

УДК 519.863

ОРГАНІЗАЦІЯ РОБОТИ СЛУЖБИ ДОСТАВКИ МЕРЕЖІ РЕСТОРАНІВ ШВИДКОГО ХАРЧУВАННЯ У СЕРЕДОВИЩІ MATLAB

Ковальова Катерина Олександрівна, к. т. н., ХНЕУ ім. С. Кузнеця, г. Харків, Україна

Анотація — на прикладі економічної задачі лінійного цілочисельного бінарного програмування показано використання відносно нової (2016 рік) вбудованої функції *intlinprog* середовища *Matlab*.

Ключові слова — лінійне цілочисельне бінарне програмування, *intlinprog*, *Matlab*.

Існує доволі широке коло задач математичного програмування, в економіко-математичних моделях яких одна або кілька змінних мають набувати цілих значень. Яскравим прикладом таких задач є задача організації служб доставки продукції, коли йдеться про оптимізацію логістичних витрат.

Електронна комерція відіграє вагомую роль у сучасній економіці. Тенденція переважання он-лайн покупок порівняно із традиційними властива сьогодні для більшості споживачів. За оцінками експертів на початок 2017 р. частка он-лайн замовлень лише мережі ресторанів становила близько 9,4% [1]. Таке стрімке зростання інтернет-продажів вимагає мобільного розв'язання широкого кола економічних питань, включаючи оптимізацію логістичних витрат.

Для розв'язання даної задачі оптимізації використовувалося середовище *Matlab*, яке дозволяє швидко та легко розрахувати оптимальний план перевезення [2].

Для задач лінійного цілочисельного програмування використовувалася функція *bintprog*, однак у новій версії середовища *Matlab* з'явилася функція *intlinprog*, яка дозволяє розв'язувати лінійні цілочислові задачі з бінарними значеннями. В роботі [3] більш детально наведений опис даної функції та її можливості.

Економічна постановка задачі. Мережа ресторанів «Oly food» нещодавно запропонував своїм клієнтам послугу дистанційного здійснення покупок. Замовлення здійсню-

ються по телефону і виконуються службою доставки протягом наступного дня до 18 години.

Вчора було прийнято 16 замовлень. Транспортний засіб має загалом доставити 426 кг продуктів (вагу продуктів по кожному замовленню див. у табл. 1) при умові, що його вантажомісткість складає 300 кг. Як організувати доставку, якщо вона може бути здійснена тільки по 12 замовленнях?

Таблиця 1

Добове замовлення одного з ресторанів

№ Замовлення	1	2	3	4	5	6	7	8
Вага	18	26	64	18	53	29	46	30
№ Замовлення	9	10	11	12	13	14	15	16
Вага	28	14	48	52	51	68	46	50

Поставимо задачу розвантаження транспортного засобу: задано $N=16$ точок призначення. Замовлення задаються вектором

$$R = \{18, 26, 64, 18, 53, 29, 46, 30, 28, 14, 48, 52, 51, 68, 46, 50\}$$

Цільова функція доставки товару по точкам призначення має вигляд

$$\min \left(P_T - \sum_i R_i \right) \geq 0,$$

де P_T - вантажомісткість транспортного засобу, R_i - замовлення кожної точки призначення.

Необхідно розрахувати, в які призначення транспортний засіб може виконати доставку, тобто знайти X_i , $i = \overline{1, 12}$, причому $X_i = \{0 \text{ або } 1\}$.

Обмеження:

1. Вантажомісткість транспортного засобу $P_T = 300$ кг т.

2. Транспортний засіб може заїхати не більше ніж в $n = 12$ точок призначення.

Математична постановка задачі. Математична модель поставленої задачі записується наступним чином:

Цільова функція:

$$F = -18x_1 - 26x_2 - \dots - 50x_{16} \rightarrow \min \quad (1)$$

Значення коефіцієнтів c_j задано від'ємними, тому що функція мінімізується.

Обмеження:

$$\begin{cases} 18x_1 + 26x_2 + \dots + 50x_{16} \leq 300 \\ x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{16} \leq 12 \end{cases} \quad (2)$$

$$x_j \geq 0, x_j \in Z, x_j = \{0,1\}, \quad (3)$$

де Z – множина цілих чисел.

Задачу (1)-(3) можна розв'язати за допомогою застосування методів розв'язання задач цілочисельного програмування: методом Гоморі та комбінаторними методами (гілок та меж, адитивний з бінарними змінними). Однак, так званий "ручний рахунок" є досить складним в даній ситуації, тому автор роботи пропонує використати Matlab як засіб комп'ютерної математики, що істотно підвищує продуктивність розрахунків.

Лістинг м-файлу з ім'ям `logint.m` для розв'язання даної задачі має вигляд:

```
clc
f=[-18;-26;-64;-18;-53;-29;-46;-30;-
28;-14;-48;-52;-51;-68;-46;-50];
A=[18 26 64 18 53 29 46 30 28 14 48 52
51 68 46 50;
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1];
b = [300; 12];
intcon = 1:16;
lb = zeros(16,1);
ub = ones(16,1);
[x,fval,exitflag,output] = intlinprog(f,intcon,A,b,[],[],lb,ub);
x
f=-fval
exitflag
```

Розв'язком даної задачі буде наступний вектор:

$$X = \{1;1;0;1;0;1;0;1;0;1;1;1;0\};$$

$$F_{opt} = 300;$$

$$\text{exitflag} = 1.$$

Результати показують, що для оптимальної роботи доставка повинна бути здійснена по 1, 2, 4, 6, 8, 10, 13, 14, 15 замовленнях. `Exitflag = 1` означає, що функція зійшлася до деякого розв'язку x .

Matlab для розв'язання задачі цілочислового, змішаного та бінарного програмування використовує особливу стратегію, яка приведена нижче. Якщо на якомусь етапі стратегії було знайдено оптимальне рішення, то функція `intlinprog` завершує свою роботу.

На жаль, використовувати в таких функціях, як `intlinprog`, математичні методи повністю приховані від користувача, тому наведена нижче стратегія розв'язання задач за допомогою цієї функції містить високу практичну цінність та раніше ніде не наводилася. Отже,

1. Зменшення розмірності задачі, щоб визначити, можна здійснити розв'язок чи ні. Так само зменшення розмірності спрощує знаходження розв'язку вихідної задачі.

2. Розв'язання вихідної задачі як задачі лінійного програмування (ЛП), не враховуючи цілочисельність.

3. Аналіз лінійних нерівностей $Ax \leq b$, щоб дізнатися, чи можна здійснити розв'язок задачі, чи можна прибрати зайві обмеження, чи можна посилити обмеження, і т. ін.

4. Генерація перетинів, тобто додавання до задачі додаткових лінійних обмежень, щоб наблизити розв'язок задачі до цілочисельного. Всього є три набори перетинів: базовий, проміжний і просунутий. Наприклад, метод Гоморі належить набору базових перетинів.

5. Використання евристичних методів для знаходження планів задачі. Ці методи базуються на розв'язку задачі ЛП, яке було знайдено на кроці 2. Є три евристичних метода: округлення розв'язку задачі ЛП, знаходження сусідніх з цим розв'язком планів і поєднання двох перерахованих вище методів.

6. Використання методу гілок і меж. Значення цільової функції задачі ЛП є нижньою межею для цільової функції вихідної задачі. Береться цілочисельна змінна x_{i_0} , значення якої в задачі ЛП дробове. Вихідна задача ділиться на дві підзадачі:

- 1) $x_{i_0} \leq \lfloor x_{i_0} \rfloor$;
- 2) $x_{i_0} \geq \lfloor x_{i_0} \rfloor + 1$.

Далі береться інша цілочисельна змінна x_{i_1} , значення якої в задачі ЛП дробове. Аналогічним чином задача знову ділиться на дві підзадачі. І так далі.

Цей метод гарантовано видасть розв'язок задачі або повідомить, що планів немає.

Функція `intlinprog` дозволяє задати налаштування за допомогою параметра `options` [3]. Так, на кроці 4 стратегії розв'язання задачі йшлося про генерацію перетинів, що відповідає наступним параметрам опції `'CutGeneration'`:

`'none'` - перетини не генеруються;

`'basic'` - задається базовий набір перетинів (за замовчуванням);

`'intermediate'` - задається проміжний набір перетинів;

`'advanced'` - задається просунутий набір перетинів.

Опція `'BranchRule'` задає одне з трьох правил вибору вершини в дереві пошуку:

`'maxpcscost'` - вибирається вершина, яка максимізує нижню межу цільової функції (за замовчуванням);

`'mostfractional'` - вибирається вершина, чия дрібна частина близька до 1/2;

`'maxfun'` - вибирається вершина, яка максимізує абсолютне значення цільової функції.

Приклад програмного коду середовища Matlab, який дозволяє встановити вищезгадані налаштування, приведений нижче:

```
options = optimoptions ('intlinprog',
'CutGeneration', 'advanced',
'BranchRule', 'maxfun');
```

Усі можливі варіанти комбінацій цих налаштувань, як результати чисельного експерименту, наведені у таблиці 2.

Отже, на прикладі сучасної економічної задачі було розглянуто роботу нової функції `intlinprog` програмного середовища Matlab,

яка дозволяє розв'язувати задачі лінійного цілочисельного бінарного програмування.

Таблиця 2

Множина розв'язків задачі при різних комбінаціях параметрів функції `intlinprog`

Назва опції	Назва параметру	Розв'язок задачі
<code>'CutGeneration'</code>	<code>'none'</code>	Доставка повинна бути здійснена по 1, 2, 3, 4, 7, 10, 14, 15 замовленнях
<code>'BranchRule'</code>	<code>'maxpcscost', 'mostfractional', 'maxfun'</code>	
<code>'CutGeneration'</code>	<code>'basic'</code>	Доставка повинна бути здійснена по 1, 2, 4, 6, 8, 10, 13, 14, 15 замовленнях
<code>'BranchRule'</code>	<code>'maxpcscost', 'mostfractional'</code>	
<code>'CutGeneration'</code>	<code>'intermediate'</code>	
<code>'BranchRule'</code>	<code>'maxpcscost', 'mostfractional'</code>	
<code>'CutGeneration'</code>	<code>'advanced'</code>	
<code>'BranchRule'</code>	<code>'maxpcscost', 'mostfractional'</code>	Доставка повинна бути здійснена по 1, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 13, 14, 15 замовленнях
<code>'CutGeneration'</code>	<code>'basic', 'intermediate', 'advanced'</code>	
<code>'BranchRule'</code>	<code>'maxfun'</code>	

Список використаної літератури

1. Голованова Д. П. Разработка алгоритма стратегии управления интернет-маркетингом в организации электронной торговли / Д. П. Голованова // Интернет-журнал Науковедение, 2017. - №4 (41). - С.18.
2. Чумакова Т. Я., Цыганенко С. М. Международные стандарты и жизненные циклы программного обеспечения // ММС, 2009. - №3. - С.144-150
3. MathWorks [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.mathworks.com/help/optim/ug/intlinprog.html>, свободный.

Автори

Ковальова Катерина Олександрівна, доцент кафедри вищої математики та економіко-математичних методів, ХНЕУ ім. С. Кузнеця (Kateryna.Kovalova@m.hneu.edu.ua).

Тези доповіді надійшли 31 січня 2018 року.

Опубліковано в авторській редакції.