежні змінні в поле *Common coefficients* (рис. 10.122).

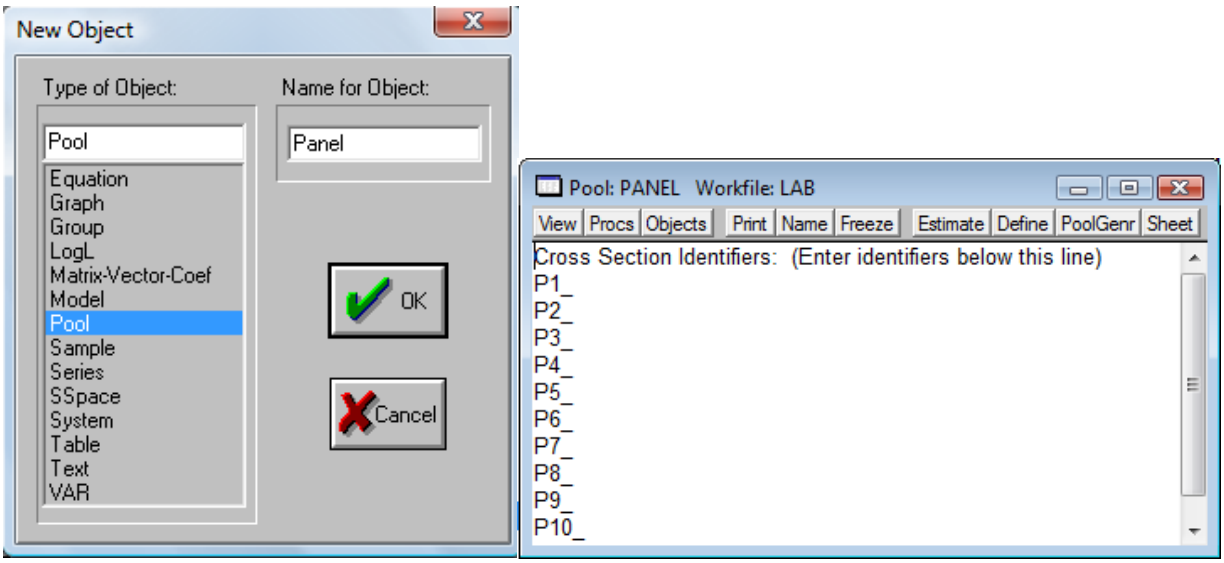


Рис. 10.121. **Створення об'єкта панельних даних і опис ідентифікаторів**

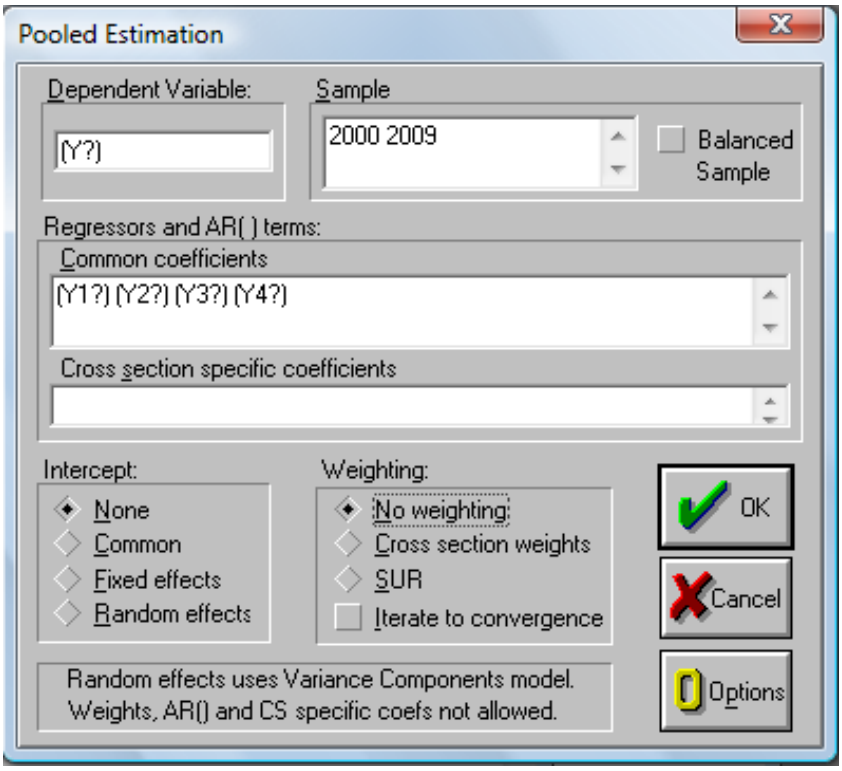


Рис. 10.122. **Вибір специфікації моделі**

Якщо в моделі використовують регресори, за якими потрібно знайти оцінки з відмінним перетином за всіма об'єктами вибірки, їх ставлять у поле *Cross section specific coefficients*. Зміна та перегляд поточного часового діапазону використовуваних даних здійснюють за допомогою поля *Sample*.

У разі незбалансованості даних їх збалансують активізацією опції *Balanced Sample*. Ініціалізацією опції всі змінні з незбалансованими рядами виключаються з розгляду.

Завдання специфікації моделі у вікні *Pooled Estimation* проводиться установкою в області *Intercept* відповідного перемикача. Для моделі з фіксованими ефектами використовують перемикач *Fixed effects*, для об'єднаної моделі – *Common*; для моделі з випадковими ефектами – *Random effects*. Якщо в моделі не передбачається параметр перетину, використовують перемикач *None*. Крім вибору специфікації моделі в діалоговому вікні *Pooled Estimation* для різних видів ефектів можна в поле *Weighting* задати оцінки моделі з комбінацією фіксованих і випадкових ефектів. Таку оцінку можна виконати установкою перемикача в позиції *No weighting* (Без зважування). Крім цього доступні опції *SUR* (оцінка *SUR*-моделі), розділ ваги *Cross section weights* (Крос-секційне зважування).

Виклик додаткових опцій *Pooled Estimation* здійснюють ініціалізацією кнопки *Options*. У діалоговому вікні, яке з'являється, можна визначити максимальну кількість ітерацій в поле *Max Iterations* і точність розрахунків у поле *Convergence*. У випадку наявності крос-секційної гетероскедастичності проводять корегування залишків моделі за Уайтом – активізацією опції *White Heteroskedasticity Consistent Covariance* (рис. 10.123).

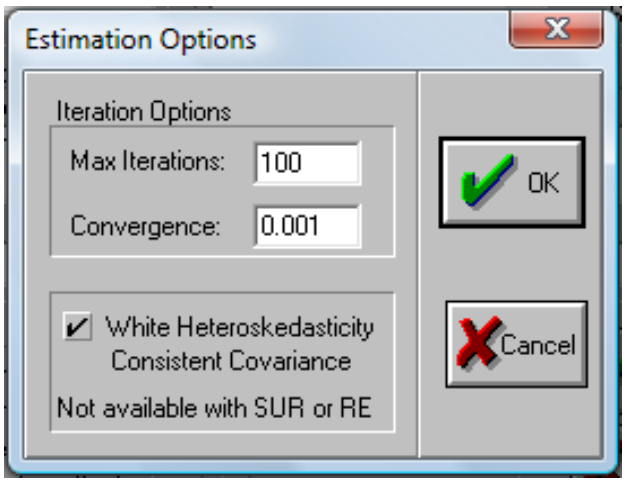


Рис. 10.123. **Установлення опцій корегування помилок за Уайтом**

У такому випадку використовується вагова матриця Ω, що має на головній діагоналі позитивні значення $\sigma_{ii}I$, а решта дорівнює 0. У разі зважування отримання оцінок моделі проходить у два етапи. На першому розраховують залишки незміщеної методу найменших квадратів.

На другому етапі, використовуючи зважені залишки, застосовується узагальнений метод найменших квадратів. Після того як обрані всі необхідні опції, для отримання оцінок обраної специфікації моделі ініціюють кнопку *OK* у діалоговому вікні *Pooled Estimation*. Результати розрахунків для моделі з фіксованими ефектами наведено на рис. 10.124.

Dependent Variable: (Y?)
Method: GLS (Cross Section Weights)
Date: 05/08/10 Time: 21:00
Sample: 2000 2009
Included observations: 7
Number of cross-sections used: 10
Total panel (balanced) observations: 70
White Heteroskedasticity-Consistent Standard Errors & Covariance

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
(Y1?)	-1.814782	0.097304	-18.65071	0.0000
(Y2?)	-2.834269	0.133462	-21.23659	0.0000
(Y3?)	-0.721358	0.054529	-13.22897	0.0000
(Y4?)	-1.152053	0.108371	-10.63065	0.0000
Fixed Effects				
P1_--C	3.882885			
P2_--C	3.517897			
P3_--C	3.466009			
P4_--C	3.303734			
P5_--C	3.644046			
P6_--C	2.939985			
P7_--C	3.621731			
P8_--C	2.964463			
P9_--C	3.043130			
P10_--C	2.651786			
Weighted Statistics				
R-squared	0.968736	Mean dependent var		2.050172
Adjusted R-squared	0.961478	S.D. dependent var		1.286810
S.E. of regression	0.252561	Sum squared resid		3.572077
F-statistic	578.4019	Durbin-Watson stat		1.748660
Prob(F-statistic)	0.000000			
Unweighted Statistics				
R-squared	0.877417	Mean dependent var		1.325686
Adjusted R-squared	0.848961	S.D. dependent var		0.735714
S.E. of regression	0.285926	Sum squared resid		4.578205
Durbin-Watson stat	1.629304			

Рис. 10.124. **Результати розрахунків за моделлю з фіксованими еффектами**

Результати містять таку інформацію: назву залежної змінної (*Dependent Variable*); метод оцінювання (*Method*); час і дату отримання результатів (*Time, Date*); загальний часовий діапазон вибірки *(Sample);* кількість часових періодів (*Included observation*); кількість досліджуваних крос-об'єктів (*Included observations*); загальну кількість спостережень (*Total panel (balanced) observations*); умови корегування залишків моделі (*White Heteroskedasticity-Consistent Standard Errors & Covariance*); імена незалежних змінних (*Variable*); оцінки моделі та їх стандартне відхилення (*Coefficient Std. Error*); статистику Стьюдента (*t-Statistic*); ймовірність попадання в критичну область (*Prob*.).

Крім цього виводяться значення фіксованих ефектів (*Fixed Effects*) і загальні показники якості моделі: коефіцієнт детермінації (*R-squared*); скоригований коефіцієнт детермінації (*Adjusted R-squared*); стандартне відхилення регресії (*S.E. of regression*); статистика Фішера (*F-statistic*); ймовірність попадання в критичну область *Prob*.; середнє залежної змінної (*Mean dependent var*); стандартне відхилення залежної змінної (*S.D. dependent var*); сума квадратів залишків (*Sum squared resid*); значення критерію Дарбіна – Уотсона (*Durbin – Watson stat*). Висновок щодо побудованих моделей для оціненої специфікації моделі здійснюють за допомогою команди меню *View / Representation*, в результаті якої виводиться вікно з інформацією про оцінювані моделі (рис. 10.125).

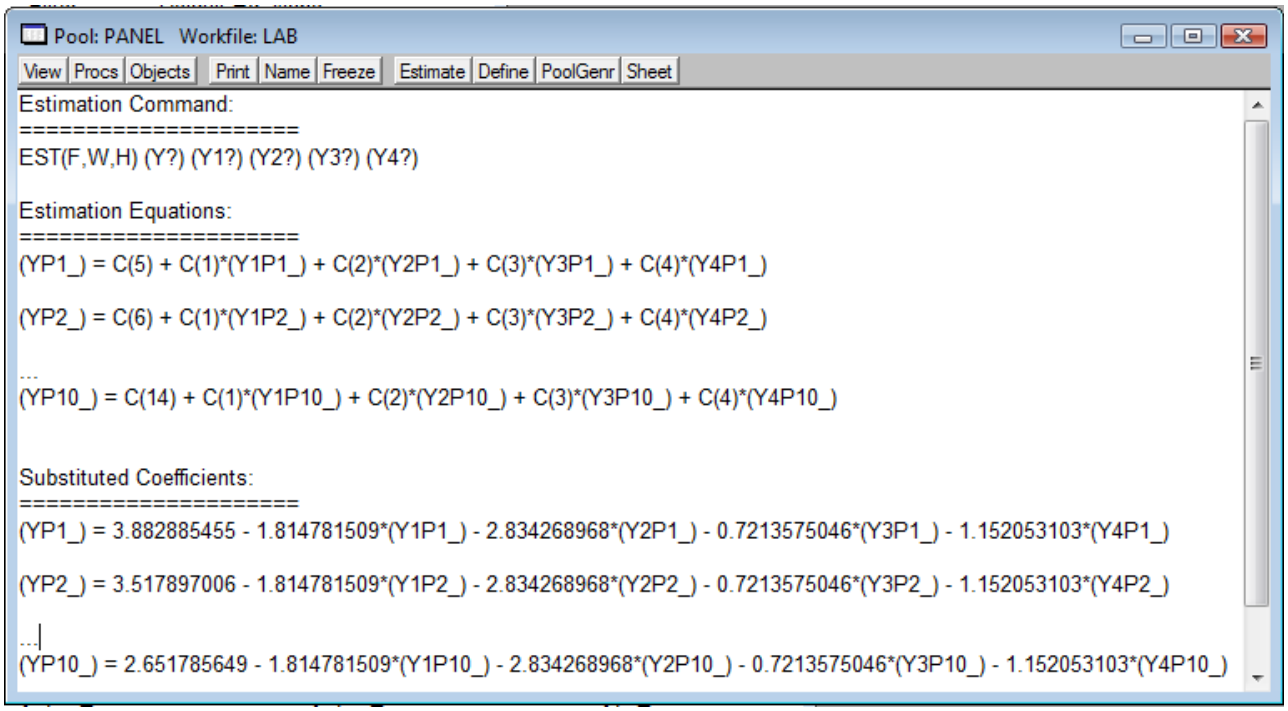


Рис. 10.125. **Вікно результатів побудови моделі**

Перегляд отриманих оцінок і розрахункових характеристик моделі виконують командою меню *View / Estimation Output.* Наведені на рис. результати значень критерію Фішера та коефіцієнта детермінації свідчать про досить сильний вплив складових на загальний рівень безпеки. Унаслідок малих стандартних помилок параметри моделі є статистично значущими на рівні 95 %. Аналіз панельних даних дозволив визначити гетероскедастичність у моделі та провести оцінювання параметрів з додатковим корегуванням помилок за Уайтом. Крім цього була встановлена необхідність крос-секційного зважування. Результати оцінювання моделі з випадковими ефектами наведені на рис. 10.126.

Dependent Variable: (Y?)
Method: GLS (Variance Components)
Date: 05/17/10 Time: 22:01
Sample: 2000 2009
Included observations: 7
Number of cross-sections used: 10
Total panel (balanced) observations: 70

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.345305	0.161765	20.68005	0.0000
(Y1?)	-2.020084	0.260992	-7.740013	0.0000
(Y2?)	-2.888636	0.291964	-9.893799	0.0000
(Y3?)	-0.541514	0.212541	-2.547806	0.0132
(Y4?)	-0.884282	0.361312	-2.447418	0.0171
Random Effects				
P1_--C	0.390800			
P2_--C	0.061896			
P3_--C	0.066117			
P4_--C	-0.051346			
P5_--C	0.288368			
P6_--C	-0.418967			
P7_--C	0.296433			
P8_--C	-0.331630			
P9_--C	-0.323597			
P10_--C	0.021925			
GLS Transformed Regression				
R-squared	0.873884	Mean dependent var		1.271657
Adjusted R-squared	0.866123	S.D. dependent var		0.806690
S.E. of regression	0.295162	Sum squared resid		5.662838
Durbin-Watson stat	1.454220			
Unweighted Statistics including Random Effects				
R-squared	0.891415	Mean dependent var		1.271657
Adjusted R-squared	0.884733	S.D. dependent var		0.806690
S.E. of regression	0.273880	Sum squared resid		4.875653
Durbin-Watson stat	1.689007			

Рис. 10.126. **Результати розрахунків за моделлю з випадковими ефектами**

Як видно з рис. 10.126, параметри моделі є статистично значущими на рівні 95 %. Отримані значення статистик Фішера, коефіцієнта детермінації та скорегованої детермінації свідчать про значущість моделі в цілому. Значення коефіцієнтів побудованої моделі мають значну відмінність від коефіцієнтів моделі з фіксованими ефектами, що, у свою чергу, підтверджує необхідність проведення тестів на вибір специфікації моделі.

3. Тестування специфікацій моделі. Для тестування значущості ефектів моделі проведемо ряд тестів. Розрахунок необхідних статистик за тестами на специфікацію моделі можна виконати на підставі результатів оцінювання матриць коефіцієнтів коваріації та залишків.

Для того щоб переглянути залишки моделі, в таблиці або графічному форматі слід вибрати пункт меню *View / Residuals / Table* або команду *View / Residuals / Graph* відповідно. У вікні результатів відображаються залишки за об'єктами спостережень для побудованого рівняння (рис. 10.127).

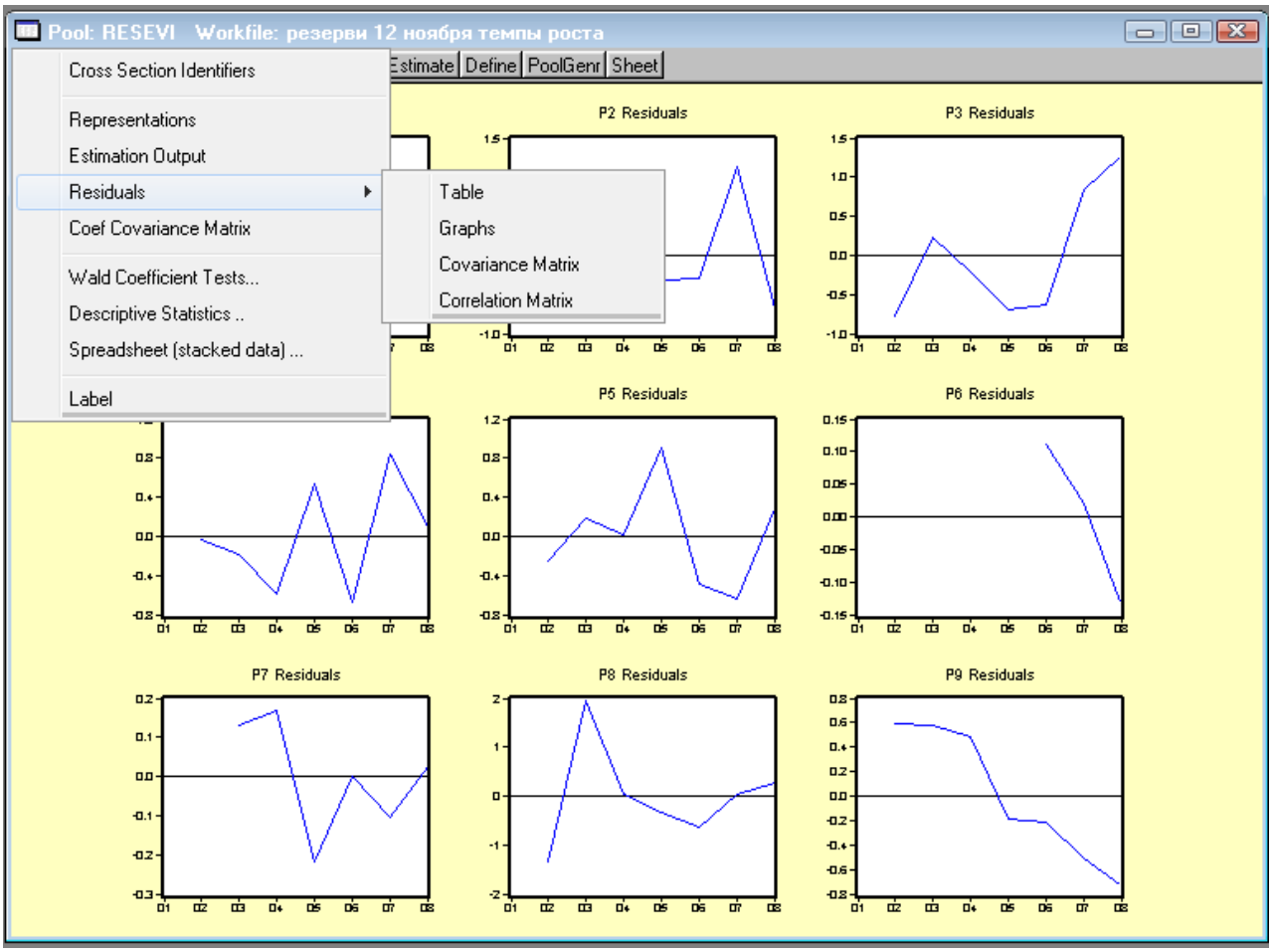


Рис. 10.127. **Вибір способу подання залишків**

Якщо необхідно окремо обчислити залишки ряду зі створенням відповідної змінної, використовуючи ідентифікатор імен об'єктів спостереження, слід вибрати пункт меню *Procs / Make Resids.* За прикладом результат обчислення наведений на рис. 10.128.

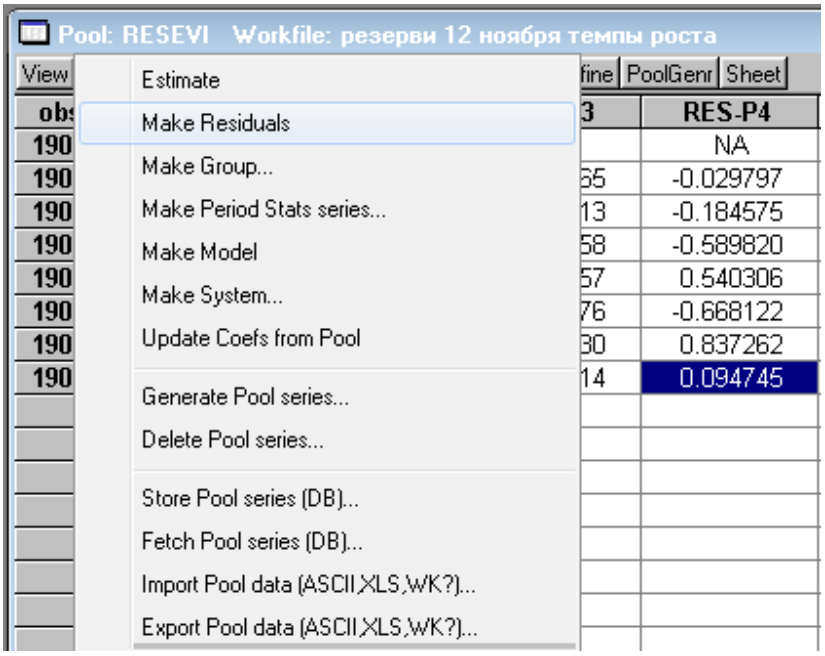


Рис. 10.128. **Обчислення змінної залишків**

Для перегляду й обчислення оцінок матриці кореляцій залишків слід вибрати команду в меню *View/Residual/Correlation Matrix* (рис. 10.129).

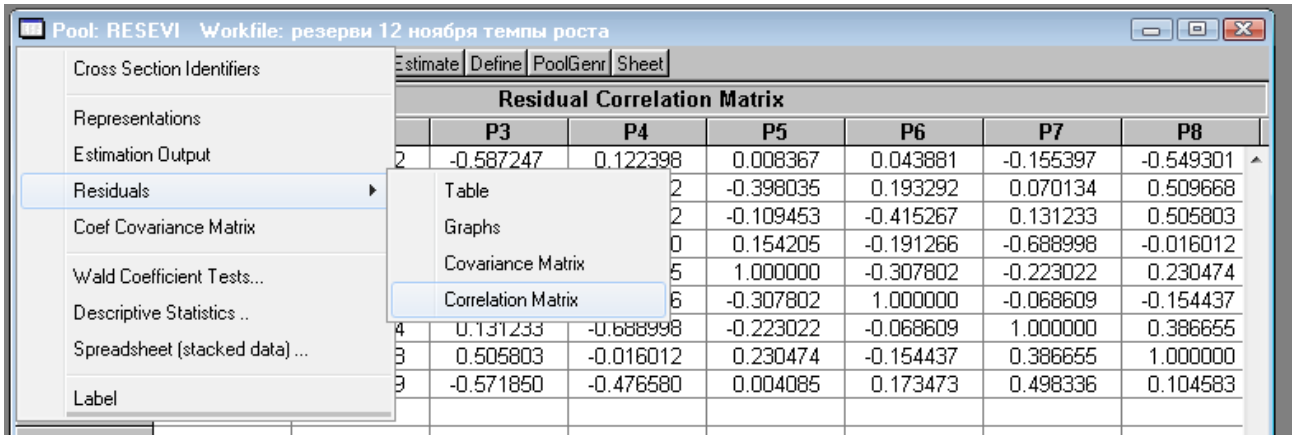


Рис. 10.129. **Обчислення кореляційної матриці залишків**

Для обчислення оцінок матриці коваріації залишків слід вибрати команду в меню *View / Residual / Covariance Matrix* (рис. 10.130).

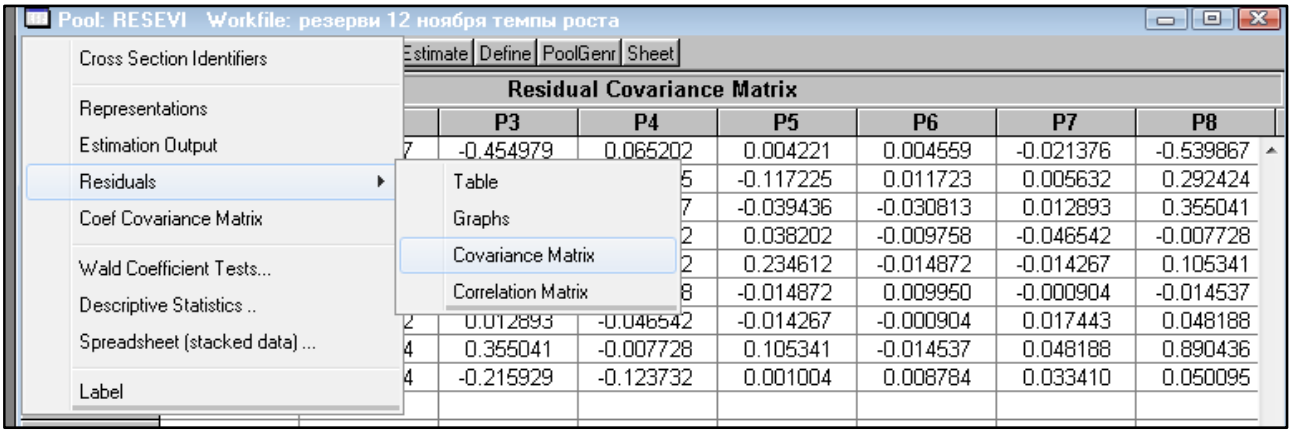


Рис. 10.130. **Обчислення коваріаційної матриці залишків**

Переглянути оцінки коефіцієнтів коваріаційної матриці можна командою *View/Coef Covariance Matrix* (рис. 10.131).

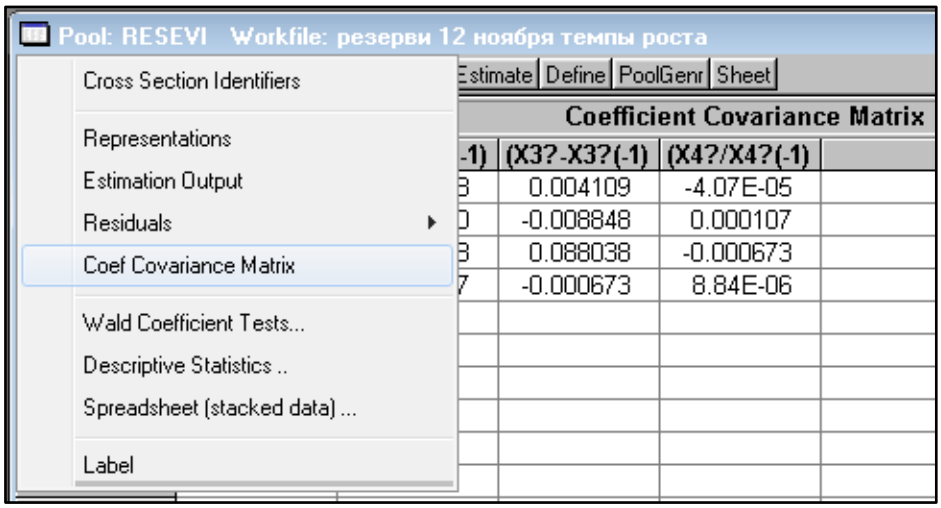


Рис. 10.131. **Обчислення коефіцієнтів коваріаційної матриці**

Для обчислення оцінок коефіцієнтів за тестом Вальда слід вибрати меню *View* / *Wald Coefficient Tests…* і ввести параметри для тестування.

Під час тестування на гетерогенність об'єктів вибірки за висунутими гіпотезами отримані такі результати. Розрахункове значення F-тесту зі ступенями свободи (9,56) склало 6,43, що перевищує табличне значення Fт (9,56) = 2,8. За цим значенням можна відхилити гіпотезу щодо відсутності ефектів з ймовірністю 99 %. Тобто ймовірність P (F (9,56) > > 6,43) = 0,99. Розрахункове значення за тестом Хаусмана (Hp = 12002), тобто P (χ2 (4) > 12.002) = 0,02. Це також дозволяє відкинути нульову гіпотезу та прийняти специфікацію моделі з фіксованими ефектами.

Розрахункове значення *LM*-статистики тестової статистики Бреуша та Пагана склало 3115, що менше критичного значення критерію x^2 (1) = 3842 з рівнем значущості α = 0,05. Це дозволяє відкинути нульову гіпотезу та не приймати з ймовірністю 95 % специфікацію моделі з випадковими ефектами. Отже, доцільною є побудова моделі зі специфікацією, яка враховує структуру панельних даних, тобто сукупність об'єктів з інваріантними за часом, але специфічними для кожного об'єкта спостереження параметрами місцезнаходження μ_i. Такою є модель із фіксованими ефектами та скорегованими залишками за формою Уайта:

$$Y_{it} = \frac{1}{1+e^{\mu_{0i}-1,777\cdot y_{1it}-2,791\cdot y_{2it}-0,689\cdot y_{3it}-1,029\cdot y_{4it}}},\ i=\overline{1,10},$$

μ_{01} = 3,793; μ_{04} = 3,410; μ_{05} = 3,587; μ_{07} = 3,561; μ_{09} = 2,977;
μ_{02} = 3,442; μ_{03} = 3,243; μ_{06} = 2,877; μ_{08} = 2,909; μ_{10} = 3,340.

Таким чином, результати тестів свідчать про гетерогенність об'єктів спостереження й існування відмінностей між досліджуваними підприємствами.

Лабораторна робота 8
Побудова моделі розподіленого лага

Мета – закріплення теоретичного та практичного матеріалу за темою «Моделі розподіленого лага», набуття навичок побудови й аналізу економетричних лагових моделей у модулі *Distributed Lags Analysis*.

Завдання – побудувати моделі розподілених лагів за даними часових рядів капітальних вкладень і чистої продукції у модулі *Distributed Lags Analysis* ППП *Statistica* за такою послідовністю дій.

1. Визначити порядок лагової моделі.

2. Побудувати лагову модель методом Ширлі Алмон, визначити всі її характеристики та провести оцінювання її адекватності.

3. Навести порівняльну характеристику моделей з різною кількістю лагів запізнення.

4. Побудувати лагову модель методом МНК, визначити всі її характеристики та провести оцінювання її адекватності. Результати порівняти з моделлю Ширлі Алмон.

5. За найбільш адекватною моделлю побудувати прогнози й їх графіки.

6. Дати економічну інтерпретацію результатів моделювання.

Методичні рекомендації

Для побудови моделей розподіленого лага в *ППП Statistica* є модуль *Time Series* / *Forecasting* / *Distributed Lags Analysis* (часові ряди/прогнозування /аналіз розподілених лагів). Розглянемо порядок розрахункових процедур для побудови лагових моделей.

1. Підготовка даних і запуск процедури розрахунків.

Вихідні дані для побудови моделі наведені на рис. 10.132.

	1 X t	2 Y t
1	18,4	11,5
2	20,7	20,7
3	23	20,7
4	20,7	18,4
5	21,9	20,7
6	20,7	23
7	23	27,6
8	24,2	27,6
9	25,3	23
10	26,5	24,2
11	25,3	25,3
12	26,5	28,8
13	27,6	31,1
14	29,9	31,1
15	31,1	34,5
16	32,2	32,2
17	34,5	36,8
18	35,7	36,8
19	35,7	34,5
20	34,5	36,8

Рис. 10.132. **Вихідні дані**

На рис. 10.132 X_t – капітальні вкладення; Y_t – чиста продукція досліджуваного об'єкта.

Щоб приступити до обчислювальних процедур, необхідно ввійти в позицію меню *Statistics/Advanced Linear – Nonlinear Models/Time Series/ Forecasting* (рис. 10.133).

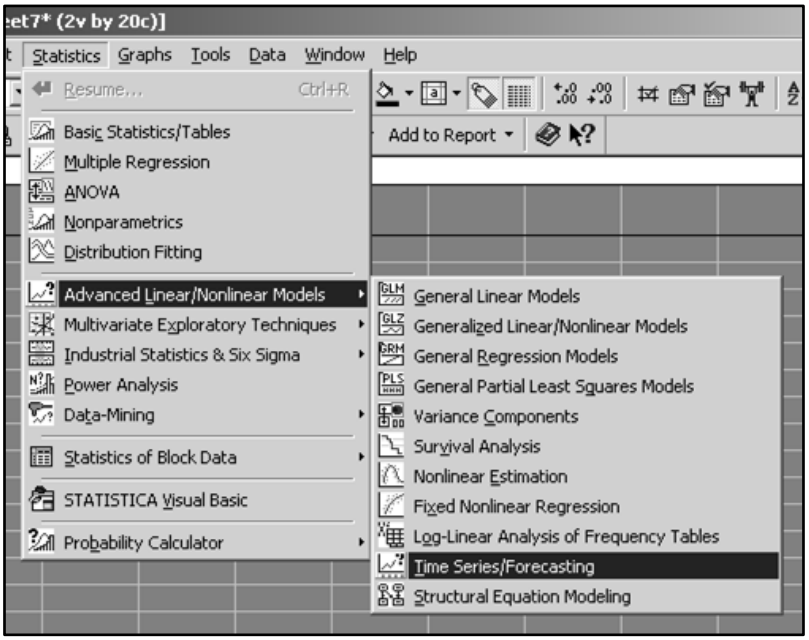


Рис. 10.133. **Вибір модуля *Time Series/Forecasting***

Після підтвердження вибору модуля з'явиться стартова панель модуля (рис. 10.134).

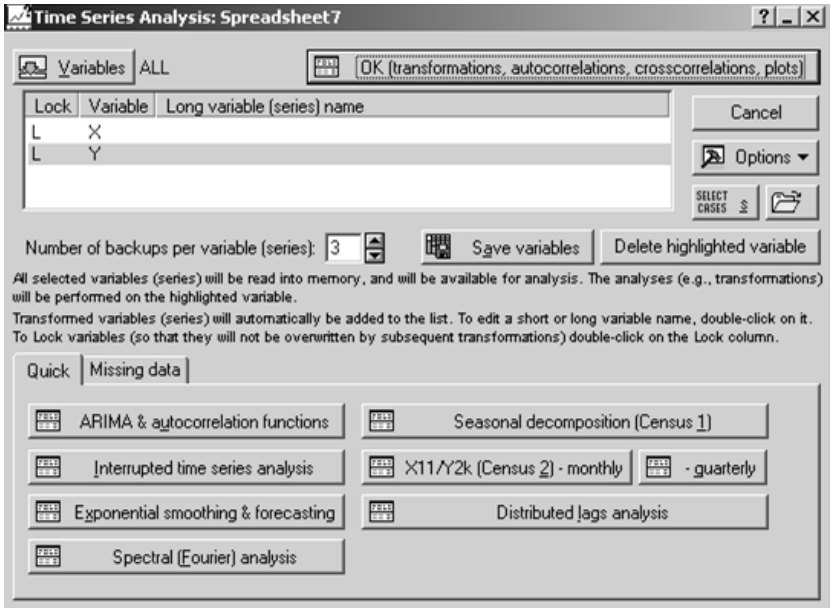


Рис. 10.134.**Стартова панель модуля *Time Series/Forecasting***

На стартовій панелі модуля можна здійснити вибір типу досліджуваних динамічних моделей. Зініціюванням модуля *Distributed Lags Analysis (Аналіз розподілених лагів)* на екрані з'явиться стартова панель вибраного модуля (рис. 10.135).

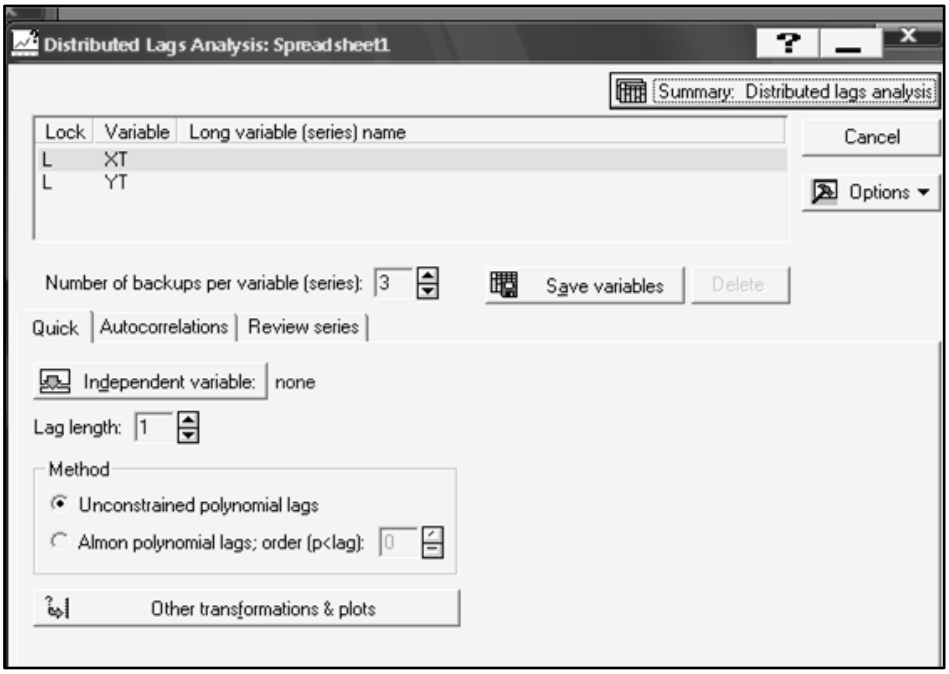


Рис. 10.135. **Стартова панель модуля *Distributed Lags Analysis***

На рис. 10.136 наведений діалог вибору залежної та незалежної змінної (залежна змінна обирається у верхній частині діалогового вікна, а незалежна – ініціюванням клавіші *Independent variable*).

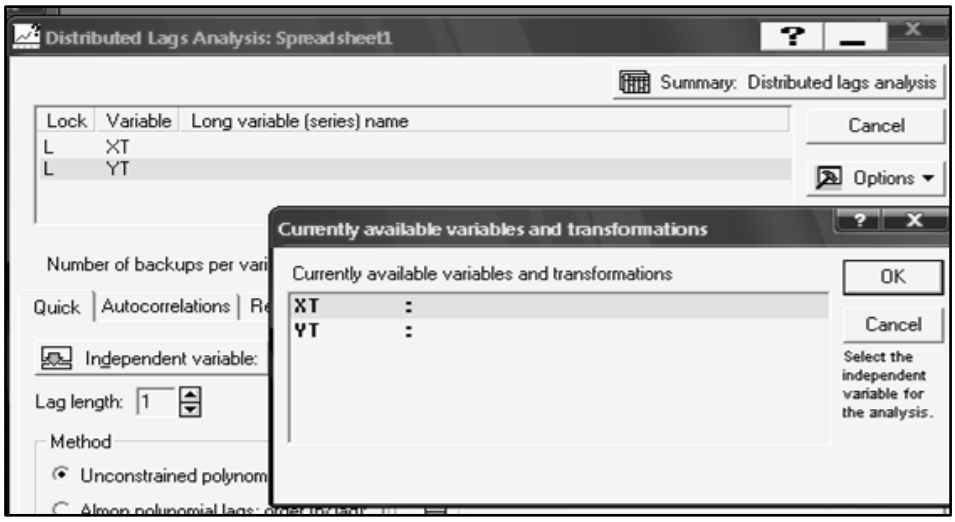


Рис. 10.136. **Вибір змінних для аналізу**

2. Визначення порядку лагової моделі.

Для обґрунтування величини лага запізнення доцільно використовувати взаємну кореляційну функцію. Ця функція характеризує тісноту зв'язку кожного елемента вектора залежної змінної Y_t з елементом век-

тора пояснювальної змінної X_t, зсунутими один відносно одного на часовий лаг. Вихідні дані для визначення взаємозв'язку між економічними даними (капітальні вкладення та чиста продукція) подані на рис. 10.137.

	1 X t	2 Y t	3 X_1	4 Y_1	5 X_2	6 Y_2	7 X_3	8 Y_3
1	18,4	11,5	18,4	20,7	18,4	20,7	18,4	18,4
2	20,7	20,7	20,7	20,7	20,7	18,4	20,7	20,7
3	23	20,7	23	18,4	23	20,7	23	23
4	20,7	18,4	20,7	20,7	20,7	23	20,7	27,6
5	21,9	20,7	21,9	23	21,9	27,6	21,9	27,6
6	20,7	23	20,7	27,6	20,7	27,6	20,7	23
7	23	27,6	23	27,6	23	23	23	24,2
8	24,2	27,6	24,2	23	24,2	24,2	24,2	25,3
9	25,3	23	25,3	24,2	25,3	25,3	25,3	28,8
10	26,5	24,2	26,5	25,3	26,5	28,8	26,5	31,1
11	25,3	25,3	25,3	28,8	25,3	31,1	25,3	31,1
12	26,5	28,8	26,5	31,1	26,5	31,1	26,5	34,5
13	27,6	31,1	27,6	31,1	27,6	34,5	27,6	32,2
14	29,9	31,1	29,9	34,5	29,9	32,2	29,9	36,8
15	31,1	34,5	31,1	32,2	31,1	36,8	31,1	36,8
16	32,2	32,2	32,2	36,8	32,2	36,8	32,2	34,5
17	34,5	36,8	34,5	36,8	34,5	34,5	34,5	36,8
18	35,7	36,8	35,7	34,5	35,7	36,8		
19	35,7	34,5	35,7	36,8				
20	34,5	36,8						

Рис. 10.137. **Дані зі запізненням (лагами)**

Для побудови кореляційної матриці необхідно зайти в модуль *Basic Statistics/Tables* і вибрати напрям аналізу Correlation matrices (рис. 10.138).

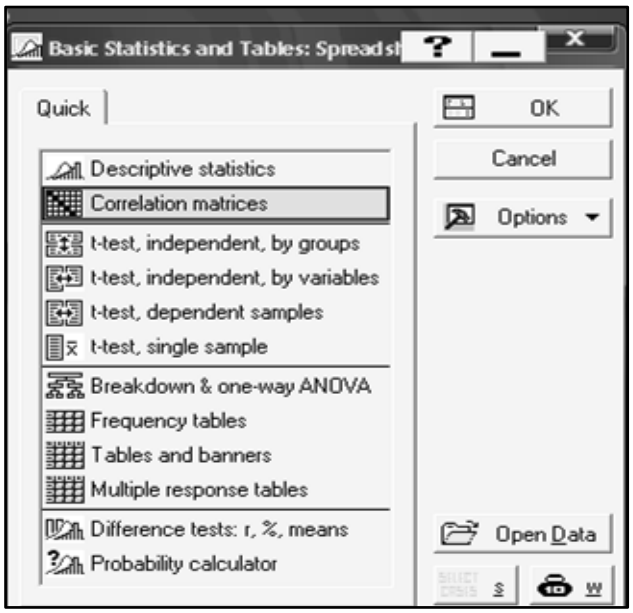


Рис. 10.138. **Розрахунок кореляційної матриці**

На рис. 10.139 подана матриця кореляцій між відповідними часовими лагами.

Variable	Correlations (Spreadsheet1) Marked correlations are significant at p < ,05 N=17 (Casewise deletion of missing data)							
	X t	Y t	X_1	Y_1	X_2	Y_2	X_3	Y_3
X t	1,00	**0,91**	1,00	0,87	1,00	0,86	1,00	0,90
Y t	0,91	1,00	0,91	0,87	0,91	0,81	0,91	0,83
X_1	1,00	0,91	1,00	**0,87**	1,00	0,86	1,00	0,90
Y_1	0,87	0,87	0,87	1,00	0,87	0,90	0,87	0,83
X_2	1,00	0,91	1,00	0,87	1,00	**0,86**	1,00	0,90
Y_2	0,86	0,81	0,86	0,90	0,86	1,00	0,86	0,90
X_3	1,00	0,91	1,00	0,87	1,00	0,86	1,00	**0,90**
Y_3	0,90	0,83	0,90	0,83	0,90	0,90	0,90	1,00

Рис. 10.139. **Кореляційна матриця**

Найбільше значення коефіцієнта кореляції за модулем визначає зрушення або часовий лаг. Якщо серед множини значень є кілька величин, які наближаються до одиниці, то це означає, що запізнення впливу змінної X_t відбувається протягом певного проміжку часу. У результаті створюється кілька часових лагів для двох взаємопов'язаних часових рядів. Визначивши величину часового лага, можна побудувати економетричну модель розподіленого лага.

3. Побудова лагової моделі й оцінювання її адекватності.

У групі опцій *Method (Метод)* необхідно вибрати метод оцінювання регресійних коефіцієнтів.

Оскільки під час оцінювання параметрів моделі розподіленого лага, як правило, виникає проблема мультиколінеарності, варто скористатися методом *Алмон (Almon)* і вибрати опцію *Almon Polynomial lags (поліноміальні лаги Алмон)* у групі опцій *Method* (рис. 10.140). Задати порядок полінома *(order p<lag)* дорівненим 2.

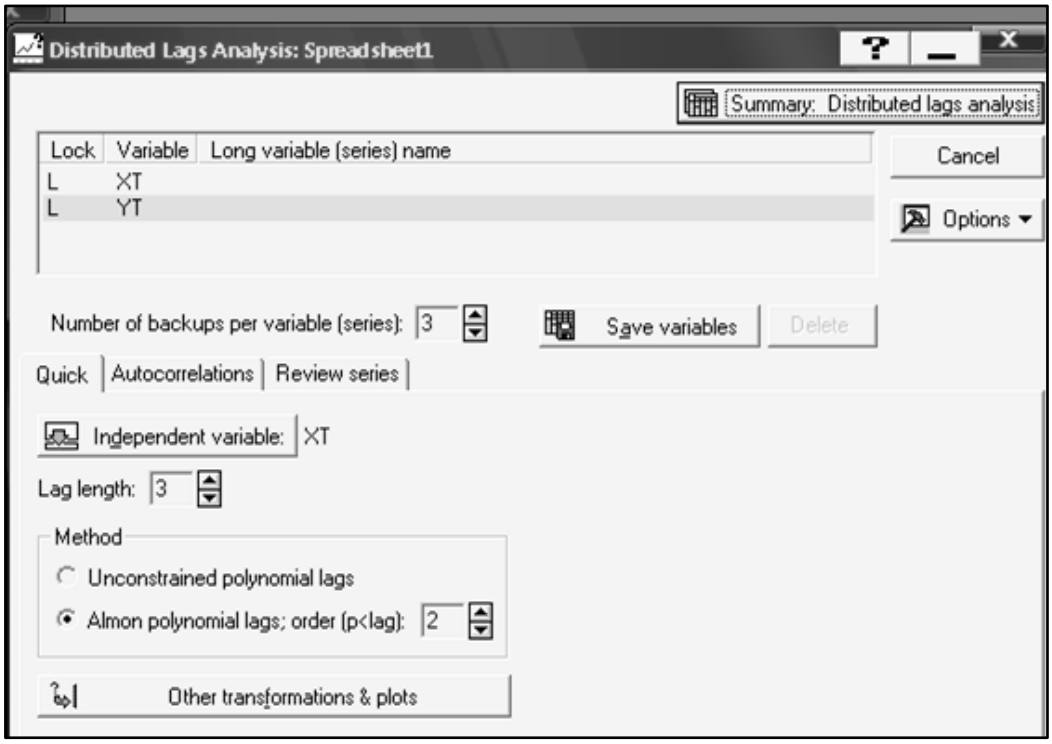


Рис. 10.140. **Задання параметрів для побудови лагової моделі**

Опція *Unconstrained Polynomial lags (звичайні лаги)* проводить оцінювання без використання поліноміальних лагів.

Опція *Lag Length (довжина лага)* дозволяє задати величину зрушення одного ряду щодо іншого. Задати в цій опції число 3.

Група опцій *Review and plot variables (перегляд змінних і побудова графіків)* дозволяє всебічно переглянути дані в електронних таблицях і побудувати графіки, зокрема, для двох змінних із переліку в різних шкалах.

Зробити установки, як показано на рис. 10.140. В якості залежної змінної обрана змінна Y_t (чиста продукція). Вона висвітлена в інформаційному полі у верхній частині панелі. Натиснути кнопку *Summary: Distributed Lags Analysis (підсумки: Аналіз розподілених лагів).* У таблицях, що з'явилися на екрані, поданий всебічний аналіз даних моделей.

На рис. 10.141 наведені критерії якості лагової моделі: коефіцієнт множинної кореляції *(R)*; коефіцієнт детермінації *(R-square)*; оцінки коефіцієнтів регресії зі штучними змінними *(alpha coeff.)*, їх стандартні помилки *(StandartError)*; значущість за критерієм Стьюдента *(t)* і рівень значущості *(p)*.

poly-nomial	Almon Polyn. Distr.Lags; Alpha Coefficients (Spreadsheet1) Indep: XT Dep: YT Lag: 3 Polyn. order: 2 R=,9988 R-square=,9977 N:17			
	Alpha Coeff.	Standard Error	t(14)	p
0	1,49875196617	0,274133891175	5,46722610526	0,000082957944
1	-3,40404866901	0,640618312944	-5,31369241283	0,000109417255
2	1,10818791136	0,211095125100	5,24970868388	0,000122912251

Рис. 10.141. **Оцінки коефіцієнтів регресії зі штучними змінними**

Аналіз значень критерію Стьюдента моделі зі штучними змінними дозволяє зробити висновок про статистичну значущість її параметрів, що дає можливість перейти до коефіцієнтів моделі розподіленого лага.

Результати дисперсійного аналізу для досліджуваної моделі наведені на рис. 10.142. У даній таблиці наведено суму квадратів відхилень за регресією *(Sums of Squares Regress)*, суму квадратів відхилень похибок *(SumsofSquaresResidual)*, дисперсію похибок *(Mean Squares Residual)* і критерій Фішера *(F)*.

Effect	Almon Polyn. Distr.Lags; Analysis of Variance Indep: XT Dep: YT Lag: 3 Polyn. order: 2 R=,9988 R-square=,997				
	Sums of Squares	df	Mean Square	F	p
Regress.	14783,87	4	3695,966	1398,552	0,000000
Residual	34,36	13	2,643		
Total	14818,22				

Рис. 10.142. **Таблиця дисперсійного аналізу**

На рис. 10.143 подані оцінки коефіцієнтів моделі розподіленого лага з усіма характеристиками.

Lag	Almon Polyn. Distr.Lags; Regression Coefficients (Spreadsheet1) Indep: XT Dep: YT Lag: 3 Polyn. order: 2 R=,9988 R-square=,9977 N:17			
	Regressn Coeff.	Standard Error	t(13)	p
0	1,498751966170	0,274133891175	5,46722610526	0,000108002889
1	-0,797108791476	0,220312097717	-3,61808906428	0,003121989038
2	-0,876593726402	0,218439062296	-4,01298978849	0,001475555159
3	1,260297161392	0,292123097158	4,31426742238	0,000840759301

Рис. 10.143. **Коефіцієнти лагової моделі**

Таким чином, лагова модель, побудована методом Алмон, має вигляд:

$$y_t = 1{,}498752x_t - 0{,}797109x_{t-1} - 0{,}876594x_{t-2} + 1{,}260297x_{t-3}.$$

Результати побудови лагової моделі з використанням опції *Unconstrained Polynomial lags (Звичайні лаги)* (оцінювання без використання поліноміальних лагів за звичайним МНК), наведені на рис. 10.144, 10.145.

	Polyn. Distr. Lags; Regression Coefficients (Spreadsheet1) Indep: XT Dep: YT Lag: 3 R=,9988 R-square=,9977 N:17			
Lag	Regressn Coeff.	Standard Error	t(13)	p
0	1,515922161018	0,304776613626	4,97387953421	0,000254440616
1	-0,846824475286	0,392045485912	-2,16001588009	0,050032259619
2	-0,826283786103	0,394027814929	-2,09701892810	0,056115347134
3	1,242502205024	0,323628920626	3,83928050256	0,002048750800

Рис. 10.144. **Коефіцієнти лагової моделі**

	Polyn. Distr. Lags; Analysis of Variance (Spre Indep: XT Dep: YT Lag: 3 R=,9988 R-square=,9977 N:17				
Effect	Sums of Squares	df	Mean Square	F	p
Regress.	14783,93	4	3695,982	1401,177	0,000000
Residual	34,29	13	2,638		
Total	14818,22				

Рис. 10.145. **Таблиця дисперсійного аналізу**

Побудована модель має вигляд:

$$y_t = 1{,}515922x_t - 0.846824x_{t-1} - 0{,}826284x_{t-2} + 1{,}242502x_{t-3}.$$

4. Інтерпретація результатів моделювання і побудова прогнозів.

Отже, побудовані моделі за різними методами майже не розрізняються. Аналіз адекватності моделей дозволяє зробити висновок про наявність лага у впливі капітальних інвестицій на чисту продукцію, дорівненого одному, двом, трьом рокам. Графік досліджуваних і прогнозних значень чистої продукції для моделі з лагом запізнення, що дорівнює трьом рокам, поданий на рис. 10.146.

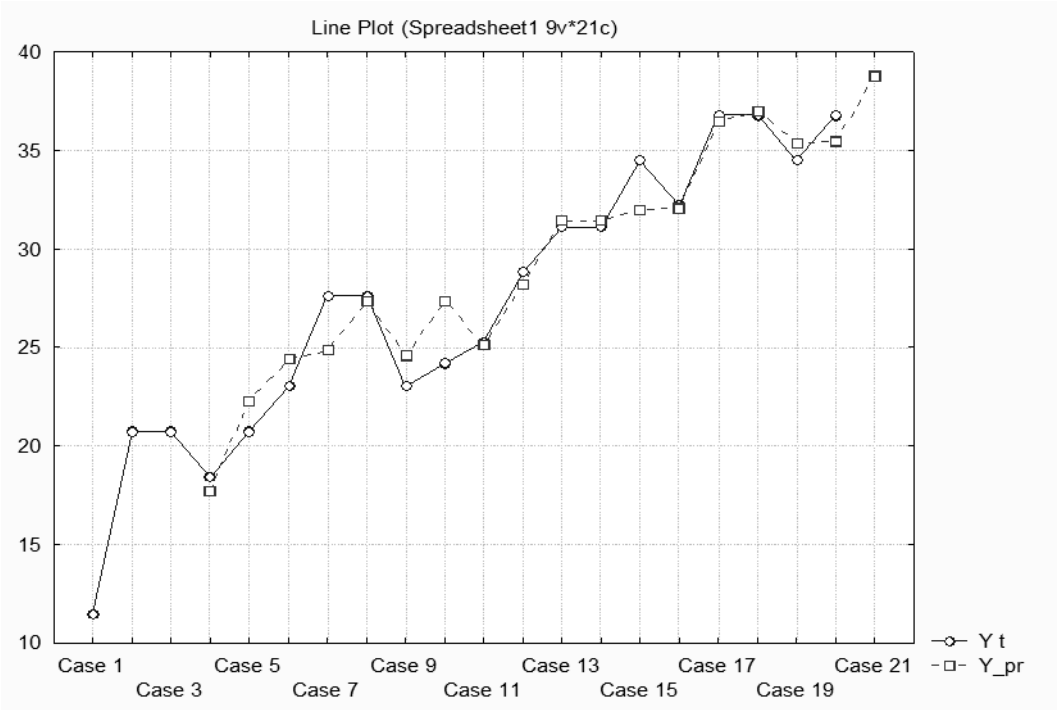


Рис. 10.146. **Графік досліджуваних і прогнозних значень чистої продукції**

Поданий графік підтверджує якість побудованої моделі, тобто вплив обсягу капітальних інвестицій на динаміку чистої продукції підприємства є зрушеним у часі. Подальший аналіз передбачає дослідження особливостей часових лагів, а саме – розрахунок середнього лага та його медіанного значення для економічної інтерпретації моделей.

Лабораторна робота 9
Побудова *VAR*-моделі та моделі корегування помилки

Мета – закріплення теоретичного та практичного матеріалу за темою «*VAR*-моделі та моделі корегування помилки», набуття навичок побудови *VAR*-моделі, коінтеграційного аналізу часових рядів в середовищі *EViews*.

Завдання 1 – необхідно перевірити наявність вектор-авторегресійного зв'язку між відповідними показниками в ППП *EViews*.

1. Здійснити перевірку часових рядів на стаціонарність за допомогою розширеного тесту Діккі – Фуллера. Якщо припущення про стаціонарність часових рядів не виконується, здійснити відповідні перетворення часових рядів.

2. Провести перевірку напряму причинно-наслідкових зв'язків на підставі тесту Грейнджера. Визначити змінні, для яких характерний двобічний причинно-наслідковий зв'язок.

3. Вибрати порядок та здійснити оцінювання вектор-авторегресійної моделі.

4. Провести імпульсний аналіз та аналіз декомпозиції дисперсій на основі оціненої вектор-авторегресійної моделі.

5. Здійснити прогноз на основі оціненої вектор-авторегресійної моделі на один рік наперед. Привести економічну інтерпретацію отриманих результатів.

Методичні рекомендації

Для побудови та всебічного аналізу вектор-авторегресійних моделей використовують ППП *EViews*. Розглянемо порядок роботи в даному пакеті.

1. Запуск *EViews* і підготовка даних.

У меню програм оберіть програму *EViews*, після її запуску виберіть у меню пункт *File*/New *для* підготовки власних даних. Перед вами з'явиться діалогове вікно, у якому необхідно вказати тип створюваного файла (*Workfile*), розріз даних (*Annual* – річний), період аналізу (*Start date* – 2000 р., *End date* – 2010 р.). За допомогою інструментальної клавіші *Objects* задайте тип створюваної змінної (*Series* – часовий ряд). Внесіть вихідні дані в таблицю, що з'явилась на екрані. Після заповнення всіх комірок поля даних отримаємо таблицю, аналогічну наведеній на рис. 10.147 (де *K_N* – коефіцієнт надійності банківської системи).

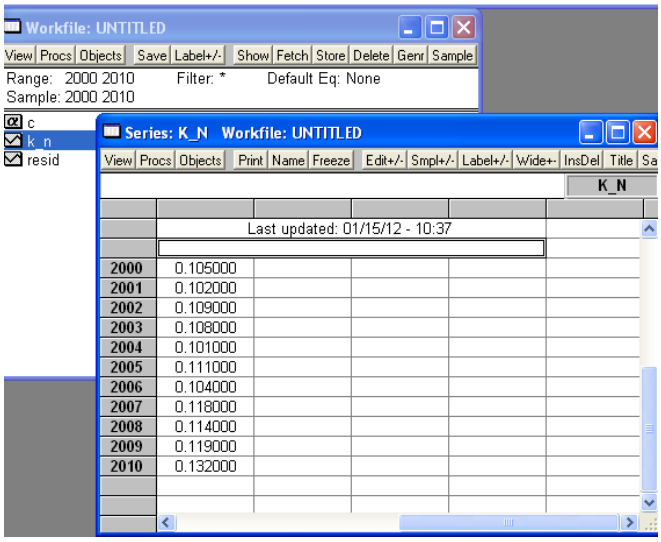


Рис. 10.147. **Вихідні дані**

Аналогічно вносять вихідні дані щодо інших змінних, за якими проводиться аналіз (*M_REZ* – міжнародні резерви, *R_M* – рівень монетизації) (рис. 10.148).

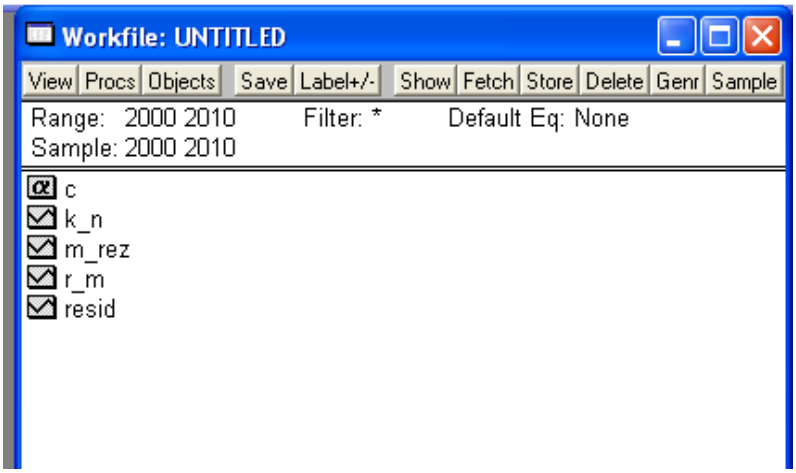


Рис. 10.148. **Робочий файл**

2. Перевірка часових рядів на стаціонарність.

Для того щоб перевірити, чи є аналізований часовий ряд стаціонарним, необхідно ввійти в позицію меню *View* і у вікні, що відкрилося, вибрати напрям аналізу – *Unit Root Test* (Тест на наявність одиничного кореня) (рис. 10.149).

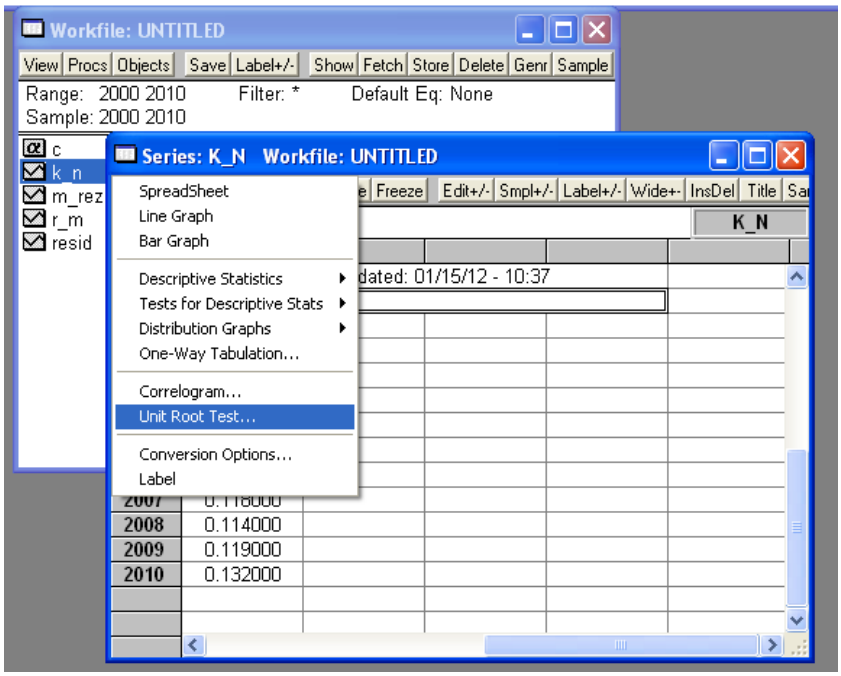


Рис. 10.149. **Вибір напряму аналізу: перевірка ряду на стаціонарність**

У вікні, що з'явилось на рис. 10.150, група опцій *Test Type* дозволяє задати тип тесту: *Augmented Dickey – Fuller* – тест Дікі – Фуллера, *Phillips – Perron* – тест Філліпса – Перрона; група опцій *Test for unit root in* дає можливість визначити тип ряду, для якого проводиться перевірка (*Level* – вихідний часовий ряд, *1st differences* – перші різниці, *2nd differences* – другі різниці); група опцій *Include in test equation* дозволяє задати тип моделі (*Intercept* – з урахуванням вільного параметра; *Trend and Intercept* – з урахуванням лінійного тренда; *None* – без урахування вільного параметра); опція *Lagged differences* дозволяє задати величину лага, яка враховується в регресійному рівнянні.

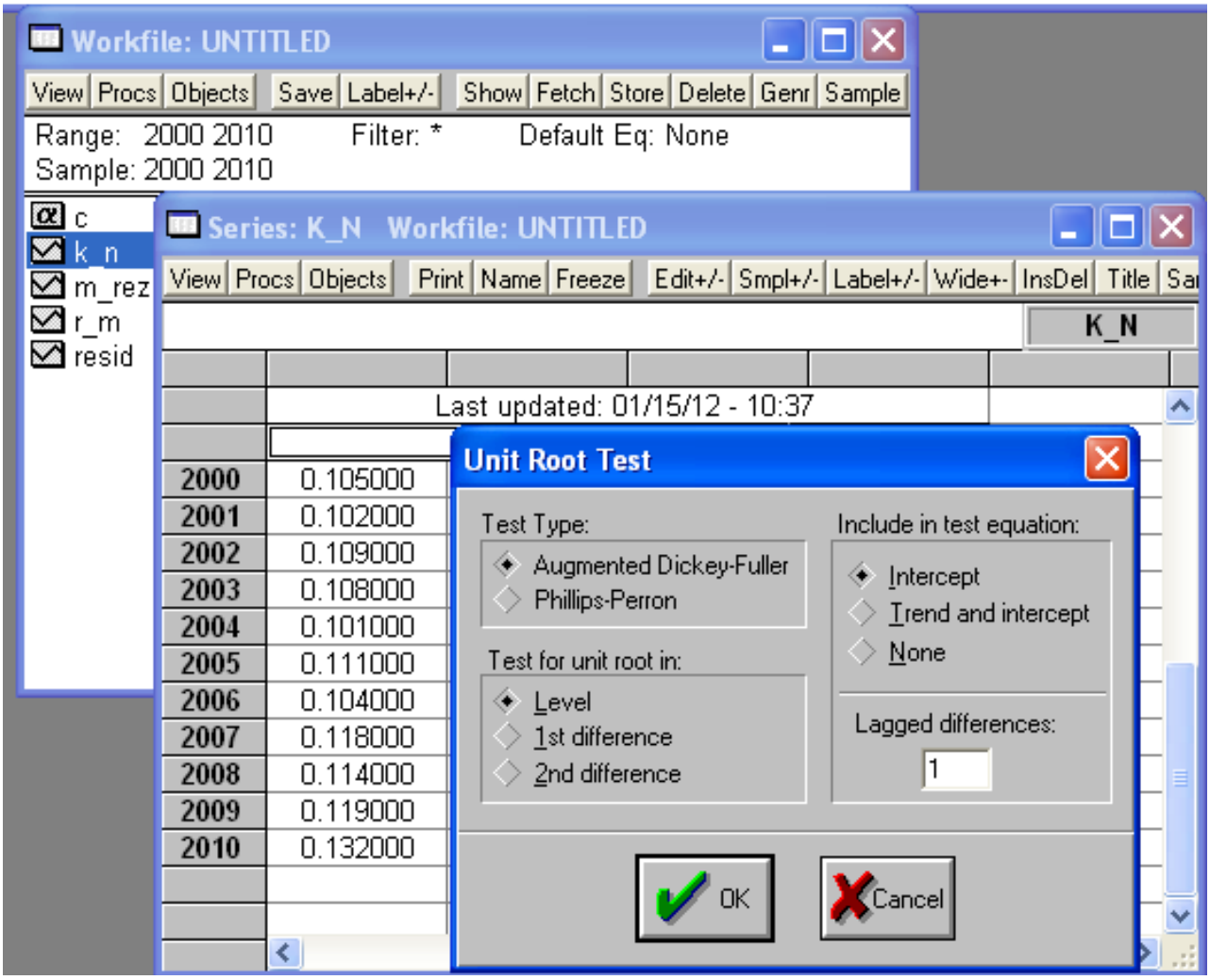


Рис. 10.150. **Вибір типу тесту перевірки ряду на стаціонарність**

Результати перевірки часового ряду коефіцієнта надійності банківської системи на стаціонарність за допомогою тесту Діккі – Фуллера наведені на рис. 10.151.

EViews - [Series: K_N Workfile: UNTITLED]

File Edit Objects View Procs Quick Options Window Help

View Procs Objects Print Name Freeze Sample Genr Sheet Stats Ident Line Bar

ADF Test Statistic	0.896297	1%	Critical Value*	-4.4613
		5%	Critical Value	-3.2695
		10%	Critical Value	-2.7822

*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(K_N)
Method: Least Squares
Date: 01/15/12 Time: 11:51
Sample(adjusted): 2002 2010
Included observations: 9 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
K_N(-1)	0.475074	0.530041	0.896297	0.4046
D(K_N(-1))	-0.953509	0.453851	-2.100929	0.0804
C	-0.047230	0.057629	-0.819567	0.4438

R-squared	0.456128	Mean dependent var	0.003333
Adjusted R-squared	0.274838	S.D. dependent var	0.008322
S.E. of regression	0.007086	Akaike info criterion	-6.800069
Sum squared resid	0.000301	Schwarz criterion	-6.734327
Log likelihood	33.60031	F-statistic	2.516007
Durbin-Watson stat	2.484263	Prob(F-statistic)	0.160875

Рис. 10.151. **Результати перевірки коефіцієнта надійності банківської системи на стаціонарність за тестом Діккі – Фуллера**

Як видно з рис. 10.151, ряд не є стаціонарним рядом у рівнях, оскільки значення критерію *(ADF Test Statistic)* більше критичного *(Critical Value)* з 1, 5, 10 % рівнями значущості. Здійснюємо перевірку перших різниць часового ряду на стаціонарність. Для цього входимо в позицію меню *View*, вибираємо напрям аналізу – *Unit Root Test* (Тест на наявність одиничного кореня) й у вікні, що з'явилося, в групі опцій *Test for unit root* in змінюємо тип часового ряду на 1st differences – перші різниці. Результати перевірки наведені на рис. 10.152.

EViews - [Series: K_N Workfile: UNTITLED]

File Edit Objects View Procs Quick Options Window Help

View Procs Objects Print Name Freeze Sample Genr Sheet Stats Ident Line Bar

ADF Test Statistic	-2.245939	1%	Critical Value*	-4.6405
		5%	Critical Value	-3.3350
		10%	Critical Value	-2.8169

*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

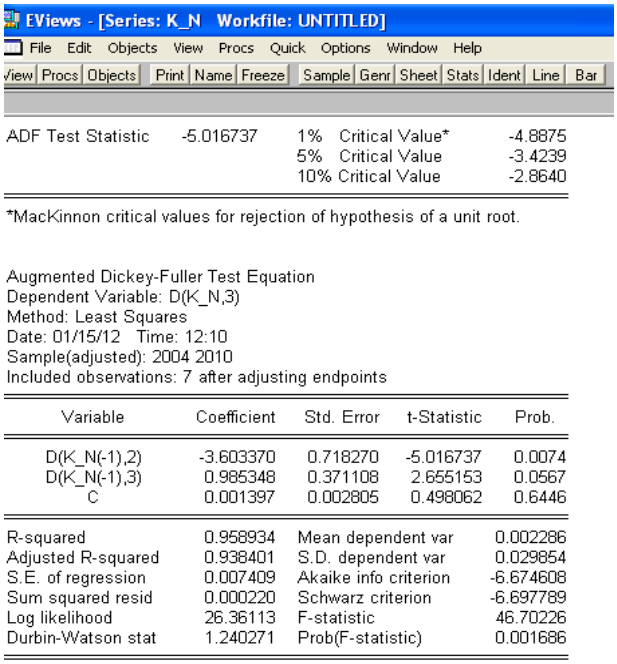
Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(K_N,2)
Method: Least Squares
Date: 01/15/12 Time: 12:05
Sample(adjusted): 2003 2010
Included observations: 8 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(K_N(-1))	-2.479565	1.104022	-2.245939	0.0747
D(K_N(-1),2)	0.456121	0.581862	0.783899	0.4686
C	0.005563	0.003296	1.687687	0.1523

R-squared	0.808109	Mean dependent var	0.000750
Adjusted R-squared	0.731352	S.D. dependent var	0.015040
S.E. of regression	0.007796	Akaike info criterion	-6.590508
Sum squared resid	0.000304	Schwarz criterion	-6.560718
Log likelihood	29.36203	F-statistic	10.52821
Durbin-Watson stat	1.244889	Prob(F-statistic)	0.016130

Рис. 10.152. **Результати перевірки перших різниць ряду на стаціонарність за тестом Діккі – Фуллера**

Як видно з рис. 10.152, перші різниці часового ряду коефіцієнта надійності банківської системи не є стаціонарним рядом, тому що розрахункове значення критерію Діккі – Фуллера більше критичного за 1, 5, 10 % рівнів значущості. Аналогічно здійснюється перевірка других різниць часового ряду. Результати наведені на рис. 10.153.



EViews - [Series: K_N Workfile: UNTITLED]

File Edit Objects View Procs Quick Options Window Help

View | Procs | Objects | Print | Name | Freeze | Sample | Genr | Sheet | Stats | Ident | Line | Bar

ADF Test Statistic	-5.016737	1%	Critical Value*	-4.8875
		5%	Critical Value	-3.4239
		10%	Critical Value	-2.8640

*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(K_N,3)
Method: Least Squares
Date: 01/15/12 Time: 12:10
Sample(adjusted): 2004 2010
Included observations: 7 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(K_N(-1),2)	-3.603370	0.718270	-5.016737	0.0074
D(K_N(-1),3)	0.985348	0.371108	2.655153	0.0567
C	0.001397	0.002805	0.498062	0.6446

R-squared	0.958934	Mean dependent var	0.002286
Adjusted R-squared	0.938401	S.D. dependent var	0.029854
S.E. of regression	0.007409	Akaike info criterion	-6.674608
Sum squared resid	0.000220	Schwarz criterion	-6.697789
Log likelihood	26.36113	F-statistic	46.70226
Durbin-Watson stat	1.240271	Prob(F-statistic)	0.001686

Рис. 10.153. **Результати перевірки других різниць на стаціонарність**

Як видно з рис. 10.153, гіпотеза про те, що другі різниці є стаціонарним рядом ухвалюється з 99 % рівнем довірчої ймовірності. Аналогічні результати отримані для часових рядів рівня монетизації та міжнародних резервів (табл. 10.3).

Таблиця 10.3

Результати перевірки за тестом Діккі – Фуллера

Показники	ADF-статистика	1 % Критичне значення
Рівні часового ряду		
R_M	−2,349509	−4,4613
M_REZ	−1,020607	−4,4613
Перші різниці		
R_M	−0,884470	−4,6405
M_REZ	−3,243720	−4,6405
Другі різниці		
R_M	−4,590420	−3,0507
M_REZ	−3,409798	−3,0507

Здійснюємо перехід до других різниць рівнів часового ряду, створюємо нові змінні для аналізу: *DK_N* – другі різниці часового ряду коефіцієнта надійності банківської системи; *DR_M* – другі різниці часового ряду коефіцієнта монетизації; *DM_REZ* – другі різниці часового ряду величини міжнародних резервів (рис. 10.154).

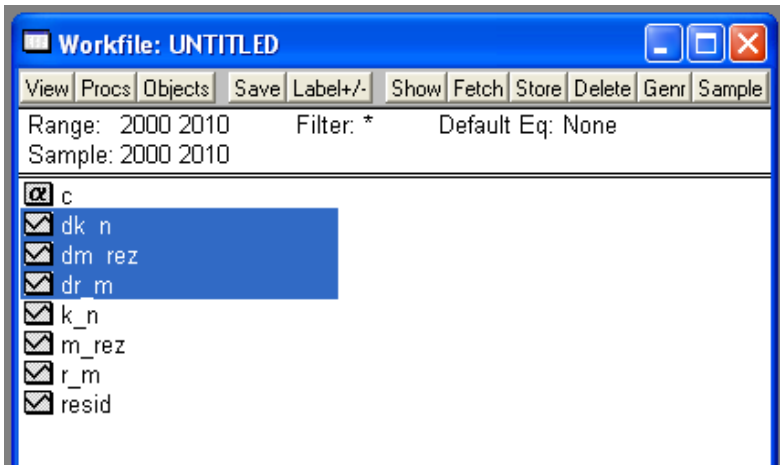


Рис. 10.154. **Перехід до перетворених змінних**

3. Перевірка напряму причинно-наслідкових зв'язків.

Для перевірки напряму причинно-наслідкових зв'язків між аналізованими змінними використовуємо тест Грейнджера. Задамо групу змінних, за якими проводиться аналіз (рис. 10.155).

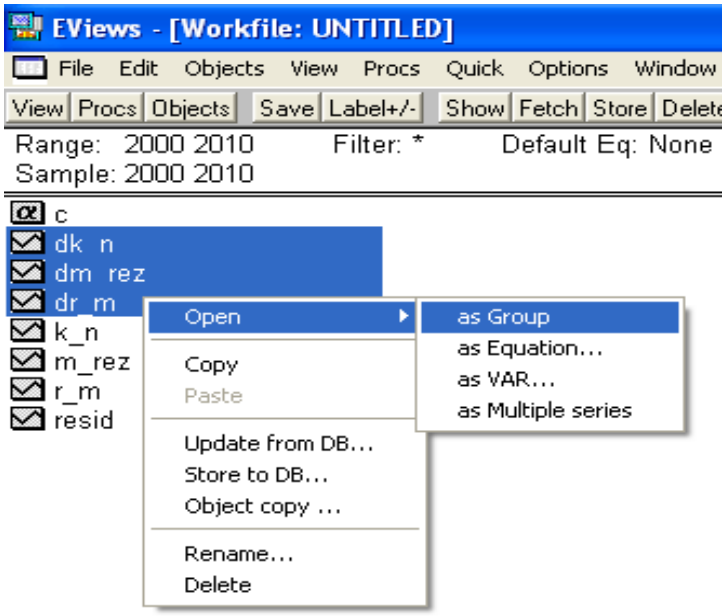


Рис. 10.155. **Визначення групи змінних для аналізу**

У вікні, що відкрилося, входимо в позицію меню *View*, вибираємо напрям аналізу – *Granger Causality* (перевірка причинності за Грейнджером) та у вікні, що з'явилося, задаємо величину лага, який буде відбиватися в регресійному рівнянні (*Lags to* include), дорівненим 1 (10 % обсягу вибірки). Результати тесту Грейнджера наведені на рис. 10.156.

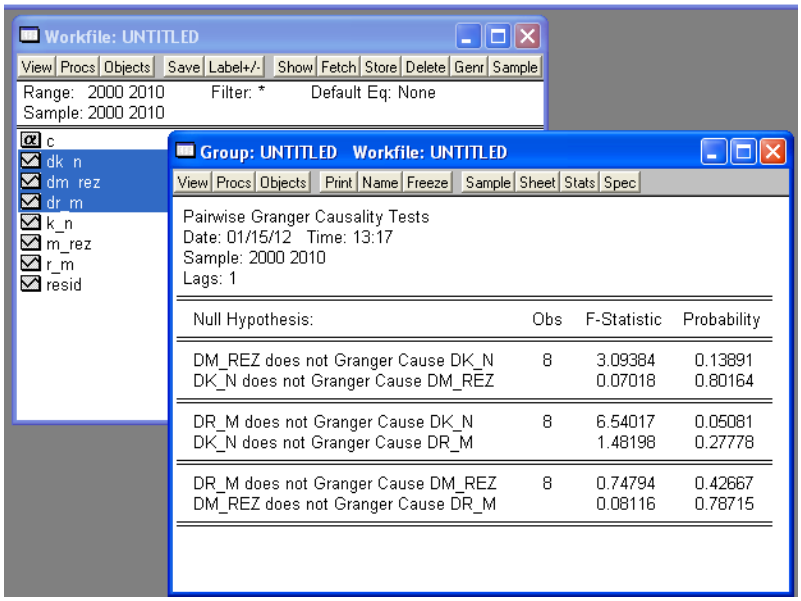


Рис. 10.156. **Результати тесту Грейнджера**

Як видно з рис. 10.156, спостерігається однобічний причинно-наслідковий зв'язок між величиною міжнародних резервів і коефіцієнтом надійності банківської системи. Так, гіпотеза про те, що зміна величини міжнародних резервів приводить до зростання рівня стійкості банківської системи, підтверджується з 86 % рівнем довірчої ймовірності. Значення F-критерію дозволяють зробити висновок про відсутність причинно-наслідкового зв'язку між коефіцієнтом монетизації та величиною міжнародних резервів. Наявність двостороннього причинно-наслідкового зв'язку за тестом Грейнджера підтверджується між такими змінними: коефіцієнтом надійності банківської системи та коефіцієнтом монетизації. Взаємозв'язок між цими змінними може бути досліджений за допомогою вектор-авторегресійної моделі.

4. Оцінювання *VAR*-моделі.

Для того щоб здійснити оцінювання параметрів *VAR*-моделі, виділимо змінні – коефіцієнт надійності банківської системи (*DK_N*) і коефіцієнт монетизації (*DR_M*) як групу для побудови *VAR*-моделі (*as VAR*) (див. рис. 10.9). У вікні, що відкрилося, виберемо лаг, який буде врахову-

ватися в моделі (*Lag intervals*), дорівнений 1 (10 % обсягу вибірки). Результати оцінювання параметрів моделі наведені на рис. 10.157а. Для порівняння оцінимо параметри *VAR (2)*. Для цього ввійдемо в позицію меню *Estimate* й у вікні, що відкрилося, змінимо величину лага, яка враховується в моделі. Результати оцінювання параметрів *VAR (2)* наведені на рис. 10.157б.

EViews - [Var: UNTITLED Workfile: UNTITL

File Edit Objects View Procs Quick Options

View Procs Objects Print Name Freeze Estimate St

Date: 01/15/12 Time: 13:45
Sample(adjusted): 2001 2008
Included observations: 8 after adjusting endpoints
Standard errors & t-statistics in parentheses

	DK_N	DR_M
DK_N(-1)	0.118925	286.5929
	(0.39394)	(235.421)
	(0.30189)	(1.21736)
DR_M(-1)	-0.002393	-1.354171
	(0.00094)	(0.55916)
	(-2.55738)	(-2.42179)
C	-0.000727	-1.683835
	(0.00272)	(1.62793)
	(-0.26683)	(-1.03434)
R-squared	0.832983	0.666674
Adj. R-squared	0.766177	0.533344
Sum sq. resids	0.000264	94.45301
S.E. equation	0.007273	4.346332
F-statistic	12.46856	5.000165
Log likelihood	29.91737	-21.22615
Akaike AIC	-6.729343	6.056538
Schwarz SC	-6.699553	6.086329
Mean dependent	0.000750	-0.628750
S.D. dependent	0.015040	6.362449

Determinant Residual Covariance	0.000155
Log Likelihood	12.37429
Akaike Information Criteria	-1.593572
Schwarz Criteria	-1.533991

а) *VAR (1)*

EViews - [Var: UNTITLED Workfile: UNTITLED

File Edit Objects View Procs Quick Options Wi

View Procs Objects Print Name Freeze Estimate Stats

endpoints
Standard errors & t-statistics in parentheses

	DK_N	DR_M
DK_N(-1)	-0.873606	-280.4099
	(1.25192)	(671.781)
	(-0.69781)	(-0.41741)
DK_N(-2)	-0.663796	-390.9917
	(0.76057)	(408.123)
	(-0.87276)	(-0.95802)
DR_M(-1)	-0.001181	-0.664595
	(0.00176)	(0.94263)
	(-0.67227)	(-0.70504)
DR_M(-2)	5.92E-05	0.134752
	(0.00191)	(1.02520)
	(0.03100)	(0.13144)
C	0.000457	-1.618472
	(0.00415)	(2.22695)
	(0.11008)	(-0.72677)
R-squared	0.880702	0.816435
Adj. R-squared	0.642106	0.449306
Sum sq. resids	0.000178	51.38885
S.E. equation	0.009446	5.068967
F-statistic	3.691180	2.223838
Log likelihood	27.08693	-16.90986
Akaike AIC	-6.310552	6.259959
Schwarz SC	-6.349187	6.221324
Mean dependent	0.002000	-0.875714
S.D. dependent	0.015790	6.830688

Determinant Residual Covariance	4.26E-05
Log Likelihood	15.36107
Akaike Information Criteria	-1.531734
Schwarz Criteria	-1.609006

б) *VAR (2)*

Рис. 10.157. **Результати оцінювання параметрів *VAR*-моделі**

Вибір остаточного варіанта моделі здійснюється на основі найменшого значення інформаційного критерію Акайка (*Akaike Information Criteria*) і критерію Шварца (*Schwarz Criteria*) (рис. 10.157). Як видно з рис. 10.157, на основі критерію Акайка можна зробити вибір на користь векторної авторегресії першого порядку.

5. Дослідження динамічних властивостей моделі.

Дослідження динамічних властивостей моделі здійснюється на основі аналізу функції імпульсних відгуків. Для цього у вікні *VAR-об'єкта* (рис. 10.157) увійдемо в позицію меню *Impulse*. У вікні, що з'явилося, задамо прогнозний період *(Periods)*; змінні, які впливають на досліджувані значення *(Innovations to)*; змінні, які піддаються впливу *(Cause Responses by)* (рис. 10.158).

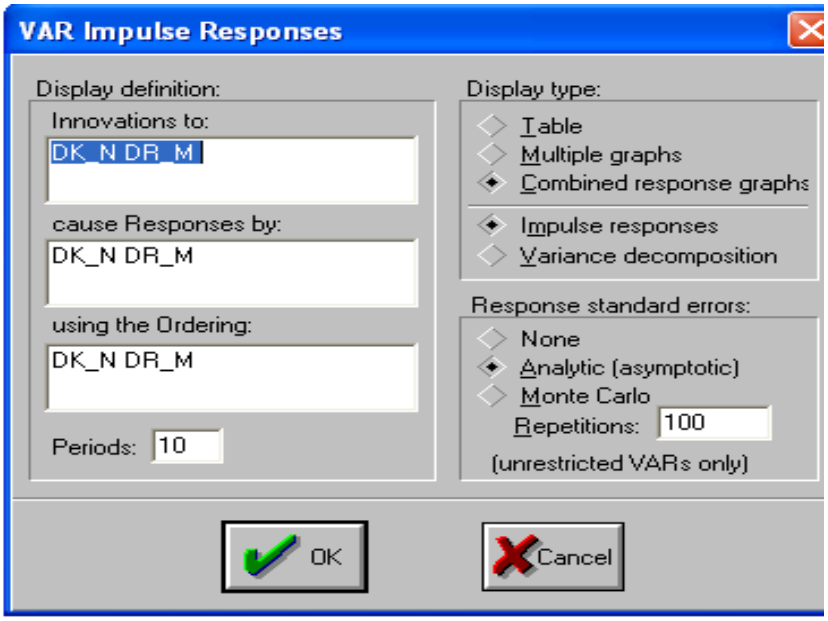


Рис. 10.158. **Визначення параметрів аналізу динамічних властивостей моделі**

Також можна визначити тип аналізу: функція імпульсних відгуків (*Impulse responses*) або декомпозиція дисперсій (*Variance decomposition*). Результати побудови функції імпульсних відгуків наведені на рис. 10.159.

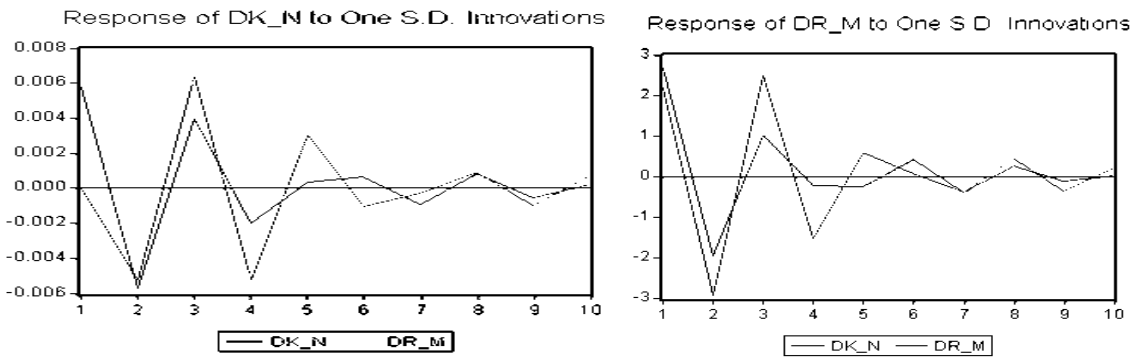


Рис. 10.159. **Функції імпульсних відгуків *DK_N* і *DR_M* для *VAR (1)***

Рис. 10.159 показує, як зміни на одне середньоквадратичне відхилення (шок одного стандартного відхилення) в *DK_N* і *DR_M* впливають на зміни *DK_N*. З рис. 10.158 можна зробити висновок, що флуктуації зменшуються та наближуються до нуля зі зростанням часу.

Декомпозиція дисперсій наведена на рис. 10.160, на якому верхній графік – декомпозиція дисперсії для *DK_N* показує, що спочатку зміни у надійності банківській системі пояснюють самі себе. З часом зміни в рівні надійності банківської системи пояснюються змінами в рівні монетизації. Так, 55 % дисперсії *DK_N* пояснюється змінами в рівні монетизації. Як можна побачити з нижнього графіка, зміни в рівні монетизації менш чутливі до зміни в рівні надійності банківської системи: 35 % дисперсії *DR_M* пояснюються змінами в рівні надійності банківської системи.

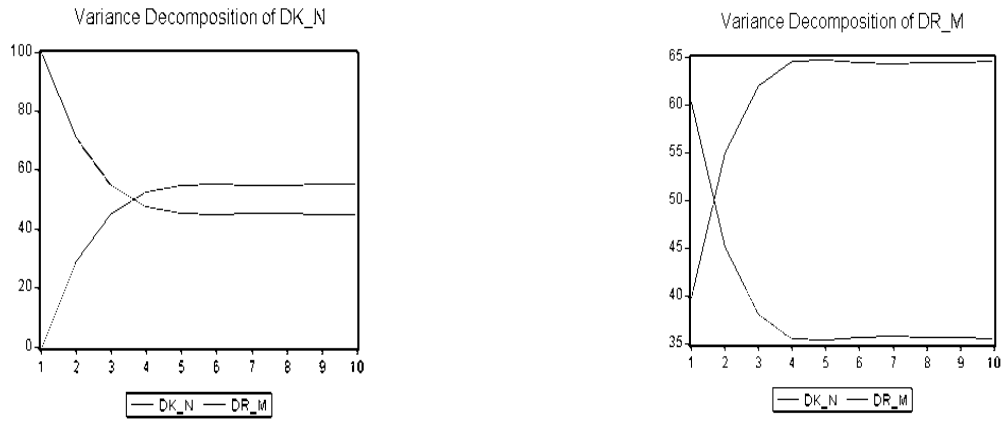


Рис. 10.160. **Графік декомпозиції дисперсій *DK_N* і *DR_M* для *VAR (1)***

Для того щоб отримати вид моделі у вікні *VAR-об'єкта* (див. рис. 10.157) увійдемо в позицію меню *Procs* і виберемо команду *Make Model*. Результати наведені на рис. 10.161.

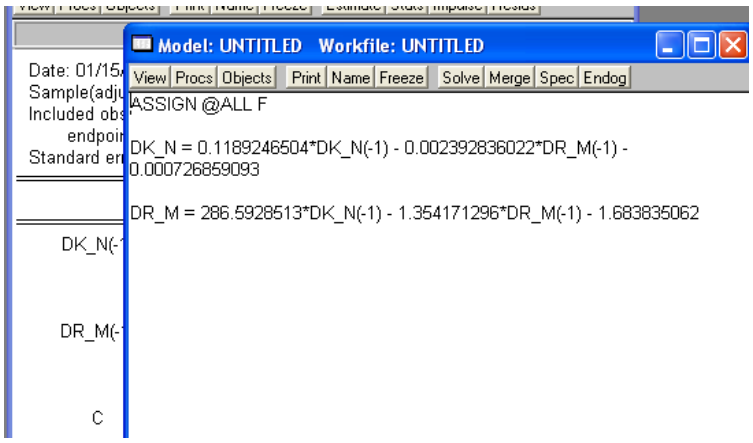


Рис. 10.161. **Вид моделі**

6. Прогнозування.

Для визначення прогнозних значень аналізованих змінних увійдемо в позицію меню *Solve* та визначимо параметри прогнозування (див. рис. 10.161): *Dynamic solution* – у розрахунку прогнозних значень використовують теоретичні лагові значення змінних; *Static solution* – у розрахунку прогнозних значень використовують фактичні лагові значення змінних (рис. 10.162).

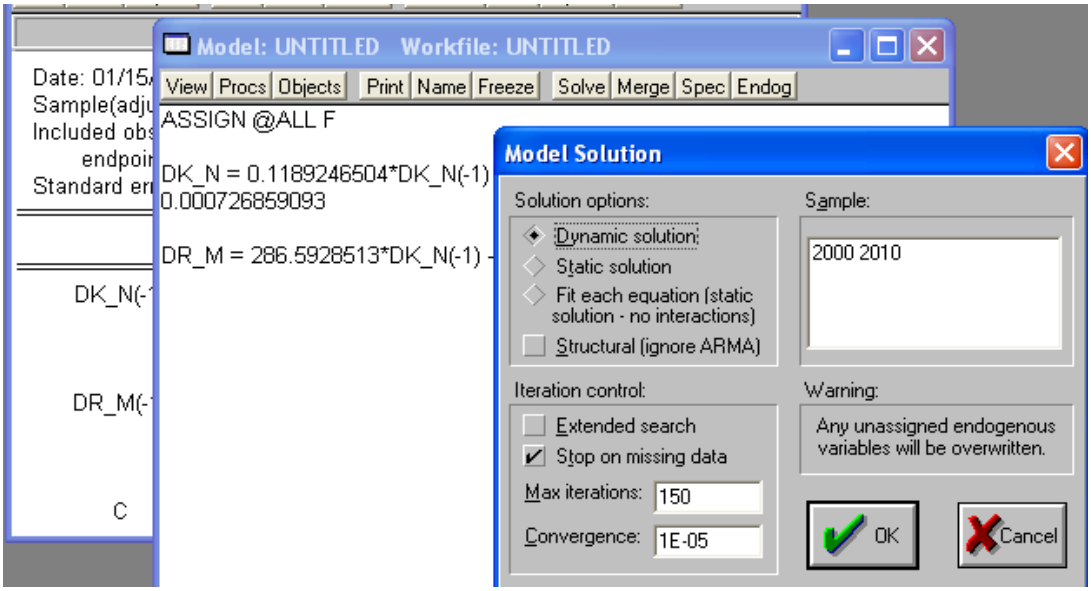
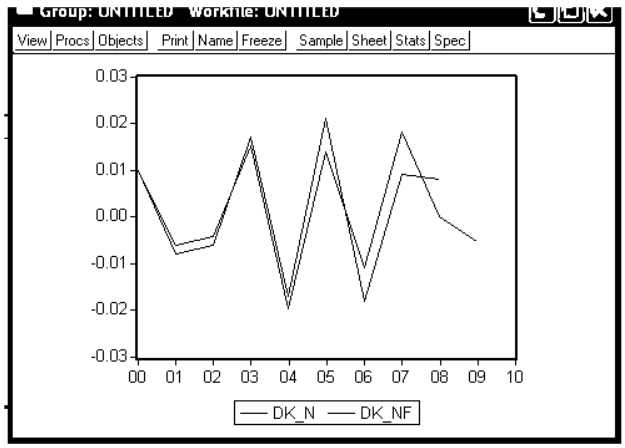
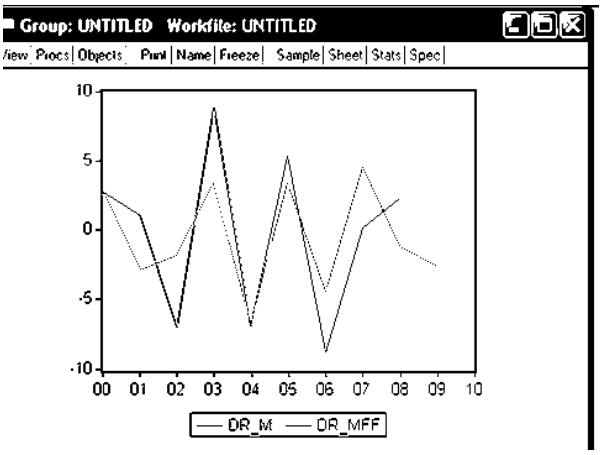


Рис. 10.162. **Визначення параметрів прогнозування**

Результати прогнозування наведені на рис. 10.163.



а) *DK_N* – фактичні значення; *DK_F* – прогнозні значення



б) *DR_M* – фактичні значення; *DR_MFF* – прогнозні значення

Рис. 10.163. **Результати прогнозування**

За даними рис. 10.163, можна зробити висновок про зниження рівня надійності банківської системи та рівня монетизації в прогнозному періоді.

Завдання 2. Необхідно провести аналіз коінтеграційного зв'язку між відповідними показниками в ППП *EViews* у такій послідовності.

1. Здійснити перевірку часових рядів на стаціонарність за допомогою розширеного тесту Діккі – Фуллера. Визначити порядок інтеграції часових рядів. Перевірити виконання передумов коінтеграції.

2. Провести перевірку часових рядів на коінтеграцію за допомогою тестів Інгла – Грейнджера, Йохансена. Порівняти отримані результати.

3. Здійснити оцінювання моделі корегування помилки.

4. Провести імпульсний аналіз та аналіз декомпозиції дисперсій на основі оціненої моделі корегування помилки.

5. Здійснити прогноз на основі оціненої моделі корегування помилки. Привести економічну інтерпретацію отриманих результатів.

Методичні рекомендації

Для побудови моделей корегування помилки використовується ППП *EViews*. Розглянемо порядок роботи в даному пакеті під час побудови *ECM*-моделей.

1. Запуск *EViews* і підготовка даних. Перевірка часових рядів на стаціонарність.

У меню програм оберіть програму *EViews*, після її запуску виберіть у меню пункт *File/New* для підготовки власних даних. Перед вами з'явиться діалогове вікно, у якому необхідно вказати тип створюваного файла (*Workfile*), розріз даних (*Undated or irregular* – нерегулярні дані), період аналізу (*Start date* – 1, *End date* – 502). За допомогою інструментальної клавіші *Objects* задайте тип створюваної змінної (*Series* – часовий ряд). Внесіть вихідні дані (значення індексів ПФТС (умовне позначення – *PFTS*) і РТС (умовне позначення – *RTS*)) відповідно до наведеної в завданні 1 схеми. Файл із вихідними даними має вигляд, наведений на рис. 10.164.

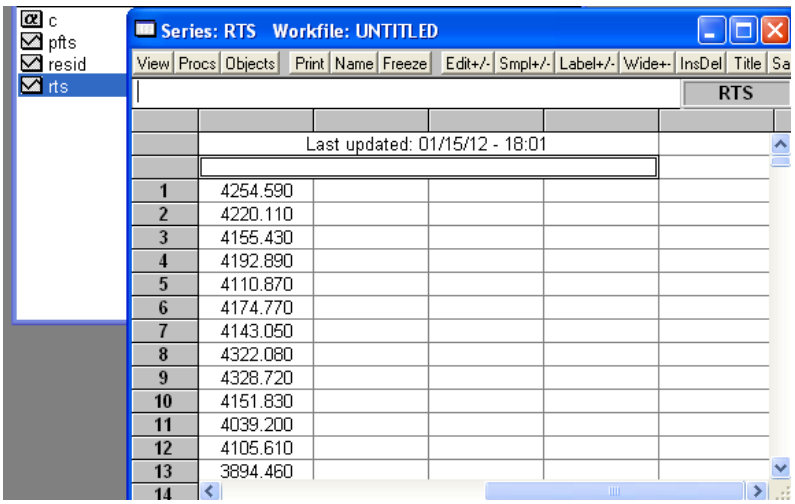


Рис. 10.164. **Робочий файл**

Здійснюємо перевірку часових рядів індексу ПФТС і РТС на стаціонарність за допомогою тесту Діккі – Фуллера. Результати тесту наведені в табл. 10.4.

Таблиця 10.4

Результати тесту Діккі – Фуллера

Показники	ADF-статистика	1 % критичне значення
Рівні часового ряду		
PFTS	−0,908676	−3,4458
RTS	−1,470877	−3,4458
Перші різниці		
PFTS	−8,883067	−3,4458
RTS	−11,12125	−3,4458

Як видно з табл. 10.4, часові ряди індексів ПФТС і РТС є нестаціонарними в рівнях. Гіпотеза про стаціонарність перших різниць підтверджується з 99 % рівнем довірчої ймовірності. Таким чином, часові ряди є інтегрованими порядку 1.

2. Тестування часових рядів на коінтеграцію за допомогою тесту Інгла – Грейнджера.

Перевіримо досліджувані часові ряди на коінтеграцію за допомогою тесту Інгла – Грейнджера. Оцінимо залежність між індексом ПФТС та індексом РТС звичайним методом найменших квадратів (рис. 10.165).

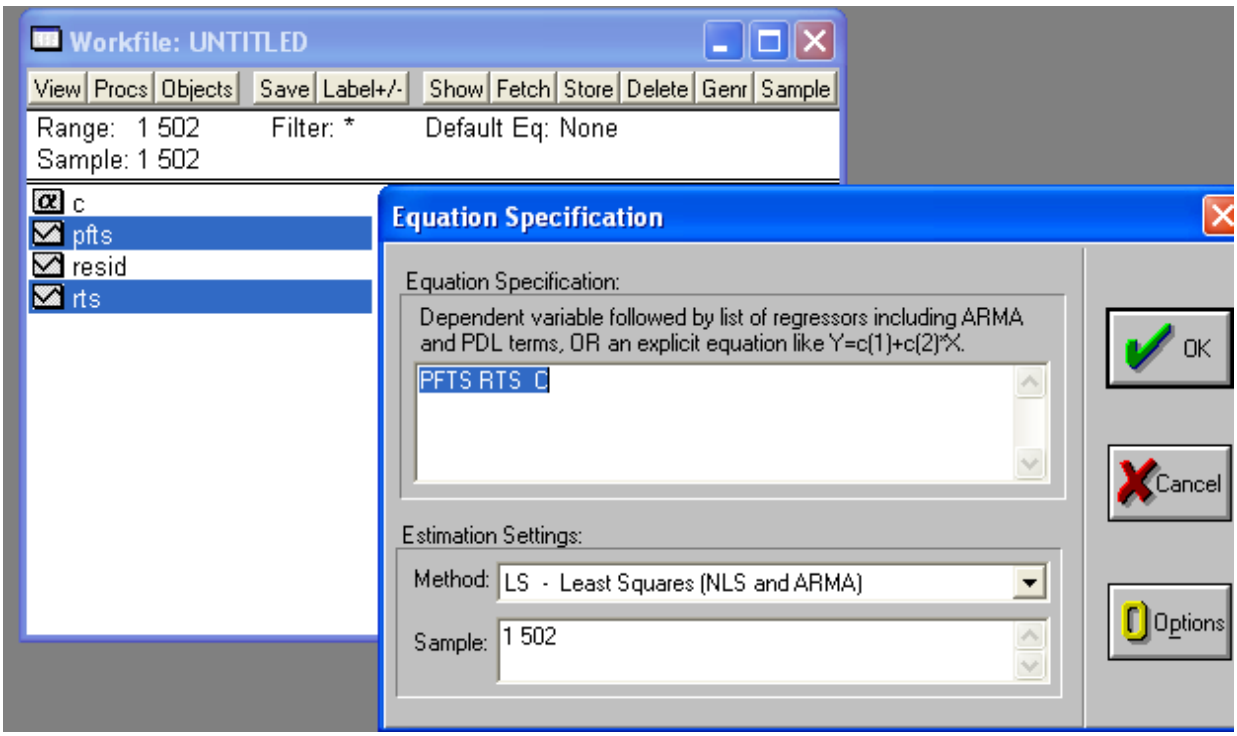
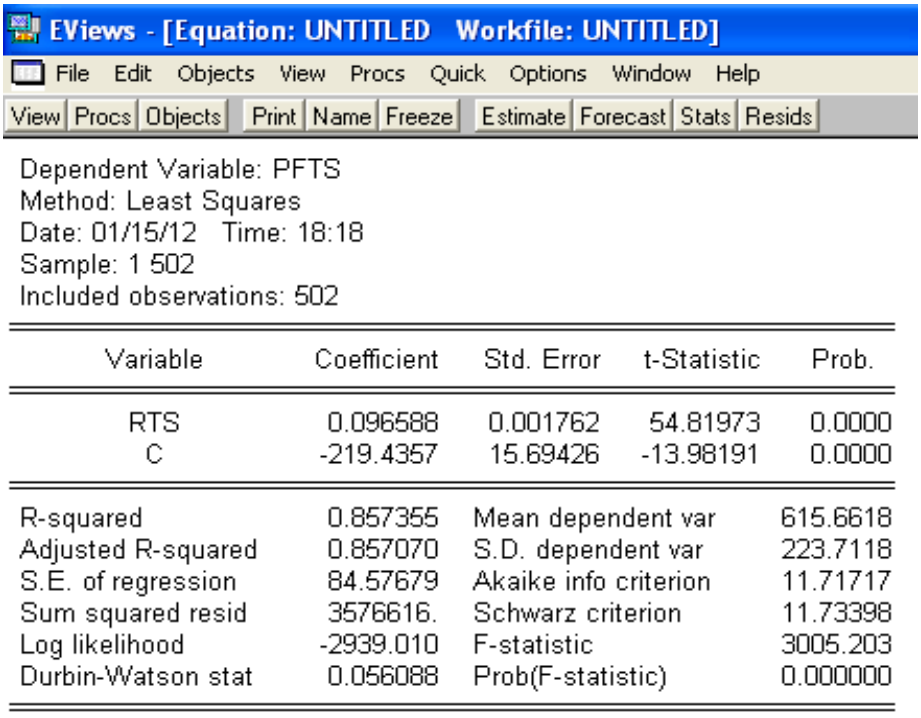


Рис. 10.165. **Оцінювання довгострокової залежності між індексом ПФТС та індексом РТС**

Отримане рівняння довгострокового зв'язку аналізованих змінних наведене на рис. 10.166.



EViews - [Equation: UNTITLED Workfile: UNTITLED]

File Edit Objects View Procs Quick Options Window Help

View Procs Objects Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: PFTS
Method: Least Squares
Date: 01/15/12 Time: 18:18
Sample: 1 502
Included observations: 502

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RTS	0.096588	0.001762	54.81973	0.0000
C	-219.4357	15.69426	-13.98191	0.0000

R-squared	0.857355	Mean dependent var	615.6618
Adjusted R-squared	0.857070	S.D. dependent var	223.7118
S.E. of regression	84.57679	Akaike info criterion	11.71717
Sum squared resid	3576616.	Schwarz criterion	11.73398
Log likelihood	-2939.010	F-statistic	3005.203
Durbin-Watson stat	0.056088	Prob(F-statistic)	0.000000

Рис. 10.166. **Параметри регресійного рівняння**

Рис. 10.166 показує високе значення коефіцієнта детермінації та низьке значення статистики Дарбіна – Уотсона. Це свідчить про хибну специфікацію моделі, але не обов'язково вказує на ефект «хибної регресії». Для того щоб зробити висновки про коінтеграцію часових рядів, необхідно перевірити на стаціонарність помилки, отримані на основі наведеного на рис. 10.166 регресійного рівняння.

Розрахунок помилок здійснюється у вікні *Equation* за допомогою позиції меню *Procs*, команди *Make Residual Series*. Результати розрахунку помилок моделі наведені на рис. 10.167.

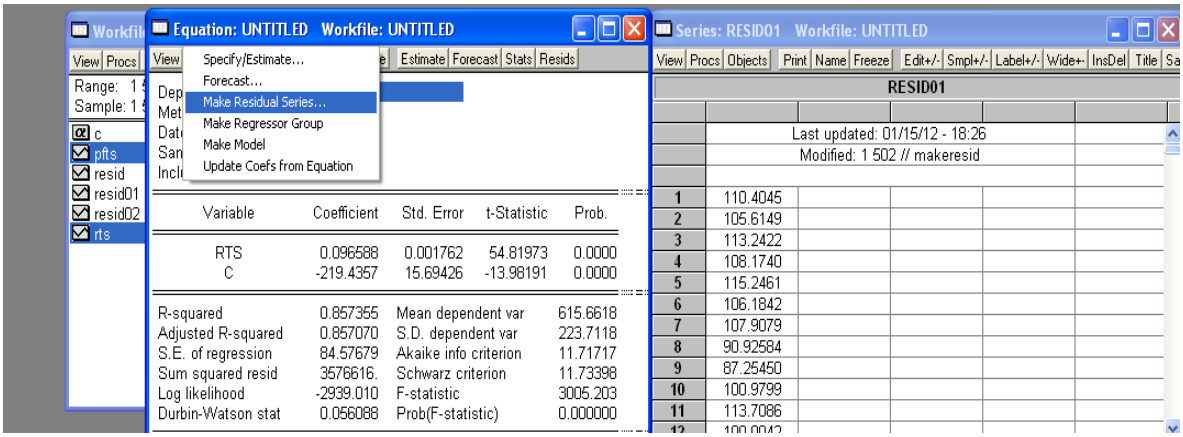


Рис. 10.167. **Похибки моделі**

Результати перевірки залишкового часового ряду на стаціонарність за допомогою критерію Діккі – Фуллера наведені в табл. 10.5.

Таблиця 10.5

Результати перевірки за тестом Діккі – Фуллера

Показник	ADF-статистика	1 % критичне значення
Рівні залишкового ряду		
RESID01	−3,054246	−3,9808

Як видно з табл. 10.5, гіпотеза про те, що індекс ПФТС та індекс РТС коінтегрують, не підтверджується.

3. Тестування часових рядів на коінтеграцію за допомогою тесту Йохансена.

Перевіримо досліджувані часові ряди на коінтеграцію за допомогою тесту Йохансена. Здійснюємо вибір змінних і відкриваємо їх як групу.

У вікні, що з'явилося, вибираємо позицію меню *View*, команду *Cointegration test*. У вікні коінтеграційного аналізу (рис. 10.168) необхідно визначити кількість лагів, які використовуються для тесту на коінтеграцію *(Lag intervals in VAR*); список екзогенних змінних *(Exogenous series in VAR)*; наявність тренда, вільного параметра в коінтеграційному рівнянні *(Cointegration Equation (CE).*

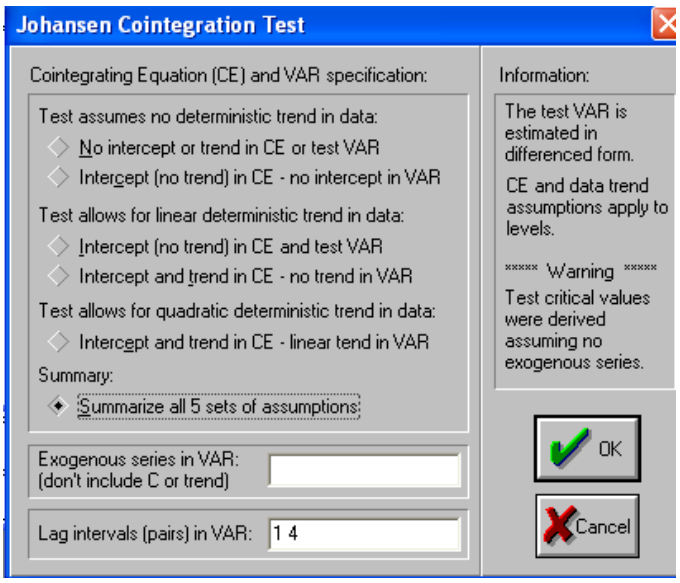
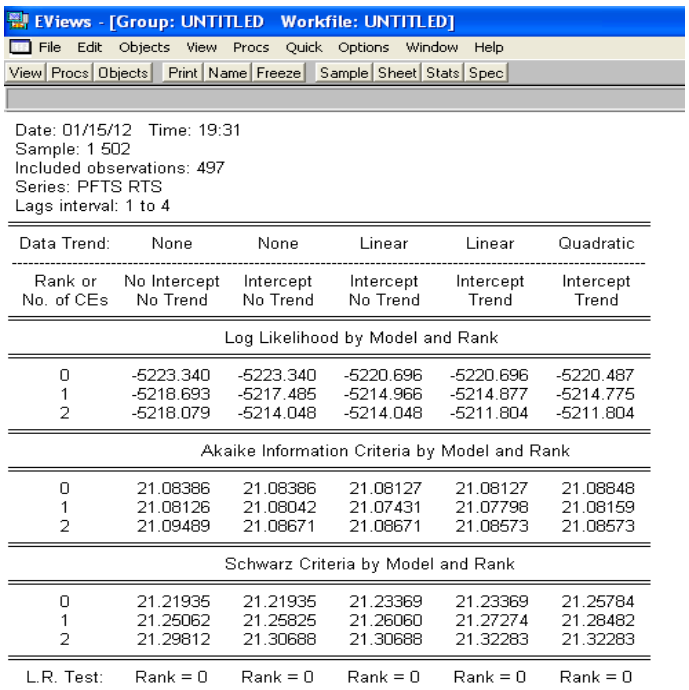


Рис. 10.168. **Визначення параметрів коінтеграційного аналізу**

Результат тесту Йохансена наведений на рис. 10.169.

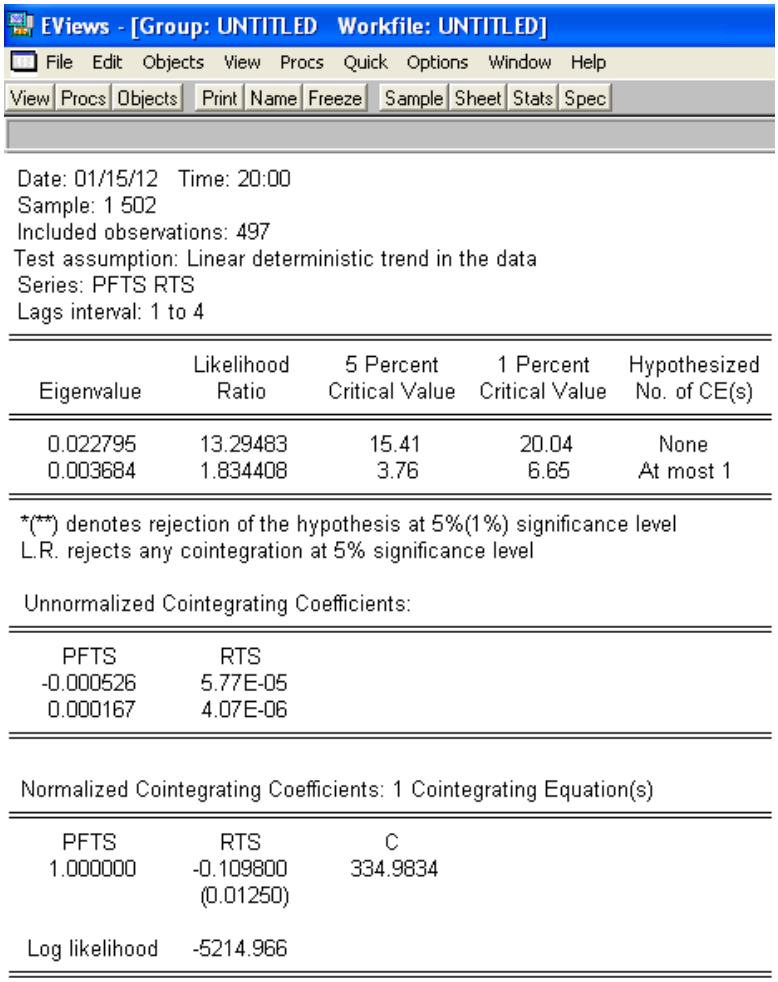


Date: 01/15/12 Time: 19:31
Sample: 1 502
Included observations: 497
Series: PFTS RTS
Lags interval: 1 to 4

Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Rank or No. of CEs	No Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept Trend	Intercept Trend
Log Likelihood by Model and Rank					
0	-5223.340	-5223.340	-5220.696	-5220.696	-5220.487
1	-5218.693	-5217.485	-5214.966	-5214.877	-5214.775
2	-5218.079	-5214.048	-5214.048	-5211.804	-5211.804
Akaike Information Criteria by Model and Rank					
0	21.08386	21.08386	21.08127	21.08127	21.08848
1	21.08126	21.08042	21.07431	21.07798	21.08159
2	21.09489	21.08671	21.08671	21.08573	21.08573
Schwarz Criteria by Model and Rank					
0	21.21935	21.21935	21.23369	21.23369	21.25784
1	21.25062	21.25825	21.26060	21.27274	21.28482
2	21.29812	21.30688	21.30688	21.32283	21.32283
L.R. Test:	Rank = 0	Rank = 0	Rank = 0	Rank = 0	Rank = 0

Рис. 10.169. **Результат тесту Йохансена**

Отже, тест Йохансена також дозволяє зробити висновок, що досліджувані змінні не коінтегрують. Виберемо другу опцію для типу коінтеграційного рівняння (див. рис. 10.168): вільний параметр і відсутність тренда *(Intercept (no trend) in CE and test VAR)*. Результат тесту Йохансена наведений на рис. 10.170.



Date: 01/15/12 Time: 20:00
Sample: 1 502
Included observations: 497
Test assumption: Linear deterministic trend in the data
Series: PFTS RTS
Lags interval: 1 to 4

Eigenvalue	Likelihood Ratio	5 Percent Critical Value	1 Percent Critical Value	Hypothesized No. of CE(s)
0.022795	13.29483	15.41	20.04	None
0.003684	1.834408	3.76	6.65	At most 1

*(**) denotes rejection of the hypothesis at 5%(1%) significance level
L.R. rejects any cointegration at 5% significance level

Unnormalized Cointegrating Coefficients:

PFTS	RTS
-0.000526	5.77E-05
0.000167	4.07E-06

Normalized Cointegrating Coefficients: 1 Cointegrating Equation(s)

PFTS	RTS	C
1.000000	-0.109800	334.9834
	(0.01250)	
Log likelihood	-5214.966	

Рис. 10.170. **Результат тесту Йохансена для другого типу коінтеграційного рівняння**

Нульова гіпотеза за тестом Йохансена полягає в тому, що ранг матриці (*П)* уважається дорівненим певному попередньо знайденому числу *r*. Якщо нульова гіпотеза відхиляється, мінімальний ранг матриці підвищується, а нова гіпотеза знову тестується. Як видно з рис. 10.170, нульова гіпотеза про те, що ранг дорівнює 0, ухвалюється з 99 % рівнем довірчої ймовірності. Тобто ми маємо *VAR*-процес у ряді різниць: коінтеграції в рядах не має та для досягнення стаціонарності потрібне знаходження різниць. Узагальнена схема вибору типу моделі наведена на рис. 10.171.

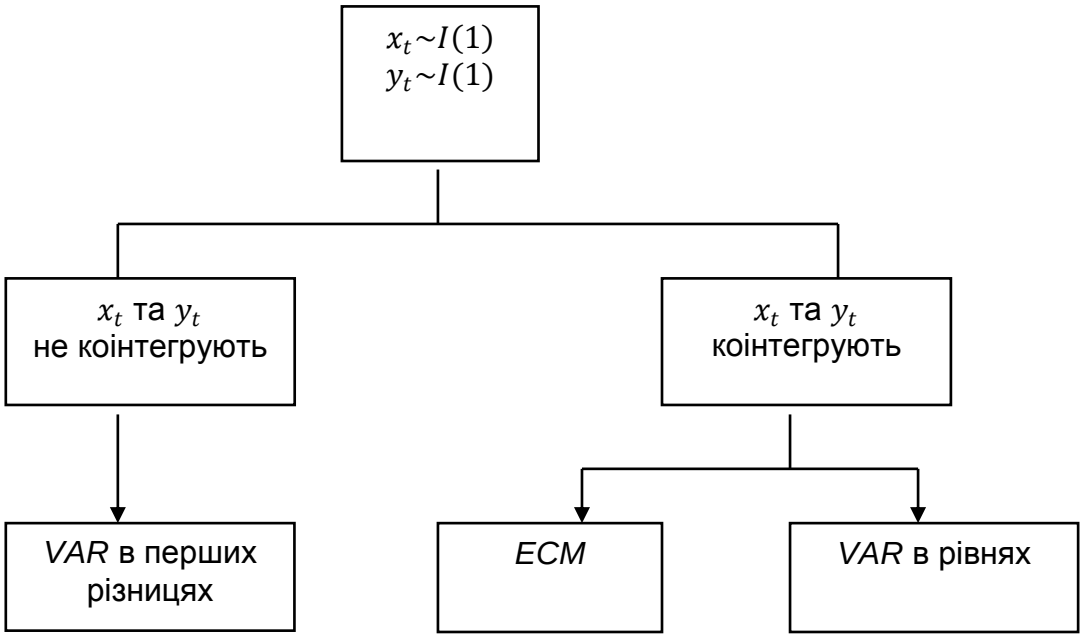


Рис. 10.171. **Узагальнена схема вибору типу моделі**

4. Оцінювання *ECM*-моделі.

Порядок побудови й аналізу вектор-авторегресійної моделі наведений. У випадку побудови ECM-моделі у вікні, наведеному на рис., необхідно ввійти в позицію меню *Procs* і вибрати команду *Make Vector Autoregression*. У вікні, що з'явилося, вказується: тип моделі – модель корегування помилки *(Vector Error Correction)*, кількість коінтеграційних рівнянь *(Number of CE's)*, вид коінтеграційного рівняння *(Cointegrating eqution (CE))* (рис. 10.172).

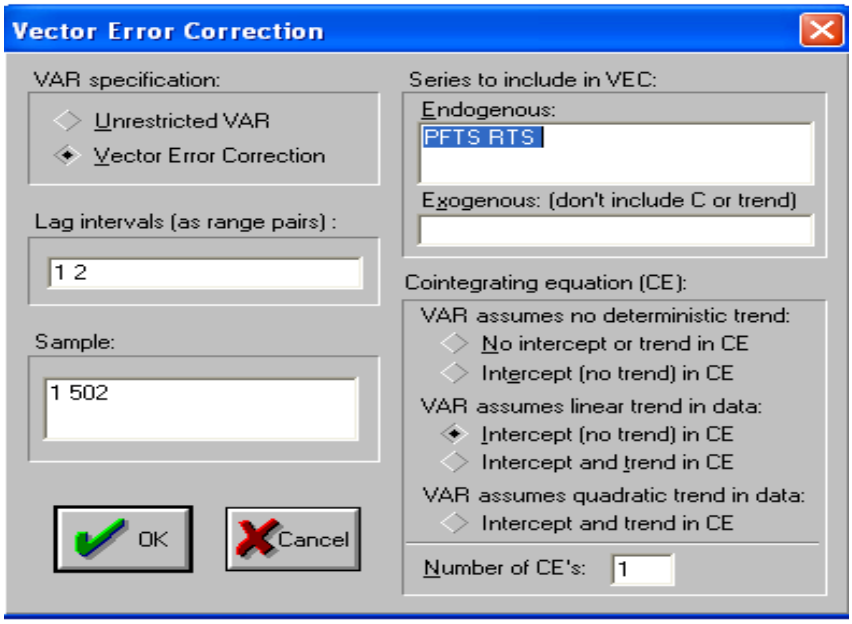


Рис. 10.172. **Визначення параметрів оцінювання *ECM*-моделі**

Результати оцінювання параметрів *ECM*-моделі наведені на рис. 10.173. Дослідження динамічних властивостей моделі на підставі оцінки функції імпульсних відгуків і декомпозиції дисперсій здійснюється аналогічно наведеному в попередньому завданні аналізу.

Sample(adjusted): 4 502
Included observations: 499 after adjusting endpoints
Standard errors & t-statistics in parentheses

Cointegrating Eq:	Cointeq1
PFTS(-1)	1.000000
RTS(-1)	-0.110678
	(0.01317)
	(-8.40218)
C	341.9030

Error Correction:	D(PFTS)	D(RTS)
Cointeq1	-0.016896	0.101124
	(0.00594)	(0.09592)
	(-2.84415)	(1.05427)
D(PFTS(-1))	0.351518	0.744230
	(0.04556)	(0.73560)
	(7.71598)	(1.01173)
D(PFTS(-2))	-0.006885	-0.015699
	(0.04531)	(0.73164)
	(-0.15195)	(-0.02146)
D(RTS(-1))	0.000906	-0.053107
	(0.00284)	(0.04592)
	(0.31854)	(-1.15658)
D(RTS(-2))	-0.001478	-0.133042
	(0.00284)	(0.04580)
	(-0.52104)	(-2.90494)
C	0.892787	17.74069
	(0.52743)	(8.51622)
	(1.69273)	(2.08317)
R-squared	0.140722	0.024350
Adj. R-squared	0.132008	0.014455
Sum sq. resids	66665.36	17380883
S.E. equation	11.62858	187.7641
F-statistic	16.14754	2.460867
Log likelihood	-1929.312	-3317.390
Akaike AIC	7.756760	13.32020
Schwarz SC	7.807412	13.37085
Mean dependent	1.351483	15.78884
S.D. dependent	12.48155	189.1360

Determinant Residual Covariance	4456941.
Log Likelihood	-5235.939
Akaike Information Criteria	21.04184
Schwarz Criteria	21.16003

Рис. 10.173. **Оцінки параметрів *ECM*-моделі**

Таким чином, проведений аналіз дозволяє зробити висновок про відсутність коінтеграційного зв'язку між індексами ділової активності фондових ринків.

Глосарій

Взаємна кореляційна функція – це функція, яка характеризує тісноту зв'язку елементів вектора залежної змінної y_t з елементом вектора незалежної змінної x_t, зрушеним щодо іншого на часовий лаг τ. Для побудови взаємної кореляційної функції розглядається множина коефіцієнтів кореляції між рівнями часових рядів x_t, та y_t; $x_{t-1,\dots,}x_{t-k}$, та y_t. Для різних значень $\tau = 0, 1, \dots, k$ на основі взаємної кореляційної функції можна отримати $n + 1$ значення r_τ.

Випадкова складова (випадкові перешкоди) – це складова динамічного ряду, що відображає вплив випадкових чинників на значення його рівнів.

Зумовлені змінні (передвизначені) – це лагові та поточні екзогенні, а також лагові ендогенні змінні моделі.

Коінтеграція – це причинно-наслідковий зв'язок у рівнях двох або більше часових рядів, що виражається в збігу або протилежній спрямованості їх тенденцій і випадкових коливань.

Лаг – це величина інтервалу запізнювання.

Лагові змінні – це пояснювальні змінні, взяті в моделі регресії із запізненням у часі.

Медіанний лаг – це лаг, який показує тривалість періоду, необхідного для реалізації половини загальної зміни результівної ознаки після збільшення значень факторної змінної на 1. Для медіанного лагу справедлива дорівненість: $\sum_{j=0}^{M_e} \alpha_j = 0{,}5$.

Метод Фостера – Стюарта – це критерій перевірки на наявність тренда, який тестує не тільки середнє значення, а й дисперсію рівнів часового ряду. Часто цей метод використовують у разі детального аналізу часового ряду та побудови прогнозів за ним.

Метод Ширлі Алмон – це метод оцінювання параметрів моделі з кінцевим числом лагів. В основі методу Ширлі Алмон закладена гіпотеза, що лагові коефіцієнти регресії апроксимуються поліномом відповідного ступеня від величини лага: $a_j = P_r(j) = b_0 + b_1 j + b_2 j^2 + \dots + b_r j^r$.

Мультиплікативна модель часового ряду – це модель, в якій всі компоненти ряду динаміки подані як добуток цих складових, а саме: $y_t = f(t) + g(t) + h(t) + \varepsilon_t$; модель застосовують у випадку, якщо збільшується амплітуда коливань відповідно до тренда.

Нормовані коефіцієнти лага – це коефіцієнти, які показують пропорцію довгострокового впливу факторної змінної, що припадає на певний період часу.

Сезонна складова – це складова динамічного ряду, призначена для опису поведінки, що регулярно змінюється протягом заданого періоду (наприклад, обсяг продажів шампанського наприкінці грудня кожного року, обсяг перевезень пасажирів зранку та ввечері, попит на морозиво в літні місяці тощо).

Структура лага – це послідовність лагових коефіцієнтів $a = \{a_j : j = 1,2, \dots, k\}$ у моделі розподіленого лага $yt = f(x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-k}) + \varepsilon_t$.

Тест Бройша (Бреуша) – Годфрі (тест серій) – це універсальний асимптотичний тест для перевірки наявності автокореляції випадкових похибок більшого порядку. У даному тесті випадкові помилки не обов'язково повинні бути нормально розподілені. Тест можна застосувати також і в авторегресійних моделях (на відміну від критерію Дарбіна – Уотсона).

Тренд – це еволюторна складова динамічного ряду, яка плавно змінюється з часом (зростає або спадає, але не повторюється регулярним чином); описує вплив довготривалих чинників, ефект яких проявляється поступово (наприклад, зростання населення, зростання споживання, зміна структури споживання, економічний розвиток тощо).

Циклічна складова – це складова динамічного ряду, яка описує тривалі періоди відносного підйому та спаду. Вона складається з циклів, які змінюються за амплітудою та протяжністю. На циклічну складову впливають такі фактори (що складно ідентифікуються формальними методами), як зростання та виснаження ресурсів, тривалі несприятливі погодні умови, зміни у фінансовій і податковій політиці тощо). Для аналізу цієї складової часового ряду зазвичай залучається додаткова інформація про інші часові ряди, наприклад: про перенасиченість ринку, прийняття законів про податкові пільги та ін.

Часткова (недосконала, стохастична) мультиколінеарність – характерна для випадків, коли частина екзогенних чинників $(X_1, X_2, \dots, X_m)$ знаходиться в кореляційному зв'язку або утворює різні лінійні комбінації вигляду $X_i = \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \dots + \alpha_m X_m$.

Предметний покажчик

Dummy, 151
SUR-моделі, 27, 29, 177
ECM-модель, 74, 75, 79
VAR-моделі, 59, 60 – 62, 65 – 67, 70, 71, 73, 74, 82 – 88, 193, 200
Автокореляція, 19, 53, 116, 120, 121, 131, 134, 135, 163
Взаємна кореляційна функція, 42
Гетероскедастичність, 116, 122, 123, 177, 180
Змінні лагові, 39
Коінтеграція, 71 – 73, 77, 79 – 81, 205, 206, 208 – 210
Критерій
  Дарбіна – Уотсона, 214
Лаг, 39
Метод Ширли Алмон, 44
Множинна регресія, 112
Моделі корегування помилки, 71
Моделі панельних даних, 175
Моделі панельних даних з фіксованими ефектами, 13
Модель
  адаптивних очікувань, 49
  Л. Койка, 49
Модель панельних даних з випадковими ефектами, 17
Модель розподіленого лага, 42, 185, 189, 191
Мультиколінеарність, 92, 116, 119, 123, 124, 189
Панельні дані, 5
Тест
  Інгла – Грейнджера, 77, 78
  Йохансена, 80
Тобіт-моделі, 165

Рекомендована література

1. Абакумова Ю. Г. Применение моделей анализа панельных данных для оценки нормы сбережений населения / Ю. Г. Абакумова, Е. И. Васенкова // Управление в социальных и экономических системах : материалы XVIII международной научной-практической конференции, г. Минск, 30 – 31 мая 2009 г. / Минский ин-т управления ; редкол. : Н. В. Суша [и др.]. – Мн. : б. и., 2009. – С. 223–225.

2. Айвазян С. А. Прикладная статистика. Основы економетрики : учебник для вузов : в 2-х томах / С. А. Айвазян. – 2-е изд., испр. – Т. 2. – М. : ЮНИТИ–ДАНА, 2001. – 432 с.

3. Антонюк О. П. Обґрунтування вибору параметрів моделі на основі інформаційних критеріїв / О. П. Антонюк // Економічний простір. – 2015. – № 95. – С. 255–262.

4. Бабешко Л. О. Основы эконометрического моделирования / Л. О. Бабешко. – М. : КомКнига, 2006. – 432 с.

5. Баклушина О. А. Краткий курс по эконометрике : учеб. пособ. / О. А. Баклушина. – М. : Окей-книга, 2007. – 127 с.

6. Банников В. А. Векторные модели авторегрессии и коррекции регрессионных остатков (EViews) / В. А. Банников // Прикладная эконометрика. – 2006. – № 3. – С. 96–129.

7. Бернд Э. Р. Практика эконометрики: классика и современность : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям 060000 экономики и управления / Э. Р. Бернд; пер. с англ. под ред. проф. С. А. Айвазяна. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2005. – 863 с.

8. Боровиков В. П. Популярное введение в программу *STATISTICA* / В. П. Боровиков. – М. : Компьютер Пресс, 1998. – 194 с.

9. Боровиков В. П. Прогнозирование в системе *STATISTICA* в среде Windows / В. П. Боровиков, Г. И. Ивченко. – М. : Финансы и статистика, 1997. – 268 с.

10. Боровиков В. П. *STATISTICA*: искусство анализа данных на компьютере. Для профессионалов / В. П. Боровиков. – СПб. : Питер, 2001. – 656 с.

11. Бородич С. А. Эконометрика : учеб. пособ. / С. А. Бородич. – 3-е изд., стер. – Мн. : Новое знание, 2006. – 408 с.

12. Бурдыко Н. М. Построение модели прогнозирования ВВП Республики Беларусь с помощью пакета Eviews / Н. М. Бурдыко // Проблемы

государственного регулирования и прогнозирования социально- экономического развития : Тез. докл. 4-й МНК : В 3 т. (Минск, 2-3 октября 2013 г.) / НИЭИ Министерства экономики Республики Беларусь. – Мн. : б. и., 2014. – Т. 3 : Тез. выступлений: Секции 4 – 7. – С. 267–269.

13. Валентинов В. А. Эконометрика: практикум / В. А. Валентинов. – М. : Дашков и К°, 2007. – 436 с.

14. Грабовецький Б. Є. Економічне прогнозування і планування : навч. посіб. / Б. Є. Грабовецький. – К. : Центр навчальної літератури, 2003. – 188 с.

15. Гур'янова Л. С. Лабораторний практикум з навчальної дисципліни «Економетрія» для студентів напряму підготовки «Економічна кібернетика» денної форми навчання / Л. С. Гур'янова, О. А. Сергієнко. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2009. – 96 с.

16. Дорохов Е. В. Статистический подход к изучению прогнозирования индекса РТС на основе методов векторной авторегрессии и коинтеграции / Е. В. Дорохов // Финансы и бизнес. – 2008. – № 1. – С. 85–110.

17. Доугерти К. Введение в эконометрику / К. Доугерти ; пер. с англ. – М. : ИНФРА-М, 1997. – 402 с.

18. Дуброва Т. А. Статистические методы прогнозирования : учеб. пособ. для вузов / Т. А. Дуброва. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 206 с.

19. Економетрика : підручник / О. І. Черняк, А. В. Ставицький, О. В. Баженова та ін. ; за ред. О. І. Черняка. – 2-ге вид., перероб. та доп. – Миколаїв: МНАУ, 2014. – 414 с.

20. Жемчужникова Ю. А. Моделирование зависимостей между показателями инвестиционной деятельности на основе системы одновременных уравнений / Ю. А. Жемчужникова, Л. Ф. Хасанова // Международный научный журнал «Новый университет». Серия «Экономика и право». – 2015. – № 2(48). – С. 37–44.

21. Замков О. О. Эконометрические методы в макроэкономичесом анализе / О. О. Замков. – М. : ГУ ВШЭ, 2001. – 280 с.

22. Иванов В. В. Анализ временных рядов и прогнозирование экономических показателей / В. В. Иванов. – Х. : ХНУ, 1999. – 230 с.

23. Канторович Г. Г. Анализ временных рядов / Г. Г. Канторович // Экономический журнал ВШЭ. – 2003. – № 1. – С. 79–103.

24. Клебанова Т. С. Економіко-математичне моделювання : навч. посіб. / Т. С. Клебанова, О. В. Раєвнєва, С. В. Прокопович. – Х. : ВД «ІНЖЕК», 2010. – 352 с.

25. Клебанова Т. С. Методы прогнозирования : учеб. пособ. / Т. С. Клебанова, В. В. Иванов, Н. А. Дубровина. – Х. : Изд. ХГЭУ, 2002. – 372 с.

26. Клебанова Т. С. Нечітка логіка та нейронні мережі в управлінні підприємством : монографія / Т. С. Клебанова, Л. О. Чаговець, О. В. Панасенко. – Х. : ВД «ІНЖЕК», 2011. – 240 с.

27. Клебанова Т. С. Эконометрия : учеб. пособ. / Т. С. Клебанова, Н. А. Дубровина, Е. В. Раевнева. – 2-е изд., испр. – Х. : ИД «ИНЖЭК», 2005. – 160 с.

28. Кремер Н. Ш. Эконометрика : учебник для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко. – М. : ЮНИТИ –ДАНА, 2002. – 311 с.

29. Купець О. В. Середня заробітна плата, продуктивність праці та прогрес переходу до ринкової економіки: емпіричне дослідження країн із перехідною економікою / О. В. Купець // Наукові записки НАУКМА. – Т. 120. Серія «Економічні науки». – С. 43–49.

30. Лаушкін О. М. Економетрична модель трансформації зайнятості в новій економіці / О. М. Лаушкін // Глобальні та національні проблеми економіки. – 2014. – Вип. 2. – С. 968–973.

31. Лугінін О. Є. Економетрія : навч. посіб. / О. Є. Лугінін. – 2-ге вид., перероб. та доп. – К. : Центр учбової літератури, 2008. – 278 с.

32. Луговская Л. Эконометрика в вопросах и ответах : учеб. пособ. / Л. Луговская. – М. : ТК Велби; Изд. «Проспект», 2006. – 208 с.

33. Лукашин Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования / Ю. П. Лукашин. – М. : Статистика, 1988. – 247 с.

34. Лук'яненко І. Економетрика / І. Лук'яненко, Л. Краснікова. – К. : Тов. «Знання»; КОО, 1998. – 494 с.

35. Лук'яненко І. Г. Сучасні економетричні методи у фінансах / І. Г. Лук'яненко, Ю. О. Городніченко. – К. : Літера ЛТД, 2002. – 352 с.

36. Магнус Я. Р. Эконометрика. Начальный курс : учебник / Я. Р. Магнус, П. К. Катышев, А. А. Пересецкий. – 8-е изд., перераб. и доп. – М. : Дело, 2007. – 504 с.

37. Малыгин Д. Е. Разработка и исследование макромоделей налогообложения : монография / Д. Е. Малыгин. – Тамбов : Изд-во ТГТУ, 2009. – 88 с.

38. Марно В. Путеводитель по современной эконометрике / В. Марно. – М. : Научная книга, 2008. – 616 с.

39. Методичні рекомендації до виконання практичних завдань з навчальної дисципліни «Економетрика» для студентів напряму підготовки

6.030502 «Економічна кібернетика» денної форми навчання / Т. С. Клебанова, Л. С. Гур'янова, О. А. Сергієнко та ін. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2012. – 136 с.

40. Методы и модели прогнозирования социально-экономических процессов : учеб. пособ. / Т. С. Клебанова, В. А. Курзенев, В. Н. Наумов и др. – СПб. : Изд. СЗИУ РАНХ и ГС, 2012. – 566 с.

41. Моделі і методи соціально-економічного прогнозування / В. М. Геєць, Т. С. Клебанова, О. І. Черняк та ін. – Х. : ВД «ІНЖЕК», 2005. – 396 с.

42. Назаренко О. М. Моделювання та прогнозування нестаціонарних часових рядів / О. М. Назаренко, М. В. Карпуша // Вісник Нац. техн. ун-ту "ХПІ" : зб. наук. пр. Темат. вип. : Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Х. : НТУ «ХПІ». – 2012. – № 2. – С. 162–171.

43. Наконечний С. І. Економетрія : підручник / С. І. Наконечний, Т. О. Терещенко, Т. П. Романюк. – 4-те вид., доп. та перероб. – К. : КНЕУ, 2006. – 528 с.

44. Орлов А. Н. Эконометрика : учеб. пособ. для вузов / А. Н. Орлов. – М. : Изд. «Экзамен», 2002. – 576 с.

45. Пашута М. Т. Прогнозування та макроекономічне планування : навч. посіб. / М. Т. Пашута. – К. : МАУП, 1998. – 192 с.

46. Рунова Л. П. Эконометрические методы моделирования и прогнозирования экономики региона (на примере Ростовской области РФ) / Л. П.Рунова // Информационные технологии в образовании. – 2012. – № 13. – С. 150–154.

47. Сценарные модели сбалансированного социально-экономического развития регионов : монографія / под ред. Т. С. Клебановой, О. В. Мозенкова. – Бердянск : Изд. Ткачук А. В., 2013. – 328 с.

48. Тихомиров Н. П. Эконометрика / Н. П. Тихомиров, Е. Ю. Дорохина. – М. : Изд. «Экзамен», 2003. – 512 с.

49. Уотшем Т. Количественные методы в финансах / Т. Уотшем, К. Паррамоу ; пер. с англ. под ред. М. Р. Ефимовой. – М. : Финансы; ЮНИТИ-ДАНА, 1999. – 527 с.

50. Холод Б. И. Комплекс эконометрических моделей построения возможных вариантов развития региона : монография / Б. И. Холод, В. А. Ткаченко, Л. Д. Гармидер. – Днепропетровск : Монолит, 2007. – 324 с.

51. Черняк О. І. Динамічна економетрика / О. І. Черняк, А. В. Ставицький. – К. : КВІЦ, 2000. – 120 с.

52. Черняк О. І. Криза платіжного балансу: фактори, індикатори та способи попередження / О. І. Черняк, В. Р. Хом'як // Економіка і прогнозування. – 2011. – № 4. – С. 27–37.

53. Чураков Е. П. Математические методы обработки экспериментальных данных в экономике : учеб. пособ. / Е. П. Чураков. – М. : Финансы и статистика, 2004. – 240 с.

54. Швайко П. Эконометрические модели анализа и прогнозирования емкости первичного рынка ГКО / П. Швайко // ЭКОВЕСТ. – 2002. – № 1(2). – С. 111–153.

55. Шведовский В. А. Подход к построению производственных функций с эндогенно введенным НТП в качестве информационной компоненты / В. А. Шведовский, А. В. Неклюдов // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2007. – № 4. – С. 22–27.

56. Шевченко Н. Г. Моделювання з використанням панельних даних / Н. Г. Шевченко, І. В. Лупан // Наукові записки КДПУ. Серія: Математичні науки. – Кіровоград : КДПУ ім. В. Винниченка, 2014. – Вип. 73. – С. 66–79.

57. Эконометрика / под ред. д-ра экон. наук, проф. М. С. Мхитаряна. – М. : Проспект, 2009. – 384 с.

58. Эконометрика : учеб. пособ. в схемах и таблицах / Н. М. Гореева, Л. Н. Демидова, Л. М. Клизогуб и др. ; под ред. С. А. Орехова. – М. : Эксмо, 2008. – 224 с.

59. Эконометрика : учебник / под ред. И. И. Елисеевой. – М. : Проспект, 2009. – 228 с.

60. Эконометрия / В. И. Суслов, Н. М. Ибрагимов, Л. П. Талышева и др. – Новосибирск : СО РАН, 2005. – 744 с.

61. Эконометрия на персональном компьютере / Т. С. Клебанова, Н. А. Дубровина, А. В. Милов и др. – Х. : Изд. ХГЭУ, 2002. – 208 с.

62. Энгл Р. Ф. Коинтеграция и коррекция ошибок: представление, оценивание и тестирование / Р. Ф. Энгл, К. У. Дж. Грэнджер ; пер. с англ. под ред. П. К. Катышева // Прикладная эконометрика. – 2015. – № 39 (3). – С.106–135.

63. Baltagi Badi H. Econometric Analysis of Panel Data / Badi H. Baltagi. – New York : John Wiley Sons, Inc., 1995. – 258 p.

64. Cuadrado-Roura J. Convergence and Regional Mobility in the European Union / J. Cuadrado-Roura, T. Mancha-Navvaro, R. Garrido-Yserte // 40th Congress of the European Regional Science. – Barselona, 2000. – P. 365–384.

65. Glejser H. New Test for Heteroskedasticity / H. Glejser // Journal of the American Statistical Association. – 1969. – Vol. 64. – Pp. 316–323.

66. Goldfeld S. M. Some Tests for Homoscedasticity / S. M. Goldfeld, R. E. Quandt // Journal of the American Statistical Association. – 1965. – Vol. 60. – Pp. 539–547.

67. Greene W. H. Econometric analysis / W. H. Greene. – 5th ed. – Upper Saddle River, N. J. : Prentice Hall, 2008. – 1054 p.

68. Lopez-Rodriguez J. Regional Convergence in the European Union: Results from a Panel Data Model J. Lopez-Rodriguez // Economics Bulletin. – 2008. – Vol. 18. – № 2. – P. 1–7.

69. White H. A. Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity / H. A. White // Econometrica. Vol. 48. – № 4. – Pp. 817–838.

70. Wooldridge J. M. Econometric analysis of cross section and panel data / J. M. Wooldridge. – Cambridge; Massachusetts; London; England : The MIT press. – 736 p.

71. Wu Chih-Wen. Modelling Determinants of Performance: Panel Regression Application / Chih-Wen Wu // Biomedical Soft Computing and Human Sciences. – 2008. – Vol.13. – № 1. – P. 53–62.

72. Вакуленко Е. С. Анализ многомерных временных рядов [Электронный ресурс] / Е. С. Вакуленко. – Режим доступа : https://pokrovka11.files.wordpress.com/2013/12/time-series-analysis-part2.pdf.

73. Винницька М. Моделювання загальної макроекономічної рівноваги в економічних флуктуаціях [Електронний ресурс] / М. Винницька. – Режим доступу : tppe.econom.univ.kiev.ua/data/2009_20/Zb20_42.pdf.

74. Влияние повышения тарифов на природный газ и электроэнергию на отрасли российской экономики [Электронный ресурс] / П. К. Катышев, А. А. Пересецкий, С. Я. Чернавский, и др. // Конкурентоспособность и модернизация экономики : Материалы V междунар. конф. – М. : ГУ ВШЭ, 2004. – Режим доступа : www.hse.ru/data/438/393/1238 /katyshev.pdf.

75. Матеріали сайту компанії «Прогноз». – Режим доступу : www.prognoz.ru.

76. Модели векторных авторегрессий или VAR-модели [Электронный ресурс]. – Режим доступа : www.bsu.by/Cache/pdf/ 513313.pdf.

77. Туктамышева Л. М. Подход к математическому моделированию многомерных временных рядов / Л. М. Туктамышева [Электронный ресурс]. – Режим доступа : elib.osu.ru/bitstream/ 123456789/40/1/126-131.pdf.

78. VAR-моделі [Електронний ресурс]. – Режим доступу : andriystav.cc.ua/Downloads/AppliedEco/06_VAR.pdf.

79. Anselin L. Perspectives on Spatial Data Analysis [Electronic resource] / L. Anselin, S. Rey. Berlin, Springer Verlag, 2010. – Access mode : www.springer.com/economics/regional+science/book/978-3-642-01975-3.

80. Combes P.-P. The Rise and Fall of Spatial Inequalities in France: A Longrun Perspective [Electronic resource] / P.-P. Combes, M. Lafourcade, J.-F. Thisse, J.-C. Toutain. – Access mode : www.econ.kuleuven.be/VIVES /oudesite/presentaties/200902thissedp7017.pdf.

81. Hansen B. E. Econometrics University of Wisconsin [Electronic resource] / B. E. Hansen. – Access mode : www.ssc.wisc.edu/~bhansen.

82. Vector Autoregressive models VAR(p) models [Electronic resource]. – Access mode : onlinecourses.science.psu.edu/stat510/ node/79.

Додатки

Додаток А

Таблиця А.1

Критерій λ Колмогорова – Смірнова

λ	P(λ)	λ	P(λ)	λ	P(λ)	λ	P(λ)	λ	P(λ)	λ	P(λ)
0,3	1,00	0,55	0,9228	0,8	0,5441	1,1	0,1777	1,6	0,0120	2,1	0,0003
0,35	0,9997	0,6	0,8643	0,85	0,4653	1,2	0,1122	1,7	0,0062	2,2	0,0001
0,4	0,9972	0,65	0,7920	0,9	0,3927	1,3	0,0681	1,8	0,0032	2,3	0,0001
0,45	0,9874	0,7	0,7112	0,95	0,3275	1,4	0,0397	1,9	0,0015	2,4	0000
0,5	0,9639	0,75	0,6275	1,00	0,2700	1,5	0,0222	2,0	0,0007	2,5	0000

Умовні позначення: λ – значення критерію; P(λ) – ймовірність.

Таблиця А.2

Таблиця ймовірностей $\mathrm{P}(\chi^2)$ для критерія Пірсона χ^2

$\chi^2 k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,3173	0,6065	0,8013	0,91	0,9626	0,9856	0,9948	0,9982	0,9994	0,9998
2	1574	3679	5724	7318	8491	9197	9598	9810	9915	9963
3	0833	2231	3916	5578	7000	8088	8850	9344	9643	9814
4	0455	1353	2615	4060	5494	6767	7798	8571	9114	9473
5	0254	0821	1718	2873	4159	5438	6600	7576	8343	8912
6	0143	0498	1116	1991	3062	4232	5398	6472	7399	8153
7	0081	0302	0719	1359	2206	3208	4289	5366	6371	7254
8	0047	0183	0460	0916	1562	2381	3326	4335	5341	6288
9	0027	0111	0293	0611	1091	1736	2527	3423	4373	5321
10	0016	0067	0186	0404	0752	1247	1886	2650	3505	4405
11	0009	0041	0117	0266	0514	0884	1386	2017	2757	3575
12	0005	0025	0074	0174	0348	0620	1006	1512	2133	2851
13	0003	0015	0046	0113	0234	0430	0721	1119	1626	2237
14	0002	0009	0029	0073	0156	0296	0512	0818	1223	1730
15	0001	0006	0018	0047	0104	0203	0360	0591	0909	1321
16	0001	0003	0011	0030	0068	0138	0251	0424	0669	0996
17	0000	0002	0007	0019	0045	0093	0174	0301	0487	0744
18		0001	0004	0012	0029	0062	0120	0212	0352	0550
19		0001	0003	0008	0019	0042	0082	0149	0252	0403
20		0000	0002	0005	0013	0028	0056	0103	0179	0293
21			0001	0003	0008	0018	0038	0071	0126	0211
22			0001	0002	0005	0012	0025	0049	0089	0151
23			0000	0001	0003	0008	0017	0034	0062	0107
24				0001	0002	0005	0011	0023	0043	0076

Продовження додатка А

Продовження табл. А.2

$\chi^2 k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
25				0001	0001	0003	0008	0016	0030	0053
26				0000	0001	0002	0005	0010	0020	0037
27					0001	0001	0003	0007	0014	0026
28					000	0001	0002	0005	0010	0018
29						0001	0001	0003	0006	0012
30						0000	0001	0002	0004	0009

Закінчення табл. А.2

$\chi^2 k$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	9985	0,9994	0,9998	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
3	9907	9955	9979	9991	0,9996	0,9998	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
4	9699	9834	9912	9955	9977	9989	9995	0,9998	0,9999	1,0000
5	9312	9580	9752	9858	9921	9958	9978	9989	9994	0,9997
6	8734	9161	9462	9665	9797	9881	9932	9962	9979	9989
7	7991	8576	9022	9347	9576	9733	9835	9901	9942	9967
8	7133	7851	8436	8893	9238	9489	9665	9786	9867	9919
9	6219	7029	7729	8311	8775	9134	9403	9597	9735	9829
10	5304	6160	6939	7622	8197	8666	9036	9319	9539	9682
11	4433	5289	6108	6860	7526	8095	8566	8944	9238	9462
12	3626	4457	5276	6063	6790	7440	8001	8472	8856	9161
13	2933	3690	4478	5265	6023	6728	7362	7916	8386	8774
14	2330	3007	3738	4497	5255	5987	6671	7291	7837	8305
15	1825	2414	3074	3782	4514	5246	5955	6620	7226	7764
16	1411	1912	2491	3134	3821	4530	5238	5925	6573	7166
17	1079	1496	1993	2562	3189	3856	4544	5231	5899	6530
18	0816	1157	1575	2068	2627	3239	3888	4557	5224	5874
19	0611	0885	1231	1649	2137	2687	3285	3918	4568	5218
20	0453	0671	0952	1301	1719	2202	2742	3328	3946	4579
21	0334	0504	0729	1016	1368	1785	2263	2794	3368	3971
22	0244	0375	0554	0786	1078	1432	1847	2320	2843	3405
23	0177	0277	0417	0603	0841	1137	1498	1906	2373	2888
24	0127	0203	0311	0458	0651	0895	1194	1550	1962	2424
25	0091	0148	0231	0346	0499	0698	0947	1249	1605	2014
26	0016	0028	0047	0076	0119	0180	0263	0374	0518	0699
27	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
28	9985	0,9994	0,9998	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
29	9907	9955	9979	9991	0,9996	0,9998	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
30	9699	9834	9912	9955	9977	9989	9995	0,9998	0,9999	1,0000

Таблиця А.3

Таблиця розподілу Пірсона (χ^2– розподілу)

α / k	0,999	0,995	0,99	0,98	0,95	0,9	0,8	0,75	0,70	0,50
1	0,0000016	0,000039	0,00016	0,00063	0,0039	0,02	0,06	0,10	0,15	0,46
2	0,0020	0,0100	0,02010	0,04041	0,1026	0,21	0,45	0,58	0,71	1,39
3	0,0243	0,0717	0,11483	0,18483	0,3518	0,58	1,01	1,21	1,42	2,37
4	0,0908	0,2070	0,29711	0,42940	0,7107	1,06	1,65	1,92	2,20	3,36
5	0,2102	0,4117	0,55430	0,75189	1,1455	1,61	2,34	2,68	3,00	4,35
6	0,3811	0,6757	0,87209	1,13442	1,6354	2,20	3,07	3,46	3,83	5,35
7	0,5985	0,9893	1,23904	1,56429	2,1673	2,83	3,82	4,26	4,67	6,35
8	0,8571	1,3444	1,64650	2,03248	2,7326	3,49	4,59	5,07	5,53	7,34
9	1,1519	1,7349	2,08790	2,53238	3,3251	4,17	5,38	5,90	6,39	8,34
10	1,4787	2,1559	2,55821	3,05905	3,9403	4,87	6,18	6,74	7,27	9,34
11	1,8339	2,6032	3,05348	3,60869	4,5748	5,58	6,99	7,58	8,15	10,34
12	2,2142	3,0738	3,57057	4,17829	5,2260	6,30	7,81	8,44	9,03	11,34
13	2,6172	3,5650	4,10692	4,76545	5,8919	7,04	8,63	9,30	9,93	12,34
14	3,0407	4,0747	4,66043	5,36820	6,5706	7,79	9,47	10,17	10,82	13,34
15	3,4827	4,6009	5,22935	5,98492	7,2609	8,55	10,31	11,04	11,72	14,34
16	3,9416	5,1422	5,81221	6,61424	7,9616	9,31	11,15	11,91	12,62	15,34
17	4,4161	5,6972	6,40776	7,25500	8,6718	10,09	12,00	12,79	13,53	16,34
18	4,9048	6,2648	7,01491	7,90622	9,3905	10,86	12,86	13,68	14,44	17,34
19	5,4068	6,8440	7,63273	8,56704	10,1170	11,65	13,72	14,56	15,35	18,34
20	5,9210	7,4338	8,26040	9,23670	10,8508	12,44	14,58	15,45	16,27	19,34
21	6,4467	8,0337	8,89720	9,91456	11,5913	13,24	15,45	16,34	17,18	20,34
22	6,9830	8,6427	9,54249	10,60003	12,3380	14,04	16,31	17,24	18,10	21,34
23	7,5292	9,2604	10,19572	11,29260	13,0905	14,85	17,19	18,14	19,02	22,34
24	8,0849	9,8862	10,85636	11,99182	13,8484	15,66	18,06	19,04	19,94	23,34
25	8,6493	10,5197	11,52398	12,69727	14,6114	16,47	18,94	19,94	20,87	24,34
26	9,2221	11,1602	12,19815	13,40858	15,3792	17,29	19,82	20,84	21,79	25,34
27	9,8028	11,8076	12,87850	14,12542	16,1514	18,11	20,70	21,75	22,72	26,34
28	10,3909	12,4613	13,56471	14,84748	16,9279	18,94	21,59	22,66	23,65	27,34
29	10,9861	13,1211	14,25645	15,57448	17,7084	19,77	22,48	23,57	24,58	28,34
30	11,5880	13,7867	14,95346	16,30617	18,4927	20,60	23,36	24,48	25,51	29,34

Умовні позначення: α – рівень значущості; k – число ступенів свободи.

Закінчення табл. А.3

α / k	0,30	0,25	0,20	0,10	0,05	0,025	0,02	0,01	0,0050	0,001
1	1,07	1,32	1,64	2,71	3,84	5,02	5,41	6,63	7,88	10,83
2	2,41	2,77	3,22	4,61	5,99	7,38	7,82	9,21	10,60	13,82
3	3,66	4,11	4,64	6,25	7,81	9,35	9,84	11,34	12,84	16,27
4	4,88	5,39	5,99	7,78	9,49	11,14	11,67	13,28	14,86	18,47
5	6,06	6,63	7,29	9,24	11,07	12,83	13,39	15,09	16,75	20,52
6	7,23	7,84	8,56	10,64	12,59	14,45	15,03	16,81	18,55	22,46
7	8,38	9,04	9,80	12,02	14,07	16,01	16,62	18,48	20,28	24,32
8	9,52	10,22	11,03	13,36	15,51	17,53	18,17	20,09	21,95	26,12
9	10,66	11,39	12,24	14,68	16,92	19,02	19,68	21,67	23,59	27,88
10	11,78	12,55	13,44	15,99	18,31	20,48	21,16	23,21	25,19	29,59
11	12,90	13,70	14,63	17,28	19,68	21,92	22,62	24,72	26,76	31,26
12	14,01	14,85	15,81	18,55	21,03	23,34	24,05	26,22	28,30	32,91
13	15,12	15,98	16,98	19,81	22,36	24,74	25,47	27,69	29,82	34,53
14	16,22	17,12	18,15	21,06	23,68	26,12	26,87	29,14	31,32	36,12
15	17,32	18,25	19,31	22,31	25,00	27,49	28,26	30,58	32,80	37,70
16	18,42	19,37	20,47	23,54	26,30	28,85	29,63	32,00	34,27	39,25
17	19,51	20,49	21,61	24,77	27,59	30,19	31,00	33,41	35,72	40,79
18	20,60	21,60	22,76	25,99	28,87	31,53	32,35	34,81	37,16	42,31
19	21,69	22,72	23,90	27,20	30,14	32,85	33,69	36,19	38,58	43,82
20	22,77	23,83	25,04	28,41	31,41	34,17	35,02	37,57	40,00	45,31
21	23,86	24,93	26,17	29,62	32,67	35,48	36,34	38,93	41,40	46,80
22	24,94	26,04	27,30	30,81	33,92	36,78	37,66	40,29	42,80	48,27
23	26,02	27,14	28,43	32,01	35,17	38,08	38,97	41,64	44,18	49,73
24	27,10	28,24	29,55	33,20	36,42	39,36	40,27	42,98	45,56	51,18
25	28,17	29,34	30,68	34,38	37,65	40,65	41,57	44,31	46,93	52,62
26	29,25	30,43	31,79	35,56	38,89	41,92	42,86	45,64	48,29	54,05
27	30,32	31,53	32,91	36,74	40,11	43,19	44,14	46,96	49,64	55,48
28	31,39	32,62	34,03	37,92	41,34	44,46	45,42	48,28	50,99	56,89
29	32,46	33,71	35,14	39,09	42,56	45,72	46,69	49,59	52,34	58,30
30	33,53	34,80	36,25	40,26	43,77	46,98	47,96	50,89	53,67	59,70

Додаток Б

Таблиця Б.1

Таблиця значень щільності ймовірностей (функції Гаусса) $f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-t^2}{2}}$ для стандартного нормального закону розподілу

1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3725	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3097	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	8048	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0855	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0203	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
4,0	0001	0001	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000

Додаток В

Таблиця В.1

Таблиця функції значень стандартизованого нормального розподілу $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{\frac{-t^2}{2}} dt$

z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500	0,504	0,508	0,512	0,516	0,520	0,524	0,528	0,532	0,536
0,1	0,540	0,544	0,548	0,552	0,556	0,560	0,564	0,568	0,571	0,575
0,2	0,579	0,583	0,587	0,591	0,595	0,599	0,603	0,606	0,610	0,614
0,3	0,618	0,622	0,626	0,629	0,633	0,637	0,641	0,644	0,648	0,652
0,4	0,655	0,659	0,663	0,666	0,670	0,674	0,677	0,681	0,684	0,688
0,5	0,692	0,695	0,699	0,702	0,705	0,709	0,712	0,716	0,719	0,722
0,6	0,726	0,729	0,732	0,736	0,739	0,742	0,745	0,749	0,752	0,755
0,7	0,758	0,761	0,764	0,767	0,770	0,773	0,776	0,779	0,782	0,785
0,8	0,788	0,791	0,794	0,797	0,800	0,802	0,805	0,808	0,811	0,813
0,9	0,816	0,819	0,821	0,824	0,826	0,829	0,832	0,834	0,837	0,839
1	0,841	0,844	0,846	0,849	0,851	0,853	0,855	0,858	0,860	0,862
1,1	0,864	0,867	0,869	0,871	0,873	0,875	0,877	0,879	0,881	0,883
1,2	0,885	0,887	0,889	0,891	0,893	0,894	0,896	0,898	0,900	0,902
1,3	0,903	0,905	0,907	0,908	0,910	0,912	0,913	0,915	0,916	0,918
1,4	0,919	0,921	0,922	0,924	0,925	0,927	0,928	0,929	0,931	0,932
1,5	0,933	0,935	0,936	0,937	0,938	0,939	0,941	0,942	0,943	0,944
1,6	0,945	0,946	0,947	0,948	0,950	0,951	0,952	0,953	0,954	0,955
1,7	0,955	0,856	0,957	0,958	0,959	0,960	0,961	0,962	0,963	0,963
1,8	0,964	0,965	0,966	0,966	0,967	0,968	0,969	0,969	0,097	0,971
1,9	0,971	0,972	0,973	0,973	0,974	0,974	0,975	0,976	0,976	0,977
2	0,977	0,978	0,978	0,979	0,979	0,980	0,980	0,981	0,981	0,982
2,1	0,982	0,983	0,983	0,983	0,984	0,984	0,985	0,985	0,985	0,986
2,2	0,986	0,986	0,987	0,987	0,988	0,988	0,988	0,988	0,989	0,989
2,3	0,989	0,990	0,990	0,990	0,990	0,991	0,991	0,991	0,991	0,992
2,4	0,992	0,992	0,992	0,993	0,993	0,993	0,993	0,993	0,993	0,994
2,5	0,994	0,994	0,994	0,994	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995
2,6	0,995	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996
2,7	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,100	0,997	0,997	0,997
2,8	0,997	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998
2,9	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,999	0,999	0,999	0,999
3	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999

Додаток Д

Таблиця Д.1

Таблиця значення функції (інтеграл ймовірностей)

$$\Phi(z) = \int_{-t}^{t} f(x)dx = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{t} e^{\frac{-x^2}{2}} dt$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,008	0,016	0,0239	0,0319	0,0399	0,0478	0,0558	0,0638	0,0717
0,1	0,0797	0,0876	0,055	0,1034	0,1113	0,1192	0,1271	0,135	0,1428	0,1507
0,2	0,1585	0,1663	0,1741	0,1819	0,1897	0,9774	0,2051	0,2128	0,2205	0,2282
0,3	0,2358	0,2434	0,251	0,2586	0,2661	0,2737	0,2812	0,2886	0,296	0,3035
0,4	0,3108	0,3128	0,3255	0,3328	0,3401	0,3473	0,3545	0,3616	0,3688	0,3759
0,5	0,3829	0,3899	0,3969	0,4039	0,4108	0,4177	0,4245	0,4313	0,4381	0,4448
0,6	0,4515	0,4581	0,4647	0,4713	0,4778	0,4843	0,4907	0,4971	0,5035	0,5098
0,7	0,5161	0,5223	0,5285	0,5346	0,5407	0,5467	0,5527	0,5587	0,5646	0,5705
0,8	0,5763	0,5821	0,5878	0,5935	0,5991	0,6047	0,6102	0,6157	0,6211	0,6265
0,9	0,6319	0,6372	0,6424	0,6476	0,6528	0,6579	0,6629	0,6679	0,6729	0,6778
1,0	0,6825	0,6875	0,6923	0,697	0,7017	0,7063	0,7109	0,7154	0,7199	0,7243
1,1	0,7287	0,733	0,7373	0,7415	0,7457	0,7499	0,754	0,758	0,762	0,766
1,2	0,7699	0,7737	0,7775	0,7813	0,785	0,7887	0,7923	0,7959	0,7994	0,8029
1,3	0,8064	0,8098	0,8132	0,8165	0,8198	0,8282	0,8262	0,8293	0,8324	0,8355
1,4	0,8385	0,8415	0,8444	0,8473	0,8501	0,8529	0,8557	0,8584	0,8611	0,8638
1,5	0,8664	0,869	0,8715	0,874	0,8764	0,8789	0,8812	0,8836	0,8859	0,8882
1,6	0,8904	0,8926	0,8948	0,8969	0,899	0,9011	0,9031	0,9051	0,907	0,909
1,7	0,9109	0,9127	0,9146	0,9164	0,9181	0,9199	0,9216	0,9233	0,9249	0,9265
1,8	0,9281	0,9297	0,9312	0,9327	0,9342	0,9357	0,9371	0,9385	0,9399	0,9412
1,9	0,9426	0,9439	0,9451	0,9446	0,9476	0,9488	0,95	0,9512	0,9523	0,9534
2,0	0,9545	0,9556	0,9566	0,9576	0,9586	0,9596	0,9606	0,9616	0,9625	0,9634
2,1	0,9643	0,9651	0,966	0,9668	0,9666	0,9684	0,9692	0,97	0,9707	0,9715
2,2	0,9722	0,9729	0,9736	0,9743	0,9749	0,9756	0,9762	0,9768	0,9774	0,978
2,3	0,9786	0,9791	0,9797	0,9802	0,9801	0,9812	0,9817	0,9822	0,9827	0,9832
2,4	0,9836	0,9841	0,9845	0,9849	0,9853	0,9857	0,9861	0,9865	0,9869	0,9872
2,5	0,9876	0,9879	0,9883	0,9886	0,9889	0,9892	0,9895	0,9898	0,9901	0,9904
2,6	0,9907	0,991	0,9912	0,9915	0,9917	0,992	0,9922	0,9924	0,9926	0,9928
2,7	0,9931	0,9933	0,9935	0,9937	0,9939	0,994	0,9942	0,9944	0,9946	0,9947
2,8	0,9949	0,9951	0,9952	0,9953	0,9955	0,9956	0,9958	0,9959	0,996	0,9961
2,9	0,9963	0,9964	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,997	0,9971	0,9972
3,0	0,9973	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,998
3,1	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986
3,2	0,9986	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,999	0,999
3,3	0,999	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,4	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995	0,9995
3,5	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	0,9997
3,6	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998
3,7	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
4,0	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

Додаток Е

Таблиця Е.1

Двосторонні квантилі розподілу Стьюдента $t_{\alpha}(k)$

α / k	0,20	0,40	0,50	0,60	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99
1	0,325	0,727	1,000	1,376	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
2	0,289	0,262	0,816	1,061	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,277	0,584	0,765	0,978	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,271	0,569	0,741	0,941	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,267	0,559	0,727	0,920	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,265	0,553	0,718	0,906	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,263	0,549	0,711	0,896	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,262	0,546	0,706	0,889	1,379	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,261	0,543	0,703	0,883	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,260	0,542	0,700	0,879	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,260	0,540	0,697	0,876	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,259	0,539	0,695	0,873	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,259	0,538	0,694	0,870	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,258	0,537	0,692	0,868	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,258	0,536	0,691	0,866	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,258	0,535	0,690	0,865	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,257	0,534	0,689	0,863	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,257	0,534	0,688	0,862	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,257	0,533	0,688	0,861	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,257	0,533	0,687	0,860	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,257	0,532	0,686	0,859	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,256	0,532	0,686	0,858	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,256	0,532	0,685	0,858	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,256	0,531	0,685	0,857	1,318	7,711	2,064	2,492	2,797
25	0,256	0,531	0,684	0,856	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,256	0,531	0,684	0,856	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,256	0,531	0,684	0,855	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,256	0,530	0,683	0,855	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,256	0,530	0,683	0,854	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,256	0,530	0,683	0,854	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
40	0,255	0,529	0,681	0,851	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
60	0,254	0,527	0,679	0,848	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
100	0,254	0,526	0,677	0,845	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626
200	0,254	0,525	0,676	0,843	1,286	1,652	1,972	2,345	2,601
∞	0,253	0,524	0,675	0,842	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576

Додаток Ж

Таблиця Ж.1

Таблиця розподілу Фішера для $\alpha = 0,05$ (5 %)

$k1$ $k2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4
3	10,10	9,55	9,28	9,20	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,76
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,94
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,70
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,60
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,31
9	5,12	4,26	3,68	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,10
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,94
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,82
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,72
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	5,67	2,63
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,57
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,51
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,46
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,41
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,34
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,31
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,28
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,26
23	4,48	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,24
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,22
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,20
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,13
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,04
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,03	1,99
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,95
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,14	2,07	2,02	1,97	1,93
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,13	2,06	2,00	1,95	1,91
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,11	2,04	1,99	1,94	1,90
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,10	2,03	1,97	1,93	1,89
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,18	2,09	2,02	1,96	1,91	1,87
140	3,91	3,06	2,67	2,44	2,28	2,16	2,08	2,01	1,95	1,90	1,86
160	3,90	3,05	2,66	2,43	2,27	2,16	2,07	2,00	1,94	1,89	1,85
180	3,89	3,05	2,65	2,42	2,26	2,15	2,06	1,99	1,93	1,88	1,84
200	3,88	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	2,06	1,98	1,93	1,88	1,84
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,79

Продовження додатка Ж

Закінчення табл. Ж.1

$k1$ $k2$	12	13	14	15	20	30	40	50	100	200	∞
1	244	245	245	246	248	250	251	252	253	254	254
2	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5
3	8,74	8,73	8,71	8,70	8,66	8,62	8,60	8,58	8,55	8,54	8,53
4	5,91	5,89	5,87	5,86	5,80	5,75	5,72	5,70	5,66	5,65	5,63
5	4,68	4,66	4,64	4,62	4,56	4,50	4,46	4,44	4,41	4,39	4,37
6	4,00	3,98	3,96	3,94	3,87	3,81	3,77	3,75	3,71	3,69	3,67
7	3,57	3,55	3,53	3,51	3,44	3,38	3,34	3,32	3,27	3,25	3,23
8	3,28	3,26	3,24	3,22	3,15	3,08	3,04	3,02	2,97	2,96	2,93
9	3,07	3,05	3,03	3,01	2,94	2,86	2,83	2,80	2,76	2,73	2,71
10	2,91	2,98	2,86	2,85	2,77	2,70	2,66	2,64	2,59	2,56	2,54
11	2,79	2,76	2,74	2,72	2,65	2,57	2,53	2,51	2,46	2,43	2,40
12	2,69	2,66	2,64	2,62	2,54	2,47	2,43	2,40	2,36	2,32	2,30
13	2,60	2,58	2,55	2,53	2,46	2,38	2,34	2,31	2,26	2,23	2,21
14	2,53	2,51	2,48	2,46	2,39	2,31	2,27	2,24	2,19	2,16	2,13
15	2,48	2,45	2,42	2,40	2,33	2,25	2,20	2,18	2,12	2,10	2,07
16	2,42	2,40	2,37	2,35	2,28	2,19	2,15	2,12	2,07	2,04	2,01
17	2,38	2,35	2,33	2,31	2,23	2,15	2,10	2,08	2,02	1,99	1,96
18	2,34	2,31	2,29	2,27	2,19	2,11	2,10	2,08	1,98	1,95	1,92
19	2,31	2,28	2,26	2,23	2,16	2,07	2,03	2,00	1,94	1,91	1,88
20	2,28	2,25	2,22	2,20	2,12	2,04	1,99	1,97	1,91	1,88	1,84
21	2,25	2,22	2,20	2,18	2,10	2,01	1,96	1,94	1,88	1,84	1,81
22	2,23	2,20	2,17	2,15	2,07	1,98	1,94	1,91	1,85	1,82	1,78
23	2,20	2,18	2,15	2,13	2,05	1,96	1,91	1,88	1,82	1,79	1,76
24	2,18	2,15	2,13	2,11	2,03	1,94	1,89	1,86	1,80	1,77	1,73
25	2,16	2,14	2,11	2,09	2,01	1,92	1,87	1,84	1,78	1,50	1,71
30	2,09	2,06	2,04	2,01	1,93	1,84	1,79	1,76	1,70	1,66	1,62
40	2,00	1,97	1,95	1,92	1,84	1,74	1,69	1,66	1,63	1,60	1,51
50	1,95	1,92	1,89	1,87	1,78	1,69	1,63	1,60	1,59	1,55	1,44
60	1,92	1,89	1,86	1,84	1,75	1,65	1,59	1,56	1,48	1,44	1,39
70	1,89	1,86	1,84	1,81	1,72	1,62	1,57	1,53	1,45	1,40	1,35
80	1,88	1,84	1,82	1,79	1,70	1,60	1,54	1,51	1,43	1,38	1,32
90	1,86	1,83	1,80	1,78	1,69	1,59	1,53	1,49	1,41	1,36	1,30
100	1,85	1,82	1,79	1,77	1,68	1,57	1,52	1,48	1,39	1,34	1,28
120	1,83	1,80	1,78	1,75	1,66	1,55	1,50	1,46	1,37	1,32	1,25
140	1,82	1,79	1,76	1,74	1,65	1,54	1,48	1,44	1,35	1,30	1,23
160	1,81	1,78	1,75	1,73	1,64	1,53	1,47	1,43	1,34	1,28	1,21
180	1,81	1,77	1,75	1,72	1,63	1,52	1,46	1,42	1,33	1,27	1,20
200	1,80	1,77	1,74	1,72	1,62	1,52	1,46	1,41	1,32	1,26	1,19
∞	1,75	1,72	1,69	1,67	1,57	1,46	1,39	1,35	1,24	1,17	1,00

Умовні позначення: $k1, k2$ – число ступенів свободи чисельника та знаменника.

Таблиця Ж.2

Таблиця розподілу Фішера для $\alpha = 0,01$ (1 %)

$k1$ $k2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	4052,2	4999,5	5403,4	5624,6	5763,6	5858,9	5928,4	5981,1	6022,5	6055,9	6083,3
2	98,50	99,00	99,17	99,25	99,30	99,33	99,36	99,37	99,39	99,40	99,41
3	34,12	30,82	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,35	27,23	27,13
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,55	14,45
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,46	10,29	10,16	10,05	9,96
6	13,75	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,99	6,84	6,72	6,62	6,54
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91	5,81	5,73
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47	5,35	5,26	5,18
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06	4,94	4,85	4,77
11	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63	4,54	4,46
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50	4,39	4,30	4,22
13	9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02
14	8,86	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,62
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52
18	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71	3,60	3,51	3,43
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43	3,36
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56	3,46	3,37	3,29
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,64	3,51	3,40	3,31	3,24
22	7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26	3,18
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,30	3,21	3,14
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36	3,26	3,17	3,09
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,85	3,63	3,46	3,32	3,22	3,13	3,06
30	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29	3,18	3,09	3,02
40	7,68	5,49	4,60	4,11	3,78	3,56	3,39	3,26	3,15	3,06	2,99
50	7,64	5,45	4,57	4,07	3,75	3,53	3,36	3,23	3,12	3,03	2,96
60	7,60	5,42	4,54	4,04	3,73	3,50	3,33	3,20	3,09	3,00	2,93
70	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,07	2,98	2,91
80	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,89	2,80	2,73
90	7,17	5,06	4,20	3,72	3,41	3,19	3,02	2,89	2,78	2,70	2,63
100	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	2,72	2,63	2,56
120	7,01	4,92	4,07	3,60	3,29	3,07	2,91	2,78	2,67	2,59	2,51
140	6,96	4,88	4,04	3,56	3,26	3,04	2,87	2,74	2,64	2,55	2,48
160	6,93	4,85	4,01	3,53	3,23	3,01	2,84	2,72	2,61	2,52	2,45
180	6,90	4,82	3,98	3,51	3,21	2,99	2,82	2,69	2,59	2,50	2,43
200	6,85	4,79	3,95	3,48	3,17	2,96	2,79	2,66	2,56	2,47	2,40
∞	6,82	4,76	3,92	3,46	3,15	2,93	2,77	2,64	2,54	2,45	2,38

Закінчення табл. Ж.2

$k1$ $k2$	12	13	14	15	20	30	40	50	100	200	∞
1	6106,3	6125,8	6142,7	6157,3	6208,7	6260,6	6286,8	6302,5	6334,1	6349,9	6362,7
2	99,42	99,42	99,43	99,43	99,45	99,47	99,47	99,48	99,49	99,49	99,50
3	27,05	26,98	26,92	26,87	26,69	26,50	26,41	26,35	26,24	26,18	26,14
4	14,37	14,31	14,25	14,20	14,02	13,84	13,75	13,69	13,58	13,52	13,47
5	9,89	9,82	9,77	9,72	9,55	9,38	9,29	9,24	9,13	9,08	9,03
6	7,72	7,66	7,60	7,56	7,40	7,23	7,14	7,09	6,99	6,93	6,89
7	6,47	6,41	6,36	6,31	6,16	5,99	5,91	5,86	5,75	5,70	5,66
8	5,67	5,61	5,56	5,52	5,36	5,20	5,12	5,07	4,96	4,91	4,87
9	5,11	5,05	5,01	4,96	4,81	4,65	4,57	4,52	4,41	4,36	4,32
10	4,71	4,65	4,60	4,56	4,41	4,25	4,17	4,12	4,01	3,96	3,92
11	4,40	4,34	4,29	4,25	4,10	3,94	3,86	3,81	3,71	3,66	3,61
12	4,16	4,10	4,05	4,01	3,86	3,70	3,62	3,57	3,47	3,41	3,37
13	3,96	3,91	3,86	3,82	3,66	3,51	3,43	3,38	3,27	3,22	3,18
14	3,80	3,75	3,70	3,66	3,51	3,35	3,27	3,22	3,11	3,06	3,02
15	3,67	3,61	3,56	3,52	3,37	3,21	3,13	3,08	2,98	2,92	2,88
16	3,55	3,50	3,45	3,41	3,26	3,10	3,02	2,97	2,86	2,81	2,76
17	3,46	3,40	3,35	3,31	3,16	3,00	2,92	2,87	2,76	2,71	2,66
18	3,37	3,32	3,27	3,23	3,08	2,92	2,84	2,78	2,68	2,62	2,58
19	3,30	3,24	3,19	3,15	3,00	2,84	2,76	2,71	2,60	2,55	2,50
20	3,23	3,18	3,13	3,09	2,94	2,78	2,69	2,64	2,54	2,48	2,43
21	3,17	3,12	3,07	3,03	2,88	2,72	2,64	2,58	2,48	2,42	2,37
22	3,12	3,07	3,02	2,98	2,83	2,67	2,58	2,53	2,42	2,36	2,32
23	3,07	3,02	2,97	2,93	2,78	2,62	2,54	2,48	2,37	2,32	2,27
24	3,03	2,98	2,93	2,89	2,74	2,58	2,49	2,44	2,33	2,27	2,22
25	2,99	2,94	2,89	2,85	2,70	2,54	2,45	2,40	2,29	2,23	2,18
30	2,96	2,90	2,86	2,81	2,66	2,50	2,42	2,36	2,25	2,19	2,14
40	2,93	2,87	2,82	2,78	2,63	2,47	2,38	2,33	2,22	2,16	2,11
50	2,90	2,84	2,79	2,75	2,60	2,44	2,35	2,30	2,19	2,13	2,08
60	2,87	2,81	2,77	2,73	2,57	2,41	2,33	2,27	2,16	2,10	2,05
70	2,84	2,79	2,74	2,70	2,55	2,39	2,30	2,25	2,13	2,07	2,02
80	2,66	2,61	2,56	2,52	2,37	2,20	2,11	2,06	1,94	1,87	1,82
90	2,56	2,51	2,46	2,42	2,27	2,10	2,01	1,95	1,82	1,76	1,70
100	2,50	2,44	2,39	2,35	2,20	2,03	1,94	1,88	1,75	1,68	1,62
120	2,45	2,40	2,35	2,31	2,15	1,98	1,89	1,83	1,70	1,62	1,56
140	2,42	2,36	2,31	2,27	2,12	1,94	1,85	1,79	1,65	1,58	1,51
160	2,39	2,33	2,29	2,24	2,09	1,92	1,82	1,76	1,62	1,55	1,48
180	2,37	2,31	2,27	2,22	2,07	1,89	1,80	1,74	1,60	1,52	1,45
200	2,34	2,28	2,23	2,19	2,03	1,86	1,76	1,70	1,56	1,48	1,40
∞	2,31	2,26	2,21	2,17	2,01	1,84	1,74	1,67	1,53	1,45	1,37

Таблиця Ж.3

Таблиця розподілу Фішера для $\alpha = \mathbf{0,1}$ (10 %)

$k1$ $k2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	39,86	49,50	53,59	55,83	57,24	58,20	58,91	59,44	59,86	60,19	60,47
2	8,53	9,00	9,16	9,24	9,29	9,33	9,35	9,37	9,38	9,39	9,40
3	5,54	5,46	5,39	5,34	5,31	5,28	5,27	5,25	5,24	5,23	5,22
4	4,54	4,32	4,19	4,11	4,05	4,01	3,98	3,95	3,94	3,92	3,91
5	4,06	3,78	3,62	3,52	3,45	3,40	3,37	3,34	3,32	3,30	3,28
6	3,78	3,46	3,29	3,18	3,11	3,05	3,01	2,98	2,96	2,94	2,92
7	3,59	3,26	3,07	2,96	2,88	2,83	2,78	2,75	2,72	2,70	2,68
8	3,46	3,11	2,92	2,81	2,73	2,67	2,62	2,59	2,56	2,54	2,52
9	3,36	3,01	2,81	2,69	2,61	2,55	2,51	2,47	2,44	2,42	2,40
10	3,29	2,92	2,73	2,61	2,52	2,46	2,41	2,38	2,35	2,32	2,30
11	3,23	2,86	2,66	2,54	2,45	2,39	2,34	2,30	2,27	2,25	2,23
12	3,18	2,81	2,61	2,48	2,39	2,33	2,28	2,24	2,21	2,19	2,17
13	3,14	2,76	2,56	2,43	2,35	2,28	2,23	2,20	2,16	2,14	2,12
14	3,10	2,73	2,52	2,39	2,31	2,24	2,19	2,15	2,12	2,10	2,07
15	3,07	2,70	2,49	2,36	2,27	2,21	2,16	2,12	2,09	2,06	2,04
16	3,05	2,67	2,46	2,33	2,24	2,18	2,13	2,09	2,06	2,03	2,01
17	3,03	2,64	2,44	2,31	2,22	2,15	2,10	2,06	2,03	2,00	1,98
18	3,01	2,62	2,42	2,29	2,20	2,13	2,08	2,04	2,00	1,98	1,95
19	2,99	2,61	2,40	2,27	2,18	2,11	2,06	2,02	1,98	1,96	1,93
20	2,97	2,59	2,38	2,25	2,16	2,09	2,04	2,00	1,96	1,94	1,91
21	2,96	2,57	2,36	2,23	2,14	2,08	2,02	1,98	1,95	1,92	1,90
22	2,95	2,56	2,35	2,22	2,13	2,06	2,01	1,97	1,93	1,90	1,88
23	2,94	2,55	2,34	2,21	2,11	2,05	1,99	1,95	1,92	1,89	1,87
24	2,93	2,54	2,33	2,19	2,10	2,04	1,98	1,94	1,91	1,88	1,85
25	2,92	2,53	2,32	2,18	2,09	2,02	1,97	1,93	1,89	1,87	1,84
30	2,91	2,52	2,31	2,17	2,08	2,01	1,96	1,92	1,88	1,86	1,83
40	2,90	2,51	2,30	2,17	2,07	2,00	1,95	1,91	1,87	1,85	1,82
50	2,89	2,50	2,29	2,16	2,06	2,00	1,94	1,90	1,87	1,84	1,81
60	2,89	2,50	2,28	2,15	2,06	1,99	1,93	1,89	1,86	1,83	1,80
70	2,88	2,49	2,28	2,14	2,05	1,98	1,93	1,88	1,85	1,82	1,79
80	2,84	2,44	2,23	2,09	2,00	1,93	1,87	1,83	1,79	1,76	1,74
90	2,81	2,41	2,20	2,06	1,97	1,90	1,84	1,80	1,76	1,73	1,70
100	2,79	2,39	2,18	2,04	1,95	1,87	1,82	1,77	1,74	1,71	1,68
120	2,78	2,38	2,16	2,03	1,93	1,86	1,80	1,76	1,72	1,69	1,66
140	2,77	2,37	2,15	2,02	1,92	1,85	1,79	1,75	1,71	1,68	1,65
160	2,76	2,36	2,15	2,01	1,91	1,84	1,78	1,74	1,70	1,67	1,64
180	2,76	2,36	2,14	2,00	1,91	1,83	1,78	1,73	1,69	1,66	1,64
200	2,75	2,35	2,13	1,99	1,90	1,82	1,77	1,72	1,68	1,65	1,63
∞	2,74	2,34	2,12	1,99	1,89	1,82	1,76	1,71	1,68	1,64	1,62

Закінчення табл. Ж.3

$k1$ $k2$	12	13	14	15	20	30	40	50	100	200	∞
1	60,71	60,90	61,07	61,22	61,74	62,26	62,53	62,69	63,01	63,17	63,30
2	9,41	9,41	9,42	9,42	9,44	9,46	9,47	9,47	9,48	9,49	9,49
3	5,22	5,21	5,20	5,20	5,18	5,17	5,16	5,15	5,14	5,14	5,13
4	3,90	3,89	3,88	3,87	3,84	3,82	3,80	3,80	3,78	3,77	3,76
5	3,27	3,26	3,25	3,24	3,21	3,17	3,16	3,15	3,13	3,12	3,11
6	2,90	2,89	2,88	2,87	2,84	2,80	2,78	2,77	2,75	2,73	2,72
7	2,67	2,65	2,64	2,63	2,59	2,56	2,54	2,52	2,50	2,48	2,47
8	2,50	2,49	2,48	2,46	2,42	2,38	2,36	2,35	2,32	2,31	2,30
9	2,38	2,36	2,35	2,34	2,30	2,25	2,23	2,22	2,19	2,17	2,16
10	2,28	2,27	2,26	2,24	2,20	2,16	2,13	2,12	2,09	2,07	2,06
11	2,21	2,19	2,18	2,17	2,12	2,08	2,05	2,04	2,01	1,99	1,98
12	2,15	2,13	2,12	2,10	2,06	2,01	1,99	1,97	1,94	1,92	1,91
13	2,10	2,08	2,07	2,05	2,01	1,96	1,93	1,92	1,88	1,86	1,85
14	2,05	2,04	2,02	2,01	1,96	1,91	1,89	1,87	1,83	1,82	1,80
15	2,02	2,00	1,99	1,97	1,92	1,87	1,85	1,83	1,79	1,77	1,76
16	1,99	1,97	1,95	1,94	1,89	1,84	1,81	1,79	1,76	1,74	1,72
17	1,96	1,94	1,93	1,91	1,86	1,81	1,78	1,76	1,73	1,71	1,69
18	1,93	1,92	1,90	1,89	1,84	1,78	1,75	1,74	1,70	1,68	1,66
19	1,91	1,89	1,88	1,86	1,81	1,76	1,73	1,71	1,67	1,65	1,64
20	1,89	1,87	1,86	1,84	1,79	1,74	1,71	1,69	1,65	1,63	1,61
21	1,87	1,86	1,84	1,83	1,78	1,72	1,69	1,67	1,63	1,61	1,59
22	1,86	1,84	1,83	1,81	1,76	1,70	1,67	1,65	1,61	1,59	1,57
23	1,84	1,83	1,81	1,80	1,74	1,69	1,66	1,64	1,59	1,57	1,55
24	1,83	1,81	1,80	1,78	1,73	1,67	1,64	1,62	1,58	1,56	1,54
25	1,82	1,80	1,79	1,77	1,72	1,66	1,63	1,61	1,56	1,54	1,52
30	1,81	1,79	1,77	1,76	1,71	1,65	1,61	1,59	1,55	1,53	1,51
40	1,80	1,78	1,76	1,75	1,70	1,64	1,60	1,58	1,54	1,52	1,50
50	1,79	1,77	1,75	1,74	1,69	1,63	1,59	1,57	1,53	1,50	1,48
60	1,78	1,76	1,75	1,73	1,68	1,62	1,58	1,56	1,52	1,49	1,47
70	1,77	1,75	1,74	1,72	1,67	1,61	1,57	1,55	1,51	1,48	1,46
80	1,71	1,70	1,68	1,66	1,61	1,54	1,51	1,48	1,43	1,41	1,38
90	1,68	1,66	1,64	1,63	1,57	1,50	1,46	1,44	1,39	1,36	1,33
100	1,66	1,64	1,62	1,60	1,54	1,48	1,44	1,41	1,36	1,33	1,30
120	1,64	1,62	1,60	1,59	1,53	1,46	1,42	1,39	1,34	1,30	1,27
140	1,63	1,61	1,59	1,57	1,51	1,44	1,40	1,38	1,32	1,28	1,25
160	1,62	1,60	1,58	1,56	1,50	1,43	1,39	1,36	1,30	1,27	1,24
180	1,61	1,59	1,57	1,56	1,49	1,42	1,38	1,35	1,29	1,26	1,22
200	1,60	1,58	1,56	1,55	1,48	1,41	1,37	1,34	1,28	1,24	1,20
∞	1,59	1,57	1,55	1,54	1,47	1,40	1,36	1,33	1,26	1,22	1,19

Закінчення додатка Ж

Таблиця Ж.4

Таблиця Z–перетворення Фішера

(значення $Z = \frac{1}{2} \cdot ln \frac{1+r}{1-r}$)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,000	0,010	0,020	0,030	0,040	0,050	0,060	0,070	0,080	0,090
0,1	0,100	0,110	0,121	0,131	0,141	1,151	0,161	0,172	0,182	0,192
0,2	0,203	0,213	0,224	0,234	0,245	0,255	0,266	0,277	0,288	0,299
0,3	0,310	0,321	0,332	0,343	0,354	0,365	0,377	0,388	0,400	0,412
0,4	0,424	0,436	0,448	0,460	0,472	0,485	0,497	0,510	0,523	0,536
0,5	0,549	0,563	0,576	0,590	0,604	0,618	0,633	0,648	0,663	0,678
0,6	0,693	0,709	0,725	0,741	0,758	0,775	0,793	0,811	0,829	0,848
0,7	0,867	0,887	0,908	0,929	0,951	0,973	0,996	1,020	1,045	1,071
0,8	1,099	1,127	1,157	1,188	1,221	1,256	1,293	1,333	1,376	1,422
0,9	1,472	1,528	1,589	1,658	1,738	1,832	1,946	2,092	2,298	2,647
1,0	2,647	2,700	2,759	2,826	2,903	2,995	3,106	3,250	3,453	3,800

Додаток З

Таблиця З.1

Критичні значення коефіцієнтів рангової кореляції Спірмена

α / n	0,05	0,01	α / n	0,05	0,01	α / n	0,05	0,01
5	0,94		17	0,48	0,62	29	0,37	0,48
6	0,85		18	0,47	0,6	30	0,36	0,47
7	0,78	0,94	19	0,46	0,58	31	0,36	0,46
8	0,72	0,88	20	0,45	0,57	32	0,36	0,45
9	0,68	0,83	21	0,44	0,56	33	0,34	0,45
10	0,64	0,79	22	0,43	0,54	34	0,34	0,44
11	0,61	0,76	23	0,42	0,53	35	0,33	0,43
12	0,58	0,73	24	0,41	0,52	36	0,33	0,43
13	0,56	0,7	25	0,4	0,51	37	0,33	0,43
14	0,54	0,68	26	0,39	0,5	38	0,32	0,41
15	0,52	0,66	27	0,38	0,49	39	0,32	0,41
16	0,5	0,64	28	0,38	0,48	40	0,31	0,4

Умовні позначення: α– рівень значущості; n – кількість спостережень у виборці.

Додаток И

Таблиця И.1

Критичні значення коефіцієнтів лінійної кореляції Пірсона

α / n	0,1	0,05	0,01	α / n	0,1	0,05	0,01	α / n	0,1	0,05	0,01
5	0,805	0,878	0,959	32	0,296	0,349	0,449	59	0,216	0,256	0,418
6	0,729	0,811	0,917	33	0,291	0,344	0,442	60	0,214	0,254	0,414
7	0,669	0,754	0,875	34	0,287	0,339	0,436	61	0,213	0,252	0,411
8	0,621	0,707	0,834	35	0,283	0,334	0,43	62	0,211	0,25	0,408
9	0,582	0,666	0,798	36	0,279	0,329	0,424	63	0,209	0,248	0,405
10	0,549	0,632	0,765	37	0,275	0,325	0,418	64	0,207	0,246	0,402
11	0,521	0,602	0,735	38	0,271	0,32	0,413	65	0,206	0,244	0,399
12	0,497	0,576	0,708	39	0,276	0,316	0,408	66	0,204	0,242	0,396
13	0,476	0,553	0,684	40	0,264	0,312	0,403	67	0,203	0,24	0,393
14	0,458	0,532	0,661	41	0,26	0,308	0,398	68	0,201	0,239	0,39
15	0,441	0,514	0,641	42	0,257	0,304	0,393	69	0,2	0,237	0,388
16	0,426	0,497	0,623	43	0,254	0,301	0,389	70	0,198	0,235	0,385
17	0,412	0,482	0,606	44	0,251	0,297	0,384	80	0,185	0,22	0,361
18	0,4	0,468	0,59	45	0,248	0,294	0,38	90	0,174	0,207	0,341
19	0,389	0,456	0,575	46	0,246	0,291	0,469	100	0,165	0,197	0,324
20	0,378	0,444	0,561	47	0,243	0,288	0,465	110	0,158	0,187	0,31
21	0,369	0,433	0,549	48	0,24	0,285	0,46	120	0,151	0,179	0,297
22	0,36	0,423	0,537	49	0,238	0,282	0,456	130	0,145	0,172	0,285
23	0,352	0,413	0,526	50	0,235	0,279	0,451	140	0,14	0,166	0,275
24	0,344	0,404	0,515	51	0,233	0,276	0,447	150	0,135	0,16	0,266
25	0,337	0,396	0,505	52	0,231	0,273	0,443	200	0,117	0,139	0,231
26	0,33	0,388	0,436	53	0,228	0,271	0,439	250	0,104	0,124	0,207
27	0,323	0,381	0,487	54	0,226	0,268	0,435	300	0,095	0,113	0,189
28	0,317	0,374	0,479	55	0,224	0,266	0,432	350	0,088	0,105	0,175
29	0,311	0,367	0,471	56	0,222	0,263	0,428	400	0,082	0,098	0,164
30	0,306	0,361	0,463	57	0,22	0,261	0,424	500	0,074	0,088	0,147
31	0,301	0,355	0,456	58	0,218	0,259	0,421				

Умовні позначення: α– рівень значущості; n– кількість спостережень у виборці.

Додаток К

Таблиця К.1

Критерій Дарбіна – Уотсона для $\alpha = 0,05$ (5%)

	$m = 1$		$m = 2$		$m = 3$		$m = 4$		$m = 5$	
n	dl	du	dl	du	dl	du	dl	du	dl	du
6	0,61	1,40								
7	0,70	1,36	0,47	1,90						
8	0,76	1,33	0,56	1,78	0,37	2,29				
9	0,82	1,32	0,63	1,70	0,46	2,13	0,30	2,59		
10	0,88	1,32	0,70	1,64	0,53	2,02	0,38	2,41	0,24	2,81
11	0,93	1,32	0,76	1,60	0,60	1,93	0,44	2,28	0,32	2,65
12	0,97	1,33	0,81	1,58	0,66	1,86	0,51	2,18	0,38	2,51
13	1,01	1,34	0,86	1,56	0,72	1,82	0,57	2,09	0,45	2,39
14	1,05	1,35	0,91	1,55	0,77	1,78	0,63	2,03	0,51	2,30
15	1,08	1,36	0,95	1,54	0,81	1,75	0,69	1,96	0,56	2,22
16	1,11	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73	0,73	1,94	0,62	2,16
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,90	1,71	0,78	1,90	0,66	2,10
18	1,16	1,39	1,05	1,54	0,93	1,70	0,82	1,87	0,71	2,06
19	1,18	1,40	1,07	1,54	0,97	1,69	0,96	1,85	0,75	2,02
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68	0,89	1,83	0,79	1,99
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67	0,93	1,81	0,83	1,96
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66	0,96	1,80	0,86	1,94
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66	0,99	1,79	0,90	1,92
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,10	1,66	1,01	1,78	0,93	1,90
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,65	1,04	1,77	0,95	1,89
26	1,30	1,46	1,23	1,55	1,14	1,65	1,06	1,76	0,98	1,87
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65	1,08	1,75	0,10	1,86
28	1,33	1,78	1,26	1,56	1,18	1,65	1,10	1,75	1,03	1,85
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,20	1,65	1,12	1,74	1,05	1,84
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65	1,14	1,74	1,07	1,83
35	1,40	1,52	1,34	1,58	1,28	1,65	1,22	1,73	1,16	1,80
40	1,44	1,54	1,39	1,60	1,34	1,66	1,29	1,72	1,23	1,79
45	1,43	1,57	1,43	1,62	1,38	1,67	1,34	1,72	1,29	1,78
50	1,50	1,59	1,46	1,63	1,42	1,67	1,38	1,72	1,34	1,77
55	1,53	1,60	1,49	1,64	1,45	1,68	1,41	1,72	1,37	1,77
60	1,55	1,62	1,51	1,65	1,48	1,69	1,44	1,73	1,41	1,77
65	1,57	1,63	1,54	1,66	1,50	1,70	1,47	1,73	1,44	1,77
70	1,58	1,64	1,55	1,67	1,53	1,70	1,49	1,74	1,46	1,77
75	1,60	1,65	1,57	1,68	1,54	1,71	1,52	1,79	1,49	1,77
80	1,61	1,66	1,59	1,69	1,56	1,72	1,53	1,74	1,51	1,77
85	1,62	1,67	1,60	1,70	1,58	1,72	1,55	1,75	1,53	1,77
90	1,64	1,68	1,61	1,70	1,59	1,73	1,57	1,75	1,54	1,78
95	1,65	1,69	1,62	1,71	1,60	1,73	1,58	1,76	1,56	1,78
100	1,65	1,69	1,63	1,72	1,61	1,74	1,59	1,76	1,57	1,78

	$m = 6$		$m = 7$		$m = 8$		$m = 9$		$m = 10$	
n	dl	du	dl	du	dl	du	dl	du	dl	du
11	0,12	2,89								
12	0,16	2,67	0,11	3,06						
13	0,21	2,49	0,14	2,64	0,09	3,18				
14	0,26	2,35	0,18	2,67	0,12	2,96	0,08	3,29		
15	0,30	2,24	0,23	2,53	0,16	2,82	0,11	3,10	0,07	3,37
16	0,35	2,15	0,27	2,42	0,20	2,68	0,14	2,94	0,09	3,20
17	0,39	2,08	0,31	2,31	0,24	2,57	0,18	2,81	0,13	3,05
18	0,44	2,02	0,37	2,24	0,28	2,47	0,22	2,70	0,16	2,93
19	0,48	1,96	0,40	2,17	0,32	2,36	0,26	2,60	0,20	2,81
20	0,52	1,92	0,44	2,11	0,36	2,31	0,29	2,51	0,23	2,71
21	0,55	1,88	0,47	2,06	0,40	2,24	0,33	2,43	0,27	2,63
22	0,57	1,85	0,51	2,02	0,44	2,19	0,37	2,37	0,30	2,55
23	0,62	1,82	0,55	1,98	0,47	2,14	0,40	2,31	0,34	2,48
24	0,65	1,79	0,58	1,94	0,51	2,10	0,44	2,26	0,38	2,42
25	0,68	1,78	0,61	1,92	0,54	2,06	0,47	2,21	0,41	2,37
26	0,71	1,76	0,64	1,89	0,57	2,03	0,51	2,17	0,44	2,31
27	0,74	1,74	0,67	1,87	0,60	2,00	0,54	2,13	0,47	2,27
28	0,76	1,73	0,70	1,85	0,66	1,97	0,57	2,10	0,50	2,23
29	0,79	1,72	0,72	1,83	0,69	1,95	0,60	2,07	0,53	2,19
30	0,81	1,71	0,76	1,82	0,69	1,93	0,62	2,04	0,56	2,16
31	0,83	1,7	0,77	1,8	0,71	1,91	0,65	2,02	0,59	2,13
32	0,86	1,69	0,79	1,78	0,73	1,89	0,67	2,0	0,62	2,1
33	0,88	1,68	0,82	1,78	0,76	1,87	0,7	1,98	0,64	2,0
34	0,9	1,68	0,84	1,77	0,78	1,68	0,72	1,96	0,67	2,06
35	0,91	1,67	0,86	1,76	0,80	1,85	0,74	1,94	0,69	2,04
40	1,00	1,65	0,95	1,72	0,90	1,80	0,84	1,88	0,79	1,96
45	1,07	1,64	1,02	1,71	0,97	1,77	0,93	1,83	0,86	1,90
50	1,12	1,64	1,06	1,69	1,04	1,75	1,00	1,81	0,96	1,60
55	1,17	1,64	1,13	1,69	1,10	1,73	1,06	1,79	1,02	1,84
60	1,21	1,64	1,18	1,68	1,14	1,73	1,11	1,77	1,07	1,82
65	1,25	1,64	1,22	1,68	1,19	1,72	1,15	1,76	1,12	1,80
70	1,28	1,65	1,25	1,68	1,22	1,72	1,19	1,75	1,16	1,79
75	1,31	1,65	1,28	1,68	1,26	1,72	1,23	1,75	1,20	1,79
80	1,34	1,65	1,31	1,68	1,29	1,71	1,26	1,75	1,23	1,78
85	1,36	1,66	1,34	1,69	1,31	1,71	1,29	1,74	1,26	1,77
90	1,38	1,66	1,36	1,69	1,34	1,71	1,31	1,74	1,29	1,77
95	1,40	1,67	1,38	1,69	1,36	1,72	1,34	1,74	1,31	1,77
100	1,42	1,67	1,40	1,69	1,38	1,72	1,36	1,74	1,34	1,77

Умовні позначення: n– кількість спостережень; m – кількість факторів; dl, du – критичні значення інтервалів статистики Дарбіна – Уотсона.

Таблиця К.2

Критерій Дарбіна – Уотсона для $\alpha = 0,01$ (1%)

	$m=1$		$m=2$		$m=3$		$m=4$		$m=5$	
n	dl	du	dl	du	dl	du	dl	du	dl	du
6	0,39	1,14								
7	0,44	1,04	0,29	1,68						
8	0,5	1,00	0,35	1,49	0,23	2,1				
9	0,55	1,00	0,41	1,39	0,28	1,88	0,18	2,43		
10	0,6	1,00	0,47	1,33	0,34	1,73	0,23	2,19	0,15	2,69
11	0,65	1,01	0,52	1,29	0,4	1,64	0,29	2,03	0,19	2,45
12	0,7	1,02	0,57	1,27	0,45	1,58	0,34	1,91	0,24	2,28
13	0,74	1,04	0,62	1,26	0,5	1,53	0,39	1,83	0,29	2,15
14	0,78	1,05	0,66	1,25	0,55	1,49	0,46	1,76	0,34	2,05
15	0,81	1,07	0,70	1,25	0,59	1,46	0,49	1,7	0,39	1,97
16	0,84	1,09	0,74	1,25	0,63	1,45	0,53	1,66	0,44	1,9
17	0,87	1,11	0,77	1,26	0,67	1,43	0,57	1,63	0,48	1,85
18	0,9	1,12	0,81	1,26	0,71	1,42	0,61	1,6	0,52	1,8
19	0,93	1,13	0,84	1,27	0,74	1,42	0,65	1,58	0,56	1,77
20	0,95	1,15	0,87	1,27	0,77	1,41	0,69	1,57	0,6	1,74
21	0,98	1,16	0,89	1,28	0,8	1,41	0,72	1,55	0,63	1,71
22	1	1,17	0,92	1,28	0,83	1,41	0,75	1,54	0,67	1,69
23	1,02	1,19	0,94	1,29	0,86	1,41	0,78	1,53	0,7	1,67
24	1,04	1,2	0,96	1,3	0,88	1,41	0,81	1,53	0,73	1,66
25	1,06	1,21	0,98	1,31	0,91	1,41	0,83	1,52	0,76	1,65
26	1,07	1,22	1,0	1,31	0,93	1,41	0,86	1,52	0,78	1,64
27	1,09	1,23	1,02	1,32	0,95	1,41	0,88	1,52	0,81	1,63
28	1,10	1,24	1,04	1,33	0,97	1,42	0,90	1,51	0,83	1,62
29	1,12	1,25	1,05	1,33	0,99	1,42	0,92	1,51	0,86	1,61
30	1,13	1,26	1,07	1,34	1,01	1,42	0,94	1,51	0,88	1,61
35	1,20	1,31	1,14	1,37	1,09	1,44	1,03	1,51	0,97	1,59
40	1,21	1,34	1,2	1,4	1,15	1,46	1,1	1,51	1,04	1,59
45	1,29	1,38	1,25	1,42	1,2	1,47	1,16	1,53	1,11	1,59
50	1,32	1,4	1,29	1,45	1,25	1,49	1,21	1,54	1,16	1,59
55	1,36	1,43	1,32	1,47	1,28	1,51	1,25	1,55	1,21	1,59
60	1,38	1,45	1,35	1,48	1,32	1,52	1,28	1,56	1,25	1,6
65	1,41	1,47	1,38	1,50	1,35	1,53	1,32	1,57	1,26	1,6
70	1,43	1,49	1,40	1,52	1,37	1,55	1,34	1,58	1,31	1,61
75	1,45	1,50	1,42	1,53	1,4	1,56	1,37	1,59	1,34	1,62
80	1,47	1,52	1,44	1,54	1,42	1,57	1,39	1,6	1,36	1,62
85	1,48	1,53	1,46	1,55	1,44	1,58	1,41	1,6	1,39	1,63
90	1,5	1,54	1,47	1,65	1,45	1,59	1,43	1,61	1,41	1,64
95	1,51	1,55	1,49	1,57	1,47	1,6	1,45	1,62	1,43	1,64
100	1,52	1,56	1,5	1,58	1,48	1,6	1,46	1,63	1,44	1,65

Закінчення табл. К.2

	$m = 6$		$m = 7$		$m = 8$		$m = 9$		$m = 10$	
n	dl	du	dl	du	dl	du	dl	du	dl	du
11	0,12	2,89								
12	0,16	2,67	0,11	3,06						
13	0,21	2,49	0,14	2,64	0,09	3,18				
14	0,26	2,35	0,18	2,67	0,12	2,96	0,08	3,29		
15	0,3	2,24	0,23	2,53	0,16	2,82	0,11	3,1	0,07	3,37
16	0,35	2,15	0,27	2,42	0,2	2,68	0,14	2,94	0,09	3,2
17	0,39	2,08	0,31	2,31	0,24	2,57	0,18	2,81	0,13	3,05
18	0,44	2,02	0,37	2,24	0,28	2,47	0,22	2,7	0,16	2,93
19	0,48	1,96	0,4	2,17	0,32	2,36	0,26	2,6	0,2	2,81
20	0,52	1,92	0,44	2,11	0,36	2,31	0,29	2,51	0,23	2,71
21	0,55	1,88	0,47	2,06	0,4	2,24	0,33	2,43	0,27	2,63
22	0,57	1,85	0,51	2,02	0,44	2,19	0,37	2,37	0,3	2,55
23	0,62	1,82	0,55	1,98	0,47	2,14	0,4	2,31	0,34	2,48
24	0,65	1,79	0,58	1,94	0,51	2,1	0,44	2,26	0,38	2,42
25	0,68	1,78	0,61	1,92	0,54	2,06	0,47	2,21	0,41	2,37
26	0,71	1,76	0,64	1,89	0,57	2,03	0,51	2,17	0,44	2,31
27	0,74	1,74	0,67	1,87	0,6	2,0	0,54	2,13	0,47	2,27
28	0,76	1,73	0,7	1,85	0,66	1,97	0,57	2,1	0,5	2,23
29	0,79	1,72	0,72	1,83	0,69	1,95	0,6	2,07	0,53	2,19
30	0,81	1,71	0,76	1,82	0,69	1,93	0,62	2,04	0,56	2,16
31	0,83	1,7	0,77	1,8	0,71	1,91	0,65	2,02	0,59	2,13
32	0,86	1,69	0,79	1,78	0,73	1,89	0,67	2,0	0,52	2,1
33	0,88	1,68	0,82	1,78	0,76	1,87	0,7	1,98	0,64	2,0
34	0,90	1,68	0,84	1,77	0,78	1,86	0,72	1,96	0,67	2,06
35	0,91	1,67	0,86	1,76	0,8	1,85	0,74	1,94	0,69	2,04
40	1,0	1,65	0,95	1,72	0,9	1,8	0,84	1,88	0,79	1,96
45	1,07	1,64	1,02	1,71	0,97	1,77	0,93	1,83	0,86	1,90
50	1,12	1,64	1,06	1,69	1,04	1,75	1,0	1,81	0,96	1,96
55	1,17	1,64	1,13	1,69	1,1	1,73	1,06	1,79	1,02	1,84
60	1,21	1,64	1,18	1,68	1,14	1,73	1,11	1,77	1,07	1,82
65	1,25	1,64	1,22	1,68	1,19	1,72	1,15	1,76	1,12	1,80
70	1,28	1,65	1,25	1,68	1,22	1,72	1,19	1,75	1,16	1,79
75	1,31	1,65	1,28	1,68	1,26	1,72	1,23	1,75	1,20	1,79
80	1,34	1,65	1,31	1,68	1,29	1,71	1,26	1,75	1,23	1,78
85	1,36	1,66	1,34	1,69	1,31	1,71	1,29	1,74	1,26	1,77
90	1,38	1,66	1,36	1,69	1,34	1,71	1,31	1,74	1,29	1,77
95	1,4	1,67	1,38	1,69	1,36	1,72	1,34	1,74	1,31	1,77
100	1,42	1,67	1,4	1,69	1,38	1,72	1,36	1,4	1,34	1,77

Додаток Л

Таблиця Л.1

Критичні значення Q(відношення фон Неймана), для яких $P\left(\frac{\delta^2}{s^2} < Q\right) = 0$

n	Q	n	Q
4	0,7811	12	0,0743
5	0,4775	15	0,0468
6	0,3215	20	0,0259
7	0,2311	25	0,0164
8	0,1740	30	0,0113
9	0,1357	40	0,0063
10	0,1088	50	0,0040
11	0,0891	60	0,0028

Умовні позначення: n – кількість спостережень.

Таблиця Л.2

Критичні значення статистики Неймана (Q)

Кількість спостере-жень	Додатна автокореляція		Від'ємна автокореляція	
	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$
10	1,18	0,84	3,61	3,26
15	1,29	0,99	3,30	2,99
20	1,37	1,10	3,12	2,84
25	1,42	1,17	2,99	2,74
30	1,47	1,24	2,90	2,67

Умовні позначення: α – рівень значущості.

Продовження додатка Л

Таблиця Л.3

Критичні значення циклічного коефіцієнта автокореляції ($r0$)

Кількість спостережень	Додатна автокореляція		Від'ємна автокореляція	
	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$
10	0,360	0,525	0,564	0,705
15	0,328	0,475	0,462	0,597
20	0,299	0,432	0,399	0,524
25	0,276	0,398	0,356	0,473
30	0,257	0,370	0,325	0,433

Умовні позначення: α – рівень значущості.

Таблиця Л.4

Критичні значення інтеграційної статистики Дарбіна – Уотсона для оцінювання стаціонарних часових рядів

n	$\alpha = 0,01$		$\alpha = 0,05$		$\alpha = 0,1$	
	IDW_{L}	IDW_{U}	IDW_{L}	IDW_{U}	IDW_{L}	IDW_{U}
24	1,0177	1,0581	1,1976	1,2724	1,3119	1,3995
89	1,434	1,494	1,5599	1,6029	1,6345	1,6634
119	1,5082	1,5686	1,6334	1,6601	1,6917	1,7097
151	1,5548	1,6121	1,6721	1,6983	1,7256	1,7429

Умовні позначення: n – кількість спостережень; α – рівень значущості; IDW_{L}, IDW_{U} – критичні значення інтервалів.

Таблиця Л.5

Критичні значення інтеграційної статистики Дарбіна – Уотсона для оцінювання нестаціонарних часових рядів

n	$\alpha = 0,01$		$\alpha = 0,05$		$\alpha = 0,1$	
	IDW_{L}	IDW_{U}	IDW_{L}	IDW_{U}	IDW_{L}	IDW_{U}
24	0,9409	0,9563	0,9266	0,9326	0,8361	0,839
89	0,4309	0,4415	0,2976	0,2989	0,2421	0,2436
119	0,3255	0,3318	0,225	0,2262	0,1814	0,1821
151	0,259	0,2622	0,1764	0,1756	0,1413	0,1419

Закінчення додатка Л

Таблиця Л.6

Односторонні критичні значення статистики Діккі-Фулера (DF)

Рівень значущості	Розмір вибірки			
	25	50	100	∞
Модель виду $\Delta Y_t = b_1 \cdot Y_{t-1} + e_{1t}$				
$\boldsymbol{\alpha = 0,01}$	-2,66	-2,62	-2,6	-2,58
$\boldsymbol{\alpha = 0,025}$	-2,26	-2,25	-2,24	-2,23
$\boldsymbol{\alpha = 0,05}$	-1,95	-1,95	-1,95	-1,95
Модель виду $\Delta Y_t = a_0 + b_1 \cdot Y_{t-1} + e_{1t}$				
$\boldsymbol{\alpha = 0,01}$	-3,75	-3,58	-3,51	-3,43
$\boldsymbol{\alpha = 0,025}$	-3,33	-3,22	-3,17	-3,12
$\boldsymbol{\alpha = 0,05}$	-3,00	-2,93	-2,89	-2,86
Модель виду$\Delta Y_t = a_0 + a_1 t + b_1 \cdot Y_{t-1} + e_{1t}$				
$\boldsymbol{\alpha = 0,01}$	-4,38	-4,15	-4,04	-3,96
$\boldsymbol{\alpha = 0,025}$	-3,95	-3,80	-3,69	-3,66
$\boldsymbol{\alpha = 0,05}$	-3,60	-3,50	-3,45	-3,41

Таблиця Л.7

Критичні значення статистик для перевірки гіпотези в методі Фостера – Стюарта ($\boldsymbol{\alpha = 0,05}$)

$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{\mu}$	$\boldsymbol{\sigma^1}$	$\boldsymbol{\sigma^2}$	$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{\mu}$	$\boldsymbol{\sigma^1}$	$\boldsymbol{\sigma^2}$
10	3,858	1,288	1,964	60	7,36	2,201	2,713
15	4,636	1,521	2,153	65	7,519	2,236	2,742
20	5,195	1,677	2,279	70	7,666	2,268	2,769
25	5,632	1,791	2,373	75	7,803	2,297	2,793
30	5,99	1,882	2,447	80	7,931	2,324	2,816
35	6,294	1,956	2,509	85	8,051	2,349	2,837
40	6,557	2,019	2,561	90	8,165	2,373	2,857
45	6,79	2,072	2,606	95	8,273	2,395	2,876
50	6,998	2,121	2,645	100	8,375	2,416	2,894
55	7,187	2,163	2,681				

Умовні позначення: n – кількість спостережень; μ – середнє значення величини S; σ^1– стандартна похибка величини S; σ^2– стандартна похибка величини d.

Додаток М

Таблиця М.1

Відсоткові критичні значення критерію Смірнова – Грабса (T)

Кількість спостережень	Рівень значущості			Кількість спостережень	Рівень значущості		
	0,9	0,95	0,99		0,9	0,95	0,99
3	1,412	1,414	1,414	27	2,749	2,913	3,239
4	1,689	1,71	1,728	28	2,764	2,929	3,258
5	1,869	1,917	1,972	29	2,778	2,944	3,275
6	1,996	2,067	2,161	30	2,792	2,958	3,291
7	2,093	2,182	2,31	31	2,805	2,972	3,307
8	2,172	2,273	2,431	32	2,818	2,985	3,322
9	2,238	2,349	2,532	33	2,83	2,998	3,337
10	2,294	2,414	2,616	34	2,842	3,01	3,351
11	2,343	2,47	2,689	35	2,853	3,022	3,364
12	2,387	2,519	2,753	36	2,864	3,033	3,377
13	2,426	2,563	2,809	37	2,874	3,044	3,389
14	2,761	2,602	2,859	38	2,885	3,055	3,401
15	2,494	2,638	2,905	39	2,894	3,065	3,413
16	2,523	2,67	2,946	40	2,904	3,075	3,424
17	2,551	2,701	2,983	41	2,913	3,084	3,435
18	2,577	2,728	3,017	42	2,922	3,094	3,445
19	2,601	2,754	3,049	43	2,931	3,103	3,455
20	2,623	2,779	3,079	44	2,94	3,112	3,465
21	2,644	2,801	3,106	45	2,948	3,12	3,474
22	2,664	2,823	3,132	46	2,956	3,129	3,483
23	2,683	2,843	3,156	47	2,964	3,137	3,492
24	2,701	2,862	3,179	48	2,972	3,145	3,501
25	2,718	2,88	3,2	49	2,98	3,152	3,51
26	2,734	2,897	3,22	50	2,987	3,16	3,518

Таблиця М.2

Критичні значення C_α – оцінки для L – і L' – критеріїв Тітьєна та Мура ($\alpha = 0,05$)

Кількість спосте-режень	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	0,003									
4	0,051	0,001								
5	0,125	0,018								
6	0,203	0,055	0,01							
7	0,273	0,106	0,032							
8	0,326	0,146	0,064	0,022						
9	0,372	0,194	0,099	0,045						
10	0,418	0,233	0,129	0,07	0,034					
11	0,045	0,27	0,162	0,098	0,054					
12	0,489	0,305	0,196	0,125	0,076	0,042				
13	0,517	0,337	0,224	0,15	0,098	0,06				
14	0,54	0,363	0,25	0,174	0,122	0,079	0,05			
15	0,556	0,387	0,276	0,197	0,14	0,097	0,066			
20	0,639	0,484	0,377	0,299	0,238	0,188	0,15	0,115	0,088	0,066
25	0,696	0,55	0,45	0,374	0,312	0,262	0,222	0,184	0,154	0,126
30	0,73	0,599	0,506	0,434	0,376	0,327	0,283	0,245	0,212	0,183
35	0,762	0,642	0,554	0,482	0,424	0,376	0,334	0,297	0,264	0,235
40	0,784	0,672	0,588	0,523	0,468	0,421	0,378	0,342	0,31	0,28
45	0,802	0,696	0,618	0,556	0,502	0,456	0,417	0,382	0,35	0,32
50	0,82	0,722	0,646	0,588	0,535	0,49	0,45	0,414	0,383	0,356

Таблиця М.3

Критичні значення C_α – оцінки для E – критерію Тітьєна та Мура ($\alpha = 0,05$)

Кількість спосте-режень	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	0,001									
4	0,025	0,001								
5	0,081	0,01								
6	0,146	0,034	0,004							
7	0,208	0,065	0,016							
8	0,265	0,099	0,034	0,01						
9	0,314	0,137	0,057	0,021						
10	0,356	0,172	0,083	0,037	0,014					
11	0,386	0,204	0,107	0,055	0,026					
12	0,424	0,234	0,133	0,073	0,039	0,018				
13	0,455	0,262	0,156	0,092	0,053	0,028				
14	0,484	0,293	0,179	0,112	0,068	0,039	0,021			
15	0,509	0,317	0,206	0,134	0,084	0,052	0,03			
20	0,597	0,416	0,302	0,221	0,163	0,119	0,085	0,059	0,041	0,028
25	0,652	0,493	0,381	0,298	0,236	0,186	0,146	0,114	0,089	0,068
30	0,698	0,549	0,443	0,364	0,298	0,246	0,203	0,116	0,137	0,112
35	0,732	0,596	0,495	0,417	0,351	0,298	0,254	0,214	0,181	0,164
40	0,758	0,629	0,534	0,458	0,395	0,343	0,297	0,259	0,223	0,195
45	0,778	0,658	0,567	0,492	0,433	0,381	0,337	0,299	0,263	0,233
50	0,797	0,684	0,599	0,529	0,468	0,417	0,373	0,334	0,299	0,268

Додаток Н

Таблиця Н.1

G – розподіл

m / k	Рівень значущості	1	2	3	4	5	6	7
2	0,05	0,998	0,975	0,939	0,906	0,877	0,853	0,838
	0,01	0,999	0,995	0,979	0,959	0,937	0,917	0,809
3	0,05	0,967	0,871	0,798	0,746	0,707	0,677	0,653
	0,01	0,993	0,942	0,883	0,834	0,903	0,761	0,734
4	0,05	0,906	0,768	0,684	0,629	0,59	0,56	0,537
	0,01	0,968	0,864	0,781	0,721	0,676	0,641	0,613
5	0,05	0,841	0,684	0,598	0,544	0,507	0,478	0,456
	0,01	0,928	0,789	0,696	0,633	0,588	0,553	0,526
6	0,05	0,781	0,616	0,532	0,48	0,445	0,418	0,398
	0,01	0,883	0,722	0,626	0,564	0,52	0,487	0,461
7	0,05	0,727	0,561	0,48	0,431	0,397	0,373	0,354
	0,01	0,838	0,664	0,569	0,508	0,466	0,435	0,411
8	0,05	0,68	0,516	0,438	0,391	0,36	0,336	0,319
	0,01	0,795	0,615	0,521	0,463	0,423	0,393	0,37
9	0,05	0,639	0,478	0,403	0,358	0,329	0,307	0,29
	0,01	0,754	0,573	0,481	0,425	0,387	0,359	0,338
m / k	Рівень значущості	8	9	10	16	36	144	∞
2	0,05	0,816	0,801	0,788	0,734	0,66	0,518	0,5
	0,01	0,882	0,867	0,854	0,795	0,7	0,606	0,5
3	0,05	0,633	0,617	0,603	0,547	0,475	0,403	0,33
	0,01	0,711	0,691	0,674	0,606	0,515	0,423	0,33
4	0,05	0,518	0,502	0,488	0,437	0,372	0,309	0,25
	0,01	0,59	0,57	0,554	0,488	0,406	0,325	0,25
5	0,05	0,439	0,424	0,412	0,365	0,307	0,251	0,2
	0,01	0,504	0,485	0,47	0,409	0,335	0,254	0,2
6	0,05	0,382	0,368	0,357	0,314	0,261	0,212	0,167
	0,01	0,44	0,423	0,408	0,353	0,286	0,223	0,167
7	0,05	0,338	0,326	0,315	0,276	0,228	0,183	0,143
	0,01	0,391	0,375	0,362	0,311	0,249	0,193	0,143
8	0,05	0,304	0,293	0,283	0,246	0,202	0,162	0,15
	0,01	0,352	0,337	0,325	0,278	0,221	0,17	0,125
9	0,05	0,277	0,266	0,257	0,223	0,182	0,145	0,11
	0,01	0,321	0,307	0,295	0,251	0,199	0,152	0,11

Умовні позначення: $m = n - 1$; n – кількість вибіркових даних; k– кількість досліджуваних сукупностей.

Зміст

Вступ 3
Розділ 7. Моделі панельних даних 5
7.1. Основні поняття моделей панельних даних 5
7.2. Моделі панельних даних із фіксованими ефектами 13
7.3. Модель панельних даних із випадковими ефектами. Метод оцінювання параметрів 17
7.4. Тести на специфікацію моделі 23
7.5. Особливі випадки моделей. *SUR*-моделі. Незбалансовані моделі та часові ефекти 27
Завдання для самостійного опрацювання 30
Контрольні запитання для самодіагностики 30
Тести 31
Практичні завдання 33
Розділ 8. Моделі розподіленого лага 39
8.1. Загальна характеристика та класифікація моделей з лаговими змінними 39
8.2. Обґрунтування величини лага. Моделі з поліноміальними лагами 42
8.3. Моделі з геометричними лагами 48
8.4. Інструментальні змінні 51
Завдання для самостійного опрацювання 54
Контрольні запитання для самодіагностики 54
Тести 54
Практичні завдання 57
Розділ 9. *VAR* та *ECM*-моделі 59
9.1. Теоретичні основи побудови *VAR*-моделей. Види *VAR*-моделей. Стабільність *VAR*-моделей 59
9.2. Поняття спільного стохастичного тренду. Коінтеграція нестаціонарних змінних 71
9.3. Моделі корегування помилки 73
9.4. Перевірка часових рядів на коінтеграцію. Тести Інгла – Грейнджера, Йохансена 77
9.5. Прогнозування за *VAR*-моделлю. Аналіз функції імпульсних відгуків 82

Завдання для самостійного опрацювання 86
Контрольні запитання для самодіагностики 86
Тести 87
Практичні завдання 89
Розділ 10. Лабораторний практикум 92
Лабораторна робота 1. Попередній аналіз вихідних даних. Побудова множинної лінійної економетричної моделі 92
Лабораторна робота 2. Побудова економетричної моделі в умовах мультиколінеарності, автокореляції, гетероскедастичності....116
Лабораторна робота 3. Побудова нелінійної регресійної моделі в середовищі *EViews* 126
Лабораторна робота 4. Побудова й аналіз систем одночасових рівнянь 137
Лабораторна робота 5. Побудова й аналіз моделі з фіктивними незалежними змінними 151
Лабораторна робота 6. Побудова моделей з обмеженими залежними змінними 165
Лабораторна робота 7. Побудова моделі панельних даних.....174
Лабораторна робота 8. Побудова моделі розподіленого лага 184
Лабораторна робота 9. Побудова *VAR*-моделі та моделі корегування помилки 193
Глосарій 213
Предметний покажчик 215
Рекомендована література 216
Додатки 223
Додаток А 223
Додаток Б 227
Додаток В 228
Додаток Д 229
Додаток Е 230
Додаток Ж 231
Додаток З 237
Додаток К 239
Додаток Л 243
Додаток М 246
Додаток Н 249

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Гур'янова Лідія Семенівна
Клебанова Тамара Семенівна
Прокопович Світлана Валеріївна та ін.

ПРИКЛАДНА ЕКОНОМЕТРИКА

Навчальний посібник
У двох частинах

Частина 2

Самостійне електронне текстове мережеве видання

Відповідальний за видання *Т. С. Клебанова*

Відповідальний редактор *М. М. Оленич*

Редактор *Н. І. Ганцевич*

Коректор *Н. І. Ганцевич*

План 2016 р. Поз. № 10-ЕНП. Обсяг 252 с.

Видавець і виготовлювач – ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 61166, м. Харків, просп. Науки, 9-А

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру
ДК № 4853 від 20.02.2015 р.