УДК 621.923

МЕХАНИКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РЕЖУЩЕГО ЗЕРНА С МАТЕРИАЛОМ ПРИ СТРУЙНО-АБРАЗИВНОЙ ОБРАБОТКЕ

Новиков Ф.В., докт. техн. наук, **Андилахай А.А.,** канд. техн. наук
(г. Харьков, г. Мариуполь, Украина)

We justify the laws of mechanics of interaction of the cutting grain with the material in the abrasive blasting

Струйно-абразивная обработка находит все более широкое применение в машиностроении [1, 2]. Однако вопросы механики процесса изучены недостаточно полно. Поэтому целью работы является обоснование закономерностей механики взаимодействия режущего зерна с материалом при струйно-абразивной обработке. Установим характер движения абразивного зерна массой m под действием возникающей в процессе съема обрабатываемого материала силы резания P [3]. Будем считать, что зерно движется с начальной скоростью V_0 в направлении оси *oz*, рис. 1. Тогда уравнения движения абразивного зерна во времени τ в направлениях осей *oz* и *oy* под действием тангенциальной P_z и радиальной P_y составляющих силы резания опишутся следующим образом:

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{z}(\tau) = -P_z; \\ m \cdot \ddot{y}(\tau) = P_y, \end{cases} \qquad (1)$$

где $\ddot{z}(\tau)$ и $\ddot{y}(\tau)$ − соответственно ускорения движения абразивного зерна в направлениях осей *oz* и *oy* , м/с^2.

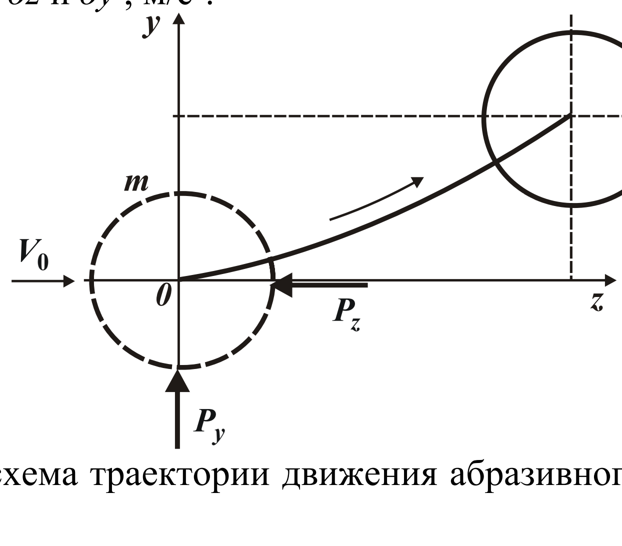


Рис. 1. Расчетная схема траектории движения абразивного зерна в обрабатываемом материале.

Решения дифференциальных уравнений (1) общеизвестны:

$$\begin{cases} z(\tau) = -\dfrac{P_z}{m} \cdot \dfrac{\tau^2}{2} + C_1 \cdot \tau + C_2; \\ y(\tau) = \dfrac{P_y}{m} \cdot \dfrac{\tau^2}{2} + C_3 \cdot \tau + C_4, \end{cases} \tag{2}$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 − постоянные интегрирования, определяются из следующих начальных условий:

$$\begin{cases} z(\tau = 0) = 0; \\ \dot{z}(\tau = 0) = V_0, \end{cases} \qquad \begin{cases} y(\tau = 0) = 0; \\ \dot{y}(\tau = 0) = 0. \end{cases} \tag{3}$$

Подчиняя полученные решения (2) начальным условиям (3), имеем

$$\begin{cases} z(\tau) = -\dfrac{P_z}{m} \cdot \dfrac{\tau^2}{2} + V_0 \cdot \tau; \\ y(\tau) = \dfrac{P_y}{m} \cdot \dfrac{\tau^2}{2}. \end{cases} \tag{4}$$

Как видно, в направлении оси *oy* с течением времени τ абразивное зерно движется равноускоренно с ускорением P_y / m, а в направлении оси *oz* − равнозамедленно с ускорением $-P_z / m$. При выполнении условия $\dot{z}(\tau) = 0$ абразивное зерно остановится. Время τ и длина пути зерна в металле z до момента его остановки равны

$$\tau = \frac{m \cdot V_0}{P_z}; \qquad z = \frac{m \cdot V_0^2}{2 \cdot P_z}. \tag{5}$$

Время τ и длина пути зерна в металле z тем больше, чем больше начальная скорость зерна V_0 и меньше ускорение его равнозамедленного движения P_z / m. Длина пути зерна в металле y до момента его остановки определится подстановкой зависимости (5) во второе уравнение системы (4):

$$y = \frac{m \cdot V_0^2}{2 \cdot P_z} \cdot \frac{1}{K_ш} = \frac{z}{K_ш}, \tag{6}$$

где $K_ш = P_z / P_y$.

При условии $K_ш$<1 координата y абразивного зерна будет больше координаты z, а при $K_ш$>1, наоборот. Следовательно, увеличивая коэффициент $K_ш$, можно уменьшить координату y и соответственно повысить эффективность процесса резания. Разрешая второе уравнение системы (4) относительно времени τ и поставляя полученное выражение в первое уравнение, установим в общем виде связь между координатами z и y абразивного зерна в процессе резания:

$$z = -K_ш \cdot y + V_0 \cdot \sqrt{\frac{2m \cdot y}{P_y}}. \tag{7}$$

Приведенное выше решение дает общее представление о характере движения абразивного зерна массой m в процессе его взаимодействия с обрабатываемым материалом под действием неизменяющихся (постоянных) во времени составляющих силы резания P_z и P_y. В действительности, составляющие силы резания зависят от фактической толщины среза, которая в связи с перемещением абразивного зерна вдоль оси *оу* будет изменяться. Исходя из этого, составляющие силы резания P_z и P_y определятся:

$$\begin{cases} P_z = в \cdot (a - y) \cdot \sigma; \\ P_y = \dfrac{в \cdot (a - y) \cdot \sigma}{K_ш}, \end{cases} \tag{8}$$

где a, $в$ − толщина и ширина среза, м; σ − условное напряжение резания, Н/м^2.

В первом приближении будем считать, что σ − постоянная величина. Тогда уравнение движения абразивного зерна в направлении оси *оу* примет вид

$$m \cdot \ddot{y} = \frac{в \cdot (a - y) \cdot \sigma}{K_ш} \quad \text{или} \quad \ddot{y} + k^2 \cdot y = \frac{в \cdot a \cdot \sigma}{m \cdot K_ш}, \tag{9}$$

где $k^2 = \dfrac{в \cdot \sigma}{m \cdot K_ш}$.

Частное решение дифференциального уравнения (9): $y = A$, где $A = a$.

Общее решение дифференциального уравнения (9):

$$y = C_1 \cdot sin\, k\tau + C_2 \cdot cos\, k\tau + a, \tag{10}$$

где C_1, C_2 − постоянные интегрирования, определяются из начальных условий (3).

Подчиняя полученное решение (10) начальным условиям (3), имеем

$$y = a \cdot (1 - cos\, k\tau). \tag{11}$$

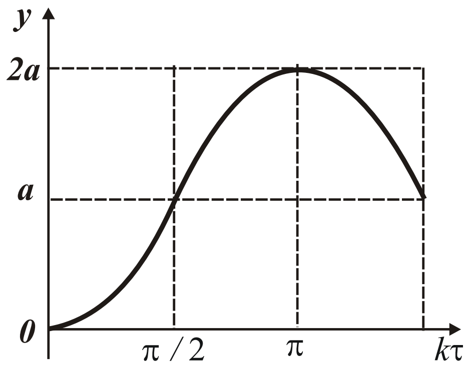
Графически зависимость (11) показана на рис. 2,а. Как видно, с течением времени τ координата y абразивного зерна изменяется по гармоническому закону, увеличиваясь в диапазоне $k\tau = 0...\pi$ от 0 до $2a$. Очевидно, в реальных условиях координата y не может превышать толщину среза a. Поэтому решением дифференциального уравнения (9) является диапазон изменения величины $k\tau = 0...\pi/2$. При условии $k\tau = \pi/2$ абразивное зерно выходит из контакта с обрабатываемым материалом. Тогда время τ зерна в обрабатываемом материале определится зависимостью

$$\tau = \frac{\pi}{2k} = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{m \cdot K_ш}{в \cdot \sigma}}. \tag{12}$$

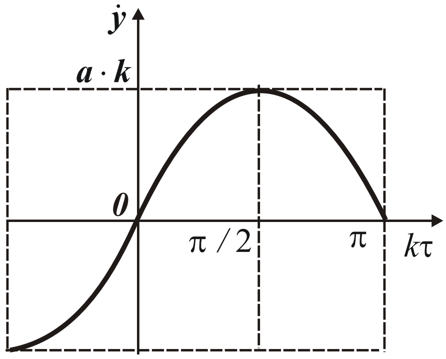
Время τ тем больше, чем больше масса абразивного зерна m, коэффициент $K_ш = P_z / P_y$ и меньше ширина среза $в$ и условное напряжение резания σ. Скорость перемещения абразивного зерна $\dot{y}(\tau)$ в обрабатываемом материале в направлении оси *оу*, исходя из зависимости (11), подчиняется синусоидальному закону: $\dot{y}(\tau) = a \cdot k \cdot sin\, k\tau$, рис. 2,б. При изменении угла $k\tau$ в пределах $0 \ldots \pi/2$ скорость $\dot{y}(\tau)$ возрастает. Следовательно, при контакте абразивного зерна с обрабатываемым материалом скорость $\dot{y}(\tau)$ изменяется в пределах от 0 до максимального значения $a \cdot k$, что обусловлено действием “выталкивающей” силы

P_y. Зная характер изменения координаты y во времени, можно по зависимости (8) определить силы резания P_z и P_y:

$$\begin{cases} P_z = в \cdot a \cdot \sigma \cdot cos\, k\tau; \\ P_y = \dfrac{в \cdot a \cdot \sigma \cdot cos\, k\tau}{K_ш}. \end{cases} \qquad (13)$$



а



б

Рис. 2. Характер изменения координаты y (а) и скорости $\dot{y}$ (б) абразивного зерна с течением времени обработки τ.

Как видно, составляющие силы резания P_z и P_y изменяются по закону косинуса, т.е. в начальный момент времени они принимают максимальные значения, а затем уменьшаются вплоть до нуля (при $k\tau = \pi / 2$) в момент выхода абразивного зерна из контакта с обрабатываемым материалом.

Учитывая переменный характер составляющих силы резания во времени, уточним полученное выше решение (2) для условия $P_z = const$. Дифференциальное уравнение движения абразивного зерна в направлении оси oz с учетом зависимости (13) примет вид

$$m \cdot \ddot{z} = -a \cdot в \cdot \sigma \cdot cos\, k\tau . \qquad (14)$$

Частное решение уравнения (14) будем искать в виде $z = A_1 \cdot cos\, k\tau$, где A_1 − неопределенная величина. Подставим данное решение в уравнение (14):

$$A_1 = a \cdot K_ш . \qquad (15)$$

Общее решение уравнения (14): $z = C_1 \cdot \tau + C_2 + A_1 \cdot cos\, k\tau$, где C_1, C_2 − постоянные интегрирования, определяются из начальных условий

(3). Подчиняя полученное решение начальным условиям (3), получим: $C_1 = V_0; C_2 = -a \cdot K_ш$. Тогда

$$z = V_0 \cdot \tau - a \cdot K_ш \cdot (1 - cos\, k\tau); \quad \dot{z} = V_0 - a \cdot K_ш \cdot k \cdot sin\, k\tau . \quad (16)$$

Как видно, с течением времени τ скорость движения абразивного зерна $\dot{z}(\tau)$ в направлении оси *oz* в диапазоне $0 < k\tau < \pi / 2$ уменьшается, рис. 3. Таким образом показано, что с течением времени τ скорость движения абразивного зерна $\dot{y}(\tau)$ увеличивается, а скорость $\dot{z}(\tau)$, наоборот, уменьшается вплоть до нуля. В итоге зерно под действием "выталкивающей" силы P_y стремится выйти из контакта с обрабатываемым материалом. При условии $\dot{z}(\tau) = 0$ абразивное зерно остановится. Исходя из данного условия с учетом зависимости (16), определим время контакта абразивного зерна с обрабатываемым материалом:

$$sin\, k\tau = \frac{V_0}{a} \cdot \sqrt{\frac{m}{в \cdot \sigma \cdot K_ш}} \quad \text{или} \quad k\tau = arcsin \frac{V_0}{a} \cdot \sqrt{\frac{m}{в \cdot \sigma \cdot K_ш}} . \quad (17)$$

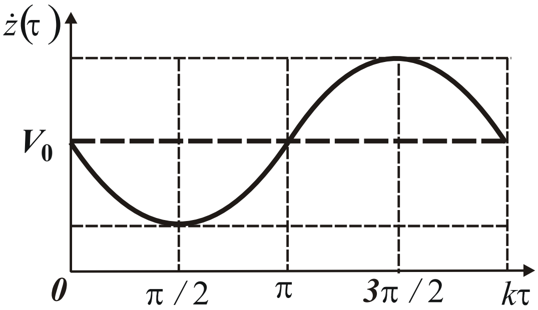


Рис. 3. Характер изменения скорости $\dot{z}(\tau)$ движения абразивного зерна с течением времени обработки τ.

Из зависимости (24) следует, что чем больше V_0, m и меньше a, $в$, $K_ш$, σ, тем больше $k\tau$, т.е. время контакта абразивного зерна с обрабатываемым материалом и соответственно выше эффективность процесса обработки. При $k\tau < \pi / 2$, исходя из рис. 2, абразивное зерно остановится в обрабатываемом материале. При $k\tau > \pi / 2$, наоборот, кинетической энергии абразивного зерна будет достаточно, чтобы выйти из контакта с обрабатываемым материалом без остановки и осуществить полный срез обрабатываемого материала.

Произведем расчет величины $k\tau$ для следующих исходных данных: V=30 м/с; a=3 мкм; σ=1000 кГс/мм^2; $K_ш$=0,5. Массу абразивного зерна m определим по зависимости $m = \rho \cdot v$, где ρ − плотность абразивного материала (для алмаза ρ=3,5 г/см^3); $v = \pi \cdot D^3 / 6$ − объем абразивного зерна (в форме шара диаметром D). Примем D=50 мкм. Ширину среза $в$, образованным абразивным зерном в форме шара радиусом R (рис. 4), определим по зависимости $в = 2 \cdot \sqrt{R^2 - (R-a)^2} \approx 2 \cdot \sqrt{2R \cdot a} = 2 \cdot \sqrt{D \cdot a}$. Подставляя исходные данные в зависимость (17), получено $sin\, k\tau = 0{,}432$, соответственно $k\tau \approx 26^0$. Следовательно, справедливо условие $k\tau < \pi / 2$ и абразивное зерно остановится в обрабатываемом материале, образуя неполный срез.

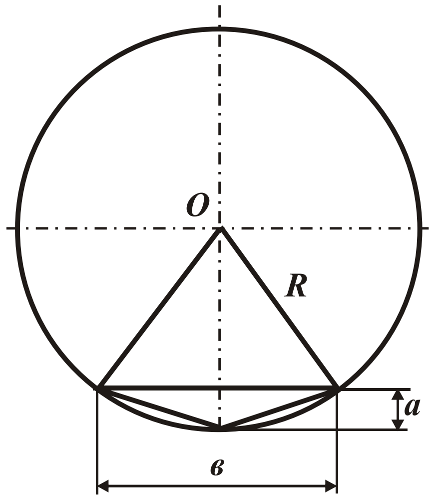


Рис. 4. Расчетная схема параметров среза абразивным зерном.

Необходимо отметить, что данный расчет является упрощенным, т.к. в нем при получении зависимостей (8) для определения составляющих силы резания P_z и P_y толщина и ширина среза рассматривались не взаимосвязанными. В действительности, исходя из приведенной выше зависимости, эти параметры связаны нелинейной зависимостью. Тогда площадь среза равна $S = 0{,}5 \cdot a \cdot в = a \cdot \sqrt{D \cdot a}$. С учетом перемещения абразивного зерна в направлении оси oy площадь среза выразится $S = D^{0,5} \cdot (a - y)^{1,5}$. Соответственно, P_z и P_y, определяемые зависимостями (8), примут вид

$$\begin{cases} P_z = (a-y)^{1,5} \cdot D^{0,5} \cdot \sigma; \\ P_y = \dfrac{(a-y)^{1,5} \cdot D^{0,5} \cdot \sigma}{K_ш}. \end{cases} \quad (18)$$

Уравнение движения абразивного зерна в направлении оси oy примет вид

$$m \cdot \ddot{y} = \frac{(a-y)^{1,5} \cdot D^{0,5} \cdot \sigma}{K_ш}. \quad (19)$$

В итоге пришли к нелинейному дифференциальному уравнению второго порядка. Чтобы его решить, выполним подстановку $y_1 = a - y$, где y_1 − новая переменная. Тогда уравнение (19) выразится

$$\ddot{y}_1 + k_1^2 \cdot y_1^{1,5} = 0, \quad (20)$$

где $k_1^2 = \dfrac{D^{0,5} \cdot \sigma}{m \cdot K_ш}$.

В работе [4] приведено решение данного класса нелинейных дифференциальных уравнений, имеющих вид

$$\ddot{y}_1 + k_1^2 \cdot y_1^{n} = 0, \quad (21)$$

где n − переменная величина.

Для решения уравнения (21) вводится новая переменная $p = \dfrac{dy_1}{d\tau}$, тогда $\dfrac{d^2 y_1}{d^2\tau} = p \cdot \dfrac{dp}{dy_1}$ и (21) запишется $\dfrac{1}{k_1^2} \cdot p \cdot dp = -y_1^n \cdot dy_1$. После интегрирования, имеем $\dfrac{1}{k_1^2} \cdot \dfrac{p^2}{2} = -\dfrac{1}{1+n} \cdot y_1^{1+n} + C_1$ или $\dfrac{p}{k_1} = \sqrt{C_2^2 - \dfrac{2}{1+n} \cdot y_1^{1+n}}$, где $C_2^2 = 2 \cdot C_1$; $C_1 -$ постоянная интегрирования, определяется из начального условия.

Представляя $p = \dfrac{dy_1}{d\tau}$, получим уравнение: $\dfrac{1}{k_1} \cdot \dfrac{dy_1}{d\tau} = \sqrt{C_2^2 - \dfrac{2}{1+n} \cdot y_1^{1+n}}$. Интегрируя его, получим $\sqrt{\dfrac{2 \cdot y_1^{1+n}}{(1+n) \cdot C_2^2}} = sin\,(k_1\tau + C_3)$, где $C_3 -$ постоянная интегрирования, определяется из начального условия. Откуда $y_1 = \left[\dfrac{(1+n) \cdot C_2^2}{2}\right]^{\frac{1}{1+n}} \cdot sin^{\frac{2}{1+n}}(k_1\tau + C_3)$. В нашем случае n=1,5. Тогда зависимость примет вид $y_1 = \left[\dfrac{2{,}5 \cdot C_2^2}{2}\right]^{0{,}4} \cdot sin^{0{,}8}(k_1\tau + C_3)$. С учетом $y_1 = a - y$, имеем $y = a - \left[\dfrac{2{,}5 \cdot C_2^2}{2}\right]^{0{,}4} \cdot sin^{0{,}8}(k_1\tau + C_3)$. Постоянные интегрирования C_2 и C_3 определим из начальных условий (3): $C_2^2 = \dfrac{a^{2{,}5}}{1{,}25}$; $C_3 = \dfrac{\pi}{2}$. Окончательно имеем

$$y = a \cdot \left(1 - cos^{0{,}8} k_1\tau\right). \qquad (22)$$

В итоге пришли к зависимости, близкой к аналогичной зависимости (11), полученной без учета взаимосвязи параметров a и $в$. Следовательно, нелинейность дифференциального уравнения (20) не вносит принципиальных изменений в характер перемещения обрабатываемого зерна в обрабатываемом материале. Поэтому с достаточной для практики точностью можно пользоваться упрощенным решением (11).

Рассмотрим случай резания абразивным зерном, движущимся с начальной скоростью V_0 и входящим в обрабатываемый материал под некоторым углом α. В процессе резания на зерно действуют тангенциальная P_z и радиальная P_y составляющие силы резания. Определим траекторию движения зерна в обрабатываемом материале. Составляющие силы резания P_z и P_y, описываемые зависимостями (8), с учетом $a = tg\alpha \cdot z$ представим в виде

$$\begin{cases} P_z = в \cdot (tg\alpha \cdot z - y) \cdot \sigma; \\ P_y = \dfrac{в \cdot (tg\alpha \cdot z - y) \cdot \sigma}{K_ш}. \end{cases} \qquad (23)$$

В данном случае P_z и P_y зависят от двух координат: y и z. Движение абразивного зерна в обрабатываемом материале описывается системой дифференциальных уравнений (1). Подставляя зависимости (23) в (1), имеем

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{z} + в \cdot \sigma \cdot tg\alpha \cdot z = в \cdot \sigma \cdot y; \\ m \cdot \ddot{y} + \dfrac{в \cdot \sigma}{K_ш} \cdot y = \dfrac{в \cdot \sigma \cdot tg\alpha}{K_ш} \cdot z. \end{cases} \tag{24}$$

В итоге пришли к сложным дифференциальным уравнениям, содержащим по две неизвестные величины y и z. Для того чтобы привести уравнения к одной неизвестной, умножим второе уравнение на коэффициент $K_ш$ и просуммируем первое и второе уравнения. В результате получим $\ddot{z} + K_ш \cdot \ddot{y} = 0$. Интегрируя уравнение с учетом начальных условий (3), имеем

$$\begin{cases} \dot{z} + K_ш \cdot \dot{y} = V_0; \\ z + K_ш \cdot y = V_0 \cdot \tau. \end{cases} \tag{25}$$

Откуда $z = V_0 \cdot \tau - K_ш \cdot y$; $\ddot{z} = -K_ш \cdot \ddot{y}$. Подставим эти выражения в первое уравнение системы (24): $m \cdot K_ш \cdot \ddot{y} + в \cdot \sigma \cdot tg\alpha \cdot (V_0 \cdot \tau - K_ш \cdot y) = в \cdot \sigma \cdot y$ или

$$\ddot{y} + k^2 \cdot y = \frac{в \cdot \sigma \cdot tg\alpha \cdot V_0}{m \cdot K_ш} \cdot \tau, \tag{26}$$

где $k^2 = \dfrac{в \cdot \sigma \cdot (1 + tg\alpha \cdot K_ш)}{m \cdot K_ш}$.

Частное решение дифференциального уравнения (26): $y = A \cdot \tau$. Подставляя его в дифференциальное уравнение (26), имеем $A = \dfrac{V_0 \cdot tg\alpha}{(1 + tg\alpha \cdot K_ш)}$.

Общее решение дифференциального уравнения (26) общеизвестно: $y = C_1 \cdot sin\, k\tau + C_2 \cdot cos\, k\tau + A \cdot \tau$, где $C_1, C_2 -$ постоянные интегрирования, определяются из начальных условий (3): $C_1 = -A/k$ и $C_2 = 0$. Тогда

$$y = A \cdot \left(\tau - \frac{1}{k} \cdot sin\, k\tau\right); \quad \dot{y} = A \cdot (1 - cos\, k\tau). \tag{27}$$

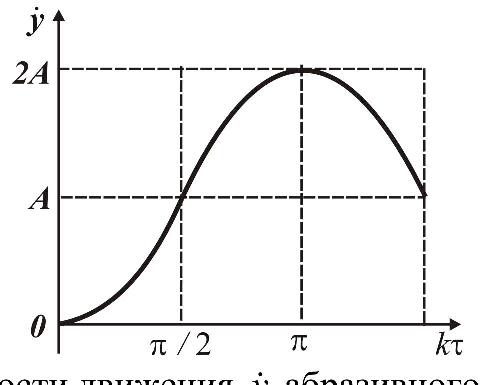


Рис. 5. Зависимость скорости движения $\dot{y}$ абразивного зерна от угла $k\tau$.

С течением времени τ скорость $\dot{y}$ увеличивается в диапазоне $k\tau \le \pi$, рис. 5. Характер изменения координаты z и $\dot{z}$ определим на основе (25) и (27):

$$z=\frac{V_0}{\left(1+tg\alpha\cdot K_ш\right)}\cdot\left(\tau-\frac{tg\alpha\cdot K_ш}{k}\cdot sin\,k\tau\right);\ \dot{z}=\frac{V_0}{\left(1+tg\alpha\cdot K_ш\right)}\cdot\left(1+tg\alpha\cdot K_ш\cdot cos\,k\tau\right).(28)$$

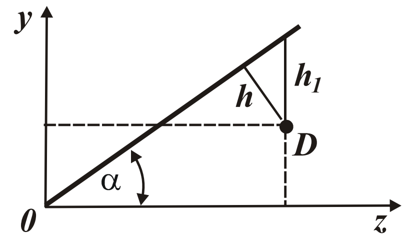


Рис. 6. Расчетная схема глубины внедрения абразивного зерна в обрабатываемый материал h.

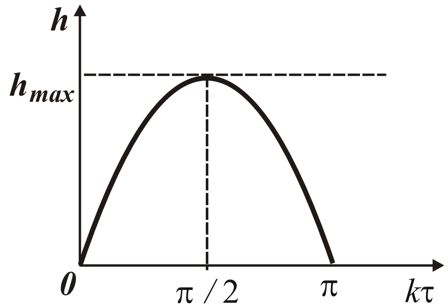


Рис. 7. Зависимость глубины внедрения абразивного зерна в обрабатываемый материал h от угла $k\tau$.

Определим глубину внедрения абразивного зерна в обрабатываемый материал h, для чего воспользуемся зависимостью $h=h_1\cdot cos\,\alpha$, полученной на основе расчетной схемы, показанной на рис. 6, с учетом $h_1=z\cdot tg\alpha-y$. С учетом зависимостей (27) и (28), имеем

$$h=\frac{V_0\cdot sin\,\alpha}{k}\cdot sin\,k\tau\,. \tag{29}$$

В результате пришли к довольно простой зависимости, из которой следует синусоидальный закон изменения глубины h с течением времени τ контакта абразивного зерна с обрабатываемым материалом, рис. 7. Очевидно, максимальное значение h достигается при условии $k\tau=\pi/2$, а наименьшее h=0 − в момент выхода зерна из контакта с материалом (при $k\tau=\pi$). Тогда

$$h_{max}=V_0\cdot sin\,\alpha\cdot\sqrt{\frac{m\cdot K_ш}{в\cdot\sigma\cdot\left(1+tg\alpha\cdot K_ш\right)}}\,. \tag{30}$$

Условное напряжение резания σ определяется зависимостью, приведенной в нашей работе [4] для случая, когда передний угол режущего инструмента γ=0:

$$\sigma=\frac{2\cdot\tau_{сдв}\cdot cos\,\psi\cdot cos\,\alpha}{\left[1-sin(\alpha+\psi)\right]}, \tag{31}$$

где $\tau_{сдв}$ − предел прочности на сдвиг обрабатываемого материала, Н/м^2; ψ − условный угол трения режущего инструмента (абразивного зерна) с обрабатываемым материалом; $tg\psi=f$ − коэффициент трения абразивного зерна с обрабатываемым материалом.

Подставляя зависимость (31) в (29) с учетом $K_ш = ctg\psi$ [4], имеем

$$h_{max} = V_0 \cdot sin\alpha \cdot \sqrt{\frac{m}{2 \cdot в \cdot \tau_{сдв}} \cdot \left[\frac{1}{sin(\alpha+\psi)} - 1\right]} \ . \qquad (32)$$

Как видно, максимальная глубина внедрения абразивного зерна в обрабатываемый материал h_{max} тем больше, чем больше начальная скорость движения абразивного зерна V_0, его масса m и меньше ширина среза $в$ и предел прочности на сдвиг обрабатываемого материала $\tau_{сдв}$. Угол входа зерна в обрабатываемый материал α неоднозначно влияет на h_{max}. За счет увеличения $sin\alpha$ глубина h_{max} будет увеличиваться, а при достижении условия $sin(\alpha+\psi)=1$ справедливо h_{max}=0, т.е. имеет место экстремум (максимум) глубины h_{max} от угла α. Для его определения подчиним функцию h_{max} необходимому условию экстремума: $(h_{max})'_{\alpha} = 0$. В итоге получено тригонометрическое уравнение:

$$1 - sin(\alpha+\psi) = \frac{tg\alpha}{tg(\alpha+\psi)}. \qquad (33)$$

Расчетами установлено, что при ψ=30^0 экстремальное значение угла α=16^0. Как видно, максимальная глубина внедрения абразивного зерна в обрабатываемый материал h_{max} достигается при относительно небольшом угле α. При α>16^0 параметр h уменьшится.

Представляет интерес анализ координаты экстремальной точки *D*, в которой реализуется максимальное значение глубины внедрения абразивного зерна в обрабатываемый материал h_{max}. Для этого в зависимости (27) и (28) подставим значение $k\tau = \pi/2$. Тогда

$$y = \frac{0{,}57 \cdot V_0 \cdot tg\alpha}{k \cdot (1 + tg\alpha \cdot K_ш)}; \ z = \frac{V_0}{k \cdot (1 + tg\alpha \cdot K_ш)} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + tg\alpha \cdot K_ш\right);$$

$$\dot{y} = \frac{V_0 \cdot tg\alpha}{(1 + tg\alpha \cdot K_ш)}; \ \dot{z} = \frac{V_0}{(1 + tg\alpha \cdot K_ш)}; \ \frac{\dot{y}}{\dot{z}} = tg\alpha \ . \qquad (63)$$

Как видно, скорость движения абразивного зерна $\dot{y}$ в направлении оси *oy* меньше скорости движения абразивного зерна $\dot{z}$ в направлении оси *oz*. В табл. 1 приведены рассчитанные по зависимостям (63) отношения скоростей $V_0/\dot{y}$ и $V_0/\dot{z}$. Как видно, с увеличением угла α отношение $V_0/\dot{y}$ уменьшается, а отношение $V_0/\dot{z}$, наоборот, увеличивается, принимая значения больше единицы. Это свидетельствует о том, что начальная скорость V_0 движения абразивного зерна всегда больше текущих значений скоростей $\dot{y}$ и $\dot{z}$. Заслуживает внимания тот факт, что при α<45^0 значения $\dot{z}$ не столь существенно отличаются от начальной скорости V_0. Следовательно, запаса кинетической энергии движущегося зерна в принципе может быть достаточно для осуществления процесса стружкообразования после прохождения зерном экстремальной точки *D*. Иными словами, в этом случае зерно может осуществить полный срез обрабатываемого материала. В других случаях, например, при α>45^0 из-за недостаточной скорости $\dot{z}$ процесс стружкообразования может прекратиться в экстремальной точке D и полный срез обрабатываемого материала не произойдет, хотя скорость $\dot{z}$ при этом не будет равна нулю.

Таблица 1

Расчетные значения отношения скоростей $V_0 / \dot{y}$ и $V_0 / \dot{z}$

α, град	10	20	30	45	60	70	80	90
$V_0 / \dot{y}$	7,4	4,48	3,47	2,73	2,3	2,1	1,9	–
$V_0 / \dot{z}$	1,3	1,63	2,0	2,73	4,0	5,76	10,83	∞

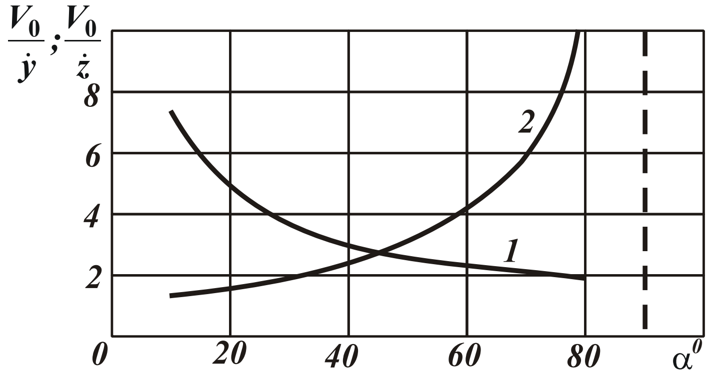


Рис. 8. Зависимости отношения скоростей $V_0 / \dot{y}$ (1) и $V_0 / \dot{z}$ (2) от угла α.

В момент выхода абразивного зерна из контакта с материалом (т.е. при выполнении условия $k\tau = \pi$) зависимости (27) и (28) примут вид

$$y = \frac{\pi}{k} \cdot \frac{V_0 \cdot tg\alpha}{\left(1 + tg\alpha \cdot K_ш\right)}; \quad \dot{y} = \frac{2 \cdot V_0 \cdot tg\alpha}{\left(1 + tg\alpha \cdot K_ш\right)}; \quad z = \frac{\pi}{k} \cdot \frac{V_0}{\left(1 + tg\alpha \cdot K_ш\right)};$$

$$\dot{z} = \frac{V_0}{\left(1 + tg\alpha \cdot K_ш\right)} \cdot \left(1 - tg\alpha \cdot K_ш\right); \quad \frac{y}{z} = tg\alpha; \quad \frac{\dot{y}}{\dot{z}} = \frac{2 \cdot tg\alpha}{\left(1 - tg\alpha \cdot K_ш\right)}. \qquad (35)$$

Как следует из зависимостей (68), координата y всегда меньше координаты z, а скорость $\dot{y}$, наоборот, может быть больше скорости $\dot{z}$.

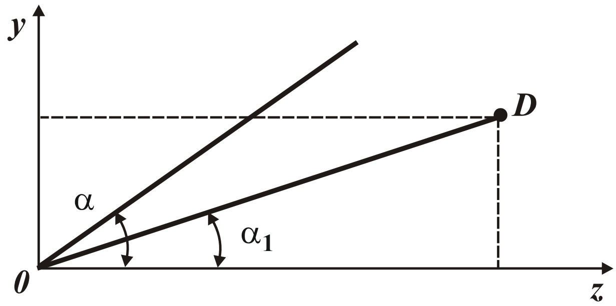


Рис. 9. Расчетная схема траектории движения абразивного зерна в обрабатываемом материале.

Для анализа траектории движения абразивного зерна в обрабатываемом материале рассмотрим характер изменения угла α_1 (рис. 9), определяющего положение абразивного зерна в произвольный момент времени (в точке D). Для этого используем зависимости (27) и (28):

$$tg\alpha_1 = \frac{y}{z} = tg\alpha \cdot \frac{\left(1 - \frac{sin\,k\tau}{k\tau}\right)}{\left(1 + tg\alpha \cdot K_{ш} \cdot \frac{sin\,k\tau}{k\tau}\right)}. \tag{36}$$

Как видно, с течением времени τ отношение $sin\,k\tau / k\tau$ будет уменьшаться, а $tg\alpha_1$ увеличиваться. При определенном значении τ угол α_1 станет равным углу α и произойдет выход абразивного зерна из контакта с обрабатываемым материалом. Очевидно, данное условие выполнимо при $sin\,k\tau = 0$, т.е. $k\tau = \pi$. Координаты точки D (рис. 9) определяются подстановкой данного условия в зависимости (27) и (28):

$$y = \frac{\pi}{k} \cdot \frac{V_0 \cdot tg\alpha}{\left(1 + tg\alpha \cdot K_{ш}\right)}; \quad z = \frac{\pi}{k} \cdot \frac{V_0}{\left(1 + tg\alpha \cdot K_{ш}\right)}. \tag{37}$$

В результате пришли к зависимостям (35). Из зависимостей (37) следует, что отношение $y / z = tg\alpha$ (рис. 9), т.е. расчеты выполнены правильно. Координаты y и z однозначно увеличиваются с увеличением начальной скорости движения абразивного зерна V_0 и уменьшением коэффициента k.

Установим расстояние от начала координат (рис. 9) до точки выхода зерна из обрабатываемого материала, т.е. расстояние *OD=l*:

$$l = \frac{\pi \cdot V_0}{cos\,\alpha \cdot \left(1 + tg\alpha \cdot K_{ш}\right)} \cdot \sqrt{\frac{m \cdot K_{ш}}{в \cdot \sigma \cdot \left(1 + tg\alpha \cdot K_{ш}\right)}}. \tag{38}$$

Расстояние *OD=l* по физической сути определяет длину риски-царапины абразивным зерном при условии образования полного среза, т.е. осуществления процесса стружкообразования на всей длине l. В противном случае риска-царапина будет равна длине пути зерна в обрабатываемом материале до момента прекращения процесса стружкообразования (расстоянию *OD*, показанному на рис. 6), что меньше длины l.

Исходя из зависимости (38), длина риски-царапины абразивным зерном l тем больше, чем больше параметры V_0, m, $K_{ш}$ и меньше $в$ и σ. Угол входа зерна в обрабатываемый материал α неоднозначно влияет на длину l. С одной стороны, с увеличением угла α за счет уменьшения $cos\,\alpha$ длина l будет увеличиваться до бесконечности (при $\alpha \to \pi / 2$), рис. 10. С другой стороны, за счет увеличения функции $tg\alpha \to \infty$ при $\alpha \to \pi / 2$ длина l будет уменьшаться. Следовательно, существует экстремальное значение угла α, при котором длина риски-царапины абразивным зерном l будет максимальной, а процесс струйно-абразивной обработки – наиболее эффективным с точки зрения интенсивности съема припуска.

Для определения экстремума функции l, подчиним зависимость (38) необходимому условию экстремума: $l'_{\alpha} = 0$. В результате после несложных вычислений приходим к тригонометрическому уравнению:

$$0{,}5 \cdot sin\,2\alpha + sin^2\,\alpha \cdot K_{ш} = 1{,}5 \cdot K_{ш}. \tag{39}$$

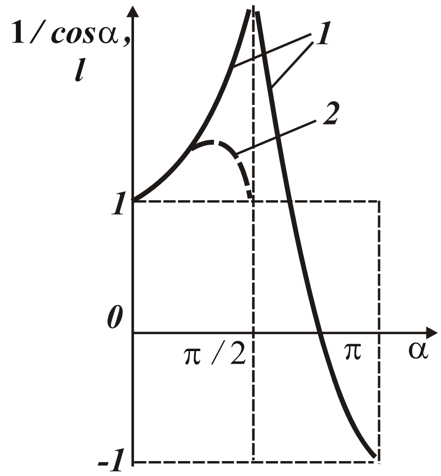


Рис. 10. Характер изменения функции $1/cos\,\alpha$ (1) и длины риски-царапины абразивным зерном l (2) от угла α.

Таблица 2

Расчетные значения экстремального угла α

$K_ш$	0,23	0,35	0,5	0,58
α, град	20	30	45	60

В табл. 2 и на рис. 11 приведены расчетные значения экстремального угла α от коэффициента $K_ш$. Как видно, с увеличением $K_ш$ угол α увеличивается, а это, согласно зависимости (38) и рис. 10, ведет к увеличению длины риски-царапины абразивным зерном l, что способствует повышению производительности обработки. Таким образом, на основе зависимости (38) обоснованы основные условия увеличения длины риски-царапины абразивным зерном l и соответственно основные направления повышения эффективности струйно-абразивной обработки.

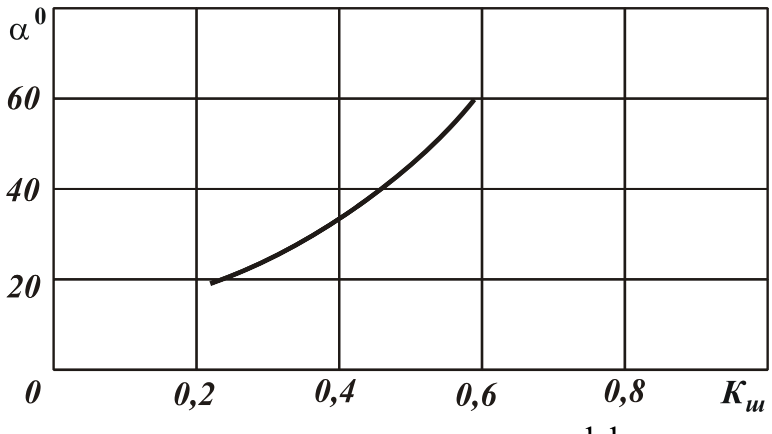


Рис. 11. Зависимость экстремального угла α от коэффициента $K_ш$.

Проведенный анализ справедлив для одного и того же значения условного напряжения резания σ. Однако, исходя из зависимости (31), условное напряжение резания σ в значительной мере зависит от угла α. Это вносит изменение в зависимость (38), которая после подстановки в нее зависимости (31) с учетом условия $K_ш = ctg\psi$ выразится

$$l = \pi \cdot V_0 \cdot sin\psi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot [1 - sin(\alpha + \psi)]}{2 \cdot \tau_{сдв} \cdot в \cdot sin^3(\alpha + \psi)}} \ . \qquad (40)$$

Как видно, с увеличением угла α длина риски-царапины абразивным зерном l однозначно уменьшается и при условии $(\alpha + \psi) = \pi / 2$ равна нулю. Это отличается от вышеприведенного решения, вытекающего из зависимости (38) и показанного графически на рис. 10 для случая $\sigma = const$, согласно которому длина l с увеличением угла α изменяется по экстремальной зависимости, проходя точку максимума.

Таким образом установлено, что наибольшая длина риски-царапины абразивным зерном l достигается при угле входа зерна в обрабатываемый материал α=0, а наибольшая глубина риски-царапины h_{max} (как показано выше) − при угле α=16^0 (для ψ=30^0). Следовательно, наиболее благоприятные условия резания-царапания абразивными зернами обеспечивается при относительно небольших значениях угла α. В этом случае возможно образование полного среза (т.е. полной риски-царапины) и осуществление достаточно интенсивного съема обрабатываемого материала. Причем, с увеличением условного угла трения режущего зерна с обрабатываемым материалом ψ угол α (при котором $l \to 0$ и выполняется условие $(\alpha + \psi) = \pi / 2$) уменьшается, т.е. для повышения эффективности обработки необходимо угол ψ и соответственно коэффициент трения абразивного зерна с обрабатываемым материалом уменьшать.

Данное решение получено для нулевого переднего угла режущего зерна (γ=0). В действительности абразивное зерно имеет отрицательный передний угол и поэтому коэффициент $K_{рез}$ описывается зависимостью [4]: $K_{рез} = ctg(\psi + \gamma)$. Тогда (32) и (40) для определения h_{max} и l примут вид

$$h_{max} = V_0 \, sin\alpha \sqrt{\frac{m}{2в\tau_{сдв}}\left[\frac{1}{sin(\alpha + \psi + \gamma)} - 1\right]}; \; l = \pi V_0 \, sin(\psi + \gamma) \sqrt{\frac{m \cdot [1 - sin(\alpha + \psi + \gamma)]}{2\tau_{сдв} в \, sin^3(\alpha + \psi + \gamma)}} . \quad (41)$$

Как следует из зависимостей (41), с увеличением отрицательного переднего угла режущего зерна γ параметры h_{max} и l уменьшаются и условие $l \to 0$ (соответствующее условию $(\alpha + \psi) = \pi / 2$) выполняется при меньших значениях угла α. Следовательно, для увеличения параметров h_{max} и l необходимо уменьшать отрицательный передний угол режущего зерна γ.

Список литературы: 1. Проволоцкий А.Е. Струйно-абразивная обработка деталей машин / А.Е. Проволоцкий. – К.: Техника, 1989. – 277 с. 2. Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения / Под общ. ред. Ф.В. Новикова и А.В. Якимова. В десяти томах. – Т. 4. ”Теория абразивной и алмазно-абразивной обработки материалов ” – Одесса: ОНПУ, 2002. – 802 с. 3. Андилахай А.А. Абразивная обработка деталей затопленными струями / А.А. Андилахай. − Мариуполь: ПГТУ, 2006. − 190 с. 4. Теоретические основы резания и шлифования материалов: учеб. пособие / А.В. Якимов, Ф.В. Новиков, Г.В. Новиков, Б.С. Серов, А.А. Якимов. – Одесса: ОГПУ, 1999. – 450 с.