

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ СЕМЕНА КУЗНЕЦЯ**

ВИЩА МАТЕМАТИКА

**Робоча програма
для студентів усіх спеціальностей
першого (бакалаврського) рівня**

**Харків
ХНЕУ ім. С. Кузнеця
2017**

УДК 517(07.034)

В 95

Затверджено на засіданні кафедри вищої математики та економіко-математичних методів.

Протокол № 4 від 16.11.2016 р.

Самостійне електронне текстове мережеве видання

Укладачі: Л. О. Норік

А. П. Рибалко

Вища математика : робоча програма для студентів усіх спеціальностей першого (бакалаврського) рівня : [Електронне видання] / уклад. Л. О. Норік, А. П. Рибалко. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2017. – 110 с.

Подано тематичний план навчальної дисципліни та її зміст за змістовими модулями й темами. Вміщено плани лекцій, практичних та лабораторних занять, матеріали для закріплення знань (завдання для самостійної роботи, контрольні запитання), критерії оцінювання знань студентів та професійні компетентності, якими повинен володіти студент після вивчення дисципліни.

Рекомендовано для студентів усіх спеціальностей першого (бакалаврського) рівня всіх форм навчання.

УДК 517(07.034)

© Харківський національний економічний
університет імені Семена Кузнеця, 2017

Вступ

Сучасний етап глобалізації світової економіки і становлення інформаційного суспільства обумовлює активне використання математичного апарату. Застосування математичних методів і моделей у вирішенні практичних проблем дозволяє: удосконалити системи економічної інформації за рахунок їх упорядкування, виявлення недоліків у наявній інформації і розроблення вимог до підготовки нової інформації або її корекції; підвищити точність економічних розрахунків та проводити багатоваріантні економічні дослідження й обґрунтування складних заходів; поглибити кількісний аналіз економічних проблем; вирішити принципово нові економічні завдання.

Сьогодні є помітним поворот до нових сфер застосування математичних методів у процесі розроблення соціально-економічних рішень, які визначатимуть майбутнє нашої держави: планування інвестиційної політики, проектування перебудови міст та шляхів сполучення, модернізація підприємств, прогнозування екологічних процесів і т. д. У вирішенні цих управлінських проблем істотне місце займають методи і засоби обчислювальної математики. Тому кожному майбутньому фахівцю-економісту та керівнику підприємства потрібна ґрунтовна математична підготовка, що формує аналітично-дослідницькі компетентності та дає можливість застосовувати математичний інструментарій з метою вирішення широкого кола проблем у сфері їх професійної діяльності.

Методи математичного аналізу і лінійної алгебри в економіці дозволяють оцінювати тенденції, які можуть виявитися в умовах змін; вирішувати функціональні і диференціальні рівняння (для набуття значень невимірних величин); знаходити якнайкращі, найбільш вигідні рішення.

Навчальна дисципліна "Вища математика" є базовою навчальною дисципліною та вивчається згідно з навчальним планом підготовки фахівців першого (бакалаврського) рівня спеціальностей 051 "Економіка", 055 "Міжнародні відносини, суспільні комунікації та регіональні студії", 071 "Облік і оподаткування", 072 "Фінанси, банківська справа та страхування", 073 "Менеджмент", 075 "Маркетинг", 076 "Підприємництво, торгівля та біржова діяльність" усіх форм навчання.

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, освітній ступінь	Характеристика навчальної дисципліни	
		денна форма навчання	заочна форма навчання
Кількість кредитів: денна форма – 5; заочна форма – 6	Галузі знань: 05 "Соціальні та поведінкові науки", 07 "Управління та адміністрування"	Базова	
Кількість змістових модулів – 2	Спеціальності: 051 "Економіка", 055 "Міжнародні відносини, суспільні комунікації та регіональні студії", 071 "Облік і оподаткування", 072 "Фінанси, банківська справа та страхування", 073 "Менеджмент", 075 "Маркетинг", 076 "Підприємництво, торгівля та біржова діяльність"	Рік підготовки	
		1-й	1-й
Семестр			
1-й		1-й	
Загальна кількість годин: денна форма – 150; заочна форма – 180		Лекції	
		32 год	16 год
Тижневі години для денної форми навчання: аудиторних – 4; самостійної роботи студента – 5	Освітній ступінь: перший (бакалаврський)	Практичні	
		16 год	12 год
		Лабораторні	
		16 год	–
		Самостійна робота	
		82 год	148 год
		Екзаменаційні консультації	
		2 год	2 год
		Вид контролю	
		іспит	
		2 год	2 год

Примітка. Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної роботи становить: для денної форми навчання – 74 %; для заочної форми навчання – 18 %.

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Метою викладання даної навчальної дисципліни є формування цілісної системи теоретичних знань математичного апарату, що допомагає моделювати, аналізувати і вирішувати економічні завдання, допомога в засвоєнні математичних методів, що дають можливість вивчати і прогнозувати процеси і явища зі сфери майбутньої діяльності студентів; розвиток логічного й алгоритмічного мислення, сприяння формуванню вмінь і навичок самостійного аналізу дослідження економічних проблем, розвитку прагнення до наукового пошуку шляхів удосконалення своєї роботи.

Для досягнення мети поставлені такі основні **завдання**:

оволодіння базовими положеннями математики, необхідними для аналізу і моделювання соціально-економічних процесів та явищ;

визначення і впорядкування необхідного обсягу інформації під час постановки, реалізації і оброблення підсумкових результатів математичної моделі економічної задачі;

оволодіння прикладними розрахунковими прийомами щодо реалізації обчислювальних аспектів математичних завдань;

освоєння навичок використання довідкової і спеціальної літератури.

"Вища математика" – навчальна дисципліна, що є базовим теоретичним і практичним підґрунтям всіх математичних і фінансово-економічних дисциплін підготовки бакалавра галузей знань 05 "Соціальні та поведінкові науки", 07 "Управління та адміністрування".

Об'єктом навчальної дисципліни є аналітичні форми і кількісні співвідношення характеристик опису реального світу, які застосовуються в дослідженнях економічних процесів та явищ.

Предметом навчальної дисципліни є основні теоретичні положення і методи математичного аналізу, лінійної та векторної алгебри.

Вивчення даної навчальної дисципліни студент розпочинає на першому курсі, спираючись на знання з елементарної математики, які він отримав у середній школі. У свою чергу, знання із цієї дисципліни забезпечують успішне засвоєння таких навчальних дисциплін, як: "Теорія ймовірностей та математична статистика", "Дослідження операцій та методи оптимізації", "Економетрика", "Прикладна математика", "Економічна статистика", "Економічний аналіз", "Управління проектами", "Економічне управління

підприємством", "Управління стратегічними змінами", "Моделювання економіки", "Обґрунтування та експертиза бізнес-проектів" та інше, а також виконання тренінгів, міждисциплінарних комплексних курсових робіт, бакалаврських та магістерських дипломних робіт.

У процесі навчання студенти отримують необхідні знання під час лекційних занять, виконання практичних завдань та лабораторних робіт. Також велике значення у процесі вивчення та закріплення знань має самостійна робота студентів.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен:

знати:

елементи теорії границь: поняття функції, способи її подання; поняття границі послідовності та границі функції; умови неперервності функції; основи граничного (маргінального) аналізу;

основи диференціального числення: поняття похідної та диференціала функції однієї змінної; умови існування екстремуму функції однієї змінної; поняття частинних похідних та диференціала функції кількох змінних; поняття похідної за напрямом, градієнта та лінії рівня для функції двох змінних; поняття локального та умовного екстремуму функції двох змінних; поняття диференціала функції та його застосування в наближених обчисленнях; поняття еластичності функції;

основи інтегрального числення: поняття первісної; поняття про невизначений та визначений інтеграли; поняття про методи наближеного обчислення визначених інтегралів; поняття невластного інтеграла;

елементи економічної динаміки: диференціальні рівняння; поняття про загальний та частинний розв'язки диференціальних рівнянь 1-го та 2-го порядків; поняття про стійкість розв'язків диференціальних рівнянь; поняття про різницеві рівняння; поняття про системи диференціальних рівнянь;

загальні положення дослідження рядів: необхідні та достатні умови збіжності числових рядів із додатними та знакозмінними членами; поняття про функціональні та степеневі ряди; область збіжності степеневих рядів; розкладання функцій у ряди Тейлора та Маклорена та можливості застосування цих рядів у наближених обчисленнях; поняття про тригонометричні ряди Фур'є;

основи лінійної алгебри: матриці й визначники, можливості їх використання під час побудови математичної моделі економічних задач; методи

розв'язання систем n лінійних рівнянь з m невідомими; умови сумісності системи лінійних рівнянь; поняття базисного розв'язку;

основи векторної алгебри: базис простору, лінійна залежність та незалежність векторів; поняття про матрицю лінійних перетворень, власні вектори та власні значення цієї матриці; лінійні та нелінійні дії над векторами;

основи аналітичної геометрії: різновиди рівнянь прямої на площині; лінії другого порядку на площині; канонічні рівняння кривих другого порядку; різновиди рівнянь площини і прямої у просторі; використання апарату аналітичної геометрії в математичних моделях економічних задач;

ВМІТИ:

визначати границі послідовності та функції;

проводити маргінальний аналіз прибутку та аналіз рентабельності;

досліджувати функцію на неперервність;

обчислювати похідні функцій, заданих явно, неявно, параметрично, застосовувати логарифмічне диференціювання;

досліджувати функції на екстремум методами диференціального числення та будувати їх графіки;

визначати диференціал функції та вміти застосовувати його в наближених обчисленнях;

досліджувати функції двох змінних із використанням ліній рівня та градієнта;

знаходити екстремум та умовний екстремум функції двох змінних;

знаходити первісну методами безпосереднього інтегрування, інтегруванням заміною змінної та частинами;

обчислювати визначені інтеграли;

застосовувати методи наближеного обчислення для знаходження визначених інтегралів;

обчислювати площі плоских фігур та об'ємів тіл обертання за допомогою визначеного інтеграла;

перевіряти на збіжність та обчислювати невластний інтеграл;

розв'язувати диференціальні рівняння 1-го порядку;

розв'язувати диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку;

розв'язувати диференціальні лінійні рівняння 1-го та 2-го порядків;

досліджувати на збіжність числові ряди з додатними та знакозмінними членами та обчислювати суму ряду;

знаходити область збіжності степеневого ряду;
надавати функцію у вигляді степеневого ряду;
проводити наближені обчислювання за допомогою степеневих рядів та визначати похибку обчислення;
будувати матриці відповідних економічних задач;
виконувати дії над матрицями, обчислювати визначники;
розв'язувати системи лінійних рівнянь n -го порядку;
досліджувати системи лінійних рівнянь на сумісність;
знаходити загальний, базисний та опорний розв'язки систем лінійних рівнянь;
виконувати лінійні та нелінійні операції над векторами;
визначати базис лінійного простору і розкласти вектор за базисом;
складати рівняння прямих та кривих другого порядку на площині;
розв'язувати основні задачі на пряму, взаємне розташування двох і трьох прямих на площині;
виконувати зведення загального рівняння кривої другого порядку до канонічного вигляду;
розв'язувати основні задачі на пряму та площину у просторі;

володіти:

навичками застосування сучасного математичного інструментарію для розв'язання економічних задач;
методикою побудови, аналізу і застосування математичних моделей для оцінки стану та прогнозу розвитку економічних явищ і процесів.

методами побудови оптимальної математичної моделі професійних завдань, її обґрунтування і змістовної інтерпретації отриманих результатів;

мати досвід:

використання математичної символіки для виразу кількісних і якісних відносин об'єктів дослідження в економіці;

застосування апарату математичного аналізу, лінійної алгебри та аналітичної геометрії для побудови математичних моделей економічних процесів;

виконання економічних розрахунків за допомогою інструментарію математичного аналізу та лінійної алгебри;

дослідження, аналізу та розв'язання практичних завдань методами математичного аналізу, лінійної алгебри та аналітичної геометрії.

У процесі викладання навчальної дисципліни основну увагу приділяємо оволодінню студентами професійними компетентностями, наведеними в табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Професійні компетентності, які отримують студенти після вивчення навчальної дисципліни

Код компетентності	Назва компетентності	Складові компетентності
1	2	3
BMI*1	Застосування інструментів граничного аналізу та диференціального числення до формалізації економічних явищ і розв'язання економічних задач	Розуміти зміст границі та похідної в економіці та застосовувати їх під час дослідження функції. Обчислювати похідну за напрямом, градієнт функції кількох змінних. Визначати лінії рівня і екстремум функції двох змінних. Досліджувати функцію двох змінних на умовний екстремум
BMI 2	Ідентифікація типів задач в економіці, для розв'язання яких доцільно застосовувати інтеграли, та застосування інструментів інтегрального числення для визначення вихідних величин за відомими функціями	Ідентифікувати основні методи інтегрування різних функцій і застосовувати їх для обчислення невизначених інтегралів. Обчислювати визначені та невластні інтеграли. Інтерпретувати зміст інтегралів у математичних моделях економічних процесів. Застосовувати визначені інтеграли до економічних розрахунків
BMI 3	Застосування диференціальних рівнянь у процесі дослідження динаміки економічних процесів та опрацювання різних моделей в економіці	Розрізняти типи диференціальних рівнянь і володіти методами їх розв'язання. Визначати типи неоднорідних диференціальних та різницевих рівнянь. Володіти методами побудови загального та частинного розв'язку диференціальних рівнянь. Визначати класичні моделі в економіці, що представлені у формі диференціальних рівнянь
BMI 4	Розуміння змісту прикладних задач, що пов'язані з рядами	Розрізняти типи рядів. Володіти методами дослідження числових та степеневих рядів на збіжність. Розкладати функції в степеневі ряди. Застосовувати ряди в наближених обчисленнях

1	2	3
BMI 5	Використання методів лінійної алгебри під час обробки результатів спостереження, моделювання та розв'язання економічних задач	Використовувати числові матриці для формування й аналізу таблиць даних в економіці. Використовувати системи лінійних рівнянь для розроблення лінійних економіко-математичних моделей
BMI 6	Інтерпретація розв'язків економічних задач за допомогою векторної алгебри	Здійснювати основні операції з векторами. Визначати власні вектори та власні числа матриці лінійних перетворень. Здійснювати перехід до нового базису простору
BMI 7	Застосування методів аналітичної геометрії при побудові та дослідженні економіко-математичних моделей	Розрізняти типи рівнянь ліній на площині. Використовувати інструментарій аналітичної геометрії під час розв'язання економічних задач

**Примітка.* Використання математичного інструментарію (BMI).

Структуру складових професійних компетентностей та їх формування відповідно до Національної рамки кваліфікацій України наведено в додатку А.

3. Програма навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Елементи математичного аналізу

Тема 1. Границі функцій та неперервність

1.1. Множини, функції, їх класифікація.

Основні поняття. Числові множини. Операції над множинами. Числові проміжки, окіл точки. Поняття функції однієї змінної. Способи завдання функцій. Області визначення та значень функції. Графік функції. Основні елементарні функції, їх властивості та графіки. Класифікація елементарних функцій. Поняття складеної та оберненої функції.

1.2. Числові послідовності та їх границі.

Поняття числової послідовності. Способи задавання послідовностей. Арифметичні дії над послідовностями. Границя числової послідовності,

її геометричний зміст. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності, їх властивості. Основні теореми про границі послідовностей.

1.3. Границі функцій.

Означення границі функції в точці, її геометричний зміст.

Нескінченні границі та границі на нескінченності. Односторонні границі функції в точці. Основні теореми про границі функцій. Поняття невизначеностей, їх типи. Методи розкриття невизначеностей. Перша та друга визначні границі, їх наслідки. Еквівалентні нескінченно малі функції. Обчислення границь за допомогою порівняння нескінченно малих. Застосування границь до розв'язання економічних задач.

1.4. Неперервність функцій.

Означення неперервності функції в точці та на проміжку. Одностороння неперервність. Неперервність елементарних функцій. Точки розриву функцій та їх класифікація. Основні властивості неперервних функцій.

Тема 2. Диференціальне числення функцій однієї змінної

2.1. Похідна та диференціал. Техніка диференціювання.

Означення похідної, її економічний та геометричний зміст. Поняття диференційованості функції в точці. Таблиця похідних основних елементарних функцій. Основні правила диференціювання. Теорема про похідну складеної функції. Похідна оберненої функції. Логарифмічне диференціювання, особливості його застосування. Обчислення похідної функції, заданої параметрично. Диференціювання неявних функцій. Поняття диференціала функції, його геометричний зміст та властивості. Похідні та диференціали вищих порядків.

2.2. Основні теореми диференціального числення та їх використання.

Теореми Ферма, Ролля, Коші та Лагранжа. Правило Лопіталя обчислення границь функцій. Формула Тейлора та її використання. Застосування диференціала в наближених обчисленнях. Рівняння дотичної та нормалі до графіка функції в точці.

2.3. Застосування похідних до дослідження функцій.

Ознаки монотонності функції, відшукування локальних екстремумів функції. Найбільше та найменше значення функції на сегменті. Умови опуклості та угнутості графіка функції, знаходження точок перегину. Вертикальні,

горизонтальні та похилі асимптоти кривої. Схема повного дослідження функції однієї змінної та побудови її графіка.

2.4. Застосування похідної в економіці.

Граничний (маргінальний) аналіз. Еластичність економічних показників. Економічна інтерпретація теореми Ферма. Застосування похідної в економічних розрахунках.

Тема 3. Аналіз функцій багатьох змінних

3.1. Основні поняття.

Означення функції багатьох змінних. Область визначення функції двох змінних та її графік. Лінії та поверхні рівня. Неперервність та границя функції двох змінних.

3.2. Частинні похідні. Градієнт та похідна за напрямом.

Частинні та повні прирости функції кількох змінних. Частинні похідні функції, їх геометричний та економічний зміст. Повний диференціал, його застосування в наближених обчисленнях. Частинні похідні та диференціали вищих порядків. Похідна за напрямом функції кількох змінних. Градієнт функції та його властивості. Зв'язок між градієнтом та лініями рівня для функції двох змінних.

3.3. Екстремум функції двох змінних.

Основні поняття. Локальний екстремум функції двох змінних, необхідна й достатня умови екстремуму. Найбільше та найменше значення функції в замкненій області. Умовний екстремум функції двох змінних. Зведення задачі про умовний екстремум функції двох змінних до задачі про локальний екстремум функції однієї змінної. Метод множників Лагранжа.

3.4. Застосування функцій багатьох змінних в економіці.

Виробничі функції, функція Кобба – Дугласа, функція витрат, функція попиту. Еластичність функції кількох змінних. Лінії ізоквант та ізокост. Математична обробка даних, побудова емпіричних формул. Вибір типу залежності змінних величин у процесі, що досліджується. Метод найменших квадратів.

Тема 4. Невизначений інтеграл

4.1. Первісна та невизначений інтеграл.

Означення первісної функції та невизначеного інтеграла. Властивості невизначеного інтеграла. Таблиця основних невизначених інтегралів. Поняття про інтеграли, що "не беруться".

4.2. Основні методи інтегрування.

Метод безпосереднього інтегрування. Метод заміни змінної (підстановки) в невизначеному інтегралі. Формула інтегрування частинами, основні випадки її використання.

4.3. Інтегрування деяких класів функцій.

Інтегрування раціональних алгебраїчних дробів. Інтегрування деяких тригонометричних та ірраціональних функцій.

Тема 5. Визначений інтеграл та його застосування

5.1. Поняття та властивості визначеного інтеграла.

Означення визначеного інтеграла, його геометричний зміст. Умови інтегрованості функції. Властивості визначеного інтеграла та їх застосування при обчисленні. Теорема про середнє.

5.2. Обчислення визначеного інтеграла.

Теорема Ньютона – Лейбніца. Заміна змінної (підстановка) у визначеному інтегралі. Формула інтегрування частинами для визначеного інтеграла.

5.3. Невласні інтеграли першого і другого роду.

Поняття про невластні інтеграли з нескінченними межами інтегрування та невластні інтеграли від необмежених функцій. Умови збіжності невластних інтегралів. Інтеграл Ейлера – Пуассона та його застосування.

5.4. Застосування визначених інтегралів.

Обчислення площі плоскої фігури, об'єму тіла обертання, довжини дуги кривої, площі поверхні за допомогою визначеного інтеграла. Наближене обчислення визначеного інтеграла: формули прямокутників, трапецій та Сімпсона. Оцінювання похибки наближеного обчислення визначеного інтеграла. Застосування визначених інтегралів до економічних розрахунків: знаходження об'єму продукції, виробничих витрат, використання теореми про середнє, обчислення коефіцієнта Джині. Закон попиту і пропозиції, крива Лоренца, задача дисконтування. Застосування невластних інтегралів.

Тема 6. Диференціальні рівняння

6.1. Основні поняття теорії диференціальних рівнянь. Розв'язання диференціальних рівнянь 1-го порядку.

Загальні поняття теорії звичайних диференціальних рівнянь. Диференціальні рівняння 1-го порядку: основні означення, поняття про загальний та частинний розв'язки, їх геометрична інтерпретація. Задача

Коші, теорема існування та єдиності її розв'язку. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними, однорідні диференціальні рівняння 1-го порядку, лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку, рівняння Бернуллі, рівняння в повних диференціалах. Методи інтегрування диференціальних рівнянь 1-го порядку.

6.2. Диференціальні рівняння вищих порядків. Методи розв'язання диференціальних рівнянь 2-го порядку

Основні поняття та означення, загальний та частинний розв'язок, задача Коші. Диференціальні рівняння 2-го порядку. Рівняння, що допускають зниження порядку, методи їх інтегрування. Лінійні диференціальні рівняння 2-го порядку, структура загального розв'язку. Однорідні лінійні диференціальні рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Розв'язання неоднорідних лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами, що мають праву частину спеціального вигляду. Поняття про різницеві рівняння. Поняття про системи диференціальних рівнянь. Поняття про стійкість розв'язку.

6.3. Застосування диференціальних рівнянь в економіці.

Використання диференціальних рівнянь для побудови виробничих функцій. Моделі економічної динаміки. Модель Солоу. Модель природного зростання випуска. Модель зростання в умовах конкуренції. Динаміка ринкових цін. Використання різницевого рівняння в економіці. Різницево рівняння в моделюванні динаміки економічних систем у дискретному часі.

Тема 7. Ряди

7.1. Числові ряди та їх збіжність.

Означення числового ряду, його суми. Числовий ряд та його збіжність. Властивості збіжних рядів. Необхідна умова збіжності. Гармонійний ряд, його розбіжність. Узагальнений гармонійний ряд. Ряд геометричної прогресії, умови його збіжності. Властивості збіжних рядів. Достатні ознаки збіжності додатних числових рядів: ознака порівняння, ознака Даламбера, радикальна ознака Коші та інтегральна ознака Коші – Маклорена. Знакозмінні числові ряди. Достатня ознака збіжності. Абсолютна та умовна збіжності.

7.2. Знакопереміжні ряди та їх збіжність.

Означення знакопереміжного ряду. Ознака Лейбніца. Застосування теореми Лейбніца до визначення похибки обчислення суми ряду.

7.3. Функціональні ряди.

Поняття про функціональні ряди. Розкладання елементарних функцій у степеневий ряд. Ряди Тейлора та Маклорена. Необхідна та достатня умови збіжності ряду Тейлора. Остатній член ряду у формі Лагранжа. Розкладання в ряд Маклорена основних елементарних функцій. Радіус та область збіжності степеневого ряду, формули їх обчислення. Поняття про тригонометричні ряди Фур'є та їх застосування.

Змістовий модуль 2. Лінійна алгебра аналітична геометрія

Тема 8. Елементи теорії матриць і визначників

8.1. Матриці.

Означення матриці, її типи: квадратна, трикутна, діагональна, одинична. Поняття прямокутної матриці. Порівняння матриць. Дії над матрицями: додавання, множення матриці на число, на матрицю. Транспонування матриці. Еквівалентні перетворення матриць. Поняття оберненої матриці, властивості операції обернення матриці. Економічні приклади використання матриць.

8.2. Визначники.

Означення визначника, правила обчислення визначників: молодших порядків (схематичні), вищих порядків (розкладанням за формулами Лапласа). Властивості визначників. Обчислення деяких особливих визначників (трикутної, діагональної, одиничної матриць).

8.3. Обернена матриця.

Обчислення оберненої матриці за означенням (як транспонованої матриці алгебраїчних доповнень) та шляхом еквівалентних перетворень приєднаної одиничної матриці.

Означення рангу матриці та методи його визначення.

Тема 9. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь

9.1. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Означення системи лінійних алгебраїчних рівнянь, розгорнута та матрична форми її запису. Означення розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Поняття про сумісність чи несумісність системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Визначені та невизначені системи лінійних рівнянь.

9.2. Методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою оберненої матриці та за формулами Крамера. Теорема Кронекера – Капеллі. Дослідження на сумісність системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Загальний, частинний та опорний розв'язки системи n лінійних алгебраїчних рівнянь з m невідомими. Фундаментальна система розв'язків. Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом послідовного вилучення невідомих (метод Гаусса). Застосування методу повного вилучення невідомих (метод Жордана – Гаусса) для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь, його реалізація за допомогою таблиць. Знаходження оберненої матриці за методом Жордана – Гаусса.

9.3. Однорідні системи лінійних рівнянь.

Означення однорідної системи лінійних рівнянь. Простір розв'язків однорідної системи, зв'язок його розмірності з рангом матриці. Фундаментальна система розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь. Економічні приклади.

Тема 10. Елементи векторної алгебри

10.1. Основні поняття векторної алгебри.

Типи векторів, порівняння векторів. Дії над векторами: транспонування, додавання та множення вектора на число. Прямокутна декартова система координат на площині. Арифметичні точки та арифметичні вектори простору. Відстань між двома точками. Лінійні дії з векторами в геометричній та координатній формах, властивості цих операцій та їх геометрична ілюстрація. Довжина вектора, її властивості. Скалярний добуток векторів, його властивості. Кут між векторами. Колінеарні вектори, умова колінеарності. Векторний та мішаний добуток векторів та їх геометрична інтерпретація. Властивості векторного та мішаного добутків векторів. Умова компланарності векторів.

10.2. Елементи теорії лінійних просторів.

Означення n -вимірного вектора та n -вимірного векторного (лінійного) простору. Економічні приклади. Лінійна незалежність векторів. Означення та основні теореми про лінійну залежність та лінійну незалежність елементів лінійного простору. Вимірність лінійного простору. Базис лінійного простору. Основні теореми про базис простору. Координати вектора за даним базисом. Ортогональні системи векторів. Перехід до іншого базису. Економічні приклади.

10.3. Власні вектори.

Власні значення та власні вектори матриці. Характеристичне рівняння. Методи знаходження власних значень та власних векторів на прикладі матриць 2-го та 3-го порядків. Економічні приклади.

10.4. Квадратичні форми.

Означення квадратичної форми. Умови визначеності квадратичних форм. Матриця квадратичної форми. Зведення квадратичних форм до канонічного вигляду.

Тема 11. Елементи аналітичної геометрії

11.1. Пряма на площині.

Поняття про рівняння лінії на площині. Загальне рівняння прямої на площині. Дослідження загального рівняння. Канонічне рівняння прямої. Параметричне рівняння прямої. Рівняння прямої за кутовим коефіцієнтом. Рівняння прямої у відрізках на осях. Взаємний зв'язок між різними видами рівнянь прямої. Кут між двома прямими, умови паралельності та перпендикулярності прямих. Рівняння прямої за двома точками. Нормальне рівняння прямої. Основні задачі на пряму, взаємне розташування двох і трьох прямих на площині. Кут між двома прямими. Відстань від точки до прямої. Модель "попит-пропозиція".

11.2. Криві другого порядку.

Означення лінії кривої другого порядку, її загальне рівняння. Класифікація кривих другого порядку. Дискримінант квадратичної частини кривої другого порядку. Центральні криві другого порядку: коло, еліпс, гіпербола; їх канонічні рівняння, параметри, властивості, зображення. Нецентральна крива другого порядку: парабола; її канонічне рівняння, параметри, властивості, зображення. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до канонічного вигляду.

11.3. Площина та пряма у просторі.

Загальне рівняння площини. Різні форми рівняння площини: у відрізках, нормальне, рівняння площини за координатами трьох точок, які не лежать на одній прямій. Відстань від точки до площини. Кут між двома площинами. Різні форми рівняння прямої: канонічне, параметричне, загальне рівняння, рівняння прямої за координатами двох її точок. Відстань від точки до прямої. Кут між двома прямими у просторі. Умова паралельності та перпендикулярності двох прямих. Аналіз взаємного розташування прямої та площини у просторі. Кут між прямою і площиною.

4. Структура навчальної дисципліни

Вивчення студентом навчальної дисципліни відбувається шляхом послідовного та ґрунтовного опрацювання змістових модулів. Змістовий модуль – це окремий, відносно самостійний блок дисципліни, який логічно поєднує кілька навчальних елементів дисципліни за змістом та взаємозв'язками. Тематичний план дисципліни складається з двох змістових модулів (табл. 4.1).

Таблиця 4.1

Структура залікового кредиту навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					у тому числі					
		лекційні	практичні	лабораторні	проведення підсумкового контролю	самостійна робота: підготовка до занять	усього	лекційні	практичні	лабораторні	проведення підсумкового контролю	самостійна робота: підготовка до занять
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Змістовий модуль 1. Елементи математичного аналізу												
<i>Тема 1. Границі функцій та неперервність</i>	8	2	1	1	–	4	12	1	1	–	–	10
<i>Тема 2. Диференціальне числення функції однієї змінної</i>	8	2	1	1	–	4	15	2	2	–	–	11
<i>Тема 3. Аналіз функцій багатьох змінних</i>	8	2	1	1	–	4	13	1	1	–	–	11

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Тема 4. Невизначений інтеграл	16	4	2	2	–	8	15	2	2	–	–	11
Тема 5. Визначений інтеграл та його застосування	11	2	1	2	–	6	13	1	1	–	–	11
Тема 6. Диференціальні рівняння	18	4	2	2	–	10	15	2	2	–	–	11
Тема 7. Ряди	7	2	1	–	–	4	12	1	1	–	–	10
Разом за змістовим модулем 1	76	18	9	9	–	40	95	10	10	–	–	75
Змістовий модуль 2. Лінійна алгебра та аналітична геометрія												
Тема 8. Елементи теорії матриць і визначників	14	2	2	2	–	8	19	2	2	–	–	15
Тема 9. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь	16	4	2	2	–	8	17	1	1	–	–	15
Тема 10. Елементи векторної алгебри	16	4	2	2	–	8	19	2	2	–	–	15
Тема 11. Елементи аналітичної геометрії	16	4	1	1	–	8	16	1	1	–	–	14
Разом за змістовим модулем 2	60	14	7	7	–	32	71	6	6	–	–	59
Підготовка до екзамену	10	–	–	–	–	10	10	–	–	–	–	10
Передекзаменаційні консультації	2	–	–	–	2	–	2	–	–	–	2	–
Екзамен	2	–	–	–	2	–	2	–	–	–	2	–
Усього годин	150	32	16	16	4	82	180	16	16	–	4	144

5. Підготовка практичних занять

5.1. Теми практичних занять

Практичне заняття – це форма навчального заняття, за якої викладач організовує детальний розгляд окремих теоретичних положень навчальної дисципліни і формує вміння та навички їх практичного застосування шляхом індивідуального виконання студентом сформульованих завдань.

Проведенню таких завдань передують ґрунтовне вивчення студентами теоретичного матеріалу.

Практичне заняття вміщує проведення попереднього контролю знань, вмінь і навичок, що були набуті студентами, постановку загальної проблеми викладачем, а також її обговорення за участю студентів, вирішення завдань із їх обговоренням, вирішення письмових контрольних завдань, їх перевірку, оцінювання. Для проведення практичних занять застосовується методичний матеріал, який підготовлено заздалегідь, а саме: теоретичні питання для виявлення ступеня оволодіння необхідними теоретичними положеннями, набори практичних завдань різного рівня складності для вирішення їх на занятті. Перелік тем практичних занять за навчальною дисципліною та література з кожної теми подані в табл. 5.1.

Таблиця 5.1

Перелік тем практичних занять

Назва змістового модуля	Теми практичних занять (за модулями)	Кількість годин	Література
1	2	3	4
Змістовий модуль 1. Елементи математичного аналізу	<i>Тема 1. Обчислення границь функцій та дослідження функцій на неперервність.</i> 1. Границі функцій та їх властивості. 2. Типи невизначеностей та методи їх розкриття. 3. Перша визначна границя. Таблиця еквівалентних нескінченно малих. 4. Класифікація точок розриву. 5. Дослідження функції на неперервність	1	Основна: [1 – 6]. Додаткова: [9; 12; 13; 16; 17; 19 – 21]

1	2	3	4
	<i>Тема 2. Диференціальне числення функції однієї змінної та його застосування.</i> 1. Техніка диференціювання: основні правила, похідна складеної функції, логарифмічне диференціювання, похідні функцій, що задані в параметричній та неявній формах. 2. Диференціал функції однієї змінної та його застосування. 4. Похідні та диференціали вищих порядків. 5. Застосування диференціального числення до дослідження функцій	1	Основна: [1 – 6]. Додаткова: [9; 12; 13; 16; 17; 19 – 21]
	<i>Тема 3. Функції багатьох змінних.</i> 1. Обчислення частинних похідних функцій кількох змінних. 2. Диференціал функції кількох змінних та його застосування. 3. Похідна за напрямом та градієнт функції кількох змінних. Лінії рівня. 4. Дослідження функцій двох змінних на екстремум	2	Основна: [1 – 6]. Додаткова: [9; 12; 13; 16; 17; 19 – 21]
	<i>Тема 4. Обчислення невизначених інтегралів.</i> 1. Безпосереднє інтегрування. 2. Метод заміни змінної (підстановки) обчислення невизначених інтегралів. 3. Формула інтегрування частинами	1	Основна: [1 – 6]. Додаткова: [9; 12; 13; 16; 17; 19 – 21]
	<i>Тема 5. Обчислення визначених інтегралів та їх застосування.</i> 1. Обчислення визначених інтегралів за формулою Ньютона – Лейбніца, методами заміни змінної та інтегрування частинами. 2. Обчислення невластних інтегралів. 3. Застосування визначеного інтеграла	1	Основна: [1 – 6]. Додаткова: [9; 12; 13; 16; 17; 19 – 21]
	<i>Тема 6. Розв'язання диференціальних рівнянь.</i> 1. Інтегрування диференціальних рівнянь із відокремлюваними змінними. 2. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку. 3. Лінійного диференціального рівняння 2-го порядку із сталими коефіцієнтами	2	Основна: [1 – 6]. Додаткова: [9; 12; 13; 16; 17; 19 – 21]

1	2	3	4
	<i>Тема 7. Ряди.</i> 1. Дослідження збіжності знакосталих рядів. 2. Дослідження на збіжність знакопереміжних рядів. Абсолютна та умовна збіжності. 3. Степеневий ряд та його збіжність. 4. Розкладання основних елементарних функцій у ряд Тейлора та Маклорена	1	Основна: [1 – 6]. Додаткова: [9; 12; 13; 16; 17; 19 – 21]
Змістовий модуль 2. Лінійна алгебра та аналітична геометрія	<i>Тема 8. Елементи теорії матриць і визначників.</i> 1. Виконання дій над матрицями. 2. Обчислення визначників. 3. Обчислення оберненої матриці як транспонованої матриці алгебраїчних доповнень та шляхом перетворення матриці системи, до якої приєднана одинична матриця	2	Основна: [1 – 6]. Додаткова: [9; 12; 13; 16; 17; 19 – 21]
	<i>Тема 9. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь.</i> 1. Дослідження систем лінійних алгебраїчних рівнянь на сумісність та визначеність. 2. Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою оберненої матриці, за формулами Крамера, методами Гаусса та Жордана – Гаусса. 3. Знаходження множини розв'язків однорідних та прямокутних систем	2	Основна: [1 – 6]. Додаткова: [9; 12; 13; 16; 17; 19 – 21]
	<i>Тема 10. Елементи векторної алгебри.</i> 1. Побудова базису n-вимірного лінійного простору, компоненти вектора за даним базисом, перехід до іншого базису. 2. Скалярний добуток векторів. Перевірка колінеарності векторів. Векторний та мішаний добуток векторів, їх властивості та геометричний зміст. 3. Перевірка лінійної незалежності векторів. 4. Знаходження власних значень та власних векторів на прикладі матриць 2-го та 3-го порядків. 5. Дослідження рівняння кривих 2-го порядку	2	Основна: [1 – 6]. Додаткова: [9; 12; 13; 16; 17; 19 – 21]
	<i>Тема 11. Елементи аналітичної геометрії</i> 1. Складання рівнянь прямої на площині. 2. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до канонічного вигляду. 3. Пряма і площина у просторі; основні задачі	1	Основна: [1 – 6]. Додаткова: [9; 12; 13; 16; 17; 19 – 21]

5.2. Приклади типових завдань аудиторних письмових контрольних робіт за темами

Змістовий модуль 1. Елементи математичного аналізу

Контрольна робота 1 за темами 1 – 6

Рівень 1.

1. Обчислити границі:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 3x - 1}{2x^3 + 9x^2 - x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \arcsin 2x}{\operatorname{tg}^2 3x}.$$

2. Знайти похідні:

$$\text{а) } y = x^2 \cdot 2^x - \frac{x+2}{\sin x} + \frac{3\pi}{4};$$

$$\text{б) } y = \sin \sqrt{5-x}.$$

3. Обчислити частинні похідні другого порядку функції:

$$z(x, y) = x \ln y + \sin x - 2\sqrt{3}.$$

4. Дослідити на екстремум функцію двох змінних:

$$z(x, y) = 3x^2 + 2y^2 + 6x - 8y - 1.$$

5. Знайти невизначені інтеграли:

$$\text{а) } \int \left(\frac{2}{\sqrt{5-x^2}} - \sqrt[3]{x} \right) dx;$$

$$\text{б) } \int 2^{1-x} dx;$$

$$\text{в) } \int (4 - \cos x)^7 \sin x dx; \quad \text{г) } \int x^9 \ln x dx; \quad \text{д) } \int \frac{1-9x}{x^2 + 5x + 6} dx.$$

6. Обчислити визначені інтеграли:

$$\text{а) } \int_0^{\pi} (\sin x + 1) dx;$$

$$\text{б) } \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} x \sqrt{1+x^2} dx;$$

$$\text{в) } \int_0^1 x e^{2x} dx.$$

7. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння:

$$\text{а) } y' = x\sqrt{1-y^2}; \quad \text{б) } y'' = 3^x + x^3.$$

8. Розв'язати задачі Коші:

$$\text{а) } y' + \frac{y}{x} = 3x - 1; \quad y(-1) = 1;$$

$$\text{б) } y'' - 8y' - 9y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -2.$$

Рівень 2.

1. Обчислити границі функцій:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^3 + 8}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + x^2 + 3}{x^4 + 9x^3 - x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin 3x}{e^{2x} - 1}.$$

2. Обчислити похідні функцій:

$$\text{а) } y = \frac{x^3}{\arccos x} - 7^x \cdot \operatorname{tg} x + \frac{2}{\sqrt{x}} - \sqrt{3};$$

$$\text{б) } y = \ln \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}; \quad \text{в) } y = (x^2 - 3x + 1)^{\lg x}.$$

3. Для функції $y = x^4 - 2x^2 - 1$ знайти: а) локальні екстремуми та проміжки монотонності; б) найбільше та найменше значення на сегменті $[0; 3]$; в) проміжки опуклості та угнутості графіка функції та точки перетину; г) рівняння дотичної і нормалі в точці з абсцисою $x_0 = 0,5$.

4. Дослідити на екстремум функцію двох змінних:

$$z(x, y) = x^3 + y^2 - 3x + 4y + 5.$$

5. Знайти невизначені інтеграли:

$$\text{а) } \int \frac{dx}{\sqrt{x}(x+2)}; \quad \text{б) } \int x \sin \frac{x}{2} dx; \quad \text{в) } \int \ln^3 x dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{x dx}{x^2 + 2x + 10}; \quad \text{д) } \int \frac{x^3 dx}{x^2 + 2x - 3}.$$

6. Зобразити фігуру, обмежену заданими лініями, та обчислити її площу:

$$\text{а) } y = 3x - x^2, \quad 5x - y - 8 = 0;$$

$$\text{б) } y = e^{-2x}, \quad x = 0, \quad y = 0.$$

7. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння:

$$\text{а) } xy' = y + 2\sqrt{xy}; \quad \text{б) } y'' = \frac{1 - \sqrt{x}}{x^2}.$$

8. Розв'язати задачі Коші:

$$\text{а) } y' + 2xy = x^3 e^{-x^2}, \quad y(0) = 1;$$

$$\text{б) } y'' + 6y' - 7y = 5x + 2, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 3.$$

Рівень 3.

1. Обчислити границі функцій та перевірити результат за правилом Лопітала:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x + 2}{5x^2 - x - 4}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\lg(x-2)}{\sin 6 - \sin 2x}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+1} \right)^{7-x^2}.$$

2. Дослідити функції на неперервність, визначити тип точок розриву та побудувати їх графіки:

$$\text{а) } y = \begin{cases} x^2, & x < 0 \\ \arcsin x, & 0 \leq x < 1; \\ 1-x, & x \geq 1 \end{cases} \quad \text{б) } y = 2^{\frac{1}{x-3}}.$$

3. Провести повне дослідження функції $y = \left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2$ і побудувати

її графік. Знайти та зобразити дотичну і нормаль у точці перегину графіка функції.

4. Для заданої функції $z = \ln(2x^3 + 3y^4)$ знайти градієнт та похідну за напрямом $\vec{a} = (-3; 4)$ в точці $M_0 = (1; -1)$. Обчислити коефіцієнти еластичності $E_z(x)$, $E_z(y)$ за кожним аргументом при $x = y = 1$. Зробити висновки.

5. Обчислити інтеграли:

$$\text{а) } \int \frac{x^2 dx}{x^6 - 9}; \quad \text{б) } \int x^2 \sin 2x dx; \quad \text{в) } \int \frac{x^4 dx}{x^3 - x^2 + 2x - 2};$$

$$\text{г) } \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx; \quad \text{д) } \int_0^2 \arctg \frac{x}{2} dx; \quad \text{е) } \int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 10}.$$

6. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння:

$$\text{а) } xy' - y - \sqrt{x^2 + y^2} = 0; \quad \text{б) } y'' = \frac{xe^{2x} - 2\sqrt{x} + 1}{x}.$$

7. Розв'язати задачі Коші:

$$\text{а) } y' + 2xy = x^3 e^{-x^2}, \quad y(0) = 1;$$

$$\text{б) } y'' + 6y' - 7y = 5x + 2, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 3.$$

8. Продуктивність праці робітника протягом зміни задано виробничою функцією $f(t) = \frac{2}{3t+4} + 5$.

Визначити:

а) обсяг продукції, виробленої за третю годину роботи;

б) скільки товару виготовляється за годину в середньому (зміна триває 8 годин).

Змістовий модуль 2. Лінійна алгебра та аналітична геометрія

Контрольна робота 2 за темами 8 – 11

Рівень 1.

1. Обчислити добуток матриць:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 & 0 \\ 3 & 5 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & -4 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}.$$

2. Розв'язати матричне рівняння:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}.$$

3. На векторах $\vec{a} = (3; 2; 1)$, $\vec{b} = (1; 0; -1)$ та $\vec{c} = (1; -2; 1)$ побудовано паралелепіпед. Обчислити площу його основи, яку утворюють вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ та обчислити об'єм паралелепіпеда.

4. Пряма l проходить через точку $A(5; 0)$ паралельно вектору $(1; -3)$. Знайти відстань від точки $B(-7; 4)$ до прямої l .

Рівень 2.

1. Розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь за формулами Крамера та методом оберненої матриці:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -2; \\ 5x_1 + 4x_2 - x_3 = 0; \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

2. За теоремою Кронекера – Капеллі дослідити систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 4; \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 6; \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 7. \end{cases}$$

Якщо вона сумісна, визначити кількість її загальних розв'язків, знайти один із них і відповідний йому базисний розв'язок. Указати, чи є цей базисний розв'язок опорним.

3. Довести, що вектори $\vec{p} = (0; 1; 2)$, $\vec{q} = (1; 0; 1)$, $\vec{r} = (-1; 2; 4)$ утворюють базис і знайти координати вектора $\vec{a} = (-2; 4; 7)$ в цьому базисі.

4. В трикутнику ABC знайти рівняння та довжину висоти CD , якщо відомі координати вершин $A(-1; -2)$, $B(2; 6)$ і $C(0; 3)$. Знайти кут між CD та медіаною, опущеною з вершини A .

5. Крива на площині задана загальним рівнянням:

$$x^2 + 9y^2 - 10x + 18y - 2 = 0.$$

Записати матрицю її квадратичної форми і за методом Лагранжа привести її до канонічного вигляду. Визначити тип кривої за її канонічним рівнянням і побудувати графік цієї кривої.

Рівень 3.

1. Знайти фундаментальний набір розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}.$$

2. Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} -4x_1 - 2x_2 - 9x_3 - 4x_4 - 17x_5 = -9 \\ 12x_1 + 6x_2 + 33x_3 + 24x_4 + 68x_5 = 21 \\ 16x_1 + 8x_2 + 42x_3 + 24x_4 + 82x_5 = 34 \\ 4x_1 + 2x_2 + 9x_3 + 8x_4 + 20x_5 = 5 \end{cases}.$$

3. Знайти власні значення і власні вектори матриці:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & -4 \\ 6 & 4 & -4 \end{pmatrix}.$$

4. Відносно базису $\vec{e}_1 = (1;0;0)$, $\vec{e}_2 = (0;1;0)$, $\vec{e}_3 = (0;0;1)$ задано чотири вектора: $\vec{f}_1 = (3;2;-4)$, $\vec{f}_2 = (4;1;-2)$, $\vec{f}_3 = (5;2;-3)$, $\vec{x} = (9;5;-8)$.

Довести, що $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ можна прийняти за новий базис.

Записати матрицю переходу від базису e_i до базису f_i , і навпаки, від базису f_i до базису e_i . Зробити перевірку.

Знайти координати вектора $\vec{x}$ за базисом f_i .

5. Задано рівняння площини π та прямої l у просторі:

$$\pi: 3x + y - 2z = 0; \quad l: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}.$$

Знайти: точку перетину прямої l та площини π ; кут між ними; відстані від точки $M(0;2;3)$ до прямої та площини.

6. За допомогою ортогонального перетворення звести до канонічного вигляду рівняння заданої кривої другого порядку, визначити тип цієї кривої, знайти її основні числові характеристики та побудувати її графік:

$$17x^2 + 12xy + 8y^2 - 80 = 0.$$

6. Теми лабораторних занять

Лабораторне заняття – це форма навчального заняття, за якої студент під керівництвом викладача особисто проводить імітаційні експерименти чи досліді з метою практичного підтвердження окремих теоретичних положень навчальної дисципліни. У ході лабораторних робіт студент набуває професійних компетенцій та практичних навичок роботи з комп'ютерним обладнанням відповідними програмними продуктами.

Лабораторні роботи виконуються у програмному середовищі *MatLab*. Завдяки великій кількості вбудованих функцій пакет прикладних програм *MatLab* надає користувачеві можливість виконувати розв'язання як наукових, так і інженерних задач практично з усіх галузей математики. У складі пакета також є потужні засоби для побудови графіків функцій та для створення анімаційних роликів.

За результатами виконання завдань на лабораторному занятті студент оформлює індивідуальний звіт та захищає його перед викладачем.

Перелік тем лабораторних занять за навчальною дисципліною та літературу з кожної теми подано в табл. 6.1.

Таблиця 6.1

Перелік тем лабораторних занять

Назви тем	Програмні питання	Кількість годин	Література
1	2	3	4
Змістовий модуль 1 Елементи математичного аналізу			
<i>Тема 1.</i> Елементи теорії границь	Ознайомлення з програмним середовищем <i>MatLab</i> . Розкриття різних типів невизначеностей. Дослідження функції на неперервність	1	Основна: [7]. Додаткова: [19 – 21]
<i>Тема 2.</i> Диференціальне числення функції однієї змінної	Обчислення похідних явних, неявних, параметрично заданих функцій однієї змінної. Проведення повного дослідження функції та побудова її графіка	1	Основна: [7]. Додаткова: [19 – 21]
<i>Тема 3.</i> Функції кількох змінних	Обчислення частинних похідних та градієнта функції двох змінних. Дослідження функції двох змінних на екстремум	1	Основна: [7]. Додаткова: [19 – 21]
<i>Тема 4.</i> Невизначений інтеграл та його властивості	Обчислення невизначених інтегралів від раціональних, ірраціональних, тригонометричних функцій	2	Основна: [7]. Додаткова: [19 – 21]
<i>Тема 5.</i> Визначений інтеграл та його застосування до геометричних та економічних задач	Обчислення визначених інтегралів за формулою Ньютона – Лейбніца. Обчислення за допомогою визначеного інтеграла площі плоских фігур та об'єму тіл обертання, розв'язання економічних задач, що зводяться до обчислення визначених інтегралів	2	Основна: [7]. Додаткова: [19 – 21]

1	2	3	4
Тема 6. Диференціальні рівняння та їх використання в економіці	Інтегрування диференціальних рівнянь, розв'язання задачі Коші. Побудова математичних моделей економічних задач за допомогою диференціальних рівнянь та їх розв'язання	2	Основна: [11]. Додаткова: [30; 19 – 21]
Змістовий модуль 2 Лінійна алгебра та аналітична геометрія			
Тема 8. Елементи теорії матриць і визначників	Виконання дій із матрицями та обчислення визначників за допомогою <i>MatLab</i>	2	Основна: [7]. Додаткова: [19 – 21]
Тема 9. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь	Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь за формулами Крамера, методами оберненої матриці, Жордана – Гаусса. Дослідження системи лінійних алгебраїчних рівнянь на сумісність	2	Основна: [7]. Додаткова: [19 – 21]
Тема 10. Елементи векторної алгебри	Розклад вектора за базисом. Дослідження та побудова графіків кривих 2-го порядку	2	Основна: [7]. Додаткова: [19 – 21]
Тема 11. Елементи аналітичної геометрії	Розв'язання основних задач аналітичної геометрії на площині та у просторі	1	Основна: [7]. Додаткова: [19 – 21]

7. Самостійна робота

7.1. Форми самостійної роботи

Самостійна робота студента (СРС) – це форма організації навчального процесу, за якої заплановані завдання студенти виконують самостійно під методичним керівництвом викладача.

Мета СРС – засвоєння в повному обсязі навчальної програми та формування у студентів загальних і професійних компетентностей, які відіграють суттєву роль у становленні майбутнього фахівця вищого рівня кваліфікації.

Навчальний час, відведений для самостійної роботи студентів денної форми навчання, визначається навчальним планом і становить 55 % (82 години) від загального обсягу навчального часу на вивчення дисципліни.

Для студентів заочної форми навчання цей час складає 80 % (148 годин) від загального обсягу навчального часу на вивчення дисципліни.

У ході самостійної роботи студент має перетворитися на активного учасника навчального процесу, навчитися свідомо ставитися до оволодіння теоретичними і практичними знаннями, вільно орієнтуватися в інформаційному просторі, нести індивідуальну відповідальність за якість власної професійної підготовки.

СРС містить:

- опрацювання лекційного матеріалу (лекція як форма навчання забезпечує передачу теоретичних знань, а також їх застосування для виконання практичних розрахунків);

- опрацювання та вивчення рекомендованої літератури, основних термінів та понять за темами навчальної дисципліни; підготовку до практичних та лабораторних занять;

- підготовку до захисту лабораторних робіт; поглиблене опрацювання окремих лекційних тем або питань;

- виконання домашніх практичних завдань;

- підбір та огляд літературних джерел на задану проблематику дисципліни;

- контрольну перевірку студентами особистих знань за запитаннями для самодіагностики;

- виконання самостійної контрольної роботи;

- вирішення розрахункових компетентнісно-орієнтованих завдань за змістовими модулями;

- виконання самостійної творчої роботи;

- підготовку до контрольних робіт та інших форм поточного контролю;
- підготовку до модульного контролю (колоквіуму);

- систематизацію вивченого матеріалу з метою підготовки до семестрового іспиту.

Необхідним елементом успішного засвоєння матеріалу навчальної дисципліни є самостійна робота студентів зі спеціальною літературою як математичного, так і економічного спрямування.

Основні види завдань та контролю самостійної роботи, які запропоновані студентам для засвоєння теоретичних знань за темами навчальної дисципліни, наведені в табл. 7.1.

Таблиця 7.1

Завдання для самостійної роботи студентів та форми її контролю

Назва теми	Зміст самостійної роботи студентів	Кількість годин	Форми контролю СРС	Література
1	2	3	4	5
Змістовий модуль 1				
Елементи математичного аналізу				
<i>Тема 1. Границі функцій та неперервність</i>	Вивчення лекційного матеріалу. Підготовка до практичного заняття та лабораторної роботи. Виконання домашніх завдань та самостійної роботи. Самостійне опанування питань: 1) операції над множинами; 2) класифікація функцій; 3) властивості основних елементарних функцій та їх графіки; 3) друга визначна границя та її наслідки у вигляді таблиці еквівалентних; 4) порівняння нескінченно малих та їх застосування до обчислення границь; 5) класифікація точок розриву; 6) застосування границь функцій в економічних розрахунках	4	Домашнє завдання	Основна: [2; 4 – 7]. Додаткова: [8; 10; 11; 14; 15; 18]
<i>Тема 2. Диференціальне числення функції однієї змінної</i>	Вивчення лекційного матеріалу, підготовка до практичного заняття та лабораторної роботи. Виконання домашніх завдань та самостійної роботи. Самостійне вивчення питань: 1) повне дослідження функцій методами диференціального числення, побудова їх графіків;	4	Домашнє завдання	Основна: [2; 4 – 7]. Додаткова: [8; 10; 11; 14; 15; 18]

1	2	3	4	5
	2) правило Лопітала розкриття невизначеностей; 3) знаходження найбільшого і найменшого значення функції на сегменті; 4) використання диференціала в наближених обчисленнях; 5) застосування похідної до розв'язання економічних задач			
Тема 3. Аналіз функцій багатьох змінних	Вивчення лекційного матеріалу. Підготовка до практичного заняття та лабораторної роботи. Самостійне вивчення питань: 1) умовний екстремум функції двох змінних, його відшукування шляхом зведення до функції однієї змінної та методом множників Лагранжа; 2) застосування функцій багатьох змінних до моделювання та дослідження економічних задач. Виконання домашніх практичних завдань та самостійної контрольної роботи. Підготовка до контрольної роботи. Підготовка до захисту лабораторних робіт	4	Домашнє завдання. Самостійна контрольна робота за темами 1 – 3. Письмова контрольна робота за темами 1 – 3	Основна: [2; 4 – 7]. Додаткова: [8; 10; 11; 14; 15; 18]
Тема 4. Невизначений інтеграл	Вивчення лекційного матеріалу. Підготовка до практичного заняття та лабораторної роботи. Самостійне вивчення питань: 1) інтегрування раціональних дробів за загальною схемою; 2) інтегрування деяких класів ірраціональних та тригонометричних функцій шляхом раціоналізації; 3) застосування невизначеного інтеграла в задачах економічного змісту.	8	Домашнє завдання	Основна: [2; 4 – 7]. Додаткова: [8; 10; 11; 14; 15; 18]

1	2	3	4	5
	Виконання домашніх практичних завдань та самостійної контрольної роботи			
Тема 5. Визначений інтеграл та його застосування	Вивчення лекційного матеріалу. Підготовка до практичного заняття та лабораторної роботи. Самостійне вивчення питань: 1) наближене обчислення визначеного інтеграла; 2) геометричні застосування визначеного інтеграла: площа фігури, об'єм тіла обертання, площа поверхні, довжина дуги; 3) застосування визначеного інтеграла в економічних розрахунках. Виконання домашніх завдань та самостійної роботи. Підготовка до захисту лабораторних робіт	6	Домашнє завдання	Основна: [2; 4–7]. Додаткова: [8; 10; 11; 14; 15; 18]
Тема 6. Диференціальні рівняння	Вивчення лекційного матеріалу, підготовка до практичного заняття та лабораторної роботи. Самостійне вивчення питань: 1) однорідні диференціальні рівняння 1-го порядку; 2) рівняння, що допускають зниження порядку; 3) лінійні неоднорідні диференціальні рівняння 2-го порядку із сталими коефіцієнтами та правою частиною спеціального вигляду; 4) застосування диференціальних рівнянь до побудови економічних моделей. Виконання домашніх завдань та самостійної роботи. Підготовка до колоквіуму	10	Домашнє завдання	Основна: [2; 4 – 7]. Додаткова: [8; 10; 11; 14; 15; 18]

1	2	3	4	5
Тема 7. Ряди	Вивчення лекційного матеріалу, підготовка до практичного заняття та захисту лабораторних робіт. Самостійне вивчення питань: 1) ознаки збіжності рядів з додатними членами; 2) розкладання основних функцій в степеневі ряди; 3) використання степеневих рядів в наближених обчисленнях. Виконання домашніх завдань та самостійної роботи	4	Домашнє завдання. Компетентнісно-орієнтоване завдання. Самостійна контрольна робота за темами 4 – 7. Колоквіум за темами 1 – 7	Основна: [2; 4 – 7]. Додаткова: [8; 10; 11; 14; 15; 18]
Усього за змістовим модулем 1		40		
Змістовий модуль 2 Лінійна алгебра та аналітична геометрія				
Тема 8. Елементи теорії матриць і визначників	Вивчення лекційного матеріалу. Підготовка до практичного заняття та лабораторної роботи. Самостійне вивчення питань: 1) властивості визначників; 2) властивості операцій над матрицями; 3) елементарні перетворення матриць; ранг матриці, методи його відшукування; 4) застосування матриць до економічних задач. Виконання домашніх завдань та самостійної роботи	8	Домашнє завдання	Основна: [2; 4 – 7]. Додаткова: [8; 10; 11; 14; 15; 18]
Тема 9. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь	Вивчення лекційного матеріалу. Підготовка до практичних занять та лабораторних робіт. Самостійне вивчення питань: 1) методи Крамера та оберненої матриці розв'язання СЛАР;	8	Домашнє завдання. Письмова контрольна робота за темами 8 – 9	Основна: [2; 4 – 7]. Додаткова: [8; 10; 11; 14; 15; 18]

1	2	3	4	5
	2) розв'язання невизначених (прямокутних) систем; 3) однорідні системи; 4) застосування систем лінійних алгебраїчних рівнянь до задач економічного характеру. Виконання домашніх завдань та самостійної контрольної роботи. Підготовка до письмової контрольної роботи			
Тема 10. Елементи векторної алгебри	Вивчення лекційного матеріалу. Підготовка до практичного заняття. Підготовка до захисту лабораторних робіт. Самостійне вивчення питань: 1) геометричний зміст основних операцій з векторами; 2) знаходження власних значень та власних векторів квадратних матриць; 3) застосування квадратичних форм. Виконання домашніх завдань та самостійної контрольної роботи	8	Домашнє завдання. Компетентнісно-орієнтоване завдання	Основна: [2; 4 – 7]. Додаткова: [8; 10; 11; 14; 15; 18]
Тема 11. Елементи аналітичної геометрії	Вивчення лекційного матеріалу. Підготовка до практичного заняття та захисту лабораторних робіт. Самостійне вивчення питань: 1) взаємне розташування прямих на площині; 2) зведення кривої другого порядку до канонічного вигляду за допомогою методу ортогонального перетворення; 3) взаємне розташування прямих та площин у просторі;	8	Самостійна контрольна робота за темами 8 – 11. Колоквіум за темами 8 – 11. Самостійна творча робота	Основна: [2; 4 – 7]. Додаткова: [8; 10; 11; 14; 15; 18]

1	2	3	4	5
	4) застосування інструментарію аналітичної геометрії до економічних задач. Підготовка до колоквіуму. Підготовка до презентації самостійної творчої роботи			
Усього за змістовим модулем 2		32		
	<i>Підготовка до екзамену</i>	10	Екзамен	Основна: [2; 4 – 7]. Додаткова: [8; 10; 11; 14; 15; 18]
Усього за модулями		82	–	–

План-графік виконання самостійної роботи наведено в табл. 7.2.

Таблиця 7.2

План-графік виконання самостійної роботи

Назви тем	Види завдань	Тривалість виконання (години)	Порядковий номер навчального тижня, відведеного для:		
			виконання	звіту	оцінювання*
1	2	3	4	5	6
Змістовий модуль 1					
Елементи математичного аналізу					
<i>Тема 1. Границі функцій та неперервність</i>	Підготувати відповіді на контрольні запитання для самодіагностики за темою. Виконати домашнє практичне завдання. Виконати завдання самостійної контрольної роботи за темою	4	1	3	3

1	2	3	4	5	6
Тема 2. Диференціальне числення функції однієї змінної	Підготувати відповіді на контрольні запитання для самодіагностики за темою. Виконати домашнє практичне завдання. Виконати завдання самостійної контрольної роботи за темою	4	2	3	3
Тема 3. Аналіз функцій багатьох змінних	Підготувати відповіді на контрольні запитання для самодіагностики за темою. Виконати домашнє практичне завдання. Виконати завдання самостійної контрольної роботи за темою	4	3	5	5
Тема 4. Невизначений інтеграл	Підготувати відповіді на контрольні запитання для самодіагностики за темою. Підготуватися до письмової контрольної роботи за темами 1 – 3. Виконати домашнє практичне завдання. Виконати завдання самостійної контрольної роботи за темою	8	4 – 5	5	5
Тема 5. Визначений інтеграл та його застосування	Підготувати відповіді на контрольні запитання для самодіагностики за темою. Виконати домашнє практичне завдання. Виконати завдання самостійної контрольної роботи за темою	6	6	7	7
Тема 6. Диференціальні рівняння	Підготувати відповіді на контрольні запитання для самодіагностики за темою. Виконати домашнє практичне завдання. Виконати завдання самостійної контрольної роботи за темою.	10	7 – 8	9	8; 9

1	2	3	4	5	6
	Підготуватися до письмової контрольної роботи за темами 4 – 6. Підготуватися до колоквиуму за темами 1 – 6				
<i>Тема 7. Ряди</i>	Підготувати відповіді на контрольні запитання для самодіагностики за темою. Виконати домашнє практичне завдання, завдання самостійної контрольної роботи за темою	4	9	11	11
Змістовий модуль 2					
Лінійна алгебра та аналітична геометрія					
<i>Тема 8. Елементи теорії матриць і визначників</i>	Підготувати відповіді на контрольні запитання для самодіагностики за темою. Виконати домашнє практичне завдання. Виконати завдання самостійної контрольної роботи за темою	8	10	11	12; 15
<i>Тема 9. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь</i>	Підготувати відповіді на запитання для самодіагностики за темою. Виконати домашнє практичне завдання. Виконати завдання самостійної контрольної роботи за темою	8	11 – 12	12	13; 15
<i>Тема 10. Елементи векторної алгебри</i>	Підготувати відповіді на контрольні запитання для самодіагностики за темою. Виконати домашнє практичне завдання. Виконати завдання самостійної контрольної роботи за темою.	8	13 – 14	14	15
<i>Тема 10. Елементи аналітичної геометрії</i>	Підготувати відповіді на контрольні запитання для самодіагностики за темою. Виконати домашнє практичне завдання. Виконати завдання самостійної контрольної роботи за темою.	8	15 – 16	16	16

1	2	3	4	5	6
	Підготуватися до письмової контрольної роботи за темами 8 –11. Підготувати презентацію самостійної творчої роботи. Підготуватися до колоквиуму за темами 8 – 11				
Екзамен		10	17 – 20	19 – 20	18 – 20
Загальна тривалість самостійної роботи		82	–	–	–

* *Примітка.* Після закінчення цього терміну студент отримує відповідну оцінку або визначається час на доопрацювання завдання.

7.2. Приклади практичних домашніх завдань для самостійної роботи

Змістовий модуль 1. Елементи математичного аналізу

Тема 1. Границі функції та неперервність

1. Обчислити границі послідовностей:

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2 + 2)^2 - (n^2 - 1)^2}{(n + 2)(n + 5)}; \quad \text{б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 5^n}{2^n - 5^n}.$$

2. Обчислити границі функцій:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - x - 3}{x^2 - 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{2x^3 - 6x - 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 4x^2 - 2x}{5x^4 - x^3 + 1}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \operatorname{tg}^2 x}{\cos 2x - 1}.$$

3. Дослідити на неперервність функції:

$$\text{а) } y = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^2 - 2x + 1};$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} -3x, & x < 0 \\ e^x - 1, & 0 \leq x < 1; \\ x - 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{в) } y = \frac{x + 6}{x^2 - 4}.$$

Тема 2. Диференціальне числення функції однієї змінної

1. Обчислити похідні заданих функцій:

$$\text{а) } y = x \sin x - \frac{\lg x}{x+1} + 2e;$$

$$\text{б) } y = \ln \cos^2 x;$$

$$\text{в) } y = \arcsin \sqrt{\frac{x}{x+1}} + \operatorname{arctg} \sqrt{x};$$

$$\text{г) } y = (x^2 + 3x - 4)^{\operatorname{tg} x};$$

$$\text{д) } y^2 - \ln x = x^2 \ln y;$$

$$\text{е) } x = \log_2 t; \quad y = te^t.$$

2. Обчислити границі за допомогою правила Лопіталя:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x - x \cos x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log_4 x}{x^3 - 1}.$$

3. Написати рівняння дотичної і нормалі до графіка функції

$$y = \frac{x}{x^2 + 1} \text{ в точці } x_0 = 0.$$

4. Знайти інтервали монотонності та локальні екстремуми функції

$$y = x + 2\sqrt{x}.$$

5. Знайти інтервали опуклості (угнутості) та точки перегину графіка функції $y = x^7 + 7x + 1$.

Тема 3. Аналіз функцій багатьох змінних

1. Для заданих функцій знайти частинні похідні 1-го порядку:

а) $z(x, y) = y^7 \sin x + e^x - 5y + \sqrt{2}$; б) $z(x, y) = y^{\ln x}$;

в) $z(x, y) = \operatorname{ctg}(2x + 3y)$; г) $u(x, y, z) = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right) + xz^2$.

2. Обчислити градієнт та похідну за напрямом $\vec{a} = (-1; 2; 2)$ у точці $M = \left(4; \frac{1}{2}; 1\right)$ для функції $u(x, y, z) = 3x^3y + \sqrt{xz}$.

3. Дослідити на екстремум функцію $z(x, y) = 9x^2 + 2y^2 - 12y + 5$.

Тема 4. Невизначений інтеграл

Обчислити невизначені інтеграли:

а) $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x^3}} + 2 \sin x \right) dx$; б) $\int \left(\frac{2}{x^6} - \frac{1}{4 + x^2} \right) dx$;

в) $\int \sqrt{3x + 7} dx$; г) $\int (5x + 1)^5 dx$;

д) $\int \sin 3x \cdot \cos 2x dx$; е) $\int \frac{x^2 dx}{4x^2 - 9}$.

з) $\int \sin x (4 + \cos x)^7 dx$; и) $\int \frac{e^x dx}{e^{2x} + 1}$;

к) $\int \frac{dx}{\sqrt{(1 - x^2) \arccos x}}$; л) $\int x^2 e^{-3x} dx$;

м) $\int (2x - 3) \ln x dx$; н) $\int x^2 \operatorname{arctg} x dx$.

Тема 5. Визначений інтеграл та його застосування

1. Обчислити визначені інтеграли:

а) $\int_1^8 (1 - 7\sqrt[3]{x}) dx;$

б) $\int_{-1}^0 \left(2x - \frac{1}{9-x^2} \right) dx;$

в) $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x}+1};$

г) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x dx}{\cos^2 x - 9};$

д) $\int_1^3 \log_3 x dx;$

е) $\int_{-1}^0 (1-x) \sin \pi x dx.$

2. Обчислити невластні інтеграли або довести їх розбіжність:

а) $\int_{-\infty}^{-1} \frac{dx}{(x-2)^2};$

б) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5};$

в) $\int_0^2 \frac{dx}{x-1}.$

3. Знайти площу фігури, обмеженої заданими лініями:

а) $y = \sqrt{x}, y = 2, x = 0;$ б) $y = 8x, y = x^4.$

Тема 6. Диференціальні рівняння

1. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння 1-го порядку:

а) $y' = e^{2x-y};$

б) $xy' = y + x \sin^2 \frac{y}{x};$

в) $y' + y \operatorname{ctg} x = \sin x.$

2. Розв'язати задачу Коші:

а) $y' = 2^x \sin^2 y, \quad y(1) = \frac{\pi}{4};$ б) $y' - \frac{y}{x} = 3 - \sqrt{x}, \quad y(0) = -1.$

3. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння 2-го порядку:

а) $y'' = e^{-x} + 6x$;

б) $y'' - 12y' + 36y = 0$;

в) $y'' - 4y' + 8y = 0$.

4. Розв'язати задачу Коші: $y'' + 8y' = -e^{3x}$, $y(0) = 3$, $y'(0) = -2$.

Тема 7. Ряди

1. Довести збіжність чи розбіжність рядів:

а) $\frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{(2n+1)!} + \dots$

б) $\frac{1}{2 \ln 2} + \frac{1}{3 \ln 3} + \dots + \frac{1}{n \ln n} + \dots$

в) $1 + \frac{2}{3} + \dots + \frac{n}{2n-1} + \dots$

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$.

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n$.

2. Розкласти функцію $y = \ln x$ у ряд Тейлора в околі точки $x = 1$ (при $x_0 = 1$).

3. Розкласти функцію $y = e^x \sin x$ у ряд Маклорена.

4. Знайти інтервали збіжності степеневих рядів:

а) $x - \frac{x^2}{2} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} + \dots$

б) $1 + 3x + \dots + (n-1)3^{n-1}x^{n-1} + \dots$

$$в) \frac{x}{1 \cdot 2} + \frac{x^2}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{x^n}{n \cdot (n+1)} + \dots$$

5. Розкласти в ряд Фур'є функцію $f(x) = x$ на відріжку $[0, \pi]$ в ряд по синусам.

Змістовий модуль 2. Лінійна алгебра та аналітична геометрія

Тема 8. Елементи теорії матриць і визначників

1. Обчислити значення виразу $3A^3 - 2A + 5E$, де

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Обчислити визначник
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 6 & 0 \end{vmatrix}.$$

3. При яких значеннях параметра λ матриця A не має оберненої:

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 4 & 1 \\ 2 & 5 & -1 \\ 0 & \lambda & 1 \end{pmatrix}.$$

4. За допомогою елементарних перетворень знайти матрицю, обернену до матриці:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{pmatrix}.$$

5. Знайти ранг та базисний мінор матриці:
$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & -3 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}.$$

Тема 9. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь

1. Розв'язати систему за допомогою методу Крамера та оберненої матриці:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5 \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10 \end{cases}$$

Виконати перевірку.

2. Розв'язати матричне рівняння:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ -2 & 15 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Дослідити сумісність, знайти загальний розв'язок системи рівнянь та один частинний розв'язок.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = -2 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 23 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 12 \end{cases}.$$

4. Знайти фундаментальну систему розв'язків та загальний розв'язок однорідної СЛАР.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ -x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \end{cases}.$$

Тема 10. Елементи векторної алгебри

1. Кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$ дорівнює 120° , а їх модулі $|\vec{a}| = 3$ і $|\vec{b}| = 4$.

Обчислити $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $(\vec{a} - \vec{b})^2$.

2. При якому значенні λ вектори $\vec{a} + \lambda \vec{b}$ і $\vec{c}$ колінеарні, якщо

$$\vec{a} = (2; 3), \quad \vec{b} = (3; 5), \quad \vec{c} = (-1; 3).$$

3. Чи є компланарними вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$?

$$\vec{a} = (2; 3; 1), \quad \vec{b} = (-1; 0; -1), \quad \vec{c} = (2; 2; 2).$$

4. Перевірити, що вектори $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ утворюють

базис, та знайти координати вектора $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ у цьому базисі.

5. З'ясувати, буде система векторів лінійно залежною чи незалежною:

$$\vec{a}_1 = (4; -5; 2; 6), \quad \vec{a}_2 = (2; -2; 1; 3), \quad \vec{a}_3 = (6; -3; 3; 9), \quad \vec{a}_4 = (4; -1; 5; 6).$$

6. Знайти власні вектори та власні значення матриць

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 10 & -2 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } B = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix};$$

7. Встановити визначеність квадратичної форми:

$$x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 6x_2x_3.$$

Тема 11. Елементи аналітичної геометрії

1. Знайти відстань від точки $B(8;-1)$ до прямої l , якщо l проходить через точку $A(1;-9)$:

- а) паралельно вектору $(-3;0)$;
- б) перпендикулярно вектору $\vec{N}(-2;5)$;
- в) під кутом 45° до вісі OX .

2. Скласти рівняння прямої, що проходить через точку перетину прямих $l_1: 3x + 2y - 4 = 0$ і $l_2: 5x + 6y - 12 = 0$ та паралельно вісі абсцис.

3. У трикутнику ABC з координатами вершин $A(1;4)$, $B(-3;7)$, $C(1;-2)$ знайти рівняння та довжини:

- а) медіани CD ;
- б) висоти BE ;
- в) бісектриси AF ;
- г) середньої лінії трикутника, що паралельна AB .

4. Знайти кут між прямою $3x - 2y + 1 = 0$ та прямою l , якщо:

- а) l проходить через точку $A(-1;-2)$ під кутом 45° до вісі абсцис;
- б) l відсікає відрізки $a = 2$ и $b = 3$ на OX та OY відповідно.

5. Встановити тип кривої 2-го порядку та звести її рівняння до канонічного виду:

- а) $y^2 + 2x - 3y + 4 = 0$;
- б) $2x^2 - 3y^2 - 6x + 9y - 2 = 0$;
- в) $2x^2 - 126x - y + 14 = 0$;
- г) $4x^2 + 3y^2 - 8x + 12y - 32 = 0$.

6. За допомогою ортогонального перетворення звести до канонічного вигляду рівняння кривої:

$$7x^2 + 16xy - 23y^2 - 14x - 16y - 218 = 0.$$

7. Задано рівняння прямої, рівняння площини та точку у просторі:

$$l: \frac{x-4}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}; \quad \pi: x - y + 5z + 2 = 0; \quad M(0;2;1).$$

Знайти:

- а) рівняння площини, що проходить через M паралельно площині π ;
- б) рівняння площини, що проходить через M перпендикулярно l ;
- в) рівняння прямої, що проходить через M перпендикулярно площині π ;
- г) рівняння прямої, що проходить через M паралельно l ;
- д) точку перетину l та π ;
- е) кут між l та π ;
- є) відстань від точки M до прямої l ;
- ж) відстань від точки M до площини π .

7.3. Контрольні запитання для самодіагностики

Змістовий модуль 1. Елементи математичного аналізу

Тема 1. Границі функцій та неперервність

1. Наведіть означення функції. Що називається її областю визначення, областю значень?
2. Які способи задання функцій ви знаєте? Наведіть приклади.
3. Які функції називаються елементарними? Наведіть їх класифікацію.
4. Що називається числовою послідовністю? Які способи задання послідовностей вам відомі? Наведіть приклади.
5. Наведіть означення границі послідовності та границі функції в точці.
6. Визначте границю функції на нескінченності. Наведіть приклади.
7. Сформулюйте означення односторонніх границь функції в точці. Як вони пов'язані із границею?
8. Який геометричний зміст границі послідовності та границі функції в точці?
9. Сформулюйте властивості границь послідовностей і функцій. Наведіть приклади їх застосування в процесі практичного обчислення границь.
10. Які функції називаються нескінченно малими (великими) при $x \rightarrow x_0$?
11. Які властивості нескінченно малих (великих) ви знаєте? Наведіть приклади їх застосування.
12. Які типи невизначенностей ви знаєте?

13. Які методи і в яких випадках застосовують для розкриття невизначеності типу $\left| \frac{0}{0} \right|$?

14. Наведіть способи розкриття невизначеності типу $\left| \frac{\infty}{\infty} \right|$, яка задана відношенням двох поліномів.

15. Сформулюйте першу чудову границю. Яку невизначеність вона розкриває?

16. Наведіть наслідки першої чудової границі та приклади їх використання.

17. Які функції називаються еквівалентними при $x \rightarrow x_0$?

18. Сформулюйте теорему про використання еквівалентних функцій при обчисленні границь функцій та наведіть приклади її застосування.

19. Сформулюйте другу чудову границю. Яку невизначеність вона розкриває?

20. Наведіть наслідки другої чудової границі та приклади їх використання.

21. Яка функція називається неперервною (розривною) в точці?

22. Наведіть означення неперервної функції в точці в термінах односторонніх границь.

23. Як визначається неперервність функції на проміжку?

24. Сформулюйте теорему про неперервність елементарних функцій.

25. Що ви знаєте про функції, неперервні на сегменті? Сформулюйте відповідні теореми та наведіть їх геометричну інтерпретацію.

26. Які типи точок розриву ви знаєте? Як встановити тип розриву?

27. Які точки можуть бути точками розриву, якщо функція задана однією формулою?

28. Які точки можуть бути точками розриву, якщо функція задана кількома формулами?

Тема 2. Диференціальне числення функції однієї змінної

1. Наведіть означення похідної функції, диференційованості функції в точці та на інтервалі.

2. Який зв'язок між неперервністю та диференційованістю функції в точці?

3. У чому полягає геометричний та економічний зміст похідної?
4. Наведіть рівняння дотичної і нормалі графіка функції в заданій точці.
5. Наведіть приклади відшукування похідної функції за означенням.
6. Сформулюйте правила диференціювання суми, добутку, частки двох функцій.
7. Яка функція називається складною? Як обчислити її похідну? Наведіть приклад.
8. Що називають логарифмічним диференціюванням? У яких випадках воно застосовується? Наведіть приклади.
9. Яка функція називається неявною? Як обчислити її похідну? Наведіть приклад.
10. Яка функція називається параметрично заданою? Як обчислити її похідну? Наведіть приклад.
11. Що називається диференціалом функції? Як його обчислити? Який геометричний зміст диференціала?
12. Як застосовується диференціал функції однієї змінної у наближених обчисленнях?
13. Наведіть означення похідних та диференціалів вищих порядків. Наведіть приклади їх відшукування.
14. Сформулюйте теореми Ферма, Ролля, Коші та Лагранжа. У чому полягає їх геометричний зміст?
15. Наведіть формулу Тейлора. Для чого вона застосовується?
16. Для чого і в яких випадках застосовується правило Лопіталя? Сформулюйте відповідні теореми.
17. Наведіть загальну схему дослідження функції методами диференціального числення. На якому етапі застосовується теорія границь? Для чого використовуються перша та друга похідні функції?
18. Що називається асимптотою графіка функції? Які типи асимптот ви знаєте? Як знайти асимптоти графіка функції?
19. Які функції називають монотонними? Сформулюйте необхідну і достатню умову монотонності функції на проміжку.
20. Що називається локальним екстремумом функції? Наведіть необхідну і достатні умови екстремуму функції, а також схему дослідження функції на екстремум.
21. Коли графік функції є опуклим (угнутим) на заданому інтервалі?
22. Як дослідити функцію на опуклість (угнутість) її графіка? Сформулюйте відповідні теореми.

23. Що таке точка перегину графіка функції? Як її знайти? Сформулюйте необхідну і достатню умову точки перегину графіка функції.
24. Як застосовується похідна в економіці?
25. Що таке граничний (маргінальний) аналіз?
26. Що характеризує еластичність економічних показників?

Тема 3. Аналіз функцій багатьох змінних

1. Наведіть означення функції двох (трьох) змінних. Що є областю визначення цієї функції?
2. У чому полягає геометрична інтерпретація функції двох змінних, її областей визначення та значень?
3. Сформулюйте означення границі функції двох змінних. Яка функція називається неперервною в точці?
4. Сформулюйте означення частинних похідних для функцій двох і трьох змінних. Який їх геометричний зміст? Як вони можуть позначатись?
5. Яка функція двох змінних називається диференційованою? Сформулюйте необхідні, а також достатню умови диференційованості функції в точці.
6. Наведіть означення похідної функції за заданим напрямком та градієнту функції двох (трьох) змінних у точці. Який між ними зв'язок?
7. У чому полягає геометричний зміст похідної за напрямом?
8. Який напрям визначає градієнт (антиградієнт) функції?
9. Що називається лінією рівня функції двох змінних? Як вона пов'язана із градієнтом? У яких економічних задачах і як вони використовуються?
10. Наведіть означення повного диференціала 1-го порядку. Як він застосовується в наближених обчисленнях?
11. Як визначаються та обчислюються на практиці частинні похідні та диференціали вищих порядків? Наведіть приклади.
12. Що відомо про мішані частинні похідні? Сформулюйте теорему та наведіть приклади.
13. Скільки частинних похідних другого порядку має функція двох (трьох) змінних?
14. Що таке гессіан? У яких задачах він використовується?
15. Наведіть означення локального екстремуму функції двох змінних. Сформулюйте необхідну та достатню умови екстремуму.
16. Як знайти найбільше і найменше значення функції двох змінних у замкненій області?

17. Що називається умовним екстремумом? Які методи його відшукування вам відомі?

18. Як функції кількох змінних використовуються в економічних задачах? Наведіть приклади цих функцій.

19. Які функції називаються виробничими? Запишіть виробничу функцію Кобба – Дугласа і наведіть зміст її параметрів.

20. Що таке еластичність функції? Як визначаються частинні коефіцієнти еластичності функції в точці?

21. Як за експериментальними даними обрати вигляд функціональної залежності між величинами?

22. На чому базується метод найменших квадратів побудови емпіричних формул?

23. Наведіть формулу для побудови лінійної емпіричної залежності.

Тема 4. Невизначений інтеграл

1. Яка функція називається первісною для заданої? Чи однозначно вона визначається? Наведіть приклади.

2. Наведіть означення невизначеного інтеграла. Сформулюйте його основні властивості.

3. Запишіть таблицю основних невизначених інтегралів.

4. Яка операція складніше: диференціювання чи інтегрування? Обґрунтуйте відповідь.

5. Які методи інтегрування вам відомі?

6. У чому полягає метод безпосереднього інтегрування?

7. Чим відрізняються заміна змінної та підстановка? Наведіть приклади.

8. Наведіть формулу інтегрування частинами. У яких випадках вона застосовується?

9. Коли інтегрування частинами застосовується повторно?

10. Наведіть приклади інтегралів, до яких можна застосувати як метод заміни змінної, так і метод інтегрування частинами.

11. Наведіть приклади інтегралів, що "не беруться".

12. Які функції називаються раціональними? Наведіть приклади.

13. Який дріб називається правильним (неправильним)? Наведіть приклади.

14. Наведіть загальну схему інтегрування раціональних функцій.

15. Які типи ірраціональних та трансцендентних функцій ви вмієте інтегрувати?

16. Яка операція складніша: диференціювання (знаходження похідної) чи інтегрування (знаходження первісних)? Обґрунтуйте відповідь.

Тема 5. Визначений інтеграл та його застосування

1. Які задачі приводять до поняття визначеного інтеграла?
2. Який геометричний зміст визначеного інтеграла?
3. За яких умов існує визначений інтеграл від функції однієї змінної?
4. Наведіть основні властивості визначеного інтеграла.
5. Сформулюйте теорему про середнє. Як вона застосовується в економічних задачах?
6. Наведіть формулу Ньютона – Лейбніца та приклад її застосування.
7. У чому полягають особливості застосування методів заміни змінної та інтегрування частинами для обчислення визначеного інтеграла? Наведіть приклади.
8. Які типи невластивих інтегралів вам відомі?
9. Як називаються інтеграли з нескінченними межами інтегрування? Як називаються інтеграли від необмежених на даному відрізку функцій?
10. Якими способами можна встановити збіжність або розбіжність невластивого інтеграла? Наведіть приклади.
11. Які методи наближеного обчислення визначених інтегралів ви знаєте?
12. Який із наближених методів обчислення визначених інтегралів є найточнішим? За рахунок чого можна покращити точність наближеного обчислення?
13. Як пов'язані між собою крок розбиття відрізка та похибка при наближеному обчисленні визначеного інтеграла?
14. Які геометричні застосування визначеного інтеграла ви знаєте? Наведіть відповідні формули.
15. Наведіть приклади застосування визначених інтегралів в економічних розрахунках.
16. Наведіть інтеграл Ейлера – Пуассона. Яке його застосування вам відомо?

Тема 6. Диференціальні рівняння

1. Наведіть означення диференціального рівняння 1-го порядку. Скільки розв'язків воно має?
2. Яка різниця між загальним розв'язком і загальним інтегралом диференціального рівняння?

3. Як формулюється задача Коші для диференціального рівняння 1-го порядку? Що відомо про її розв'язок?
4. Як знайти частинний розв'язок, якщо відомий загальний розв'язок диференціального рівняння?
5. Що називається інтегруванням диференціального рівняння?
6. Що називається інтегральною кривою? Скільки інтегральних кривих проходить через фіксовану точку площини?
7. Як проінтегрувати диференціальне рівняння з відокремлюваними змінними? Наведіть приклад.
8. Сформулюйте означення та способи визначення розв'язку однорідного диференціального рівняння 1-го порядку. Наведіть приклади.
9. Як звести однорідне диференціальне рівняння першого порядку до рівняння з відокремлюваними змінними?
10. Які рівняння називаються лінійними диференціальними рівняннями 1-го порядку? Наведіть приклади. Які методи розв'язання лінійних диференціальних рівнянь 1-го порядку ви знаєте?
11. Яке диференціальне рівняння називається рівнянням у диференціалах? Які його властивості вам відомі? Наведіть приклади.
12. Наведіть означення диференціального рівняння 2-го порядку. Як для нього формулюється задача Коші?
13. Що є загальним розв'язком диференціального рівняння 2-го порядку?
14. Які види диференціальних рівнянь 2-го порядку допускають зниження порядку? Наведіть способи їх розв'язання залежно від типу.
15. Які рівняння називаються лінійними диференціальними рівняннями 2-го порядку?
16. Яка структура загального розв'язку лінійного диференціального рівняння 2-го порядку?
17. Як скласти характеристичне рівняння для однорідного лінійного диференціального рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами?
18. Як залежить вигляд загального розв'язку однорідного лінійного диференціального рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами від коренів його характеристичного рівняння?
19. Яка структура розв'язку неоднорідного лінійного диференціального рівняння 2-го порядку?
20. Які функції називаються правими частинами спеціального вигляду?

21. Який метод використовується для знаходження частинного розв'язку неоднорідного лінійного диференціального рівняння 2-го порядку із спеціальною правою частиною?

22. Що називається системою двох диференціальних рівнянь 1-го порядку? Сформулюйте задачу Коші для неї.

23. Які методи розв'язання системи двох лінійних диференціальних рівнянь 1-го порядку із сталими коефіцієнтами вам відомі?

24. Що називається різницеvim рівнянням? Як різницеvi рівняння застосовуються в економіці?

25. Наведіть приклади застосування диференціальних рівнянь для побудови економічних моделей.

Тема 7. Ряди

1. Розкрийте зміст поняття "числовий ряд". Охарактеризуйте властивості числових рядів.

2. У чому полягає необхідна ознака збіжності числового ряду?

3. Наведіть відомі вам еталонні ряди.

4. Що означає поняття "знакододатні ряди"? Наведіть достатні ознаки збіжності знакододатних рядів.

5. У чому полягає сутність ознаки порівняння?

6. Охарактеризуйте ознаку Даламбера, радикальну ознаку Коші, інтегральну ознаку Коші – Маклорена.

7. Наведіть приклади загальних членів ряду до кожної достатньої ознаки.

8. Що означає поняття "знакозмінний ряд"?

9. Розкрийте зміст ознаки Лейбніца.

10. Розкрийте зміст абсолютної і умовної збіжності ряду.

11. Наведіть приклади абсолютно збіжних рядів.

12. Наведіть приклади умовно збіжних рядів.

13. Визначте поняття "степеневий ряд".

14. Розкрийте зміст теореми Абеля.

15. Охарактеризуйте ознаку Даламбера та принцип її використання при визначенні області збіжності степеневого ряду.

16. Як дослідити степеневий ряд на межі області збіжності?

17. Якими є особливості розкладу в ряд Маклорена основних елементарних функцій?

18. У чому полягає сутність необхідної і достатньої умови розкладу функції в ряд Тейлора?

19. Як використовуються степеневі ряди у обчисленні наближених значень функції, визначених інтегралів?
20. Що таке тригонометричний ряд?
21. Що називається рядом Фур'є?
22. Який вигляд мають коефіцієнти Фур'є?
23. Які достатні умови розкладання функції в ряд Фур'є?
24. Що таке неповні ряди Фур'є?
25. Як розкладаються функції в ряд Фур'є з довільним періодом?

Змістовий модуль 2. Лінійна та векторна алгебра

Тема 8. Елементи теорії матриць і визначників

1. Наведіть означення поняття "матриця".
2. Що таке "елементи матриці" і чим визначається розмір матриці?
3. Як визначається місце розташування певного елемента матриці?
4. У чому полягає можливість надання даних щодо опису економічних процесів у вигляді матриць?
5. Наведіть класифікацію матриць.
6. Охарактеризуйте основні дії над матрицями.
7. Що означає поняття "визначник матриці"?
8. Сформулюйте основні властивості визначників і обґрунтуйте їх.
9. Для якого виду матриць вводиться поняття "визначник"?
10. У чому полягає схожість і відмінність мінору та алгебраїчного доповнення до елементів визначника?
11. Сформулюйте теорему Лапласа і наслідок з неї.
12. Розкрийте сутність правил обчислення визначників 2-го та 3-го порядків.
13. Як обчислити визначник 3-го порядку за правилом трикутників?
14. Якими є особливості обчислення визначників вищих порядків?
15. Як елементарні перетворення змінюють значення визначника?
16. Що означає поняття "обернена матриця"? Які матриці не мають оберненої?
17. У чому полягає умова невиродженості матриці?
18. Наведіть способи знаходження оберненої матриці.
19. Як перевірити, що отримана матриця дійсно є оберненою до вихідної?
20. Наведіть означення поняття "ранг матриці".
21. Охарактеризуйте елементарні перетворення матриці.

22. Перелічіть основні способи обчислення рангу матриці.
23. Чи можна одночасно визначити ранги матриці системи і розширеної матриці? Якщо так, то яким чином?

Тема 9. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь

1. Що таке система лінійних алгебраїчних рівнянь ?
2. Наведіть означення поняття "розв'язок системи n лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими".
3. Які системи лінійних алгебраїчних рівнянь називаються сумісними (несумісними)?
4. Які системи лінійних алгебраїчних рівнянь називаються визначеними (невизначеними)?
5. Якщо система сумісна, але невизначена, то скільки існує загальних розв'язків цієї системи і як їх визначити?
6. Розкрийте сутність теореми Крамера та особливості її застосування для розв'язання систем.
7. Як записати систему лінійних алгебраїчних рівнянь у матричному вигляді?
8. Розкрийте сутність матричного методу розв'язання системи лінійних рівнянь.
9. Порівняйте кількість дій при розв'язуванні системи за правилом Крамера та за допомогою оберненої матриці.
10. У чому полягає сутність методів Гаусса та Жордана – Гаусса під час розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь?
11. Яка різниця між прямим і зворотним ходом методу Гаусса?
12. Яка різниця між методом Гаусса і методом Жордана – Гаусса?
13. Як знайти розв'язок системи m лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими?
14. Розкрийте сутність теореми Кронекера – Капелі та особливості її застосування до дослідження системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
15. Який розв'язок невизначеної системи лінійних алгебраїчних рівнянь називають: а) загальним; б) частинним; в) базисним; г) опорним?
16. Охарактеризуйте особливості розв'язання однорідної системи лінійних рівнянь.
17. Що таке тривіальний розв'язок однорідної системи рівнянь?
18. Що описує модель міжгалузевого балансу?

19. Що визначає матричний мультиплікатор?
20. Яка матриця називається продуктивною?

Тема 10. Елементи векторної алгебри

1. Розкрийте зміст понять "скаляр" та "вектор".
2. Охарактеризуйте основні дії над векторами.
3. Розкрийте зміст скалярного добутку векторів та наведіть його властивості.
4. У чому полягає умова ортогональності двох векторів?
5. Визначте та охарактеризуйте векторний добуток. Розкрийте зміст його геометричного тлумачення.
6. Розкрийте сутність мішаного добутку трьох векторів.
7. У чому полягає умова компланарності векторів?
8. Визначте лінійний (векторний) простір.
9. Що таке лінійна залежність та незалежність векторів?
10. Сформулюйте теорему про лінійну залежність векторів і наслідок із неї.
11. Що розуміють під задачею дослідження системи векторів на лінійну незалежність? Опишіть порядок дій під час її розв'язання.
12. Яку найбільшу кількість лінійно незалежних векторів може містити система векторів?
13. Розкрийте зміст поняття "базис системи векторів".
14. Який базис називають ортогональним?
15. Що таке ортонормований базис?
16. Наведіть і доведіть теорему про розклад вектора за базисом.
17. Опишіть процес розкладу вектора за заданим базисом.
18. Як відшукати базис серед заданої системи векторів?
19. Як здійснити перехід від одного базису до іншого?
20. На якому співвідношенні ґрунтуються означення власних векторів і власних чисел матриці?
21. Чому до множини власних векторів заданої матриці не відносять нуль-вектор?
22. Чи може власному вектору матриці відповідати кілька власних чисел?
23. Чи може власному числу матриці відповідати кілька власних векторів?
24. До аналізу чого зводиться задача відшукування власних чисел та власних векторів матриці і в чому полягає цей аналіз?

25. З якою числовою характеристикою матриці збігається кількість її власних чисел?
26. У якій послідовності відшуковуються власні вектори і власні числа матриці: спочатку власні вектори, а потім власні числа, чи навпаки?
27. Яку підмножину n -вимірного простору складають власні вектори матриці 1-го порядку і яке власне число їм відповідає?
28. У чому полягають необхідна і достатня умови існування власного вектора, що належить певному власному числу, і чим вони відрізняються одна від одної?
29. Чому n власних векторів, що належать різним власним числам, можна взяти в якості базису n -вимірного простору?
30. Які власні числа має симетрична матриця?
31. Що можна сказати про власні вектори симетричної матриці?
32. Наведіть означення квадратичної форми.
33. Охарактеризуйте модель квадратичної форми та її матрицю.
34. Визначте методи приведення матриці квадратичної форми до канонічного виду.

Тема 10. Елементи аналітичної геометрії

1. Які форми рівняння прямої на площині вам відомі?
2. Виведіть із канонічного рівняння прямої всі інші типи рівнянь (загальне, параметричне, з кутовим коефіцієнтом, за двома точками, у відрізках, нормальне рівняння).
3. Як визначити взаємне розташування прямих на площині?
4. Наведіть умови паралельності та перпендикулярності прямих.
5. Як знайти відстань від точки до прямої.
6. Що називають кривою другого порядку і який вигляд має її загальне рівняння?
7. Які типи кривих другого порядку вам відомі?
8. Які основні характеристики мають криві другого порядку?
9. У чому полягає перетворення загального рівняння кривої другого порядку до канонічного виду?
10. Наведіть форми рівняння площини у просторі: у відрізках, нормальне, рівняння площини за координатами трьох точок.
11. Наведіть форми рівняння прямої у просторі: канонічне, параметричне, загальне рівняння, рівняння прямої за координатами двох її точок.
12. Як знайти відстань від точки до площини? Від точки до прямої?

13. Наведіть формули кута між двома площинами та кута між двома прямими у просторі.

7.4. Самостійна контрольна робота

7.4.1. Основні вимоги до виконання самостійної контрольної роботи

Метою виконання самостійної контрольної роботи є формування у студентів практичних навичок застосування теоретичних знань із курсу "Вища математика" для моделювання економічних процесів, вирішення економічних проблем та прийняття оптимальних рішень, а також застосування методів кількісного та якісного аналізу прикладних економіко-математичних моделей.

Самостійну контрольну роботу необхідно виконати та подати у встановлений термін. Крім того, опис кожного із завдань для самостійної контрольної роботи передбачає (окрім дидактичного аналізу та визначення відповідних елементів самостійної роботи) таку загальну технологію виконання:

- вивчення та нотування основних питань теоретичного матеріалу з рекомендованих джерел;

- оформлення звіту з виконання завдання для самостійної роботи, відповідей на контрольні запитання;

- здача викладачеві виконаних завдань самостійної контрольної роботи та відповідей на контрольні запитання.

Виконання завдань для самостійної контрольної роботи навчальної дисципліни оцінюється зважаючи на:

- розуміння, ступінь засвоєння теорії та методології проблем, що розглядаються;

- ступінь ознайомлення з рекомендованою літературою і засвоєння фактичного матеріалу навчальної дисципліни;

- вміння поєднувати теорію з практикою при розгляді практичних ситуацій, розв'язанні задач, проведенні розрахунків, під час виконання завдань, винесених для самостійного опрацювання;

- повноту урахування вимог до виконання завдання;

- логічність викладеного матеріалу та відповідність його структурі передбаченим у завданні змістовим елементам;

- наявність та повноту розгляду ключових понять (визначень, термінів, різновидів і т. п.) предметної області завдання;

наявність та обґрунтованість підсумкових висновків студента;
ілюстрування опрацьованого матеріалу наведенням (студентом) власних прикладів та графічного матеріалу.

7.4.2. Приклади типових завдань самостійних контрольних робіт

Змістовий модуль 1. Елементи математичного аналізу

Самостійна контрольна робота за темами 1 – 7

1. Обчислити границі числових послідовностей:

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}); \quad \text{б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+4)!}{(n+2)! + (n+3)!};$$

$$\text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{2n^3 + 1} + \sqrt[3]{n^6 + 4}}{2n(3+n)}.$$

2. Обчислити границі заданих функцій:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 7x - 4}{x^2 - 2x - 8}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 + 8x}{x^3 + 5x^2 + 8x + 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{7x^2 + x + 1}}{\sqrt[4]{x} - 1}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3x\sqrt{x} + 1}{\sqrt[3]{x^5} - 5x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{3^{-x} - 3^x}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x+5} \right)^{2-9x}; \quad \text{ж) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(3+2x) \cos(x+1)}{4 \operatorname{arctg}(x+1)}.$$

3. Дослідити функції $y = f(x)$ на неперервність, визначити тип точок розриву. Побудувати графік функції.

$$\text{а) } y = \frac{x^3 + x^2 - 2x}{x+2}; \quad \text{б) } y = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ \log_2 x, & 1 < x \leq 2; \\ 2x-3, & x > 2 \end{cases} \quad \text{в) } y = e^{\frac{1}{3x-6}}.$$

4. Обчислити похідні заданих функцій:

а) $y = \sqrt{x} \cdot \log_7 x - \frac{\arccos x}{2x+3} + \sqrt[3]{2}$;

б) $y = \ln \ln^3 \ln^2 x$;

в) $y = x \cdot (2^x + 1) \cdot \sqrt{x^2 + 1} - \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$; г) $y = (5x + \sqrt[3]{x})^{\sin x}$;

д) $\arctg(y^2 - 3x) = \frac{y}{x}$;

е) $x = \sqrt{2t+1}$; $y = t^4 - 4^{-t}$.

5. Обчислити границі функцій за правилом Лопіталю:

а) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln \sin x - 1}{\ln \sin 5x}$;

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} \cdot e^{-2x}$;

6. Провести повне дослідження функції:

$$y = \frac{x^4}{x^3 + 1}$$

і побудувати її графік. Виписати рівняння дотичної і нормалі в точці з абсцисою $x_0 = 1$. Знайти найбільше та найменше значення функції на сегменті $[-1; 2]$.

7. Обчислити частинні похідні функцій:

а) $z(x, y) = (2x - y)e^x + \frac{\ln y}{x + y} - \cos 2$;

б) $z(x, y) = \sin^2\left(\frac{x}{y} - 1\right)$;

в) $z(x, y) = \frac{y \operatorname{tg} x}{1 + \sqrt{x}} - x 2^y \cos x$;

г) $z(x, y) = \arcsin^x(2x + 3y)$.

8. Для заданої функції $u(x, y, z) = y \cos z - x e^y$ знайти градієнт та похідну за напрямом $\vec{a} = (4; 0; 3)$ в точці $M_0 = \left(0; 1; \frac{\pi}{2}\right)$.

9. Дослідити на екстремум функцію двох змінних:

$$z(x, y) = x^3 + y^2 - 3x + 4y + 5.$$

10. У результаті спостережень отримано значення (x_i, y_i) , які наведені в таблиці. Визначити тип функціональної залежності $y = f(x)$ та побудувати відповідну емпіричну формулу за допомогою методу найменших квадратів. Зробити рисунок.

x	1	3	5	7	9
y	10	5	6	5	4

11. Обчислити невизначені інтеграли та перевірити правильність диференціюванням:

$$\text{а) } \int e^x \sqrt{\frac{e^x + 1}{2}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\ln x dx}{x\sqrt{1 + \ln x}}; \quad \text{в) } \int \frac{\sin x}{2^x} dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{x dx}{\cos^2 x}; \quad \text{д) } \int \frac{x^4 + 3}{x^3 - 2x^2 + 6x - 12} dx.$$

12. Обчислити визначені інтеграли:

$$\text{а) } \int_0^{\pi} \frac{\cos x dx}{1 + \sin^2 x}; \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \sqrt{1 - x^2} dx; \quad \text{в) } \int_0^2 \ln(\sqrt{1 + x^2} - x) dx$$

13. Обчислити або довести розбіжність невластних інтегралів:

$$\text{а) } \int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx; \quad \text{б) } \int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{x-1}}.$$

14. Обчислити площу фігури, що обмежена заданими лініями, та зробити рисунок:

а) $y^2 = 4x, \quad x^2 = 4y;$

б) $y = e^x - 1, \quad y = e^{2x} - 3, \quad x = 0.$

15. Установити тип диференціальних рівнянь, знайти загальний розв'язок або загальний інтеграл:

а) $(x - y)y' = x + y;$ б) $y'' - 2\frac{(y')^2}{y} + y' = 0.$

16. Установити тип диференціальних рівнянь, розв'язати задачі Коші та виконати перевірку підстановкою:

а) $y' + \frac{y}{x} = \frac{e^x(x+1)}{x}; \quad y(1) = 0;$

б) $y'' - 2y' + 5y = x^2 - e^x \sin 2x; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 0.$

17. Дослідити на збіжність числові ряди:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 2}{n^2 + 5};$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n+3}}{n+1};$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{(n+2)!};$

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n+2} \right)^{n^2};$ д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(4 + \ln n)^2}$

18. Обчислити наближено інтеграл, розкладаючи підінтегральну функцію в ряд Маклорена, та оцінити похибку обчислень: $\int_0^{0,25} \sqrt{x} e^{-x} dx.$

19. Розкласти в ряд Фур'є функцію $f(x) = \frac{\pi - x}{2}, \quad 0 \leq x \leq 2\pi$ за синусами.

Змістовий модуль 2. Лінійна алгебра та аналітична геометрія

Самостійна контрольна робота за темами 8 – 11

1. Знайти значення многочлена $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$ від матриці:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & -7 \\ 7 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Розв'язати систему матричних рівнянь:

$$\begin{cases} X - Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \\ 2X + 3Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{cases}$$

Обчислити $7 \cdot X \cdot Y^T$.

3. Навести поняття визначника 3-го порядку. Сформулювати і довести властивості визначника, за яких не міняється його значення (на прикладі визначника 3-го порядку). Довести, що для довільної матриці $A_{m \times n}$ виконується рівність:

$$\det A^T = \det A.$$

3. Обчислити визначник:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 6 \\ 4 & 1 & 2 & -1 \\ -3 & 0 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}.$$

Обчислити визначник, розклавши його за елементами другого рядка. Обчислити визначник, отримавши нулі в якому-небудь рядку або стовпці. Безпосереднім обчисленням переконатися, що визначник змінить знак, якщо поміняти місцями які-небудь два рядки або стовпці.

4. Дана система лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 0 \\ 14x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0. \end{cases}$$

Довести, що ця система має ненульові розв'язки.

Знайти її загальний розв'язок.

Знайти фундаментальну систему розв'язків.

Навести достатню ознаку існування фундаментальних систем розв'язків системи лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь.

6. Дана система лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = -3 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 3x_5 = -3 \\ -x_1 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$$

Довести, що ця система сумісна.

Знайти її загальний та частинний розв'язки.

7. Задано вектори $\bar{a} = (1; 2; -1)$, $\bar{b} = (2; 1; 3)$, $\bar{c} = (1; 1; 0)$, $\bar{d} = (0; -1; 1)$.

Перевірити, чи будуть вектори $\bar{a} - 2\bar{b}$, $3\bar{c} - 2\bar{d}$, $-2\bar{d} + \bar{a}$ компланарними.

8. Довести, що число λ є власним числом тоді і тільки тоді, коли λ є коренем характеристичного рівняння.

9. Знайти власні значення і власні вектори матриці:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 5 & -5 \\ -11 & -4 & 11 \\ -1 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Результат перевірити за означенням.

10. Задано координати вершин трикутника $A(-2;3)$, $B(4;1)$, $C(1;-7)$.

Знайти:

а) рівняння та довжини сторін трикутника; висоти AD , медіани BE та бісектриси CF ;

б) внутрішні кути трикутника;

в) площу трикутника.

11. За допомогою ортогонального перетворення звести до канонічного вигляду рівняння кривої та побудувати її графік

$$5x^2 + 6xy + 5y^2 - 16x - 16y - 16 = 0.$$

12. Задано координати точок $A(4;-2;1)$, $B(-3;4;-1)$, $C(0;2;-5)$.

Знайти:

а) рівняння площини π_1 , що проходить через точку A перпендикулярно вектору $\overrightarrow{BC}$;

б) рівняння площини π_2 , що проходить через точки A, B, C ;

в) відстань від точки C до площини π_1 ;

г) канонічні рівняння прямої l_1 , що проходить через точки B, C ;

д) точку перетину прямої l_1 із площиною π_1 ;

е) кут між площиною π_2 і прямою l_1 .

7.5. Компетентнісно-орієнтовані завдання

7.5.1. Основні вимоги до виконання компетентнісно-орієнтованих завдань

Компетентнісно-орієнтовані завдання спрямовані на отримання студентами професійних вмінь, навичок та компетенцій. Їх впровадження в початковий процес сприяє інтенсифікації пізнавальної діяльності в цілому, значно підвищує мотивацію, рівень самоорганізації та відповідальності студентів, сприяє їх становленню як майбутніх фахівців.

Компетентнісно-орієнтовані завдання можуть мати індивідуальний характер, тобто виконуються студентом за варіантом, або бути розраховані на роботу студентів у малих групах. Результати оформлюються студентом або експертною групою у вигляді звіту та подаються викладачеві у встановлений термін. Крім того, студенти обов'язково захищають

результати своїх досліджень перед викладачем та аудиторією. Оцінювання цього виду робіт враховує не тільки вміння розв'язувати проблему, але і демонструвати отримані результати.

Звіт за компетентнісно-орієнтованими завданнями має містити: всебічний аналіз кожної задачі; побудову математичної моделі; обґрунтування можливості та ефективності обраного математичного апарату; аналітичне вирішення завдань із застосуванням методів та інструментів математичного аналізу та лінійної алгебри; реалізацію математичного дослідження, вирішення проблеми та необхідних розрахунків із використанням одного з пакетів прикладних програм (наприклад, *MatLab*, *MathCad*, *Matematica*).

Під час виконання компетентнісно-орієнтованих завдань студент отримує цілий ряд важливих професійних та комунікативних компетентностей:

здатність самостійно обирати та рекомендувати методи і засоби дослідження, доводити їх доцільності та ефективності у контексті поставленого практичного завдання;

вміння реалізовувати алгоритми за допомогою програмного забезпечення;

здібність до творчого підходу та креативного мислення;

здатність до ефективної співпраці при вирішенні поставлених завдань;

вміння вести плідну дискусію, толерантно ставитись до іншої думки;

здатність до самокритики, самоорганізації та безперервного самовдосконалення тощо.

7.5.2. Приклади компетентнісно-орієнтованих завдань за змістовими модулями

Змістовий модуль 1. Елементи математичного аналізу

1. Витрати на виробництво x одиниць продукції дорівнюють $d(x) = 5x^2 + 300x + 500$, ціна продукції $p(x) = 580 - 2x$. Визначити, яку кількість продукції треба виробити, щоб отримати максимальний прибуток та обчислити величину максимального прибутку.

2. Випуск товару залежно від факторів виробництва x та y характеризується виробничою функцією $z(x, y) = 7x^2 + 6y^2 - 5xy$. Знайти градієнт виробничої функції та її еластичності $E_z(x)$, $E_z(y)$ за кожним фактором при $x = y = 1$. Зробити висновки.

3. Випуск продукції визначається виробничою функцією $z(x,y)=1\,000\sqrt{xy}$. Знайти максимальний випуск продукції у разі бюджетного обмеження $2x+y=100$: а) методом зведення до екстремуму функції однієї змінної; б) методом множників Лагранжа.

4. Функція граничних витрат підприємства залежно від обсягу виробництва має вигляд $f(q)=2q+40$. Знайти: а) функцію загальних витрат, якщо фіксовані витрати складають 1 500 грош. од.; б) середні витрати на одиницю продукції під час зростання обсягу виробництва від 10 до 20 одиниць.

5. Еластичність ціни відносно попиту має вигляд $E_x(p)=\frac{p-50}{p}$.

Ціна одиниці товару складає 30 грош. од. Знайти ціну як функцію обсягу випуску продукції.

6. Нехай попит та пропозиція на товар визначаються відповідно співвідношеннями:

$$x(t)=2p''-p'+2p+7, \quad y(t)=3p''+p'+3p+2,$$

де p – ціна товару;

p' – тенденція формування ціни;

p'' – темпи зміни ціни.

Знайти залежність рівноважної ціни від часу, якщо в початковий момент часу $p=10$ та $p'=6$.

Змістовий модуль 2. Лінійна алгебра та аналітична геометрія

1. Підприємство випускає продукцію трьох видів, використовуючи сировину двох типів. Норми витрат сировини характеризуються матрицею

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

План випуску продукції заданий матрицею $B=(300 \ 150 \ 250)$, а вартість одиниці кожного типу сировини – матрицею $C=\begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix}$. Визначити

витрати сировини, необхідні для планового випуску продукції, та їх загальну вартість.

2. Економічна система складається з трьох галузей виробництва. Задано матрицю прямих матеріальних витрат A та кінцевий попит на продукцію Y :

$$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0 \\ 0,2 & 0,4 & 0,1 \\ 0,1 & 0 & 0,2 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 40 \\ 200 \\ 30 \end{pmatrix}.$$

Знайти валовий випуск продукції кожної галузі.

3. Швейний цех виготовляє продукцію трьох видів: сорочки, штани та піджаки. Під час пошиву використовують сировину трьох видів. Норми витрат сировини на одиницю кожного виду продукції та обсяги допустимих щоденних витрат подано в таблиці:

Таблиця 7.3

Вихідні дані

Види сировини	Норми витрат сировини на одиницю продукції, ум. од.			Запас сировини на один день, ум. од.
	Сорочка	Штани	Піджак	
S_1	3	4	5	2 200
S_2	1	1	2	700
S_3	2	2	3	1 300

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

4. Структурна матриця торгівлі трьох країн має вигляд

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}.$$

Знайти національні доходи країн для збалансованої торгівлі.

5. Знайти співвідношення цін трьох товарів, якщо набори цих товарів $x_1 = (7; 2; 4)$, $x_2 = (1; 8; 9)$ та $x_3 = (3; 5; 9)$ мають однакову вартість.

7.6. Підготовка самостійної творчої роботи

Самостійна творча робота студента – це невід’ємна частина навчального процесу. Робота над нею формує навички для створення більш серйозних робіт (курскових, дипломних проектів). Саме тому потрібно навчитися якісно підготувати творчу роботу.

У рамках даного виду самостійної роботи студентів пропонується підготувати в електронному вигляді (за допомогою пакету *MS PowerPoint*) презентацію за темою, сформульованою самим студентом. Як альтернативу можна запропонувати створення презентації до майбутньої лекції або підготовку до видання наукової публікації.

Підготовка самостійної творчої роботи передбачає систематизацію, закріплення, розширення теоретичних і практичних знань із дисципліни та застосування їх у процесі вирішення конкретних економічних проблем, розвиток навичок самостійної роботи й оволодіння методикою дослідження та експерименту, пов'язаних із темою самостійної творчої роботи.

Самостійна творча робота передбачає наявність наступних елементів наукового дослідження: практичної значущості, комплексного системного підходу до вирішення завдань дослідження, теоретичного використання передової сучасної методології та наукових розробок, наявність елементів творчості, вміння застосовувати сучасні технології.

Комплексний системний підхід до розкриття теми самостійної творчої роботи полягає в тому, що предмет дослідження розглядається з різних точок зору – з позицій теоретичної бази і практичних напрацювань, умов його реалізації, аналізу, обґрунтування шляхів удосконалення тощо – в тісному взаємозв'язку та єдиній логіці викладення.

Застосування сучасної методології полягає в тому, що в процесі виконання аналізу й обґрунтування шляхів удосконалення окремих аспектів предмета та об'єкта дослідження студент повинен використовувати відомості про новітні досягнення в техніці і технологіях дослідження, застосовувати різноманітні математичні методи й засоби, підходи до визначення та обґрунтування показників аналізу соціально-економічної системи або її елементів.

У результаті самостійної творчої роботи студент надає викладачеві на перевірку файл із презентацією в електронному вигляді або наукову публікацію в роздрукованому та електронному вигляді.

Після перевірки складеної презентації або наукової публікації та вправленні вказаних викладачем недоліків студент виступає з даною презентацією перед аудиторією, доповідає про результати, що викладені в науковій публікації, виступає із доповіддю на студентській науково-практичній конференції тощо.

8. Індивідуально-консультативна робота

Індивідуально-консультативна робота здійснюється за графіком індивідуально-консультативної роботи у формі індивідуальних занять, консультацій, перевірки та захисту завдань, що винесені на поточний контроль, тощо.

Формами організації індивідуально-консультативної роботи є:

а) за засвоєнням теоретичного матеріалу: консультації індивідуальні (запитання – відповідь) та групові (розгляд типових прикладів – ситуацій);

б) за засвоєнням практичного матеріалу: консультації індивідуальні та групові;

в) для комплексного оцінювання засвоєння програмного матеріалу: індивідуальне здавання виконаних робіт.

9. Методи навчання

Під час викладання навчальної дисципліни "Вища математика" з метою активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів передбачено використання інтерактивних форм викладання матеріалу, зокрема таких навчальних технологій, як: лекції проблемного характеру, міні-лекції, робота в малих групах, дискусії, мозкові атаки, метод кейсів, презентації, метод проектної роботи, комп'ютерні симуляції, метод Дельфі, метод сценаріїв, банки візуального супроводу.

Методи активізації процесу навчання згруповані за темами і наведені у табл. 9.1. і 9.2.

**Розподіл форм та методів активізації процесу навчання за темами
навчальної дисципліни**

Тема	Практичне застосування навчальних технологій
1	2
Змістовий модуль 1. Елементи математичного аналізу	
<i>Тема 1. Границі функцій та неперервність</i>	Лекція проблемного характеру з питання "Дослідження на неперервність функцій різних форм завдання". Банки візуального супроводу з питань використання функцій в економіці
<i>Тема 2. Диференціальне числення функції однієї змінної</i>	Міні-лекція з питання "Застосування диференціала в наближених обчисленнях економічного змісту". Застосування візуального супроводу для ілюстрації прикладів використання функцій в економічному аналізі
<i>Тема 3. Аналіз функцій багатьох змінних</i>	Міні-лекція з питання "Дослідження функції двох змінних на умовний екстремум методом множників Лагранжа". Банки візуального супроводу для ілюстрації геометричної інтерпретації функції двох змінних та дослідження функції двох змінних на екстремум. Презентація творчих завдань
<i>Тема 5. Визначений інтеграл та його застосування</i>	Лекція проблемного характеру з питання "Застосування визначеного інтеграла до економічних розрахунків". Банки візуального супроводу з питання "Застосування визначеного інтеграла до обчислення коефіцієнта Джині за кривою Лоренца"
<i>Тема 6. Диференціальні рівняння</i>	Лекція проблемного характеру з питання "Математичне моделювання економічних процесів за допомогою звичайних та різницевих диференціальних рівнянь та систем". Банки візуального супроводу для ілюстрації прикладів використання диференціальних рівнянь у задачах економічної динаміки
<i>Тема 7. Ряди</i>	Міні-лекція з питання "Дослідження ряду на збіжність і обчислення суми ряду". Робота в малих групах з обговорення результатів лабораторних робіт. Застосування візуального супроводу для ілюстрації точності обчислень із застосуванням функціональних рядів

1	2
Змістовий модуль 2. Лінійна алгебра та аналітична геометрія	
<i>Тема 8.</i> Елементи теорії матриць і визначників	Міні-лекція з питання "Застосування матриць для подання інформації щодо характеристик економічного процесу, що досліджується"
<i>Тема 9.</i> Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь	Лекція проблемного характеру з питання "Побудова оберненої матриці з використанням перетворень Жордана – Гаусса". Презентація творчих завдань
<i>Тема 10.</i> Елементи векторної алгебри	Міні-лекція з питання "Застосування векторів при побудові економічних моделей". Робота в малих групах з обговорення результатів лабораторних робіт
<i>Тема 11.</i> Елементи аналітичної геометрії	Лекція проблемного характеру з питання "Різновиди рівнянь прямої на площині". Банки візуального супроводу для ілюстрації прикладів використання інструментарію аналітичної геометрії

Таблиця 9.2

Використання методик активізації процесу навчання

Теми навчальної дисципліни	Практичне застосування методик	Методики активізації процесу навчання
1	2	3
Змістовий модуль 1. Елементи математичного аналізу		
<i>Тема 1.</i> Границі функцій та неперервність	<i>Практичне заняття.</i> Тема. Обчислення границь функцій та дослідження функцій на неперервність	Мозкова атака з питання "Вибір ефективного методу розкриття невизначеності при обчисленні границь функцій". Банки візуального супроводу з розділу "Неперервність та розриви функцій"
<i>Тема 2.</i> Диференціальне числення функції однієї змінної	<i>Лабораторна робота.</i> Завдання. Диференціювання функцій однієї змінної різних форм завдання. Застосування диференціального числення до дослідження функцій	Робота в малих групах з обговорення результатів лабораторних робіт. Комп'ютерна симуляція та презентації завдань з питання "Дослідження функцій та побудова їх графіків"

1	2	3
Тема 3. Аналіз функцій багатьох змінних	<i>Лабораторна робота.</i> Завдання. Дослідження функцій двох змінних, відшукування локальних та умовних екстремумів. Застосування функцій багатьох змінних у задачах економіки	Комп'ютерна симуляція та презентації завдань з питань "Екстремуми функцій двох змінних та їх геометрична інтерпретація". Робота в малих групах
Тема 4. Невизначений інтеграл	<i>Практичне заняття.</i> <i>Лабораторна робота.</i> Тема. Обчислення невизначених інтегралів	Мозкова атака з питання "Вибір методу інтегрування під час обчислення невизначеного інтеграла". Дискусії, модерація
Тема 5. Визначений інтеграл та його застосування	<i>Практичне заняття.</i> <i>Лабораторна робота.</i> Завдання. Обчислення визначених та невластних інтегралів та їх застосування в економічних розрахунках	Робота в малих групах, мозкові атаки, метод Делфі
Тема 6. Диференціальні рівняння	<i>Практичне заняття.</i> Завдання. Розв'язання диференціальних рівнянь та задач Коші. Побудова економічних моделей із використанням інструментарію диференціальних рівнянь	Мозкова атака з питання "Визначення типу диференціального рівняння". Дискусія з вибору методу інтегрування диференціального рівняння. Метод сценаріїв
Тема 7. Ряди	<i>Практичне заняття.</i> Тема. Дослідження збіжності рядів. Знаходження області збіжності. Розклад функції в степеневі ряди	Робота в малих групах, дискусія про вибір ознаки збіжності числового ряду, мозкові атаки, модерація
Змістовий модуль 2. Лінійна алгебра та аналітична геометрія		
Тема 8. Елементи теорії матриць і визначників	<i>Практичне заняття.</i> <i>Лабораторна робота.</i> Завдання. Розв'язання задачі аналізу даних з економічним змістом із використанням матриць. Інтерпретація розрахункових результатів	Робота в малих групах, мозкові атаки, комп'ютерна симуляція, ситуаційний аналіз

1	2	3
<i>Тема 9. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь</i>	<i>Практичне заняття. Лабораторна робота.</i> Завдання. Побудова математичної моделі планування виробництва, що забезпечує дотримання технологічних співвідношень між окремими виробами. Дослідження моделі при зміні її параметрів	Робота в малих групах, мозкові атаки, комп'ютерна симуляція, презентації, дискусія про вибір методу розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь
<i>Тема 10. Елементи векторної алгебри</i>	<i>Практичне заняття. Лабораторна робота.</i> Завдання. Виконання арифметичних дій із векторами. Аналіз геометричного змісту лінійної залежності системи векторів. Дослідження квадратичної форми	Робота в малих групах, мозкові атаки, комп'ютерна симуляція, обговорення теоретичного матеріалу, дискусія про метод дослідження залежності векторів
<i>Тема 11. Елементи аналітичної геометрії</i>	<i>Практичне заняття. Лабораторна робота.</i> Завдання. Побудова рівняння прямої на площині. Зведення рівнянь кривих другого порядку до канонічного вигляду. Класифікація кривих другого порядку. Площини та прямі у просторі, їх взаємне розташування	Мозкова атака з питання "Вибір типу рівняння прямої на площині, площини та прямої у просторі". Банки візуального супроводу. Робота в малих групах з дослідження кривих другого порядку

Основні відмінності активних та інтерактивних методів навчання від традиційних визначають не тільки методикою і технікою викладання, але й високою ефективністю навчального процесу, який виявляється у: високій мотивації студентів; закріпленні теоретичних знань на практиці; підвищенні самосвідомості студентів; формуванні здатності приймати самостійні рішення; формуванні здатності до ухвалення колективних рішень; формуванні здатності до соціальної інтеграції; набутті навичок вирішення конфліктів; розвитку здатності до знаходження компромісів.

Лекції проблемного характеру – один із найважливіших елементів проблемного навчання студентів. Вони передбачають поряд із розглядом основного лекційного матеріалу встановлення та розгляд кола

проблемних питань дискусійного характеру, які недостатньо розроблені в науці й мають актуальне значення для теорії та практики. Лекції проблемного характеру відрізняються поглибленою аргументацією матеріалу, що викладається. Вони сприяють формуванню у студентів самостійного творчого мислення, прищеплюють їм пізнавальні навички. Студенти стають учасниками наукового пошуку та вирішення проблемних ситуацій.

Міні-лекції передбачають викладення навчального матеріалу за короткий проміжок часу й характеризуються значною ємністю, складністю логічних побудов, образів, доказів та узагальнень. Вони проводяться, як правило, як частина заняття-дослідження. Міні-лекції відрізняються від повноформатних лекцій значно меншою тривалістю. Зазвичай вони тривають не більше 10 – 15 хвилин і використовуються для того, щоб стисло донести нову інформацію до всіх студентів. Міні-лекції часто застосовуються як частини цілісної теми, яку бажано викладати повноформатною лекцією, щоб не втомлювати аудиторію. Тоді інформація надається по черзі кількома окремими фрагментами, між якими застосовуються інші форми й методи навчання.

Робота в малих групах дає змогу структурувати практичні заняття за формою і змістом, створює можливості для участі кожного студента в роботі за темою заняття, забезпечує формування особистісних якостей та досвіду соціального спілкування. Малі групи створюються і для виконання роботи, спільний результат якої визначається внеском кожного окремого члена групи.

Мозкові атаки – це метод розв'язання невідкладних завдань, часто принципово нових за змістом (принаймні, для даної аудиторії). Сутність його полягає в тому, щоб висловити якомога більшу кількість ідей за невеликий проміжок часу, при цьому критичні зауваження щодо ідей, які висловлюють інші члени групи, не допускаються. Мозкова атака спрямована на активізацію творчого мислення, обговорення і аналіз ідей проводиться тільки на наступному етапі – етапі їх селекції.

Модерація – спосіб проведення обговорення, який швидко приводить до конкретних результатів, дає можливість всім присутнім брати участь у процесі знаходження рішень проблеми і відчувати при цьому повну відповідальність за результат. Функцією модератора є спостереження за дотриманням певних правил обговорення проблеми, що дає можливість полегшити процес пошуку рішення, не втручаючись у його суть.

Презентації – виступи перед аудиторією, що використовуються для представлення певних досягнень, результатів роботи групи, звіту про виконання індивідуальних завдань, проектних робіт. Презентації можуть бути як індивідуальними, наприклад, виступ одного слухача, так і колективними, тобто виступи двох та більше слухачів.

Метод Дельфі використовується з метою досягнення консенсусу в експертних оцінках і передбачає надання можливості висловити свої думки групі експертів, що працюють індивідуально в різних місцях. У разі вибору управлінського рішення за цим методом академічну групу розділяють, наприклад, на п'ять малих груп. Чотири групи є робочими, вони розробляють і приймають управлінське рішення, а п'ята група є експертною. Ця група здійснює аналіз варіантів управлінських рішень, які пропонують робочі групи, й усереднює ці варіанти. У межах експертної групи може здійснюватись розподіл її членів за спеціалізаціями.

Комп'ютерна симуляція (гра) – це метод навчання, що спирається на використання спеціальних комп'ютерних програм, за допомогою яких можливе віртуальне моделювання процесу. Метою використання даного методу є розвиток системного мислення студентів, їх здібностей до планування, формування вмінь розпізнавати й аналізувати проблеми, порівнювати й оцінювати альтернативи, приймати оптимальні рішення й діяти в умовах обмеженого часу.

Метод сценаріїв полягає в розробці ймовірних моделей поведінки та розвитку конкретних явищ у перспективі.

Банки візуального супроводу сприяють активізації процесу навчання за темами навчальної дисципліни за допомогою наочності.

Інтерактивне дистанційне навчання – сукупність педагогічних технологій, що базується на принципах спілкування в інформаційному освітньому просторі, слугує для організації освіти користувачів, розподілених у просторі та часі.

10. Методи контролю

Система оцінювання компетентностей, які були сформовані у студента під час вивчення навчальної дисципліни (див. табл. 2.1), враховує

види занять, що згідно з програмою навчальної дисципліни передбачають лекційні, практичні заняття, лабораторні роботи, а також виконання студентами самостійної роботи. Оцінювання сформованих у студентів компетентностей здійснюється за накопичувальною 100-бальною системою. Відповідно до Тимчасового положення "Про порядок оцінювання результатів навчання студентів за накопичувальною бально-рейтинговою системою" ХНЕУ ім. С. Кузнеця, контрольні заходи містять:

поточний контроль, що здійснюють протягом семестру під час проведення лекційних, практичних занять та лабораторних робіт і оцінюють сумою набраних балів (максимальна сума дорівнює 60 балів; мінімальна сума, що дозволяє студенту скласти іспит, становить 35 балів);

модульний контроль, що здійснюють у формі колоквіуму з урахуванням поточного контролю за відповідним змістовим модулем, має на меті інтегральне оцінювання результатів навчання студента після вивчення матеріалу з логічно завершеної частини дисципліни – змістового модуля;

підсумковий/семестровий контроль, що здійснюють у формі семестрового екзамену, відповідно до графіка навчального процесу.

Поточний контроль із цієї навчальної дисципліни здійснюють у таких формах:

- активна робота на парі (лекційні заняття);
- активна робота на парі (практичні заняття);
- активна робота на парі (лабораторні заняття);
- виконання домашнього завдання;
- компетентнісно-орієнтовані завдання;
- виконання самостійної контрольної роботи;
- проведення письмових контрольних робіт;
- виконання самостійної творчої роботи.

Колоквіум – це форма перевірки й оцінювання знань студентів у системі освіти у вищих навчальних закладах. *Мета* проведення колоквіуму полягає в з'ясуванні рівня теоретичних і практичних знань, отриманих студентом у результаті прослуховування лекцій, відвідування практичних та лабораторних занять, а також в результаті самостійного вивчення матеріалу. У рамках поставленої мети вирішують наступні *завдання*: з'ясування якості і ступеня розуміння студентом лекційного матеріалу; розвиток і закріплення навичок висловлення студентом своїх думок; розширення варіантів самостійної цілеспрямованої підготовки

студента; розвиток навичок узагальнення різних літературних джерел; надання можливості студенту зіставляти різні точки зору з даного питання. Колоквіум проводиться як проміжний міні-екзамен з ініціативи викладача і містить теоретичні питання з навчальної дисципліни. Перелік питань, які винесені на колоквіум за темами змістового модуля, містить питання для самоперевірки за цими темами.

Підсумковий/семестровий контроль проводять у формі семестрового екзамену. **Семестрові екзамени** – це форма оцінювання підсумкового засвоєння студентами теоретичного та практичного матеріалу з окремого модуля навчальної дисципліни або за навчальною дисципліною в цілому, що проводиться як контрольний захід.

Порядок здійснення поточного оцінювання знань студентів. Оцінювання знань студента під час практичних занять та виконання лабораторних робіт проводять за накопичувальною системою за такими критеріями: розуміння, ступінь засвоєння теорії та методології проблем, що розглядаються; ступінь засвоєння фактичного матеріалу навчальної дисципліни; ознайомлення з рекомендованою літературою, а також із сучасною літературою з питань, що розглядаються; вміння поєднувати теорію з практикою під час розгляду конкретних прикладів, розв'язанні задач, виконанні лабораторних робіт, проведенні розрахунків у процесі виконання домашніх завдань та завдань, що винесені на розгляд в аудиторії; логіка, структура, стиль викладення матеріалу в письмових роботах і під час виступів в аудиторії, вміння обґрунтовувати свою позицію, здійснювати узагальнення інформації та робити висновки.

Максимально можливий бал, що відповідає певному завданню, ставлять за умови відповідності виконаного завдання або усної відповіді студента всім зазначеним критеріям. Відсутність тієї чи іншої складової знижує кількість нарахованих балів. Під час оцінювання завдань, запропонованих для самостійного опрацювання на лабораторних та практичних заняттях, враховують не тільки якість їх виконання. Важливу роль також відіграє здача виконаного завдання викладачу відповідно терміну, визначеному за графіком навчального процесу. Якщо якась із цих вимог не буде виконана, то бал буде знижено.

Письмова контрольна робота проводиться 2 рази на семестр та містить практичні завдання різного рівня складності відповідно до тем змістового модуля.

Критерії оцінювання позааудиторної самостійної роботи та аудиторної письмової контрольної роботи студентів:

5 балів, якщо робота виконана повністю без помилок і недоліків, усі завдання містять необхідні обґрунтування, ілюстрації, аналіз результатів та висновки;

4 бали, якщо робота виконана повністю, однак допущено не більш ніж одну помилку й виявлено не більш ніж один недолік, або не більш ніж три недоліки;

3 бали, якщо виконано не менш ніж 2/3 всієї роботи й допущено не більш ніж дві помилки та виявлено не більш ніж два недоліки;

2 бали, якщо виконано менш ніж 2/3 всієї роботи та кількість помилок та недоліків перевищує норму для оцінки три бали;

1 бал, якщо виконання завдання не розпочато, але є певні правильні міркування;

0 балів, якщо завдання повністю відсутнє.

Загальними критеріями, за якими здійснюється оцінювання позааудиторної самостійної роботи студентів, є: глибина і міцність знань, рівень мислення, вміння систематизувати знання за окремими темами, вміння робити обґрунтовані висновки, навички і прийоми виконання практичних завдань, вміння знаходити необхідну інформацію, здійснювати її систематизацію та обробку, самореалізація на практичних та лабораторних заняттях.

Перевірка **компетентнісно-орієнтованих завдань** (виконання та захист робіт за темами, що об'єднані у відповідний змістовий модуль) здійснюється двічі за семестр у формі роботи в малих групах. При цьому оцінюванню підлягає якість виконання завдань, а також вміння презентувати результати свого дослідження, аргументовано відповідати на запитання опонентів, критично мислити, об'єктивно оцінювати результати роботи інших учасників.

Колоквіум проводиться двічі на семестр у письмовій формі або у формі опитування для перевірки знань студентів теоретичного матеріалу, а також їх володіння категорійним апаратом.

Критерії оцінювання колоквіуму:

5 балів, якщо продемонстровано глибокі знання програмного матеріалу, надано послідовну, повну й логічну відповідь, правильно обґрунтовано прийняте рішення, продемонстровано володіння різними методами та прийомами виконання практичних завдань;

4 бали, якщо продемонстровано знання основного матеріалу, надано відповідь на запитання з неточностями, продемонстровано володіння необхідними методами виконання практичних завдань;

3 бали, якщо продемонстровано знання основного матеріалу, надано відповідь на запитання з неточностями та недостатньо правильними формулюваннями, виявлені помилки під час використання необхідних методів виконання практичних завдань;

2 бали, якщо не виявлені знання основного матеріалу, надано відповідь із суттєвими помилками та неправильними формулюваннями, продемонстровано невміння використовувати необхідні методи виконання практичних завдань;

1 бал, якщо надано неправильну відповідь, не розпочато виконання практичних завдань колоквіуму, але є певні правильні міркування;

0 балів, якщо завдання повністю відсутнє.

Критеріями оцінювання **самостійних творчих робіт** є здатність проводити критичну та незалежну оцінку певних проблемних питань; вміння пояснювати альтернативні погляди та наявність власної точки зору, позиції на певне проблемне питання; застосування аналітичних підходів; якість і чіткість викладення міркувань; логіка, структуризація та обґрунтованість висновків щодо конкретної проблеми; самостійність виконання роботи; грамотність подачі матеріалу; використання методів порівняння, узагальнення понять та явищ; оформлення роботи; якість презентації.

Порядок підсумкового контролю з навчальної дисципліни. Підсумковий контроль знань та компетентностей студентів із навчальної дисципліни здійснюється на підставі семестрового екзамену. Екзаменаційний білет охоплює програму дисципліни і передбачає визначення рівня знань та ступеня опанування студентами відповідних компетентностей (див. табл. 2.1). Завданням екзамену є перевірка розуміння студентом програмного матеріалу в цілому, логіки та взаємозв'язків між окремими розділами, здатності творчого використання накопичених знань, вміння формулювати своє ставлення до певної проблеми навчальної дисципліни тощо. В умовах реалізації компетентнісного підходу завдяки екзамену можна оцінити рівень засвоєння студентом компетентностей, передбачених кваліфікаційними вимогами.

Екзаменаційний білет за кожним модулем навчальної дисципліни містить п'ять практичних завдань: два завдання першого рівня – діагностичні,

які дозволяють виявити рівень засвоєння студентом початкових теоретичних основ дисципліни; два завдання другого рівня – стереотипні, які визначають здатність студента до вирішення типових практичних завдань; одне завдання третього рівня – евристичне, що має за мету встановити творчий підхід студента до виконання завдання і набуті ним компетентності, його активність, самостійність та ефективність.

Структуру екзаменаційного білета подано в табл. 10.1.

Таблиця 10.1

Структура екзаменаційного білета

Рівень завдання	Зміст завдань за темами
Перший	Розв'язання задач векторної алгебри. Обчислення скалярного, векторного та мішаного добутків векторів, перевірка векторів на колінеарність та компланарність. Розв'язання основних задач аналітичної геометрії на площині, складання рівнянь прямої в різних формах, дослідження кривих другого порядку. Знаходження границь функцій та дослідження функцій на неперервність, визначення асимптот графіків функцій. Відшукування похідних функцій різних форм завдання. Застосування диференціального числення функції однієї змінної до дослідження функції. Дослідження числових рядів: основні ознаки збіжності рядів. Функціональні ряди: визначення їх радіусу та області збіжності степеневому ряду
Другий	Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь за методами Крамера, оберненої матриці та Жордана – Гауса. Визначення базису простору та розкладання вектора за цим базисом, здійснення переходу до нового базису. Обчислення власних чисел та власних векторів матриці. Дослідження кривих другого порядку, здійснення перетворення рівняння кривої до канонічного вигляду для визначення її типу. Обчислення градієнта та побудова ліній рівня функції двох змінних в заданій точці. Дослідження функції двох змінних на локальний та умовний екстремуми
Третій	Застосування знань із тем "Визначений інтеграл та його застосування" та "Диференціальні рівняння" до розв'язання задач прикладної економіки

Екзаменаційний білет складено за формою № Н-5.05, яка затверджена наказом МОН України "Про затвердження форм документів з підготовки кадрів у вищих навчальних закладах I – IV рівнів акредитації". Нижче наведено зразок екзаменаційного білета.

Зразок екзаменаційного білета

Форма № Н-5.05

Харківський національний економічний університет імені Семена Кузнеця
Перший (бакалаврський) рівень. Спеціальність: "Облік і аудит"
Навчальна дисципліна "Вища математика" Семестр I

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ

Завдання 1 (діагностичне). Чи є компланарними вектори $\bar{a}$, $\bar{b}$ і $\bar{c}$?

$$\bar{a} = (2; 3; 1), \quad \bar{b} = (-1; 0; -1), \quad \bar{c} = (2; 2; 2).$$

Завдання 2 (діагностичне). Знайти радіус і область збіжності степеневого ряду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}.$$

Завдання 3 (стереотипне). Знайти власні значення і власні вектори

матриці: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -8 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$

Завдання 4 (стереотипне). Для функції $z = x^2 + y^2 + 2x - 2y - 5$ визначити її градієнт у точці $M(2; 0)$, обчислити значення функції в цій точці і записати відповідне йому рівняння лінії рівня. Зробити креслення, яке містить лінію рівня та градієнт.

Завдання 5 (евристичне). Для певного товару задані функції попиту та пропозиції. Обсяг попиту як функція від ціни за один виріб (функція попиту) має вигляд: $x(p) = 54 - 4p - 3p'$, де p' характеризує швидкість зміни ціни в часі. Відповідно функція пропозиції залежно від ціни за один виріб визначається співвідношенням: $y(p) = 26 + 3p + 2p'$. Знайти залежність рівноважної ціни від часу, якщо при $t = 0$ ціна за один виріб становить $p = 5$. Чи є рівноважна ціна стійкою? Пояснити отриманий результат.

Затверджено на засіданні кафедри вищої математики й економіко-математичних методів ХНЕУ ім. С. Кузнеця. Протокол № ____ від " ____ " _____ 20 ____ р.

Завідувач кафедри

(підпис)

(прізвище та ініціали)

Екзаменатор

(підпис)

(прізвище та ініціали)

Оцінювання здійснюється відповідно до Тимчасового положення "Про порядок оцінювання результатів навчання студентів за накопичувальною бально-рейтинговою системою" ХНЕУ ім. С. Кузнеця.

За бездоганне виконання всіх завдань у білеті з демонстрацією поглиблених знань навчальної дисципліни, вмінь їх практичного застосування, сформованих компетентностей, що ґрунтуються на вмінні проводити аналіз та вирішувати широке коло завдань, високий рівень оформлення письмової роботи студент отримує 40 балів.

Оцінювання окремого завдання здійснюють за такими критеріями.

Завдання першого рівня оцінюється у:

7 балів, якщо продемонстровано вміння виконувати нескладні завдання з векторної алгебри з використанням основних властивостей дій із векторами та бездоганне знання прийомів та методів дослідження рядів на збіжність. Чітко наведені всі розрахунки, обчислення супроводжені теоретичними поясненнями за темою завдання;

6 балів, якщо продемонстровано вміння виконувати завдання з використанням основних формул. Однак пояснення до розв'язання не можна вважати повними та бездоганними, якщо не обґрунтовано вибір тієї чи іншої ознаки збіжності чисельного ряду, неповністю наведено опис методу вирішення завдання та ін.;

5 балів, якщо наведено логічно правильну послідовність у виконанні завдань, наведені пояснення повною мірою охоплюють увесь теоретичний матеріал, що був залучений до розв'язання задачі. Виконано якісний та кількісний аналіз щодо обґрунтування використаних формул. Однак у процесі виконання завдання допущено 1 – 2 незначні помилки (описки в обчисленнях, похибки в арифметичних діях через неуважність та ін.), що змінюють лише арифметичний результат, але суттєво не впливають на правильність подальшого виконання;

4 бали, якщо наведено логічно правильну послідовність кроків вирішення завдання. Однак існують 1 – 2 помилки, які не можна вважати помилками через неуважність. У цілому завдання є розв'язаним до визначення кінцевого результату, але теоретичні пояснення наведені не в повному обсязі;

3 бали, якщо завдання виконано лише частково з початковими правильними міркуваннями щодо обчислення цього завдання, використання основних методів за темами "Векторна алгебра" або "Ряди", однак

присутні помилки (наприклад, помилки у скороченні під час аналізу числових рядів), що суттєво вплинули на процес правильного розв'язання задачі;

2 бали, якщо розпочато виконання завдання на рівні основних формул, але не отриманий кінцевий результат, теоретичні пояснення відсутні;

1 бал, якщо виконання завдання не розпочато, але є певні правильні міркування;

0 балів, якщо завдання повністю відсутнє.

Завдання другого рівня оцінюється у:

8 балів, якщо рішення завдання характеризується чіткістю, обґрунтованістю, в повному обсязі наведено необхідні теоретичні пояснення, виконано всі обчислення та перетворення. Продемонстровано поглиблені знання теоретичного матеріалу та вміння розв'язувати задачі з визначення загального й частинного розв'язків системи лінійних рівнянь, обчислення власних чисел та власних векторів матриці, аналізу кривих 2-го порядку та дослідження функції багатьох змінних;

7 балів, якщо рішення є правильним, продемонстровано бездоганне знання математичного апарату за темами завдань цього рівня, однак існує певна незначна недостатність у теоретичних поясненнях та обґрунтуваннях (наприклад, не наведено використані формули, не роз'яснено схему розв'язання задачі або не обґрунтовано визначення типу кривої 2-го порядку);

6 балів, якщо розв'язання задачі є правильним, але теоретичні пояснення недостатньо повні, не зроблені необхідні висновки, або є незначні арифметичні помилки (1 – 2 помилки), допущені під час виконання арифметичних дій через неуважність;

5 балів, якщо розв'язок задачі практично не містить теоретичних пояснень, однак продемонстровані знання та вміння використовувати математичний апарат за темою задачі, наведені основні формули, повністю проведені необхідні розрахунки. Можливі 1 – 2 арифметичні помилки, які суттєво не змінюють правильність отриманого розв'язку;

4 бали, якщо у ході виконання завдання теоретичні пояснення практично відсутні, але правильно використано основні методи, факти, формули і залежності за напрямом завдання. Крім того є 1 – 2 помилки, які не можна вважати помилками через неуважність (помилки у обчисленні

визначника матриці, похідної, у скороченні при розрахунках), які суттєвим чином впливають на правильність подальшого розв'язання та відповідь задачі;

3 бали, якщо завдання виконано без теоретичних пояснень, використання формул є лише частково правильним; розв'язок подається лише частково або повністю, однак із значною кількістю похибок, що суттєво впливають на отриманий результат;

2 бали, якщо розпочато виконання завдання на рівні основних формул, що є обраними та записаними, однак не існує кінцевого результату, теоретичні пояснення повністю відсутні;

1 бал, якщо виконання завдання не розпочато, але є певні правильні міркування;

0 балів, якщо завдання повністю відсутнє.

Завдання третього рівня оцінюється у:

10 балів, якщо рішення поставленого завдання характеризується творчим використанням теоретичного матеріалу, логічною правильністю, чіткістю, обґрунтованістю висновків, раціональністю або застосовані нестандартні підходи до його вирішення. Продемонстровано не тільки глибокі знання математичного апарату, але й розуміння економічних величин та понять, визначення їх взаємозв'язку. Бездоганно виконане завдання супроводжується демонстрацією поглиблених знань та компетентностей щодо вміння здійснювати всебічний аналіз отриманих результатів;

9 балів, якщо вирішення поставленого завдання характеризується достатнім теоретичним аналізом та поясненням всіх етапів розв'язання задачі, застосування математичного апарату є обґрунтованим, помилок нема, зроблені основні висновки, однак в роботі відсутній творчий підхід, не зроблено повний ґрунтовний аналіз отриманого рішення, економічна інтерпретація отриманих результатів є лише частковою;

8 балів, якщо правильно використано математичну термінологію, основні прийоми та методи обчислення, застосовано необхідні формули, залежності та означення, проведено обґрунтування окремих основних моментів розв'язання, але не наведені всі необхідні пояснення економічної сторони проблеми;

7 балів, якщо розв'язання задачі є правильним, теоретичні пояснення наведені в достатньому обсязі, зроблені основні висновки, однак

у розрахунках є незначні арифметичні помилки (1 – 2 помилки) у вигляді похибок в арифметичних діях, які можна вважати помилками через неухважність;

6 балів, якщо розв'язання задачі є правильним, але теоретичні пояснення не наведені в достатньому обсязі, висновки неповністю окреслюють значення отриманого результату, у розрахунках присутні незначні арифметичні помилки (1 – 2 помилки) у вигляді похибок в арифметичних діях, які можна вважати помилками через неухважність;

5 балів, якщо завдання виконано повністю, застосування математичного та економічного апарату є обґрунтованим, однак наявні помилки в розрахунках, що суттєво впливають на правильність отриманого розв'язку;

4 бали, якщо у ході виконання завдання пояснення наведені лише частково, але правильно використані основні методи, факти, формули і залежності для розв'язання задачі. Однак існує 1 – 2 помилки через неухважність (помилки у використанні таблиць, значень або понять), але вони суттєво впливають на правильність подальшого розв'язання і на його кінцевий результат;

3 бали, якщо завдання виконано без пояснень або використання формул і теоретичного матеріалу є лише частково правильним; завдання виконано, але рішення або не доведено до кінця, або виконано повністю, однак із значною кількістю похибок, що суттєво впливають на отриманий результат;

2 бали, якщо теоретичні пояснення щодо ходу виконання завдання повністю відсутні, застосування формул і теорем здійснюється без наведення їх у загальному вигляді, розрахунки не виконані до кінця або у процесі їх виконання студент припустився численних помилок різного роду, що призвели до отримання неправильного результату;

1 бал, якщо виконання завдання не розпочато, але є певні правильні міркування;

0 балів, якщо завдання повністю відсутнє.

Студент, який із поважних причин, підтверджених документально, не мав можливості брати участь у формах поточного контролю, тобто не склав змістовий модуль, має право на його відпрацювання у двотижневий термін після повернення до навчання за розпорядженням декана факультету відповідно до встановленого терміну.

Студент **не може бути допущений** до складання екзамену, якщо кількість балів, отриманих за результатами перевірки успішності під час поточного та модульного контролю відповідно до змістового модуля впродовж семестру, в сумі не досягла 35 балів. Після екзаменаційної сесії декан факультету видає розпорядження про ліквідацію академічної заборгованості. У встановлений термін студент добирає залікові бали.

Підсумкова оцінка з навчальної дисципліни розраховується з урахуванням балів, отриманих під час екзамену, та балів, отриманих під час поточного контролю за накопичувальною системою.

Студента **слід вважати атестованим**, якщо сума балів, отриманих як загальний результат оцінювання за всіма формами контролю, дорівнює або перевищує 60. Відповідно мінімально можлива кількість балів за поточний і модульний контроль упродовж семестру складає 35 та мінімально можлива кількість балів, набраних на екзамені, дорівнює 25.

Результат семестрового екзамену оцінюють у балах (максимальна кількість – 40 балів, мінімальна кількість, що зараховується, – 25 балів) і заносять до відповідної графи екзаменаційної *"Відомості обліку успішності"*.

Підсумкова оцінка з навчальної дисципліни розраховується з урахуванням балів, отриманих під час екзамену, та балів, отриманих під час поточного контролю за накопичувальною системою.

Сумарний результат у балах за семестр складає: *"60 і більше балів – зараховано"*, *"59 і менше балів – не зараховано"* та заноситься в залікову екзаменаційну *"Відомість обліку успішності"* навчальної дисципліни.

11. Розподіл балів, які отримують студенти

Систему оцінювання рівня сформованості професійних компетентностей студентів усіх форм навчання наведено в табл. 11.1.

**Система оцінювання рівня сформованості
професійних компетентностей**

Професійні компетентності	Навчальний тиждень	Години	Форми навчання		Оцінка рівня сформованості компетентностей		
					Форми контролю	Максимальний бал	
1	2	3	4		5	6	
Змістовий модуль 1. Елементи математичного аналізу						27,4	
ВМІ 1 Здатність обчислювати та розуміти зміст границі та використання похідної в економіці	2	Ауд.	2	Лекція	Тема 1. Границі функцій та неперервність	Активна робота на парі	0,3
			2	Практичне заняття	Обчислення границь функцій та дослідження функцій на неперервність	Активна робота на парі	0,3
		CPC	4	Підготовка до занять	Пошук, підбір та огляд літературних джерел за тематикою навчальної дисципліни. Вивчення лекційного матеріалу та підготовка до практичних занять	Контроль самостійної роботи не відбувається	–
	3	Ауд.	2	Лекція	Тема 2. Диференціальне числення функції однієї змінної	Активна робота на парі	0,3
			2	Лабораторне заняття	Знайомство із середовищем <i>MatLab</i> . Застосування <i>MatLab</i> до обчислення границь та дослідження функції на неперервність	Активна робота на парі	0,3
		CPC	4	Підготовка до занять	Вивчення лекційного матеріалу, підготовка до практичних занять. Виконання домашніх завдань та самостійної контрольної роботи. Пошук матеріалу до виконання самостійної творчої роботи	Перевірка домашніх завдань відбувається на практичних заняттях	–

Продовження табл. 11.1

1		2	3	4		5	6	
ВМІ 1	Здатність обчислювати та розуміти зміст похідної в економіці	4	Ауд.	2	Лекція	Тема 3. Аналіз функцій багатьох змінних	Активна робота на парі	0,3
				2	Практичне заняття	Дослідження функції на неперервність, визначення типів розривів	Активна робота на парі	0,3
			CPC	4	Підготовка до занять	Пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою. Виконання домашніх завдань та самостійної контрольної роботи	Домашнє завдання	0,5
ВМІ 2	Здатність обчислювати невизначені інтеграли та інтерпретувати зміст у математичних моделях економічних процесів	5	Ауд.	2	Лекція	Тема 4. Невизначений інтеграл	Активна робота на парі	0,3
				2	Лабораторне заняття	Застосування середовища <i>MatLab</i> для дослідження функції на неперервність	Активна робота на парі	0,3
			CPC	4	Підготовка до занять	Вивчення лекційного матеріалу, підготовка до практичних занять. Виконання домашніх завдань та самостійної контрольної роботи. Підготовка до письмової контрольної роботи	–	–
		6	Ауд.	2	Лекція	Тема 4. Невизначений інтеграл (закінчення)	Активна робота на парі	0,3
				2	Практичне заняття	Вирішення практичних завдань за темою лекції. Знаходження первісної методом безпосереднього інтегрування, заміною та частинами	Активна робота на парі. Письмова контрольна робота	0,3 + 5
			CPC	4	Підготовка до занять	Вивчення лекційного матеріалу, підготовка до практичних занять. Виконання домашніх завдань та самостійної контрольної роботи	Домашнє завдання	0,5

1		2	3	4		5	6	
ВМІ 2	Здатність обчислювати визначені інтеграли та інтерпретувати їх зміст	7	Ауд.	2	Лекція	Тема 5. Визначений інтеграл та його застосування	Активна робота на парі	0,3
				2	Лабораторне заняття	Обчислення визначених інтегралів у середовищі <i>MatLab</i>	Активна робота на парі	0,3
			СРС	6	Підготовка до занять	Пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою. Виконання домашніх практичних завдань	–	–
ВМІ 3	Здатність розрізняти типи диференціальних рівнянь та володіти методами їх розв'язання	8	Ауд.	2	Лекція	Тема 6. Диференціальні рівняння	Активна робота на парі	0,3
				2	Практичне заняття	Розв'язання диференціальних рівнянь першого порядку	Активна робота на парі	0,3
			СРС	6	Підготовка до занять	Вивчення лекційного матеріалу. Виконання домашніх практичних завдань. Підготовка до захисту лабораторних робіт. Підготовка до колоквіуму	Домашнє завдання. Самостійна контрольна робота	0,5 + 5
		9	Ауд.	2	Лекція	Тема 6. Диференціальні рівняння (закінчення)	Активна робота на парі. Колоквіум	0,3 + 6
				2	Лабораторне заняття	Розв'язання диференціальних рівнянь другого порядку	Активна робота на парі. Комп.-орієнт. завдання	0,3 + 5
			СРС	4	Підготовка до занять	Вивчення лекційного матеріалу. Виконання домашніх завдань та самостійної контрольної роботи	–	–

1		2	3	4		5	6	
BMI 4	Здатність володіти методами дослідження рядів	10	Ауд.	2	Лекція	Тема 7. Ряди	Активна робота на парі	0,3
				2	Практичне заняття	Вирішення завдань щодо дослідження збіжності числових рядів, пошуку області збіжності та розкладу функції у степеневий ряд	Активна робота на парі	0,3 + 5
			CPC	4	Підготовка до занять	Огляд літератури за тематикою; виконання домашніх практичних завдань за темою та завдань самостійної контрольної роботи	Домашнє завдання	0,5
Змістовий модуль 2. Лінійна алгебра та аналітична геометрія								32,6
BMI 5	Здатність використовувати матриці під час аналізу даних в економіці	11	Ауд.	2	Лекція	Тема 8. Елементи теорії матриць і визначників	Активна робота на парі	0,3
				2	Лабораторне заняття	Дії з матрицями та визначниками в середовищі <i>MatLab</i>	Активна робота на парі	0,3
			CPC	8	Підготовка до занять	Огляд літератури за тематикою; виконання домашніх завдань за темою та завдань самостійної контрольної роботи	–	–
		12	Ауд.	2	Лекція	Тема 9. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь	Активна робота на парі	0,3
				2	Практичне заняття	Розв'язання практичних завдань на операції з матрицями та обчислення визначників	Активна робота на парі	0,3
			CPC	4	Підготовка до занять	Підбір та огляд літературних джерел за тематикою; виконання домашніх завдань за темою	Домашнє завдання. Самостійна контрольна робота	0,5 + 5

1		2	3		4		5	6
ВМІ 5	Здатність використовувати СЛАР під час розробки ЕММ	13	Ауд.	2	Лекція	Тема 9. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь (закінчення)	Активна робота на парі	0,3
				2	Лабораторне заняття	Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь в <i>MatLab</i>	Активна робота на парі	0,3
			СРС	4	Підготовка до занять	Вивчення лекційного матеріалу. Виконання домашніх практичних завдань та самостійної творчої роботи	–	–
ВМІ 6	Здатність здійснювати операції з векторами у лінійному просторі, застосовувати векторну алгебру в економічних дослідженнях	14	Ауд.	2	Лекція	Тема 10. Елементи векторної алгебри	Активна робота на парі	0,3
				2	Практичне заняття	Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь	Активна робота на парі	0,3
			СРС	4	Підготовка до занять	Вивчення лекційного матеріалу, підготовка до практичних занять. Виконання домашніх завдань та завдань самостійної творчої роботи	Домашнє завдання	0,5
		15	Ауд.	2	Лекція	Тема 10. Елементи векторної алгебри (закінчення)	Активна робота на парі	0,3
				2	Лабораторне заняття	Вирішення практичних завдань векторної алгебри в <i>MatLab</i>	Активна робота на парі	0,3
			СРС	4	Підготовка до занять	Огляд літературних джерел за заданою тематикою. Виконання домашніх практичних завдань. Підготовка до письмової контрольної роботи та презентації самостійної творчої роботи	–	–

Закінчення табл. 11.1

1		2	3	4		5	6	
ВМІ 7	Здатність застосовувати інструментарій та методи аналітичної геометрії при моделюванні та дослідженні економічних систем	16	Ауд.	2	Лекція	Тема 11. Елементи аналітичної геометрії	Активна робота на парі	0,3
				2	Практичне заняття	Розв'язання практичних завдань з векторної алгебри	Активна робота на парі. Письмова контрольна робота	0,3 + 5
			CPC	4	Підготовка до занять	Пошук, підбір та огляд літературних джерел за темою. Підготовка до колоквиуму та презентації самостійної творчої роботи	Домашнє завдання	0,4
	17	Ауд.	2	Лекція	Тема 11. Елементи аналітичної геометрії (закінчення)	Активна робота на парі. Самостійна творча робота. Колоквиум	0,3 + 7 + 5	
			2	Лабораторне заняття	Розв'язання основних задач аналітичної геометрії на площині та в просторі	Активна робота на парі. Комп.-оріент. завдання	0,3 + 5	
		CPC	4	Підготовка до занять	Підготовка до захисту лабораторних робіт	—	—	
	СЕСІЯ	Ауд.	2	Перед-екзаменаційна консультація	Вирішення практичних завдань на теми, що входять до підсумкового контролю	Підсумковий контроль	40	
			2	Екзамен	Виконання завдань екзаменаційного білета			
		CPC	10	Підготовка до екзамену	Повторення матеріалу змістових модулів			
Усього годин		150	Загальна максимальна кількість балів із дисципліни				100	
з них								
аудиторні		68	45 %	поточний контроль				60
самостійна робота		82	55 %	підсумковий контроль				40

Розподіл балів у межах тем змістових модулів наведено в табл. 11.2.

Таблиця 11.2

Розподіл балів за темами

Поточне тестування та самостійна робота											Підсумковий тест (екзамен)	Сума
Змістовий модуль 1							Змістовий модуль 2				40	100
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11		
0,6	0,6	1,1	1,7	0,6	1,7	1,1	1,4	1,7	1,2	1,3		
Письмова контрольна робота							Письмова контрольна робота					
5							5					
Самостійна контрольна робота							Самостійна контрольна робота					
5							5					
Компетентісно-орієнтоване завдання							Компетентісно-орієнтоване завдання					
5							5					
Колоквіум							Колоквіум					
5							5					
Самостійна творча робота												
7												

Примітка. T1, T2 ... T10 – теми змістових модулів.

Максимальну кількість балів, яку може накопичити студент протягом тижня за формами та методами навчання і контролю, наведено в табл. 11.3.

Розподіл балів за тижнями

Теми змістового модуля			Лекційні заняття	Практичні заняття	Лабораторні заняття	Домашнє завдання	Компетентнісно-орієнтоване завдання	Самостійна контрольна робота	Письмова контрольна робота	Самостійна творча робота	Колоквіум	Усього
Змістовий модуль 1. Елементи математичного аналізу	Тема 1	2 тиждень	0,3	0,3	–	–	–	–	–	–	–	0,6
	Тема 2	3 тиждень	0,3	–	0,3	–	–	–	–	–	–	0,6
	Тема 3	4 тиждень	0,3	0,3	–	0,5	–	–	–	–	–	1,1
	Тема 4	5 тиждень	0,3	–	0,3	–	–	–	–	–	–	0,6
		6 тиждень	0,3	0,3	–	0,5	–	–	5	–	–	6,1
	Тема 5	7 тиждень	0,3	–	0,3	–	–	–	–	–	–	0,6
	Тема 6	8 тиждень	0,3	0,3	–	0,5	–	5	–	–	–	6,1
		9 тиждень	0,3	–	0,3	–	5	–	–	–	5	10,6
	Тема 7	10 тиждень	0,3	0,3	–	0,5	–	–	–	–	–	1,1
Змістовий модуль 2. Лінійна алгебра	Тема 8	11 тиждень	0,3	–	0,3	–	–	–	–	–	–	0,6
		12 тиждень	0,3	0,3	–	0,5	–	5	–	–	–	6,1
	Тема 9	13 тиждень	0,3	–	0,3	–	–	–	–	–	–	0,6
	Тема 10	14 тиждень	0,3	0,3	–	0,5	–	–	–	–	–	1,1
		15 тиждень	0,3	–	0,3	–	–	–	–	–	–	0,6
	Тема 11	16 тиждень	0,3	0,3	–	0,4	–	–	5	–	–	6,0
		17 тиждень	0,3	–	0,3	–	5	–	–	7	5	17,6
Усього			4,8	2,4	2,4	3,4	10	10	10	7	10	60

Підсумкову оцінку з навчальної дисципліни визначають відповідно до Тимчасового положення "Про порядок оцінювання результатів навчання студентів за накопичувальною бально-рейтинговою системою" ХНЕУ ім. С. Кузнеця (табл. 11.4).

Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	A	відмінно	зараховано
82 – 89	B	добре	
74 – 81	C		
64 – 73	D	задовільно	
60 – 63	E		
35 – 59	FX	незадовільно	не зараховано
1 – 34	F		

Оцінки за цією шкалою заносяться до відомостей обліку успішності, індивідуального навчального плану студента та іншої академічної документації.

12. Рекомендована література**12.1. Основна**

1. Вища математика : базовий підручник для вузів / під ред. В. С. Пономаренка. – Харків : Фоліо, 2014. – 669 с.

2. Вища математика : математичний аналіз, лінійна алгебра, аналітична геометрія : підручник / [авт. кол. : В. С. Пономаренко, Л. М. Малярець, Л. М. Афанасьєва та ін. ; за ред. В. С. Пономаренка]. – Мультимедійне інтерактивне електрон. вид. комбінованого використ. (412 Мб). – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2015. – http://library.hneu.edu.ua/jornal_aut1.php.

3. Малярець Л. М. Вища математика для економістів у прикладах, вправах і задачах : навч. посіб. / Л. М. Малярець, А. В. Ігначкова. – Харків : ВД "ІНЖЕК", 2006. – 544 с.

4. Малярець Л. М. Математика для економістів : навч. посіб. / під ред. Л. М. Малярець. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2011. – 568 с.

5. Малярець Л. М. Математика для економістів : практ. посіб. до розв'язання задач / Л. М. Малярець, Л. Д. Широкоград. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2008. – 476 с.

6. Малярець Л. М. Математика для економістів : навч. посіб. У 2-х ч. Ч. 1. / Л. М. Малярець, Л. М. Афанасьєва, А. В. Ігначкова. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2011. – 393 с.

7. Малярець Л. М. Математика для економістів : навч. посіб. У 2-х ч. Ч. 2. / Л. М. Малярець, Л. М. Афанасьєва, А. В. Ігначкова. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2011. – 368 с.

8. Математика для економістів: практ. посіб. до розв'язання задач економічних досліджень в MatLab / Л. М. Малярець, Є. В. Резнік, О. Г. Тижненко. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2008. – 212 с.

12.2. Додаткова

9. Барковський В. В. Математика для економістів : навч. посіб. / В. В. Барковський, Н. В. Барковська. – Київ : НАУ, 1999. – 448 с.

10. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г. Н. Берман. – Москва : Наука, 2002. – 384 с.

11. Вища математика для економістів : підручник / під ред. О. І. Ляшенка, О. І. Черняка. – Київ: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2008. – 497 с.

12. Высшая математика для экономистов / под ред. Н. Ш. Кремера. – Москва : ЮНИТИ – ДАНА, 2002. – 440 с.

13. Высшая математика : сборник задач / под ред. П. Ф. Овчинникова. – Київ : Вища школа, 1999. – 350 с.

14. Данко П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. У 2-х ч. / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – Москва : Высшая школа, 2003. – 304 с. и 416 с.

15. Ермаков В. И. Общий курс высшей математики для экономистов / В. И. Ермаков, Б. М. Рудык, Р. К. Гринцевичюс. – Москва : ИНФРА-М, 2007. – 657 с.

16. Красс М. С. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании : учебник / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – 2-е изд., испр. – Москва : Дело, 2001. – 688 с.

17. Минорский В. П. Сборник задач по высшей математике / В. П. Минорский. – Москва : Наука, 2002. – 352 с.

18. Тевяшев А. Д. Высшая математика. Сборник задач и упражнений / А. Д. Тевяшев, А. Г. Литвин. – Харьков : ХТУРЭ, 1999. – 192 с.

19. Травкін Ю. І. Математика для економістів : підручник / Ю. І. Травкін, Л. М. Малярець. – Харків : ВД "ІНЖЕК", 2005. – 816 с.

12.3. Методичне забезпечення

20. Вища математика: опорний конспект [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.ikt.hneu.edu.ua/course/view.php?id=929>.

21. Методичні рекомендації до виконання практичних завдань з навчальної дисципліни "Вища математика" [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.ikt.hneu.edu.ua/course/view.php?id=929>.

22. Методичні рекомендації та завдання для виконання лабораторних робіт із навчальної дисципліни "Вища математика" [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.ikt.hneu.edu.ua/course/view.php?id=929>.

Додатки

Додаток А

Таблиця А.1

Структура складових професійних компетентностей із навчальної дисципліни "Вища математика" за Національною рамкою кваліфікацій України

103

Складові компетентності, яка формується в рамках теми	Мінімальний досвід	Знання	Вміння	Комунікації	Автономність і відповідальність
1	2	3	4	5	6
Тема 1. Границі функцій та неперервність					
Визначати необхідність та використовувати теоретико-множинного підхід у дослідженні економічних об'єктів та формалізації економічних процесів за допомогою функцій. Застосовувати граничний аналіз під час дослідження задач економічного характеру	Сутність поняття "границя функції" та вміння розкривати різні типи невизначеностей. Поняття неперервності функції та його застосування під час побудови моделей неперервних економічних процесів	Знання методів обчислення границь функції та дослідження функцій на неперервність. Поняття невизначеності, причини виникнення та види невизначеності	Вміти визначати границі послідовностей та функцій та розкривати різні типи невизначеностей. Проводити маргінальний аналіз прибутку та рентабельності. Досліджувати функцію на неперервність	Складати математичні моделі економічних процесів з використанням різноманітних виробничих функцій (загальні та середні витрати виробництва, прибуток, попит та споживання тощо)	Здібність аналізувати неперервні економічні процеси, пропонувати їх оптимальні моделі, надавати пропозиції з використання методів теорії границь та досліджень на неперервність

1	2	3	4	5	6
Тема 2. Диференціальне числення функції однієї змінної					
Використовувати похідну до формалізації економічних процесів. Застосовувати інструменти диференціального числення до розв'язання економічних задач та проведення економічних розрахунків	Поняття похідної функції та її економічний зміст. Правила обчислення похідної, методи дослідження функціональних залежностей та їх геометричної інтерпретації	Знання основ диференціального числення функції однієї змінної, методів та правил знаходження похідних при різних інтерпретаціях функціональної залежності; технології використання похідної в процесі дослідження функцій однієї змінної	Вміти обчислювати похідні за відомими правилами та трактувати їх економічний зміст для функціональних залежностей в економічних задачах. Проводити геометричну інтерпретацію функціональних залежностей	Розуміти економічні процеси та аналізувати їх методами диференціального числення. Презентувати результати повного дослідження функцій	Відповідальність за коректність та адекватність розроблених моделей економічних задач та методів їх дослідження. Самостійність прийняття рішення в умовах невизначеності
Тема 3. Аналіз функцій багатьох змінних					
Застосовувати функції багатьох змінних для моделювання та аналізу економічних процесів, розв'язання економічних задач	Сутність та значущість використання функції багатьох змінних під час розгляду різноманітних економічних процесів	Знання методичних основ дослідження функцій багатьох змінних, поняття похідної, похідної за напрямом, градієнта та екстремуму функції, принципів використання диференціала в наближених обчисленнях	Вміти знаходити область визначення функції, частинні похідні, диференціал, похідні за напрямом, градієнт, локальні та умовні екстремуми, еластичність функції та її економічний та геометричний зміст	Застосовувати функції кількох змінних в економіці для опису досліджуваних процесів та явищ	Відповідальність за визначення стратегії керування економічними процесами з метою оптимізації роботи економічних систем

1	2	3	4	5	6
Тема 4. Невизначений інтеграл					
Ідентифікувати типи задач в економіці, для розв'язання яких застосовується інструментарій інтегрального числення, що дозволяє відшукати вихідні величини за відомими функціональними залежностями	Сутність методів знаходження первісних для даної функції. Методи безпосереднього інтегрування, заміною змінної, інтегрування частинами	Знання основних методів інтегрування та теоретичної основи цих методів. Знати типи інтегралів, до яких використовуються відповідні методи	Вміти знаходити первісні для раціональних та ірраціональних функцій	Вирішувати економічні задачі, для розв'язання яких використовується апарат інтегрального числення	Відповідальність за постановку та розв'язання економічних задач, для математичних моделей яких використовують поняття невизначеного інтеграла. Рекомендувати методи визначення виробничих функцій за їх граничними функціями
Тема 5. Визначений інтеграл та його застосування					
Визначати економічні ситуації, для моделювання яких доцільно застосовувати методи інтегрального числення. Застосовувати визначені інтеграли в економічних розрахунках	Поняття визначеного інтеграла та класичних задач геометрії, фізики, економіки, які приводять до поняття визначеного інтеграла	Знання властивостей визначеного інтеграла та методів його обчислення. Знати теоретичні основи наближеного обчислення визначеного інтеграла	Вміти застосовувати методи обчислення визначених та невласних інтегралів, використовувати визначений інтеграл для розв'язання геометричних та економічних задач	Обчислювати визначені інтеграли від елементарних функцій, а також розв'язувати за їх допомогою геометричні та економічні задачі	Відповідальність за постановку та реалізацію економічних задач, розв'язання яких зводиться до обчислення визначеного інтеграла, а саме: визначення коефіцієнта Джині, кривої навчання, закону попиту та пропозиції, задачі дисконтування тощо

1	2	3	4	5	6
Тема 6. Диференціальні рівняння					
Здатність до застосування диференціальних рівнянь при дослідженні динаміки економічних процесів, опрацюванні різних моделей в економіці	Сутність поняття диференціального рівняння, загального та частинного розв'язків, задачі Коші, порядку та лінійності або нелінійності рівняння	Знати теоретичні основи розв'язання диференціальних рівнянь 1-го та вищих порядків. Знати методи знаходження частинних розв'язків для рівнянь зі спеціальною правою частиною та методи розв'язання різницевого рівнянь	Вміти знаходити розв'язки диференціальних рівнянь 1-го порядку та вищого порядку. Вміти розв'язувати лінійні диференціальні рівняння та різниці рівняння, ідентифікувати типи рівнянь та особливості їх розв'язку	Розв'язувати економічні задачі, математичними моделями яких є диференціальні рівняння, а саме: відшукання первісних, еластичності функції тощо	Відповідальність за точність і коректність математичної постановки економічних задач, що пов'язані з диференціальними рівняннями. Здатність до рекомендації методів щодо визначення розв'язку задачі Бернуллі про кредитування, моделі природного зростання, динаміки ринкових цін тощо
Тема 7. Ряди					
Здатність, вміння та навички щодо розуміння змісту прикладних задач, які пов'язані з поняттям ряду	Сутність поняття числового та функціонального рядів. Еталонні ряди. Розкладання функцій у степеневі та тригонометричні ряди	Знання теоретичних основ теорії рядів. Умови збіжності знакосталих та знакопереміжних числових рядів. Теорема Абеля, область збіжності та радіус збіжності степеневих рядів	Вміти розрізняти типи рядів, володіти методами дослідження рядів на збіжність, знаходити область збіжності степеневих рядів, розкладати елементарні функції в степеневі та тригонометричні ряди, наближено обчислювати суми рядів	Досліджувати збіжність числових рядів, розуміти проблему збіжності рядів та використання рядів у наближених обчисленнях	Здатність рекомендувати методи дослідження числових рядів під час постановки і розв'язання економічних задач та використання тригонометричних рядів у задачах дослідження економічних процесів

1	2	3	4	5	6
Тема 8. Елементи теорії матриць і визначників					
Здатність використовувати числові матриці для формування й аналізу таблиць вихідних даних в економіці	Сутність поняття "числові матриці" та вміння здійснювати їх класифікацію	Знання основ лінійної алгебри: матриці й визначники. Можливість їх використання в процесі побудови математичних моделей економічних процесів	Здатність використовувати числові матриці для формування й аналізу таблиць вихідних даних в економіці	Використовувати існуючі методи роботи із числовими даними, надавати їх у вигляді матриць та виконувати дії над ними	Відповідальність за точність побудованих математичних моделей економічних задач, розробку та реалізацію їх розв'язків
Тема 9. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь					
Здатність використовувати системи лінійних рівнянь при побудові лінійних економіко-математичних моделей	Основні поняття, що стосуються системи лінійних рівнянь	Знання методів розв'язання систем лінійних рівнянь та особливостей розв'язання системи однорідних рівнянь	Вміння знаходити загальні, базисні та опорні розв'язки систем лінійних рівнянь	Використовувати методи розв'язання систем лінійних рівнянь із матрицями довільного розміру	Відповідальність за точність і коректність складання математичних моделей задач щодо використання сировини
Тема 10. Елементи векторної алгебри					
Здатність здійснювати основні операції з векторами, знаходити власні вектори, приводити квадратичну форму до канонічного виду	Сутність поняття "вектор". Основні дії з векторами. Власні вектори. Квадратичні форми	Знання основи векторної алгебри: скалярний, векторний та мішаний добутки векторів, базис простору. Розуміти лінійну залежність та незалежність векторів, власні числа та власні значення матриць	Вміти визначати базис лінійного простору і розкласти вектор за базисом; знаходити базисні розв'язки системи лінійних рівнянь; знаходити власні значення та власні вектори матриць	Презентувати геометричну інтерпретацію економічних задач	Здатність рекомендувати методи геометричного розв'язку та інтерпретації економічних задач, креативне мислення

Закінчення додатка А

Закінчення табл. А.1

1	2	3	4	5	6
Тема 11. Елементи аналітичної геометрії					
Здатність застосовувати інструментарій та методи аналітичної геометрії при моделюванні та дослідженні економічних систем	Поняття про рівняння лінії на площині. Різновиди рівнянь прямої на площині та у просторі. Криві другого порядку, їх канонічні рівняння та зображення	Знання різновидів рівнянь прямої на площині; основних формул аналітичної геометрії для знаходження відстаней, кутів тощо. Знання класифікації кривих другого порядку, їх канонічних рівнянь. Знання різновидів рівнянь площини та прямої у просторі, методів дослідження їх взаємного розташування	Вміти складати рівняння прямої на площині відповідно до даних задачі; розв'язувати основні задачі аналітичної геометрії на площині та у просторі; визначати тип кривої другого порядку; володіти методами зведення загального рівняння кривої другого порядку до канонічного вигляду	Презентувати геометричну інтерпретацію економіко-математичних моделей та методів їх дослідження	Здатність до геометричної інтерпретації економічних задач, рекомендувати геометричні підходи до моделювання та розв'язання практичних завдань

Зміст

Вступ.....	3
1. Опис навчальної дисципліни.....	4
2. Мета та завдання навчальної дисципліни.....	5
3. Програма навчальної дисципліни	10
4. Структура навчальної дисципліни.....	18
5. Підготовка практичних занять	20
5.1. Теми практичних занять	20
5.2. Приклади типових завдань аудиторних письмових контрольних робіт за темами	23
6. Теми лабораторних занять.....	29
7. Самостійна робота.....	31
7.1. Форми самостійної роботи	31
7.2. Приклади практичних домашніх завдань для самостійної роботи	41
7.3. Контрольні запитання для самодіагностики	50
7.4. Самостійна контрольна робота	62
7.4.1. Основні вимоги до виконання самостійної контрольної роботи.....	62
7.4.2. Приклади типових завдань самостійних контрольних робіт	63
7.5. Компетентнісно-орієнтовані завдання	69
7.5.1. Основні вимоги до виконання компетентнісно-орієнтованих завдань.....	69
7.5.2. Приклади компетентнісно-орієнтованих завдань за змістовими модулями	70
7.6. Підготовка самостійної творчої роботи.....	73
8. Індивідуально-консультативна робота	74
9. Методи навчання	74
10. Методи контролю	80
11. Розподіл балів, які отримують студенти.....	91
12. Рекомендована література.....	100
12.1. Основна	100
12.2. Додаткова	101
12.3. Методичне забезпечення	102
Додатки.....	103

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

ВИЩА МАТЕМАТИКА

**Робоча програма
для студентів усіх спеціальностей
першого (бакалаврського) рівня**

Самостійне електронне текстове мережеве видання

Укладачі: **Норік** Лариса Олексіївна
Рибалко Антоніна Павлівна

Відповідальний за видання *Л. М. Малярець*

Редактор *В. О. Бутенко*

Коректор *О. В. Анацька*

План 2017 р. Поз. № 27 ЕВ. Обсяг 110 с.

Видавець і виготовлювач – ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 61166, м. Харків, просп. Науки, 9-А

*Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру
ДК № 4853 від 20.02.2015 р.*