

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ  
ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Методические рекомендации  
к практическим занятиям по разделу  
**"Электричество и магнетизм"**  
курса **"ФИЗИКА"**  
для студентов специальности 7.080401  
всех форм обучения

Харьков, ХНЭУ, 2004

Утверждено на заседании кафедры физики и электроники.

Протокол №7 от 18.02.2004 г.

M54      Методические рекомендации к практическим занятиям по разделу "Электричество и магнетизм" курса "Физика" для студентов специальности 7.080401 всех форм обучения / Сост. В. Я. Платков, В. В. Белоус. — Харьков: Изд. ХНЭУ, 2004. — 56 с. (Русск. яз.)

Приведены рекомендации по решению задач раздела "Электричество и магнетизм" курса "Физика". Даны основные сведения, формулы и законы, примеры решения задач, задания по электричеству, электромагнетизму, колебаниям и волнам. В приложении приведены основные физические постоянные.

Рекомендовано для студентов экономических специальностей.

Наведено рекомендації стосовно розв'язання задач розділу "Електрика і магнетизм" курсу "Фізика". Подано основні відомості, формули та закони, приклади вирішення задач, завдання з електрики, електромагнетизму, коливань і хвиль. У додатку зазначено основні фізичні постійні.

Рекомендовано для студентів економічних спеціальностей.

## Введение

Физика принадлежит к фундаментальным дисциплинам, формирующим теоретическую подготовку специалистов и являющейся той базой, без которой невозможна успешная деятельность в любой области компьютерных технологий, а для будущего инженера-системотехника особенно важен раздел "Электричество и магнетизм", причем последний органически включает тему "Колебания и волны". Именно этим разделам физики посвящены настоящие Методические рекомендации.

Процесс изучения физики состоит из следующих этапов:

- 1) усвоение лекционного материала;
- 2) самостоятельная работа над учебниками и учебными пособиями;
- 3) выполнение лабораторного практикума;
- 4) практические занятия, посвященные главным образом решению задач;
- 5) выполнение контрольных работ;
- 6) прохождение промежуточных аттестаций знаний;
- 7) сдача зачетов и экзаменов.

В последнее время роль активности и самостоятельности в обучении и развитии мышления резко возрастают и значимость работы с Методическими рекомендациями растет, так как решение задач является эффективным средством усвоения теоретического материала и надежным средством контроля понимания физических явлений и закономерностей.

Основным подходом при решении задач является следующее:

1. К решению задач следует приступать, усвоив теоретические вопросы данного раздела и единицы физических величин, которые имеют место в этом разделе.
2. Решение задачи следует начинать с усвоения условия, а содержание условия записывается в принятом сокращенном виде, причем данные условия задачи должны быть представлены в единицах СИ.
3. Сделать необходимые рисунки и схемы, что позволяет глубже понять условие задачи, и разобраться, на основе каких физических законов основывается решение. Анализируя задачу, следует уяснить, какие физические величины известны, а какие необходимо найти. Желательно выписать формулы и законы, характеризующие физические процессы данной задачи и установить пути использования известных зако-

нов, положений, формул для отображения физической ситуации и процессов задачи, а на основе проведенного анализа переходят к непосредственному решению задачи, которое проводится в общем виде з буквенных обозначениях. Получив расчетную формулу, в нее подставляют численные значения всех величин в системе СИ. При этом следует обращаться к справочным данным, приведенным в конце Методических рекомендаций. Проведя вычисления, выполняют проверку путем установления размерности полученной величины. Верная размерность свидетельствует о правильности решения.

В данных рекомендациях приведены примеры решения задач. Анализируя эти примеры, необходимо обращать внимание не только на физический смысл самого решения, но и на последовательность решения, методику изложения основных положений решения задачи.

## Электричество

Раздел физики, в котором изучается взаимодействие неподвижных в данной системе отсчета электрически заряженных тел и свойства связанных с ними полей, называется электростатикой.

Основу понимания электростатических явлений представляет теория строения атома. Известно, что атом состоит из положительно заряженного ядра — основного носителя массы, и отрицательно заряженных частиц — электронов, которые вращаются вокруг ядра. Устойчивость атома обеспечивается электрическим взаимодействием ядра и электронной оболочки. Однако внешние электроны атома, которые слабо связаны с ядром, могут покидать свое ядро и переходить в сферу действия ядер других атомов. Именно переходами электронов от одних тел к другим обусловлена электризация тел.

Материя существует в виде частиц и полей. Оба эти вида материи представляют собой определенные физические субстанции с присущими им свойствами, которые соответственно проявляются и используются в практической деятельности человека. Речь идет об электрическом и магнитном полях, а в общем понимании — об электромагнитном поле.

Электрическое поле, как вид материи, проявляется в силовом воздействии на заряженные частицы вещества и тела, оно обуславливает электризацию и поляризацию тел, их деформацию (явление электро-

стрикции), оно может превращаться в магнитное поле, ему присуща определенная энергия и т.д.

1. При решении задач на нахождение напряженности электрического поля при заданном распределении зарядов могут иметь место такие случаи:

а) поле порождается одним или несколькими точечными зарядами. В этом случае используют принцип суперпозиции электрических полей: напряженность поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых отдельными зарядами;

б) поле порождается не точечными зарядами, а зарядами, равномерно распределенными на сферической, цилиндрической или плоской поверхности. В этом случае используют формулы, выведенные на основе теоремы Остроградского – Гаусса;

в) если заряженное тело имеет сложное строение, то для определения напряженности поля необходимо поделить тело на бесконечно малые элементы, найти напряженность поля, созданную отдельным элементом, а затем просуммировать все элементарные напряженности.

2. Силы взаимодействия зарядов можно рассчитать по закону Кулона, или по соотношению, рассматривая один из зарядов, как находящийся в электрическом поле другого заряда.

3. Если в условии задачи не указана среда, в которой взаимодействуют заряды, то имеется в виду воздух или вакуум, диэлектрическая проницаемость которых близка или равна единице.

4. При подсчетах в задачах электростатики полезно брать  $K = 1 / 4\pi\epsilon = 9 \cdot 10^9 \text{ м / Ф}$ .

5. При определении потенциала поля, созданного несколькими точечными зарядами, используют принцип суперпозиции полей, согласно которому потенциал поля нескольких точечных зарядов равен алгебраической сумме потенциалов, созданных отдельными зарядами.

6. Физический смысл имеет не сам потенциал, а его изменение (разность потенциалов), подобно тому, как существенна не потенциальная энергия системы, а лишь ее изменение, которая равна работе, выполненной системой.

Общий метод определения сил, действующих в электрическом поле на заряженное тело, основан на законе сохранения энергии. При этом сила, с которой действует система на заряженное тело, равна взятой с обратным знаком производной от энергии системы по перемещению тела в направлении действия силы.

Явления и процессы, связанные с движением электрических зарядов, представляют особую часть учения об электричестве — электродинамику.

Электрическим током называют любое упорядоченное движение электрических зарядов. Ток в металлах представляет собой направленное перемещение свободных электронов под действием электрического поля. Для поддержания тока в проводниках на существующие в нем свободные заряды должно действовать электрическое поле, созданное неэлектрическими силами (так называемыми сторонними силами). Работа сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда называется электродвижущей силой (ЭДС).

Сила тока определяется количеством зарядов, которые проходят в единицу времени через поперечное сечение проводника. Сила тока измеряется в амперах.

Для определения силы или плотности тока при наличии однородных проводников используется закон Ома в интегральной форме. Важно то, что напряженность электрического поля  $\vec{E}$  при наличии тока можно определить методами электростатики, так как она совпадает (если сила тока неизменна) с напряженностью такого электростатического поля, которое будет, если среда будет непроводящей при неизменном напряжении между электродами.

Чтобы не допустить ошибки при использовании закона Ома для участка цепи, где действует ЭДС, необходимо пользоваться следующими правилами:

а) начертить схему и обозначить полюсы всех источников, а также направления тока в цепи;

б) ЭДС считать позитивной на участке 1 – 2, если она увеличивает потенциал в направлении от точки 1 до точки 2, то есть при движении на пути 1 – 2 вначале расположен отрицательный полюс, а затем — положительный.

Пользуясь правилами Кирхгофа, необходимо следовать таким указаниям:

а) выбрать направление токов для всех участков разветвленного круга и при этом пометить их стрелками;

б) следует пользоваться правилами знаков: токи, которые подходят к узлу, считают положительными, а те, которые вытекают из узла, считают отрицательными;

в) число независимых уравнений, которые составляются по первому или второму уравнению Кирхгофа, на единицу меньше числа узлов или контуров в электрическом круге;

г) необходимо выбрать направление обхода контура круга (по часовой стрелке, или против);

д) составляя уравнения по второму правилу Кирхгофа, необходимо придерживаться правила знаков: токи, которые совпадают с направлением обхода контура, записывают со знаком "+", а противоположные направлению обхода — со знаком "-", при этом считают положительными те ЭДС, которые увеличивают потенциал в направлении обхода, то есть, двигаясь по контуру, сначала встречаем отрицательный полюс источника, а затем — положительный;

е) для упрощения расчетов при решении уравнений необходимо подставлять численные значения всех известных величин;

ж) если в ответе какой-либо ток будет иметь знак минус, то это указывает на ошибку при выборе направления данного тока, то есть в действительности ток течет в обратном направлении. Если при определении сопротивления получим отрицательное его значение, то это также указывает на неверный выбор направления тока по данному сопротивлению. Но в этом случае неверным будет и числовое значение сопротивления. Тогда необходимо, заменив направление тока в сопротивлении, составить новую систему уравнений и, решив ее, найти неизвестное сопротивление.

## Основные законы и формулы

Закон Кулона  $F = Q_1 Q_2 / (4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2)$

Напряженность электрического поля  $E = F / Q_0$

Напряженность поля:

точечного заряда  $E = Q / (4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2)$

бесконечно длинной заряженной нити  $E = \tau / (2\pi\epsilon\epsilon_0 r)$

равномерно заряженной плоскости  $E = \sigma / (2\epsilon\epsilon_0)$

между двумя равномерно и разноименно  
заряженными бесконечными  
параллельными плоскостями  $E = \sigma / (\epsilon\epsilon_0)$

Напряженность поля, создаваемого  
металлической заряженной сферой радиусом  $R$   
на расстоянии  $r$  от ее центра:

на поверхности сферы ( $r = R$ )  $E = Q / (4\pi\epsilon\epsilon_0 R^2)$

вне сферы ( $r > R$ )  $E = Q / (4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2)$

Поток напряженности электрического поля  $\Phi = \int_S E_n dS$

Работа перемещения заряда в электрическом  
поле из точки  $M$  в точку  $N$   $A = Q \int_M^N E_n dl; A = Q(\varphi_M - \varphi_N)$

Потенциал поля, создаваемого точечным зарядом  $\varphi = Q / (4\pi\epsilon\epsilon_0 r)$

Потенциал электрического поля металлической  
полой сферы радиусом  $R$  на  
расстоянии  $r$  от центра сферы:  
на поверхности и внутри сферы ( $r = R$ )  $\varphi = Q / (4\pi\epsilon\epsilon_0 R)$

вне сферы ( $r > R$ )  $\varphi = Q / (4\pi\epsilon\epsilon_0 r)$

Связь потенциала с напряженностью поля  $E = -\frac{d\varphi}{dl}; E = -\text{grad}\varphi$

Сила притяжения между двумя разноименно  
заряженными обкладками конденсатора  $F = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2 S}{2} = \frac{Q^2}{2\epsilon\epsilon_0 S}$



Електроємкост:

уєдиненого провідника

$$C = Q / \varphi$$

плоского конденсатора

$$C = Q / U; \quad C = \varepsilon \varepsilon_0 S / d$$

слоистого конденсатора

$$C = \varepsilon_0 S \left( \frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2} + \dots + \frac{d_n}{\varepsilon_n} \right)$$

Електроємкост батареї паралельно  
з'єдинених конденсаторів

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

Формула для визначення електроємкості  
батареї послідовно

з'єдинених конденсаторів

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

Енергія поля:

зарядженого провідника

$$W_{\text{Э}} = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q\varphi}{2}$$

зарядженого конденсатора

$$W_{\text{Э}} = 1/2 \varepsilon \varepsilon_0 E^2 V$$

поляризованого діелектрика

$$W_{\text{Э}} = 1/2 (\varepsilon - 1) \varepsilon_0 E^2 V$$

Об'ємна густина енергії

електричного поля

$$w = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon \varepsilon_0}$$

Сила струму

$$I = dQ / dt$$

Густина струму в металі

$$j = en \langle v \rangle$$

Закон Ома для замкнутої (повної) ланки

$$I = \varepsilon / (R + r)$$

Закон Ома в дифференциальной форме	$j = \gamma E = E / \rho$
Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме	$w = \gamma E^2$
Закон Джоуля – Ленца	$Q = I^2 R t = U^2 t / R$
Термоэлектродвижущая сила	$\xi = \xi_0 \Delta T$
Сопротивление однородного проводника	$R = \rho l / S$
Удельная проводимость	$\gamma = 1 / \rho$
Зависимость удельного сопротивления от температуры	$\rho_t = \rho_0 (1 + \alpha t)$
Работа тока	$A = I U t = I^2 R t = U^2 t / R$
Полная мощность, выделяющаяся в цепи	$P = I \xi = \xi^2 / (R + r)$
Коэффициент полезного действия источника тока	$\eta = \frac{P_{\Pi}}{P} = \frac{R}{R + r}$
Удельная проводимость собственных полупроводников	$\gamma = en(b_n + b_p)$

## Примеры решения задач

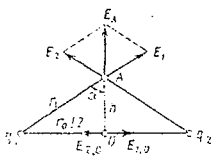


Рис. 1.

1. Два одинаковых положительных заряда 0,1 мкКл находятся в воздухе на расстоянии 8 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке О, находящейся на середине отрезка, соединяющего заряды, и в точке А, расположенной на расстоянии 5 см от зарядов (рис. 1).

Дано:  $Q_1 = Q_2 = 10^{-7}$  Кл,  $\epsilon = 1$ ,  $r_0 = 0,08$  м,  $r_1 = 0,05$  м.

Найти:  $E_0$ ,  $E_A$ .

Решение. Напряженность поля, создаваемого зарядами, находится по принципу суперпозиции. Результирующая напряженность  $E$  равна векторной сумме напряженностей, создаваемых каждым зарядом в данной точке поля:

$$E = E_1 + E_2 \quad (1)$$

Напряженность электрического поля, создаваемая отдельным зарядом, определяется по формуле

$$E_i = Q_i / (4\pi\epsilon\epsilon_0 r_i^2) \quad (2)$$

Чтобы найти напряженность поля в точке  $O$ , надо сначала построить векторы напряженностей. Так как заряды  $Q_1$  и  $Q_2$  положительные, векторы  $E_1$  и  $E_2$  направлены от точки  $O$  в сторону от зарядов, создающих это поле (см. рис. 1). Кроме того, по условию задачи заряды равны и расположены на одинаковом расстоянии от точки  $O$ . Поэтому с учетом направления векторов из формулы (1) получаем  $E_0 = E_{1,0} - E_{2,0}$ ; но так как  $E_{1,0} = E_{2,0}$ , то  $E_0 = 0$ .

В точке  $A$  напряженность поля вычисляется по формуле (1); построение векторов проводится аналогично. Результирующий вектор напряженности  $E_A$  является диагональю параллелограмма (см. рис. 1), следовательно,  $E_A = E_1 + E_2$  или  $E_A = 2E_1 \cos \alpha$ , так как  $E_1 = E_2$ . Из рис. 1 имеем  $\cos \alpha = h / r_1$ . Напряженность поля в точке  $A$  определяем по формуле.

$$E_A = 2 \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1^2} \frac{h}{r_1} \quad (3)$$

Подставив в (3) числовые значения, получим

$$E_A = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл} \cdot 0,03 \text{ м}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \cdot 0,05^3 \text{ м}^3} = 4,32 \cdot 10^5 \text{ В/м} = 432 \text{ кВ/м}.$$

Ответ:  $E_0 = 0$ ,  $E_A = 432$  кВ / м.

2. Емкость плоского воздушного конденсатора  $C = 1$  нФ, расстояние между обкладками 4 мм. На помещенный между обкладками конденсатора заряд  $Q = 4,9$  нКл действует сила  $F = 98$  мкН. Площадь обкладки  $100 \text{ см}^2$ . Определить: напряженность поля и разность потенциалов между обкладками, энергию поля конденсатора и объемную плотность энергии.

Дано:  $F = 9,8 \cdot 10^{-5} \text{ Н}$ ,  $Q = 4,9 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$ ,  $C = 10^{-9} \text{ Ф}$ ,  $S = 10^{-2} \text{ м}^2$ ,  $d = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,  $\epsilon = 1$ ,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф / м}$ .

Найти:  $E$ ,  $U$ ,  $W_0$ ,  $w$ .

Решение. Поле между обкладками конденсатора считаем однородным. Напряженность поля конденсатора определяется из выражения  $E = F / Q$ , где  $F$  — сила, с которой поле действует на заряд  $Q$ , помещенный между обкладками конденсатора.

Подставив числовые значения, найдем

$$E = 9,8 \cdot 10^{-5} \text{ Н} / 4,9 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} = 2 \cdot 10^4 \text{ В / м} = 20 \text{ кВ / м}.$$

Разность потенциалов между обкладками  $U = Ed$ . Подставив числовые значения, получим

$$U = 2 \cdot 10^4 \text{ В / м} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 80 \text{ В}.$$

Энергия поля конденсатора

$$W_0 = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon\epsilon_0 SU^2}{2d}.$$

Подставим числовые значения:

$$W_0 = \frac{1,850 \cdot 10^{-12} \text{ Ф / м} \cdot 10^{-2} \text{ м}^2 \cdot 80^2 \text{ В}^2}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}} = 7,08 \cdot 10^{-8} \text{ Дж} = 70,8 \text{ нДж}.$$

Плотность энергии  $w = W_0 / V = W_0 / (Sd)$ , где  $V = Sd$  — объем поля конденсатора, находим

$$w = \frac{7,08 \cdot 10^{-8} \text{ Дж}}{10^{-2} \text{ м}^2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}} = 1,77 \cdot 10^{-3} \text{ Дж / м}^3.$$

Ответ:  $E = 20 \text{ кВ/м}$ ,  $U = 80 \text{ В}$ ,  $W_0 = 70,8 \text{ нДж}$ ,  $w = 1,77 \cdot 10^{-3} \text{ Дж/м}^3$ .

3. Найти, как изменятся емкость и энергия плоского воздушного конденсатора, если параллельно его обкладкам ввести металлическую пластину толщиной 1 мм. Площадь обкладки конденсатора и пластины  $150 \text{ см}^2$ , расстояние между обкладками 6 мм. Конденсатор заряжен до 400 В и отключен от батареи.

Дано:  $\epsilon = 1$ ,  $d_0 = 10^{-3} \text{ м}$ ,  $S = 150 \text{ см}^2 = 15 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ ,  $d = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,  
 $U = 400 \text{ В}$ .

Найти:  $\Delta C$ ,  $\Delta W_{\text{э}}$ .

Решение. Емкость и энергия конденсатора при внесении в него металлической пластины изменятся. Это вызвано тем, что при внесении металлической пластины уменьшается расстояние между пластинами от  $d$  до  $(d - d_0)$ . Используем формулу емкости плоского конденсатора:

$$C = \epsilon_0 \epsilon S / d, \quad (1)$$

где  $S$  — площадь обкладки;  $d$  — расстояние между обкладками. В данном случае получим, что изменение емкости конденсатора равно

$$\Delta C = C_2 - C_1 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d - d_0} - \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S d_0}{d(d - d_0)}.$$

Подставив числовые значения, получим

$$\Delta C = \frac{1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \cdot 15 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \cdot 10^{-3} \text{ м}}{6 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}} = 4,42 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} = 4,42 \text{ пФ}.$$

Так как электрическое поле в плоском конденсаторе однородно, плотность энергии во всех его точках одинакова и равна

$$w = 1/2 \epsilon \epsilon_0 E^2, \quad (2)$$

где  $E$  — напряженность поля между обкладками конденсатора. При внесении металлической пластины параллельно обкладкам напряженность поля осталась неизменной, а объем электрического поля уменьшился на

$\Delta V = S(d - d_0) - Sd = -Sd_0$ . Следовательно, изменение энергии (конечное значение ее меньше начального) произошло вследствие уменьшения объема поля конденсатора:

$$\Delta W_{\text{Э}} = w\Delta V = -1/2\varepsilon\varepsilon_0 E^2 Sd_0. \quad (3)$$

Напряженность поля  $E$  определяется через градиент потенциала:

$$E = -U/d, \quad (4)$$

где  $U$  — разность потенциалов;  $d$  — расстояние между обкладками. Формула (3) с учетом (4) принимает вид

$$\Delta W_{\text{Э}} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U^2}{2d^2} Sd_0. \quad (5)$$

Подставляя числовые значения в формулу (5), получаем

$$\begin{aligned} \Delta W_{\text{Э}} &= -\frac{8,85 \cdot 10^{-12} \text{Ф/м} \cdot 400^2 \text{В}^2}{2 \cdot 6^2 \cdot 10^{-6} \text{м}^2} \cdot 15 \cdot 10^{-3} \text{м}^2 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{м} = \\ &= -2,95 \cdot 10^{-7} \text{Дж} = -295 \text{ нДж}. \end{aligned}$$

*Ответ:*  $\Delta C = 4,42$  пФ;  $\Delta W_{\text{Э}} = -295$  нДж.

4. Сила тока в резисторе линейно нарастает за 4 с от 0 до 8 А. Сопротивление резистора 10 Ом. Определить количество теплоты, выделившееся в резисторе за первые 3 с.

*Дано:*  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = 4$  с,  $I_0 = 0$ ,  $I_1 = 8$  А,  $t_2 = 3$  с.

*Найти:*  $Q$ .

*Решение.* По закону Джоуля – Ленца

$$dQ = I^2 R dt \quad (1)$$

Так как сила тока является функцией времени, то

$$I = k t, \quad (2)$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности, численно равный приращению тока в единицу времени:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{8A}{4c} = 2A/c.$$

Следовательно,  $dQ = k^2 t^2 R dt$ . За первые три секунды выделится количество теплоты

$$Q = \int_{t_0}^{t_2} k^2 t^2 R dt = k^2 R \int_{t_0}^{t_2} t^2 dt = \frac{k^2 R}{3} (t_2^3 - t_0^3) \quad (3)$$

Подставляя числовые значения в формулу (3), получим;

$$Q = 4A^2 / c^2 \cdot 100 \text{ Ом} \cdot 27 \text{ с}^3 / 3 = 360 \text{ Дж}.$$

Ответ:  $Q = 360 \text{ Дж}$ .

5. Батарея состоит из пяти последовательно соединенных элементов, ЭДС каждого 1,4 В, внутреннее сопротивление каждого 0,3 Ом. При каком токе полезная мощность батареи равна 8 Вт? Определить наибольшую полезную мощность батареи:

*Дано:*  $\varepsilon_i = 1,4 \text{ В}$ ,  $r_i = 0,3 \text{ Ом}$ ,  $P_n = 8 \text{ Вт}$ ,  $n = 5$ .

*Найти:*  $I$ ,  $P_{n \text{ max}}$ .

*Решение.* Полезная мощность батареи

$$P_n = I^2 R, \quad (1)$$

где  $R$  — сопротивление внешней цепи,  $I$  — сила тока, текущего в цепи, которая определяется по закону Ома:

$$I = \frac{n\varepsilon_i}{nr_i + R}. \quad (2)$$

Здесь  $n \varepsilon_i$  — ЭДС, а  $n r_i$  — внутреннее сопротивление  $n$  последовательно соединенных элементов.

Выразим  $R$  из (1):  $R = P_n / I^2$  и, подставив это выражение в (2), получим

$$I = \frac{n \varepsilon_i}{n r_i + P_n / I^2} \quad (3)$$

или

$$(n r_i + P_n / I^2) = n \varepsilon_i. \quad (4)$$

Преобразуя (4), получим квадратное уравнение относительно  $I$ :

$$n r_i I^2 - n \varepsilon_i I + P_n = 0.$$

Решая квадратное уравнение, найдем

$$I_{1,2} = \frac{n \varepsilon_i \pm \sqrt{n^2 \varepsilon_i^2 - 4 n r_i P_n}}{2 n r_i}.$$

Подставляя числовые значения, получим

$$I_1 = \frac{5 \cdot 1,4 \text{ В} + \sqrt{5^2 \cdot 1,4^2 \text{ В}^2 - 4 \cdot 5 \cdot 0,3 \text{ Ом} \cdot 8 \text{ Вт}}}{2 \cdot 5 \cdot 0,3 \text{ Ом}} = 2,66 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{5 \cdot 1,4 \text{ В} - \sqrt{5^2 \cdot 1,4^2 \text{ В}^2 - 4 \cdot 5 \cdot 0,3 \text{ Ом} \cdot 8 \text{ Вт}}}{2 \cdot 5 \cdot 0,3 \text{ Ом}} = 2 \text{ А}.$$

Чтобы определить наибольшую полезную мощность батареи, найдем зависимость ее от внешнего сопротивления. Подставим выражение (2) в уравнение (1):

$$P_n = n^2 \varepsilon_i^2 R / (n r_i + R)^2. \quad (5)$$



Из этой формулы следует, что при постоянных величинах  $\varepsilon_i$  и  $r_i$  — мощность является функцией одной переменной — внешнего сопротивления  $R$ . Известно, что эта функция имеет максимум, если  $dP_n/dR = 0$ , следовательно, имеем

$$\frac{dP_n}{dR} = \frac{n^2 \varepsilon_i^2 (R + nr_i) - 2n^2 \varepsilon_i^2 R}{(R + nr_i)^3} = 0, \quad n^2 \varepsilon_i^2 (R + nr_i) - 2n^2 \varepsilon_i^2 R = 0.$$

Таким образом, задача сводится к отысканию сопротивления внешней цепи. Из решения уравнения (6) следует  $R = nr_i$ . Подставляя найденные значения  $R$  в формулу (5), имеем

$$P_{n \max} = n \varepsilon_i^2 / (4r_i)$$

Производя вычисления, найдем

$$P_{n \max} = \frac{5 \cdot 1,4^2 \text{ В}^2}{4 \cdot 0,3 \text{ Ом}} = 8,16 \text{ Вт}.$$

Ответ:  $I_1 = 2,66 \text{ А}$ ,  $I_2 = 2 \text{ А}$ ,  $P_{n \max} = 8,16 \text{ Вт}$ .

6. Определить концентрацию дырок в полупроводнике германия при такой температуре, когда его удельное сопротивление равно  $0,5 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ , если подвижности электронов и дырок соответственно равны  $0,40$  и  $0,20 \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$ .

Дано:  $\rho = 0,5 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ ,  $b_n = 0,40 \text{ м}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $b_p = 0,20 \text{ м}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ .

Найти  $n$ .

Решение. Удельная проводимость собственных полупроводников

$$\gamma = en(b_n + b_p), \quad (1)$$

где  $b_n$  и  $b_p$  — подвижности электронов и дырок соответственно;  
 $e$  — заряд электрона;

$n$  — концентрация свободных электронов, то есть число их в единице объема. В собственном полупроводнике концентрация дырок равна концентрации свободных электронов.

Учитывая, что удельная проводимость и удельное сопротивление связаны между собой зависимостью

$$\gamma = 1/\rho, \quad (2)$$

имеем

$$1/\rho = e n (b_n + b_p). \quad (3)$$

Определим концентрацию дырок

$$n = 1/(e(b_n + b_p)).$$

Подставив числовые значения величин, найдем

$$n = \frac{1}{0,5 \text{ Ом} \cdot \text{м} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} (0,40 + 0,20) \text{ м}^2 \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}} = 2,08 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}.$$

*Ответ:*  $2,08 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$ .

7. Какова концентрация одновалентных ионов в воздухе, если при напряженности поля  $30 \text{ В / м}$  плотность тока  $j = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ А / м}^2$ ? Подвижности ионов  $b_+ = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$ ,  $b_- = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$ .

Дано:  $E = 30 \text{ В / м}$ ,  $j = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ А / м}^2$ ,  $b_+ = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с}^{-1})$ ,  $b_- = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с}^{-1})$ .

*Найти*  $n$ .

*Решение.* Плотность тока в газе при отсутствии насыщения

$$j = Qn(b_+ + b_-) E, \quad (1)$$

где  $n$  — концентрация ионов, то есть число ионов одного знака в единице объема;

$b_+$ ,  $b_-$  — подвижности положительных и отрицательных ионов;

$E$  — напряженность электрического поля в газе;

$Q$  — абсолютное значение заряда каждого иона. По условию задачи следует определить концентрацию одновалентных ионов, находящихся в воздухе, то есть  $Q = e$  ( $e$  — заряд электрона), тогда

$$j = e n (b_+ + b_-) E. \quad (2)$$

Из выражения (2) определим  $n$ :

$$n = j / (eE (b_+ + b_-)).$$

Подставив числовые значения, найдем

$$n = \frac{1,6 \cdot 10^{-6} \text{ А/м}^2}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 30 \text{ В/м} \cdot (1,4 + 1,2) \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}} = 12,8 \cdot 10^5 \text{ м}^{-3}$$

Ответ:  $n = 12,8 \cdot 10^5 \text{ м}^{-3}$ .

## Задания

1. Два точечных заряда 30 нКл и  $-10$  нКл находятся в воздухе на расстоянии 10 см друг от друга. Определить напряженность поля, создаваемого этими зарядами в точке, удаленной на 9 см от положительного заряда и 7 см от отрицательного заряда.

2. Расстояние между двумя бесконечно длинными параллельными металлическими нитями, заряженными одноименно с линейной плотностью  $6 \cdot 10^{-5}$  Кл / м, равно 5 см. Найти напряженность поля в точке, удаленной на 5 см от каждой нити.

3. Две параллельно расположенные плоскости заряжены — одна с поверхностной плотностью  $0,4 \cdot 10^{-6}$  Кл / м<sup>2</sup>, другая —  $0,6 \cdot 10^{-6}$  Кл / м<sup>2</sup>. Определить напряженность поля между плоскостями.

4. Два металлических полых концентрических шара заряжены. Диаметр большего шара 0,08 м, заряд на нем — 40 нКл, диаметр меньшего шара 0,04 м, заряд на нем 20 нКл. Заряды равномерно распределены по поверхностям шаров. Определить напряженность поля в центре шаров и на расстояниях: а) 0,03 м, б) 0,05 м от центра.

5. Тонкое кольцо радиусом  $r$  заряжено равномерно с линейной плотностью  $\tau$ . Определить напряженность поля в центре кольца и на высоте  $h$  над кольцом по оси симметрии.

6. Расстояние между двумя параллельно расположенными бесконечно длинными металлическими нитями равно 10 см. Одна нить заряжена

с линейной плотностью  $6 \cdot 10^{-5}$  Кл / м, другая —  $3 \cdot 10^{-6}$  Кл / м. Найти напряженность поля в точке, удаленной на расстояние 10 см от каждой нити.

7. Две параллельные плоскости одноименно заряжены с поверхностной плотностью зарядов  $0,5 \cdot 10^{-6}$  и  $1,5 \cdot 10^{-6}$  Кл / м<sup>2</sup>. Определить напряженность поля: а) между плоскостями, б) вне плоскостей.

8. В центре металлической полой сферы, радиус которой 0,04 м, расположен точечный заряд 10 нКл. Заряд 40 нКл равномерно распределен по поверхности сферы. Определить напряженность поля в точках, удаленных от центра сферы на расстояние: а) 2 см, б) 8 см.

9. Тонкое полукольцо радиусом  $r$  заряжено равномерно с линейной плотностью  $\tau$ . Определить напряженность поля в центре кривизны полукольца.

10. Два точечных одноименных заряда по  $2,7 \cdot 10^{-8}$  Кл находятся в воздухе на расстоянии 5 см друг от друга. Определить напряженность поля, создаваемого этими зарядами в точке, удаленной на расстояние 3 см от одного заряда и 4 см от другого.

11. Узкий пучок электронов, обладающих скоростью 20 000 км / с, проходит в вакууме посередине между обкладками плоского конденсатора. Какую наименьшую разность потенциалов нужно приложить к пластинам, чтобы электроны не вышли из конденсатора? Расстояние между пластинами 1 см, длина их 3 см.

12. Обкладки плоского конденсатора площадью 100 см<sup>2</sup>, расстояние между которыми 3 мм, взаимодействуют с силой 120 мН. Определить разность потенциалов между обкладками.

13. Обкладки плоского конденсатора, расстояние между которыми 2 мм, взаимодействуют с силой 100 мН. Найти заряд на обкладках конденсатора, если разность потенциалов между ними 500 В.

14. Пылинка, заряд которой  $6,4 \cdot 10^{-18}$  Кл, масса  $10^{-14}$  кг, удерживается в равновесии в плоском конденсаторе с расстоянием между обкладками 4 мм. Определить разность потенциалов между обкладками.

15. Два точечных одноименных заряда 20 и 50 нКл находятся в воздухе на расстоянии 1 м. Определить работу, которую нужно совершить, чтобы сблизить их до расстояния 0,5 м.

16. Пылинка, заряд которой содержит 50 электронов, удерживается в равновесии в плоском конденсаторе, расстояние между обкладками 5 мм, разность потенциалов между ними 75 В. Определить массу пылинки.

17. Определить силу взаимодействия между обкладками плоского конденсатора, если он находится в спирте. Площадь обкладок  $200 \text{ см}^2$ , расстояние между ними  $5 \text{ мм}$ . Обкладки заряжены до разности потенциалов  $200 \text{ В}$ .

18. При разности потенциалов  $900 \text{ В}$  в середине между обкладками плоского конденсатора в равновесии находилась пылинка. Расстояние между обкладками конденсатора  $10 \text{ мм}$ . При уменьшении напряжения пылинка через  $0,5 \text{ с}$  достигла нижней обкладки. Определить это напряжение.

19. Расстояние между двумя одноименными точечными зарядами  $-0,5 \text{ нКл}$  и  $3 \text{ нКл}$  равно  $5 \text{ см}$ . Какую работу совершит сила поля, если второй заряд, отталкиваясь от первого, пройдет путь  $4 \text{ см}$ ?

20. Предположим, что электрон движется вокруг протона по круговой орбите. Определить отношение потенциальной энергии электрона к его кинетической.

21. Конденсатор, заряженный до напряжения  $200 \text{ В}$ , соединен с незаряженным конденсатором такой же электроемкости: а) параллельно, б) последовательно. Какое напряжение установится между обкладками конденсатора в обоих случаях?

22. Каким образом нужно соединить три конденсатора электроемкостью  $3$ ,  $6$  и  $9 \text{ мкФ}$  каждый, чтобы электроемкость батареи была: а) минимальной, б) максимальной.

23. Шару радиусом  $R_1$  сообщили заряд  $Q_1$ , а шару радиусом  $R_2$  — заряд  $Q_2$ . Расстояние между шарами много больше их радиусов. Найти отношение поверхностной плотности зарядов на шарах к их радиусам, если шары соединить тонкой металлической проволокой.

24. Параллельно обкладкам плоского конденсатора введена металлическая пластинка толщиной  $6 \text{ мм}$ . Определить электроемкость конденсатора, если площадь каждой из обкладок  $100 \text{ см}^2$ , расстояние между ними  $8 \text{ мм}$ .

25. Один конденсатор заряжен до напряжения  $50 \text{ В}$ , другой конденсатор такой же емкости — до напряжения  $150 \text{ В}$ . Какое напряжение установится между обкладками конденсатора, если их соединить: а) одноименно заряженными обкладками, б) разноименно заряженными обкладками?

26. Конденсатор состоит из трех полосок станиоля площадью  $3 \text{ см}^2$  каждая, разделенных двумя слоями слюды толщиной по  $0,05 \text{ мм}$ . Край-

ние полоски станиоля соединены между собой. Какова емкость такого конденсатора?

27. Два конденсатора емкостью 3 и 5 мкФ соединены последовательно и подсоединены к источнику постоянного напряжения 12 В. Определить заряд каждого конденсатора и разность потенциалов между его обкладками.

28. Между обкладками плоского конденсатора находится металлическая пластинка толщиной 4 мм. Как изменится емкость конденсатора, если эту пластинку убрать? Расстояние между обкладками 6 мм, площадь обкладок 100 см<sup>2</sup>.

29. Каким образом нужно соединить три конденсатора емкостью 2, 4 и 6 мкФ каждый, чтобы емкость батареи была больше 2 мкФ, но меньше 12 мкФ? Рассмотреть все возможные случаи.

30. Найти напряжение на каждом из двух конденсаторов, если они соединены последовательно и емкостью 4 и 6 мкФ, подсоединены к источнику постоянного напряжения 100 В.

31. Плоский конденсатор, расстояние между обкладками которого 2 см, а площадь каждой обкладки 200 см<sup>2</sup>, зарядили до разности потенциалов 200 В и отключили от источника напряжения. Какую работу нужно совершить, чтобы увеличить расстояние между обкладками до 6 см?

32. Напряженность поля внутри плоского воздушного конденсатора с площадью обкладок по 100 см<sup>2</sup> равна 120 кВ/м. Напряжение на конденсаторе 600 В. Определить энергию, поверхностную плотность зарядов и емкость конденсатора.

33. Определить работу, совершаемую при раздвигании обкладок плоского конденсатора площадью 100 см<sup>2</sup> каждая на расстояние 1,5 см, при условии, что обкладки несут заряд 0,4 и -0,4 мкКл.

34. Определить энергию и силу притяжения обкладок плоского конденсатора при условии, что разность потенциалов между обкладками 5 кВ, заряд каждой обкладки 0,1 мкКл, расстояние между обкладками 1 см.

35. Объемная плотность энергии электрического поля внутри заряженного конденсатора с твердым диэлектриком равна 3 Дж/м<sup>3</sup>. Определить давление, производимое пластинами конденсатора на диэлектрик.

36. Два конденсатора одинаковой емкости 6 мкФ каждый были заряжены — один до 100 В, другой до 200 В. Затем конденсаторы соединили параллельно. Определить напряжение батареи после соединения и изменение энергии системы.

37. Давление, производимое обкладками плоского конденсатора на твердый диэлектрик, находящийся между ними, равно 1,5 Па. Определить энергию электрического поля конденсатора и объемную плотность энергии, если площадь обкладок  $100 \text{ см}^2$ , расстояние между ними 0,5 см.

38. Найти напряженность поля плоского конденсатора и объемную плотность энергии, если расстояние между обкладками конденсатора 0,05 м. Конденсатор заряжен до разности потенциалов 600 В и обладает энергией 3,2 мкДж.

39. Два конденсатора одинаковой электроемкости 6 мкФ каждый заряжены — один до 100 В, другой до 200 В. Затем конденсаторы соединили последовательно. Определить изменение энергии системы.

40. Плоский воздушный конденсатор с площадью обкладок  $150 \text{ см}^2$  и расстоянием между ними 6 мм заряжен до 400 В. Определить, как изменятся электроемкость и энергия конденсатора, если параллельно его обкладкам внести металлическую пластину толщиной 1 мм.

41. Определить заряд, прошедший по резистору с сопротивлением 1 Ом, при равномерном возрастании напряжения на концах резистора от 1 до 3 В в течение 10 с.

42. Определить количество теплоты, выделяющееся в резисторе за первые две секунды, если сила тока в нём за это время возрастает по линейному закону от 0 до 4 А. Сопротивление резистора 10 Ом.

43. Определить силу тока, потребляемого электрической лампочкой при температуре вольфрамовой нити  $2000 \text{ }^\circ\text{C}$ , если диаметр нити 0,02 мм, напряженность электрического поля нити  $800 \text{ В/м}$ .

44. Определить удельное сопротивление и материал провода, который намотан на катушку, имеющую 500 витков со средним диаметром витка 6 см, если при напряжении 320 В допустимая плотность тока  $2 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2$ .

45. Определить плотность тока, текущего по резистору длиной 5 м, если на концах его поддерживается разность потенциалов 2 В. Удельное сопротивление материала  $2 \cdot 10^{-8} \text{ Ом/м}$ .

46. Определить заряд, прошедший по резистору за 10 с, если сила тока в резисторе за это время равномерно возросла от 0 до 5 А.

47. В резисторе сопротивлением 20 Ом сила тока за 5 с линейно возросла от 5 до 15 А. Какое количество теплоты выделилось за это время?

48. Определить удельную тепловую мощность, выделяемую медными шинами площадью сечения  $10 \text{ см}^2$ , по которым течет ток силой  $100 \text{ А}$ .

49. Определить разность потенциалов на концах нихромового проводника длиной  $1 \text{ м}$ , если плотность тока, текущего по нему,  $2 \cdot 10^8 \text{ А / м}^2$ .

50. Определить плотность тока, текущего по никелиновому проводнику, если удельная тепловая мощность, выделяемая в проводнике, равна  $10^4 \text{ Дж / (м}^3 \cdot \text{с)}$ .

51. ЭДС аккумулятора автомобиля  $12 \text{ В}$ . При силе тока в  $3 \text{ А}$  его КПД равен  $0,8$ . Определить внутреннее сопротивление аккумулятора.

52. Элемент с ЭДС  $6 \text{ В}$  и внутренним сопротивлением  $1,5 \text{ Ом}$  замкнут на внешнее сопротивление  $8,5 \text{ Ом}$ . Найти: а) силу тока в цепи, б) падение напряжения во внешней цепи и внутри элемента, в) КПД элемента.

53. Определить ток короткого замыкания батареи, ЭДС которой  $15 \text{ В}$ , если при подключении к ней резистора сопротивлением  $3 \text{ Ом}$  сила тока в цепи  $4 \text{ А}$ .

54. Два источника тока, ЭДС которых по  $2 \text{ В}$  и внутреннее сопротивление каждого  $0,5 \text{ Ом}$ , соединены последовательно. При каком внешнем сопротивлении потребляемая полезная мощность будет максимальной?

55. Два источника тока, ЭДС которых по  $1,5 \text{ В}$  и внутреннее сопротивление каждого по  $0,5 \text{ Ом}$ , соединены параллельно. Какое сопротивление нужно подключить к ним, чтобы потребляемая полезная мощность была максимальна.

56. Источник постоянного тока один раз подсоединяют к резистору сопротивлением  $9 \text{ Ом}$ , другой раз —  $16 \text{ Ом}$ . В первом и втором случае количество теплоты, выделяющееся на резисторах за одно и то же время, одинаково. Определить внутреннее сопротивление источника тока.

57. Электроплитка имеет две одинаковые спирали. Начертить все возможные схемы включения этих спиралей и определить отношение количеств теплоты, полученных от плитки за одно и то же время в каждом из этих случаев.



58. При каком условии сила тока во внешней цепи будет одинаковой при последовательном и параллельном соединениях  $n$  одинаковых элементов? Чему будет равно отношение потребляемых мощностей в этих случаях?

59. В течение 5 с по резистору сопротивлением 10 Ом течет ток, сила которого равномерно возрастает. В начальный момент сила тока равна нулю. Определить заряд, протекший за 5 с, если количество теплоты, выделившееся в резисторе за это время, равно 500 Дж.

60. Сила тока в резисторе равномерно возрастает от нулевого значения в течение 10 с. За это время выделилось количество теплоты 500 Дж. Определить скорость возрастания тока, если сопротивление резистора 10 Ом.

61. При ионизации воздуха образуются одновалентные ионы. Определить их концентрацию, если при напряженности поля 1 кВ / м плотность тока равна  $6 \cdot 10^{-6}$  А / м<sup>2</sup>. Подвижности положительных и отрицательных ионов соответственно равны  $1,4 \cdot 10^{-4}$  и  $1,9 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup> / (В · с).

62. При некоторой температуре собственный полупроводник германий имеет концентрацию свободных электронов  $2,5 \cdot 10^{19}$  м<sup>-3</sup>. Определить удельное сопротивление германия при этой температуре, если подвижности дырок и электронов соответственно равны 0,16 и 0,36 м<sup>2</sup> / (В · с).

63. При покрытии металлического изделия серебром пропускается электрический ток в течение 10 мин. Определить, при какой плотности тока толщина покрытия будет  $4,5 \cdot 10^{-2}$  см.

64. При электролизе медного купороса была израсходована энергия 15 МДж. Определить массу меди, выделившейся на электроде, если разность потенциалов на электродах 10 В.

65. Между двумя пластинами площадью 200 см<sup>2</sup> каждая, расположенными на расстоянии 3 см, находится воздух. Определить концентрацию одновалентных ионов между пластинами, если воздух ионизируют с помощью радиоактивного источника и при напряжении между пластинами 120 В идет ток силой 2 мкА. Подвижности положительных и отрицательных ионов соответственно равны  $1,4 \cdot 10^{-4}$  и  $1,9 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup> / (В · с).

66. Полупроводник кремний при комнатной температуре имеет удельное сопротивление 0,5 Ом / м. Определить концентрацию дырок,

если подвижности электронов и дырок соответственно равны  $0,16$  и  $0,04 \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$ .

67. Определить удельную проводимость водного раствора хлористого калия, концентрация которого  $0,10 \text{ г} / \text{см}^3$  при температуре  $18^\circ\text{C}$ , если коэффициент диссоциации этого раствора  $0,8$ . Подвижность ионов калия и хлора равны соответственно  $6,7 \cdot 10^{-8}$  и  $6,8 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$ .

68. Определить коэффициент диссоциации водного раствора хлористого калия с концентрацией  $0,10 \text{ г} / \text{см}^3$ . Удельное сопротивление такого раствора при  $18^\circ\text{C}$  равно  $7,36 \cdot 10^{-2} \text{ Ом} / \text{м}$ . Подвижности ионов калия и хлора равны соответственно  $6,7 \cdot 10^{-8}$  и  $6,8 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$ .

69. Определить заряд ионов, образующихся в воздухе при ионизации его рентгеновскими лучами, если концентрация ионов одного знака  $5,7 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}$ , подвижности положительных и отрицательных ионов соответственно равны  $1,4 \cdot 10^{-4}$  и  $1,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$ . При напряженности поля  $3 \text{ кВ} / \text{м}$  плотность тока равна  $9,03 \cdot 10^{-6} \text{ А} / \text{м}^2$ .

70. Определить концентрацию электронов в металле, если удельное сопротивление его  $2 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} / \text{м}$ , средняя скорость хаотического движения электронов  $4 \cdot 10^6 \text{ м} / \text{с}$ , средняя длина свободного пробега электронов в металле  $0,7 \text{ нм}$ .

## Электромагнетизм. Колебания и волны

Изучение электрических и магнитных явлений проведено в XIX в. Эти явления связаны с особой формой существования материи — электрическими и магнитными полями, с их взаимодействием. Электромагнитные взаимодействия не только объясняют все электромагнитные явления, но и обеспечивают силы, обуславливающие существование вещества на атомном и молекулярном уровнях, как целого. Важность теории электромагнитного поля связана с тем, что она включает в себя и оптику, так как свет представляет собой электромагнитное излучение. Основой теории электромагнитного поля является теория Максвелла. Уравнения Максвелла установили связь между этими явлениями, которые до него рассматривались как независимые. Максвелл сформулировал такое важнейшее понятие физики, как электромагнитное поле.

Приступая к изучению этого раздела, необходимо уделить особое внимание закону электродинамики — закону Ампера, знать и уметь применять закон Био – Савара – Лапласа для расчета магнитной индукции или напряженности магнитного поля прямолинейного и кругового токов, а также закон полного тока (циркуляция вектора магнитной индукции) для расчета магнитного поля тороида и длинного соленоида. При изучении вопроса, связанного с действием магнитного поля на движущиеся заряды, нужно уметь применять силу Лоренца для определения направления движения заряженных частиц в магнитном поле, представлять себе принцип действия циклических ускорителей заряженных частиц, а также определять работу перемещения проводника и контура с током в магнитном поле.

При изучении явления электромагнитной индукции необходимо усвоить, что механизм возникновения ЭДС индукции имеет электронный характер. Изучив основной закон электромагнитной индукции Фарадея – Максвелла, студент на его основе должен уметь вывести и применять формулы ЭДС индукции, энергии магнитного поля.

При изучении магнитных свойств вещества необходимо уяснить, что, исходя из выражения циркуляции вектора магнитной индукции, магнитное поле в отличие от электрического является вихревым.

При изучении темы "Колебания" следует параллельно рассматривать механические и электромагнитные колебания, что способствует выработке единого подхода к колебаниям различной физической природы. Здесь следует четко уяснить понятия фазы, разности фаз, амплитуды, частоты, периода колебаний, и там, где это необходимо, использовать графический метод представления гармонического колебания. Нужно уяснить, что любые колебания линейной системы всегда можно представить в виде суперпозиции одновременно совершающихся гармонических колебаний с различными частотами, амплитудами и начальными фазами.

Изучение темы "Волны" целесообразно начинать с механических волн, распространяющихся в упругих средах. Следует обратить внимание на картину мгновенного распределения смещений и скоростей в бегущей волне, различие между бегущей и стоячей волнами, зависимость фазовой скорости от частоты колебаний, найти связь между групповой и фазовой скоростями и показать их равенство в отсутствие дисперсии волн. Особое внимание следует уделить условию интерференции волн,

энергетическому соотношению при интерференции волн, понять и объяснить перераспределение энергии при образовании минимумов и максимумов интенсивности. Переходя к изучению электромагнитных волн, следует ясно представить себе физический смысл уравнений Максвелла (в интегральной форме) и, опираясь на них, рассмотреть свойства этих волн. Нужно четко представлять, что переменные электрическое и магнитное поля взаимосвязаны, они поддерживают друг друга и могут существовать независимо от источника, породившего их, распространяясь в пространстве в виде электромагнитной волны. Другими словами, электромагнитная волна — это распространяющееся в пространстве переменное электромагнитное поле. Под энергией электромагнитного поля следует подразумевать сумму энергий электрического и магнитного полей. Простейшей системой, излучающей электромагнитные волны, является колеблющийся электрический диполь. Следует помнить, что, если диполь совершает гармонические колебания, то он излучает монохроматическую волну.

Задания являются набором задач, которые помогут студенту проверить знания по таким вопросам, как применение закона Био – Савара – Лапласа для расчета магнитной индукции (или напряженности) магнитного поля, создаваемого проводниками с током различной конфигурации, научиться применять принцип суперпозиции при определении индукции или напряженности простейших полей, определять траекторию движения заряженной частицы, ее удельный заряд и силу, действующую на движущуюся частицу в магнитном поле, вычислять работу, совершаемую силами как при движении прямолинейного проводника с током, так и при вращении контура с током различной конфигурации в магнитном поле, находить намагниченность, энергию и объемную плотность энергии магнитного поля соленоида и тороида.

Задачи на гармонические колебания охватывают такие вопросы, как определение амплитуды, скорости, ускорения, энергии при механических колебаниях, периоды, электроемкости, индуктивности, силы тока, напряжения, энергии при электромагнитных колебаниях. Волновые процессы представлены задачами, в которых определяются период, длина, скорость распространения, энергия и объемная плотность энергии механических и электромагнитных волн.

## Основные законы и формулы

Закон Ампера

$$dF = B I dl \sin \alpha$$

Механический момент, действующий на контур с током, помещенный в магнитное поле

$$M = p_m B \sin \alpha$$

Магнитный момент контура с током

$$p_m = IS$$

Связь магнитной индукции с напряженностью магнитного поля

$$B = \mu \mu_0 H$$

Закон Био – Савара – Лапласа

$$dB = \frac{\mu \mu_0 I \sin \alpha}{4\pi \cdot r^2} dl$$

Магнитная индукция в центре кругового тока

$$B = \mu \mu_0 I / (2R)$$

Магнитная индукция: поля, созданного бесконечно длинным прямым проводником с током

$$B = \mu \mu_0 I / (2\pi r)$$

поля, созданного отрезком проводника с током

$$B = \frac{\mu \mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

поля бесконечно длинного соленоида и тороида

$$B = \mu \mu_0 n I$$

Сила взаимодействия двух прямолинейных бесконечно длинных параллельных проводников с током

$$F = \mu \mu_0 I_1 I_2 l / (2\pi d)$$

Вектор Пойнтинга

$$P = E \times H$$

Напряженность магнитного поля,  
создаваемого движущимся зарядом

$$H = Qv \sin \alpha / (4\pi r^2)$$

Сила Лоренца

$$F_L = QE + Qv \times B$$

Магнитный поток однородного магнитного поля

$$\Phi = BS \cos \alpha$$

Работа по перемещению контура с током  
в магнитном поле

$$A = I \Delta \Phi$$

Основной закон электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt}$$

Потокоцепление

$$\Psi = N\Phi$$

Потокоцепление соленоида

$$\Psi = LI$$

Электродвижущая сила самоиндукции

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$$

Индуктивность соленоида

$$L = \mu \mu_0 n^2 IS$$

Заряд, протекающий по замкнутому контуру  
при возникновении в нем  
индукционного тока

$$Q = -\Delta \Psi / R$$

Мгновенное значение силы тока в цепи,  
обладающей сопротивлением  $R$   
и индуктивностью  $L$

$$I = I_0 e^{-Rt/L} + \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-Rt/L})$$

Энергия магнитного поля

$$W_M = LI^2 / 2$$

Объемная плотность энергии  
магнитного поля

$$w = BH / 2 = B^2 / (2\mu\mu_0) = \mu\mu_0 H^2 / 2$$

Намагниченность	$j = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^n P m_i$
Магнитная восприимчивость среды	$\chi = \mu - 1$
Период электромагнитных колебаний в контуре (формула Томсона)	$T = 2\pi\sqrt{LC}$
Длина волны	$\lambda = v \cdot T$
Скорость распространения электромагнитных волн в среде	$v = c / \sqrt{\epsilon\mu}$
Уравнение гармонического колебания	$s = A \sin(\omega t + \varphi_0)$
Полная энергия при гармоническом колебании	$E = 1/2 m \omega^2 A^2$
Уравнение бегущей волны	$s = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda} \right)$

### Примеры решения задач

1. Изолированный прямолинейный проводник изогнут в виде прямого угла со стороной длиной 20 см. В плоскости угла помещен кольцевой проводник радиусом 10 см так, что стороны угла являются касательными к кольцевому (рис. 2). Найти индукцию в центре кольца. Силы токов в проводниках равны 2 А. Влияние подводящих проводов не учитывать.

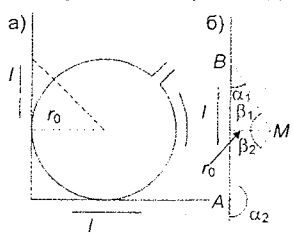


Рис. 2.

Дано:  $l = 0,2$  м,  $r_0 = 0,1$  м,  $\beta_1 = \beta_2 = 45^\circ$ ,

$I_1 = I_2 = I = 2$  А.

Найти  $B$ .

*Решение.* Индукция  $dB$  в точке поля от элемента проводника  $dl$  с током  $I$  (проводник имеет произвольную конфигурацию) определяется по закону Био – Савара – Лапласа:

$$dB = \mu_0 I dl \sin \alpha / (4\pi r^2), \quad (1)$$

где  $r$  — модуль радиуса-вектора, проведенного из элемента в точку, где определяется индукция;

$\alpha$  — угол, составленный векторами  $dl$  и  $r$ ;

$\mu_0$  — магнитная постоянная.

Направление вектора индукции перпендикулярно плоскости, содержащей  $dl$  и  $r$ , и определяется правилом правого винта. Например, в центре окружности (рис. 2) векторы индукции от всех элементов перпендикулярны плоскости окружности и направлены на нас. Интегрируя выражение (1), получаем индукцию в центре окружности радиуса  $r_0$ :

$$B_i = \mu_0 I / (2r_0). \quad (2)$$

Индукция, создаваемая в точке  $M$  конечным отрезком  $AB$  прямого проводника на расстоянии  $r_0$  от него (рис. 2б), равна

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (3)$$

Эту же формулу в некоторых случаях удобнее записать в виде

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\sin \beta_1 + \sin \beta_2). \quad (3)$$

Вектор индукции в точке  $M$  перпендикулярен плоскости, в которой лежат проводник  $AB$  и  $r_0$ , и совпадает по направлению с  $B_1$ .

По условию задачи  $\beta_1 = \beta_2 = 45^\circ$  и индукция от двух сторон угла составляет

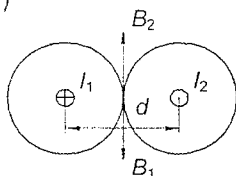
$$B_3 = \frac{\mu_0 I \sqrt{2}}{4\pi r_0 \cdot 2} + \frac{\mu_0 I \sqrt{2}}{4\pi r_0 \cdot 2} = \frac{\mu_0 I \sqrt{2}}{4\pi r_0}. \quad (4)$$



Так как направления векторов индукции полей, создаваемых проводниками, совпадают, то результирующая индукция в центре кольца равна сумме  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_3$ , или

$$\begin{aligned} B &= B_1 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{2r_0} \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \right); \\ B &= \frac{12,56 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м} \cdot 2 \text{ А} \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot 3,14} \right)}{2 \cdot 0,1 \text{ м}} = \\ &= 15,32 \cdot 10^{-6} \text{ Тл} = 15,32 \text{ мкТл}. \end{aligned}$$

а)



б)

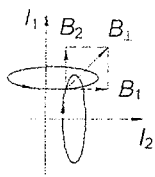


Рис. 3

2. По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам, находящимся на расстоянии 10 см друг от друга, текут токи силой 5 А в каждом. Определить индукцию магнитного поля, создаваемого токами в точке, лежащей посередине между проводниками в случаях: 1) проводники параллельны и токи текут в одном направлении (рис. 3а); 2) проводники перпендикулярны, направления токов показаны на рис. 3б.

*Дано:*  $d = 0,1 \text{ м}$ ,  $I_1 = I_2 = 5 \text{ А}$ .

*Найти:*  $\mathbf{B}_{\parallel}$  и  $\mathbf{B}_{\perp}$ .

*Решение.* Результирующая индукция магнитного поля в данной точке равна векторной сумме индукций полей, создаваемых каждым током в отдельности:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2, \quad (1)$$

где  $\mathbf{B}_1$  и  $\mathbf{B}_2$  — индукции полей, создаваемых соответственно токами  $I_1$  и  $I_2$ . Если токи текут по параллельным проводникам в одном направлении, то, применив правило правого винта, определяем направления  $\mathbf{B}_1$  и  $\mathbf{B}_2$ . Как видно из рис. 3а,  $\mathbf{B}_1$  и  $\mathbf{B}_2$  направлены в противоположные стороны, поэтому векторная сумма (1) в данном случае может быть заменена алгебраической:

$$\mathbf{B}_{\parallel} = (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2). \quad (2)$$

Индукции полей, создаваемых бесконечно длинными проводниками, находим по формуле

$$B_1 = \mu_0 I_1 / (2\pi r_1), \quad B_2 = \mu_0 I_2 / (2\pi r_2), \quad (3)$$

где  $r_1$  и  $r_2$  — соответственно расстояния от проводников до точки, где определяется индукция магнитного поля. Согласно условию задачи,  $r_1 = r_2 = r$  и тогда

$$B = \left| \frac{\mu_0 I}{2\pi r} - \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \right| = 0.$$

В случае, когда проводники перпендикулярны (рис. 3б), результирующая индукция в точке, лежащей посередине между проводниками, равна

$$B_{\perp} = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \quad \text{или} \quad B_{\perp} = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\right)^2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \sqrt{2}. \quad (4)$$

Подставляя числовые значения, получаем

$$B_{\perp} = \frac{12,56 \text{ Гн/м} \cdot 5 \text{ А} \sqrt{2}}{2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 27,63 \cdot 10^{-6} \text{ Тл} = 27,63 \text{ мкТл}.$$

Ответ:  $B_{\parallel} = 0$ ,  $B_{\perp} = 27,63 \text{ мкТл}$ .

3. Пройдя ускоряющую разность потенциалов 3,52 кВ, электрон влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Индукция поля 0,01 Тл, радиус траектории  $r = 2$  см. Определить удельный заряд электрона.

Дано:  $U = 3,52 \cdot 10^3 \text{ В}$ ,  $B = 0,01 \text{ Тл}$ ,  $r = 2 \text{ см}$ .

Найти  $e / m$ .

Решение: Удельный заряд частицы есть величина, равная отношению заряда к массе, то есть  $e / m$ .

В магнитном поле с индукцией  $B$  на заряд, движущийся со скоростью  $v$  перпендикулярно линиям индукции, действует сила Лоренца  $F_L = Bev$ .

Под действием этой силы заряд перемещается по дуге окружности. Так как при этом сила Лоренца вызывает центростремительное ускорение, то согласно второму закону Ньютона можно записать  $e v r = m v^2 / r$ .

Кинетическую энергию, равную  $m v^2 / 2$ , электрон приобретает, за счет работы  $A$  сил электрического поля ( $A = e U$ ), поэтому  $m v^2 / 2 = e U$ .

Преобразуя последние два соотношения и исключив из них скорость, получим формулу для определения удельного заряда электрона

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{B^2 r^2}. \quad (5)$$

Подставив исходные данные, находим

$$e/m = \frac{2 \cdot 3,52 \cdot 10^3 \text{ В}}{10^{-4} \text{ Тл}^2 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}.$$

*Ответ:*  $e/m = 1,76 \cdot 10^{11}$  Кл / кг.

4. Виток радиусом 2 см, по которому течет ток силой 10 А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией 1,5 Тл. Линии индукции перпендикулярны плоскости витка. Определить работу, совершаемую внешними силами при повороте витка на угол  $90^\circ$  вокруг оси, совпадающей с диаметром витка. Считать, что при повороте витка сила тока в нем поддерживается неизменной.

*Дано:*  $I = 10 \text{ А}$ ,  $B = 1,5 \text{ Тл}$ ,  $r = 0,02 \text{ м}$ ,  $\alpha = 90^\circ$ .

*Найти:*  $A$ .

*Решение.* На виток с током, помещенный в магнитное поле, действует вращающий момент

$$M = p_m B \sin \alpha, \quad (1)$$

где  $p_m = IS = I\pi r^2$  — магнитный момент витка;  $B$  — индукция магнитного поля;  $\alpha$  — угол между векторами  $p_m$  и  $B$ . В начальном положении согласно условию задачи виток свободно установился в магнитном поле, следовательно, векторы  $p_m$  и  $B$  совпадают по направлению, то есть  $\alpha = 0$  и  $M = 0$ .

При действии внешних сил виток выходит из положения равновесия, при этом возникает момент сил, определяемый формулой (1). Мо-

мент сил стремится возвратить виток в исходное положение. При повороте витка внешние силы совершают работу против этого момента, который является переменным и зависит от угла поворота  $\alpha$ :

$$dA = Md\alpha \text{ или } dA = I\pi r^2 B \sin\alpha d\alpha.$$

Взяв интеграл от этого выражения, найдем работу, совершаемую при повороте витка на конечный угол:

$$\begin{aligned} A &= \int_0^{\pi/2} I\pi r^2 B \sin\alpha d\alpha = I\pi r^2 B \int_0^{\pi/2} \sin\alpha d\alpha = \\ &= I\pi r^2 B \left( -\cos\frac{\pi}{2} + \cos 0 \right) = I\pi r^2 B. \end{aligned}$$

Подставляя числовые значения, находим

$$A = 10 \text{ А} \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 1,5 \text{ Тл} = 18,84 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 0,02 \text{ Дж}.$$

Ответ:  $A = 0,02 \text{ Дж}$ .

5. По соленоиду течет ток силой 5 А. Длина соленоида 1 м, число витков 500. В соленоид вставлен железный сердечник. Найти намагниченность и объемную плотность энергии магнитного поля соленоида. Зависимость  $B = f(H)$  дана на рис. 4.

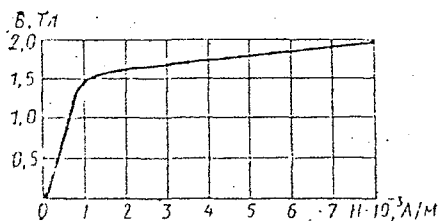


Рис. 4

Дано:  $I = 5 \text{ А}$ ,  $l = 1 \text{ м}$ ,  $N = 500$ .

Найти:  $J$ ,  $w$ .

Решение. Намагниченность определяется отношением магнитного момента к объему магнетика и связана с напряженностью магнитного поля соотношением

$$J = \chi H, \quad (1)$$

где  $\chi$  — магнитная восприимчивость среды. Поле соленоида можно считать однородным. В этом случае напряженность поля вычисляется по формуле

$$H = In, \quad (2)$$

где  $I$  — сила тока, текущего по обмотке соленоида;  $n = N/l$  — число витков, приходящихся на единицу длины соленоида.

Тогда

$$H = IN/l, \quad (3)$$

Связь между магнитной восприимчивостью  $\chi$  и магнитной проницаемостью  $\mu$  среды выражается формулой

$$\chi = \mu - 1. \quad (4)$$

Определим напряженность магнитного поля соленоида по (3)

$$H = 5A \cdot 500/1\text{ м} = 2500 \text{ А/м}.$$

По графику на рис. 4 находим, что напряженности  $H = 2500 \text{ А/м}$  соответствует индукция магнитного поля  $B = 1,6 \text{ Тл}$ . Используя соотношение  $B = \mu\mu_0 H$ , находим

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{1,6 \text{ Тл}}{12,6 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м} \cdot 2500 \text{ А/м}} = 500.$$

Согласно формуле (4) имеем  $\chi = 500 - 1 = 499$ . Определим намагниченность по формуле (1)

$$J = 499 \cdot 2500 \text{ А/м} = 124,75 \cdot 10^4 \text{ А/м} \approx \\ \approx 12,5 \cdot 10^5 \text{ А/м}.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля соленоида вычисляется по формуле:

$$w = \frac{W}{2} = 1,6 \text{ Тл} \cdot 2500 \text{ А} / \text{м} / 2 = 2 \cdot 10^3 \text{ Дж} / \text{м}^3.$$

Ответ:  $j = 12,5 \cdot 10^5 \text{ А} / \text{м}$ ,  $w = 2 \cdot 10^3 \text{ Дж} / \text{м}^3$ .

6. Материальная точка массой 10 г совершает гармонические колебания с периодом 1 с. Начальная фаза колебаний  $30^\circ$ . Определить амплитуду колебаний, максимальные скорость и ускорение колеблющейся точки, если максимальная кинетическая энергия равна 0,02 Дж.

Дано:  $m = 0,01 \text{ кг}$ ,  $T = 1 \text{ с}$ ,  $\varphi_0 = 30^\circ = \pi / 6$ ,  $E_{k \max} = 0,02 \text{ Дж}$ .

Найти:  $A$ ,  $v_{\max}$ ,  $a_{\max}$ .

Решение. Полная энергия колеблющейся точки — это сумма потенциальной и кинетической энергии, она равна максимальной кинетической или максимальной потенциальной энергии. Полная энергия зависит от массы колеблющейся точки, амплитуды и круговой частоты колебаний:  $E = E_{k \max} = 1/2 m A^2 \omega^2$ .

Отсюда находим

$$A = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{2E_{k \max}}{m}},$$

или, учитывая, что  $\omega = 2\pi / T$ ,

$$A = \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{2E_{k \max}}{m}}; \quad A = \frac{1 \text{ с}}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{2 \cdot 0,02 \text{ Дж}}{0,01 \text{ кг}}} = 0,32 \text{ м}.$$

Зная амплитуду, запишем уравнение гармонических колебаний, совершаемых материальной точкой:

$$x = 0,32 \sin(2\pi t + \pi/6),$$

где  $x$  — смещение точки относительно положения равновесия;

$0,32 \text{ м} = A$  — амплитуда;

$2\pi \text{ с}^{-1} = \omega$  — круговая частота;

$\pi/6 = \varphi_0$  — начальная фаза колебаний.

Скорость точки определяется как первая производная от смещения по времени:

$$v = \frac{dx}{dt} = 0,32 \cdot 2\pi \cos(2\pi t + \pi/6)$$

Полагая  $\cos(2\pi t + \pi/6) = 1$ , получаем

$$v_{\max} = 0,32 \text{ м} \cdot 2\pi \cdot \text{с}^{-1} = 2 \text{ м/с}$$

Ускорение точки определяется, как первая производная от скорости по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = -0,32(2\pi)^2 \sin(2\pi t + \pi/6)$$

Полагая  $\sin(2\pi t + \pi/6) = -1$ , находим

$$a_{\max} = 0,32 \text{ м} \cdot 4\pi^2 \text{с}^{-2} = 12,62 \text{ м/с}^2$$

Максимальную скорость можно найти из уравнения  $1/2mv_{\max}^2 = E_{k \max}$ , откуда

$$v_{\max} = \sqrt{2E_{k \max} / m}; \quad v_{\max} = \sqrt{2 \cdot 0,02 \text{ Дж} / 0,01 \text{ кг}} = 2 \text{ м/с}$$

Ответ:  $A = 0,32 \text{ м}$ ,  $v_{\max} = 2 \text{ м/с}$ ,  $a_{\max} = 12,62 \text{ м/с}^2$ .

7. Разность потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре изменяется со временем по закону  $U = 100 \sin 1000\pi t$ . Емкость конденсатора  $0,5 \text{ мкФ}$ . Определить период собственных колебаний, индуктивность, энергию контура и максимальную силу тока, текущего по катушке индуктивности.

Дано:  $U = 100 \sin 1000 \pi t$ ,  $C = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$ .

Найти:  $T$ ,  $L$ ,  $W$ ,  $I_{\max}$ .

Решение. Напряжение на конденсаторе изменяется по гармоническому закону  $U = U_0 \sin \omega_0 t$ , где  $U_0$  — амплитудное (максимальное) значение напряжения на обкладках конденсатора;  $\omega_0$  — собственная цикли-

ческая частота колебаний, которая связана с периодом соотношением  $T = 2\pi / \omega_0$ . Отсюда находим

$$T = \frac{2\pi}{1000\pi\text{с}^{-1}} = 0,002 \text{ с.}$$

Период собственных колебаний в контуре определяется по формуле Томсона  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ , откуда:

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2 C}; \quad L = \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{с}^2}{4 \cdot 3,14^2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \text{Ф}} = 0,2 \text{ Гн.}$$

Энергия контура — это сумма электрической  $W_э = CU^2 / 2$  и магнитной  $W_м = LI^2 / 2$  энергий и равна максимальной энергии поля конденсатора  $W_{э \max} = CU_{\max}^2 / 2$  или максимальной энергии катушки индуктивности  $W_{м \max} = LI_{\max}^2 / 2$ :

$$\begin{aligned} W &= 0,5 \cdot 10^{-6} \text{Ф} \cdot 100^2 \text{В}^2 / 2 = \\ &= 2,5 \cdot 10^{-3} \text{Дж} = 2,5 \text{ мДж.} \end{aligned}$$

Зная полную энергию, можно определить максимальную силу тока, протекающего по катушке индуктивности:

$$I_{\max} = \sqrt{2W/L}; \quad I_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} \text{Дж}}{0,2 \text{Гн}}} = 0,15 \text{ А.}$$

*Ответ:*  $T = 0,002 \text{ с}$ ,  $L = 0,2 \text{ Гн}$ ,  $W = 2,5 \text{ мДж}$ ,  $I_{\max} = 0,15 \text{ А}$ .

8. Колеблющиеся точки удалены от источника колебаний на расстояние 0,5 и 1,77 м в направлении распространения волны. Разность фаз их колебаний равна  $3\pi / 4$ . Частота колебаний источника  $100 \text{ с}^{-1}$ . Определить длину волны и скорость ее распространения. Написать уравнение волны для заданных точек, если амплитуды колебаний их равны 1 см.

*Дано:*  $\ell_1 = 0,5 \text{ м}$ ,  $\ell_2 = 1,77 \text{ м}$ ,  $\Delta\phi = 3\pi / 4$ ,  $\nu = 10^2 \text{ с}^{-1}$ ,  $A_1 = A_2 = A = 0,01 \text{ м}$ .

*Найти:*  $\lambda$ ,  $v$ .



*Решение.* Из уравнения бегущей волны по разности фаз  $\Delta\varphi$  и расстоянию  $\ell$  от источника колебаний до колеблющейся точки можно определить  $\lambda$ . Имеем

$$x = A \sin \omega \left( t - \frac{\ell}{v} \right) \quad (1)$$

или

$$x = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{\ell}{\lambda} \right), \quad (2)$$

где  $x$  — смещение колеблющейся точки;  $t$  — время колебания;  
 $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu = 200\pi$  — круговая частота.

В уравнении (2) выражение  $2\pi(t/T - \ell/\lambda)$  является фазой колебаний. Запишем фазы для каждой из заданных точек:

$$\varphi_1 = 2\pi(t/T - \ell_1/\lambda); \quad \varphi_2 = 2\pi(t/T - \ell_2/\lambda).$$

Тогда разность фаз  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi[(\ell_2 - \ell_1)/\lambda]$ , откуда

$$\lambda = \frac{2\pi(\ell_2 - \ell_1)}{\Delta\varphi}; \quad \lambda = \frac{2\pi(1,77 - 0,5)\text{ м}}{3\pi/4} = 3,38 \text{ м}.$$

Скорость распространения волны

$$v = \lambda/T = \lambda\nu; \quad v = 3,38 \cdot 10^2 \text{ м/с} = 338 \text{ м/с}.$$

Подставляя числовые значения в уравнение (1), получаем соответственно для первой и второй точек:

$$x_1 = 0,01 \sin 200\pi(t - 0,5/338);$$

$$x_2 = 0,01 \sin 200\pi(t - 1,77/338).$$

Ответ:  $\lambda = 3,38$  м,  $v = 338$  м / с.

9. Определить энергию, переносимую плоской синусоидальной электромагнитной волной, распространяющейся в вакууме, за 1 с сквозь поверхность площадью  $1 \text{ м}^2$ , расположенную перпендикулярно направлению распространения волны. Амплитуда напряженности электрического поля волны  $5 \text{ мВ / м}$ . Период волны  $T \ll t$ .

Дано:  $E_0 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ В / м}$ ,  $T \ll t$ ,  $S = 1 \text{ м}^2$ ,  $t = 1 \text{ с}$ .

Найти  $W$ .

Решение. Плотность потока энергии (или интенсивность излучения) электромагнитных волн, то есть количество энергии, переносимой за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны, определяется вектором Пойнтинга  $\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ , где  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  — векторы напряженности электрического и магнитного полей в электромагнитной волне. Учитывая, что  $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$ , получим для модуля вектора  $\mathbf{P}$

$$P = EH.$$

Так как величины  $E$  и  $H$  в каждой точке электромагнитной волны меняются во времени по закону синуса, находясь в одинаковых фазах, то мгновенное значение величины  $P$  равно

$$P = E_0 \sin \omega t \cdot H_0 \sin \omega t = E_0 H_0 \sin^2 \omega t. \quad (1)$$

Таким образом, величина  $P$  является функцией времени. Согласно определению вектора плотности потока энергии, имеем

$$P = \frac{1}{S} \frac{dW}{dt}, \quad (2)$$

где  $dW$  — энергия, переносимая волной через площадку  $S$  за время  $dt$ . Из выражений (2) и (1) имеем

$$dW = PSdt = E_0 H_0 \sin^2 \omega t dt \cdot S. \quad (3)$$

Для определения  $dW$  необходимо знать величину  $H_0$ , которая может быть найдена из соотношения  $\frac{1}{2}\epsilon\epsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2}\mu\mu_0 H_0^2$ . Отсюда  $H_0 = E_0 \sqrt{\epsilon\epsilon_0 / (\mu\mu_0)}$ .

По условию,  $\epsilon = \mu = 1$ , тогда

$$H_0 = E_0 \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0}. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), получим

$$dW = \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} E_0^2 S \sin^2 \omega t dt.$$

Энергия, переносимая волной за время  $t$ ,

$$W = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 S \int_0^t \sin^2 \omega t dt = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 S \left( \frac{t}{2} - \frac{\sin 2\omega t}{4\omega} \right).$$

По условию задачи  $T \ll t$ , поэтому  $\frac{t}{2} \gg \frac{\sin 2\omega t}{4\omega}$  и членом  $\frac{\sin 2\omega}{4\omega}$  можно пренебречь. Тогда

$$W = \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} E_0^2 S (t/2).$$

Подставляя числовые значения, получим

$$W = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}}{12,6 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}}} 0,25 \cdot 10^{-6} \frac{\text{В}^2}{\text{м}^2} 1\text{м}^2 \cdot 1\text{с} = 3,25 \cdot 10^{-8} \text{ Дж}.$$

Ответ:  $W = 3,25 \cdot 10^{-8} \text{ Дж}$ .

## Задания

1. По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам, расположенным параллельно друг другу на расстоянии 10 см, текут токи силой 0,5 и 10 А. Определить магнитную индукцию поля в точке, удаленной на 10 см от каждого проводника.

2. По кольцевому проводнику радиусом 10 см течет ток силой 4 А. Параллельно плоскости кольцевого проводника на расстоянии 2 см над его центром проходит бесконечно длинный прямолинейный проводник, по которому течет ток силой 2 А. Определить индукцию и напряженность магнитного поля в центре кольца. Рассмотреть все возможные случаи.

3. По двум круговым виткам, имеющим общий центр, текут токи силой 5 и 4 А. Радиусы витков соответственно равны 3 и 4 см. Угол между их плоскостями  $30^\circ$ . Определить индукцию и напряженность в центре витков.

4. По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам, расположенным параллельно друг другу на расстоянии 10 см, текут токи в одном направлении. Напряженность поля в точке, удаленной на 10 см от каждого проводника, равна  $16,33 \text{ А / м}$ . По одному из проводников течет ток силой 0,5 А. Определить силу тока, текущего по другому проводнику.

5. Два круговых витка с током лежат в одной плоскости и имеют общий центр. Радиус большего витка 12 см, меньшего 8 см. Напряженность поля в центре витков равна  $50 \text{ А / м}$ , если токи текут в одном направлении, и нулю, если в противоположном. Определить силы токов, текущих по круговым виткам.

6. По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам текут токи силой 4 и 6 А. Расстояние между проводниками 15 см. Определить геометрическое место точек, в которых индукция магнитного поля равна нулю.

7. По круговому проводнику радиусом 0,12 м течет ток силой 0,2 А. Перпендикулярно плоскости кругового проводника проходит бесконечно длинный проводник, по которому течет ток силой 0,1 А. Индукция магнитного поля в центре кругового проводника  $11,3 \times 10^{-7} \text{ Тл}$ . Определить, на каком расстоянии от центра кругового проводника находится прямолинейный проводник.

8. Проводник длиной 1 м согнут в виде квадрата. Определить индукцию магнитного поля и напряженность в точке пересечения диагоналей квадрата, если по проводнику течет ток силой 4 А.

9. Прямой проводник согнут в виде прямоугольника со сторонами длиной 0,2 и 0,3 м. Какой силы ток нужно пропустить по этому проводни-

ку, чтобы напряженность поля в точке пересечения диагоналей была  $19 \text{ А / м}$ .

10. Прямой проводник длиной  $90 \text{ см}$  согнут в виде равностороннего треугольника. Какой силы ток нужно пропустить по этому проводнику, чтобы индукция магнитного поля в точке пересечения высот треугольника равнялась  $1,24 \cdot 10^{-6} \text{ Тл}$ .

11. Как нужно расположить алюминиевый проводник, имеющий площадь поперечного сечения  $3,78 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2$ , по которому проходит ток силой  $1 \text{ А}$ , относительно горизонтально расположенного проводника с током силой  $5 \text{ А}$ , чтобы алюминиевый проводник находился в равновесии?

12. Рассчитать радиус дуантов циклотрона, индукция магнитного поля в котором  $1 \text{ Тл}$ , если он предназначен для ускорения протонов до энергии  $10 \text{ МэВ}$ .

13. Электрон, имеющий начальную скорость  $10^5 \text{ м / с}$ , влетает в пространство, в котором созданы два взаимно перпендикулярных магнитных поля, индукции которых  $0,3$  и  $0,4 \text{ мкТл}$ . Определить траекторию движения электрона, если векторы индукции магнитных полей перпендикулярны вектору скорости электрона.

14. Частица, обладающая энергией  $16 \text{ МэВ}$ , движется в однородном магнитном поле с индукцией  $2,4 \text{ Тл}$  по окружности радиусом  $24,5 \text{ см}$ . Определить заряд этой частицы, если ее скорость  $2,72 \times 10^7 \text{ м / с}$ .

15. Определить площадь поперечного сечения прямолинейного алюминиевого проводника, движущегося с ускорением  $0,4 \text{ м / с}^2$  в однородном магнитном поле с индукцией  $2,2 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$ . По проводнику течет ток силой  $5 \text{ А}$ , его направление движения перпендикулярно вектору индукции.

16. Каким образом нужно расположить прямолинейный алюминиевый проводник в однородном горизонтальном магнитном поле с индукцией  $0,04 \text{ Тл}$  и какой силы ток пропустить по нему, чтобы он находился в равновесии. Радиус проводника  $1 \text{ мм}$ .

17. Определить напряженность однородного горизонтального магнитного поля, в котором в равновесии находится незакрепленный прямолинейный медный проводник с током силой  $10 \text{ А}$ . Диаметр проводника  $4 \text{ мм}$ .