

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ



Бондаренко О. О., Гоков О. М., Катрунов К. О.

ПРАКТИКУМ
з навчальної дисципліни

«ФІЗИКА»

ЕЛЕКТРИКА ТА МАГНЕТИЗМ

Навчально-
практичний
посібник



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Бондаренко О. О., Гоков О. М., Катрунов К. О.

ЕЛЕКТРИКА ТА МАГНЕТИЗМ
Практикум з навчальної дисципліни «Фізика»

Харків. Вид. ХНЕУ, 2009

УДК 537(076) : 621.372.01(075.8)

ББК 22.33я73

Б81

Рецензенти: докт. техн. наук, професор кафедри експериментальної фізики Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна *Гойда В. П.*; канд. фіз.-мат. наук, ст. науковий співробітник, зав. лабораторії космічної радіофізики Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна *Годнос В. А.*; докт. техн. наук, ст. науковий співробітник Інституту сцинтиляційних матеріалів НАН України *Куби О. М.*

Рекомендовано до видання рішенням вченої ради Харківського національного економічного університету.

Протокол №7 від 12.01.2009 р.

Бондаренко О. О.

Б81 Практикум з навчальної дисципліни "Фізика". Електрика та магнетизм. Навчально-практичний посібник / О. О. Бондаренко, О. М. Гоков, К. О. Катрунов. — Харків: Вид. ХНЕУ, 2009. — 272 с. (Укр. мов.)

Подано основні теоретичні відомості, опис лабораторних робіт, методичні рекомендації до їх виконання, матеріал щодо закріплення знань, основні типові розрахункові завдання і приклади їх розв'язання.

Рекомендовано для студентів, що навчаються за профілем комп'ютеризованих технологій і систем видавничо-поліграфічних виробництв, а також для тих, хто вивчає однойменну дисципліну за іншими профілями підготовки.

ISBN 978-966-676-325-2

УДК 537(076)

ББК 22.33я73

© Харківський національний економічний університет, 2009

© Бондаренко О. О.

Гоков О. М.

Катрунов К. О.

2009

Вступ

Високий рівень сучасної науки, техніки й виробництва, постійне відновлення матеріальної бази електронних обчислювальних машин потребує від молодих фахівців глибоких теоретичних знань з фізики, гарного знання вимірювальних апаратів та вміння з ними працювати.

Фізика – наука експериментальна, а тому на першому плані під час її вивчення – фізичний практикум.

Завдання практикуму з фізики полягає в навчанні студентів техніки експериментальних досліджень, аналізі й узагальненні отриманих результатів, у повторенні й осмисленні теоретичного матеріалу, набутті навичок самостійної дослідницької роботи.

Мета цього практикуму – надати допомогу студентам у вивченні модулів "Електрика" і "Магнетизм" дисципліни "Фізика".

У процесі вивчення вказаних модулів студенти **оволодіють** такими компетенціями:

умінням застосовувати науковий метод пізнання, його експериментальні й теоретичні компоненти в їх взаємозв'язку;

умінням прикладати до практики основні фізичні явища і закони розділів «Електрика» і «Магнетизм» навчальної дисципліни «Фізика»;

умінням застосовувати способи і техніку проведення експериментальних досліджень, оцінювати достовірності отриманих результатів;

уміти розв'язувати типові розрахункові завдання;

уміти оцінювати ступінь достовірності результатів, отриманих за допомогою експериментальних або математичних методів дослідження;

уміти правильно визначати межі застосування різних фізичних понять, законів і теорій.

У даній роботі в центрі уваги є поняття електромагнітного поля. Це поняття непросте і щоб його добре засвоїти, недостатньо знати визначення поля, потрібно вивчити його властивості. Тому спочатку роз'яснимо сутність поняття поля. Потім вивчимо його основні властивості і закони.

У загальному випадку електромагнітну силу завжди вдається розбити на дві частини, тобто на дві сили. Одна, що не залежить від швидкості руху зарядженої частинки, зветься електричною силою. Інша залежить від швидкості частинки і звертається в нуль, якщо частинка зупиняється. Цю силу називають магнітною. У зв'язку з таким розбиттям елект-

ромагнітної сили і електромагнітне поле прийнято розбивати на дві складові. Одна складова називається *електричною*, інша – *магнітною*. Треба чітко розуміти, що таке розбиття єдиного поля на складові суто умовне, таке, що повертається ради зручності його опису. Не треба думати, що існують самостійні електричні і магнітні поля. Існує одне електромагнітне поле, а електричне і магнітне поля – лише його особливі стани.

Навколо заряджених частинок завжди "виникає" електромагнітне поле. Біля будь-яких заряджених частинок (рухомих і нерухомих) виникає електричне поле. Магнітне поле виникає тільки навколо рухомих зарядів. Таким чином, електричне поле створюється будь-якими зарядженими частинками і діє на будь-які заряджені частинки. Магнітне ж поле створюється тільки рухомими зарядами (у провідниках – це струми) і діє тільки на рухомі заряджені частинки. Нерухомі заряди створюють електричне поле. В цьому випадку воно називається *електростатичним*. Стани електромагнітного поля, при яких електрична складова поля або взагалі відсутня, або постійна в часі (і тому не впливає на магнітну складову), називаються магнітним полем. Основною характеристикою електричного поля є напруженість електричного поля. Аналогічна характеристика магнітного поля – магнітна індукція. Ці та інші відомості розділів "Електрика" і "Магнетизм" викладаються в лекціях.

Для глибшого засвоєння студентами теоретичного матеріалу, що викладається в лекціях, вироблення і розвитку практичних навичок в навчальній дисципліні передбачений лабораторний практикум. У цьому практикумі студенти виконують лабораторні роботи за основними темами. Розвиток і закріплення знань і навичок, як показує чисельний досвід, найефективніший, якщо виконання лабораторних робіт супроводжується розв'язуванням типових і оригінальних розрханкових задач за темами, що вивчаються. Слід відзначити, що в теперішній час лабораторні роботи неможливі без використання сучасного устаткування. Тому не можливо забезпечити проведення занять фронтальним методом. Неминуче "забігання" лабораторних занять в порівнянні з теоретичним курсом. Виходячи з цього і для більшої зручності і ефективності при вивченні запропонованих модулів у посібнику в одній книзі наведено основний теоретичний матеріал, описи лабораторних робіт, основні формули і закони, приклади рішення типових задач та задачі для самостійного виконання.

У кожній лабораторній роботі даються загальні відомості про досліджуване явище, опис установки й експериментальної методики, контро-

льні питання для самоперевірки. Загальні відомості містять той мінімум відомостей, без яких неможливе викладання експериментальних методик й постановки експериментів. Щоб мати повне уявлення про явище, яке вивчається, студент повинен проробити відповідну лекцію, або розділ підручника, або перший розділ цього практикума. Література для самостійної підготовки наведена наприкінці практикума.

Під час роботи в лабораторії необхідне суворе дотримання правил техніки безпеки. На початку кожного циклу робіт студенти одержують загальний інструктаж з техніки безпеки й повинні розписатися у відповідному журналі.

Рекомендуються наступні етапи в підготовці й проведенні лабораторних робіт:

1. У позаурочний час (до занять) уважно вивчити опис лабораторної роботи й за рекомендованою літературою – теоретичний матеріал, що стосується даної теми. Скласти короткий конспект проведення роботи, який включає схему установки й формули для обчислення необхідних величин.

2. На початку занять перед виконанням чергової лабораторної роботи необхідно одержати допуск до роботи, відповівши на деякі питання за темою роботи в процесі короткої співбесіди з викладачем.

3. Ознайомитися зі схемою експериментальної установки й вимірювальних приладів.

4. Увімкнути експериментальну установку обов'язково в присутності викладача або лаборанта.

5. Результати вимірювань записати в таблицю і показати викладачеві.

6. Виконати потрібні обчислення, побудувати графік, якщо це необхідно.

6. Зробити висновки.

7. Під час наступного лабораторного заняття захистити дану лабораторну роботу, маючи звіт про неї з усіма необхідними обчисленнями, таблицями, графіками тощо. До здачі роботи допускаються студенти, які виконали лабораторну роботу й оформили звіт. Захист роботи проводиться у формі опитування за змістом виконаних лабораторних робіт. Перелік контрольних запитань та завдань наведений у кінці кожної роботи.

Ніколи не слід починати виконання лабораторної роботи, якщо в ній хоча б щось залишається незрозумілим.

Небажано, щоб студент, виконавши лабораторну роботу, переконувався в правильності її виконання тільки тому, що результат відповідає табличному значенню шуканої величини або результату, вже раніше отриманому іншими студентами. Необхідно, щоб упевненість у правильному виконанні роботи була наслідком свідомості, що всі виміри зроблені правильно і що в них не було допущено помилок. До цього приводить як уважне виконання роботи у всіх її частинах, так і необхідне повторення всіх окремих вимірювань кілька разів, причому всі ці виміри повинні виконуватися однаково ретельно.

Кожне лабораторне заняття, окрім виконання лабораторної роботи, передбачає виконання розрахункових задач. Розрахункові завдання проводяться за темами лекцій та лабораторних занять і сприяють закріпленню знань лекційного матеріалу, вдосконаленню уміння застосовувати їх до аналізу фізичних явищ, що досліджуються в лабораторній роботі.

Таким чином, вивчення теми повинно завершуватись виконанням та захистом лабораторних робіт, а також виконанням розрахункового завдання.

1. Основні відомості з теорії

1.1. Електромагнітна взаємодія. Основні поняття

Світ складається із взаємодіючих частинок. На макроскопічному рівні в основі всього лежить чотири типи фундаментальних взаємодій. Це (перераховані у порядку убутання сили взаємодії):

1. сильне;
2. електромагнітне;
3. слабе;
4. гравітаційне.

Сильна взаємодія визначає структуру атомних ядер і глибші структури. Електромагнітна взаємодія слабша на 2 порядки сильного. Сильна взаємодія виявляється на малих відстанях, 10^{-13} см, електромагнітна взаємодія виявляється на будь-яких відстанях. Слабка взаємодія грає непомітну роль на макроскопічному рівні. Найслабкіша гравітаційна взаємодія приблизно на сорок порядків слабша за електромагнітну. Але чому саме гравітаційну взаємодію ми відчуваємо частіше? Це відбувається за рахунок того, що в ньому беруть участь всі частинки.

Ці взаємодії характерні тим, що в них беруть участь певні частинки, що володіють певними властивостями.

На макроскопічному рівні електромагнітна взаємодія найважливіша. Те, що ми бачимо на Землі – це все електромагнітна взаємодія.

Згідно з представленнями сучасної фізики будь-яка взаємодія передається через деяке поле.

Електричні заряди взаємодіють через електричне поле, яке вони створюють, магніти і електричні струми — через магнітне поле. Частишки в атомному ядрі — протони і нейтрони — взаємодіють через так зване мезонне поле. Кожна частинка створює поле, і це поле вже діє на іншу частинку.

Сучасне вчення про електрику і магнетизм засноване на рівняннях Максвелла, що визначають поля через їх джерела і вихори.

Електричний заряд

Частишки, що беруть участь в електромагнітній взаємодії, володіють спеціальною властивістю – *електричним зарядом*. Заряди бувають двох

знаків: “+” і “-”. Електричний заряд – це первинне поняття і невід’ємна властивість елементарної частинки. Якщо є частинка, яка володіє електричним зарядом, то позбавити його цієї властивості неможливо. Електрон володіє і іншими властивостями: масою, спином, магнітним моментом. Є і такі частинки, які не володіють цією властивістю. Якщо частинка не бере участь в електромагнітній взаємодії, то вона не володіє електричним зарядом.

Заряди всіх тіл кратні величині заряд електрона Кл. Це означає, що в природі зустрічається мінімальний заряд, рівний e . Є частинки – кварки, заряд яких дробовий: $\frac{1}{2} \cdot e$, $\frac{1}{3} \cdot e$ і т. д. Кварки самотійно не спостерігаються. Вважається, що не можна виділити кварки індивідуально, щоб одержати частинку з дробовим зарядом. Щоб було зрозуміліше, приведемо відомий приклад: маємо намагнічену спицю з південним і північним полюсом, вони поведуться як точкові джерела струму, але, зламавши спицю навпіл, на одному кінці залишається південний полюс, а на другому вискакує північний. Так і при діленні кварків: вони діляться, але з’являються нові кварки, а не їх половинки.

Поняття металів і діелектриків

Валентні електрони металу слабо пов’язані з своїми атомами. В атомах твердого металу зовнішні електрони не пов’язані з окремими атомами і можуть вільно переміщатися по всьому тілу. Ці електрони обумовлюють добре відому значну провідність металів, вони так і називаються «електронами провідності». Електрони провідності у відсутність зовнішнього електричного поля в металі здійснюють безладний рух з швидкостями близько тисяч кілометрів у секунду. Під дією зовнішньої напруги електрони провідності не ослабляючи свого хаотичного руху порівняно поволі «зносяться» електричним полем уздовж провідника. При цьому всі електрони одержують, додатково до хаотичної швидкості, невелику швидкість впорядкованого руху. Цей слабкий впорядкований рух і обумовлює *електричний струм в провіднику*.

Інакше йде справа в інших речовинах, які носять назву ізоляторів (діелектриків). У діелектриках атоми так само коливаються навколо положень рівноваги, як і в металах, але вони мають повний комплект електронів. Зовнішні електрони атомів діелектрика сильно пов’язані зі своїми атомами, і розлучити їх не просто. Для цього потрібно значно підняти температуру діелектрика або піддати його якому-небудь інтенсивному

опромінюванню, яке змогло б відірвати електрони від атомів. У звичайному ж стані електронів провідності в діелектриці немає, і діелектрики не пропускають струму. Велика частина діелектриків є не атомними, а молекулярними кристалами або рідинами. Це значить, що у вузлах ґрат знаходяться не атоми, а молекули. Багато молекул складаються з двох груп атомів або просто з двох атомів, один з яких електрично позитивний, а інший – негативний. Два заряди, рівні по величині, але протилежні по знаку, що знаходяться на дуже малій відстані один від одного, називаються *диполем*. Полярні молекули є прикладом диполів. Молекули діелектрика є диполями. Якщо шматок діелектрика помістити в електричне поле, то в результаті орієнтації молекул діелектрика на його поверхню, звернену до позитивного заряду виступають негативні кінці молекул-диполів а на протилежну поверхню — позитивні. На поверхнях діелектрика утворюються електричні заряди. Ці заряди носять назву поляризаційних, а їх виникнення називається процесом поляризації діелектрика. У металах і інших провідниках заряди можуть вільно переміщатися по всьому тілу. Діелектрики ж не володіють провідністю і в них заряди не можуть переміщатися на макроскопічні (тобто великі в порівнянні з розмірами атомів і молекул) відстані. В електричному полі діелектрик тільки поляризується.

Заряд, поміщений на тілі, розміри якого малі в порівнянні з відстанню до цих тіл, з якими він взаємодіє, називають *точковим зарядом*. Встановлено, що сила взаємодії точкових зарядів q_1 і q_2 завжди направлена по лінії, їх що сполучає. Величина цієї сили пропорційна твору зарядів і обернено пропорційна квадрату відстані r між ними (закон Кулона):

$$F = kq_1q_2 / \epsilon r^2 . \quad (1.1)$$

У системі СІ коефіцієнт k не дорівнює 1 і позначається $1/4\pi\epsilon_0$. Величина, звана діелектричною проникністю, враховує вплив середовища на силу взаємодії. Електричну силу, що діє на одиничний позитивний заряд, приймають за характеристику поля. Вона називається *напруженістю електричного поля* і позначається через \vec{E} :

$$\vec{E} = \vec{F}/q . \quad (1.2)$$

Електричне поле зручно графічно зображати за допомогою картини так званих *силових ліній*, або *ліній напруженості*. Лінією напруженості називається лінія, дотична до якої в кожній крапці співпадає за напрямом з напруженістю. Електричні заряди створюють електричне поле і є його *джерелами*. Джерелами вектора напруженості, тобто тими крапками, де починаються або закінчуються лінії напруженості, є всі заряди — як вільні, так і поляризаційні, тобто зв'язані. Лінії поля, що створюється джерелами, починаються і закінчуються на цих джерелах (або в нескінченності) і тому ніколи не бувають замкнутими.

Нерухомі електричні заряди створюють навколо себе електричне поле, магніти і струми — *магнітне поле*. Існування магнітного поля можна виявити, наприклад, по силі, що діє в цьому полі на пробний магнітний полюс. Електричне і магнітне поля тісно зв'язані між собою. У природі існує єдине електромагнітне поле.

Магнітне поле володіє властивістю створювати (індукувати) електричне поле. Лінії напруженості цього електричного поля корінним чином відрізняються від ліній поля, що створюється електричними зарядами. Ці лінії ніде не починаються і ніде не закінчуються — вони *замкнуті*. Змінне електричне поле двох зближуваних або таких, що видаляються електричних зарядів, створює магнітне поле.

Основною характеристикою магнітного поля є вектор магнітної індукції, що також визначається над силу, що діє на заряд в магнітному полі. Але магнітне поле діє на заряд зовсім не так, як електричне. Магніт не притягає і не відштовхує електричний заряд, а діє на нього в напрямі, перпендикулярному до поля і до швидкості заряду. Магнітне поле на нерухомі заряди взагалі не діє. Формула (1.3) визначає величину так званої *сили Лоренця* — сили, що діє на заряд, рухомий в магнітному полі:

$$F = kqvB \sin \alpha. \quad (1.3)$$

Сила Лоренца направлена перпендикулярно до магнітного поля \vec{B} і до швидкості заряду \vec{v} . У формулі (3) k — коефіцієнт пропорційності, залежний від вибору системи одиниць; B — магнітна індукція, кількісна характеристика магнітного поля, аналогічна напруженості електричного поля в тому сенсі, що як напруженість E , так і магнітна індукція визнача-

ють силу, що діє на заряд; q — величина заряду. Кут α — це кут між напрямом швидкості заряду і вектором магнітної індукції \vec{B} .

Магнітне поле може бути створене постійними магнітами, змінним електричним полем і рухомими електричними зарядами.

Лінії вектора \vec{B} завжди замкнуті. Це означає, що в природі не існує магнітних зарядів, на відміну від електричних. Оскільки магнітних зарядів немає, вектор \vec{B} не має джерел, його лінії ніде не починаються і не закінчуються, а замикаються навколо електричних струмів. Електричні струми (макро- і мікро-) служать, як то кажуть, вихорами вектора \vec{B} .

Електромагнітне поле

Світ складається з взаємодіючих частинок. Поле є переносником взаємодії, зокрема, переносником електромагнітних взаємодій є електромагнітне поле. Що таке поле? Це первинне поняття. Треба розуміти так: маємо заряджену частинку і те, що створює частинка в просторі, це і є електромагнітне поле. Деякі форми цього електромагнітного поля ми бачимо, наприклад, світло є проявом електромагнітного поля. Інша заряджена частинка занурена в це поле і взаємодіє з цим полем там, де вона знаходиться. Електромагнітне поле – це переносник електромагнітної взаємодії.

Поле можуть створювати фізичні об'єкти двох абсолютно різних видів, звані джерелами і вихорами. Точка, в якій лінії поля починаються (або закінчуються), називається *джерелом* (або *стоком*) поля. Лінія, навколо якої замикаються лінії поля (що не має джерел або інших вихорів), називається *вихором* поля.

Джерелами електричного поля (\vec{E}) служать заряди, а *вихором* — змінне магнітне поле. У магнітного поля (\vec{B}) вихорами є струми і змінне електричне поле. Джерел вектора \vec{B} (магнітних зарядів) в природі не існує. Всяке поле однозначно визначається своїми джерелами і вихорами (і умовами на нескінченності). Джерела характеризуються тільки своєю величиною, напрями вони не мають. Вихори ж характеризуються як величиною, так і напрямом.

Джерела можуть бути точковими, поверхневими і об'ємними. Вихори можуть бути лінійними, поверхневими або об'ємними.

Графічне зображення поля, що має багато джерел і вихорів, є дуже складним. Проте, через принцип суперпозиції результуюче поле складної системи є векторною сумою полів, що створюються елементарними джерелами і вихорами.

Потенційне поле

Найважливішою властивістю поля, що не має вихорів і створеного одними тільки нерухомими джерелами, є його потенційність. Електричне поле називається *потенційним*, якщо робота, яку здійснює поле над зарядом, при переміщенні його по будь-якому замкнутому шляху дорівнює нулю (векторне поле називається потенційним, якщо його циркуляція на будь-якому замкнутому шляху дорівнює нулю). Добре відомим прикладом потенційного поля є поле сили тяжіння (гравітаційне). Властивістю потенційності володіє і поле, утворене нерухомими електричними зарядами — електростатичне поле. Робота електростатичного поля на замкнутому шляху дорівнює нулю. (Можна привести наступне еквівалентне визначення: поле є потенційним, якщо робота переміщення заряду між будь-якими крапками 1 і 2 не залежить від форми шляху, а залежить тільки від положення початкової і кінцевої точок шляху).

Потенціал. Тільки в потенційному полі можна ввести поняття потенціалу. Потенціалом φ даної точки поля називається робота, яку потрібно витратити, щоб перемістити $+1$ заряду з нескінченності в дану точку поля (або, що те ж, робота, яку витрачає поле, переміщаючи $+1$ заряду з даної точки поля в нескінченність). Під «нескінченністю» розуміється область простору, така далека від усіх електричних зарядів, що в цій області поле можна вважати рівним нулю. Потенціал може бути позитивним або негативним, залежно від знаку заряду, який його створює.

Потенційна енергія. Якщо поле не потенційне, ніякої потенційної енергії не існує. Потенційною енергією тіла U ми називаємо ту роботу, яку потрібно витратити, щоб перемістити це тіло з нескінченності в дану крапку. Тільки в тому випадку, якщо ця робота не залежить від форми шляху, потенційна енергія має певне значення. Потенційна енергія заряду пов'язана з потенціалом тієї точки поля, де цей заряд знаходиться співвідношенням:

$$U = q\varphi. \quad (1.4)$$

Вихрове поле не є потенційним. У вихровому полі існують замкнуті контури, на яких робота (циркуляція) не дорівнює нулю. Проте не можна стверджувати, що у вихровому полі циркуляція по будь-якому замкнутому шляху відмінна від нуля.

Всі вектори, які ми розглядаємо (\vec{E} , \vec{B}), під час переходу через межу розділу двох середовищ міняють тільки один з компонентів — або тангенціальний, або нормальний. Якщо нормальна складова вектора міняється під час переходу через межу розділу, то це значить, що на межі є джерела. Якщо міняється тангенціальна, то це значить, що на межі є вихори. У вектора \vec{E} є поверхневі джерела і немає поверхневих вихорів; у вектора \vec{B} , навпаки, є поверхневі вихори і немає джерел.

Потужність вихору. У відсутність вихору усередині заданого контура циркуляція вектора по цьому контуру звертається в нуль. Тому природно рахувати величину циркуляції вектора по даному контуру мірою потужності повного вихору, поміщеного в цьому контурі.

Потужність джерела. Аналогічно цьому визначають і потужність джерела. Вводять поняття потоку вектора через поверхню. Поток через поверхню називається числом ліній вектора, що перетинають цю поверхню. Потужність джерела визначається потоком через замкнуту поверхню, що оточує це джерело.

Теорема Остроградського — Гауса визначає потік вектора через замкнуту поверхню через потужність джерел, поміщених усередині цієї поверхні: повний потік напруженості через будь-яку замкнуту поверхню рівний сумі, алгебри вільних і зв'язаних зарядів, що знаходяться усередині цієї поверхні (для вектора *електричної індукції* \vec{D} , рівного $\vec{D} = \overline{\varepsilon\varepsilon_0}\vec{E}$, ε – діелектрична проникність середовища):

$$\oint D_n dS = \sum q. \quad (1.5)$$

Отже, потужність джерела пропорційна створюваному їм повному потоку, а потужність вихору пропорційна створюваній ним циркуляції. Якщо потік вектора через замкнуту поверхню, що оточує деяку область простору, відмінний від нуля, то в цій області знаходяться джерела. Величина потоку пропорційна алгебраїчній сумі потужностей джерел, що знаходяться усередині замкнутої поверхні. Якщо циркуляція вектора по

замкнутому контуру відмінна від 0, то через площу, обмежену цим контуром, проходять вихори даного вектора. Величина циркуляції пропорційна повному вихору, що охоплюється контуром.

Аналогічно тому як в теорії електрики крім вектора \vec{E} вводиться вектор \vec{D} , так і в теорії магнетизму крім вектора \vec{B} вводиться вектор, який називають *вектором напруженості магнітного поля* \vec{H} . Для однорідного й ізотропного середовища \vec{H} визначається як вектор, вихорами якого є тільки макроструми, тобто струми, викликані впорядкованим рухом електричних зарядів у провідниках. Для повного визначення вектора \vec{H} потрібно задати ще і його джерела.

Між векторами \vec{B} і \vec{H} в однорідному й ізотропному магнетикі існує пропорційність. Вона виражається формулою:

$$\vec{H} = \mu\mu_0\vec{B}. \quad (1.6)$$

де μ носить назву *магнітної проникності*. Пропорційність між \vec{B} і \vec{H} має місце для всіх речовин, окрім феромагнетиків (речовин типу заліза).

1.2. Електростатика

Електричне поле, що створюється нерухожими зарядами, називається *електростатичним*. Отже, електростатика виключає струми. Вона розглядає електричні поля, коли струми затухнули і система зарядів прийшла в рівновагу. Проте, за рахунок одних електричних сил рівновага зарядів не може бути досягнута. Необхідні сторонні сили (сили неелектричного походження), які могли б урівноважити електростатичні сили. Присутність таких сил неявно передбачається. З іншої сторони, заряджена система тіл, якщо вона електрично ізольована, будучи надана самій собі, повинна прийти в рівновагу. Цього вимагає загальний принцип термодинамічної безповоротності. Електростатичну систему легко створити.

Основне завдання електростатики зводиться до знаходження поля по заданому розташуванню зарядів в просторі. Це завдання розв'язується на підставі двох законів: закону Кулона і принципу суперпозиції полів. *Закон Кулона* визначає електростатичне поле відокремленого точ-

кового заряду і встановлює, що: напруженість електростатичного поля, що створюється відокремленим точковим зарядом, зменшується обернено пропорційно до квадрата відстані від заряду до даної крапки:

$$E = q / 4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2 . \quad (1.7)$$

Такому самому закону підкоряється поле тяжіння точкової маси.

Кулоном закон був сформульований інакше. Кулон розглядав силу взаємодії двох точкових зарядів. У системі СІ закон Кулона в порожнечі має вигляд:

$$F = q_1 q_2 / 4\pi \varepsilon_0 r^2 . \quad (1.8)$$

В однорідному й ізотропному діелектричному середовищі з проникністю ε в знаменнику формул (1.7) і (1.8) з'являється ε .

1.2.1. Точкові, поверхневі і об'ємні заряди

Якщо заряд знаходиться на тілі, розмірами якого можна нехтувати, він називається точковим зарядом. Поверхневим називається заряд, розташований на поверхні тіла в такому тонкому шарі, що можна нехтувати його товщиною. Нехтувати товщиною шару можна в тому випадку, якщо вона у багато разів менша, ніж відстані, що цікавлять нас, від поверхні (тобто відстані від поверхні тих точок простору, де нас цікавить поле, що створюється поверхневим зарядом).

Ступінь зарядженої поверхні характеризують зарядом, що доводиться на одиницю площі, — поверхневою щільністю заряду:

$$\sigma = \Delta q / \Delta S . \quad (1.9)$$

Де Δq — заряд, що доводиться на майданчик ΔS . Якщо поверхнева щільність постійна на всій поверхні, то:

$$\sigma = q / S . \quad (1.10)$$

Окрім точкових і поверхневих існують і об'ємні заряди. Наприклад, біля розжареного катода електронної лампи, при невеликих напругах між

катодом і анодом, є електронна хмарка, що є об'ємним електричним зарядом. У напівпровідниках поблизу так званого р — n-переходу також існує об'ємний заряд, і т.д.

Об'ємна щільність заряду — це заряд, що доводиться на одиницю об'єму:

$$\rho = \Delta q / \Delta V . \quad (1.11)$$

При постійній в усіх точках об'ємній щільності ця величина може бути записана простіше:

$$\rho = q / V . \quad (1.12)$$

Напруженість поля, що створюється точковим зарядом, виходить із закону Кулона. Напруженість поля в порожнечі або однорідному, ізотропному і безмежному діелектрику:

$$E = q / 4\pi\epsilon_0\epsilon r^2 . \quad (1.13)$$

Напруженість нуля точкового заряду направлена по радіусу-вектору, з нього витікаючому, тому у векторній формі:

$$\vec{E} = \vec{qr} / 4\pi\epsilon_0\epsilon r^3 . \quad (1.14)$$

Поле будь-якої системи точкових зарядів можна знайти за принципом суперпозиції, беручи векторну суму полів окремих точкових зарядів. Будь-яке заряджене тіло теж можна розбити на точкові заряди і потім скласти (фактично, звичайно, проінтегрувати) поля, що створюються ними в даній точці простору. Проте у ряді випадків така інтеграція дуже громіздка і доцільніше застосувати для обчислення поля теорему Остроградського — Гаусса. Приведемо деякі приклади.

Поле рівномірно зарядженої площини.

Напруженість поля, що створюється нескінченною площиною, не залежить від відстані до неї. Величина напруженості може бути легко обчислена і виявляється рівною (відповідно в порожнечі і в однорідному діелектрику):

$$E = \sigma/2\varepsilon_0, \quad E = \sigma/2\varepsilon_0\varepsilon. \quad (1.15)$$

Поле поблизу зарядженого провідника

Усередині провідника немає ні зарядів, ні поля. Заряд розміщується на поверхні провідника з деякою поверхневою щільністю σ . Виберемо замкнуту поверхню у вигляді малого циліндра, розташованого перпендикулярно до поверхні провідника і що перетинає цю поверхню. Силкові лінії поблизу поверхні провідника нормальні до його поверхні. Потік вектора \vec{E} пронизує тільки зовнішню підставу циліндра. В результаті, за теоремою Гауса $E dS = \sigma dS / \varepsilon_0 \varepsilon$ і, отже:

$$E = \sigma / \varepsilon_0 \varepsilon. \quad (1.16)$$

Поле усередині плоского конденсатора

Поле декількох паралельних площин легко знаходиться за принципом суперпозиції. Напруженість поля позитивно зарядженої площини дорівнює $E = 2\pi\sigma$ і направлена від неї, напруженість поля негативно зарядженої площини 2 направлена до неї. Тому поля двох площин, заряджених рівними і протилежними за знаком зарядами (плоский конденсатор), складаються в області між площинами і взаємно знищуються в зовнішніх областях. Усередині конденсатора:

$$E = \sigma / \varepsilon_0 \varepsilon. \quad (1.17)$$

Поле плоского конденсатора однорідно і цілком замкнуте між пластинами конденсатора.

Поле зарядженого циліндра

Часто напруженість поля заряджених тіл знаходять, застосовуючи теорему Остроградського – Гауса. З її допомогою легко знайти поле сфери, нескінченної площини (але не пластинки!) і циліндра. Як приклад на застосування теореми Остроградського – Гауса визначимо напруженість поля, що створюється рівномірно зарядженим довгим циліндром (на відстані r):

$$E = \tau / 2\pi\epsilon\epsilon_0 r. \quad (1.18)$$

Де $\tau = q/l$ – заряд, що доводиться на одиницю довжини (*лінійна щільність заряду*). Поле циліндра убуває обернено пропорційне до першого ступеня відстані від нього. У середині циліндра поле дорівнює 0.

Поле зарядженої сфери визначається як:

$$E = q/r^2. \quad (1.19)$$

Помітимо, що поле кулі й інших тіл, кінцевих у всіх вимірюваннях, убуває як $1/r^2$; поле циліндра, нескінченного в одному вимірюванні, — як $1/r$, а поле площини, нескінченної в двох вимірюваннях, не убуває з відстанню зовсім.

Поле електрично нейтральних систем (диполя)

Відомо, що атом (і молекула) складається із заряджених частинок — ядра і електронів. У цілому вони нейтральні, але все таки створюють електромагнітне поле, яке набагато слабкіше за те, яке створювалося б одним тільки ядром, і набагато швидше убуває з відстанню. Існування поля, що створюється нейтральним атомом, має величезне значення: адже дякуючи йому атоми і молекули взаємодіють між собою і утворюють кристали і рідини.

Розглянемо нейтральну систему, що складається з нерухомих зарядів. Простою і найважливішою такою нейтральною системою є диполь. Два рівних і протилежних за знаком заряди називають диполем у тому випадку, якщо відстань між ними l у багато разів менша відстані r , на якій шукають поле цієї системи.

Поле диполя на заданій відстані від нього, але під різними кутами до його осі, різне. Інакше кажучи, поле диполя не володіє сферичною симетрією, на відміну від поля точкового заряду. Орієнтація диполя визначається вектором, який умовилися направляти від негативного заряду до позитивного. Поле диполя в даній точці простору залежить, як можна довести, від твору, званого дипольним моментом: $\vec{p} = ql$.

При збільшенні відстані від диполя напруженість убуває обернено пропорційно до куба відстані. Крім того, вона пропорційна моменту ди-

поля: $E \sim p/r^3$. Диполь, поміщений в однорідне електричне поле, буде повертатися. Якщо ніщо не перешкоджатиме повороту, він розташується паралельно силовим лініям. Сили, що діють на обидва заряди диполя, в однорідному полі рівні і протилежні за напрямом. Така пара сил лише обертає, але не переміщає тіло поступально. У неоднорідному полі сили мають різну величину, тому диполь буде не тільки повертатися, але і втягуватися в область сильнішого поля.

1.2.2. Потенціал електростатичного поля

Якщо відомий потенціал в усіх точках електростатичного поля, то можна знайти і напруженість. Напруженість — величина векторна, а потенціал — скалярна. У кожній точці потенціал φ має одне певне значення, а напруженість задається в кожній точці трьома величинами — трьома проекціями на осі координат E_x, E_y, E_z .

Обчислимо **потенціал точкового заряду**. Оскільки форма шляху не має значення, доцільно обчислити роботу видалення заряду q_1 уздовж радіуса-вектора. Розбиваючи весь шлях від r до кінця на відрізки, запишемо роботу у вигляді суми:

$$A = \sum q_1 q \Delta r / r^2 = q_1 q \int_r^{\infty} dr / r^2 = q_1 q / r. \quad (1.20)$$

Потенціал — це робота над зарядом $q_1 = 1$. Отже, точковий заряд q на відстані r в порожнечі, створює потенціал:

$$\varphi = q / 4\pi\epsilon\epsilon_0 r. \quad (1.21)$$

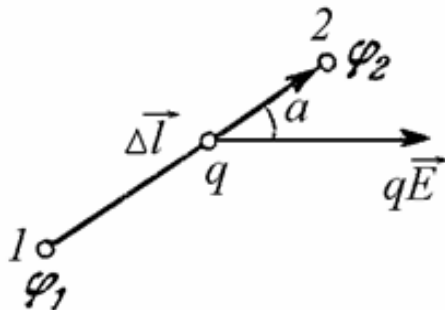
Потенціал може бути позитивним або негативним, залежно від знаку заряду, який його створює.

Робота потенційного електричного поля над зарядом. Робота з переміщення заряду, наприклад з точки 1 в точку 2, в безвихоровому електричному полі виражається через різницю потенціалів:

$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Робота поля позитивна тоді, коли потенціал початкової точки φ_1 вищий, ніж потенціал кінцевої φ_2 (і $q > 0$).

Закон збереження енергії частинки в потенційному полі

Якщо заряд, над яким здійснює роботу поле, рухається рівномірно,



то це значить, що сила поля qE врівноважується якою-небудь іншою силою. Поле, виконуючи роботу, збільшує енергію тіла, з боку якого діє ця сила. Якщо ж ніякої іншої сили немає, заряд під дією поля рухатиметься прискорено, збільшуючи свою кінетичну енергію. Придбана кінетична енергія дорівнює роботі поля над зарядом:

Рис. 1.1. До визначення різниці потенціалів між двома близькими точками

$$\frac{mv_2^2}{2} + q\varphi_2 = \frac{mv_1^2}{2} + q\varphi_1. \quad (1.22)$$

Ця формула виражає закон збереження енергії: сума кінетичної і потенційної енергії, яка називається *повною енергією*, не міняється уздовж шляху частинки.

З наведеної вище формули легко одержати **зв'язок між потенціалом і напруженістю поля**:

$$\Delta\varphi = -\vec{E} \cdot \Delta\vec{l}. \quad (1.23)$$

Ця формула визначає різницю потенціалів між двома близькими точками (див. рис. 1.1), сполученими малим вектором, що становить кут α з напруженістю поля \vec{E} .

1.2.3. Провідники в електростатичному полі

Під словом «провідник» у фізиці розуміється провідне тіло будь-яких розмірів і форми. Це може бути не тільки метал, але і взагалі будь-яке

тіло, що містить вільні заряди, наприклад, електрони або іони. Для визначеності ми будемо далі під провідником розуміти металеве тіло. Розглянемо процес внесення провідника в електростатичне поле. Як тільки провідник потрапляє в поле, електрони в ньому починають рухатися у бік позитивно зарядженої частини пластини провідника. На частини поверхні провідника, зверненої до цієї пластини, виступає негативний заряд, так що поверхнева область виявляється збагаченою електронами. На протилежній частині поверхні електронів виявляється дещо меншим, ніж потрібно для нейтралізації позитивного іонного заряду кристалічної решітки, і ця частина поверхні виявляється зарядженою позитивно. Позитивна і негативна частини поверхні створюють своє власне поле, за напрямом протилежне зовнішньому. Якщо провідник уже достатньо довго знаходиться в полі і струм у ньому вже не йде, то обидва поля — зовнішнє і поле власних поверхневих зарядів провідника компенсують один одного в усіх точках всередині і на поверхні. Відсутність струму означає повну компенсацію полів. Щільність заряду на поверхні провідника залежить від напруженості поля, в яке провідник вноситься. Повний заряд поверхні завжди надзвичайно малий порівняно із загальним зарядом всіх електронів металу. Таким чином, відсутність поля всередині провідника не означає, що зовнішнє поле не проникає в провідник. Навпаки, саме завдяки проникненню поля в провідник на його поверхні виступають заряди, поле яких компенсує зовнішнє поле.

Напруженість поля E в провіднику, що знаходиться в електростатичному полі, дорівнює нулю. Із співвідношення $\Delta\varphi = -\vec{E} \cdot \Delta\vec{l}$ виходить, що між будь-якими двома точками провідника різниця потенціалів також дорівнює нулю. Всі точки всередині і на поверхні провідника мають в електростатичному полі однаковий потенціал, а поверхня провідника є екіпотенційною. Провідник називається зарядженим, якщо він має повний заряд, відмінний від нуля. При цьому на поверхні провідника існує не дорівнює нулю поверхнева щільність зарядів σ , в загальному випадку різна в різних точках поверхні. Якщо провідник не заряджений, але знаходиться в зовнішньому полі, на його поверхні також є заряди. Одні частини поверхні провідника мають поверхневу щільність $\sigma > 0$, інші мають $\sigma < 0$, а загальний заряд рівний нулю.

Поняття місткості провідника. Пропорційність заряду і потенціалу φ відокремленого провідника записується у вигляді $q = C\varphi$. Коефіцієнт

C називається місткістю відокремленого провідника, яка, в загальному випадку, визначається його формою і розмірами. Наприклад, ємність витягнутого еліпсоїда обертання з напівосями a, a, b , причому $b \gg a$ дорівнює $C = b/\ln(2b/a)$. Ця ж формула визначає місткість дуже довгого циліндра, наприклад, циліндрового дроту, оскільки довгий циліндр майже не відрізняється від витягнутого еліпсоїда обертання.

Конденсатор. Місткість конденсатора

Значно велика місткість може бути одержана, якщо замість відокремленого провідника узяти конденсатор — два провідники, що мають рівні і протилежні за знаком заряди, причому конфігурація провідників така, що поле, створюване ними, зосереджене в основному між провідниками. Місткістю конденсатора називається коефіцієнт пропорційності між зарядом і різницею потенціалів його обкладань:

$$q = C(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (1.24)$$

Місткість не залежить від заряду обкладань, якщо діелектрична проникність ε заповнюючого конденсатор діелектрика не залежить від поля, як це звичайно і буває. Місткість конденсатора залежить від форми і розташування його обкладань, а також від ε діелектрика, його що заповнює.

У плоскому конденсаторі $(\varphi_1 - \varphi_2) = Ed = 4\pi\sigma d/\varepsilon = 4\pi qd/\varepsilon S$ (тут d – відстань між пластинами, S – площа пластин) і тоді:

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d. \quad (1.25)$$

Місткість сферичного конденсатора, що складається з двох концентричних сфер з радіусами R_1 і R_2 , виражається формулою:

$$C = \varepsilon R_1 R_2 / (R_2 - R_1). \quad (1.26)$$

З'єднання конденсаторів. Конденсатори можна сполучати різним чином, утворюючи з них місткості великі або менші, ніж початкові. Визначити місткість з'єднання конденсаторів – значить визначити місткість, еквівалентну даному з'єднанню, тобто місткість такого конденсатора, який

мав би той же заряд, що і дана система, при тому ж загальному падінні потенціалу на ньому. При послідовному з'єднанні конденсаторів заряд обох конденсаторів однаковий, оскільки нижня пластина конденсатора C_1 і верхня пластина конденсатора C_2 утворюють замкнуту систему, повний заряд якої рівний нулю. Записавши тотожність для різниці потенціалів і скориставшись визначенням місткості, легко одержати місткість такого з'єднання $C = C_1 C_2 / (C_1 + C_2)$. Для паралельного з'єднання конденсаторів справедливо $C = C_1 + C_2$. Ці формули справедливі для будь-якого числа конденсаторів.

1.2.4. Діелектрики

У результаті повороту молекул-диполів (орієнтаційна поляризація) або в результаті поляризації молекул під дією поля (деформаційна поляризація) на поверхнях діелектрика виступають зв'язані заряди. Обчислимо поверхневу щільність цих зарядів. Зробити це можна таким чином. Нам відомо, що напруженість поля в діелектрику, що знаходиться в плоскому конденсаторі, при поверхневій щільності на обкладаннях σ дорівнює $4\pi\sigma / \varepsilon$. З іншого боку, ясно, що ця напруженість створюється чотирма паралельними зарядженими площинами, оскільки джерелами E є в рівній мірі вільні і зв'язані заряди. Поле цих чотирьох площин рівне $4\pi\sigma - 4\pi\sigma'$. Отже:

$$\sigma' = \sigma(\varepsilon - 1) / \varepsilon. \quad (1.27)$$

Щільність зв'язаних зарядів виявляється завжди меншою від щільності вільних зарядів, що створюють ці зв'язані. Інакше поле в діелектриці змінило б знак порівняно з полем, його що створює.

Оскільки в конденсаторі $E = 4\pi\sigma / \varepsilon$, то $\sigma' = \sigma E(\varepsilon - 1) / 4\pi$.

Цю формулу легко узагальнити на випадок, коли поле E не перпендикулярно до поверхні діелектрика. Очевидно, заряди виступають під дією складової E_n , нормальної до межі діелектрика. Тому $\sigma' = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E_n$. Підкреслимо, що поле E тут — це поле усередині діелектрика, а не поза ним.

У повітряному проміжку між пластиною і поверхнею діелектрика поле створюють тільки пластини конденсатора і воно рівне $4\pi\sigma$. На межі діелектрика напруженість поля випробовує стрибок $4\pi\sigma - 4\pi\sigma/\varepsilon$, викликаний зв'язаними зарядами.

Що стосується вектора індукції, то зв'язані заряди не є його джерелами. Із співвідношення $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$ виходить, що в плоскому конденсаторі вектор \vec{D} рівний $D = \sigma = q/S$.

Вектор поляризації \vec{P}

Відомо, що в однорідному ізотропному діелектрику (у відсутність змінного магнітного нуля) ні \vec{E} , ні \vec{D} не мають вихорів і створюються тільки джерелами. В цьому випадку можна сказати, що \vec{D} — поле вільних зарядів, а \vec{E} — поле вільних і зв'язаних зарядів. Вводять ще поле, джерелами якого є зв'язані заряди. Позначимо це поле в Гауссовій системі — $4\pi\vec{P}$. Тоді:

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}. \quad (1.28)$$

Вектор \vec{P} називається *вектором поляризації*. У системі СІ у відсутність діелектрика і, отже, зв'язаних зарядів $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}$. Далі в цій системі $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$.

Поле зв'язаних зарядів пропорційне полю вільних. Природно тому, що вектор \vec{P} пропорційний напруженості поля. У системі СГС: $\vec{P} = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi}\vec{E}$. Позначаючи $\chi = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi}$, одержимо:

$$\vec{P} = \chi\vec{E}. \quad (1.29)$$

У системі СІ формула (1.29) теж справедлива, тільки $\chi = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)$. Величина χ називається *поляризуємістю діелектрика*. У вакуумі $\varepsilon = 1$ і $\chi = 0$. Вектор \vec{P} повністю визначає поляризацію діелектрика у всіх його точках. Якщо вектор \vec{P} в усіх точках діелектрика має одну і ту ж величи-

ну і напрям, то поляризація називається однорідною. В більшості випадків поляризація не є однорідною.

1.2.5. Поняття макроскопічного і мікроскопічного полів

Електричне поле \vec{E} (а також магнітне поле \vec{B}) в речовині — це просторове середнє значення мікроскопічного поля. Його ми і називаємо *макроскопічним* полем (після просторового усереднювання тимчасове усереднювання вже не потрібне). Просторове усереднювання проводиться за так званими фізично нескінченно малих елементах об'єму. Дійсне електричне (і магнітне) поле в речовині міняється вельми швидко в просторі і в часі. Поле різне в різних точках атома і проміжків між атомами. Для того, щоб визначити величину і напрям цього поля в даний момент часу, потрібно було б скласти поля всіх окремих ядер і електронів речовини. Рішення задачі точного визначення такого «дійсного» (так званого мікроскопічного) поля є нереальним.

Своєрідним проміжним між макроскопічними і мікроскопічними полями є так зване «діюче» поле. Помістимо в однорідне електричне поле кристалічний діелектрик, що володіє кубічними ґратами. Нас цікавить поле \vec{E} , яке діє на одну з молекул-диполів цього кристалічного тіла. Молекула знаходиться не в будь-якій точці діелектрика, а саме у вузлі кристалічної решітки, тому діюче на неї поле не співпадає з середнім полем, що виходить при усереднюванні за фізично нескінченно малим елементом об'єму. Ми не приводитимемо тут виведення величини цього діючого поля, важливого тому, що воно визначає ступінь поляризації кожної молекули.

Воно визначене як: $\vec{E}_d = \vec{E} + \frac{4\pi}{3} \vec{P}$, де \vec{P} — вектор поляризації діелектрика. Це поле не є мікроскопічним, воно теж середнє, хоча б тому, що насправді молекули кристала і складові їх електрони і ядра, що вносять внесок в поле, не нерухомі, а рухаються. Разом з тим воно не є і полем, усередненим звичайним способом.

1.2.6. Сегнетоелектрики і п'єзоелектрики

Серед діелектриків є кристали, що володіють особливими властивостями. Деякі з них при стисненні, розтягуванні або зрушенні набувають

дипольного моменту. Тобто, вектор поляризації \vec{P} може виникати в цих кристалах без електричного поля, через деформації. Такі кристали називаються *п'єзоелектричними*. Прикладом *п'єзоелектричного кристала* є кварц. Інші кристали, звані *сегнетоелектриками*, володіють не рівними нулю \vec{P} (тобто є поляризованими) вже в недеформованому стані. При цьому в одних сегнетоелектриків (наприклад, у титанат барію) температура повинна бути нижче за так звану точку Кюрі (у титанату барію точка Кюрі дорівнює 120°C), у інших (сегнетова сіль) повинна лежати в більш менш вузькому температурному інтервалі (у сегнетовій солі від -18°C до $+24^\circ\text{C}$). Вище за 120°C у титанату барію і поза вказаним інтервалом у сегнетовій солі мимовільна поляризація зникає. Всі сегнетоелектрики володіють також п'єзоелектричними властивостями, зворотне ж твердження несправедливе. Для того, щоб кристал був сегнетоелектриком або п'єзоелектриком, необхідно (але не достатньо), щоб цей кристал не мав центру симетрії (поняття центру симетрії фігури відоме з елементарної геометрії). Для сегнетоелектриків характерна залежність ε від поля E :

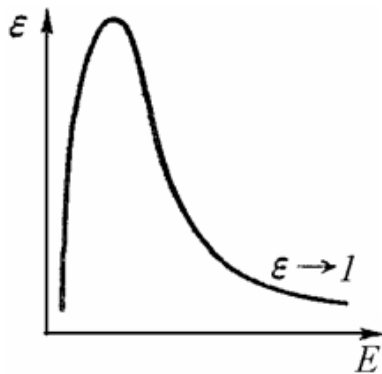


Рис. 1.2. Характерна для сегнетоелектриків залежність ε від поля E

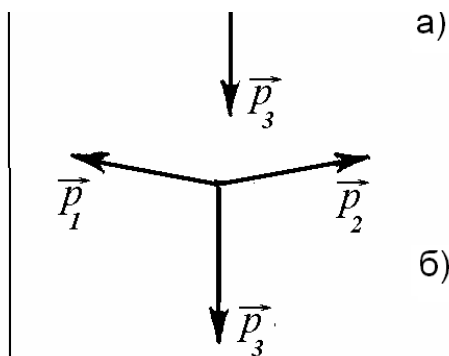


Рис. 1.3. Виникнення дипольного моменту при деформації кристала

них моментів \vec{p}_1, \vec{p}_3 , через що осередок набуває результуючого елект-

ром або п'єзоелектриком, необхідно (але не достатньо), щоб цей кристал не мав центру симетрії (поняття центру симетрії фігури відоме з елементарної геометрії). Для сегнетоелектриків характерна залежність ε від поля E : $\varepsilon = 1 + 4\pi \frac{P}{E}$. Ця

залежність показана на рис. 1.2. Поляризований сегнетоелектричний зразок має на поверхнях зв'язані заряди великої величини і створює електричне поле. Якщо зразок знаходиться в повітрі, це поле притягає з повітря іони, поступово нейтралізуючи поверхневі заряди.

У кристалі кварцу в недеформованому стані дипольний момент кожного осередку рівний нулю внаслідок компенсації декількох дипольних моментів, направлених не по одній прямій (див. рис. 1.3 а). При стисненні кристала у напрямі осі Oz відбувається невеликий поворот диполь-

ричного моменту в напрямі \vec{p}_3 (див. рис. 1.3 б). Такий один з можливих механізмів п'єзоелектричного ефекту, тобто виникнення дипольного моменту при деформації кристала. Ефект, зворотний п'єзоелектричному, полягає в малій деформації (наприклад, стисненні або розтягуванні) кристала при додатку до нього електричного поля. Цей зворотний п'єзоелектричний ефект широко застосовується на практиці, наприклад для відтворення звуку.

1.2.7. Енергія електричного поля

Взаємодіючі між собою електричні заряди володіють потенційною енергією. Закріпимо точковий заряд q_1 і будемо з нескінченності наближати до нього точковий заряд q_2 того ж знаку. Робота, яку при цьому виконують зовнішні сили, буде в q_2 разів більшою, ніж потенціал q_1/r , тобто буде дорівнює $q_1 q_2/r$, де r — відстань між зарядами в кінцевій точці шляху. Вся ця робота цілком йде на збільшення (від 0) потенційної енергії взаємодії, зарядів. Отже, потенційна енергія взаємодії двох точкових зарядів, що знаходяться на відстані r в порожнечі, дорівнює:

$$U = q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 r. \quad (1.30)$$

При нескінченно великій відстані між зарядами $U = 0$. Якщо заряди відштовхуються, тобто мають однаковий знак, що ми і припускали вище, потенційна енергія зарядів позитивна. Якщо заряди притягуються, тобто мають різні знаки, потенційна енергія їх взаємодії негативна. Важливо, що сили завжди направлені у бік зменшення потенційної енергії. Одноіменні заряди, що відштовхуються, прагнуть збільшити взаємну відстань, тобто зменшити їх позитивну потенційну енергію. Різноїменні заряди, що притягуються, прагнуть зближуватися, а зближення приводить знову-таки до зменшення потенційної енергії (вона негативна, тому збільшення її абсолютної величини означає зменшення самої величини U). Потенційна енергія взаємодії двох зарядів є частиною енергії того електричного поля, яке вони сумісне створюють. Частина — тому, що потрібно з повної енергії створюваного ними поля відняти енергію поля, що створюється кожним із зарядів порізно.

Енергія електричного поля в конденсаторі

Розглянемо спочатку енергію поля зарядженого плоского конденсатора. Повна енергія зарядженого конденсатора дорівнює тій роботі, яку треба провести для його зарядки. Повна робота, витрачена на зарядку

конденсатора, дорівнює $A = \sum q_{\Delta} q / C = \frac{1}{C} \int_0^q q dq = q^2 / 2C$. Тоді енергія

зарядженого конденсатора дорівнює:

$$W_E = q^2 / 2C. \quad (1.31)$$

Оскільки $q = Cu$, отримаємо ще один важливий вираз:

$$W_E = Cu^2 / 2. \quad (1.32)$$

Розглянемо спочатку випадок, коли $\varepsilon = 1$. Тоді:

$$W_E = \varepsilon_0 E^2 V / 2. \quad (1.33)$$

Тут енергія конденсатора виглядає як енергія електричного поля E , заповнюючого об'єм конденсатора V . Протилежно цьому формули (1.31, 1.32), в які входять заряди або потенціали пластин, неначе говорять про те, що енергія конденсатора зосереджена на його заряджених пластинах. Оскільки кожна з формул для енергії електричного поля в електростатиці абсолютно еквівалентна двом іншим, може здатися, що питання про локалізацію (тобто розміщення в просторі) енергії електричного поля не має сенсу. Насправді ж це питання має глибокий сенс, і відповідь на нього впливає з існування електромагнітних хвиль, що розповсюджуються в просторі від передавача до приймача і що переносять енергію. Можливість такого перенесення свідчить про те, що енергія локалізована в полі і переноситься разом з ним. У плоскому конденсаторі і взагалі в однорідному полі щільність енергії w_E , тобто енергія, що міститься в одиниці об'єму, постійна і дорівнює повній енергії, що ділиться на об'єм. У разі конденсатора, заповненого діелектриком, маємо:

$$w_E = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 / 2 = DE / 2. \quad (1.34)$$

Сюди, крім енергії електричного поля, увійшла й енергія діелектрика, яку він придбав під дією цього поля. Іноді (1.34) називають повною енергією поля.

Енергія взаємодії — частина енергії поля. Для довільного числа N зарядів енергія взаємодії буде дорівнює:

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i. \quad (1.35)$$

де φ_i — потенціал поля, що створюється всіма зарядами, окрім q_i в точці, де знаходиться заряд q_i . Під q_i можна розуміти не тільки точкові заряди, але і заряди взаємодіючих провідних тіл. Проте сенс виразу (1.35) для точкових зарядів і для провідників різний. Для точкових зарядів φ_i — потенціал поля всієї решти зарядів в точці, де знаходиться, тоді як для провідників φ_i — потенціал поля, що створюється всіма зарядами, у тому числі і зарядами даного провідника. Тому для провідників (1.33) є не енергію взаємодії, а повною енергію системи.

Коли йдеться про взаємодію, не можна приписувати певну потенційну енергію кожному заряду окремо. Енергія взаємодії залежить не тільки від положення даного заряду, але і від положення всіх інших. Можна говорити лише про загальну потенційну енергію взаємодії всіх зарядів системи. Потенційна енергія взаємодії заряджених тіл убуває з відстанню дуже поволі, як $1/r$, тому, взагалі кажучи, не можна нехтувати взаємодією даного заряду із зарядами, розташованими далеко від нього.

Якщо електричні заряди знаходяться в зовнішньому потенційному полі, то кожен заряд володітиме потенційною енергією. Сума цих потенційних енергій, спільно з енергією взаємодії, буде повною потенційною енергією системи. Енергія кожного заряду в зовнішньому полі дорівнює $U = q\varphi$, де φ — потенціал зовнішнього поля, так що для всіх зарядів:

$$U = \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i. \quad (1.36)$$

де φ_i — потенціал зовнішнього поля в точці, де знаходиться заряд q_i .

1.2.8. Пондеромоторні сили в електричному полі

Під терміном «пондеромоторні сили» розуміються сили, що діють на провідні і діелектричні тіла в електричному полі. Прикладом пондеромоторної сили є кулонівська сила взаємодії двох точкових зарядів. Можна, проте, знайти сили, що діють на провідники довільних розмірів і форми. Для цього потрібно знати повну енергію системи. Якщо провідники не підключені ні до яких джерел ЕРС, то при переміщенні провідників їх заряди залишаються постійними. В цьому випадку робота ΔA діючих між ними пондеромоторних сил виконується за рахунок зменшення повної енергії електричного поля ΔW_E . Тоді, $\Delta A = -(\Delta W_E)_q$, де значок q означає, що заряди провідників залишаються постійними. Знаючи роботу, неважко обчислити і діючі сили.

1.3. Постійний електричний струм

1.3.1. Основні поняття

Відсутність поля в провідному середовищі є лише умовою нерухомості зарядів, тобто умовою відсутності струму. Оскільки провідне середовище містить заряди, здатні переміщатися, електричне поле в ній обов'язково викликає струм. У металі такими зарядами є електрони провідності, в електролітах — іони обох знаків, у газах — електрони і іони, в напівпровідниках (і деяких металах) — електрони і дірки. У відсутність електричного поля електрони в металі здійснюють хаотичний «тепловий» рух. Якщо створити усередині металу поле, то електрони, не припиняючи цього хаотичного руху, поволі «зноситимуться» проти вектора напруженості \vec{E} . Частково впорядкований рух, що з'являється, є електричним струмом. Інтенсивність і напрям струму характеризується: величиною струму (або просто струмом) I і щільністю струму \vec{j} . Струмом через даний майданчик (не обов'язково через весь поперечний перетин провідника) називається заряд, що проходить через цей майданчик за одну секунду: $I = \Delta q / \Delta t$. Струм вимірюється в амперах. Відмінний від ну-

ля струм може виникнути, лише якщо рух вільних зарядів хоча б у слабкому ступені впорядкований. Інакше числа зарядів, що перетинають за секунду будь-яку поверхню зліва направо і справа наліво, будуть в середньому однаковими, а струм — рівним нулю. Саме так йде справа у відсутність поля, коли вільні заряди здійснюють лише хаотичний, тепловий рух.

Щільністю струму \vec{j} називається вектор, що має напрям швидкості впорядкованого руху позитивних зарядів \vec{u} , а по величині рівний струму через одиничний майданчик, перпендикулярний \vec{u} .

Якщо через майданчик ΔS проходить струм ΔI (і майданчик нормальний до \vec{u} , тобто до \vec{j}), то щільність струму дорівнює $j = \Delta I / \Delta S$.

Відзначимо, що \vec{j} , так само як напруженість поля \vec{E} , індукція \vec{D} і інші вектори полів, є величиною локальною, тобто має певне значення і напрям у кожній точці, тоді як струм I — величина інтегральна, він визначається як заряд, що проходить за секунду через весь перетин або через заданий майданчик. Струм I не вектор, а скаляр, тоді як щільність струму — вектор.

Електричне поле \vec{E} в речовині надає всім вільним зарядженим частинкам додаткову швидкість впорядкованого руху, який і обумовлює струм.

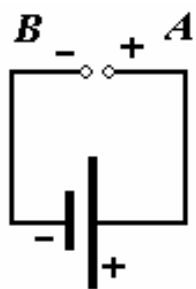


Рис. 1.4. До пояснення розповсюдження струму уздовж провідника

Швидкість впорядкованого руху і в твердих і рідких провідних тілах звичайно вельми мала в порівнянні з швидкістю теплового руху. Вона складає близько $10^{-1} - 10^{-3}$ см/сек. Тобто в колі постійного струму електрони рухаються уздовж провідника досить поволі. Проте ця швидкість впорядкованого руху не має ніякого відношення до швидкості розповсюдження струму уздовж провідника. При зами-

канні дротів (з різною полярністю зарядів) від джерела струму походить перехід електронів з B в A (див. рис.1.4). Це зрушення електронів викликає змінні електричне і магнітне поля, тобто електромагнітну хвилю, що розповсюджується уздовж всього ланцюга. Електрони, до яких доходить електромагнітна хвиля, починають рухатися (причому в перший момент — прискорено), випромінюючи вторинні електромагнітні хвилі, що скла-

даються з тією, що підійшла. Результиуюча електромагнітна хвиля рухається уздовж дротів з швидкістю, яка рівна швидкості світла в середовищі, що оточує дроти. Швидкість цієї хвилі і є швидкістю розповсюдження струму уздовж провідника.

Як виникає електричний опір? Квантова механіка з'ясувала, що якщо кристал абсолютно позбавлений спотворень і його грати ідеально періодичні, тобто всі іони нерухомі і знаходяться у вузлах ґрат, то електронна хвиля, формуючись в цих ґратах, «приспосовується» до неї і проходить через ґрати, як би «не помічаючи» її. Електрони рухаються через такі ґрати майже так само, як через порожній простір» не змінюючи напрямку руху і ні з чим не стикаючись (або, як кажуть, не розсіваючись ні на чому). Зате будь-які порушення періодичності ґрат — дефекти, домішки, теплові коливання — є причиною розсіювання електронних хвиль, тобто зміни напрямку їх руху. Це розсіювання зменшує струм (зменшуючи впорядкованість руху електронів), тобто викликає електричний опір. Підвищення температури, що підсилює теплові коливання іонів ґрат, повинне збільшувати опір, що і спостерігається насправді.

Отримання кристалом навіть найменшої кількості енергії означає виникнення додаткового руху атомів понад нульовими коливаннями. Атоми зв'язані між собою великими силами взаємодії, рух одного атома викликає рух його найближчих сусідів і т. д., тобто пружну хвилю. Тому збільшення енергії кристала означає появу в ньому слабкої пружної хвилі. Ця елементарна хвиля даної частоти володіє своєю «індивідуальністю». Вона має абсолютно певну енергію й імпульс і в цьому відношенні нагадує частинку. Елементарні пружні хвилі, або, як то кажуть, елементарні збудження кристала, носять назву фононів. *Фонони* вельми схожі на «справжні» частинки і відрізняються від останніх по суті лише тим, що справжні частинки можуть існувати і в порожнечі, тоді як фонони є результатом колективного руху справжніх частинок (атомів кристала). Тепловий рух кристала має складну картину, якщо стежити за коливаннями окремих частинок. Уявлення про фонони робить цю складну картину простою. Кристал можна (при низьких температурах) розглядати як єдину, що містить своєрідний газ — газ фононів. При цьому роль елементарних коливальних систем (так званих елементарних осциляторів), з коливань яких складається загальний рух, відіграють не окремі атоми, а окремі елементарні хвилі — фонони. Таке уявлення про тепловий рух дозволяє розглядати розсіювання електронів на коливаннях ґрат як про-

цес взаємодії частинок двох газів — електронного і фононного (зіткнення електронів з фононами, породження і поглинання фононів електронами). Якщо електричне поле відсутнє і кристал знаходиться в стані термодинамічної рівноваги, процеси породження і поглинання фононів електронами взаємно компенсуються. Це значить, що електронний газ знаходиться в термодинамічній рівновазі з фононним.

Якщо ж у (провідному) кристалі існує електричне поле, що розгонить електрони, тобто що надає їм додаткову енергію, процес породження фононів починає переважати, їх число збільшується, а це і означає підвищення температури провідника — нагрівання, що викликається електричним струмом. Розсіювання електронної хвилі на дефектах ґрат і домішках також приводить до втрати електронами енергії, накопиченої в електричному полі. Ця енергія перетворюється на енергію коливального руху атома домішки або іншого дефекту, а від нього передається всім ґратам, із-за чого, кінець кінцем, число фононів теж збільшується.

Поняття надпровідності. У деяких металів опір (свинець, ртуть, олово, цинк і ряд ін.), досягши достатньо низької температури, званої критичною, різко падає до нуля і при подальшому пониженні температури залишається рівним нулю. Для свинцю критична температура $T_K = 7,22^\circ\text{K}$, для цинку $0,79^\circ\text{K}$, для ртуті $4,15^\circ\text{K}$ і т.д. Встановлено, що надпровідність споріднена явищу надтекучості рідкого гелію. З'ясувалося, що надтекучу рідину можна розглядати, як що вона складається з двох компонент — надтекучої (яка і проходить через капіляри) і нормальної (яка не проходить). При $T = 0$ вся рідина є надтекучою. Тепловий рух у рідкому гелії, як і в кристалі, має характер фононів, причому надтекуча частина позбавлена фононів. Її називають ще конденсатом. Ненадтекуча (нормальна) частина складається з газу елементарних збуджень (фононів). При русі нормальної частини фонони обмінюються імпульсом і енергією із стінкою капіляра, що викликає гальмування цієї компоненти.

Механізм надпровідності. Рух електронів у надпровіднику багато в чому аналогічний перебігу надтекучої рідини. Перш за все «електронна рідина» також має свій конденсат (надтекучу частину). При $T = 0$ всі електрони входять у конденсат. Цей конденсат складається не з окремих електронів, а з електронних пар (так званих куперовських пар). У пари об'єднуються електрони з протилежними імпульсами і спінами. Для об'єднання між вказаними електронами повинне виникнути тяжіння. За це

тяжіння відповідає кристалічна решітка. Кожний з електронів пари своїм полем трішки деформує грати (притягає до себе позитивні іони), і до цієї області позитивного заряду притягується другий електрон. Електрони пари утворюють зв'язаний стан. Це означає, що розрив пари вимагає певної (хоч і малої) витрати енергії, що вельми істотно для подальшої взаємодії. При відсутності електричного поля обидва електрони пари мають протилежні за напрямом імпульси. Тільки такі електрони і зв'язуються в пари. Центр тяжіння пари має швидкість, рівну нулю. У електричному полі центр тяжіння пари рухається у напрямі сили поля. Обидва партнери при цьому знаходяться на великій відстані один від одного. Тому, якщо один з електронів натрапляє на дефект ґрат, другий знаходиться ще далеко від дефекту. Якби електрони не становили зв'язану пару, перший електрон розсіявся б на дефекті. Проте для спареного електрона зміна напрямку руху означає, що він втрачає партнера (злучаються тільки електрони з протилежними імпульсами). Втрата партнера означає розрив пари, на що потрібна витрата енергії. При невеликій швидкості впорядкованого руху електронів (тобто невеликої щільності струму) енергії на це не вистачає, і пара не розривається. Це значить, що перший електрон «обтікає» дефект, не розсіявшись на ньому. Стійкість відносно до розсіювання обумовлена, таким чином, взаємною «підтримкою» електронів пари.

Сукупність куперовських пар становить надтекучу частину електронної рідини. Окрім неї (при температурі, відмінній від абсолютного нуля) є ще розірвані пари, тобто індивідуальні електрони. Розрив відбувається не із-за розсіювання на дефектах, а через поглинання парами досить енергійних фононів, що з'являються при підвищенні температури. Тому з підвищенням температури збільшується кількість нормальних електронів, аналогічних нормальній частині надтекучої рідини. Ця частина електронної рідини випробовує звичайний опір, тому надпровідний струм переноситься виключно конденсатом, тобто куперовськими парами. При критичній температурі надтекуча частина зникає зовсім, і провідник стає нормальним.

1.3.2. Закон Ома

У нормальному металевому провіднику виконується закон Ома. Для ділянки провідника, що не містить джерела електрорушійної сили (гальванічного елемента, акумулятора, динамомашини, термопари, джерела

фотоедс і т. д.), закон Ома полягає в тому, що сила струму пропорційна різниці потенціалів на кінцях ділянки:

$$I = (\varphi_1 - \varphi_2) / R = U / R. \quad (1.37)$$

Величину R називають опором. $U = \varphi_1 - \varphi_2$. Напрямом струму вважається напрям руху позитивних зарядів, тому якщо потенціал початкової точки ділянки φ_1 більший потенціалу кінцевої точки, то струм тече від точки 1 до точки 2. Насправді в металевих провідниках струм переносять електрони, які рухаються від точки 2 до точки 1, якщо $\varphi_1 > \varphi_2$. Закон Ома не є універсальним зв'язком між струмом і напругою. Для металів (у не надпровідному стані) закон Ома має місце аж до вельми великої щільності струму. Для напівпровідників і газів пропорційність між I і U спостерігається лише при малих U . Термоелектронний струм у вакуумі не підкорюється закону Ома навіть і при малих U .

Визначимо закон Ома для будь-якої ділянки кола.

Оскільки в джерелах сторонній ЕРС діють, крім потенційних електричних сил, ще і сили іншого походження (сторонні сили), необхідно узагальнити закон Ома так, щоб він був придатний також і для тих ділянок ланцюга, де є сторонні сили. Позначимо роботу сторонніх сил над $+1$ заряду на ділянці $1 \rightarrow 2$ через ξ_{12} і назвемо цю величину електрорушійною силою на ділянці $1 \rightarrow 2$. Тоді закон Ома для такої ділянки запишеться у вигляді:

$$IR_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \xi_{12}. \quad (1.38)$$

Те, що знаходиться в правій частині формули, становить роботу потенційних і сторонніх сил над $+1$ заряду на ділянці $1 \rightarrow 2$, називають напругою на цій ділянці. Під R_{12} треба розуміти повний опір ділянки (включаючи опір джерела ЕРС). У правій частині ЕРС ξ_{12} вважаємо позитивною, якщо при русі у напрямі $1 \rightarrow 2$ ми проходимо джерело ЕРС від мінуса до плюса. Знак сили струму / потрібно взяти позитивним, якщо струм тече у напрямі $1 \rightarrow 2$, і негативним у зворотному випадку. Якщо напрям

струму неясний, можна приписати йому будь-який напрям, тоді дійсний знак струму вийде з рішення рівняння (1.38).

Визначимо зв'язок щільності струму і напруженості поля у провіднику. Виразимо щільність струму \vec{j} через середню швидкість \vec{u} впорядкованого руху зарядів у провіднику. У середині провідника виділимо циліндр з довжиною, рівною l , і поперечним перетином, рівним одиниці. Заряд, що проходить за секунду через одиничний майданчик, нормальний до напрямку струму, називається щільністю струму. Отже, щільність струму дорівнює загальному заряду, що міститься в циліндрі. Цей загальний заряд рівний величині заряду однієї частинки e , помноженої на числа частинок. Останнє рівне об'єму циліндра $l \cdot 1$, помноженому на число частинок в одиниці об'єму n (їх концентрацію). Оскільки вектори \vec{j} і \vec{u} направлені однаково, то:

$$\vec{j} = en\vec{u}. \quad (1.39)$$

Співвідношення (1.39) встановлює зв'язок між щільністю струму і середньою швидкістю його носіїв. З нього ще не видно зв'язок між струмом і напругою. Щоб знайти цей зв'язок, необхідно виразити середню швидкість через напруженість поля в провіднику. Якщо щільність струму опиниться пропорційною до напруженості, то сила струму буде пропорційна напрузі, тобто буде справедливий закон Ома.

Середня швидкість впорядкованого руху \vec{u} визначається як:

$$\vec{u} = e\vec{E}\tau / 2m, \quad (1.40)$$

де τ і m – час вільного пробігу і маса електронів.

Тоді маємо **закон Ома в диференціальній формі**:

$$\vec{j} = e^2 n \tau \vec{E} / 2m = \sigma \vec{E}. \quad (1.41)$$

Величина $\sigma = e^2 n \tau / 2m$ називається *провідністю*.

Відзначимо, що звичайний закон Ома $IR = \varphi_1 - \varphi_2$ називають *законом Ома в інтегральній формі*. Ці назви повинні підкреслити, що ліва і права частини формули (1.40) відносяться до даної точки всередині провідного середовища, тоді як звичайний закон Ома — до ділянки лінійного провідника.

З (1.41) витікає, що щільність струму в даній точці провідника однозначно пов'язана з напруженістю поля в цій же точці. У вузькій частині провідника щільність струму більша, ніж у широкій, тому там і напруженість поля більше, причому в таку ж кількість разів.

Закон Ома в диференціальній формі може бути записаний так, щоб він годився також і для тих точок провідника, де на заряди діють, окрім потенційних електричних, ще і сторонні сили. Для такого узагальнення треба додати до напруженості потенційного електричного поля напруженість сторонніх сил, тобто сторонню силу, що діє на +1 заряду: $\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}_{cm.})$.

1.3.3. Закони Кирхгофа

Закони Кирхгофа дозволяють розрахувати будь-яке, як завгодно розгалужено, коло постійного струму.

Перший закон Кирхгофа формулюється так: сума струмів, що приходять в точку розгалуження, дорівнює сумі струмів, що йдуть з неї. Інакше кажучи, алгебраїчна сума струмів, що приходять в точку розгалуження, дорівнює нулю. Він є окремим випадком *закону безперервності струму*, що не завжди має місце: різниця між сумою струмів, що приходять I_2 в замкнуту область простору, і сумою струмів, що з неї йдуть I_1 , дорівнює зміні заряду цієї області за секунду:

$$I_2 - I_1 = \Delta q / \Delta t. \quad (1.42)$$

Якщо струм ув колі швидко міняється, то звичайний закон Кирхгофа $I_2 = I_1$ не має місця, тоді як закон безперервності струму (1.42) справедливий завжди.

Визначимо поняття – *струм зсуву*. Для цього розглянемо конденсатор, включений в коло змінного струму. На ліву пластину поступає струм

I . Струму, що йде з пластини, немає, тому заряд пластини q за час Δt збільшується на величину $\Delta q = I\Delta t$. Всі лінії напруженості, що починаються на лівій пластині, закінчуються на правій. Це значить, що заряд другої пластини рівний заряду першої і слідує за його зміною. Тому з негативною (в даний момент) пластини праворуч тече такий же струм, який підходить зліва до позитивної пластини. У просторі між пластинами струму провідності немає — її замінює змінне електричне поле, що є там. Це змінне електричне поле називають **струмом зсуву**. Якщо в число струмів зарахувати також струм зсуву, то перший закон Кирхгофа знову виконуватиметься: до лівої пластини підходить струм провідності, а йде струм зсуву, рівний струму провідності. Струм зсуву рівний струму провідності, тобто $I_{зс.} = \Delta q / \Delta t$. Заряд пластини q пов'язаний з вектором \vec{D} співвідношенням $q = SD / 4\pi$, так що $I_{зс.} = S\Delta D / 4\pi\Delta t$. Отже, щільність струму зсуву дорівнює зміні вектора електричної індукції за одиницю часу: $j_{зс.} = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta D}{\Delta t}$.

Відомо, що змінне електричне поле створює магнітне, будучи його вихором. Струм зсуву, що замикає струм провідності (тобто рівний йому), створює таке ж магнітне поле.

Другий закон Кирхгофа формулюється таким чином: у довільному замкнутому контурі, вибраному з розгалуженого кола, сума падінь напруги (творів IR) дорівнює сумі ЕРС.

Далі визначимо роботу потенційних і сторонніх сил у колі струму. Потенційні електричні і непотенційні сторонні сили здійснюють у провіднику над переміщуваними ними зарядами роботу, яку записують наступним чином: $\Delta A = I^2 R \Delta t$.

Якщо I вимірюється в амперах, R — в омах і Δt — в секундах, то робота вийде в джоулях. Вся ця робота перетворюється на тепло, тому природно виразити її в калоріях: $\Delta Q = 0,24 I^2 R \Delta t$. Потужність, тобто робота за одиницю часу на ділянці дорівнює:

$$N = \Delta A / \Delta t = I(\varphi_1 - \varphi_2 + \xi_{12}). \quad (1.43)$$

А потужність всього замкнутого кола $N = I\xi$. Звідси видно, що роботу у всьому колі здійснюють тільки сторонні сили.

Потік енергії всередину і уздовж провідника.

Коли по провіднику йде струм, у кожній ділянці провідника виділяється тепло. Існує стаціонарний потік енергії електромагнітного поля, поточний в просторі навколо провідника. Введемо вектор \vec{S} , напрям якого співпадає з напрямом руху енергії електромагнітного поля, а величина дорівнює кількості енергії, проходить за 1 с через одиничний майданчик, нормальний до напрямку перенесення. Цей вектор, званий вектором Пойнтінга — Умова, рівний векторному твору: $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$. Електричне поле \vec{E} у поверхні провідника має тангенціальну E_t і нормальну E_n складові. Складова E_t обумовлює перебіг струму уздовж провідника і дорівнює падінню потенціалу на одиницю довжини. Складова $E_n = 4\pi\sigma$, де σ — щільність поверхневих зарядів. Повне поле дорівнює геометричній сумі складових. Вектор Пойнтінга \vec{S} теж розбивається на дві частини:

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} \vec{E}_t \times \vec{H} + \frac{c}{4\pi} \vec{E}_n \times \vec{H} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2. \quad (1.44)$$

Складові \vec{S}_1 і \vec{S}_2 визначають потік енергії всередину і уздовж провідника.

1.3.4. Закон Джоуля – Ленца

Розглянемо коло постійного струму з погляду закону збереження енергії. Ясно, що при протіканні струму спостерігаються перетворення енергії. Енергія джерела кінець кінцем перетворюється на теплоту, що виділяється в провідниках кола. Виникає два питання, якісні і кількісні: які перетворення енергії спостерігаються в колі при протіканні струму і який вигляд має вираз для енергії, що перетворюється на теплоту за певний час? Зупинимось спочатку на першому питанні. Коли в колі тече струм, то носії струму беруть енергію безпосередньо від поля. Тому енергія джерела спочатку йде на "підтримку" поля, тобто перетворюється на енергію поля. Потім поле віддаватиме енергію зарядам, рухомим у про-

відниках кола. Енергія руху носіїв струму (енергія струму) перетворюватиметься на внутрішню (теплову) енергію провідників, після чого можливі два результати. Якщо провідники теплоізовані (адіабатні), то енергія нікуди не передається, а накопичується в провідниках, що приводить до зростання температури. Якщо ж провідники відкриті, то після деякого збільшення їх температури вся енергія, що виділяється, розсівається в навколишньому середовищі. Коли говорять про виділення теплоти згідно закону Джоуля-Ленца, то мають на увазі саме цей, останній випадок. Таким чином, ланцюг перетворень енергії слід представити в наступному вигляді:

$$\Delta W_{\text{ист}} \rightarrow \Delta W_{\text{поля}} \rightarrow \Delta W_{\text{дв.зар}} \rightarrow \Delta W_{\text{внутр}}^Q \rightarrow \Delta W_{\text{навкол.сер.}}$$

Звернімося тепер до другого питання. Скільки енергії виділяється за час t ? Допустимо, що вона виділяється у вигляді теплоти. Джерело струму, пропускаючи через себе заряд в один кулон, віддає енергію, пропускаючи q кулонів, - енергію q . Отже, повна кількість теплоти, що виділилася в колі, визначається із співвідношення:

$$Q_{\text{повна}} = \varepsilon_i q = \varepsilon_i I dt = \frac{\varepsilon_i^2}{R_{\text{повн.}}} t = R_{\text{повн.}} I^2 t.$$

де ε_i - ЕРС джерела струму. На ділянці кола виділяється теплота:

$$Q_{\text{повна}} = \Delta \varphi dt = \frac{\Delta \varphi^2}{R} t = RI^2 t, \text{ де } \Delta \varphi \text{ - різниця потенціалів на електродах}$$

розімкнутого джерела. Таким чином, електричну енергію, що виділилася, можна виразити формулами:

$$Q_{\text{повна}} = \varepsilon_i^2 t / R_{\text{повн.}}, \text{ або на ділянці кола: } Q_{\text{повна}} = \Delta \varphi^2 t / R. \quad (1.45)$$

Першою формулою зручно користуватися, коли вимірюються напруга і сила струму одночасно (наприклад, при вимірюванні витрати електроенергії електричним лічильником). Другою формулою – при розрахунку опору корисного навантаження кола, оскільки в цьому випадку при варіюванні опору напруга залишається постійною (наприклад, 220 В). Останньою формулою користуються при розрахунку втрату в дротах, що підводять, оскільки в цьому випадку при варіюванні опору дротів струм залишається постійним. Формули (1.45) дозволяють визначати електричну

енергію що виділилася у всьому колі і на його ділянці. Тому вони виражають *інтегральний закон Джоуля-Ленца*. Знайдемо формулу, що представляє той же закон в локальній формі, коли необхідно знати, скільки енергії виділяється у визначеному місці провідника (поблизу певної точки). Введемо поняття щільності виділення енергії (щільність потужності). Допустимо, що за час dt в об'ємі провідника поблизу даної точки dV виділяється енергія dW . Щільністю виділення енергії w називається енергія, що виділилася за секунду в одиниці об'єму, тобто $w = \frac{dW}{dVdt}$. Знайде-

мо цю величину, виходячи з формули $Q = \frac{\Delta\phi^2}{R}t$. Допустимо, що ділянка кола представлена однорідним дротом завдовжки l , площею S і об'ємом $V=lS$. Тоді маємо наступне: щільність виділення енергії в секунду визначається з формули: $w = \frac{Q}{Vt} = \sigma E^2 \frac{lS}{V} = \sigma E^2$, де $\Delta\phi=El$. Енергія, що виділяється в даному місці провідника за секунду, пропорційна квадрату напруженості поля.

1.4. Основні поняття електронної теорії речовини

1.4.1. Основні поняття

Електрони в металі сильно взаємодіють з кристалічною решіткою, у вузлах якої знаходяться позитивні іони, і між собою. Рух електрона в кристалі фактично є колективним рухом великої кількості частинок — електронів і іонів ґрат. При абсолютному нулі температури інтенсивність руху всіх частинок досягає мінімуму, сумісного з самим існуванням матерії. При температурі, відмінній від нуля, але близької до нього, колектив електронів рухається декілька енергійніше. Це значить, що в ньому з'являються елементарні збудження (квазічастинки). Елементарні збудження одного з можливих типів руху електронів є колективні коливання (що нагадують фонони в кристалі), при яких електричний заряд лише коливається, згущуючись і розріджуючись. Щільність електронного газу здійснює коливання, проте ніякого перенесення заряду на великі («макроско-

пічні», тобто великі в порівнянні з атомними розмірами) відстані не відбувається. Квазічастинки, відповідна цим хвилям щільність, носять назви *плазмонів*. Такі ж коливання можливі в будь-якій плазмі. Електронна плазма в металі відрізняється від звичайної плазми — сильно іонізованого газу — вельми великою концентрацією заряджених частинок. Через це частота коливань електронної плазми вельми велика, а відповідна їй енергія плазмона може бути близько десятка електронвольт.

Другий тип елементарних збуджень електронів металу пов'язаний з перенесенням заряду на великі відстані. Це, як то кажуть, «одягнений в шубу» електрон. «Шубою» йому служать супроводжуючі його рухи колективу електронів і кристалічної решітки. Таку квазічастинку називають *електроном провідності*. Властивості електрона провідності, залежно від виду металу і особливо від стану його руху, можуть бути або дуже схожими на властивості електрона в порожнечі, або зовсім не схожими на ці властивості. Електрони провідності взаємодіють між собою набагато слабше, ніж вільні, оскільки кожен електрон оточує себе зарядами протилежного знаку (розганяючи інші електрони) і разом з ними є майже нейтральною частинкою. Якщо метал нагрівати до достатньо високої температури (практично принаймні до червоного каління), з нього починають інтенсивно «випаровуватися» електрони. Це явище називається *термоелектронною емісією*. Добитися виходу електронів з металу можна й іншими шляхами, наприклад, освітлюючи метал світлом досить великої частоти (*фотоелектронна емісія*) або поміщаючи метал у дуже сильне електричне поле (*автоелектронна емісія*). При виході електрона з металу міняється не тільки його кінетична енергія, але і потенційна. Якщо метал не заряджений, то на електрон, що знаходиться поза металом (на достатньо великій відстані від нього), ніякі сили не діють. Отже, потенційна енергія електрона поза металом дорівнює нулю. Усередині металу потенційна енергія повинна бути негативною і достатньо великою за абсолютною величиною. Інакше електрони, оскільки вони мають велику кінетичну енергію, вільно виходили б з металу. Негативна потенційна енергія електрона в металі обумовлена тяжінням електрона до позитивних іонів ґрат, точно так, як і в атомі, де електрон притягується до ядра.

При контакті двох різних металів один з них заряджає позитивно, інший — негативно, і між ними виникає різниця потенціалів, яка називається

ся *контактною*. Вона не дуже мала — від десятих доль вольт до декількох вольт.

При контакті двох різнорідних металів деяке (відносно невелике) число електронів переходить з одного металу в іншій. Заряди, що утворюються, коли метали продовжують знаходитися в контакті, локалізовані в

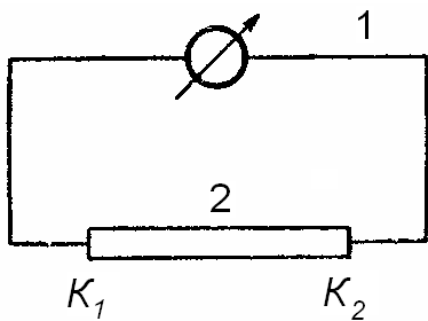


Рис. 1.5. Приклад термопари

дуже тонких поверхневих шарах, близько 10^{-8} - 10^{-7} см. У металах для створення різниці потенціалів, що спостерігається, потрібна лише мала частка кількості електронів, яка міститься в шарі завтовшки 10^{-8} - 10^{-7} см. У напівпровідниках концентрація вільних електронів значно менше, тому там можуть знадобитися електрони з більш товстого шару, близько 10^{-4} — 10^{-3} см.

Розглянемо деякі *термоелектричні явища*. Складемо замкнуте коло з двох (або більшого числа) спаяних між собою різнорідних провідників 1 і 2, які називають *термопарою* (див. рис.1.5). У кожному із спаїв встановлюється контактна різниця потенціалів. Якщо температура в усіх точках кола однакова, контактні різниці потенціалів будуть також однако-ві і протилежні по знаку. Струм в колі буде відсутній, вся система знаходиться в термодинамічній рівновазі. Ця рівновага порушиться, якщо один із спаїв термопари нагрівати або охолодити. Унаслідок залежності фермієвської енергії від температури від неї залежатиме і контактна різниця потенціалів. Контактні різниці потенціалів спаїв K_1 і K_2 виявляться різними і тому не компенсують один одного. Різниця контактних різниць потенціалів є однією з двох складових термоелектричної ЕРС. Друга складова обумовлена градієнтом температури між спаями. У моделі вільних електронів (і за умови, що довжина вільного пробігу електронів постійна, тобто не залежить від їх швидкості) обидві складові рівні по величині і по знаку; таким чином, перша складова просто подвоюється. У реальних металах і напівпровідниках складові термо ЕДС різні за величиною і за знаком.

Виникнення термоелектричної ЕРС називається *явищем Зеебека*. Термо ЕРС ξ (а разом з нею і електричний струм, що викликається нею) звертається в нуль разом з різницею температур спаїв: $\xi = \alpha(T_1 - T_2)$.

Тут α — коефіцієнт, який теж залежить від T_1 і T_2 , але не звертається в нуль при $T_1 = T_2$. За допомогою термопари можна виміряти температуру спаю (або, точніше, різниця температур між двома спаями). Термопара є приладом того, що безпосередньо перетворює теплову енергію в електричну. Існує ефект, зворотний ефекту Зеєбека. Він називається ефектом Пельтьє. Якщо через коло, що складається з декількох провідників, пропустити струм, то, на додаток до джоулевого тепла, в одному із спаїв виділяється, а в другому поглинається деяка кількість тепла: $Q_{II} = IIIt$, де I — сила струму; t — час його пропускання; а II — коефіцієнт Пельтьє, залежний від природи контактуючих речовин і від температури. При зміні напрямку струму міняється знак Q_{II} . Ефект Пельтьє може бути використаний для побудови холодильного пристрою, наприклад для охолодження деяких пристроїв сучасних комп'ютерів (застосовують так звані трубки Пельтьє).

1.4.2. Елементи квантової теорії електропровідності твердих тіл

Чому одні речовини погано проводять електричний струм, а інші (метали) — навпаки, є дуже хорошими провідниками? Навіть на це фундаментальне питання класична теорія електропровідності не в змозі відповісти. Дійсно, в будь-якому твердому тілі атоми так сильно взаємодіють один з одним, що їх валентні електрони колективізовані, тобто вони в змозі переходити від одного атома до іншого і як би блукати по твердому тілу. Вихід з ускладнень потрібно шукати в квантовій природі електронів. По-перше, електрони в атомах і в твердому тілі в змозі приймати не будь-які значення енергії, а лише деякий дискретний ряд значень. На осі енергії їх зображують у вигляді системи енергетичних рівнів. Конкретний вид системи рівнів (їх розташування) залежить від виду атомів і від роду твердого тіла. По-друге, електрони підкоряються деякому принципу заборони (*принципу заборони Паулі*): у системі електронів (наприклад, в електронній оболонці атома або в системі електронів твердого тіла) в кожному квантовому стані може знаходитися не більше одного електрона. Звичайно одному енергетичному рівню відповідають два квантові стани електрона (з протилежно направленими власними моментами імпульсу — спінами). Тому принцип заборони Паулі можна сформулювати ще й так: на кожному енергетичному рівні може знаходитися не більше

двох електронів. Нарешті, слід врахувати, що система електронів (в атомі або в твердому тілі) прагне зайняти стан з мінімальною в даних умовах енергією. Тому потрібно мати на увазі, що заповнення починається

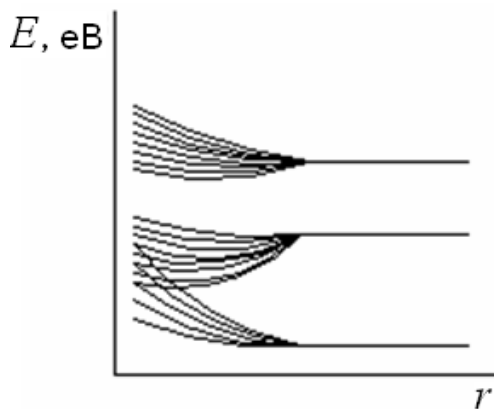


Рис. 1.6. Приклад енергетичних рівнів атома

знизу: спочатку заповнюються вільні рівні, відповідні малим значенням енергії. Енергетичні рівні атома мають в своєму розпорядженні групами, як показано на рис. 1.6. Кожній групі рівнів відповідає свій шар електронної оболонки атома. Нас цікавитиме верхній шар валентних електронів атомів.

Допустимо, що спочатку атоми твердого тіла знаходяться на великих відстанях один від одного, а потім зближуються і компонуються, утворюючи

тверде тіло. Що при цьому відбувається з енергетичними рівнями атомів? Унаслідок взаємодії електронних оболонок атомів при їх зближенні окремі рівні, в-перших, зміщуються, в-других, розщеплюються. Кожен рівень розщеплюється на N (N - кількість атомів в твердому тілі) дуже близьких підрівнів, так що кожен рівень перетворюється на смугу (зону) тісно розташованих підрівнів (рис. 1.6) .

Теперь можна відповісти на питання: чому метали добре проводять електричний струм, а інші речовини є або напівпровідниками (поганими провідниками) або діелектриками? У металів зона валентних електронів

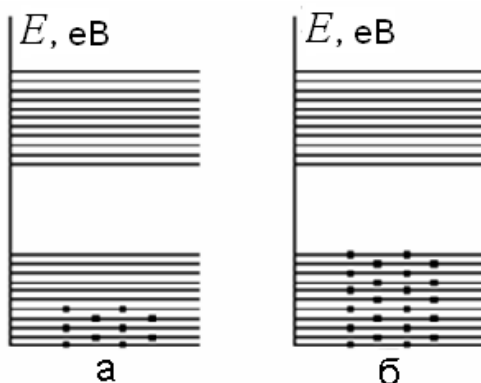


Рис. 1.7. Приклад зонної структури

(вона називається валентною зоною) не повністю заповнена електронами (рис.1.7 а). Коли металеве тверде тіло потрапляє в електричне поле, електрони валентної зони в змозі сприйняти додаткову енергію від поля (звичайно ця додаткова енергія дуже мала), оскільки в зоні валентних електронів є вільні підрівні і електрони на них можуть перейти. Інша картина спостерігається для діелектриків. У цих речовинах вся валентна

зона підрівнів опиняється повністю зайнятою електронами. Електрони, потрапляючи в електричне поле, не в змозі сприйняти енергію від поля,

оскільки їх валентна зона заповнена повністю. Між цією зоною і зоною з вільними рівнями (ЗП) знаходиться широка зона енергії яку електрони під дією поля не можуть подолати (рис.1.7 б).

Нарешті, потрібно знайти місце напівпровідникам. Напівпровідники відрізняються від діелектриків лише кількісно, а не якісно. У них валентна зона заповнена повністю, а заборонена зона порівняно вузька. Вона становить від 0,5 до 1,5 електронвольт (еВ). (Електроновольтом називається та енергія, якої набуває електрон, проходячи різницю потенціалів в один вольт.) Порівняно з "тепловою енергією" електрона в "електронному газі" ця енергія все-таки велика ("теплова енергія" електронів складає 0,01 еВ). Тому якщо унаслідок теплового руху електрони потрапляють у верхню вільну зону, лежачу над валентною зоною (ця зона називається зоною провідності), то їх кількість невелика. Цим і пояснюється той факт, що напівпровідники хоч і проводять електричний струм, але проводять його погано (мало носіїв струму).

Зупинимось тепер детальніше на металах, а потім на напівпровідниках.

Метали. Яку ж принципову зміну в теорію "електронного газу" вносить квантова теорія? Неважко зрозуміти, що закон Больцмана, дійсно, непридатний до електронів провідності металу. Це особливо наочно видно, якщо розглянути стан електронів при температурі, близькій до абсолютного нуля. Насправді, закон Больцмана свідчить, що середня кількість частинок газу, що знаходяться в певному стані рівноваги, визначається формулою:

$$n_{\alpha} \propto e^{-E_{\alpha}/kT}, \quad (1.46)$$

де n_{α} – середнє число електронів на одному підрівні.

З формули (1.46) видно, що закон Больцмана не накладає ніяких обмежень на це число (воно може бути будь-яким). Зокрема, при $T = 0\text{К}$ всі електрони повинні мати нульову (мінімальну) енергію (якщо E_{α} , то при $T = 0\text{К}$ $E_{\alpha}/kT = 1$ і $n_{\alpha} = 0$; тільки у випадку якщо $E = 0$ при $T = 0\text{К}$, число n може бути відмінне від нуля). Згідно принципу Паулі кожен підрівень може містити не більше двох електронів. Таким чином, треба від-

мовитися від закону Больцмана і для електронів провідності знайти інший статистичний закон.

Підійдемо спочатку до цього питання якісно. При $T = 0\text{K}$ тепловий

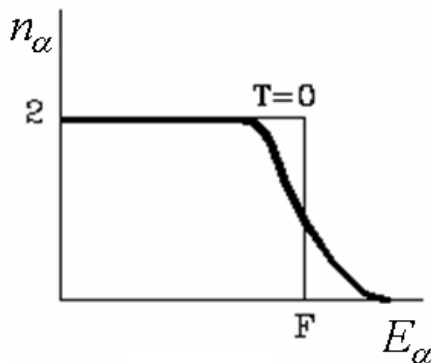


Рис. 1.8. **Графік розподілу електронів по підрівнях**

рух електронів відсутній. Електрони по два заповнюють певне число підрівнів до деякого рівня F , який називається рівнем Фермі. Графік розподілу електронів за підрівнями зображений на рис. 1.8: до деякого значення F на кожному підрівні знаходяться два електрони. Якщо ж енергія $E > F$, то $n = 0$. Допустимо, що температура газу відмінна від нуля, але мала (мала температура відповідає

співвідношенню $kT \ll F$). Тоді верхні електрони (електрони поблизу рівня Фермі) придуть в тепловий рух: вони переходитимуть на найближчі вищі рівні і повертатися назад. Середнє число електронів на цих рівнях буде менше двох, і графік поблизу рівня Фермі дещо розпливеться (як показано на рис. 1.8). Чим вища температура, тим більшою буде область розмиття.

Приведемо аналітичну формулу, яка відображає таку поведінку середнього числа електронів. Вона носить назву закону Фермі – Дирака і має наступний вигляд:

$$n = \left(2 / \left(e^{\frac{E-F}{kT}} + 1\right)\right). \quad (1.47)$$

При високій температурі, коли графік сильно розпливеться і середнє число електронів на кожному підрівні буде значно менше за двох, принцип заборони Паулі стане неістотним і формула Фермі – Дирака повинна перейти у формулу Больцмана (при малих n). Температури, при яких тверде тіло ще не плавиться, відносяться до низьких, тобто для них виконується співвідношення $kT \ll F$. Лише невелике число електронів бере участь в тепловому русі. Тому, хоча середня енергія кожного "теплого" електрона пропорційна kT , їх внесок у теплову енергію металу дуже малий. Малим буде і внесок "електронного газу" в теплоємність ті-

ла. Аналогічним чином можна пояснити й інші складнення класичної теорії електропровідності металів.

Особливості електропровідності напівпровідників

До напівпровідників відносяться деякі елементи (кремній, германій, арсенід галія), а також багато з'єднань: окис міді (Cu_2O), сірчистий свинець та ін. Розглянемо спочатку чистий напівпровідник. У такого напівпровідника немає сторонніх домішок, і його кристалічна решітка не має спотворень. Саме до такого напівпровідника відносяться ті відомості про енергетичні рівні і зони, які були приведені вище: при $T = 0\text{K}$ валентна зона повністю зайнята електронами, в зоні провідності електронів немає. Якщо ж температура напівпровідника стає вищою 0K , то якась частина електронів (дуже незначна) унаслідок теплових зіткнень потрапляє в зону провідності. Напівпровідник стає провідним. Якщо в такому стані напівпровідник потрапляє в електричне поле, то електрони в зоні провідності і електрони у валентній зоні приходять у впорядкований рух. Тепер у цих зонах є вільні квантові стани, і електрони, що знаходяться «по сусідству» з ними, можуть переходити в ці стани сприймаючи, енергію від поля. Рух електронів у валентній зоні має складний, колективний характер.



Рис. 1.9. Рух електронів у валентній зоні

Рис. 1.9. пояснює цей характер руху.

Якщо в якомусь вузлі з'являється вільний квантовий стан для електрона (воно називається діркою), то під дією поля в

нього перейде електрон від сусіднього вузла – дірка переміститься по полю. Далі процес повторюється: у дірку потрапляє електрон справа, дірка переміщується праворуч. Рух електронів і дірок має естафетний характер. У теорії доводиться, що рух дірки описується точно так, як і рух частинки, тобто рівнянням, що нагадує другий закон Ньютона. Ця обставина дозволяє розглядати дірки (звичайно, умовно) як частинки з певною масою (маса дірок відмінна від маси електронів провідності) і з позитивним зарядом, рівним заряду електрона. Таким чином, електричний струм у напівпровіднику утворюється двома родами носіїв струму: електронами і дірками. Електрони рухаються проти вектора напруженості поля, дірки -

по напрямку вектора E . Коефіцієнт електропровідності напівпровідника виражається сумою двох членів:

$$\sigma = en_-\chi_- + en_+\chi_+, \quad (1.48)$$

Рухливості електронів провідності і дірок χ_- і χ_+ різні, але концентрації (або щільність) електронів і дірок n_- і n_+ у чистих напівпровідниках однакові, оскільки кожна дірка народжується за рахунок переходу електрона з валентної зони в зону провідності.

Незначна частина електронів з валентної зони переходить в зону провідності. Тому щільність (концентрації) електронів (n_-) і дірок (n_+) відносно невелика. Ця обставина, по-перше, пояснює, чому саме напівпровідники при відносно низьких температурах володіють малою електропровідністю, а, по-друге, дозволяє замість закону Фермі – Дираку користуватися законом Больцмана (середні числа заповнення енергетичних підрівнів дуже малі, і принцип заборони Паулі стає неістотним). Проте порівняно із звичайними молекулярними газами електронний і дірковий газ має одну дуже істотну відмінність: у звичайному газі повна кількість частинок є числом постійним (не залежним від температури). Цього не можна сказати про кількість електронів і дірок у напівпровіднику. У тепловому русі дірки і електрони постійно виникають і анігілюють (знищуються): електрон, переходячи з валентної зони в зону провідності, поповнює собою електронний газ і одночасно породжує у валентній зоні дірку, при зворотному процесі, навпаки, пара "електрон провідності – дірка" зникає. Ці переходи здійснюються постійно, і середнє, стале число електронів і дірок буде істотно залежати від температури (концентрації n_- і n_+ є функціями температури). Цим, до речі, напівпровідники відрізняються від металів. У металів число електронів провідності постійне.

Залежність концентрації електронів і дірок від температури відображається на поведінці електропровідності напівпровідників при нагріванні. Залежність σ від температури, згідно формулі (1.48), визначається двома чинниками: залежністю рухливості χ від температури і залежністю концентрації носіїв струму n від температури. Як і у металів, χ зменшується із зростанням температури, але зменшується порівняно поволі, тоді як n росте з температурою і росте дуже швидко. Першим чинником по-

рівняно з другим можна нехтувати. Залежність же n від температури нетрудно встановити, виходячи із закону Больцмана. Середні числа заповнення підрівнів електронами і дірками визначаються множителем $\exp(-$

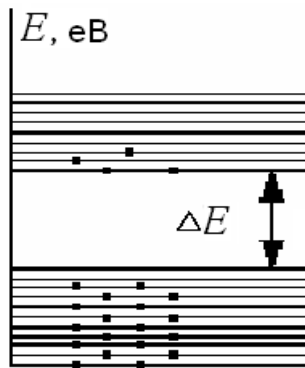


Рис. 1.10. **Що до поняття енергії активації**

$E/kT)$. Яку енергію в цій формулі рахувати за нульову? Тепловий рух електрона починається із стелі валентної зони (електрон спочатку повинен потрапити в зону провідності). Тому і енергію теплового руху електрона (і дірки) слід відлічувати від верхнього рівня валентної зони. Тоді середнє число електронів (і дірок) в зоні провідності визначатиметься тим же больцмановським множителем, тільки під E слід розуміти енергетичний інтервал E , що відокремлює валентну зону від зони провідності (енергія активації, рис. 1.10). Таким чином, можна записати:

$$\sigma = C e^{-\Delta E/kT}, \quad (1.49)$$

або

$$\rho \frac{1}{\sigma} = C^{-1} e^{\frac{\Delta E}{kT}}. \quad (1.50)$$

Якщо опір металів збільшується пропорційно абсолютній температурі, то опір напівпровідників зменшується із зростанням температури за

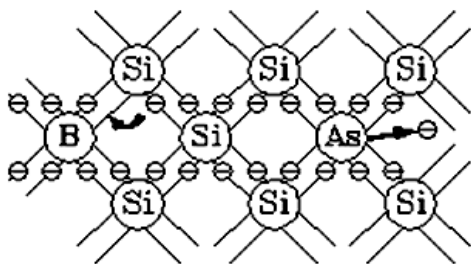


Рис. 1.11. **Що до поняття ролі домішок на прикладі атомів кремнію**

показовим законом. Темп цього зменшення визначається "енергією активації" E . У деяких напівпровідників E таке велике, що збільшення T у декілька разів (у два - три рази) приводить до зменшення опору в мільйони разів.

Вивчимо тепер роль домішок. Домішки дуже сильно можуть вплинути на електропровідність напівпровідника. Домішкова електропровідність може перевищити власну електропровідність (електропровідність чистого напів-

провідника) у багато разів. Розглянемо роль домішок на прикладах. Ато-

ми кремнію (Si) чотиривалентні, тобто чотири валентні електрони кремнію беруть участь в утворенні зв'язків між атомами. Допустимо, що в якомусь місці ґрат атом кремнію заміщений п'ятивалентним атомом

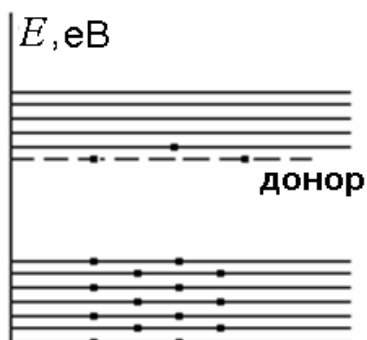


Рис. 1.12. Що до поняття донорів

миш'яку (As) (рис. 1.11). Один з валентних атомів миш'яку виявляється "незадіяним" в хімічних зв'язках атомів. Він легко може бути відірваний від атома. З погляду картини енергетичних рівнів це означає (рис. 1.12), що п'ятий електрон знаходиться на додатковому рівні поблизу зони провідності. Таким чином, подібні домішки дають додаткові заповнені рівні, що знаходяться поблизу або навіть у самій зоні провідності. Такі домішки й їм відповідні рівні називаються донорними (що віддають). Ясно, що донорні домішки збільшують електропровідність напівпровідника.

Допустимо тепер, що один з вузлів кремнієвих ґрат зайнятий тривалентним атомом бору (B) (рис. 1.13). Для утворення повної (парної) зв'язки один з електронів, що бракує атом бору, може запозичити у сусіднього атома кремнію – виникає дірка. З погляду картини енергетичних рівнів це означає, що атом бору додає в систему валентних рівнів зайвий незаповнений рівень. Такого роду домішки і відповідно додаткові рівні називаються акцепторними (що приймають). Акцептори, як і донори, збільшують електропровідність напівпровідника. Оскільки концентрації n_+ і n_- відносно невеликі, то дуже малі добавки домішок (соті відсотка) можуть в тисячі разів змінити електропровідність напівпровідника.

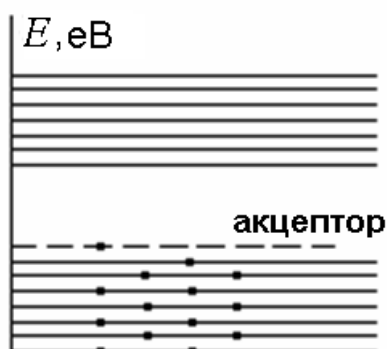


Рис. 1.13. Що до поняття акцепторів

У домішковому провіднику числа n_+ і n_- , очевидно, не співпадають. Вони можуть дуже сильно відрізнятись. Якщо переважають донорні домішки, то відповідний напівпровідник називається провідником n-типу (або електронним), якщо ж переважають акцептори, то напівпровідник називається провідником p-типу (або дірковим). У напівпровіднику n-типу основними носіями струму є електрони, неосновними – дірки. У напів-

Рис. 1.13. Що до поняття акцепторів

У домішковому провіднику числа n_+ і n_- , очевидно, не співпадають. Вони можуть дуже сильно відрізнятись. Якщо переважають донорні домішки, то відповідний напівпровідник називається провідником n-типу (або електронним), якщо ж переважають акцептори, то напівпровідник називається провідником p-типу (або дірковим). У напівпровіднику n-типу основними носіями струму є електрони, неосновними – дірки. У напів-

провіднику p -типу основними носіями струму є дірки, неосновними – електрони.

p-n перехід

Розглянемо контакт двох різнорідних (p і n) напівпровідників. У області контакту виявляється ряд цікавих явищ, який носить назву p - n переходу, пов'язаних з електропровідністю. Звичайно, на практиці p - n перехід створюється не механічно (він був би в цьому випадку нещільним і нестійким). Щільний, стійкий контакт досягається шляхом приварювання при високій температурі одного напівпровідника до іншого. Наприклад, до пластинки з германію (n -провідник) приварюється кулька з індія. Атоми індія при цьому дифундують у германій і створюють домішкову область з типовою дірковою провідністю. У деякій частині (дещо розмитій) виникає p - n перехід.

Розглянемо спочатку p - n перехід у відсутність зовнішнього поля. Що відбудеться у момент виникнення контакту p і n провідників?

В області контакту має місце зіткнення двох різнорідних газів: ліворуч – дірковий, праворуч – електронний (рис. 1.14). При зіткненні газів під

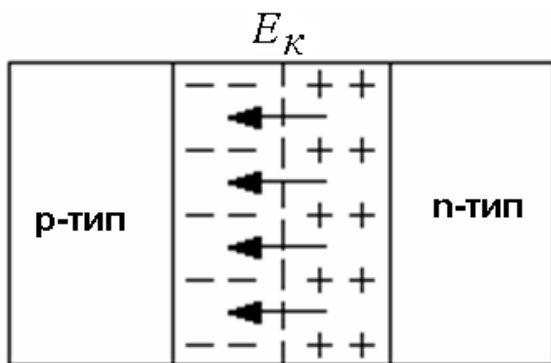


Рис. 1.14. p - n перехід у відсутність зовнішнього поля

дією теплового руху почнеться дифузія – проникнення одного газу в інший: дірки почнуть дифундувати направо, електрони – наліво, n -провідник почне заряджати позитивно, p -провідник – негативно. В області контакту виникне електричне поле, направлене від n - до p -напівпровідника (рис. 1.14). Це поле перешкоджатиме дифузії основних носіїв струму. По мірі збільшення

напруженості поля на контакті дифузія основних носіїв струму (дірок зліва і електронів справа) сповільнюватиметься. Проте вона не припиниться зовсім. Річ у тому, що в кожному напівпровіднику, окрім основних, присутні неосновні носії струму. Власне поле у області контакту перешкоджає лише руху основних носіїв. Руху ж неосновних носіїв воно, навпаки, сприяє. Таким чином, у стані рівноваги, в яку система неминуче прийде, залишковий потік дифузії основних носіїв зрівноважить потік неосновних носіїв, рухомих у протилежному напрямі під дією власного, кон-

тактного електричного поля. І для дірок, і для електронів в рівновазі має місце наступне рівняння:

$$I_{\text{диф.}} - I_{\text{неосн.}} = 0. \quad (1.51)$$

При дотриманні цього рівняння струм через контакт припиниться, вся система прийде в стаціонарний (рівноважне) макроскопічний стан.

Розглянемо тепер випадок, коли на область контакту накладено зовнішнє електричне поле. Тут виявляються два варіанти: 1) зовнішнє поле направлене проти власного; 2) зовнішнє поле співпадає за напрямом з власним. Розглянемо обидва варіанти окремо.

1) Якщо зовнішнє поле ослаблює власне поле p - n переходу, то дифузійний потік основних носіїв посилюється. Рівновага, яка відбивається рівнянням (1.51), порушиться і виникне струм у напрямі зовнішнього поля. У міру зростання напруженості зовнішнього поля сумарне поле в області контакту спочатку зменшується, а потім, пройшовши через нуль, стане посилюватися у напрямі зовнішнього поля: до потоку дифузії осно-

вних носіїв додається струм основних носіїв під дією поля. Сила струму збільшуватиметься необмежено і швидко.

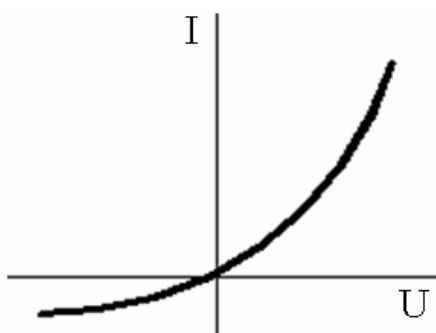


Рис. 1.15. Вольт-амперна залежність p - n переходу

2) Якщо зовнішнє поле складається з власним, то така ситуація приведе до посилення поля, що ослаблює дифузію. Рівновага (див. 1.51) знову буде порушена, але тепер за рахунок ослаблення

потіку дифузії основних носіїв. Останній дуже швидко (у міру збільшення зовнішнього поля) зменшується до нуля, і струм через контакт визначатиметься тільки струмом неосновних носіїв, сила якого майже не залежить від напруженості зовнішнього поля. Встановиться незалежний від поля невеликий струм, обумовлений рухом неосновних носіїв.

Якщо підсумувати все сказане вище і побудувати вольт-амперну залежність p - n переходу, то остання прийматиме вигляд, зображений на рис. 1.15. По-перше, залежність струму від напруги має явно нелінійний характер, тобто не виконується закон Ома, по-друге, залежність явно несиметрична відносно до напрямку струму: в одному напрямі струм швидко

зростає із збільшенням напруги, в іншому напрямі – струму практично немає.

Таким чином, *p-n* перехід володіє вентильною властивістю: він добре пропускає струм в одному напрямі і практично не пропускає струм в іншому напрямі. Ця властивість широко використовується в технічних пристроях: у випрямлячах і підсилювачах (у транзисторах).

Коротко зупинимося на роботі транзистора. Заздалегідь опишемо пристрій лампового підсилювача. На рис. 1.16 а зображена одна з можливих схем лампового підсилювача.

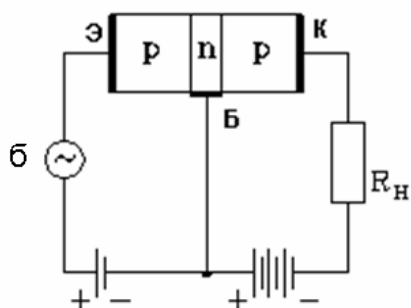
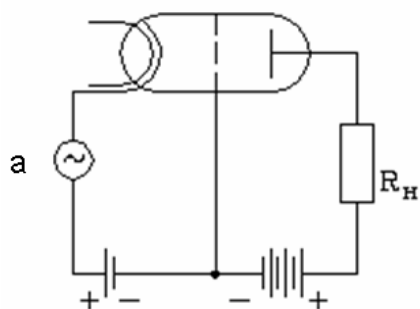


Рис. 1.16. Схеми лампового й напівпровідникового підсилювачів

Електрони, які емітують з розігрітого катода, створюють струм одного напрямку. Потенціал сітки, яка близько розташована до катода, дуже чутливо позначається на анодному струмі.

Таким чином, малі коливання сигналу, що подається на сітку, перетворюються у великі коливання струму в анодному ланцюзі. Аналогічно працює і напівпровідниковий підсилювач (рис. 1.16 б). Пластинка містить два *p-n* переходи, що розбивають її на три ділянки: емітер, колектор і базу. *p-n* перехід емітера включений в прямому напрямі, а *p-n* перехід колектора – в зворотному. Дірки, як основні носії струму емітера,

частково дифундують через дуже вузьку базу (близько 1–10 мікрон) і створюють у колекторному ланцюзі посилений струм. Змінний потенціал сигналу, що подається на базу, дуже чутливо позначається на дифузії дірок і, отже, на падінні напруги на опорі, навантаженні, включеному в колекторний ланцюг: коливання струму в емітерному ланцюзі значно посилюються в колекторному ланцюзі.

Електричний струм через електроліти

Електроліти, на відміну від металів і напівпровідників, володіють іонною провідністю. Молекула NaCl у воді розпадається (диссоціює) не на атоми Na і Cl, а на іони Na⁺ і Cl⁻. Диссоціація пояснюється взаємодією молекул розчиненої речовини з молекулами розчинника. Молекула NaCl

— полярна, тобто складається з іонів, причому поле поблизу кожного іона близько 10^8 В/см. Це величезне поле орієнтує полярні молекули води, як показано на рис. 1.17. Виникають сили, які у багато разів ослабляють зв'язок між іонами Na^+ і Cl^- , із-за чого навіть слабкий тепловий рух їх розриває. Частина самих молекул розчинника також диссоціює. Ступінь дисоціації зростає з температурою.

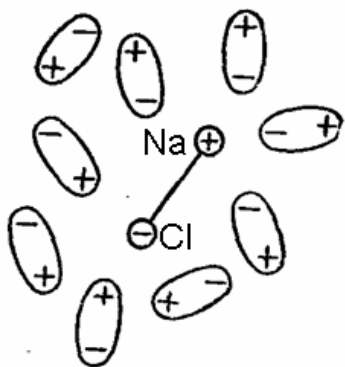


Рис. 1.17. Пояснення електричного струму через електроліти

Якщо прикласти до електроліту електричне поле, наявні в ньому вільні електричні заряди (іони обох знаків) будуть створювати струм. Електроліти підкоряються закону Ома $\vec{j} = \sigma \vec{E}$,

тобто щільність струму у них пропорційна напруженості поля. Провідність $\sigma = e(n^+ b^+ + n^- b^-)$ зростає із збільшенням концентрацій іонів n , n^- і їх рухливостей b^+ , b^- . Закон Ома в електролітах тісно пов'язаний з пропорційністю сили тертя першого ступеня швидкості руху. При великій напруженості поля (близько 10^4 в/см і вище) спостерігаються відступи від закону Ома, викликані порушенням вказаної пропорційності. З підвищенням температури провідність електролітів збільшується із-за збільшення рухливості (тобто зменшення в'язкості рідини) і ступеня дисоціації, тобто відсотка дисоційованих молекул.

1.5. Магнетизм і електромагнетизм

1.5.1. Постійне магнітне поле у вакуумі і речовині

Електричне поле по суті становить лише частне становище електромагнітного поля. Як було сказано на початку, електромагнітне поле, та його стан описуються непрямо: по дії поля на пробний заряд, що вноситься в полі. Сила, що діє на заряд в електромагнітному полі, в загальному випадку розпадається на два доданки: одне з них не залежить від швидкості руху заряду і описує електричну складову електромагнітного поля, інше – залежить від швидкості руху заряду. Воно звертається в нуль, якщо швидкість руху заряду дорівнює нулю. Цей доданок описує магнітну складову поля. Стан електромагнітного поля, при якому елект-

рична складова поля або взагалі відсутня, або постійна в часі (і тому не впливає на магнітну складову), тобто $E = 0$, називаються магнітним полем. Основна характеристика електричного поля називається напруженістю електричного поля. Аналогічна характеристика магнітного поля називається магнітною індукцією і позначається через B . Напруженість електричного поля E вводиться на підставі формули для електричної сили: $F = qE$.

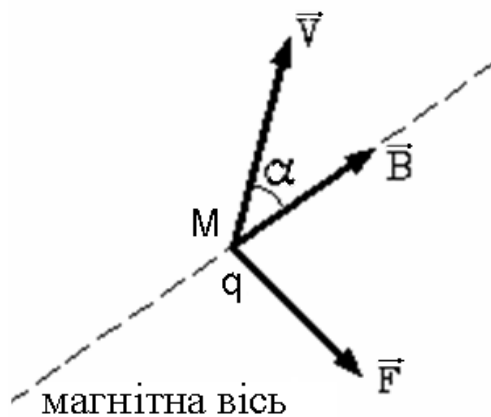


Рис. 1.18. Пояснення вибору напрямку магнітної індукції

Магнітна індукція вводиться на підставі формули для магнітної сили, яку нам належить встановити. Проте магнітна індукція ні за яких обставин не співпадає з магнітною силою (принаймні, за напрямом, рис. 1.18). Річ у тому, що не тільки модуль, але і напрям магнітної сили залежить від швидкості руху заряду. Тому сила може бути використана тільки побічно для визначення магнітної індукції. У кожній точці магнітного поля існує такий напрям, уздовж якого на рухому заряджену частинку магнітна сила не діє. Цей напрям можна назвати магнітною віссю. Істотно, що для кожної точки поля існує свій, відмінний від інших точок поля, напрям магнітної осі. Цей напрям вибирають за напрям вектора \vec{B} .

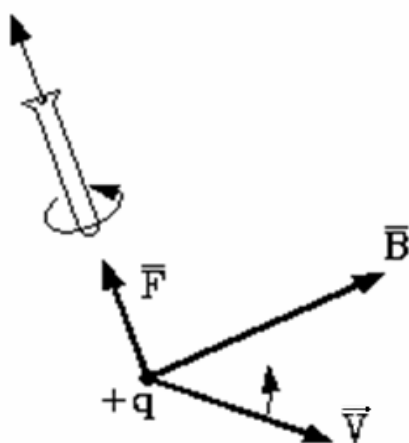


Рис. 1.19. Пояснення вибору напрямку магнітної сили

магнітною віссю (рис. 1.18). У вигляді формули ця залежність виглядає

Тим самим напрям вектора \vec{B} визначений. Слід визначити його модуль. Для цього з'ясуємо, як модуль магнітної сили залежить від заряду і від швидкості заряду v . Досвід показує, що ця залежність складна. По-перше, магнітна сила завжди направлена перпендикулярно і до швидкості рухомої частинки, і до магнітної осі, а за модулем пропорційна заряду, швидкості і синусу кута між швидкістю і

таким чином: $F \propto |q| \cdot v \cdot \sin \alpha$. Коефіцієнт пропорційності в цій формулі не залежить від параметрів частинки, і залежність визначається виключно полем. Цей коефіцієнт і береться за модуль магнітної індукції. В результаті формула для сили (у СІ) набуває вигляду:

$$F = B \cdot |q| \cdot v \cdot \sin \alpha. \quad (1.52)$$

Індукція B за модулем дорівнює магнітній силі, що діє на одиничний позитивний заряд, рухомий з одиничною швидкістю (1 м/с) перпендикулярно до магнітної осі. Якщо залежність вектора \vec{F} від двох інших (\vec{v} і \vec{B}) така, що цей вектор перпендикулярний до площини, утвореної іншими двома векторами, а за модулем пропорційний модулю цих векторів і синусу кута між ними, то вектор \vec{F} можна розглядати як векторний твір двох інших векторів (\vec{v} і \vec{B}). Це означає, що формула для магнітної сили в СІ може бути представлена у такому вигляді:

$$\vec{F} = q[\vec{v} \times \vec{B}] \quad (1.53)$$

Магнітна сила, що діє на рухомий позитивний заряд, направлена перпендикулярно до площини векторів \vec{v} і \vec{B} в ту сторону, в яку поступально переміщається правий гвинт, якщо його повертати по найкоротшій відстані від вектора \vec{v} до вектора \vec{B} (рис. 1.19). Чудовою властивістю магнітної сили є те, що її робота завжди дорівнює нулю. Це витікає з того, що магнітна сила перпендикулярна до швидкості частинки. Елементарне переміщення рухомої частинки направлене уздовж швидкості. Отже, скалярний твір сили на переміщення частинки (елементарна робота) рівний нулю. Таким чином, магнітне поле на відміну від електричного не в змозі безпосередньо передати енергію зарядженій частинці. Як приклад розглянемо рух зарядженої частинки в однорідному магнітному полі. Спочатку розглянемо випадок, коли частинка влітає в магнітне поле перпендикулярно до його силових ліній. В цьому випадку магнітна сила не в змозі вивести частинку з площини, перпендикулярної до поля, оскільки сама перпендикулярна до ліній поля. Враховуючи, що магнітне поле не здійснює роботи над зарядженою частинкою, її кінетична енергія за-

лишається постійною (залишається постійним модуль швидкості частинки). Магнітне поле здатне змінювати тільки напрям руху частинки. Тому нормальне прискорення відмінне від нуля. Запишемо рівняння руху частинки. Згідно другому закону Ньютона $m \frac{v^2}{R} = |q| v B$. Звідси витікає, що радіусом кривизни траєкторії руху частинки є постійна величина. Зі всіх плоских ліній тільки у кола радіус кривизни для всіх її точок один і той же. Отже, в даному випадку частинка рухається по колу з радіусом:

$$R = \frac{mv}{|q| B}. \quad (1.54)$$

Знайдемо період звернення частинки по колу. Для цього розділимо довжину кола на швидкість частинки:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{|q| B}. \quad (1.55)$$

Формула (1.55) показує, що в однорідному магнітному полі заряджена частинка рухається з періодом, не залежним від її швидкості, до тих пір, поки не позначається релятивістський ефект зростання маси із збільшенням швидкості. (Чим більша маса частинки, тим при більшій її енергії виявлятиметься релятивістське зростання маси. У електронів воно виявляється раніше всього.)

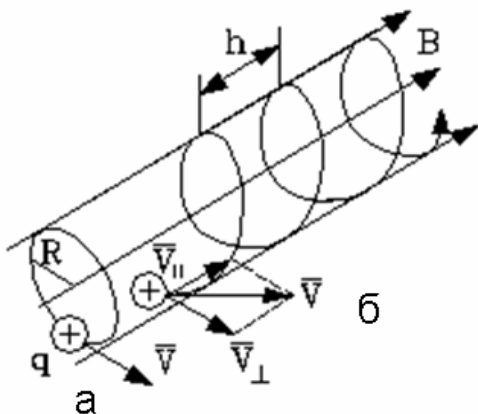


Рис. 1.20. Пояснення випадку, коли частинка влітає в однорідне магнітне поле під довільним кутом до ліній поля

Розглянемо тепер випадок, коли частинка влітає в однорідне магнітне поле під довільним кутом до ліній поля (рис. 1.20). У цьому випадку вона бере участь в двох рухах: уздовж ліній поля і перпендикулярно до цих ліній. При русі уздовж ліній поля на частинку не діє сила – вона рухається прямолінійно. Траєкторія руху в

Розглянемо тепер випадок, коли частинка влітає в однорідне магнітне поле під довільним кутом до ліній поля (рис. 1.20). У цьому випадку вона бере участь в двох рухах: уздовж ліній поля і перпендикулярно до цих ліній. При русі уздовж ліній поля на частинку не діє сила – вона рухається прямолінійно. Траєкторія руху в

площині, перпендикулярній силовим лініям поля, – коло. При складанні цих двох рухів одержуємо рівномірний рух частинки по гвинтовій лінії. Радіус цієї лінії і її крок визначаються формулами:

$$R = \frac{mv_{\perp}}{|q|B}, \quad h = Tv_{\parallel} = \frac{2\pi mv_{\parallel}}{|q|B}. \quad (1.56)$$

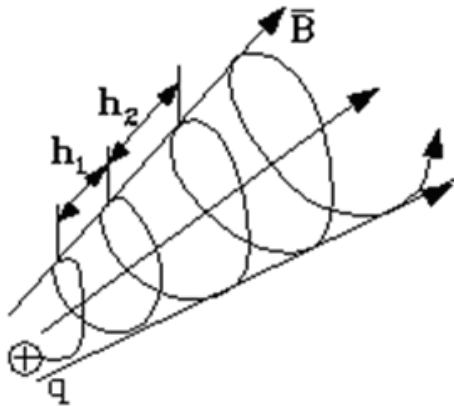


Рис. 1.21. Пояснення руху зарядженої частинки по гвинтовій лінії

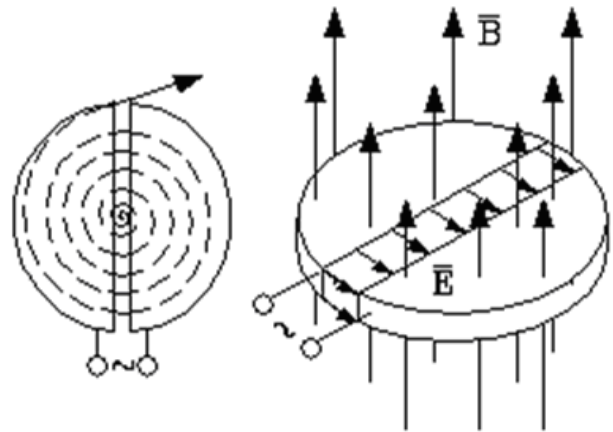


Рис. 1.22. Схема циклотрона

Якщо поле неоднорідне, то і в цьому випадку заряджена частинка рухається по гвинтовій лінії, що накручується на силову лінію, але з тим, що зростають у міру зменшення B радіусом і кроком (рис. 1.21).

Як застосування одержаних результатів розглянемо *циклотрон* - прискорювач важких частинок: протонів і іонів.

Схема циклотрона наведена на рис. 1.22. Між двома металевими напівциліндричними коробками (дуантами) утворений проміжок, в якому створено змінне синусоїдальне електричне поле (усередині дуантів електричне поле, як в замкнутих порожнинах, відсутнє). Джерело іонів знаходиться в центрі системи. Дуанти поміщають в магнітне поле. Потрапляючи в проміжок між дуантами, частинки прискорюються під дією електричного поля. У дуантах вони рухаються по відповідних ділянках спіралі під дією сили Лоренця. Частота руху частинки постійна до тих пір, поки не позначається релятивістський ефект зростання маси частинки. Ця частота визначається формулою:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{|q|B}{2\pi m}. \quad (1.57)$$

Відповідно до формули (1.57) підбирають частоту генератора, що створює електричне поле між дуантами: за цієї умови поле перемикається в такт, синхронно з попаданням частинки в зазор. Електрони не прискорюють на циклотронах, оскільки релятивістський ефект зростання маси у них виявляється при порівняно малих енергіях.

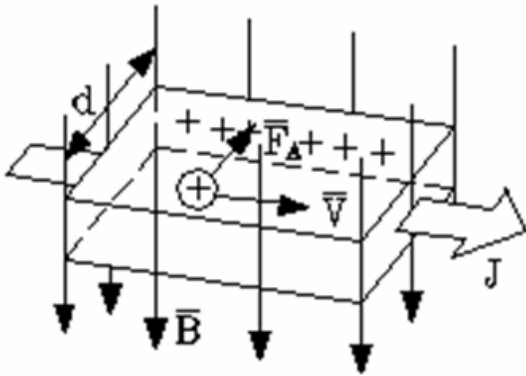


Рис. 1.23. Пояснення до вивчення ефекту Хола

Вивчимо ще один ефект, в якому виявляється сила Лоренця: *ефект Хола*. Розглянемо пластинку з провідника у формі паралелепіпеда (рис. 1.23), по якому тече струм в деякому (назвемо його – подовжній) напрямі. Пластинка поміщена в магнітне поле, лінії якого перпендикулярні до пластинки і направлені "на нас". На рухомі носії струму діє сила Лоренця, що завертає їх до бічних граней пластинки. Бічні грані заряджаються зарядами різних знаків – виникає поперечне електричне поле, як визначається з умови (рис. 1.23):

$$eE = evB = \frac{j}{n}B \quad (j = env). \quad (1.58)$$

Звідси поперечна різниця потенціалів знаходиться згідно формулі:

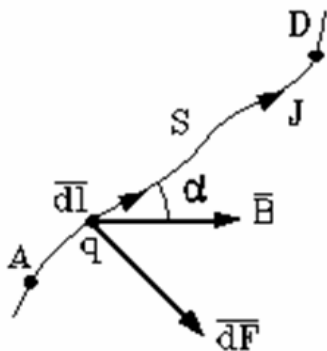
$$\Delta\varphi = Ed = \frac{1}{ne}djB = RdjB. \quad (1.59)$$

Коефіцієнт $R = \frac{1}{ne}$ називається *постійною Хола*. Знак постійної Хола, а отже, і поперечної різниці потенціалів (під дією якої в поперечному ланцюзі може протікати струм) залежить від знаку носіїв струму. Таким

чином, ефект Холу може служити індикатором характеру провідності (діркової або електронної) в напівпровідниках.

1.5.2. Закон Ампера. Робота над контуром із струмом

Звичайно рухомі заряди представлені у вигляді струмів, які течуть дротами. Розглянемо, з якою силою діє магнітне поле на провідник із струмом. З цією метою спочатку розглянемо малий елемент струму – струм на малій ділянці дроту dl (рис. 1.24). Ділянка dl заповнена зарядом dq . Заряд рухається зі швидкістю v , і на нього діє сила Лоренця:



$d\vec{F} = dq[\vec{v} \times \vec{B}]$.

$$d\vec{F} = dq[\vec{v} \times \vec{B}]. \quad (1.62)$$

Твір dqv можна представити в іншому вигляді, виразив заряд над силу струму :

$$dqv = dq \frac{dl}{dt} = Idl. \quad (1.63)$$

Рис. 1.24. Пояснення з якою силою діє магнітне поле на провідник із струмом

Час dt є тим проміжком часу, за який заряд dq проходить через перетин елемента дроту S . Відношення dq/dt є силою струму. Таким чином, сила, що діє на елемент струму I , визначається за формулою:

$$d\vec{F} = I[\vec{dl} \times \vec{B}] \text{ або } d\vec{F} = \vec{B} \cdot I \cdot dl \cdot \sin \alpha. \quad (1.64)$$

Ця сила називається **силою Ампера**. Сила Ампера пропорційна елементу струму d , магнітній індукції і синусу кута між елементом струму і магнітною індукцією. Так виражається сила Ампера для елемента струму. Сила ж Ампера, що діє на кінцеву ділянку дроту із струмом, знаходиться шляхом інтегрування елементарних сил:

$$F = \int_{a-b} dF. \quad (1.65)$$

Обмежимося розглядом окремого випадку: хай прямолінійна ділянка дроту з постійним струмом поміщена в однорідне магнітне поле (рис. 1.25). В цьому випадку всі елементарні сили dF будуть направлені однаково, а тому векторна інтеграція у формулі (1.64) може бути зведена до звичайного, скалярного інтегрування:

$$F = \int_{a-b} IB \sin \alpha dl = IB \sin \alpha \int_0^l dl = IBl \sin \alpha. \quad (1.66)$$

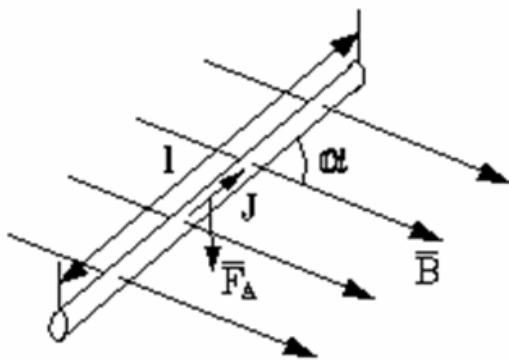


Рис. 1.25. Пояснення до напрямку сили Ампера

Отже, сила Ампера пропорційна силі струму, магнітній індукції, довжині провідника і синусу кута між напрямом струму і вектором магнітної індукції. Напрямок сили Ампера визначається *правилом правого гвинта*: правий гвинт потрібно повертати в напрямі від струму до індукції поля по найкоротшому шляху поступально переміщення гвинта вкаже напрям сили Ампера. Таким чином, магнітна сила перпендикулярна і до струму, і до індукції поля.

Розглянемо тепер поведінку в магнітному полі прямокутної рамки із струмом, що має нерухому вісь (рис. 1.26). Допустимо, що вісь рамки орієнтована перпендикулярно до ліній поля. Як рухатиметься рамка під дією сил Ампера? Сили, що діють на бічні сторони рамки ed , bc , орієнтовані назустріч один одному уздовж осі. Якщо рамка жорстка (що передбачається), то ці сили лише стискатимуть рамку і ніяк не позначаться на її русі. Сили ж Ампера, що діють на сторони db і ac , створять пару сил, момент яких повертатиме рамку навколо осі. Легко простежити за рухом рамки під дією моменту пари сил: спочатку момент збільшуватиме кутову швидкість рамки, поки вона не стане перпендикулярно до ліній поля (рис. 1.26 в), потім за інерцією рамка продовжуватиме рух, але момент пари її гальмуватиме доти, поки не зупинить у положенні, симетричному початковому. Потім рамка почне рухатися у зворотному напрямі. Виникнуть крутильні коливання рамки. Якщо в той момент, коли рамка встане перпендикулярно до ліній поля, змінити напрям струму на прямо протилеж-

ний (що легко досягається за допомогою пристрою, званого колектором), то рамка обертається в одному напрямі. За таким принципом працює двигун постійного струму, якір якого має безліч витків.

Знайдемо роботу моменту пари сил, що діють на рамку. Робота при обертальному русі визначається як твір моменту сили на кут повороту:

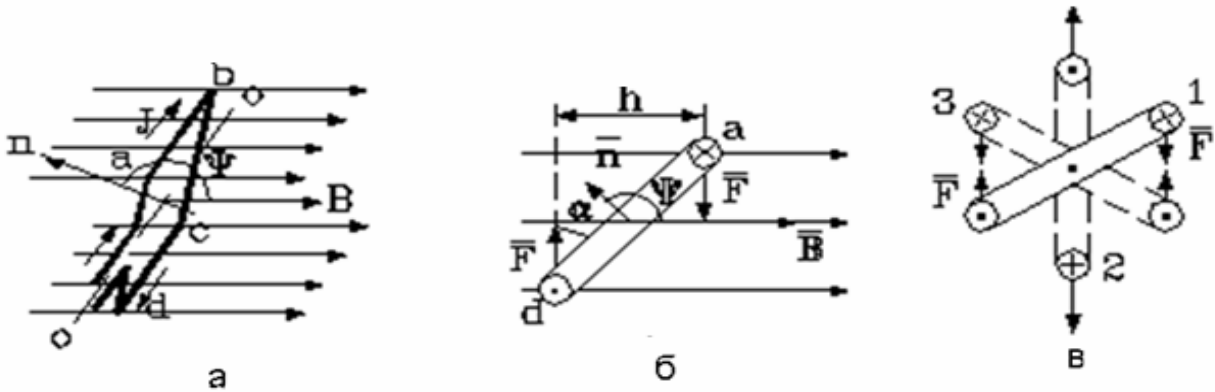


Рис. 1.26. Поведінка в магнітному полі прямокутної рамки із струмом, що має нерухому вісь

$$\sigma A = -Md\varphi = -IBl_1hd\varphi. \quad (1.67)$$

де h – плече пари сил; l_1 – довжина відрізка ab .

Позначимо довжину відрізка ea через l_2 . Згідно рис. 1.26 б $h = l_2 \sin \varphi$.

Отже:

$$\sigma A = -IBl_1l_2\varphi d\varphi = Id(BS \cos \varphi) = Id\Phi. \quad (1.68)$$

Де S – площа рамки, $\Phi = BS \cos \varphi$ – потік ліній магнітної індукції, які пронизують площу рамки.

Цінність одержаного результату полягає в тому, що він має загальний характер. Якщо у довільного контура із струмом в довільному магнітному полі унаслідок зміни самого магнітного поля міняється пов'язаний з ним (зчеплений) магнітний потік, то силами Ампера здійснюється робота, яка визначається за формулою:

$$\sigma A = I \cdot d\Phi. \quad (1.69)$$

Кінцева робота сил Ампера в контурі з постійним струмом визначається за формулою:

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1), \quad (1.70)$$

де $(\Phi_2 - \Phi_1)$ – приріст магнітного потоку, зчепленого з контуром.

У приведеному висновку мимоволі виникає питання, що викликає звичайно подив: сили Ампера логічно витікають з сил Лоренця, а сили Лоренця ніколи не в змозі здійснювати роботу над зарядами. Що ж здійснює роботу над провідниками із струмами, рухомими в магнітному полі?

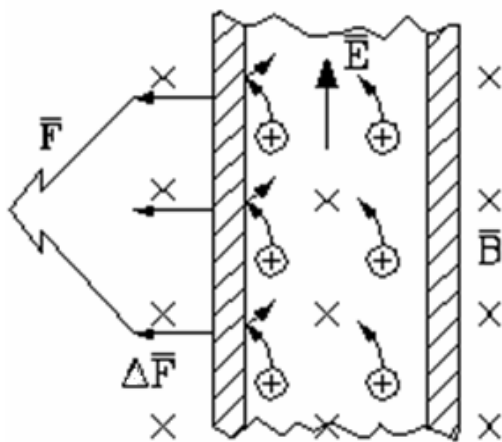


Рис. 1.27. Спрощена модель струму, поточного по провіднику

Чи не приходимо ми до логічної суперечності? Ні. Логічної суперечності в наших міркуваннях немає. В процесі здійснення роботи над провідниками із струмами в магнітному полі беруть участь не тільки сили Лоренця, але і сили взаємодії електронів, рухомих по провідниках, з атомами цих провідників. Останні сили і здійснюють роботу. Енергія, що витрачається на роботу, запозичується не від магнітного поля, а від джерела струму. Щоб краще з'ясувати, в чому тут справа, розглянемо спрощену модель струму, поточного

по провіднику. Допустимо, що по трубці (рис. 1.27) під дією електричного поля в середовищі, що чинить опір, рухаються заряджені кульки. Такий рух і представляє електричний струм у нашій моделі. Нехай трубка поміщена в магнітне поле (лінії поля перпендикулярні до площини малюнка). Під дією сил Лоренця траєкторія руху зарядів скривлюватиметься у бік стінок трубки і битися об неї. У бічному напрямі на дріт діятиме сила. Вона і є силою Ампера. Якщо дріт рухається у напрямі цієї сили, то, відскакуючи від рухомої стінки трубки, заряджені кульки втрачатимуть швидкість, тобто віддаватимуть стінці свою енергію. Після зіткнення енергія відновлюється за рахунок електричного поля. Отже, роботу здійснює електричне поле. Магнітне поле виступає лише посібником у перетворенні енергії.

1.5.3. Закон Био–Савара–Лапласа

Закон Био–Савара–Лапласа в теорії магнітного поля відповідає на аналогічне питання, що і закон Кулона в теорії електростатичного поля. Яке магнітне поле точкового заряду? На відміну від електричного поля магнітне поле не тільки впливає лише на рухомі заряди, але і створюється лише рухомими зарядами. Звичайно рухомі заряди представлені струмами. Тому і розглянемо постійний струм, що йде по дуже тонкому дроту. Дріт наповнений рухомим зарядом із швидкістю v . Виберемо малу ділянку дроту dl і заряд, його що заповнює, позначимо через dq . Нас цікавитиме магнітне поле від заряду dq в довільній точці простору M . Згадаємо закон Кулона. Напруженість електричного поля, що створюється зарядом dq , обернено пропорційна квадрату відстані від заряду до даної точки поля: $dE \sim dq/r^2$. Закон Био–Савара–Лапласа формулюється аналогічним чином. Індукція магнітного поля прямо пропорційна заряду і обернено пропорційна квадрату відстані від заряду. Проте магнітне поле ще залежить і від швидкості руху заряду: індукція магнітного поля пропорційна швидкості руху заряду і синусу кута між напрямом швидкості і радіуса-вектора, проведеного від заряду в дану точку поля. У вигляді формули закон Био-Савара-Лапласа записується таким чином:

$$dB = \frac{\mu_0 dq}{4\pi r^2} v \sin \alpha. \quad (1.71)$$

$\mu_0 / 4\pi$ – коефіцієнт в СІ, чисельно рівний 10^{-7} гн/м. Напрямок індукції поля dB визначається правилом правого гвинта: dB направлений перпендикулярно до елемента провідника d і до радіуса-вектора точки r , в якій визначаються параметри поля, його напрям співпадає з обертальним рухом правого гвинта, якщо його повертати від елемента струму до радіуса-вектора. Твір dqv можна перетворити таким чином $dqv = \frac{dq}{dt} dl = Idl$. Отже, формула закону Био–Савара–Лапласа приймає вигляд:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dq}{r^2} v \sin \alpha. \quad (1.72)$$

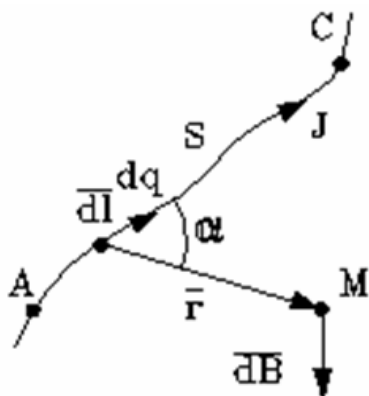


Рис. 1.28. До визначення магнітного поля від кінцевої ділянки струму

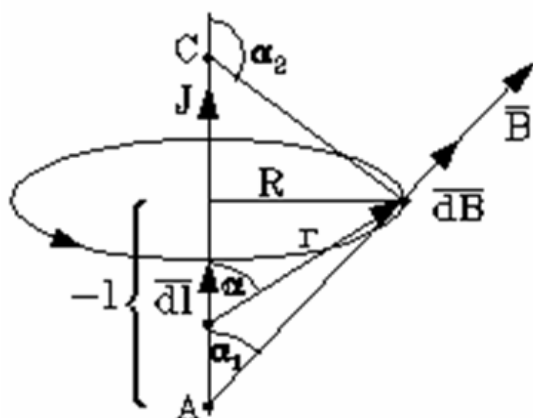


Рис. 1.29. Магнітне поле від тонкого прямолінійного дроту із струмом

зводиться до алгебраїчного інтегрування:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{AC} \frac{Idl}{r^2} \sin \alpha. \quad (1.73)$$

Щоб обчислити інтеграл, у підінтегральному виразі всі змінні повинні бути виражені через якусь одну. За таку змінну прийемо кут α . Запи-

У системі СГС цей же закон записується з коефіцієнтом $1/c$ (c – швидкість світла в см/с). Проте формула (1.72) визначає лише поле від елементу струму dI . Щоб мати можливість знайти результуюче магнітне поле від струму або магнітне поле від ділянки кінцевої довжини, потрібно скористатися принципом суперпозиції, який для магнітного поля виконується так же, як і для електричного. Отже, якщо нас цікавить магнітне

поле від кінцевої ділянки струму (наприклад, від ділянки AC на рис. 1.28), то слід узяти криволінійний векторний інтеграл такого вигляду: $B = \int_{A-C} dB$.

Це може виявитися непростим завданням. Ми обмежимося прикладами, в яких легко виконати інтегрування. Розглянемо магнітне поле від тонкого прямолінійного дроту із струмом. Елементарні поля від різних елементів струму в даному випадку направлені по одній прямій (рис.1.29), і векторне інтегрування

шемо очевидні співвідношення: $r = \frac{R}{\sin \alpha}$, $-lR \operatorname{ctg} \alpha$, $dl = \frac{R}{\sin^2 \alpha} d\alpha$ і їх підстановка у формулу (1.73) приводить до виразу:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (1.74)$$

Отже, поле прямолінійного провідника із струмом виражається формулою:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (1.75)$$

Якщо прямий дріт нескінченно довгий (його довжина значно перевищує відстань R), то $\alpha_1 = 0$, і поле описується такою формулою:

$$B = \frac{\mu_0 2I}{4\pi R}. \quad (1.76)$$

Очевидно, що магнітне поле в даному випадку володіє циліндровою симетрією, і його силовими лініями є концентричні кола, центри яких лежать на провіднику зі струмом. Той факт, що силові лінії магнітного поля замкнуті, є загальним для будь-якого магнітного поля. Цим магнітне поле радикально відрізняється від електростатичного, силові лінії якого завжди розімкнені: вони починаються на позитивних і закінчуються на негативних зарядах. Якщо на електричні заряди дивитися як на джерела електричного поля, то можна сказати, що магнітних зарядів в природі немає.

1.5.4. Взаємодія струмів

Розглянемо взаємодію двох паралельних тонких нескінченно довгих провідників з постійним струмом (рис. 1.30). Струм I_1 створює навколо себе поле B_1 , в якому знаходиться струм I_2 . За законом Ампера на

струм I_2 діє сила $F = I_2 B_1 l$. Оскільки індукція поля $B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{R} l$, то сила дії струму 1 на ділянку струму 2 завдовжки визначається формулою:

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} l. \quad (1.77)$$

Використовуючи правило правого гвинта (спочатку для визначення напрямку поля B_1 , а потім для визначення напрямку сили F згідно закону Ампера), переконуємося, що струми різного напрямку відштовхуються один від одного, а струми однакового напрямку – притягуються.

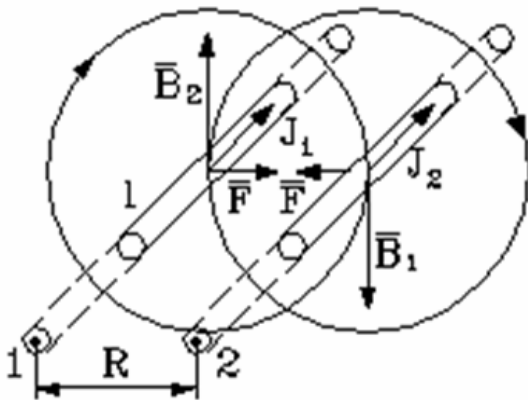


Рис. 1.30. **Взаємодія двох паралельних тонких нескінченно довгих провідників з постійним струмом**

На підставі формули взаємодії паралельних постійних струмів (1.77) визначається одиниця сили струму в СІ – Ампер. Ампером називається постійний струм, поточний по тонкому і нескінченно довгому дроту, який на такий самий струм, впливає з силою 2×10^{-7} ньютонів на один метр довжини дроту. Цим визначенням задається значення коефіцієнта $\mu_0 / 4\pi$.

Згідно визначенню ампера маємо:

$$2 \cdot 10^{-7} \text{ Н} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2 \cdot 1 \text{ А} \cdot 1 \text{ А}}{1 \text{ м}} \cdot 1 \text{ м}.$$

Всі коефіцієнти у формулах електродинаміки тим самим будуть визначені. У лабораторіях палат мір і вагів ампер реалізується не по взаємодії паралельних струмів (точне вимірювання сил взаємодії в цьому випадку важко виконати), а по взаємодії котушок, вставлених одна в іншу: якщо по котушках течуть струми, то одна котушка втягуватиметься в іншу за рахунок магнітних сил. Сила втягування котушки в цьому випадку може бути точно зміряна за допомогою аналітичних вагів. З іншого боку, на підставі законів електродинаміки силу втягування однієї котушки в іншу можна розрахувати. До розрахункової формули увійде коефіцієнт, значення якого визначено на підставі наведеного вище визначення ампера.

1.5.5. Магнітний диполь. Діа- і парамагнетики

Магнітним диполем називається круговий струм. Вивчимо магнітне

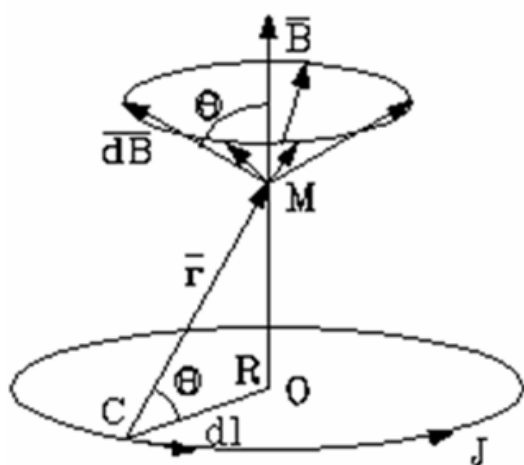


Рис. 1.31. Вивчення магнітного поля магнітного диполя

поле магнітного диполя. Прямі розрахунки проведемо лише для точок поля, які лежать на осі диполя (рис. 1.31). Скористаємося законом Біо-Савара-Лапласа і визначимо поле в точці M , створюване елементом струму $I dl$. Вектор поля dB розташований перпендикулярно до вектора r і до вектора dl . Індукції елементарних полів, що створюються іншими елементами кругового струму, визначаються аналогічним чином, так що вектори dB заповняють концеву поверхню з вершиною в точці M .

Вісью концевої поверхні є вісь диполя. Згідно принципу суперпозиції елементарні індукції необхідно скласти. В результаті векторного складання результуюче поле буде, очевидно, направлено по осі диполя. Модуль результуючої індукції поля B ми знайдемо, якщо складемо проекції елементарних індукцій на вісь диполя. Таким чином, схема обчислень зводиться до наступної:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{r^2}. \quad (1.78)$$

$$B = \oint_L dB \cos \Theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^2} \cos \Theta \oint_L dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \cos \Theta. \quad (1.79)$$

Згідно побудові кут Θ також рівний Θ . Отже $\cos \Theta = \frac{R}{r}$ і:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I\pi R^2}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2IS}{r^3}, \quad (1.80)$$

де S - площа, обмежена струмом.

У центрі диполя магнітне поле визначається формулою:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I\pi}{R}. \quad (1.81)$$

Можна показати, що далеко від диполя не тільки у напрямі осі, але і в довільному напрямі, поле убуває обернено пропорційно до куба відстані від диполя r і зростає прямо пропорційно твору S . У цьому відношенні поле магнітного диполя аналогічне полю електричного диполя.

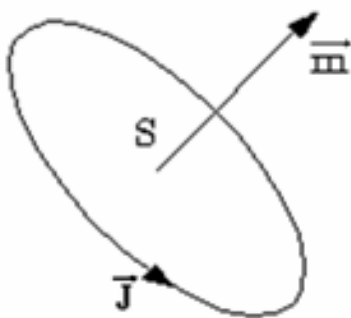


Рис. 1.32. Напрямок магнітного моменту диполя визначається правилом правого гвинта

Величина S , по суті, що визначає поле магнітного диполя, називається магнітним моментом. Як і електричні, магнітні моменти диполів є векторами. Напрямок магнітного моменту диполя визначається правилом правого гвинта: гвинт потрібно повертати по напрямку струму, його поступальне переміщення покаже на правління моменту m (рис. 1.32). Зіставимо поряд електричне поле електричного диполя і магнітне поле магнітного диполя (рис. 1.33): поблизу диполів поля різні: силові лінії електричного диполя розімкнені, магнітного – замкнуті.

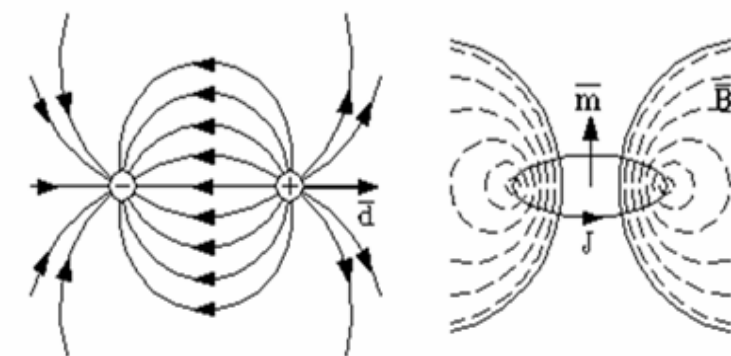


Рис. 1.33. Електричне поле електричного диполя і магнітне поле магнітного диполя

Далеко від диполів ці поля описуються однаково.

Звернемося тепер до вивчення речовин, що намагнічуються, тобто речовин, які в магнітному полі набувають власних магнітних полів. Такі речовини називаються магнетиками. *Магнетики* є

аналогами діелектриків. По суті, всі речовини без виключення є магнетиками, тільки ступінь їх намагнічення різний. Є речовини, які в звичайних

умовах (помірні температури) намагнічуються дуже сильно. У природі таких речовин небагато, і вони становлять невелику групу феромагнетиків. До них відносяться: залізо, кобальт, нікель, деякі з'єднання і сплави цих речовин. Саме феромагнетики знаходять дуже широке практичне і наукове застосування. Навпаки, всі інші речовини намагнічуються дуже слабо, так слабо, що, як правило, їх намагнічення виявляється непомітним.

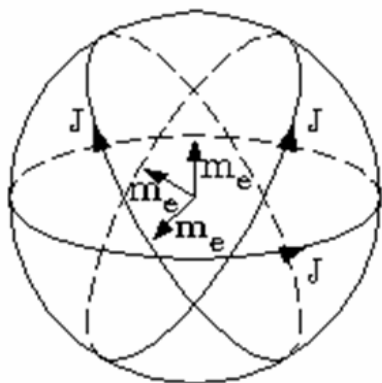


Рис. 1.34. Атом можна розглядати як систему струмів

Ці речовини, що слабо намагнічуються, слід розбити на два класи, механізм і властивості намагнічення яких істотно різняться. Один клас речовин називається діамагнетиками, інший – парамагнетиками. Відмінність цих класів речовин полягає в тому, що власне поле діамагнетиків направлене проти того зовнішнього поля, яке викликає намагнічення магнетиків; у парамагнетиків, власне поле направлене так само, як і зовнішнє. Зрозуміло, ця відмінність обу-

мовлена відмінністю в молекулярному механізмі намагнічення діа- і парамагнетиків, до розбору яких тепер і звернімося. Окремий атом складається з рухомих заряджених частинок, тобто атом можна розглядати як систему струмів (рис. 1.34). Кожна заряджена частинка атома, що здійснює рух по замкнутій траєкторії, може розглядатися як замкнутий струм з характерним для нього магнітним моментом m_e . Поля окремих струмів атома складаються. Але попередно можна скласти (векторний!) їх магнітні диполі – тоді поле результуючого диполя, принаймні далеко від диполя, співпадає з полем атома. Іншими словами, атом можна замінити його моделлю – диполем з магнітним моментом, рівним $\sum m_e = m$. Так і поступимо надалі.

У деяких атомів результуючий магнітний момент m рівний нулю. Речовини, що складаються з таких атомів, і є *діамагнетиками*. До них, наприклад, відносяться: вісмут, срібло, вода, азот, вуглекислота. Речовини ж, у яких результуючий магнітний момент атома відмінний від нуля, відносяться до *парамагнетиків*. Прикладами парамагнетиків є: хлористе залізо (FeCl_3), платина, алюміній, кисень. Займемося спочатку діамагнетиками. Як же вони намагнічуються, якщо їх атоми не мають

власних магнітних моментів i , отже, власних магнітних полів? Річ у тому, що електрони атома, поміщеного в зовнішнє магнітне поле, набувають

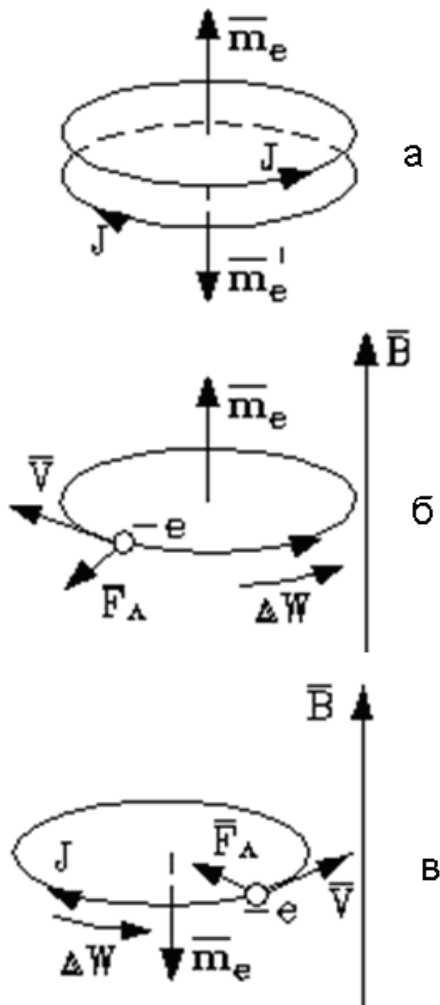


Рис. 1.35. Спрощена модель діамагнітного атома

додаткового обертання, обумовленого магнітним полем, і в полі діамагнітний атом набуває магнітного моменту i , отже, створює власне магнітне поле. Як це відбувається, розберемо на спрощеній моделі діамагнітного атома. Допустимо, що електронна оболонка атома складається лише з двох електронних струмів, лежачих в одній площині, але по-різному направлених (рис. 1.35).

Магнітні моменти цих струмів знищують один одного, і сумарний магнітний момент системи рівний нулю. Хай зовнішнє магнітне поле направлене перпендикулярно до площини електронних струмів, як вказано на рис. 1.35. Розглянемо поведінку кожного струму роздільно.

1. Струм утворює з вектором B правий гвинт (рис. 1.35 б). Сила Лоренца, що діє на електрон, зменшує відцентрову силу, що рівно-

сильно додатковому обертанню електрона зліва направо з кутовою швидкістю $\Delta\omega$. Знайдемо швидкість цього обертання.

Рівняння руху електрона має вигляд: $mw^2R = F$ (w^2R - центростріміке прискорення). За наявності ж поля рівняння зміниться:

$$m(w-\Delta W)^2 R = F - e(v-\Delta v)B \quad (v = wR, \Delta v = \Delta wR), \text{ або:}$$

$$mw^2R - 2mw\Delta wR + m(\Delta w)^2 R = F - eRwB + eR\Delta wB. \quad (1.82)$$

Звичайно індукція поля B мала. Тому $\Delta\omega$ і B – малі величини. Члени $m(\Delta\omega)^2 R$ і $eRD\omega B$ – малі величини другого порядку. Опускаючи їх, одержимо $2m\omega D\omega R = eR\omega B$. Звідки витікає, що:

$$\Delta W = \frac{e}{2m} B. \quad (1.83)$$

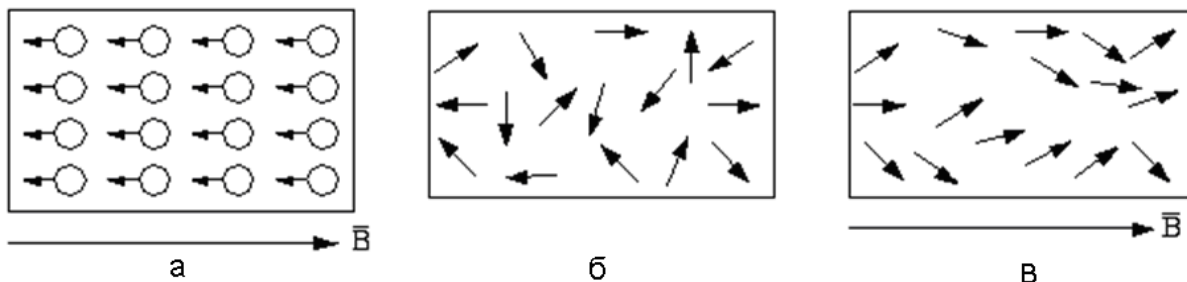


Рис. 1.36. Механізм намагнення діамagnetиків і парамагнетиків

2. Розглянемо другий електронний струм. Струм утворює з полем лівий гвинт (рис. 1.35 в). Тепер сила Лоренця підсилює відцентрову силу, і швидкість електрона зростає, тобто електрон одержує додаткове обертання в тому ж напрямі зліва направо. Легко переконатися, що величина додаткової кутової швидкості залишається колишньою, визначуваною формулою (1.83). Сполучаючи струми в одне ціле, бачимо, що весь атом у полі B одержує додаткове обертання з кутовою швидкістю $eB/2m$. Напрямо додаткового струму від такого обертання обернений напряму обертання електронів (напрямо струму визначається по руху позитивних зарядів). Тому можна сказати, що діамagnetний атом у магнітному полі набуває відмінного від нуля магнітного моменту, направлений проти поля B . Такий висновок ми одержали для моделі атома. Але виявляється що він повністю розповсюджується і на будь-який реальний атом. Цей висновок дозволяє лише феноменологічно зрозуміти механізм намагнення діамagnetиків. Звернемося до діамagnetу в цілому. За наявності зовнішнього магнітного поля всі атоми діамagnetика набувають магнітних моментів одного і того ж напрямку, протилежного зовнішньому полю. Поля магнітних диполів-атомів при складанні підсилюють один одного, і магнетик набуває власного магнітного поля протилежного із зовнішнім полем напрямку (рис. 1.36 а). Усередині магнетика магнітне поле ослаблюється. Проте намагнення діамagnetика має місце лише у присутності зовнішнього поля. При знятті поля діамagnetний ефект негайно зникає. Намагні-

чення магнетиків (будь-якого класу) характеризується вектором намагніченості, який визначається як векторна сума магнітних моментів атомів магнетика в одиниці об'єму:

$$M = \sum_{\text{од.об'єму}} m. \quad (1.84.)$$

Нагадаємо, що аналогічним чином визначається вектор поляризації діелектриків. Частота додаткового обертання, яке одержують атоми діаманетика в магнітному полі, пропорційна індукції поля. У зв'язку з цим і вектор намагніченості в магнетикі пропорційний індукції поля B , але протилежно з нею направлений.

Звернімося тепер до парамагнетика. Діамагнітний ефект торкається всіх атомів без виключення. Тому він має місце і в парамагнетикі. Проте так званий параефект звичайно перебиває діаефект, і останнім можна нехтувати. У парамагнетиків атоми вже і без поля мають магнітні моменти. Але без поля вони орієнтовані безладно, як показано на рис. 1.36 б. Поля диполів складаються, але із-за повного безладу в їх напрямках результуюче поле буде нульовим. Магнетик без поля не намагнічений, $M = 0$. При внесенні парамагнетика в полі всі атоми одержують додаткове обертання, про яке мовилося вище. І якби не було теплових зіткнень атомів, то нічого нового порівняно з діамагнетиками і не спостерігалось б. Але теплові зіткнення за наявності додаткового обертання атомів збиватимуть магнітні моменти у напрямі поля. До речі, цей ефект, виявляється, неможливо пояснити в рамках класичної механіки. Він має суто квантову природу. Але так чи інакше моменти атомів у полі прагнуть орієнтуватися по полю, і вектор намагніченості (сума магнітних моментів) стає відмінним від нуля і направленим по полю. У цьому і полягає парамагнітний ефект. Треба помітити, що теплові зіткнення тут, як і в поляризації полярних діелектриків, відіграють подвійну роль. Якби їх не було взагалі, то не було б і ефекту. Але їх посилення зменшує ефект, тобто посилення безладних зіткнень веде до збільшення безладу в розташуванні магнітних моментів. Із збільшенням температури вектор намагніченості зменшується за законом зворотної пропорційності M/T . Картина намагнічення парамагнетиків виглядає так, як вона представлена на рис. 1.36 в. Як і у разі діаманетика намагнічення парамагнетика має місце

лише за наявності зовнішнього поля. У відсутності магнітного поля намагнічення парамагнетика повністю зникає.

Намагнічення магнетиків можна характеризувати не тільки вектором намагніченості, але і так званими зв'язаними струмами. Подивимося,

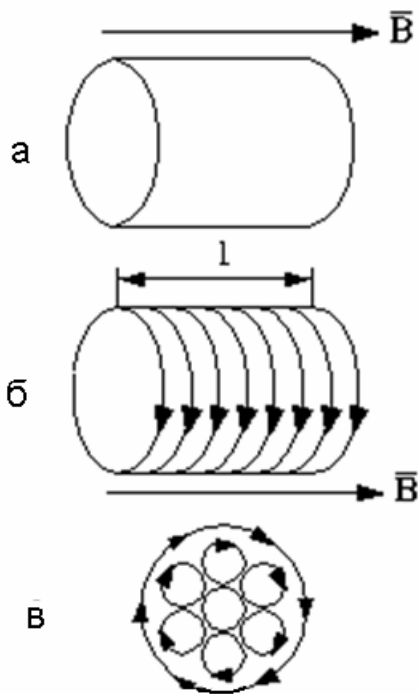


Рис. 1.37. Спрощена модель появи зв'язаних струмів у магнетику

(правда, лише в однорідному магнетику). По поверхні циліндра течуть зв'язані струми. Циліндр нагадуватиме котушку із струмом – соленоїд, як показано на рис. 1.37 в. Таким чином, намагнічення можна характеризувати ще й щільністю поверхневих зв'язаних струмів: струмом, що доводиться на одиницю довжини, яка створює циліндр.

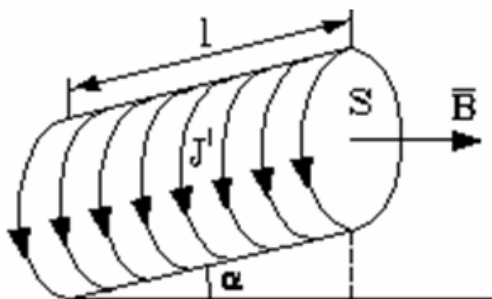


Рис. 1.38. До знаходження повного магнітного моменту циліндра

як вони з'являються. Нехай зразок з магнетика у вигляді циліндра поміщений в магнітне поле так, як показано на рис. 1.37. Зобразимо атоми-диполі магнетика з торця циліндра. Кожен диполь усередині циліндра оточений з усіх боків іншими диполями, так що струм диполя як би компенсується струмами від інших диполів (рис. 1.37 в). Це стосується всякого диполя, розташованого всередині циліндра. Але диполі у бічній поверхні циліндра поставлені в інші умови: вони оточені сусідами тільки з одного боку. Тільки з одного боку відбудеться компенсація струмів. Результуюча картина зв'язаних струмів буде такою: усередині магнетика струми компенсуються

тільки з одного боку відбудеться компенсація струмів. Результуюча картина зв'язаних струмів буде такою: усередині магнетика струми компенсуються

тільки з одного боку відбудеться компенсація струмів. Результуюча картина зв'язаних струмів буде такою: усередині магнетика струми компенсуються

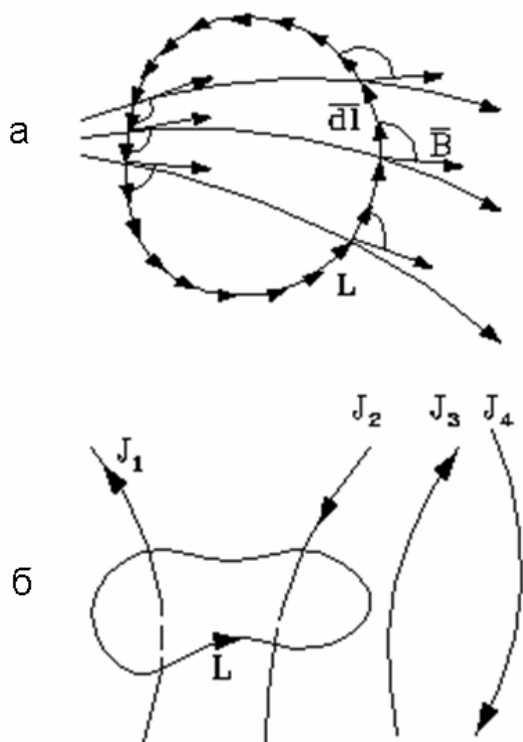
мо повний магнітний момент циліндра двома способами: 1) дивитимемося на циліндр як на один диполь, тоді його магнітний момент $M = I \cdot S = j \cdot l S$; 2) знайдемо магнітний момент циліндра як суму моментів атомів-диполів $|\sum m| = M l S \cos \alpha$. Отже:

$$j' = M \cos \alpha . \quad (1.85)$$

Поверхнева щільність зв'язаних струмів дорівнює проекції вектора намагніченості на напрям створюючої циліндра. Цей висновок нам знадобиться надалі. Тепер має сенс розглянути механізм намагнічення ферромагнетиків. Проте перш ніж приступити до вивчення ферромагнетиків, визначимо деякі нові важливі величини.

1.5.6. Теорема про циркуляцію магнітного поля у вакуумі (випадок постійних струмів)

Введемо нове поняття теорії електромагнітного поля: поняття циркуляції вектора.



Розглянемо довільне магнітне поле, що створюється струмами. Поняття циркуляції ув'язується із замкнутим контуром. Виберемо в полі довільний контур L (рис. 1.39 а). Розіб'ємо його на малі елементи певного напрямку. Для кожного елемента в точці його початку побудуємо вектор магнітної індукції і складемо скалярний твір елемента контура на вектор індукції: Bdl . Потім складемо суму (точніше інтеграл) з цих скалярних творів по всьому контуру: $\oint_L Bdl$.

Отриманий таким чином криволінійний інтеграл і називається циркуляцією вектора (в даному випадку вектора магнітної індукції). Циркуляція вектора

Рис. 1.39. Модель отримання циркуляції вектора B

вектора E в електростатичному полі дорівнює нулю. Насправді, інтеграл

$\int_1^2 E dl$ рівний приросту потенціалу між двома точками електростатичного поля $\varphi_2 - \varphi_1$. Якщо ж крива повертається в початкову точку (стає замкнутою), то, тобто циркуляція напруженості поля дорівнює нулю. Проте в неелектростатичному (електричному) полі циркуляція вектора E , взагалі кажучи, відмінна від нуля. Розглянемо важливу теорему про циркуляцію вектора індукції магнітного поля для окремого випадку, коли поле викликане постійними струмами.

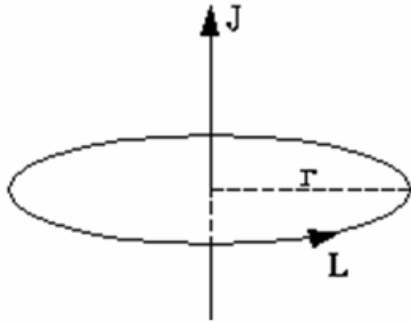


Рис. 1.40. Силова лінія, вибрана як контур у полі, що створюється прямим провідником із струмом

Теорема. У магнітному полі постійних струмів циркуляція вектора магнітної індукції по довільному контуру пропорційна сумі алгебри струмів, що охоплюються даним контуром тих, що зачіпляють даний контур:

Теорема. У магнітному полі постійних струмів циркуляція вектора магнітної індукції по довільному контуру пропорційна сумі алгебри струмів, що охоплюються даним контуром тих, що зачіпляють даний контур:

$$\oint_L B dl = \mu_0 \sum_k I_k. \quad (1.86)$$

Струм вважається позитивним, якщо він утворює правий гвинт з напрямом обходу контура, і негативним – інакше. Наприклад, для контура, зображеного на рис. 1.39 б, циркуляція вектора B пропорційна $(J_1 - J_2)$. Розглянемо спочатку окремий випадок: у полі, що створюється прямим провідником із струмом, як контур вибрана силова лінія (рис. 1.40). У цьому випадку циркуляція вектора магнітної індукції знаходиться елементарним обчисленням:

$$\oint_L B dl = 2\pi B = 2\pi \frac{\mu_0 2I}{4\pi r} = \mu_0 I.$$

Ми переконуємося, що для даного випадку теорема вірна. Тепер деформуємо контур (рис. 1.41) Заздалегідь перетворимо підінтегральний вираз в циркуляції вектора B ($B dl$). Елемент довжини контура розкладе-

мо на дві складові: паралельну струму (dl_{\parallel}) і перпендикулярну до нього (dl). Тоді $Bd\bar{l} = Bd\bar{l}_{\parallel} + Bd\bar{l}_{\perp}$.

Але вектори B і dl_{\parallel} взаємно перпендикулярні, а значить $Bdl_{\parallel} = 0$.

Отже, з рис. 1.41 б видно, що $Bdl = \frac{\mu_0}{2\pi} Id\varphi$. Легко обчислити і циркуляцію:

$$\oint_L Bdl = \frac{\mu_0}{2\pi} I \int_0^{2\pi} d\varphi = \mu_0 I. \quad (1.87)$$

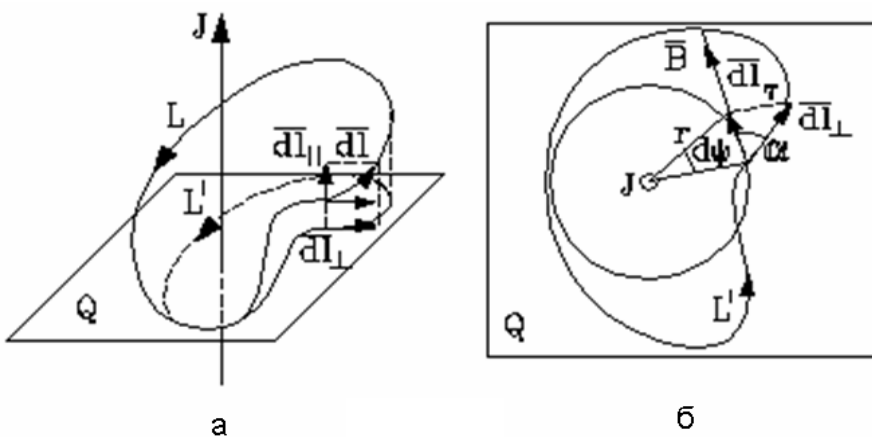


Рис. 1.41. **Випадок деформованого контуру**

Теорема підтверджується і для складнішого випадку.

Розглянемо тепер контур, не зчеплений із струмом J (рис. 1.42). В цьому випадку межі інтегрування по куту вибираються інакше:

$$\oint_L Bdl = \frac{\mu_0}{2\pi} Id \left(\int_0^{\psi_0} d\varphi + \int_{\psi_0}^0 d\varphi \right) = 0. \quad (1.88)$$

Циркуляція вектора B дорівнює нулю, що знаходиться в повній відповідності з теоремою. Таким чином, теорема доведена для випадку поля, утвореного прямим провідником із струмом. Узагальнення теорема

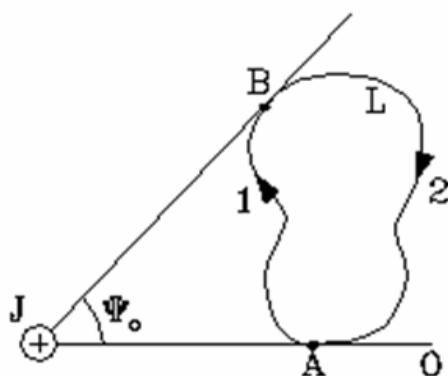


Рис. 1.42. **Контур, не зчеплений із струмом J**

на випадок довільного за формою одиночного лінійного провідника із струмом приймемо без доказу. Узагальнимо теорему на загальний випадок довільної сукупності струмів (рис. 1.43). Узагальнення проводиться на підставі принципу суперпозиції магнітних полів. Теорема виконується

для кожного з провідників із струмом окремо, тобто виконується рівність:

$$\oint_L B_1 dl = \mu_0 I_1, \quad \oint_L B_2 dl = \mu_0 I_{21}, \quad \oint_L B_3 dl = 0.$$

одержуємо:

$$\oint_L B dl = \mu_0 \sum_k I_k, \quad \text{де } B = \sum_i B_i. \quad (1.89.)$$

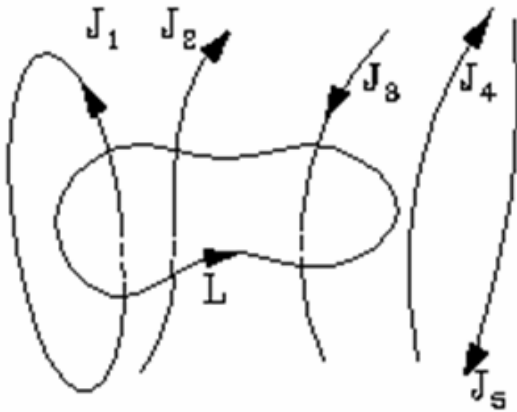


Рис. 1.43. Загальний випадок довільної сукупності струмів

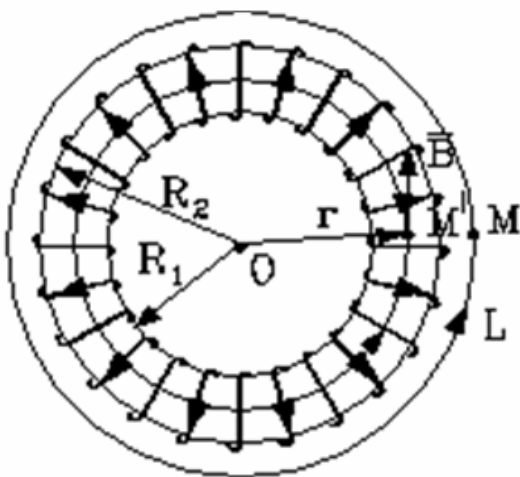


Рис. 1.44. Визначення поля у тороїді

$$\oint_L B dl = \oint_L B dl = 2\pi B.$$

$\sum_k I_k$ включає лише струми, зчеплені з контуром.

У теорії магнітного поля теорема про циркуляцію відіграє таку ж важливу роль, як і теорема про потік електричного поля (теорема Гауса) в електростатиці. На підставі теореми про циркуляцію можна вирішувати задачі, пов'язані із знаходженням магнітних полів. Розглянемо одне з таких завдань.

Поле тороїда. Нехай струм тече по дроту, однорідно намотаному на тороїд, як показано на рис. 1.44. У розподілі струму в просторі спостерігається осьова симетрія. Очевидно, ця симетрія відобразиться і на магнітному полі. Оскільки силові лінії поля замкнуті, то з осьової симетрії поля виходить, що вони є колами, центри яких лежать на осі симетрії. Крім того, осьова симетрія поля веде до того, що поле в усіх точках даної силової лінії одне і те ж. З цих властивостей поля витікає, що циркуляцію поля по силовій лінії легко обчислити таким чином:

да. Проведемо через вибрану точку силову лінію і обчислимо циркуляцію поля по ній згідно виведеній формулі. Але даний контур не охоплює жодного провідника зі струмом. Згідно теоремі циркуляція вектора B в даному випадку дорівнює нулю. Звідси витікає, що в зовнішній області тороїда магнітне поле відсутнє.

Розглянемо точку всередині тороїда (т. M'), і також як контур виберемо силову лінію. Тепер з контуром зчеплені всі витки тороїда. Сумарний струм, зчеплений з контуром, рівний NI , де N – повне число витків тороїда. Таким чином, рівняння для циркуляції вектора B по колу, на якому лежить точка M' , має вигляд: $2\pi B = \mu_0 NI$. Отже, поле усередині тороїда визначається формулою:

$$B = \frac{\mu_0 N}{2\pi r} I. \quad (1.90)$$

Якщо тороїд тонкий ($R_2 - R_1 \ll R_2$):

$$B = \mu_0 n I. \quad (1.91)$$

Індукція магнітного поля усередині тонкого тороїда пропорційна силі струму, що доводиться на одиницю довжини тороїда nI . Припустимо, що радіус тороїда нескінченно зростає, за умови, що товщина залишається незмінною. Тоді кривизна тороїда прагнуть до нуля, тобто якусь частину тороїда можна буде розглядати як ділянку нескінченно довгого соленоїда. Індукція поля не залежить від радіусу тороїда. Вона без зміни матиме місце і для даного граничного випадку.

Таким чином, і поле нескінченно довгого соленоїда цілком поміщено усередині соленоїда, де воно однорідне, і визначається формулою (1.91.). У реальних, кінцевих соленоїдах на торцях має місце краєвий ефект, спотворення поля: поле виходить назовні соленоїда, але поза соленоїдом залишається слабким.

1.5.7. Теорема про циркуляцію магнітного поля в речовині

Доведена теорема про циркуляцію відноситься до будь-якого випадку магнітного поля за умови, якщо воно створене постійними струмами.

Вона виконується і за наявності магнетика, в якому в присутстві зовнішнього поля виникають зв'язані струми. В цьому випадку в праву частину рівняння для циркуляції вектора B

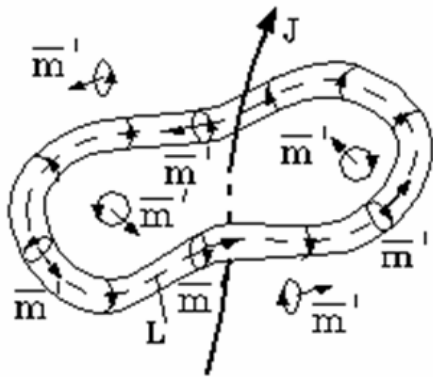


Рис. 1.45. Провідник зі струмом, поміщений в магнетик

повинні увійти як вільні, так і зв'язані струми. Розглянемо такий випадок. Нехай провідник зі струмом поміщений в магнетик (рис. 1.45). Магнетик може бути неоднорідним і мати межі (ми розглядаємо загальний випадок). Яка циркуляція вектора індукції магнітного поля по контуру L ? Вона пропорційна сумі струмів, зчеплених з контуром. Окрім струму J потрібно врахувати

зв'язані струми молекул магнетика. Молекули ми уподібнюємо магнітним диполям. Тільки частина диполів-молекул нанизані на контур. Ці диполі як би утворюють якусь трубку, по поверхні якої тече струм. Рівняння для циркуляції вектора B матиме вигляд:

$$\oint_L B dl = \mu_0 (I + \sum I'). \quad (1.92)$$

Другий член справа – це зв'язаний струм, зчеплений з контуром. Його можна представити у вигляді деякого інтеграла. Введемо лінійну щільність поверхневого струму на трубці (j'). Це сила струму, що доводиться на одиницю довжини трубки. Тоді сила струму того, що доводиться на елемент довжини трубки d , буде дорівнює $j'd$. Струм же, поточний по поверхні всієї трубки, визначається інтегралом $\oint_L I' dl$. Отже, рівняння

для циркуляції прийме вигляд: $\oint_L B dl = \mu_0 (I + \oint_L I' dl)$. Тепер можна скористатися формулою (1.92), що зв'яже щільність струму на поверхні трубки з вектором намагніченості. Рівняння для циркуляції переписеться у вигляді $\oint_L B dl = \mu_0 (I + \oint_L M \cos \alpha dl)$. Перетворимо його:

$$\oint_L \left(\frac{B}{\mu_0} - M \right) dl = \sum_k I_k. \quad (1.93)$$

Тут враховано, що $M \cos \alpha dl = Mdl$, і що в загальному випадку з контуром може бути зчеплений не один вільний струм. Вектор називається напруженістю магнітного поля. При введенні такого поняття теорема про циркуляцію формулюватиметься у вигляді наступного співвідношення:

$$\oint_L H dl = \sum_k I_k. \quad (1.94)$$

Циркуляція вектора напруженості магнітного поля дорівнює сумі вільних струмів, зчеплених з контуром. Зв'язані струми, завдяки введенню поняття вектора напруженості магнітного поля, не входять явно в рівняння для циркуляції. У цьому і слід убачати сенс введення нового поняття – напруженості магнітного поля. Воно вводиться з чисто формальних, розрахункових міркувань, з міркувань зручності. Ніякого фізичного сенсу поняття напруженості магнітного поля не має. Це видно з його визначення (1.94). Вектор напруженості поля по суті становить різницю двох векторів: індукції магнітного поля і намагніченості магнетика. Але ці два вектори характеризують абсолютно різну фізичну сутність: перший є характеристикою поля, а другий – характеристикою речовини. Можна знайти які-небудь формальні тлумачення для вектора H , але вони не можуть додати якийсь фізичний сенс цій величині.

Вектор намагніченості M визначається індукцією поля B в магнетик. В ізотропних пара- і діамагнетиках цей вектор пропорційний вектору B . Тоді з формули (1.94) виходить, що для цих речовин вектор M буде пропорційний і вектору H . Саме цю залежність M від H (а не залежність M від B) беруть на практиці за основу, тобто закон для вектора намагніченості записують у наступному вигляді:

$$M = \chi H. \quad (1.95)$$

($\chi > 0$ у парамагнетиків і $\chi < 0$ у діамагнетиків). Коефіцієнт пропорційності в цій формулі називається *магнітною сприйнятливістю*. Для пара- і

діамагнетиків він не залежить від H , і має сенс його ввести як самостійне поняття. Тоді згідно формулі (1.94) для вектора B одержуємо наступний вираз:

$$B = \mu_0(1 + \chi)H. \quad (1.96)$$

Множник $1 + \chi = \mu$ називається магнітною проникністю, і одержане співвідношення між B і H переписується у вигляді:

$$B = \mu\mu_0H \text{ (у СІ)}. \quad (1.97)$$

У пара- і діамагнетиках є величина постійна, така, що цілком характеризує речовину, і цим, як і для, цілком виправдано її введення у фізику. У феромагнетиків визначаються не тільки властивостями речовини, але є і функцією поля, що накладає на поняття магнітної проникності феромагнетика елемент умовності. Проілюструємо зручність введення поняття напруженості магнітного поля на прикладі соленоїда. Якщо соленоїд має сердечник (наприклад, залізний), то формула для індукції поля B має вигляд:

$$B = \mu(H)\mu_0nJ. \quad (1.98)$$

У цій формулі залежність $\mu(H)$ може бути визначена лише емпірично. Але для вектора H формула має простий вигляд: $H = nJ$. Напруженість магнітного поля дорівнює твору числа витків, що доводяться на одиницю довжини соленоїда, на силу струму. Таким чином, вимірювання H не складає ніяких труднощів. На завершення звернемо увагу на те, що в електростатиці нам довелося також ввести дві характеристики поля: напруженість і електричний зсув – E і D . Співвідношення між ними аналогічне співвідношенню (1.97):

$$D = \epsilon\epsilon_0E. \quad (1.99)$$

Але за своїм сенсом формули (1.99) і (1.94) істотно відрізняються: у електростатиці вектор напруженості має фізичний сенс, а вектор електричного зсуву є допоміжною, штучною величиною. У теорії магнітного

поля навпаки: вектор магнітної індукції має фізичний сенс, а напруженість – штучне поняття.

1.5.8. Феромагнетизм

Феромагнетики істотно відрізняються від парамагнетиків. Чим же?

1. Феромагнетики дуже сильно намагнічуються. Якщо у парамагнетиків μ близька до одиниці, то у феромагнетиків μ звичайно вимірюється тисячами, десятками, сотнями тисяч, а то і мільйонами. Тому у феромагнетиків практично $\mu = \chi$, а, отже:

$$B = \chi\mu_0 H = \mu_0 M. \quad (1.100)$$

2. У феромагнетиків спостерігається залишковий магнетизм. Якщо залізний предмет помістити в магнітне поле, а потім вийняти, то предмет зберігає намагніченість, тобто сам стає магнітом.

3. Залежність вектора намагніченості від напруженості магнітного поля у парамагнетиків лінійна, а у феромагнетиків – істотно нелінійна.

Феромагнетики виявляють магнітний *гістерезис*. Сутність цього явища полягає в тому, що намагніченість феромагнетика залежить від його передісторії. Зупинимося на гістерезисі докладніше.

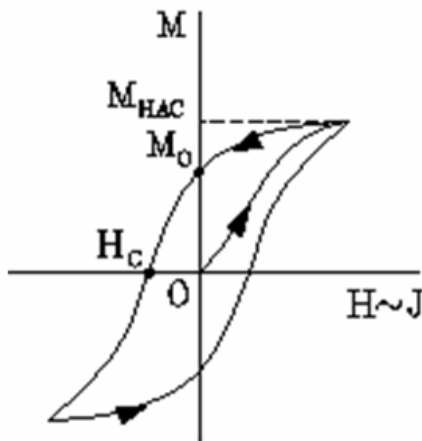


Рис. 1.46. До вивчення магнітного гістерезису

Допустимо, що знімається крива намагнічення на підставі схеми, яка представлена на рис. 1.46. Сила струму в обмотці феромагнітного сердечника спочатку збільшується, збільшується і вектор намагніченості або вектор магнітної індукції згідно формулі (1.100), ці два вектори пропорційні один одному. При достатньо великій силі струмі настає насичення, коли її подальше зростання не позначається на

намагніченості сердечника. Якщо тепер зменшувати силу струму в обмотці, то крива розмагнічування не повторює криву намагнічення, перша пройде вище другою. У цій безповоротності намагнічення і розмагнічування і полягає явище гістерезису. Величина M_0 характеризує залишкову

намагніченість сердечника. Якщо змінити напрям струму і також поступово збільшувати силу струму, то при деякому значенні H_C сердечник повністю розмагнітиться. Це значення напруженості магнітного поля називається *коерцитивною силою*. При подальшому зростанні H сердечник намагнічуватиметься в протилежному напрямі. При зміні струму спочатку в одному, а потім в іншому напрямі вектор намагніченості і відповідно магнітна індукція опишуть петлю гістерезису. Чим ширша петля гістерезису, тим більше залишкова намагніченість. З іншого боку, із-за гістерезису сердечник додатково розігрівається, і чим ширша петля гістерезису, тим більші теплові втрати струму. Таким чином, для створення постійних магнітів використовуються висококоерцитивні феромагнітні матеріали (наприклад, вольфрамова сталь, різного роду спеціальні сплави), а при виготовленні сердечників трансформаторів, роторів машин, навпаки, застосовуються магнітні матеріали з дуже малою шириною петлі гістерезису.

Тепер зупинимося на поясненні феромагнетизму. Чому залізо сильно намагнічується навіть в слабких полях, а алюміній (типовий парамагнетик) майже зовсім не намагнічується навіть в сильних полях? Власні магнітні моменти атомів заліза того ж порядку, що і магнітні моменти атомів алюмінію. Ця обставина, здається, зближує феромагнетик з парамагнетиком. Потрібно взяти до уваги, що залізо й інші феромагнетики наділені феромагнітними властивостями лише при достатньо низьких температурах. У кожного феромагнетика існує деяка критична температура (вона називається температурою Кюрі), вище за яку речовина перестає бути феромагнетиком і стає парамагнетиком. У заліза температура Кюрі 77°C , у кобальта 115°C , у нікелю 36°C . Це підтверджує той факт, що атоми заліза в магнітному відношенні мало чим відрізняються від атомів алюмінію, справа, мабуть, в іншому. Температура, як відомо, впливає на результат взаємодії атомів.

Існування у феромагнетиків температури Кюрі підказує, що причина феромагнетизму лежить в особливостях взаємодії атомів. Власні магнітні моменти атомів складаються з моментів, обумовлених обертанням електронів біля ядер (орбітальних моментів), і з моментів, обумовлених спінами електронів (спин характеризує власне або внутрішнє обертання електрона. Відповідний йому момент називається спином). Спеціальні дослідження показують, що за феромагнетизм відповідні тільки моменти спинів. Останні, виявляється, володіють специфічною немагнітною взає-

модією (воно також називається спином), сутність якої зводиться до того, що моменти, спинів сусідніх атомів, прагнуть встати паралельно або антипаралельно один одному. Сила цієї взаємодії залежить від величини моментів, спинів, і розташування атому в кристалічній решітці. В одних речовин взаємодія, спину, більша, в інших – менша. У ферромагнетиків ця взаємодія така велика, що до відомої температури (температури Кюрі) вона виявляється, і спини сусідніх атомів дійсно встають паралельно один одному, а теплові зіткнення атомів не в змозі зруйнувати це розташування спинів.

Таким чином, залізо спонтанно намагнічене і завжди намагнічене до насичення. Якщо моменти, спинів, паралельні один одному, то сумарний момент – найбільший зі всіх можливих, і більше речовина не може бути намагніченою. У такому разі виникає питання, чому залізо в звичайному стані зовсім не намагнічене, а якщо і намагнічене, то не до насичення? Відповідь на це питання може бути надана термодинамікою. У тісному зв'язку з другим початком термодинаміки знаходиться принцип мінімуму вільної енергії термодинамічної системи: в умовах постійності температури і об'єму термодинамічна система, переходячи в рівновагу, прагне прийти в стан з мінімальною вільною енергією. Енергія магнітного поля магнетика є частиною вільної енергії тіла. Тому в умовах рівноваги система, через внутрішні мікроскопічні рухи, прагне зайняти стан, при якому у неї не було б магнітного поля. З іншого боку, дія, спину сусідніх атомів, прагне намагнітити магнетик до насичення. Як сумістити ці дві протилежні тенденції? Чи можна їх сумістити? Виявляється, можна. У рівновазі весь ма-

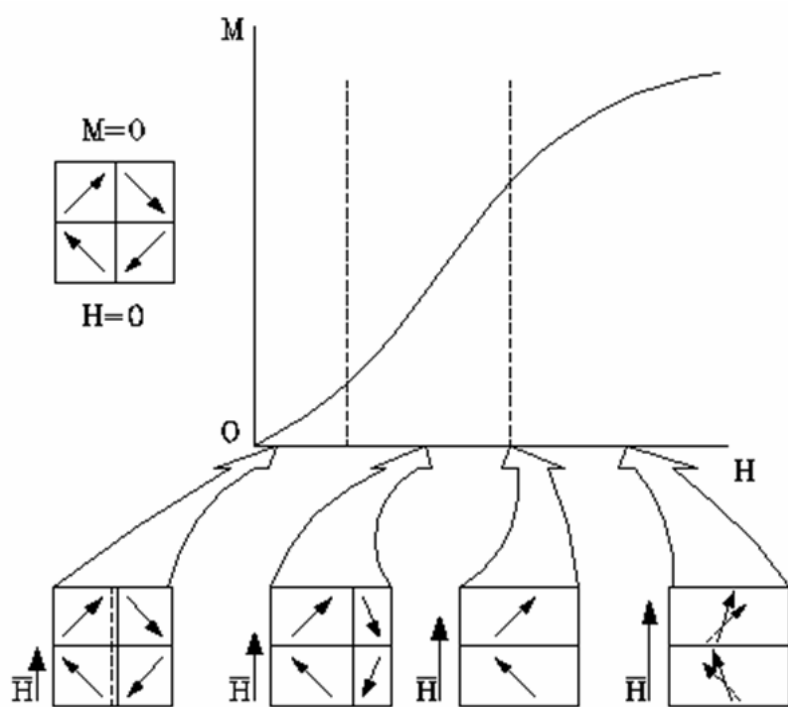


Рис. 1.47. Спрощена модель магнетика в зовнішньому магнітному полі

ка є частиною вільної енергії тіла. Тому в умовах рівноваги система, через внутрішні мікроскопічні рухи, прагне зайняти стан, при якому у неї не було б магнітного поля. З іншого боку, дія, спину сусідніх атомів, прагне намагнітити магнетик до насичення. Як сумістити ці дві протилежні тенденції? Чи можна їх сумістити? Виявляється, можна. У рівновазі весь ма-

чення? Відповідь на це питання може бути надана термодинамікою. У тісному зв'язку з другим початком термодинаміки знаходиться принцип мінімуму вільної енергії термодинамічної системи: в умовах постійності температури і об'єму термодинамічна система, переходячи в рівновагу, прагне прийти в стан з мінімальною вільною енергією. Енергія магнітного поля магнетика є частиною вільної енергії тіла. Тому в умовах рівноваги система, через внутрішні мікроскопічні рухи, прагне зайняти стан, при якому у неї не було б магнітного поля. З іншого боку, дія, спину сусідніх атомів, прагне намагнітити магнетик до насичення. Як сумістити ці дві протилежні тенденції? Чи можна їх сумістити? Виявляється, можна. У рівновазі весь ма-

гнетик розбивається на малі, але макроскопічні області, домени (розмірами 1–10 мікрон). Кожна така область намагнічена до насичення. Проте по відношенню один до одного домени намагнічені безладно. Магнітні поля доменів геометрично складаються, а унаслідок безладності їх намагніченості за напрямом середнє сумарне поле магнетика виявляється рівним нулю. Так в даному випадку виявляється принцип мінімуму вільної енергії.

Що ж відбувається, коли магнетик потрапляє в зовнішнє магнітне поле? Зовнішнє поле впливає на магнітні моменти доменів, і магнетик прагне зайняти новий стан рівноваги, в яому він в цілому опиняється намагніченим. Процес цей у міру зростання зовнішнього поля може бути розбитий на три стадії. На першій і другій стадіях спостерігається зростання тих доменів, магнітні моменти яких орієнтовані по полю (рис. 1.47), розміри ж доменів з моментами, направленими проти поля, зменшуються. Перша стадія (дуже малі зовнішні поля) відрізняється від другої тим, що вона зворотня: при знятті зовнішнього поля домени відновлюють свої колишні розміри. На третій стадії спостерігається новий процес: магнітні моменти доменів повертаються у напрямі поля (рис. 1.47). При подальшому збільшенні індукції зовнішнього поля відбувається впорядкування магнітних моментів окремих іонів (процес насичення, "парапроцес").

1.6. Змінні електричні і магнітні поля

1.6.1. Властивості магнітних потоків

Поняття потоку вектора напруженості поля пов'язане з поняттям поверхні. Але якщо силові лінії поля замкнуті, то потік можна пов'язати з контуром. Насправді, розглянемо який-небудь контур L в магнітному полі, лінії якого завжди замкнуті. У думках натягнемо на контур яку-небудь поверхню і для неї визначимо магнітний потік (потік визначається відповідним поверхневим інтегралом, хоча наочно може бути представлений як число силових ліній, що перетинають поверхню). Позначимо потік, пов'язаний з цією поверхнею (S), буквою ΦS . Натягнемо тепер на той же контур іншу поверхню (S'), з нею пов'язаний потік ΦS (рис. 1.48). Тоді комбінована поверхня $S + S'$ є замкнутою поверхнею, пов'язаний з нею потік вектора B рівний нулю. Остання умова виходить із властивості за-

мкнутості силових ліній: якщо лінія замкнута і перісікає замкнуту поверхню, то вона обов'язково перетне поверхню парну кількість разів, причому так, що скільки разів увійде до порожнини, обмеженої поверхнею, стільки разів з неї і вийде. Силкові лінії, які виходять із замкнутої поверхні, утворюють позитивний потік, а які входять – негативний: сумарний потік рівний нулю. Потік виражається інтегралом, а інтеграли підкоряються закону аддитивності, тому можна записати наступну рівність: $\Phi_{S+S'} = \Phi_S + \Phi_{S'} = 0$, $\Phi_{S'} = -\Phi_S$.

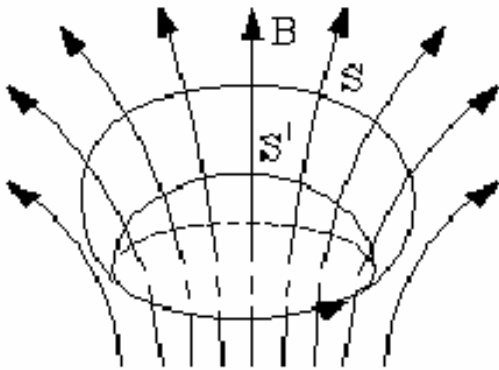


Рис. 1.48. До визначення потоку вектора напруженості поля

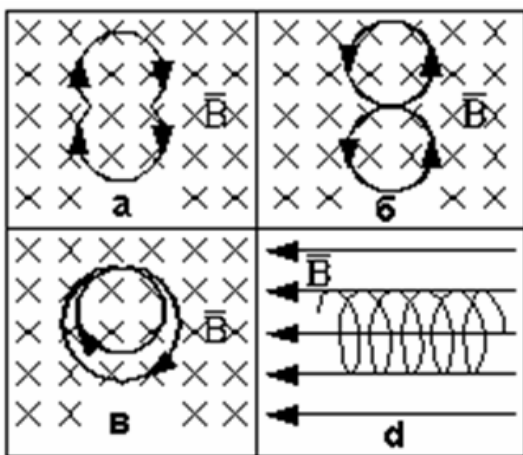


Рис. 1.49. До визначення потоку вектора напруженості поля складних контурів

Напрямок обходу контура вибирається довільно. Контури можуть мати складну форму. Ця обставина відобразиться на потоці, зчепленому з таким контуром. Приведемо приклади. Допустимо, що в однорідному магнітному полі контур має форму, зображену на рис. 1.49 а. Потік, зчеплений з таким контуром, рівний $2BS$, де S – площа однієї "пелюстки". Поверне-

Вище було сказано, що протилежні знаки потоків Φ_S і $\Phi_{S'}$ обумовлені тим, що один з них пов'язаний з вхідними в замкнуту поверхню силовими лініями, а інший – з тими, що виходять. $\Phi_S = \Phi_{S'}$ У результаті, ми приходимо до важливого висновку: магнітний потік, пов'язаний з поверхнею, натягнутою на контур, не залежить від виду поверхності. Якщо це так, то магнітний потік можна однозначно пов'язати з контуром. Магнітний потік, пов'язаний з контуром, називається зчепленням з ним. Зчепленому з контуром потоку приписується знак згідно наступному правилу: потік вважається позитивним, якщо він пов'язаний з напрямом обходу контура правилом правого гвинта (при повороті правого гвинта у напрямі обходу контура гвинт поступово переміщується у напрямі силових ліній поля).

мо нижню пелюстку на 180 градусів і перетворимо контур на "вісімку" (рис. 1.49 б). Потік, зчеплений з нижньою "пелюсткою", стане рівним ($-BS$), а загальний потік – нулю. Повернемо верхню "пелюстку" біля горизонтальної осі на 180 градусів і перетворимо контур на котушку з двома витками (рис. 1.49 в). Магнітний потік, зчеплений з таким контуром, стане рівним знову $2BS$. Допустимо, що котушка складається не з двох, а з N витків. Потік, зчеплений з нею в однорідному полі, рівний:

$$\Phi = NBS. \quad (1.101)$$

1.6.2. Закон електромагнітної індукції

Пригадаємо відомі досліди Фарадея, які ілюструють явище електромагнітної індукції. Якщо постійний магніт всувати в котушку, замкнуту через гальванометр, то гальванометр під час руху магніта покаже наявність струму. Чим швидше всовується магніт, тим сила виникаючого струму більша. Можна всувати не магніт у котушку, а котушку в магніт – результат буде той же (рис. 1.50 а). Якщо висувати магніт з котушки, то з'являється струм протилежного напрямку. Якщо всувати магніт у котушку протилежним полюсом, то також з'являється струм протилежного напрямку порівняно з первинним. Можна добитися появи струму в котушці іншим шляхом: наприклад, поміщаючи по сусідству з даною котушкою інший контур, по якому від зовнішнього джерела струму тече змінний струм (рис. 1.50 б). Легко помітити загальну межу у всіх варіантах досвіду: струм індукції з'являється тоді, коли зчеплений з котушкою магнітний потік змінюється з часом. Струм завжди викликається електрорушійною силою. Знайдемо закон для електрорушійної сили індукції.

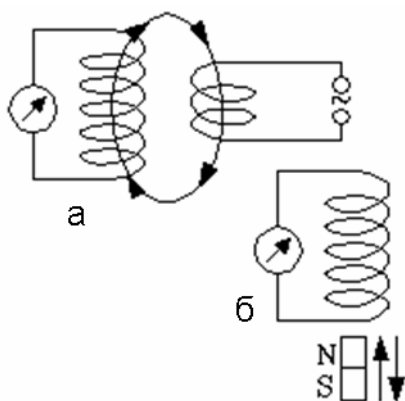


Рис. 1.50. Спрощена модель дослідів Фарадея, які ілюструють явище електромагнітної індукції

Розглянемо довільний контур у довільному змінному магнітному полі (рис. 1.51). Спиратимемося на досвід і виходитимемо з факту, що якщо контур провідний, то в ньому виникає струм. Але якщо магнітний

потік, зчеплений з контуром, змінюється, то над контуром (у даному випадку над зарядами носіїв струму в контурі) здійснюється робота проти сил Ампера відповідно до формули:

$$\sigma A = -Id\Phi. \quad (1.102)$$

(Знак «мінус» обумовлений тим, що σA представляє роботу проти сил Ампера.) Ця робота створює струм, енергія якого потім виділяється у вигляді джоулевої теплоти:

$$\sigma Q = I\epsilon dt. \quad (1.103)$$

Таким чином, можна скласти рівність $\sigma A = \sigma Q$, тобто $\epsilon dt = - Id\Phi$. Оскільки згідно досвіду (приведений висновок не можна визнати чисто теоретичним), то для едс індукції одержуємо наступний закон:

$$\epsilon = d\Phi/dt. \quad (1.104)$$

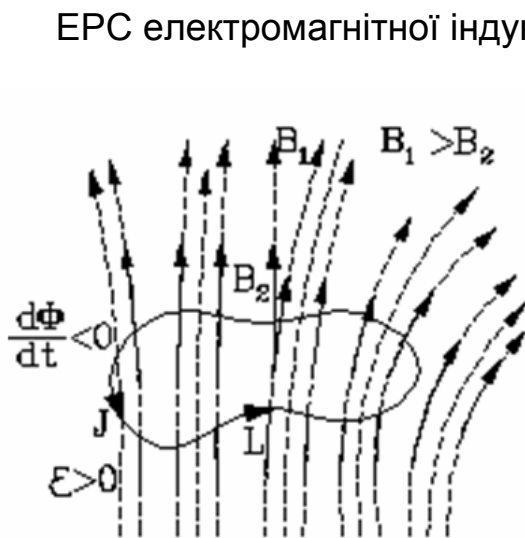


Рис. 1.51. Довільний контур у довільному змінному магнітному полі

ЕРС електромагнітної індукції в контурі дорівнює швидкості зміни магнітного потоку, зчепленого з контуром (закон Фарадея). Знак «мінус» у формулі (1.102) пов'язаний з правилом визначення напрямку струму (і відповідно ЕРС індукції). Правило полягає в наступному. Заздалегідь визначається позитивний напрям обходу контура, пов'язаний з напрямом магнітного потоку, зчепленого з контуром: за позитивний напрям обходу контура береться те, яке вказує обертання правого гвинта при його поступальному переміщенні $d\Phi$ уздовж ліній поля.

Тоді, якщо $d\Phi/dt > 0$ (магнітний потік наростає), $\epsilon > 0$, а якщо < 0 (потік зменшується, як це показано на рис. 1.51), то $\epsilon < 0$. Таким чином, знак ЕРС

зв'язується з напрямом обходу контура таким чином: якщо $\varepsilon > 0$, то струм індукції тече у напрямі обходу контура, якщо < 0 , то струм тече у зворотному напрямі.

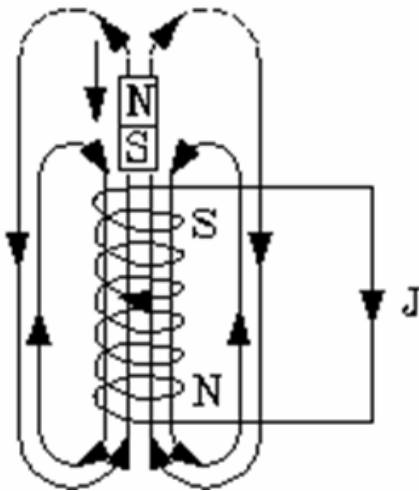


Рис. 1.52. Застосування правила Ленца, коли магніт всовується в котушку, замкнуту на себе

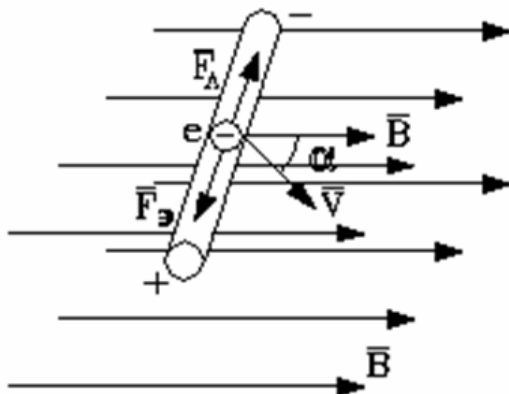


Рис. 1.53. Випадок, коли в однорідному магнітному полі з постійною швидкістю v під кутом α до напрямку поля рухається провідний стрижень, орієнтований перпендикулярно до силових

Іншим формулюванням правила визначення напрямку струму індукції служить правило Ленца: у контурі виникає струм такого напрямку, що він своєю магнітною дією перешкоджає причині, що його викликає. Застосуємо правило Ленца до одного з розглянутих спочатку дослідів. Нехай магніт (як показано на рис. 1.52) всовується в котушку, замкнуту на себе. Магнітне поле в котушці направлене вгору, і його індукція збільшується. За правилом Ленца струм індукції усередині котушки створює магнітне поле, направлене вниз (перешкоджає наростанню зовнішнього поля). За напрямом індукції цього поля, згідно правила правого гвинта, знаходять напрям індукційного струму. Можна міркувати трохи інакше: струм, який виник, повинен перешкоджати руху магніта, отже, магніт повинен відштовхуватися від котушки. Вгорі котушки електромагніту розташується її південний полюс. За напрямом магнітного поля усередині котушки знаходять напрям струму. Ми ввели закон Фарадея, посилаючись на досвід. Тому необхідно пояснити цей закон і явище електромагнітної індукції. Струм індукції з'являється в двох випадках: а) коли

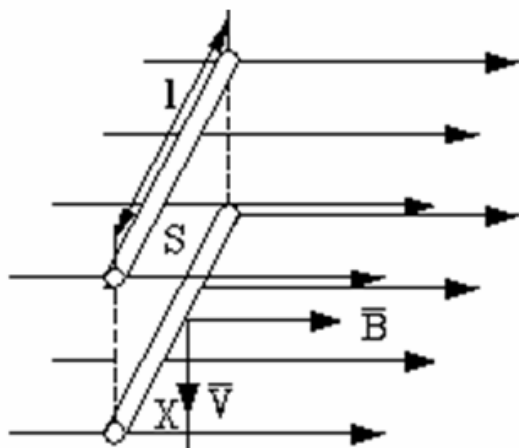
магніт нерухомий, а провідник рухається, б) провідник нерухомий, а поле змінюється. Зрозуміло, можливі і змішані випадки, але їх пояснення зводиться до перших двох. Розглянемо ці випадки.

Допустимо, що в однорідному магнітному полі з постійною швидкістю v під кутом α до напрямку поля рухається провідний стрижень, орієнтований перпендикулярно до силових ліній поля (рис. 1.53). На кожен електрон провідності (стрижень металевий) діє сила Лоренця, направлена уздовж стрижня. Під дією цієї сили електрони придуть у рух і стануть накопичуватися на ближньому до нас кінці стрижня. Кінець, який знаходиться якнадалі від нас, втратить електрони, тобто заряджатиме позитивно. Із-за розділення зарядів з'явиться електричне поле, яке гальмуватиме рух електронів. Нарешті, через малий час, напруженість електричного поля зросте настільки, що електрична сила зрівноважить магнітну:

$$eE = evB \sin \alpha. \quad (1.105)$$

На кінцях стрижня завдовжки l виникне різниця потенціалів $\Delta\varphi = El$. Її можна знайти з рівняння (1.105):

$$\Delta\varphi = vlB \sin \alpha. \quad (1.106)$$



Такий провідник є своєрідним джерелом струму (якщо його замкнути, то потече струм), і різниця потенціалів $\Delta\varphi$ становить різницю потенціалів на електродах розімкненого джерела струму, тобто електрорушійну силу. Таким чином:

$$|\varepsilon| = vlB \sin \alpha. \quad (1.107)$$

Рис. 1.54. **Випадок, коли швидкість $v = dx/dt$**

Покажемо, що формула (1.105) узгоджується із загальною формулою (1.104). Обмежимося випадком, коли швидкість $v = dx/dt$ (рис. 1.54), тоді формулу (1.104) можна записати так: $|\varepsilon| = \frac{d}{dt}(xlB) = \frac{d}{dt}$. Але SB є магнітний потік через площу, яку обкреслює стрижень за час руху. Тоді, формулу (1.107) можна представити у вигляді:

$$|\varepsilon| = \frac{d\Phi}{dt}. \quad (1.108)$$

У приведенному поясненні може виникнути питання: струм у колі (якщо стрижень замкнути) обумовлений силою Лоренця. Сила Лоренца не здійснює роботи над зарядами. Звідки ж береться енергія на створення струму? Що здійснює роботу над зарядами? Щоб розібратися в цьому питанні, звернемося до моделі провідника:

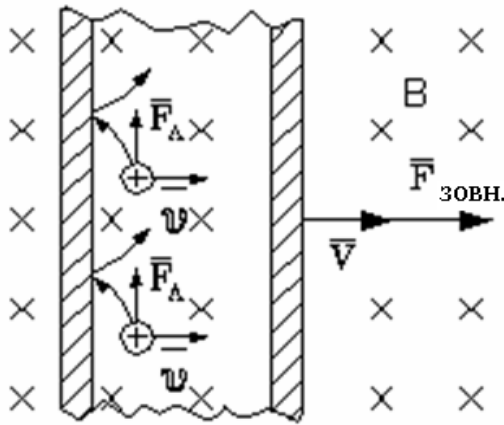


Рис. 1.55. Модель провідника: у трубці, заповненій деяким середовищем, знаходяться позитивно заряджені кульки

такому ударі кулька відскакуватиме з більшою швидкістю, а отже, і з більшою швидкістю падаватиме на стінку. Кулька

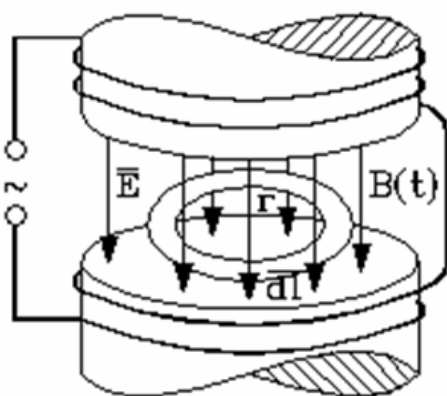


Рис. 1.56. Модель вісесиметричного широкого електромагніту, магнітне поле, в прміжку якого можна вважати однорідним

якою він падав на стінку. Кульці передає енергію не магнітне поле, а стінка: щоб рухати трубку, до неї потрібно буде докласти зусилля і зробити роботу. Отже, роботу здійснюють зовнішні, сторонні сили, що викликають рух провідника. Сила Лоренца тут виступає в ролі посередника в передачі енергії від зовнішніх тіл носіям струму. У реальному провіднику носії струму, наприклад, електрони, стикаються не із стінкою, а з вузлами рухомої їм назустріч кристалічної решітки, але сутність явища та ж: через посередництво магнітного поля енергія від зовнішніх тіл, які рухають провідник, передається

носіям струму. Допустимо, що в однорідне і осесиметричне змінне поле поміщений провідник у вигляді кільця, співвісного з полем.

Такий випадок може бути реалізований за допомогою вісесиметричного широкого електромагніту, магнітне поле, в проміжку якого (у його центральній частині) можна вважати однорідним (рис. 1.56). Потік, зчеплений з кільцем – змінний, і в кільці виникає струм. Якими силами викликаний цей струм? Силами магнітного поля, що діють на вільні заряди провідника, він не може бути викликаний, оскільки ці сили діють тільки на рухомі заряди (тепловий рух не слід враховувати внаслідок його безладності). Ці сили не можуть провести і роботу над зарядами, якби вони і з'явилися. Кільце ізольоване, і сторонні сили (за визначенням) не діють на нього. Що ж створює струм? Очевидно, необхідно ввести щось нове в наших фундаментальних уявленнях про поле. Тільки електричне поле в змозі проводити роботу над зарядами. Тому в нашому прикладі необхідно допустити, що струм у кільці викликається електричним полем, яке створюється не зарядами, а зміною магнітного поля. Фактично ми вводимо новий спосіб утворення електричних полів. Така можливість очевидно, виходить із закону Фарадея. Обговоримо спочатку характер силових ліній електричного поля, що "вводиться". В області магнітного поля, що змінюється, немає ніяких особливих точок, на яких би лінії починалися і закінчувалися. З цієї причини лінії нового поля (воно називається індукційним) замкнуті. Нагадаємо, що лінії кулонівського поля, що створюється зарядами, навпаки, завжди розімкнені. Унаслідок замкнутості силових ліній індукційного поля воно (як і магнітне) називається ще вихровим. Вихрове поле володіє однією важливою особливістю, з якої витікають дуже важливі наслідки: циркуляція такого поля по деяких замкнутих контурах відмінна від нуля. Відносно магнітного поля ця властивість витікає безпосередньо з теореми про циркуляцію, яка раніше нами розглядалася. Те ж можна довести і відносно до індукційного електричного поля, що вводиться. Насправді, допустимо, що контур співпадає з силовою лінією. На силевій лінії $E dl > 0$. Отже, інтеграл, який називається циркуляцією вектора E , $\oint_L E dl > 0$. Навпаки, циркуляція (електростатичного) поля по

будь-якому замкнутому контуру дорівнює нулю. Саме ця обставина дозволяє для електростатичного поля ввести поняття потенціалу. Різницю потенціалів ($\varphi_1 - \varphi_2$) між двома точками поля є криволінійний інтеграл

$\int_1^2 E dl$. Щоб цей інтеграл становив різницю значень деякої функції координат точок, він не повинен залежати від вибору лінії, що сполучає початкову і кінцеву точки. Це в свою чергу має місце лише у разі, коли циркуляція поля по будь-якому контуру дорівнює нулю. Отже, ми приходимо до дуже важливого висновку: індукційне електричне поле – непотенційне, для нього не можна ввести поняття потенціалу.

Продовжимо розглядати приклад. Вісесиметричний характер магнітного поля в нашому прикладі відобразиться на властивостях створюваного індукційного електричного поля. Можна стверджувати, що в нашому випадку електричне поле теж вісесиметричне, а це означає, що силові лінії електричного поля є колами, центри яких лежать на осі симетрії. Розглянемо лінію, співпадаючу з провідним кільцем. Циркуляція вектора E по цій лінії обчислюється просто: $\oint_L E dl = 2\pi r E$. В той же час циркуля-

ція електричного поля по замкнутому колу струму є роботою поля над одиничним зарядом при його переміщенні по замкнутому контуру. Цю роботу в даному випадку і слід розглядати як ЕРС індукції, що виникає в кільці, тобто за визначенням $\varepsilon = 2\pi r E$. З іншого боку, за законом Фарадея маємо:

$|\varepsilon| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(SB)}{dt} = \pi r^2 \frac{dB}{dt}$. Таким чином, напруженість електричного поля в межах однорідного магнітного поля змінюється згідно із:

$$E = \frac{dB r}{2 dt} \quad (1.109)$$

На осі симетрії напруженість електричного поля дорівнює нулю. Далі переглянемо поняття електрорушійної сили і напруги. Раніше електрорушійна сила джерела струму була визначена як робота сторонніх сил над одиницею заряду при переміщенні останнього через джерело, а напруга на ділянці ланцюга визначалася як різниця потенціалів. У світлі закону електромагнітної індукції ці поняття потребують уточнення і зміни. Ми переконалися, що в колі з індукційним струмом сторонніх сил може і не бути. Тому під електрорушійною силою джерела струму слідує в загальному випадку розуміти суму робіт сторонніх сил і сил індукційного еле-

тричного поля при перенесенні позитивного одиничного заряду через джерело струму. Частіше має місце що-небудь одне: або присутні сторонні сили, які створюють ЕРС, або є індукційне джерело, а сторонні сили відсутні. Тоді ЕРС джерела визначимо наступним чином:

$$\varepsilon = \frac{1}{q} \int_L E_{\text{стор.}} dl + \frac{1}{q} \int_L E_{\text{инд.}} dl. \quad (1.110)$$

У разі індукційного джерела сторонні сили не діють безпосередньо на носії струму. Проте якщо мати на увазі весь ланцюг перетворення енергії, то і в цьому випадку струм створюється за рахунок сторонніх сил. Наприклад, всовується в котушку, замкнуту на себе, магніт. У котушці створюється індукційний струм. Звідки береться енергія на утворення струму? Від роботи сторонніх сил, які приводять у рух магніт. І так завжди. У ланцюгах індукційного струму носії струму і сторонні сили розведені. Якщо мати на увазі цю обставину, то колишнє визначення електрорушійної сили можна було б залишити у силі: ЕРС індукції дорівнює роботі сторонніх сил, що діють або безпосередньо, або опосередковано на носії струму з розрахунку на одиничний позитивний заряд. Уточнимо поняття напруги. У колах постійного струму під напругою можна було розуміти різницю потенціалів. За наявності індукційного поля, яке не допускає введення поняття потенціалу, під напругою слід розуміти криволінійний інтеграл $\int_L E dl$, обчислений на L ділянці кола, або напругу є робота сил

електричного поля над одиничним позитивним зарядом при його переміщенні по даній ділянці кола. Під E тут розуміють напруженість результуючого поля в електричному колі (кулонівського і індукційного, оскільки те і інше може бути присутнім). У формулі (1.110) мається на увазі тільки індукційне поле. Тому поняття ЕРС і напруги, взагалі кажучи, не співпадають. Але в окремому випадку, коли електричні заряди ніде не збираються і електричне поле в колі є індукційним, електрорушійна сила і напруга на якійсь ділянці співпадають.

Розглянемо далі приклади застосування закону Фарадея.

1. Обертання рамки в магнітному полі. Провідна рамка обертається в однорідному магнітному полі з постійною кутовою швидкістю (рис. 1.57). У рамці наводиться ЕРС індукції. За таким принципом працює

індукційний генератор струму. Згідно закону Фарадея ЕРС в рамці визначається таким чином:

$$\varepsilon = -BS \frac{d \cos \varphi}{dt} = -BS \frac{d \cos \omega t}{dt} = \omega BS \sin \omega t. \quad (1.111)$$

ЕРС індукції в рамці змінюється за синусоїдою і пропорційна частоті обертання.

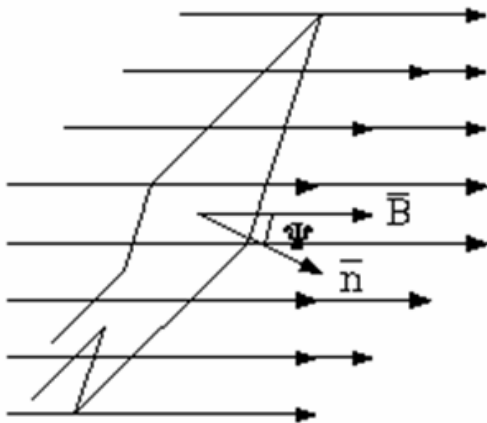


Рис. 1.57. **Обертання рамки в магнітному полі**

2. Трансформатор. Розглянемо дію трансформатора (рис. 1.58) на холостому ході, коли у вторинне коло трансформатора не включене навантаження. Первинна і вторинна обмотки трансформатора мають загальний сердечник. Змінне магнітне поле, зчеплене з обмотками, таке, що майже весь магнітний потік зосереджений в залізному сердечнику. За відсутності зовнішнього навантаження потужність,

що виділяється в трансформаторі, близька до 0, тобто близька до 0 сила струму. Застосуємо до первинного кола закон Ома: сума ЕРС і напруги в колі дорівнює твору сили струму на опір. Можна вважати, що $I = 0$, тому:

$$\varepsilon_{\text{инд}1} + U = 0, \quad U = -\varepsilon_{\text{инд}1} = \frac{d\Phi_1}{dt} = N \frac{d\Phi}{dt}, \quad (1.112)$$

де Φ - потік, зчеплений з одним витком первинного кола. Потік, зчеплений з одним витком вторинної обмотки, буде такий самий. Тоді:

$$\varepsilon_{\text{инд}1} = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}. \quad k = \frac{\varepsilon_{\text{инд}2}}{U} = \frac{N_2}{N_1}. \quad (1.113)$$

Таким чином, *коефіцієнт трансформації напруги*, рівний відношенню напруги у вторинному колі до напруги в первинному колі, визначається як відношення числа витків вторинної обмотки до витків первинної обмотки.

3. Струми Фуко. Якщо залізний сердечник знаходиться в змінному

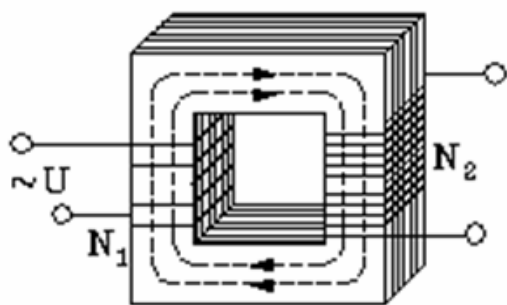


Рис. 1.58. **Модель діє трансформатора на холостому ході, коли у вторинне коло трансформатора не включене навантаження**

магнітному полі, то в ньому під дією індукційного електричного поля наводяться внутрішні вихрові струми – струми Фуко, ведучі до його нагрівання. Оскільки ЕРС індукції завжди пропорційна частоті коливань магнітного поля, то при високій частоті тепловиділення може бути вельми значним. Таке нагрівання феромагнітних матеріалів може бути використане для певної мети. У ряді випадків воно шкідливе, зокрема в трансформаторах. Щоб зменшити струми Фуко (повністю їх усунути неможливо), сердечники

трансформаторів набирають з окремих, покритих ізоляційним лаком, пластин. Цим досягається розрив ліній струмів Фуко, що і веде до їх зменшення.

4. Скин-ефект (поверхневий ефект). Змінний струм, що протікає в дротах заповнює їх перетин нерівномірно. Щільність струму максимальна поблизу поверхні дроту. Цей ефект пояснюється електромагнітною індукцією. Із змінним струмом усередині дроту зв'язано змінне магнітне поле. Перпендикулярно до силових ліній цього поля, тобто уздовж дроту, наводиться індукційне електричне поле, яке, складаючись з полем від зовнішнього джерела, створює

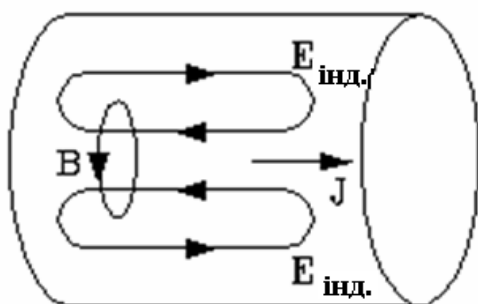


Рис. 1.59. **Модель до визначення скин-ефекту**

нерівномірність в його розподілі по перетину провідника: при збільшенні щільності струму поблизу осі провідника індукційне поле направлене проти зовнішнього поля і ослабляє його. Поблизу поверхні провідника поля складаються, підсилюючи один одного (рис. 1.59).

5. Бетатрон. Розглянемо роботу індукційного прискорювача електронів. Між полюсами електромагніту, обмотка якого живиться змінним струмом, розміщується вакуумна тороїдальна трубка, виготовлена з діе-

лектрика. У трубці виникає індукційне електричне поле, силові лінії якого представляють кола. Електрони прискорюються електричним полем. Щоб їх прискорення було постійним, вони повинні рухатися по колу постійного радіусу. У магнітному полі довільної конфігурації (якщо навіть

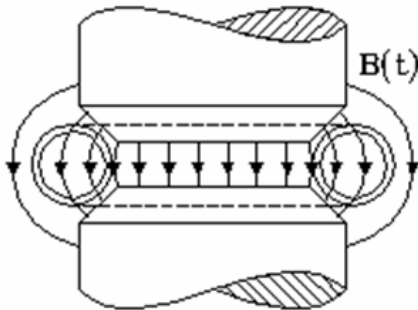


Рис. 1.60. До вивчення роботи індукційного прискорювача електронів

воно буде осесиметричним) електрони так не рухатимуться. Виникає питання: яким повинне бути магнітне поле (його конфігурація в просторі), щоб електрони рухалися по колу прискорюючись (рис. 1.60)? У цьому завданні поєднуються електродинаміка і механіка. Вирішимо завдання таким чином: допустимо, що електрон рухається по колу. Які вимоги витікають відносно до поля? Запишемо рівняння руху електрона:

$$\frac{mv^2}{2} = evB, \quad (ma = (-e)[v \times B] + (-e)E) \quad m \frac{dv}{dt} = eE. \quad (1.114)$$

З іншого боку, закон Фарадея зв'язує характеристика полів B і E та-

ким чином: $2\pi RE = \frac{d}{dt} \left(\int_S B dS \right)$, де S – площа круга, обмеженого траєкто-

рією електрона. Введемо середню за площею, обмеженою орбітою, інду-

кцію магнітного поля, визначувану формулою $\langle B \rangle = \frac{\int_S B dS}{S} = \frac{1}{\pi R^2} \int_S B dS$.

Тоді рівняння руху (1.114) можна записати у вигляді:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{2} \frac{e}{m} R \langle \dot{B} \rangle. \quad (1.115)$$

Точка над буквою означає похідну за часом. Згідно до рівняння руху (1.114) маємо:

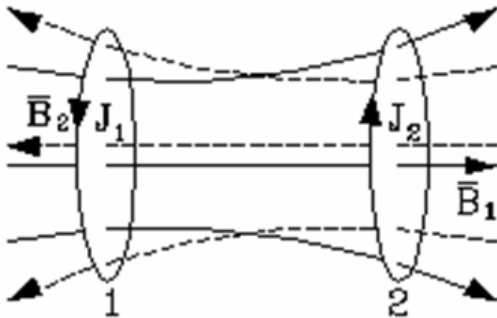
$$\frac{dv}{dt} = \frac{e}{m} R\dot{B}. \quad (1.116)$$

Щоб електрон рухався по колу, індукція магнітного поля B на траєкторії повинна задовольняти наступній умові: $B = \langle B \rangle / 2$. Магнітна індукція на орбіті повинна дорівнювати половині середнього значення індукції магнітного поля усередині площі, обмеженою орбітою.

1.6.3. Коефіцієнти взаємної індукції і самоіндукції

Якщо два контури знаходяться по сусідству, і по одному з них протікає струм, що змінюється за часом, то в іншому контурі наводиться ЕРС. Такий зв'язок контурів характеризується коефіцієнтом взаємної індукції

(взаємною індуктивністю). Магнітний потік, що створюється в другому контурі (рис. 1.61) полем від струму в першому контурі, пропорційний струму:



$$\Phi_{21} = M_{21}I_1. \quad (1.117)$$

Рис. 1.61. Модель визначення взаємної індуктивності

Коефіцієнт M_{21} називається *взаємною індуктивністю* другого контура залежно від першого. Очевидно, аналогічним чином можна визначити взаємну індуктивність першого контура залежно від другого, згідно формулі

$\Phi_{12} = M_{12}I_2$. Доведемо, що $M_{21} = M_{12}$. Допустимо, що перший контур віддаляється від другого на велику відстань. При цьому над контуром доведеться зробити роботу $A = I_1\Phi_{12} = I_1M_{12}I_2$. Допустим тепер, що другий контур віддаляється від першого також на велику відстань. В цьому випадку довершена робота обчислюється за формулою $A' = I_2\Phi_{21} = I_2M_{21}I_1$. Згідно закону збереження енергії ці роботи рівні, тобто $I_1M_{12}I_2 = I_2M_{21}I_1$, отже, $M_{21} = M_{12} = M$.

Таким чином, якщо в одному контурі тече змінний струм, то в другому контурі наводиться ЕРС:

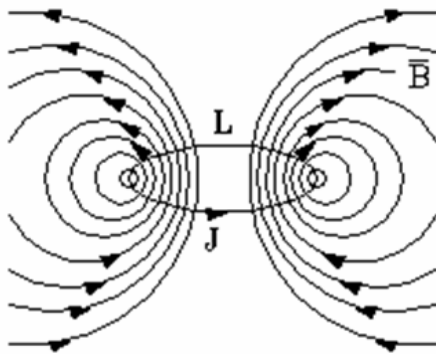
$$\varepsilon_2 = -M \frac{dI_1}{dt}. \quad (1.118)$$

Це явище називають *взаємною індукцією*.

Розглянемо тепер відокремлений контур із струмом (рис. 1.62). З ним буде зчеплений потік власного магнітного поля. Очевидно, цей потік також пропорційний струму, тобто:

$$\Phi = LI. \quad (1.119)$$

Коефіцієнт пропорційності між струмом і потоком власного магнітного поля контура називається коефіцієнтом самоіндукції або індуктивністю контура. Тоді, якщо по контуру тече змінний струм, то в ньому індукується ЕРС, звана ЕРС самоіндукції:



$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}. \quad (1.120)$$

Рис. 1.62. **Випадок відокремленого контуру зі струмом**

Розглянуте явище називають *самоіндукцією*. В колах змінного струму ЕРС самоіндукції слід враховувати. ЕРС самоіндукції доводиться враховувати при замиканні і розмиканні кіл, по яких протікають будь-які струми великої величини: змінні і постійні. При замиканні кола сила струму наростає. За правилом Ленца ЕРС самоіндукції буде направлена так, щоб протидіяти наростанню струму в колі, ця обставина розтягує встановлення струму на якийсь короткий час. При розмиканні кола, навпаки, ЕРС протидіятиме убутанню струму і затягуватиме його "спад". Це означає, що у момент розриву рубильника на повітряному проміжку між електродами на короткий час утворюється велика напруга, яка може привести до пробою проміжку, тобто появи іскри.

Знайдемо індуктивність довгого соленоїда з сердечником. Для цього слід знайти залежність магнітного потоку, зчепленого з соленоїдом, від сили струму. Раніше було показано, що $B = \mu\mu_0 \frac{N}{l}$. Отже:

$$\Phi = NBS = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} I. \quad (1.121)$$

Звідси бачимо, що:

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l}. \quad (1.122)$$

Індуктивність соленоїда пропорційна магнітній проникності сердечника і квадрату числа витків.

Декілька зауважень з приводу одиниць вимірювань. Магнітний потік в СІ вимірюється у веберах (Вб), у СГС – в максвеллах (Мкс). Співвідношення між вебером і максвелом наступне: 1 Вб = 10^8 Мкс. Індуктивність (взаємна індуктивність) контура в СІ вимірюється в генри (Гн), у СГС – в сантиметрах (см). Формула, що визначає індуктивність контура, у СГС

записується з коефіцієнтом $\frac{1}{c} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}} \text{ c/см} : \Phi = \frac{1}{c} LI$. Знайдемо, спи-

раючись на неї, співвідношення між генри і сантиметром і тим самим проілюструємо загальний метод знаходження перехідних коефіцієнтів.

Запишемо початкові формули у вигляді:

$\frac{\Phi}{\text{Вб}} = \frac{L}{\text{Гн}} \frac{I}{\text{А}}, \frac{\Phi}{\text{Мкс}} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}} \frac{L}{\text{см}} 1_J \text{ СГС}$. Поділимо відповідні члени цих фо-

рмул один на одного, тоді одержимо: $\frac{\text{Вб}}{\text{Мкс}} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}} \frac{\text{Гн}}{\text{см}} \frac{\text{А}}{1_J \text{ СГС}}$. Звідси

витікає, що $10^8 = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}} \frac{\text{Гн}}{\text{см}} 3 \cdot 10^9, 1 \text{ Гн} = 10^9 \text{ см}$.

1.6.4. Енергія магнітного поля

Розглянемо питання про енергію магнітного поля. Магнітне поле як фізична система володіє енергією. Енергія є функцією стану системи, а тому енергія магнітного поля повинна виражатися через магнітну індукцію B . Знайдемо енергію магнітного поля контура, по якому тече струм, як функцію сили струму. Допустимо, що струм у контурі наростає, наростає і магнітне поле. При цьому зовнішні сили здійснюють негативну роботу (зовнішні тіла віддають енергію магнітному полю), яка виражається відомою нам формулою $\sigma A = - Id\Phi$. Ця робота йде на збільшення енер-

гії магнітного поля, тобто $dW = - \sigma A$. Повна енергія магнітного поля W знаходиться шляхом інтегрування:

$$W = \int_0^{\Phi} IdA = L \int_0^I Idt = \frac{LI^2}{2}. \quad (1.123)$$

Поле в загальному випадку неоднорідне. Енергія поля зосереджена в полі, і її концентрація в неоднорідному полі в різних точках поля різна: там, де поле сильніше, там більше і сконцентровано енергії. Отже, для характеристики енергії поля потрібно ввести, як це робилося і для електричного поля, поняття щільності енергії поля, тобто енергію поля, що доводиться на одиницю об'єму. У загальному випадку щільність енергії визначається так: допустимо, що в малому об'ємі dV поблизу даної точки поля сконцентрована енергія dW , тоді щільність енергії w визначається співвідношенням:

$$w = dW / dV, \quad (1.124)$$

де w – є функція вектора індукції магнітного поля. Найлегше знайти цю функцію, розглядаючи однорідне поле, наприклад, поле усередині соленоїда. Скористаємося формулою (1.123) стосовно соленоїда:

$$W = \frac{LI^2}{2} = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{2l} \cdot \frac{l^2 B}{(\mu\mu_0)^2 N^2} = \frac{VB^2}{2\mu\mu_0}, \quad (1.125)$$

де $V = lS$ – об'єм соленоїда. Щільність енергії однорідного поля знаходиться за простою формулою: $w = W / V$. Отже:

$$w = B^2 / 2\mu\mu_0. \quad (1.126)$$

Отже, щільність енергії магнітного поля пропорційна B^2 , так само як і щільність енергії електричного поля пропорційна E^2 .

1.6.5. Закон повного струму. Струм зсуву

Таким чином, електричне поле створюється двома способами: зарядами (так створюється кулонівське поле) і магнітним полем, що змінюється в часі (так створюється індукційне поле). Проте дотепер нам був відомий лише один спосіб виникнення магнітного поля за допомогою струму. Але електричне і магнітне поля – складові єдиного електромагнітного поля. Тому природно припустити, що і для магнітного поля повинен існувати другий спосіб його виникнення. Аналогічно з електричним полем можна гіпотетично передбачити і закон, якому задовольнятиме таке магнітне поле. Якщо відсутні заряди, то електричне поле може виникнути відповідно до закону Фарадея, який можна представити у вигляді:

$$\oint_L E dl = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (1.127)$$

Якщо відсутні струми, то магнітне поле, мабуть, може виникнути відповідно до аналогічного закону:

$$\oint_L H dl = -\frac{dN_D}{dt}. \quad (1.128)$$

(Знак у правій частині рівності (1.128) поки залишимо невизначеним.) N_D – потік вектора електричного зсуву, зчепленого з контуром. Про

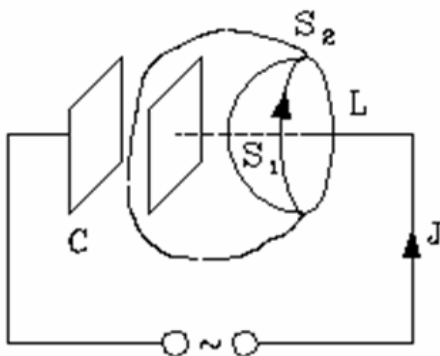


Рис. 1.63. Коло змінного струму, в який включений конденсатор

те, що справа йде саме так, можна підтвердити іншим чином. Пригадаємо теорему про циркуляцію магнітного поля. Для полів, що створюються постійними струмами вона виражається наступним рівнянням: $\oint_L H dl = -\sum_k I_k$.

У правій частині стоїть сума струмів, зчеплених з контуром, для якого визначається циркуляція вектора H . Що характерне для постійних струмів? Во-

ни завжди замкнуті. Тому в питанні, який струм зчеплений з контуром, а який ні, непорозуміння не може виникати. Інша справа, якщо струм – змінний. Змінний струм може бути і розімкнений. Насправді, розглянемо просте коло змінного струму, в яке включений конденсатор (рис. 1.63). У колі змінного струму конденсатор не заважає протіканню струму. Пластини конденсатора постійно перезаряджатимуться. Це означає, що в колі виникне коливальний струм. Розглянемо який-небудь контур L , в думках зчеплений із струмом. Поняття "зчеплення" потрібно уточнити. Очевидно, струм зчеплений контуром, якщо він перетинає поверхню, в думках натягнуту на цей контур. Поняття зчеплення одержує однозначний сенс, якщо струм перетинає будь-яку поверхню, натягнуту на контур. У нашому випадку такої однозначності немає, оскільки (рис. 1.63) струм перетинає поверхню S_1 , але не перетинає поверхню S_2 . Якщо це так, то теорема про циркуляцію стає суперечливою і для змінних струмів повинна бути уточнена. Міркуватимемо формально, слідуючи Максвелу, який і ввів вперше додатковий закон утворення магнітних полів. Допустимо, що між пластинами конденсатора є якийсь прихований струм, сила якого дорівнює силі струму в провідній частині кола. Максвел назвав цей струм струмом зсуву (потім з'ясуємо, чому він його так назвав). Тоді струм у колі не матиме розривів, і неоднозначність поняття "зчеплення струму з контуром" зникне. Вираз для циркуляції магнітного поля тепер потрібно записати інакше: $\oint_L Hdl = (I + I_{zc})_S$. Якщо вибирають поверхню

S_1 , то беруть до уваги тільки струм I , якщо вибирають поверхню S_2 , то враховують тільки струм зсуву I_{zc} . Отже, для того, щоб струм був безперервний, повинна виконуватися рівність $I = I_{zc}$. Між пластинами конденсатора створюється електричне поле, тому струм зсуву потрібно виразити через характеристики поля.

$$I_{zc} = dq / dt = d(\sigma S) / dt = dD_S / dt = dN_D / dt, \quad (1.129)$$

Тут q – заряд, σ – щільність заряду на пластині конденсатора.

Таким чином, *теорема про циркуляцію вектора напруженості магнітного поля в загальному випадку (вона в цьому випадку називається законом повного струму)* матиме вигляд:

$$\oint_L H dl = \sum_k I_k + \frac{dN_D}{dt}. \quad (1.130)$$

Вона формулюється таким чином: циркуляція вектора напруженості магнітного поля по довільному контуру дорівнює сумі, алгебри струмів провідності і струму зсуву, зчеплених з контуром.

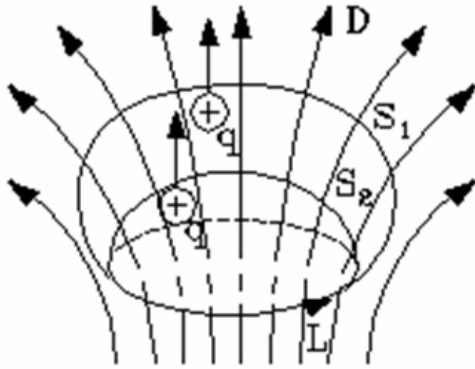


Рис. 1.64. В довільному магнітному полі на деякий контур натягнуті дві довільні поверхні

Щоб у такому вигляді теорема не була внутрішньо суперечливою, потрібно довести, що сума струмів провідності і струму зсуву, зчеплених з контуром, дійсно безперервна і, отже, повний струм, зчеплений з будь-яким контуром, не залежить від вибору поверхні, натягнутої на цей контур. Допустимо, що в довільному магнітному полі на деякий контур натягнуті дві довільні поверхні S_1 і S_2 . (рис. 1.64). Знак вектора

потіку D , зчепленого з контуром, зв'язується правилом правого гвинта з напрямом обходу контура L . Зокрема, при тому напрямі силових ліній, який зображений, на потік D , зчеплений, з контуром для поверхонь S_1 і S_2 потрібно вважати позитивним. Розглянемо замкнуту порожнину, обмежену поверхнею $S_1 + S_2$. Відповідно до теореми Гауса можна записати рівняння $\int_{S_1+S_2} D dS = q$, де q – сума зарядів, що потрапляють в дану

порожнину, обмежену поверхнею $S_1 + S_2$. Продиференціюємо обидві частини цього рівняння за часом:

$$\frac{d}{dt} \left(\int_{S_1+S_2} D dS \right) = \frac{dq}{dt}. \quad (1.131)$$

Перетворимо окремо ліву і праву частини цього рівняння. Потік вектора D крізь замкнуту поверхню можна представити таким чином:

$$\int_{S_1+S_2} DdS = \int_{S_1} DdS + \int_{S_2} DdS. \quad (1.132)$$

Лінії векторного поля D входять в замкнуту порожнину через поверхню S_2 . Вони створюють негативний потік. Якщо розглядати потік, зчеплений з контуром, то, використовуючи правило знаків, його необхідно вважати позитивним. Вираз (1.132) стосовно контура можна записати:

$$w = B^2 / 2\mu\mu_0. \quad (1.133)$$

З'ясуємо, що є права частина рівняння (1.131). Похідна від повного заряду, поміщеного в порожнині, що стоїть у правій частині (1.131), показує, на яку величину змінюється заряд в порожнині за секунду. За рахунок чого може змінюватися заряд у порожнині? Через закон збереження заряду він може змінюватися тільки за рахунок нерівних струмів, які входять і виходять з неї. При рівності цих струмів повний заряд у порожнині залишався б постійним. Причому струми, що входять у порожнину, слід вважати позитивними (вони збільшують заряд у порожнині), а струми, що виходять з неї, – негативними. Таким чином, рівняння (1.131) можна представити таким чином: $\int_{S_1(L)} DdS - \int_{S_2(L)} DdS = -I_{S1} + I_{S2}$, або $[I + ND]_{S1} = [I + ND]_{S2}$, що і потрібно було довести.

Нарешті, потрібно пояснити, чому величину dN_D / dt Максвел назвав "струмом зсуву". Чи ховається за цією назвою відповідний йому сенс? Електричний зсув D визначається на підставі наступної рівності:

$$D = \epsilon_0 E + P. \quad (1.134)$$

Струм зсуву в однорідному електричному полі можна виразити, як:

$$I_{зс.} = (\epsilon_0 dE / dt + dP / dt) S. \quad (1.135)$$

Вектор поляризації P становить суму дипольних моментів молекул в одиниці об'єму діелектрика, тобто $P = \sum d = \sum ql$, де l – плече диполя молекули. Тоді вираз для струму зсуву матиме вигляд:

$$I_{см.} = \varepsilon_0 \frac{dE}{dt} S + \sum q \frac{dl}{dt} S. \quad (1.136)$$

Перший доданок у правій частині (1.136) ніякого відношення до струму, тобто до руху зарядів, не має. З цим доданком пов'язано появу нового закону для магнітного поля. Другий доданок повинен інтерпретуватися як струм, обумовлений зв'язаними зарядами. У змінному електричному полі зв'язані заряди випробовують зсуви від їх середніх положень. Вектори dl/dt є швидкістю таких зсувів. Тому назва цього доданку "струм зсуву" цілком виправдана. Коли Максвел вводив закон, природа електромагнітного поля була не зрозуміла. Тому він допускав, що і перший доданок становить якийсь прихований від прямого вимірювання струм зсуву. В даний час природа поля з'ясована, і стало ясно, що перший доданок у вказаному рівнянні (1.136) може бути названо "струмом" лише формально. За рядом розрахункових міркувань таку назва, не додаючи її прямого фізичного сенсу, доцільно зберегти, що в електротехніці і робиться. З цієї ж причини вектор D , що входить у вираз для струму зсуву, називають вектором електричного зсуву.

2. Основні закони й формули

Таблиця 2.1.

Закони й формули

Електрика

1	2
Закон Кулона	$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$
Напруженість електричного поля	$E = \frac{F}{q}$
Напруженість поля: точкового заряду;	$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$
нескінченно довгої зарядженої нитки;	$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r}$
рівномірно зарядженої площини;	$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}$
між двома рівномірно й різнойменно зарядженими нескінченними паралельними площинами	$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}$
Напруженість поля, створюваного металевою зарядженою сферою радіусом R на відстані r від її центра:	$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^2}$
на поверхні сфери ($r = R$);	$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$
поза сферою ($r > R$)	
Зсув електричний	$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}$
Потік напруженості електричного поля	$\Phi = \int_S E_n dS$
Робота переміщення заряду в електричному полі з точки 1 у точку 2	$A = q \int_1^2 E_n dl = q(\varphi_1 - \varphi_2)$
Потенціал поля, створюваного точковим зарядом	$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}$

1	2
Потенціал електричного поля металеві порожньої сфери радіусом R на відстані r від її центра: на поверхні й усередині сфери ($r \leq R$); поза сферою ($r > R$)	$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}$ $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}$
Зв'язок потенціалу з напруженістю поля	$E = -\frac{d\varphi}{dt}; E = -\text{grad}\varphi$
Сила притягування між двома різнойменно зарядженими обкладками конденсатора	$F = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2 S}{2} = \frac{q^2}{2\epsilon\epsilon_0 S}$
Електроємність: відокремленого провідника; плоского конденсатора; шаруватого конденсатора;	$C = \frac{q}{\varphi}$ $C = \frac{q}{U}; C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$ $C = \frac{\epsilon_0 S}{d_1/\epsilon_1 + d_2/\epsilon_2 + \dots + d_n/\epsilon_n}$
Електроємність батареї конденсаторів, з'єднаних: Паралельно; послідовно	$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$ $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$
Енергія поля: зарядженого провідника; зарядженого конденсатора; поляризованого діелектрика	$W_E = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2}$ $W_E = \frac{1}{2}\epsilon\epsilon_0 E^2 V$ $W_E = \frac{1}{2}(\epsilon - 1)\epsilon_0 E^2 V$
Об'ємна щільність енергії електричного поля	$\omega = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2} = \frac{D^2}{2\epsilon\epsilon_0}$
Сила струму	$I = \frac{dq}{dt}$
Щільність струму в металі	$j = en\langle v \rangle$
Опір однорідного провідника	$R = \frac{\rho l}{S}$

Продовження табл. 2.1.

1	2
Питома провідність	$\gamma = 1/\rho$
Залежність питомого опору від температури	$\rho_t = \rho_0(1 + \alpha t)$
Закон Ома для замкнутого (повного) кола	$I = \frac{\xi}{R + r}$
Закон Ома в диференціальній формі	$\vec{j} = \gamma \vec{E} = \frac{\vec{E}}{\rho}$
Закон Джоуля-Ленца	$Q = I^2 R t = \frac{U^2 t}{R}$
Закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі	$\omega = \gamma E^2$
Робота струму	$A = IUt = I^2 R t = \frac{U^2 t}{R}$
Повна потужність, що виділяється в колі	$P = I\xi = \frac{\xi^2}{R + r}$
Коефіцієнт корисної дії джерела струму	$\eta = \frac{P_n}{P} = \frac{R}{R + r}$
Питома провідність власних напівпровідників	$\gamma = en(b_n + b_p)$
Магнетизм	
Закон Ампера	$dF = Bldl \sin \alpha$
Магнітний момент контуру зі струмом	$p_m = IS$
Механічний момент, що діє на контур зі струмом, поміщений у магнітне поле	$M = p_m B \sin \alpha$
Зв'язок магнітної індукції з напруженістю магнітного поля	$B = \mu\mu_0 H$
Закон Біо–Савара–Лапласа	$dB = \frac{\mu\mu_0 I \sin \alpha}{4\pi r^2} dl$
Магнітна індукція:	$B = \mu\mu_0 I / 2R$
у центрі кругового струму	
поля, створеного нескінченно довгим прямим провідником зі струмом	$B = \mu\mu_0 I / 2\pi r$
поля, створеного відрізком провідника зі струмом	$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$
поля нескінченно довгого соленоїда і тороїда	$B = \mu\mu_0 nI$

1	2
Сила взаємодії двох прямолінійних нескінченно довгих паралельних провідником зі струмом	$F = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}$
Вектор Пойнтінга	$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$
Сила Лоренца	$\vec{F}_L = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$
Магнітний потік однорідного магнітного поля	$\Phi = BS \cos \alpha$
Робота з переміщення контуру зі струмом у магнітному полі	$A = I \Delta \Phi$
Основний закон електромагнітної індукції	$\xi_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt}$
Потокозчеплення	$\Psi = N\Phi$
Потокозчеплення соленоїда	$\Psi = LI$
Електрорушійна сила самоіндукції	$\xi_s = -L \frac{dI}{dt}$
Індуктивність соленоїда	$L = \mu\mu_0 n^2 IS$
Магнітна енергія контуру зі струмом	$W_M = \frac{LI^2}{2}$
Об'ємна щільність енергії магнітного поля	$\omega = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$
Намагніченість	$\vec{J} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^n \vec{p}_{m_i} = \frac{\vec{P}_m}{V}$
Магнітна сприйнятливність середовища	$\chi = \mu - 1$

3. Лабораторні роботи

Лабораторна робота №1

Вивчення роботи електронного осцилографа

Мета роботи – ознайомлення з пристроєм і принципом дії електронного осцилографа та електронно-променевої трубки; проведення основних вимірювань за допомогою осцилографа.

Загальні положення

Призначення електронного осцилографа. Електронний осцилограф, в основному, призначений для дослідження швидко змінюваних періодичних процесів. Наприклад, за допомогою осцилографа можна вимірювати силу струму і напругу та зміну їх у часі, зрушення фаз між ними, порівнювати частоти і амплітуди різної змінної напруги. Крім того, осцилограф при застосуванні відповідних перетворювачів дозволяє досліджувати неелектричні процеси, наприклад, вимірювати малі проміжки часу, короткочасний тиск і т. д.

Позитивною якістю електронно-променевого осцилографа є його висока чутливість і безінерційність дії, що дозволяє досліджувати процеси, тривалість яких близько 10^{-6} – 10^{-8} с. Електронний промінь, що виконує роль інструменту, що пише, практично безінерційний і може своїми коливаннями повторювати мільйони змін прикладеного поля в секунду. Тому легко вдається спостерігати і записувати найшвидші зміни електричних і магнітних полів. Електронний осцилограф дає можливість не тільки досліджувати різні процеси в часі, але і визначати функціональні залежності досліджуваних процесів від іншого параметра. Наприклад, вивчати характеристики катодних ламп, газових розрядів і т. д.

Електронно-променева трубка. Основною частиною осцилографа є електронно-променева трубка (рис. 3.1). Головними частинами електронно-променевих трубок є: 1) електронна гармата – пристрій, який дає можливість одержати вузький електронний промінь; 2) пристрій для управління променем; 3) флюоресціюючий шар, що нанесений на внутрішній стороні підстави колби, утворює екран трубки. Основні частини

електронно-променевої трубки розміщені в скляному балоні, з якого викачане повітря до тиску близько 10^{-6} мм рт. ст.

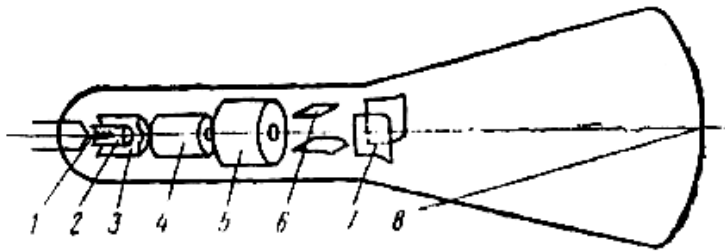


Рис. 3.1. **Схема пристрою електронно-променевої трубки**

Джерелом електронів служить катод (2), що підігрівається спіраллю (1). Між катодом і першим анодом (4) прикладена напруга близько 10^3 В. Тому електрони прискорюються електричним полем і потрапляють на флуоресціюючий екран (8), викликаючи його свічення. Катод знаходиться усередині циліндра (3), який є електродом, що управляє. У циліндрі зроблений отвір для пропускання вузького електронного пучка. Підводячи негативний потенціал до циліндра, можна зменшувати кількість електронів, що проходить через його отвір, а, отже, і яскравість плями на екрані трубки.

Другий анод (5), потенціал якого вище першого, служить для фокусування електронного променя. Регулюючи потенціал другого анода, можна одержати на екрані трубки точку, що яскраво світиться.

Електронна гармата. Підігрівач, катод, електрод, що управляє, і обидва аноди утворюють так звану електронну гармату (рис. 3.2).

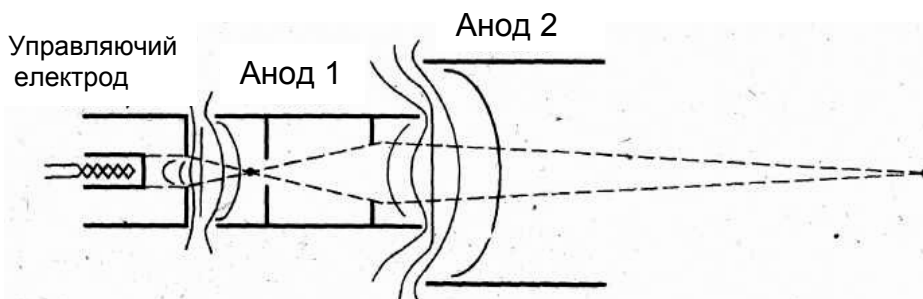


Рис. 3.2. **Схема електронної гармати.**

Інтенсивність електронного пучка (і яскравість плями, що світиться на екрані) регулюється шляхом зміни негативного зсуву на електроді, що управляє (що грає ту ж роль, що й сітка електронної лампи). Електрод, що управляє, і система анодів утворюють фокусуючу систему. На рис.

3.2 пунктиром показані траєкторії електронів, а суцільними лініями – еквіпотенціальні поверхні електричного поля, що утворюється при подачі позитивної напруги на аноди трубки. Потенціал першого анода вибирається звично у декілька разів менше ніж потенціал другого анода. Різниця потенціалів другого анода – катод складає звично 1 – 5 кВ.

Фокусуєча дія електричних полей показана на рис. 3.3. Електрон, який рухається в однорідному електричному полі, підлітає зі швидкістю v_1 до еквіпотенціальної лінії з потенціалом U_1 . Його швидкість складає кут α_1 з напрямом електричного поля (з нормаллю до еквіпотенціальної лінії). Розкладемо швидкість на компоненти v_{1x} і v_{1y} . При цьому ясно, що $v_{1x} = v_1 \cos \alpha_1$, $v_{1y} = v_1 \sin \alpha_1$. Переходячи до наступної еквіпотенціальної лінії U_2 , складова швидкості v_{1y} не змінюється, оскільки у цьому напрямі електричні сили не діють, а складова швидкості v_{1x} змінюється. Нехай для певності $U_2 > U_1$, тоді $v_{2x} > v_{1x}$ і траєкторія електрона наблизиться до силової лінії. Визначимо змінювання кута α . Зі сталості поперечної складової швидкості маємо:

$$v_1 \sin \alpha_1 = v_2 \sin \alpha_2,$$

або

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_2}{v_1}. \quad (3.1)$$

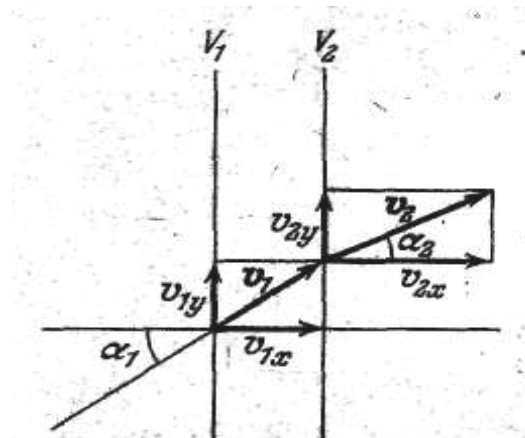


Рис. 3.3. Заламування електронного променя в електричному полі

Хай швидкість електрона при нульовому потенціалі близька до нуля. Тоді кінетична енергія електрона $\frac{mv^2}{2}$ на першій еквіпотенціальній лінії пропорційна її потенціалу U_1 , а його енергія, на другій еквіпотенціаль-

ній лінії пропорційна U_2 . Переходячи від швидкостей до потенціалів, знайдемо:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \sqrt{\frac{U_2}{U_1}}. \quad (3.2)$$

Формула (3.2) визначає "заломлення" траєкторії електрона в електричному полі і аналогічна закону заломлення світла.

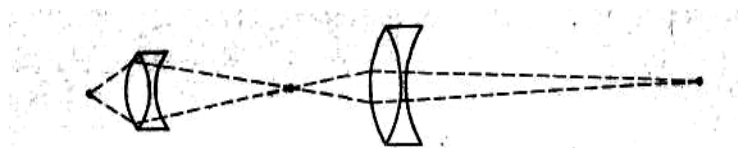


Рис. 3.4. Оптичний аналог фокусуєчої системи

Повернемося тепер до оптичних властивостей даної електронної гармати. Легко побачити, що в прискорюючому електричному полі дія еквіпотенціальних поверхонь, спрямованих опуклістю до катода, рівносильна дії збираючої лінзи. Насправді, в цьому випадку, як і в позитивній лінзі, траєкторії електронів згинаються у напрямі до осі системи. Дія еквіпотенціальних поверхонь, опуклість яких спрямована від катода, рівносильна дії розсіюючої лінзи. Таким чином, вся система еквівалентна двом опуклоувігнутим лінзам, як це зображено на рис. 3.4. Розміри електродів і напруги на них вибрані таким чином, що збираючий ефект переважав, і електрони фокусувались. Змінюючи напругу на електродах, можна змінювати конфігурацію еквіпотенціальних поверхонь, а значить, і фокусну відстань системи. При правильно вибраній напрузі пучок фокусується на флюоресціюючий екран.

Вийшовши з другого анода, електронний промінь проходить між двома парами відхиляючих пластин (6) і (7). Розглянемо їх дію. Якщо на будь-яку пару пластин подати напругу, то електронний промінь відхилиться від свого первинного напрямку, оскільки електрони притягуватимуться до пластини, зарядженої позитивно, і відштовхуватимуться від пластини, зарядженої негативно.

Хай електрон із швидкістю v_0 влітає в однорідне електричне поле пари відхиляючих пластин і рухається уздовж осі z , тобто перпендикулярно лініям напруженості електричного поля. Електричне поле другої пари

пластин поки вважатимемо, що дорівнюється нулю. У нашому випадку рух електрона уздовж осі z є рівномірним:

$$z = v_0 t, \quad (3.3)$$

а рух уздовж осі y – рівноприскореним:

$$y = \frac{1}{2} a t^2. \quad (3.4)$$

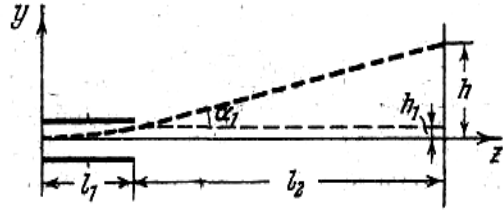


Рис. 3.4. Дія відхиляючих пластин

Прискорення електрона можна визначити за допомогою другого закону Ньютона:

$$a = eE_y / m. \quad (3.5)$$

Підставимо (1.3) і (1.5) до (1.4), знайдемо:

$$y = \frac{eE_y}{2mv_0^2} z^2. \quad (3.6)$$

Як випливає з (3.6), траєкторією електрона між відхиляючими пластинами є парабола. На виході з пластин траєкторія відхиляється від первинного напрямку на кут α_1 і зміщується на h_1 :

$$h_1 = \frac{eE_y}{2mv_0^2} l_1^2, \quad \text{tg } \alpha_1 = \frac{eE_y}{2mv_0^2} l_1, \quad (3.7)$$

де l_1 – довжина пластин конденсатора (друге з рівностей (3.7) знайдемо диференцюванням (3.6) по z).

Знайдемо відхилення h електронної плями на екрані трубки осцилографа. Позначаючи відстань від екрану до відхиляючих пластин через l_2 , одержимо:

$$h = h_1 + l_2 \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{eE_y}{mv_0^2} \left(\frac{l_1}{2} + l_2 \right). \quad (3.8)$$

Позначимо відстань від середини пластин до екрану через L . Тоді:

$$h = \frac{eE_y l_1 L}{m v_0^2}. \quad (3.9)$$

Швидкість електронів v_0 визначається напругою на другому аноді U_2 :

$$\frac{mv_0^2}{2} = eU_2. \quad (3.10)$$

З формули (3.10) виходить, що електронно-променева трубка є практично безінерційним приладом. Дійсно, оскільки величина $eU_2 = \operatorname{const} \approx 10^{-16}$ Дж, а маса електрона мала ($m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг), то швидкість електрона дуже велика. Тому електрони практично миттєво досягають екрану.

Напруженість поля E_y між відхиляючими пластинами дорівнює:

$$E_y = \frac{U_y}{d}, \quad (3.11)$$

де U_y – напруга на пластинах,
 d – відстань між ними.

Підставимо (3.10) і (3.11) до (3.9), знайдемо:

$$h = \frac{l_1 L}{2dU_2} U_y. \quad (3.12)$$

Отже, зсув променя на екрані пропорційний відхиляючій напрузі.

Один з основних параметрів ЕПТ – чутливість відхиляючих пластин. Хай під дією прикладеної напруги U_x слід електронного променя зміщується на величину x в горизонтальному напрямі, а під дією U_y – на величину y у вертикальному напрямі. Величини

$$j_x = \frac{x}{U_x}; \quad j_y = \frac{y}{U_y} \quad (3.13)$$

звуться чутливістями трубки до напруги відповідно в напрямках осей x і y . Чутливість до напруги показує величину відхилення електронного променя на екрані при різниці потенціалів на пластинах в 1 В.

При постійній анодній напрузі U величини j_x і j_y для даної електронної променевої трубки постійні.

З виразів (3.12) і (3.13) легко обчислюється чутливість трубки до напруги.

$$j_y = \frac{h}{U_y} = \frac{l_1 L}{2dU_2}. \quad (3.14)$$

Значення j звично дорівнює $0,1 - 1$ мм/В. Унаслідок малої чутливості відхиляючих пластин трубки дослідження з її допомогою малої напруги можливо лише після відповідного його посилення. Тому осцилограф містить підсилювачі вертикально і горизонтально відхиляючої напруги.

Окрім трубок з електростатичним відхиленням променя, існують електронно-променеві трубки з магнітним відхиленням променя.

ЕПТ з магнітним управлінням променем (рис. 3.5) не має відхиляючих пластин. Окрім тих же елементів, що і в ЕПТ з електростатичним управлінням, вона має відхиляючу систему (7) у вигляді котушок, розташованих зовні трубки, і третій анод (8), який сполучений з аквадагом (9).

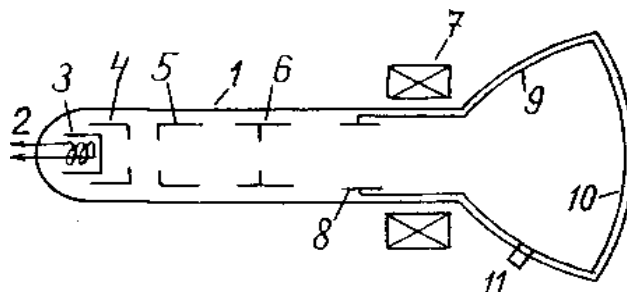


Рис. 3.5. ЕПТ з магнітним відхиленням променя

Відхиляюча система складається з двох пар відхиляючих котушок, розташованих під прямим кутом одна до іншої. Чутливість відхиляючої системи:

$$j = \frac{h}{B} = \frac{\gamma l}{\sqrt{U_A}}, \quad (3.15)$$

де l – відстань від вісі котушок до екрана;

γ – коефіцієнт, який характеризує конструкцію відхиляючих котушок.

Як видно з виразів (3.14), (3.15), чутливість ЕПТ з магнітним управлінням менше залежить від анодної напруги, ніж ЕПТ з електростатичним управлінням. Внаслідок цього в ЕПТ з магнітним управлінням шляхом збільшення напруги на другому аноді можна одержати високу яскравість свічення екрану і одночасно одержати кут відхилення променя α близько 10° при невеликій довжині трубки і великих розмірах екрану.

Оскільки радіус кола, по якому рухається заряджена частинка в магнітному полі, визначається виразом:

$$R = \frac{mv}{qB}, \quad (3.16)$$

то негативні іони з великою масою, що випускаються в невеликій кількості катодом, гірше відхиляються магнітним полем, ніж електрони, і потрапляють на центральну частину екрану, руйнуючи його. Внаслідок цього в центрі екрану утворюється темна пляма, яка зветься іонною, і з часом трубка стає непридатною для користування. Для захисту люмінофора при виготовленні ЕПТ його покривають зсередини тонкою плівкою алюмінію, що затримує іони, але пропускає електрони. Алюмініювання екрану підвищує яскравість зображення за рахунок віддзеркалення світла, що випромінюється люмінофором у напрямі від глядача.

Фокусування електронного пучка магнітним полем дозволяє одержати на екрані пляму меншого розміру, що світиться, ніж електричним полем. Проте потужність, споживана магнітними фокусувальною і відхиляючою системами, значно більша, ніж електростатичними. Оскільки в котушках важко здійснити протікання високочастотного струму (індуктивний опір прямопропорційний частоті), частотна характеристика магнітної відхиляючої системи обмежена декількома сотнями кілогерц, що значно менше, ніж для електростатичної.

При магнітному відхиленні променя спостерігаються менші спотворення зображення, ніж при електростатичному.

ЕПТ можуть бути різної конструкції, наприклад, містити декілька електронних гармат і відхиляючих систем, мати одно- або багатоколірний екран. Це дозволяє спостерігати одночасно декілька різних зображень або одержувати кольорове зображення. В ряді випадків використовуються ЕПТ (так звані потенціалоскопи), що дозволяють запам'ятовувати на тривалий час електричні сигнали у вигляді створеного електронним променем на діелектричному екрані потенційного рельєфу.

Генератор розгортки. Для вивчення процесів, що повторюються, на горизонтально відхиляючі пластини подають періодичну напругу, що змінюється, так, що промінь зміщується зліва направо пропорційно часу, а дійшовши до правого краю екрану, швидко повертається назад, після чого процес повторюється. Хай досліджувана змінна напруга подана на вертикально відхиляючі пластини:

$$U_y = U_0 \sin \omega t. \quad (3.17)$$

Тоді світла пляма на екрані здійснюватиме коливання. Внаслідок світлової інерції екрану і здатності нашого ока зберігати якийсь час одержане світлове сприйняття, на екрані будемо бачити нерухому вертикальну лінію (рис. 3.6). Нехай одночасно напруга на горизонтально відхиляючих пластинках зростає за лінійним законом:

$$U_x = kt. \quad (3.18)$$

Під дією цієї напруги пляма на екрані осцилографа рівномірно переміщуватиметься зліва направо. Результуюча траєкторія променя становить залежність досліджуваної напруги від часу (рис. 3.6). Дійсно, з формул (3.13 – 3.18) виходить, що:

$$x = U_x j_x = j_x kt,$$

$$y = U_y j_y = j_y U_0 \sin \omega t.$$

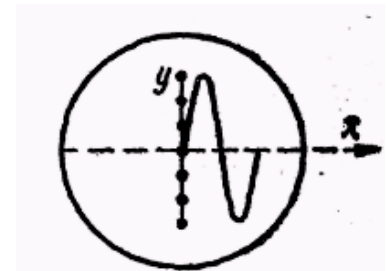


Рис. 3.6. Слід променя на екрані

При постійних j_x і j_y величинах $j_x kt$ і $j_y U_0$ постійні, тому $y = y(x)$ є синусоїдою, яка викреслюється електронним променем на екрані трубки в певному масштабі. Якщо після закінчення часу, що дорівнює періоду дослі-

джуваного коливання, напруга на горизонтально відхиляючих пластинах U_x стрибком падатиме до нуля, то світлова пляма стрибком повертається в початкове положення. Якщо U_x знову зростає за тим же законом, то на екрані трубки знов відтворюється синусоїда.

Таким чином, для отримання розгортки досліджуваної напруги в часі на горизонтально відхиляючі пластини необхідно подати «пилкоподібну» напругу (рис. 3.7), причому періоди пилкоподібної і досліджуваної напруги повинні співпадати.



Рис. 3.7. Пилкоподібна напруга

Якщо період розгортаючої пилкоподібної напруги кратний періоду досліджуваного, наприклад, більше за нього, то на екрані вийде зображення декількох повних коливань. При нерівності і некратності періодів крива на екрані рухатиметься. Джерелом пилкоподібної напруги є релаксаційний генератор, який називається генератором розгортки. Частоту генератора пилкоподібної напруги в осцилографах можна змінювати в широких межах. При ручному регулюванні підтримувати сувору рівність частот напруги U_x і U_y важко, тому осцилографи забезпечуються автоматичним пристроєм для синхронізації пилкоподібної напруги з досліджуваним – генератором розгортки.

При спостереженні періодичних і, особливо, швидко протікаючих процесів важливо одержати на екрані нерухоме зображення. Як неважко зміркувати, для цього потрібно, щоб період розгортки був кратний періоду процесу, що вивчається. Достатньо точне співвідношення періодів виявляється дотримати непросто із-за нестабільності генератора розгортки або процесу, що саме вивчається. Тому для примусового узгодження періодів використовують "синхронізацію", тобто вибирають схему, при якій напруга, що вивчається, "нав'язує" свій період генератору розгортки.

Якщо при цьому період власних коливань генератора розгортки майже дорівнює (або майже кратний) періоду коливань досліджуваної напруги, то коливання генератора синхронізуються.

Екран ЕПТ. Екран ЕПТ є тонким шаром речовини (люмінофора), здатної світитися при бомбардуванні електронами. Залежно від його складу (сульфід цинку, сульфід кадмію, окис цинку і ін.) можуть бути різними колір свічення екрану і тривалість післясвічення – час, за який зменшується яскравість свічення від первинного значення до мінімального після припинення електронного бомбардування екрану. Час післясвічення буває рівним від декількох мікросекунд до 10^{-6} секунд.

В ЕПТ телевізора і електронної обчислювальної машини яскравість висвіченої тільки один раз точки на екрані швидко падає і точка загасає. Тому висвічення зображення повторюється з частотою $25-30$ разів у секунду. Для відхилення променя в задану точку на екрані з координатами (x , y) на відхиляючу систему трубки подають в аналоговій формі відповідні сигнали, пропорційні необхідній величині відхилення.

Електрони, що осідають на екрані, створюють на ньому негативний заряд, який може сильно збільшитися і порушити нормальну роботу трубки. Для запобігання цього служить аквадаг (рис.3.5, позначка 9), до якого притягуються вторинні електрони, що випускаються екраном під дією бомбардування первинними електронами, чим і досягається відведення зарядів від екрану.

Блок-схема осцилографа. На рис. 3.8 приведена блок-схема осцилографа. Основними вузлами осцилографа є електронно-променева трубка, блок живлення, підсилювач напруги U_x , підсилювач напруги U_y ; генератор пилкоподібної напруги U_p і синхронізуючий пристрій. Регулювання яскравості електронного променя і його фокусування здійснюються за допомогою дільника напруги, що складається з опорів R_1 , R_2 і R_3 , до яких підводиться висока напруга постійного струму від блоку живлення. Досліджувана напруга U_y подається безпосередньо, або через підсилювач на вертикально відхиляючі пластини. На другу пару пластин подається напруга від якого-небудь стороннього джерела або пилкоподібна напруга від генератора розгортки. На лицьовій панелі осцилографа розташовані всі органи управління його з відповідними написами.

Спостереження фігур Ліссажу і визначення частоти. Для визначення частоти невідомого гармонійного коливання часто використовується метод фігур Ліссажу. Сутність методу полягає в наступному. Досліджуване коливання складається із взаємно перпендикулярним йому коливанням відомої частоти. Фігури Ліссажу виходять як результат складання цих двох взаємно перпендикулярних коливань (результат

розгортки коливань, що приходять в часі). У справжній роботі порівняння частот проводиться за допомогою електронного осцилографа.

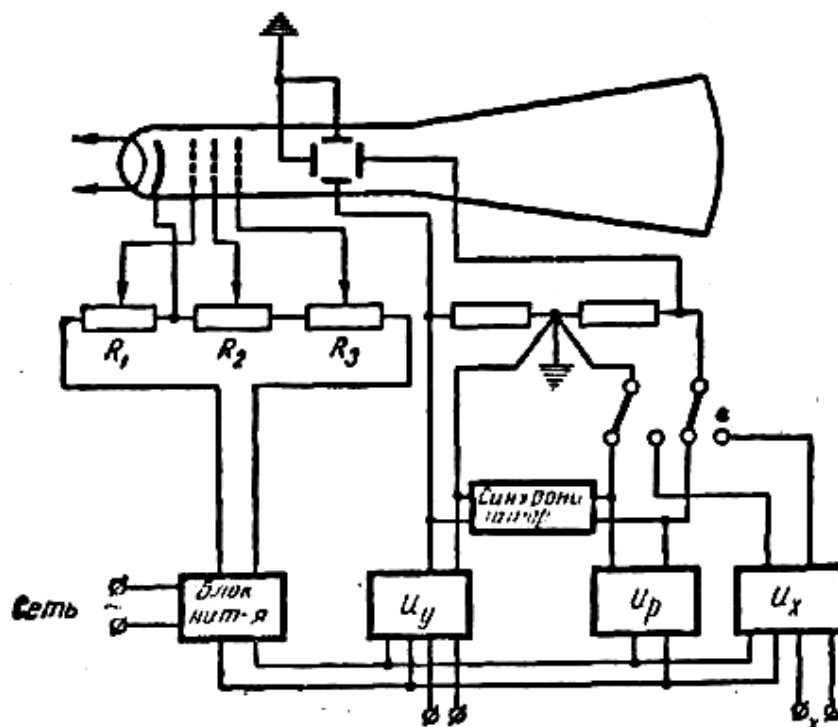


Рис. 3.8. Блок-схема осцилографа

Фігури Ліссажу виходять на екрані осцилографа (у даній роботі) внаслідок подачі змінної напруги від джерел звукової частоти на першу і другу пару відхиляючих пластин. Залежно від співвідношення частот, а також співвідношення амплітуд і фаз змінної синусоїдальної напруги, що подається на відхиляючі пластини, на екрані одержують різні фігури (рис. 3.9). Якщо відома частота напруги, що подається на одну пару пластин, то за фігурами Ліссажу можна визначити частоту напруги на другій парі пластин.

Якщо напруги, що підводяться, мають однакову частоту, амплітуду і фазу, то на екрані виходить пряма (рис. 3.9).

Якщо ж при рівності частот не будуть однакові фази сигналів, що підводяться до відхиляючих пластин, то на екрані з'являтимуться наступні за прямою інші фігури цього ряду. Форма цих фігур змінюватиметься залежно від співвідношення фаз між напругами, що підводяться.

Якщо частоти напруги, що підводяться, відносяться як 1:2, то на екрані з'являтимуться фігури другого ряду (рис. 3.9).

При складніших співвідношеннях між частотами напруги фігури Ліссажу виходитимуть ще складнішими.

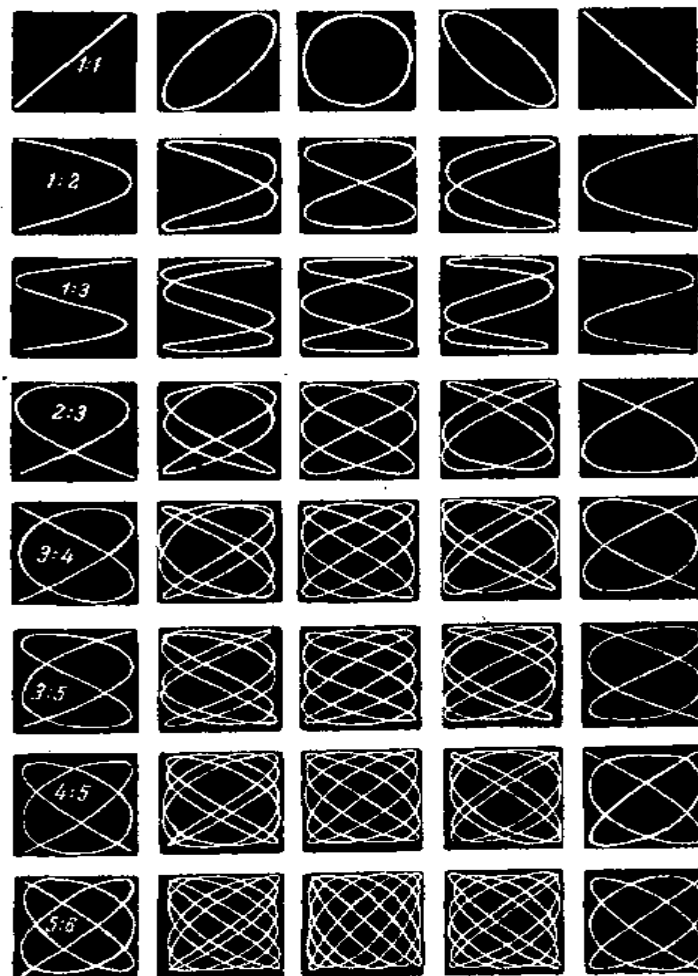


Рис. 3.9. Фігури Ліссажу

Для того, щоб визначити частоту по одержаних фігурах на екрані, визначають по цих фігурах спочатку співвідношення між частотами, застосовуючи наступне правило: необхідно обійти в думках або з яким-небудь покажчиком всю криву, одержану на екрані, почавши рух з якої-небудь крайньої вертикальної або горизонтальної її точки, і повернутися в початкову точку. При цьому необхідно в думках виділити вертикальну або горизонтальну складову руху плями. Під впливом напруги, що прикладена до вертикально відхиляючих пластин, пляма за один період цієї напруги опускається один раз вниз і один раз піднімається вгору. Так само за один період напруги, що прикладена до горизонтально відхиляючих пластин, пляма переміщається один раз ліворуч і інший раз праворуч. Тому при обході кривої слід злічити кіль-

кість переміщень плями вниз - вгору і ліворуч - праворуч. Розділивши одержані числа одне на інше, одержують відношення частот напруг.

Наприклад, на рис. 3.10-I горизонталь ab перетинає фігуру Ліссажу в трьох точках, а вертикаль ce – у двох точках. У цьому випадку відношення частоти f_x вертикально відхиляючої напруги до частоти f_y горизонтально відхиляючої напруги буде дорівнювати $3/2$. Неважко переконалися, що для випадку рис. 3.10-II одержимо відношення частот, що дорівнює $5/1$. Для рис. 3.10-III – $5/2$, а для рис. 3.10-IV і V буде відповідно $4/3$ і $7/1$. Щоб уникнути помилок горизонталь ab і вертикаль ce не слід проводити через вузлові точки фігури або дотично до неї.

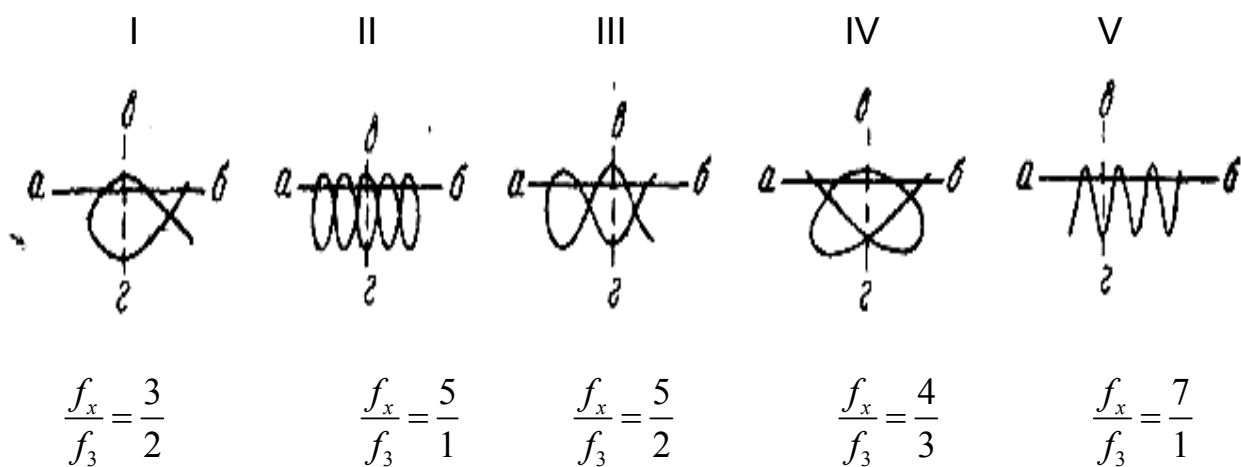


Рис. 3.10. Визначення частот за фігурами Ліссажу

Фігури Ліссажу здаватимуться нерухомими у тому випадку, коли частоти напруг, що підводяться, відноситимуться як цілі числа, наприклад, як $1/1$, $1/2$, $1/3$, $2/1$, $2/2$, $2/3$, $3/1$, $3/5$, $3/7$ і т. д.

Форма одержаних на екрані кривих залежить від форми кривої прикладеної напруги, співвідношення їх частот і фаз.

Необхідно відмітити, що абсолютна величина частот напруг, що підводяться, не впливає на вигляд кривих Ліссажу. Вигляд останніх залежить тільки від співвідношення частот і початкових фаз напруг, що підводяться (форма кривої яких передбачається синусоїдальною). Це означає, що незалежно від того, будуть підведені до осцилографа коливання з частотами 50 і 100 Гц, або 10000 і 20000 Гц, або 10^5 й $2 \cdot 10^5$ Гц, у всіх цих випадках будуть одержані фігури другого ряду рис. 3.9.

Опис лабораторної установки

У роботі використовується електронний осцилограф С1-83. Він призначений для візуального спостереження дослідження електричних сигналів у діапазоні частот 0 – 5 МГц. Осцилограф дозволяє вимірювати амплітудні і часові параметри досліджуваного сигналу і спостерігати одночасне зображення двох досліджуваних сигналів на одній розгортці. Можна також одержувати зображення функціональних залежностей між двома сигналами в режимі X-Y.

Більшість ручок управління осцилографом розташована на лицьовій панелі, їх функції роз'яснені написами.

У нижній частині панелі розташовані ручки управління:

ручка ☀ – для регулювання яскравості зображення;

ручка ⊙ – для фокусування зображення;

ручка ✎ – для регулювання освітлення шкали на екрані.

Зліва від екрану ЕПТ розташовані органи управління трактом вертикального відхилення :

перемикачі V/ДЕЛ – встановлюють калібровані коефіцієнти посилення каналів вертикального відхилення променя;

потенціометри ▷ – забезпечують плавне регулювання коефіцієнтів посилення обох каналів;

кнопка "I" – для спостереження на екрані сигналу каналу I.

кнопка "I ±II" – для спостереження алгебраїчної суми сигналів каналів "I" і "II";

кнопка "II", "X-Y" – для спостереження сигналу каналу II;

кнопки "...", "→→" – для спостереження на екрані сигналів обох каналів, які перемикаються різними способами.

Під кожним з перемикачів "V/ДЕЛ" розташовані входи каналів I і II.

Праворуч від екрану ЕПТ знаходяться органи управління розгорткою: перемикач "ВРЕМЯ/ДЕЛ" – для встановлення тимчасового масштабу горизонтальної розгортки променя, що калібрується, коли ручка плавного регулювання розгортки встановлена в крайнє праве положення ▼;

ручка "ПЛАВНО" – забезпечує плавне регулювання тимчасового масштабу горизонтальної розгортки з перекриттям в 2,5 рази в кожному положенні перемикача "ВРЕМЯ/ДЕЛ".

Набір кнопок "СИНХРОНІЗАЦІЯ" під перемикачем "ВРЕМЯ/ДЕЛ" необхідний для запуску розгортки або від досліджуваного (внутрішнього), або від зовнішнього сигналів.

Потенціометри \updownarrow і \leftrightarrow забезпечують переміщення променів обох каналів по вертикалі та по горизонталі.

Праворуч знизу на лицьовій панелі осцилографа розташована кнопка ВКЛ для включення напруги мережі.

Досліджувана напруга підводиться до осцилографа від двох звукових генераторів ЗГ типу ГЗ-34 або іншого типу. Діапазон частот генератора (від 33 Гц до 20 кГц) перекривається трьома піддіапазонами. Перемикач "МНОЖНИК" служить для ступінчастого встановлення потрібного піддіапазону частот; ручка "ЧАСТОТА" використовується для плавного встановлення частоти, яку відраховують за круговою шкалою приладу.

Порядок виконання роботи

Завдання 1. Визначення чутливості горизонтально відхиляючих пластин трубки осцилографа.

1. До входу каналу "II" осцилографа підключити вихід звукового генератора (рис. 3.11), встановивши його частоту, що дорівнює 150 Гц. Натиснути кнопки "II", "X-Y"

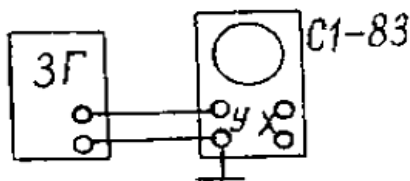


Рис. 3.11. Схема вимірювання

2. Ручку і перемикач V/ДЕЛ підсилувача вертикального відхилення променя каналу "II" встановити в крайнє праве положення.

3. Ручку перемикача "ВРЕМЯ/ДЕЛ" встановити в положення "2 мс". Натиснути кнопки синхронізації "ВНУТР. I, II" і "+".

4. Збільшуючи величину вихідної напруги генератора U_{ef} від нульового значення до декількох мілівольт, зміряти довжину l вертикальної лінії на екрані осцилографа. Результати вимірювань занести в табл. 3.1.

5. Визначити середнє значення чутливості осцилографа за формулою:

$$j = \frac{l}{2U_{ef}} \quad (3.19)$$

Дані вимірювання для визначення чутливості осцилографа

l , мм	5	10	15	20	25	30	35
$U_{\text{еф}}$, В							

6. Зробити висновки.

Завдання 1. Спостереження фігур Ліссажу і визначення частоти.

Частоту змінної напруги можна виміряти за допомогою осцилографа шляхом порівняння вимірюваної частоти з відомою. Якщо на одну пару відхиляючих пластин подати синусоїдальні коливання будь-якої частоти, а на іншу – коливання іншої частоти, то на екрані з'являться так звані фігури Ліссажу, по вигляду яких можна визначити співвідношення частот напруги.

Для цього потрібно зробити наступне.

1. Зібрати схему, що зображена на рис. 3.12. Звуковий генератор 1 підключити до входу каналу "II" осцилографа, а генератор 2 – до входу каналу "I".

2. Натиснути кнопку синхронізації "ВНЕСН.", "Х-У".

3. Установити частоту генератора 1, що дорівнює 20 Гц, поступово змінювати частоту генератора 2, одержати на екрані осцилографа стійку фігуру Ліссажу.

4. Замалювати фігуру Ліссажу; підрахувати число точок дотику фігури з горизонтальною і вертикальною дотичними лініями (див. рис. 3.10).

5. Вирахувати частоту генератора 2. Порівняти обчислену частоту з частотою на шкалі генератора.

6. Виконати те ж саме для п'яти різних частот генератора 1: 30, 40, 50, 100 і 150 Гц.

7. Зробити висновки.

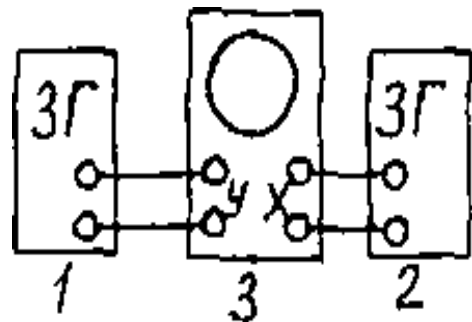


Рис.3.12. **Схема вимірювання частоти**

Контрольні питання

1. Розкажіть принцип дії електронно-променевої трубки.
2. У чому полягає сутність фокуруючої дії електричних полів на електронний промінь?
3. Чому осцилограф є практично безінерційним приладом?
4. Вкажіть призначення осцилографа, його основні вузли.
5. Яке призначення генератора розгорстки?
6. У чому полягає дія відхиляючих пластин?
7. Для чого алюмініують екрани кінескопів?
8. Вкажіть переваги і недоліки магнітного відхилення променя порівняно з електростатичним.
9. Як складаються взаємноперпендикулярні коливання?
10. Як визначити чутливість осцилографа?
11. У чому полягає причина відмінності формул (3.14) і (3.19)?
8. Як виміряти частоту за допомогою осцилографа?
9. У чому полягає метод фігур Ліссажу?
10. Як за виглядом фігур Ліссажу можна визначити відношення частот?
11. Чому ЕПТ з магнітним відхиленням не застосовуються в осцилографах для дослідження напруги високих частот?

Лабораторна робота №2

Вивчення закону Ома

Мета роботи – вивчення основ електронної теорії електропровідності металів, закону Ома для постійного струму і вимірювання питомого опору провідника.

Загальні положення

Для підтримки в електричному колі постійного струму провідності необхідно, щоб на носії заряду діяли крім кулонівських сил ще якісь інші, не електричні сили, так звані сторонні сили.

Якщо кулонівські сили викликають з'єднання різнойменних зарядів, вирівнювання потенціалів і зникнення електричного поля в провіднику, то

сторонні сили викликають розділення різнойменних зарядів і підтримують різницю потенціалів на кінцях провідника. Сторонні сили діють на носії заряду усередині джерел електричної енергії (гальванічних елементів, акумуляторів, електричних генераторів).

Джерело сторонніх сил так само необхідне в колі постійного струму, як необхідний насос для створення постійної циркуляції рідини в будь-якій замкнутій гідравлічній системі, роль насоса в електричному колі відіграє джерело електричної енергії. Під дією сторонніх сил носії заряду рухаються усередині джерела електричної енергії проти сил електростатичного поля так, що на кінцях зовнішнього кола підтримується постійна різниця потенціалів і в колі йде постійний струм.

Переміщуючи заряд, сторонні сили здійснюють роботу за рахунок енергії, що витрачається в джерелі електричної енергії. Так, наприклад, в гальванічних елементах робота сторонніх сил проводиться за рахунок енергії хімічних реакцій на електродах.

У загальному випадку на носій заряду діє в провіднику сила

$$F = F_{кул} + F_{стор}, \quad (3.20)$$

або

$$F = q(E_{кул} + E_{стор}), \quad (3.21)$$

де $E_{стор}$ і $E_{стор}$ – напруженості поля, що утворюються кулонівськими та сторонніми силами.

Помножуючи обидві частини рівності (3.21) на довжину dl елементу провідника і інтегруючи по довжині ділянки кола 1-2, маємо для одиничного позитивного заряду:

$$U_{12} = \int_1^2 (E_{кул} + E_{стор}) dl = \int_1^2 E_{кул} dl + \int_1^2 E_{стор} dl, \quad (3.22)$$

де U_{12} – напруга на ділянці кола 1 – 2, що чисельно дорівнює сумарній роботі, яка здійснюється кулонівськими і сторонніми силами при переміщенні по ділянці кола 1 – 2 одиничного позитивного заряду.

Перший інтеграл, що стоїть в правій частині рівняння (3.22), чисельно дорівнює роботі, що здійснюється кулонівськими силами при перенесенні одиничного позитивного заряду уздовж ділянки кола 1 – 2 і є різниця потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$ на ділянці кола 1 – 2.

Другий інтеграл в рівнянні (3.22) називається електрорушійною силою (ЕРС) ε_{12} , яка чисельно дорівнює роботі, що здійснюється сторонніми силами при переміщенні по ділянці кола 1 – 2 одиничного позитивного заряду.

Отже:

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}, \quad (3.23)$$

або

$$IR_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}, \quad (3.24)$$

де I – сила струму в колі,

R_{12} – величина, яка називається електричним опором ділянки кола 1 – 2.

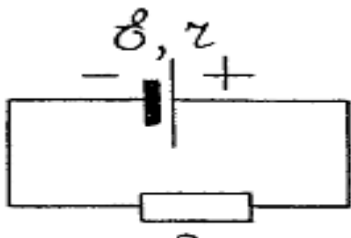
Рівняння (3.24) є математичним записом узагальненого закону Ома для ділянки кола.

Слід звернути увагу на той факт, що напруга на ділянці кола дорівнює різниці потенціалів тільки в тому випадку, якщо на цій ділянці відсутній ЕРС ($\varepsilon = 0$), тобто не діють сторонні сили.

Нерозгалуджене замкнуте електричне коло можна розглядати як ділянку кола, кінці якого збігаються, так що $\varphi_1 = \varphi_2$ і $R_{12} = R_{\text{ц}}$, де $R_{\text{ц}}$ – опір всього кола. Тому закон Ома для замкнутого кола має вигляд:

$$IR_{\text{ц}} = \varepsilon. \quad (3.25)$$

Для кола, яке зображено на рис. 3.13, повний опір кола $R_{\text{ц}} = r + R$, де r – внутрішній опір джерела електричної енергії з ЕРС ε , R – опір зовнішньої частини кола. Закон Ома для всього кола прийме вигляд:



$$I(R_{\text{ц}} + r) = \varepsilon \quad (3.26)$$

Оскільки на ділянці зовнішнього кола ЕРС відсутня, то закон Ома для цієї ділянки має вигляд:

$$U = IR = \frac{\varepsilon}{R + r} R < \varepsilon. \quad (3.27)$$

Рис. 3.13. Електричне коло

Якщо ділянкою кола є циліндровий провідник завдовжки l і площею поперечного перетину S , то його опір:

$$R = \frac{\rho l}{S}, \quad (3.28)$$

де ρ – питомий опір речовини, з якої виготовлений провідник.

Застосовуючи закон Ома для такої ділянки кола і враховуючи (3.28), одержимо:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{US}{\rho l}. \quad (3.29)$$

Звідки:

$$\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{U}{l}. \quad (3.30)$$

Величина $j = \frac{I}{S}$ називається густиною струму, $\frac{U}{l} = E$ – напруженість електричного поля в провіднику.

Величина, що зворотня до питомого опору $\gamma = \frac{1}{\rho}$, називається питомою провідністю даної речовини.

Враховуючи ці позначення, можна (3.30) написати у вигляді співвідношення:

$$j = \gamma E, \quad (3.31)$$

яке носить назву закону Ома в диференціальній формі.

У векторній формі для будь-якої точки всередині провідника можна написати:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}. \quad (3.32)$$

Аналогічним чином можна одержати формулу для об'ємної густини теплової потужності електричного струму, тобто потужності в одиниці об'єму:

$$\omega = \gamma E^2. \quad (3.33)$$

Це рівняння виражає закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі.

Висока електрична провідність металів обумовлена величезною концентрацією в них носіїв заряду – електронів провідності. У класичній теорії П. Друде і Г. Лоренца електрони провідності розглядаються як електронний газ, що володіє властивостями одноатомного ідеального газу.

У відсутність електричного поля електрони провідності хаотично рухаються і стикаються з іонами металу, які, у свою чергу, здійснюють

безладні теплові коливання біля положень рівноваги – вузлів кристалічної решітки. Середня довжина вільного пробігу електронів порядку відстані між вузлами ґрат металу, тобто $\bar{\lambda} \approx 10^{-10}$ м.

Електричний струм у металі виникає під дією електричного поля, яке викликає впорядкований рух електронів провідності – їх дрейф в напрямі, протилежному напрямку вектора напруженості поля \vec{E} .

У класичній електронній теорії передбачається, що при зіткненнях з іонами металу електрони повністю втрачають швидкість впорядкованого руху, і нехтується статистичним розподілом електронів провідності за швидкостями їх теплового руху.

Закон Ома в диференціальній формі в цій теорії має вигляд:

$$j = \frac{ne^2\bar{\lambda}}{2m\bar{v}}E = \gamma E, \quad (3.34)$$

де n – концентрація електронів,

$\bar{\lambda}$ і \bar{v} – середня довжина вільного пробігу і середня квадратична швидкість електронів,

e і m – заряд і маса електрона.

Класична електронна теорія дозволила пояснити також закон Джоуля-Ленца й інші закономірності. Але спроби розширення області застосування цієї теорії і її подальшого розвитку привели до непереборних суперечностей з експериментами, вихід з яких був знайдений в квантовій електронній теорії металів, яка розроблена А. Зоммерфельдом, який використав квантову статистику Е. Фермі і П. Дірака.

Опис лабораторної установки

У лабораторній роботі необхідно перевірити виконання закону Ома, визначити двома методами опір дроту і обчислити його питомий опір.

Лабораторний макет приладу зображений на рис. 3.14. На підставі (1) закріплена колонка (2) з кронштейнами (3) і (4), між якими на ізоляторах натягнутий провідник (5) діаметром 0,36 мм. Провідник має рухомий контакт (6), який можна закріплювати в потрібному місці.

На підставі (1) встановлений також вимірювальний блок (7), на лицьовій панелі якого розташовані вольтметр і міліамперметр, а також наступні елементи управління:

- "W1" – вимикач мережі;
- "W2" – перемикач методів вимірювання опору;
- "W3" – вимикач містка постійного струму;
- "P1" – регулятор напруги.

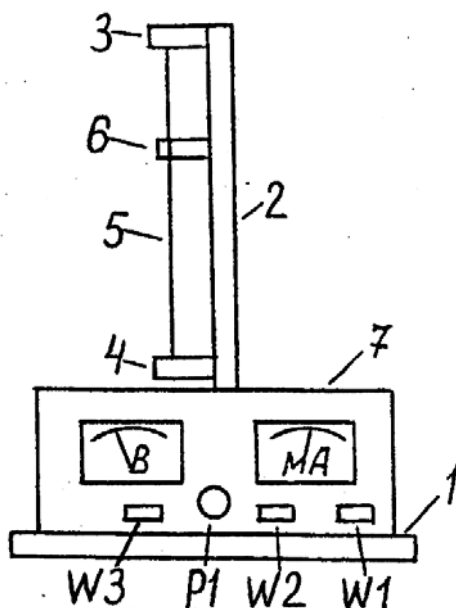


Рис. 3.14. Лабораторний макет

При визначенні опору дроту методом точного вимірювання струму використовується схема рис. 3.15, для якої можна написати:

$$I_a R_a + I_a R_b = U_b, \quad (3.35)$$

де R_a і R_b – опори амперметра і дрота.

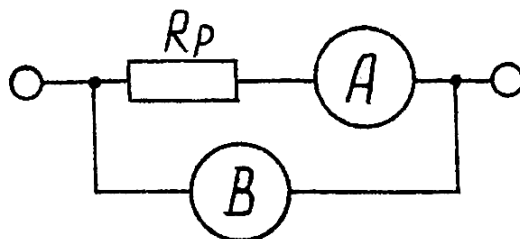


Рис. 3.15. Схема точного вимірювання струму

Отже:

$$I_a (R_a + R_b) = U_b;$$

$$R_a + R_p = \frac{U_b}{I_a}. \quad (3.36)$$

Звідки:

$$R_p = \frac{U_b}{I_a} - R_a. \quad (3.37)$$

Позначивши $\frac{U_b}{I_a} = R_{p1}$, отримуємо:

$$R_p = R_{p1} \left(1 - \frac{R_p}{R_{p1}} \right). \quad (3.38)$$

При визначенні опору дроту методом точного вимірювання напруги використовується схема рис. 3.16, для якої можна написати:

$$I_a = I_b + I_R = \frac{U_B}{R_B} + \frac{U_B}{R_p} = U_B \frac{R_p + R_B}{R_B \cdot R_p}. \quad (3.39)$$

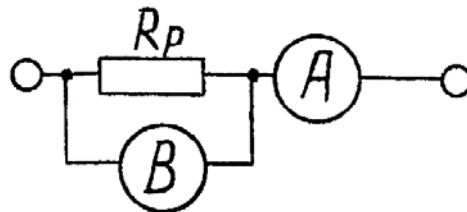


Рис. 3.16. Схема точного вимірювання напруги

З виразу (3.39) маємо:

$$\frac{U_B}{I_a} = R_{p2} = \frac{R_B \cdot R_p}{R_p + R_B}.$$

Звідки:

$$R_B \cdot R_p = R_p R_{p2} + R_B R_{p2}; \quad R_p (R_B - R_{p2}) = R_B \cdot R_{p2}.$$

Отже:

$$R_p = R_{p2} \frac{R_B}{R_B - R_{p2}} = R_{p2} \frac{R_B - R_{p2} + R_{p2}}{R_B - R_{p2}}. \quad (3.40)$$

Тоді маємо:

$$R_p = R_{p_2} \left(1 + \frac{R_{p_2}}{R_B - R_{p_2}}\right). \quad (3.41)$$

Визначивши за формулами (3.38) і (3.41) величину опору дроту R_p і використовуючи вираз (3.28), можна визначити питомий опір ρ матеріалу, з якого виготовлений дріт.

Порядок виконання роботи

1. Натисканням кнопки $W1$ (рис. 3.14) увімкнути установку в мережу 220 В.

2. За допомогою регулятора $P1$ задавати різні значення напруги і вимірювати відповідні ним значення струму, заздалегідь натиснувши кнопки $W2$ і $W3$.

3. Побудувати графік функції $I = f(U)$ і перевірити виконання закону Ома.

4. Визначити опір дроту методом точного вимірювання струму. Для цього:

кнопку $W2$ віджати;

регулятором $P1$ встановити декілька різних значень напруги і виміряти відповідні ним значення струму;

за допомогою шкали на колонці 2 виміряти робочу довжину дроту від нижнього кронштейна до рухомого контакту 6;

визначити середнє значення опору R_p ;

за формулою (3.38) визначити опір дроту R_p , враховуючи, що опір амперметра $R_a = 0,15$ Ом.

5. На підставі формули (3.28) визначити питомий опір ρ .

6. Визначити опір дроту методом точного вимірювання напруги:

кнопку $W2$ натиснути;

провести вимірювання, що описані в п. 4;

визначити середнє значення опору R_p ;

за формулою (3.41) визначити опір дроту R_p , враховуючи, що опір вольтметра $R_B = 2500$ Ом.

7. Використовуючи формулу (3.28), визначити питомий опір ρ .

8. За даними п. 5 і 7 обчислити середнє значення питомого опору матеріалу дроту.

9. Використовуючи табличні дані, визначити матеріал провідника.

Контрольні питання

1. Поясніть фізичний сенс електрорушійної сили, напруги і різниці потенціалів на ділянці електричного кола.

2. Що розуміють під сторонніми силами і яка їх роль у колі постійного струму?

3. Сформулюйте та запишіть закон Ома в інтегральній формі.

4. Сформулюйте та запишіть закон Ома в диференціальній формі.

5. Запишіть закон Ома для замкнутого кола.

6. Сформулюйте основні положення класичної електронної теорії провідності металів. Вкажіть недоліки цієї теорії.

7. Дайте визначення поняття питомого опору провідника.

8. Запишіть закон Джоуля – Ленца в інтегральній та диференціальній формах.

Лабораторна робота №3

Вимірювання питомого заряду електрона "методом магнетрона"

Мета роботи – вивчення руху електрона в схрещених електричному і магнітному полях і розрахунок питомого заряду електрона.

Загальні положення

Вивчення руху електронів в електричному і магнітному полях дозволяє з'ясувати механізм процесів, що відбуваються в електронно-променевої трубці та інших електровакуумних приладах, що використовуються в сучасних ЕОМ.

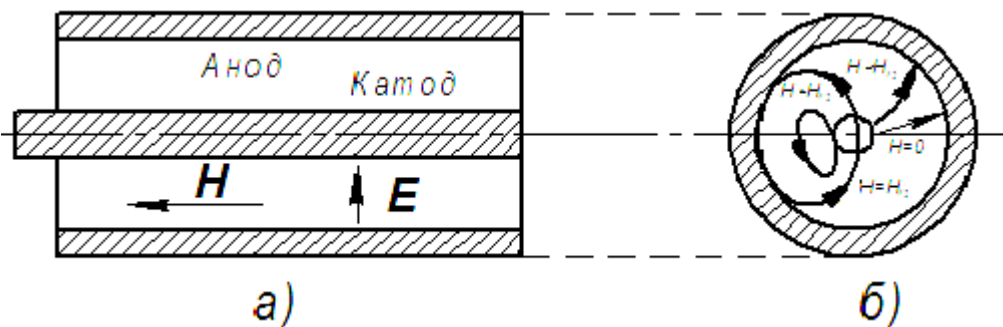
Заряд і маса електрона є його найважливішими характеристиками. При русі електрона в електричному і магнітному полях траєкторія елект-

рона визначається конфігурацією цих полів і відношенням заряду електрона до його маси $(\frac{e}{m})$. Це відношення називають питомим зарядом електрона.

При заданій структурі електричного або магнітного поля і експериментальному визначенні траєкторії може бути знайдена величина $\frac{e}{m}$. На цьому засновані чисельні методи визначення відношення заряду до маси для електрона. До них відноситься і "метод магнетрона". Ця назва пов'язана з тим, що вживана в роботі конфігурація електричного і магнітного полів дуже нагадує конфігурацію полів у магнетронах. Магнетрон – це електровакуумний прилад, який служить для генерації електромагнітних хвиль СВЧ-діапазону.

Електрони, що випускаються нагрітим катодом вакуумного діода (рис.3.17), рухаються в кільцевому просторі, ув'язненому між катодом і анодом (коаксіальними циліндровими електронами).

Завдяки такій формі і розташуванню електродів, електричне поле \vec{E} в міжелектродному просторі спрямовано по радіусу від анода до катода.



а) напрями полів; б) траєкторії електронів.

Рис.3.17. Вакуумний діод

Вакуумний діод поміщений всередину соленоїда так, що магнітне поле електрода соленоїда \vec{B} спрямоване паралельно осі катода, тобто перпендикулярно до електричного поля.

Магнітне поле діє на рухомий заряд з силою Лоренця $\vec{F} = e[\vec{v}, \vec{B}]$, яка перпендикулярна до напрямку руху заряду і до вектора магнітної індукції \vec{B} . Електричне поле прискорює електрони в просторі між електродами, а магнітне – скривлює їх траєкторії і відхиляє електрони в напрямі,

перпендикулярному до напрямку вектора швидкості в кожен момент часу. Відхилення електронів магнітним полем при певному співвідношенні між їх швидкістю \vec{v} і значенням вектора \vec{B} може привести до того, що електрони зовсім перестануть досягати анода.

Вони утворюють у лампі об'ємний негативний заряд, який обертається в просторі між катодом і анодом. Анодний струм припиниться.

Напруженість магнітного поля, при якій електрони не досягають анода і анодний струм різко зменшується, можна назвати критичною напруженістю $H_{кр}$. Оскільки електрони, що випускаються нагрітим катодом, володіють різними початковими швидкостями, то критичні умови досягаються для різних електронів при різних значеннях H . Тому зменшення анодного струму із збільшенням H відбувається поступово. На рис.3.18 надана залежність анодного струму I_a лампи від величини напруженості магнітного поля при постійному значенні анодної напруги U_a . Тут же приводиться зміна траєкторії електронів при збільшенні напруженості магнітного поля.

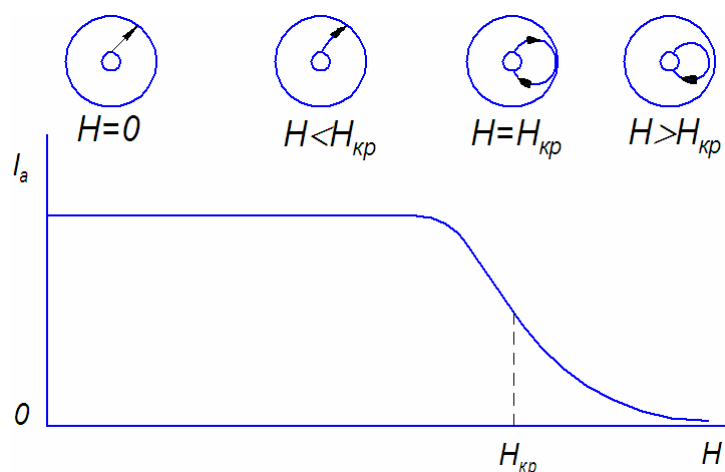


Рис. 3.18. Залежність анодного струму від напруженості магнітного поля

Вимірювання $\frac{e}{m}$ "методом магнетрона" полягає в тому, що в досліджуваній лампі встановлюють постійну напругу розжарення катода і постійну різницю потенціалів між анодом і катодом, тобто створюють умови для постійності анодного струму. Потім збільшенням сили струму в соленоїді і, отже, напруженості магнітного поля домагаються різкого зменшення анодного струму в лампі.

Знаючи геометрію лампи (тобто радіуси її циліндрового анода і катода), величину прикладеної анодної напруги і напруженість критичного магнітного поля $H_{кр}$, можна знайти величину відношення $\frac{e}{m}$:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_a}{\mu_0^2 R_a^2 H_{кр}^2}, \quad (3.42)$$

де μ_0 – магнітна постійна, що дорівнює $4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м;

R_a – радіус анода.

Таким чином, досвід зводиться до зняття характеристики скидання лампи, тобто залежності $I_a = f(H)$ при $U_a = const$. Різкий спад на цій кривій відповідає шуканим критичним умовам роботи лампи.

Опис лабораторної установки

Схема лабораторної установки зображена на рис. 3.19, де 1 – двоелектродна лампа; К – катод; А – анод; 2 – соленоїд.

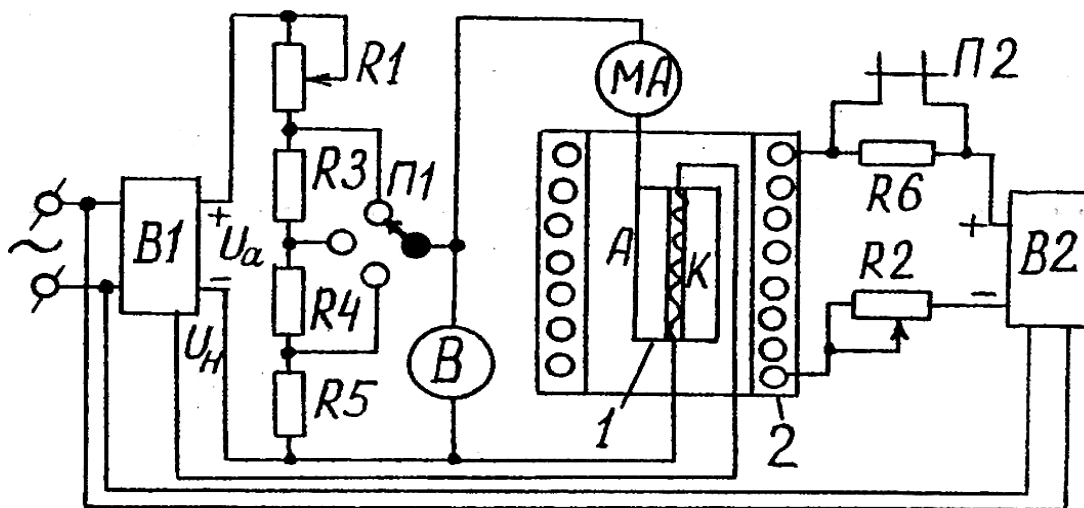


Рис. 3.19. Схема лабораторної установки

Досліджувана лампа є кенотроном (випрямлячем), що має анод і катод циліндрової форми. Ця лампа поміщена в магнітне поле (всередину соленоїда), яке спрямоване вздовж осі симетрії електродів.

Зовнішній вигляд панелі, на якій розташовані вимірювальні прилади, зображений на рис. 3.20, де 1 – ручка вимикача мережі; 2 – грубе регулювання анодної напруги; 3 – плавне регулювання анодної напруги; 4 – грубе регулювання струму соленоїда; 5 – плавне регулювання струму соленоїда.

Анодна напруга вимірюється вольтметром, анодний струм – міліамперметром. Магнітне поле створюється соленоїдом, який закріплений біля панелі. Схема вмикання соленоїда показана на рис. 3.19.

Геометричні розміри електродів і електричні параметри схеми наступні: $N = 1250$ витків, $l = 0,2$ м, $U_a = 90$ В, $R_a = 9,4$ мм.

Порядок виконання роботи

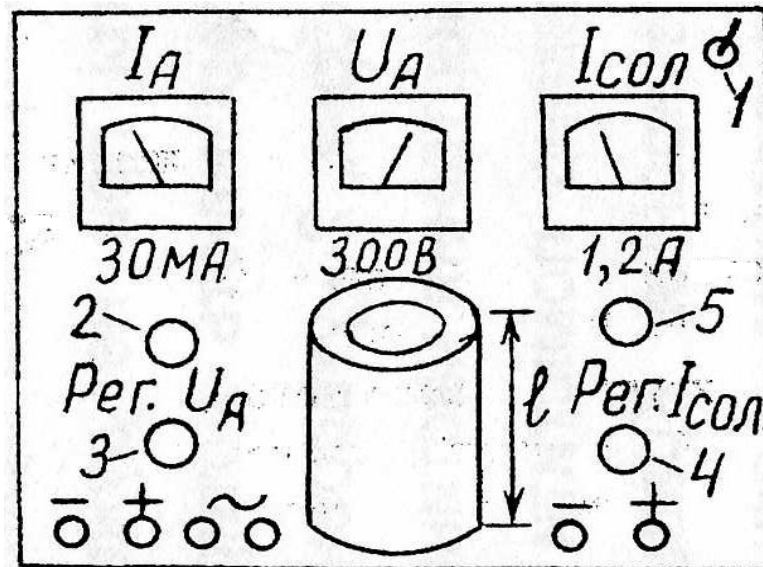


Рис. 3.20. Передня панель лабораторного макету

1. Увімкнути макет у мережу.
2. Встановити значення анодної напруги $U_a = 90$ В за допомогою регуляторів $P1$ ("грубо") і $R1$ ("плавно") (рис. 3.19 і 3.20) і підтримувати його постійним за допомогою потенціометра $R1$.
3. Змінюючи струм I_c через соленоїд ступенями (для значень, що задані в табл. 3.1), записувати величину анодного струму діода. Резуль-

тати залежності анодного струму від величини струму соленоїда занести в табл. 3.1.

Таблиця 3.1

Результати вимірювань I_a і H

I_c, A	I_a, mA	$H, A/m$
0,45		
0,5		
0,6		
0,7		
0,75		
0,8		
0,85		
0,9		
1,0		
1,05		

4. Розрахувати напруженість магнітного поля за формулою:

$$H = \frac{I_c N}{l} \quad (3.43)$$

де N – число витків соленоїда;

l – довжина соленоїда;

I_c – струм у соленоїді.

Побудувати графік залежності $I_a = f(H)$.

5. По одержаній кривій визначити $H_{кр}$ в точці найбільшої крутизни спаду струму I_a .

6. Обчислити значення $\frac{e}{m}$ за зміряними значеннями $H_{кр}$, U_a і заданому значенню R_a .

7. Відповідь перевірити, підставивши табличні значення e і m .

8. Зробити висновки.

Контрольні питання

1. Дати визначення питомого заряду електрона.
2. У чому полягає сутність "методу магнетрона"?

3. Яку дію чинить на рухому частинку електричне поле?
4. Як визначається робота, що виконує електричне поле над зарядженою частинкою?
5. Яка сила діє на заряджену частинку, що рухається в магнітному полі?
6. По якій траєкторії буде рухатися заряджена частинка, яка влітає в однорідне магнітне поле? Чому?
7. Як визначають напрям сили Лоренца, яка діє на негативні та позитивні частинки, що рухаються в магнітному полі?
8. Дати визначення $H_{кр}$ і описати її обчислення в даній лабораторній роботі.
9. Запишіть у векторній формі результуючу силу, яка діє на заряджену частинку в електромагнітному полі.
10. Назвати електронні прилади, в яких використовується рух електронів у вакуумі в електричному і магнітному полях.

Лабораторна робота №4

Вимірювання ширини забороненої зони напівпровідників

Мета роботи – вивчення залежності опору термістора від температури і вимірювання ширини забороненої зони напівпровідникового матеріалу, з якого виготовлений термістор.

Загальні положення

Найважливішою рисою сучасного етапу розвитку науки і техніки є широке впровадження мікроелектроніки у важливіші галузі промисловості і в обчислювальну техніку. Матеріали, які переважно використовуються в мікроелектронних приладах і пристроях, є напівпровідниками. До напівпровідників належать деякі метали, окисли металів, сульфідні (сполуки сірки), селеніди (сполуки селену), телуриди, деякі сплави тощо. Значна частина напівпровідників має кристалічну будову. Не зважаючи на те, що напівпровідники, як і метали, мають чисто електронну провідність, ток, що протікає крізь них, є складним квантовим явищем.

При об'єднанні атомів у кристалічне тіло структура енергетичних рівнів електронів зазнає важливих змін. Ці зміни майже не зачіпають найбільш глибоких рівнів, які створюють внутрішні, заповнені оболонки. Зате зовнішні рівні корінним чином перебудовуються. Вказана відмінність пов'язана з різним просторовим розподілом електронів, що знаходяться на глибоко лежачих і на верхніх енергетичних рівнях. Атоми в кристалі тісно "притиснуті" один до одного. Хвильові функції зовнішніх електронів в істотній мірі перекриваються, що приводить до усупільнення цих електронів – вони тепер належать не окремим атомам, а всьому кристалу. В той же час хвильові функції внутрішніх електронів один з одним практично не перекриваються. Положення цих рівнів у кристалі мало відрізняється від їх положень в ізолюваних атомів. У одиночних атомів одного і того ж елемента енергія відповідних рівнів точно однакова. При зближенні атомів ці енергії починають розходитися, як це зображено в розділі 1.4.2 на рис. 1.6. Розщеплювання енергетичних рівнів аналогічне розбіжності частот коливальних маятників або між електричними коливальними контурами, налаштованими на одну і ту ж частоту. Системи рівнів, що "розійшлися", утворюють у кристалі дозволені енергетичні зони; енергії електронів можуть бути лише в межах цих зон. Між дозволеними зонами є заборонені зони (рис. 1.7, розділ 1.4.2), в яких електрони не можуть перебувати. Ширина зон визначається величиною зв'язку між атомами і не залежить від числа атомів у кристалі. В той же час кількість рівнів у зоні дорівнює числу атомів і описується цифрами з десятків або навіть з декількома десятками нулів. Таким чином, відстань між рівнями виявляється такою незначною, що говорити про положення окремих рівнів у зоні не має сенсу. В той же час кількість рівнів зберігає цілком ясний сенс, оскільки при зближенні атомів кількість можливих станів (а отже, і число електронів, які можуть зайняти ці стани) не змінюється.

Електропровідність кристалів визначається розподілом електронів за рівнями. В ізоляторах електрони доверху заповнюють останню із зайнятих зон (так звану валентну зону). Наступна дозволена зона (зона провідності) не містить електронів. Ширина забороненої зони, що розділяє валентну зону і зону провідності, велика, так що електрони в звичайних умовах не можуть її "перестрибнути". Через симетрію кристала кількість електронів, що знаходяться у валентній зоні і рухаються в протилежні сторони однакова, тому електричний струм відсутній. У присутності поля

жоден з електронів не може змінити свого руху (наприклад, змінити імпульс "по полю" на імпульс "проти поля"), оскільки немає вільних енергетичних станів у зоні.

У металах електрони лише частково заповнюють останню із займаних зон, і в ній є вільні стани. У присутності поля електрони зони можуть займати ці стани, що рівносильно отриманню електронами імпульсу "проти поля", і кристал проводить струм.

До напівпровідників відносяться речовини, які при низьких температурах є ізоляторами. Вони відрізняються від звичайних ізоляторів невеликою шириною забороненої зони. У напівпровідників $\Delta E = 0,7 - 2$ еВ (у германію $\Delta E = 0,72$ еВ, у кремнію $\Delta E = 1,2$ еВ), у діелектриків (ізоляторів) ΔE досягає 15 еВ.

У напівпровіднику вже при кімнатних температурах тепловий рух перекидає частину електронів з валентної зони в зону провідності. При цьому електропровідність виникає як у зоні провідності, так і у валентній зоні. У зоні провідності вона визначається присутніми там електронами (електронна провідність). У валентній зоні провідність стає можливою через появу вільних станів, частина з яких (відповідних потрібному напрямку струму) може бути зайнята електронами зони (діркова провідність).

Електропровідність напівпровідника залежить від концентрації і рухливості u [$\text{м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$] носіїв струму. Рухливістю називають середню впорядковану швидкість електронів або дірок, що виникає в електричному полі з напруженістю 1 В/м:

$$u = v / E, \quad (3.44)$$

де v – середня впорядкована швидкість;

E – напруженість електричного поля.

У загальному випадку електропровідність напівпровідника є:

$$\gamma = 1 / \rho = e(nu_n + pu_p), \quad (3.45)$$

де n і p – концентрації електронів і дірок;

u_n і u_p – їх рухливість.

У разі домішкової провідності один тип носіїв звичайно переважає над іншим і у формулі (3.45) можна нехтувати одним з доданків.

Характерною є температурна залежність питомої електропровідності напівпровідника. Якщо енергія руху атомів є енергією теплового руху, то концентрація електронів в зоні провідності залежатиме від температури:

$$n = n_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (3.46)$$

де n_0 – константа;

e – основа натурального логарифма;

σ_0 – стала Больцмана;

T – абсолютна температура.

Оскільки електропровідність пропорційна концентрації носіїв, то залежність питомої електропровідності діелектриків від температури виражається експоненціальним законом:

$$\gamma = \gamma_0 e^{-\frac{\Delta E_0}{2kT}}, \quad (3.47)$$

де T – абсолютна температура;

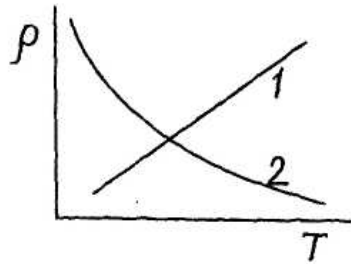
γ_0 – константа, що характерна для даного напівпровідника;

k – стала Больцмана;

ΔE – енергія активації, тобто енергія, яка потрібна для переведення електронів з валентної зони в зону провідності.

При $T = 0$ К напівпровідники є ізоляторами, а при високих температурах їх електропровідність наближається до провідності металів. З підвищенням температури питомий опір металів зростає, тоді як у напівпровідників він зменшується (рис. 3.21).

При вивченні електропровідності твердих тіл має сенс розглядати тільки енергетичні рівні валентних електронів, оскільки решта електронів сильно пов'язана з ядром атома і в електропровідності брати участь не може.



1 – метал; 2 – напівпровідник

Рис. 3.21. Залежність питомого опору від температури

Як було зазначено вище, коли атоми об'єднуються в кристал, то в результаті дії електричних полів сусідніх атомів кожний енергетичний рівень розщеплюється на декілька підрівнів. Рівні енергії валентних електронів в атомі створюють валентну зону. Набір енергетичних рівнів, відповідних валентним електронам, що знаходяться у вільному стані, утворюють зону провідності. Валентні електрони, що відірвалися від атомів, рухаючись хаотично в міжвузловому просторі кристалічної решітки, утворюють електронний газ. Ці електрони під дією електричного поля можуть придбати спрямований рух. Тоді в твердому тілі протікатиме електричний струм. Між валентною зоною і зоною провідності знаходиться заборонена зона. Позначимо її ширину ΔE (рис. 3.22). Електрони не можуть мати значення енергії, відповідні значенням забороненої зони. Слід мати на увазі, що у металів зона провідності і валентна зона стикаються (або навіть перекриваються): $\Delta E = 0$ (рис. 3.22 - а), і навіть при низьких температурах всі атоми іонізовані, тобто всі валентні електрони при незначних електричних полях переходять на вищі енергетичні рівні зони провідності і в металі виникає електричний струм.

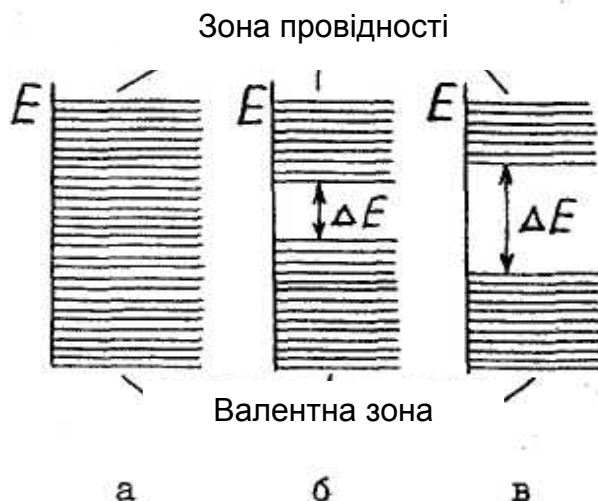
З підвищенням температури металу кількість електронів у зоні провідності не змінюється, проте збільшується амплітуда коливань вузлів кристалічної решітки і кількість зіткнень електронів з іонами металу. Це приводить до зменшення швидкості спрямованого руху електронів і, отже, до збільшення опору металу. Збільшення опору з підвищенням температури відбувається за лінійним законом:

$$R_t = R_0(1 + \alpha t), \quad (3.48)$$

де R_t – опір при температурі t

R_0 – опір при температурі 0°C ;

α — температурний коефіцієнт опору.



а – метал; б – напівпровідник; в – діелектрик.

Рис. 3.22. Схема енергетичних зон

У діелектриків, як зазначалося вище, зона провідності відокремлена від валентної зони широкою забороненою зоною (рис. 3.22 - б). Для того, щоб викликати струм у діелектрику, валентним електронам необхідно повідомити велику енергію, яка дорівнює ширині забороненої зони ΔE або більша за неї. Оскільки у діелектриках ΔE в сотні разів перевищує kT , тому кількість електронів, що переходять у зону провідності при збільшенні температури, дуже мала. У цьому причина величезної відмінності в електропровідності металів і діелектриків.

Стасовно напівпровідників, необхідно враховувати, що ширина забороненої зони у них значно менша, ніж у діелектриках. Тому вже при кімнатній температурі деяка кількість електронів у них переходить у зону провідності, що приводить до появи помітної електропровідності. З підвищенням температури все більша кількість валентних електронів відривається від своїх атомів і поповнює концентрацію електронного газу в напівпровіднику, що приводить до зменшення його опору. Опір напівпровідника зменшується із збільшенням температури за формулою:

$$R = R_0 e^{\frac{\Delta E_0}{2kT}}, \quad (3.49)$$

де R_0 – константа, яка пропорційна холодному опору напівпровідника (звично при 20°C) і яка залежить від матеріалу напівпровідника.

Прологарифмувавши формулу (3.49), одержимо вираз:

$$\ln R = \ln R_0 + \frac{\Delta E}{2kT}. \quad (3.50)$$

Ця залежність має вигляд $y = ax + b$ (де $b = \ln R_0$) і є прямою лінією з кутовим нахилом, що дорівнює a . Отже, графік залежності $\ln R$ від $1/T$ – це пряма лінія, тангенс кута нахилу якої до осі $1/T$ дорівнює $\frac{\Delta E}{2k}$.

Таким чином, визначивши за графіком тангенс кута нахилу

$$\frac{\Delta \ln R}{\Delta(1/T)} = \frac{\Delta E}{2k} \quad (3.51)$$

можна обчислити значення ΔE .

Явище термоелектрики (ефект Зеебека). Термопара.

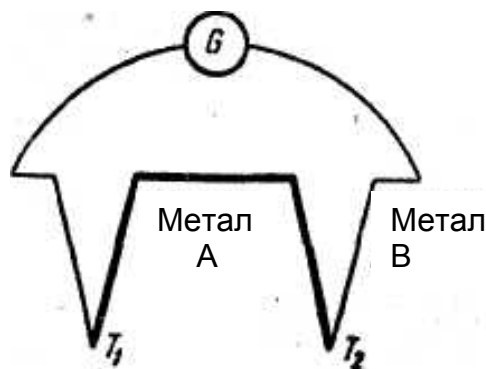


Рис. 3.23. Термопара

При з'єднанні двох різнорідних металевих провідників деякі електрони можуть переходити з одного металу в інший унаслідок теплового руху. Метал, в якому утворюється надлишок електронів, заряджається негативно, а інший – позитивно. Виникаюча контактна різниця потенціалів називається внутрішньою. Якщо з двох різнорідних металів скласти коло і місця з'єднання підтримувати при різних температурах t_1 і t_2 , то в колі виникне електрорушійна сила, звана термоелектричною. Таке з'єднання різнорідних провідників називається термопарою (рис. 3.23). Контактна різниця потенціалів обумовлена двома причинами:

1. Відмінністю в роботах виходу електронів з металів А і В.

2. Відмінністю в кількості вільних електронів n_A і n_B , що припадає на одиницю об'єму в різних металах.

Теоретичний розгляд явища термоелектрики в класичній фізиці приводить до наступного виразу для ЕРС термопари:

$$\varepsilon = C(t_2 - t_1), \quad (3.52)$$

де

$$C = \frac{k}{e} \ln \frac{n_A}{n_B}$$

(тут k – стала Больцмана, e – заряд електрона) є ЕРС, що виникає при різниці температур в 1°C . Таким чином, ЕРС термопари пропорційна різниці температур її спаїв (лінійна залежність). Термопари можуть виготовлятися з різних матеріалів. Вони знаходять широке застосування для вимірювання і контролю постійності температур у широких межах. Вони можуть застосовуватися також як перетворювачі енергії теплового руху в електричну. Найбільш споживані термопари: мідь – константан, константан – залізо, мідь – залізо, нікель – залізо. Термоелектрорушійна сила може бути посилена шляхом застосування ряду термопар, з'єднаних послідовно, причому, наприклад, всі парні спаї нагріваються, а непарні охолоджуються. Така *система термопар* називається *термостовбчиком*, що має ЕРС: $\varepsilon_N = \varepsilon N$, де N – кількість термопар.

Опис лабораторної установки

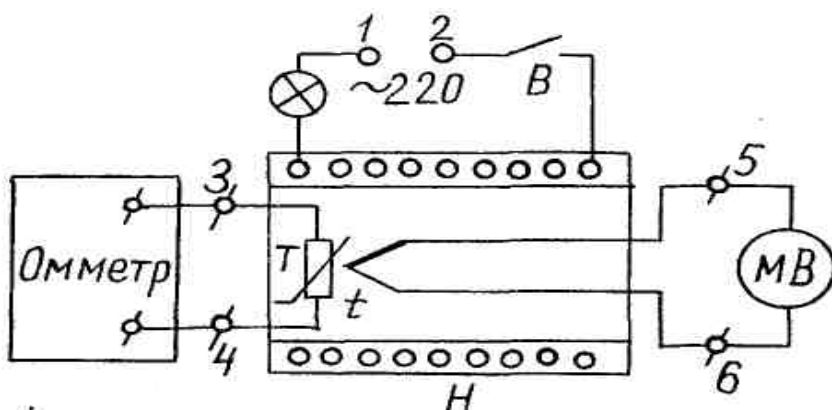


Рис. 3.24. Схема лабораторної установки

Схема установки показана на рис.3.24. Термістор Т нагрівається за допомогою нагрівача Н і розташований усередині нього. Напруга мережі 220 В 50 Гц за допомогою мережного шнура підводиться до клем 1 і 2. При включенні тумблера В мережна напруга підводиться до нагрівача. Температура вимірюється термомпарою t , до якої підключений мілівольтметр мВ. Опір термістора вимірюється омметром, підключеним до клем 3 і 4. Установка змонтована на горизонтальній панелі з органічного скла. Нагрівач, термістор і термомпара встановлені усередині металевого кожуха, їх виводи приєднані до клем, що розташовані зверху на кожусі. Там же розташований тумблер В. До панелі з органічного скла прикріплені також мілівольтметр, омметр і пластина з градувальною кривою термомпари.

ЕРС термомпари пропорційна різниці температур t гарячого спаю t_2 і холодного, температура якого практично дорівнює кімнатній t_k , тобто $t = t_2 - t_k$. Тому для визначення температури термістора необхідно до температури, яка визначена за градувальною кривою термомпари, додати значення кімнатної температури, тобто $t_2 = t + t_k$.

Порядок виконання роботи

1. За допомогою термометра визначити кімнатну температуру t_k .
2. Омметром виміряти опір термістора при температурі t_k .
3. Увімкнути мережний шнур в мережу 220 В і тумблером В подати напругу нагрівачу. При цьому зазасвітиться зелена лампочка лабораторного макета.
4. У міру збільшення температури термістора вимірювати омметром опір термістора R при свідченнях мілівольтметра n , що дорівнюють 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3 великих ділень за верхньою шкалою.
5. Вимкнути тумблер.
6. За допомогою градувальної кривої термомпари визначити значення температури і додати значення t_k .
7. Значення температури виразити в градусах за шкалою Кельвіна.
8. Обчислити $\ln R$ і $\frac{1}{T}$ для всіх вимірювань, результати занести в табл. 3.2.

9. Побудувати графік $\ln R = f\left(\frac{1}{T}\right)$, відкладаючи $\frac{1}{T}$ по горизонтальній осі. Визначити тангенс кута нахилу прямої до горизонтальної осі $\frac{\Delta \ln R}{\Delta(1/T)}$.
10. За формулою $\Delta E = 2k \frac{\Delta \ln R}{\Delta(1/T)}$ обчислити ΔE .
11. Зробити висновки.

Таблиця 3.2

Вихідні дані

n	t	t_{κ}	$t+t_{\kappa}$	T	$1/T$	R	$\ln R$
0							
0,5							
1							
1.5							
2							
2,5							
3							

Контрольні питання

1. Поясніть залежність електропровідності металів від температури.
2. Що означає термін "вільний електрон" у металі?
3. Поясніть залежність електропровідності напівпровідників від температури.
4. Як питома електропровідність речовини пов'язана з рухомістю і концентрацією електронів? Що таке рухомість носіїв?
5. Що таке "дозволена зона", "заборонена зона"?
6. Яка різниця між металами, діелектриками і напівпровідниками з точки зору зонної теорії?
7. Від чого залежить число рівнів в енергетичній зоні кристала?
8. Які зони відповідають за добру електропровідність металів?
9. Назвіть галузі застосування термісторів.
10. У чому полягає сутність методу вимірювання ширини забороненої зони напівпровідника в даній лабораторній роботі.
11. Розкажіть принцип дії термопари.

12. Що таке робота виходу електрона з металу?
13. У яких умовах діелектрик, з погляду зонної теорії, стає провідником електричного струму?
14. Які напівпровідники називаються власними?
15. Що таке домішкова електропровідність і якою вона може бути?
16. Як змінюється зонна структура в домішкових напівпровідниках?

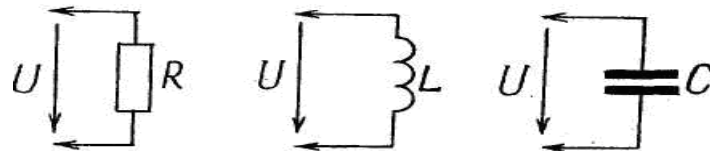
Лабораторна робота №5

Вимірювання індуктивності, ємності і перевірка закону Ома для змінного струму

Мета роботи – експериментальне визначення індуктивності, ємності і перевірка узагальненого закону Ома для змінного струму.

Загальні положення

Перевірка закону Ома передбачає встановлення залежності між напругою U , яка прикладена до електричного кола, і струмом I , що виникає в результаті прикладеної напруги. Одержимо вказану залежність в окремих випадках, коли зовнішнє коло має тільки: а) омичний опір R ; б) котушку індуктивності L ; в) конденсатор C (рис. 3.25).



а – активний опір; б – котушка індуктивності; в – конденсатор

Рис. 3.25. Електричне коло

Опором, індуктивністю і ємністю провідників, що з'єднують елементи кола, можна нехтувати.

Нехай прикладена напруга змінюється за гармонічним законом:

$$U = U_m \cos \omega t. \quad (3.53)$$

Тоді для випадку "а" закон Ома має вигляд:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{R} \cos \omega t = I_m \cos \omega t. \quad (3.54)$$

Таким чином, амплітуда струму $I_m = \frac{U_m}{R}$ і напруга співпадають за фазою.

У випадку "б" змінний струм, що протікає через котушку індуктивності, приведе до виникнення в ній ЕРС самоіндукції $\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$. Коефіцієнт пропорційності L називається коефіцієнтом самоіндукції (індуктивністю) і залежить від форми і розмірів провідника й від магнітної проникності навколишнього середовища. Хай опір постійного струму дроту, яким намотана котушка, дорівнює R . Цей опір називають активним (або омичним). Якщо включити таку котушку в коло змінного струму, то внаслідок періодичної зміни сили струму виникне ЕРС індукції, що перешкоджає прикладеній напрузі. Це призводить до того, що опір котушки стає більшим, ніж активний. Інакше кажучи, котушка індуктивності володітиме не тільки активним, але й індуктивним (реактивним) опором x_L . Запишемо закон Ома для ділянки кола з ЕРС (рис. 3.25 - б): $U = IR - \varepsilon_s$. Оскільки $R = 0$, $U = L \frac{dI}{dt}$, звідки маємо:

$$dI = \frac{U_m}{L} \cos \omega t \cdot dt.$$

Після інтегрування маємо:

$$I = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t = I_m \cos(\omega t - \pi / 2). \quad (3.55)$$

У виразі для амплітуди струму $I_m = \frac{U_m}{\omega L}$ величина $x_L = \omega L$ грає роль опору і становить собою індуктивний опір. Якщо L вимірювати в генри, а ω – в с^{-1} , то x_L будемо мати в омах.

У разі "в", коли в коло змінного струму ввімкнений конденсатор, внаслідок періодичної зміни напрямку струму відбувається перезарядка конденсатора, що приводить до появи опору ємності. В цьому випадку можна вважати, що напруга на конденсаторі $U = \frac{q}{C}$ дорівнює зовнішній напрузі U (3.53). Сила струму в колі:

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{d(CU_m \cos \omega t)}{dt} = \omega C U_m \sin(-\omega t) = I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (3.56)$$

У виразі для амплітуди струму $I_m = \frac{U_m}{1/\omega C}$ роль опору відіграє вели-

чина $x_C = \frac{1}{\omega C}$, яка називається опором ємності. Якщо C вимірювати у фарадах, а ω – в с^{-1} , то x_C будемо мати в омах. З порівняння формул (3.53) і (3.56) бачимо, що в колі конденсатора коливання струму випереджають по фазі коливання напруги на $\pi/2$. Змінна напруга U , яка прикладена до кінців кола, яке показане на рис 3.26 - а, викличе змінний струм, амплітуда і фаза якого будуть залежати від параметрів кола R ; L і C . Цей струм призведе до падіння напруги на активному опорі, індуктивності і ємності, відповідно $U_R = I_m R$, $U_L = I_m \omega L$, $U_C = I_m / \omega C$. Сума цих падінь напруги дорівнює прикладеній до кола напрузі U .

Для складання цих трьох гармонійних коливань скористаємося векторною діаграмою напруги (рис. 3.26 - б). На діаграмі кожне коливання зображається у вигляді вектора, довжина якого дорівнює амплітуді коливань, а кут вектора з віссю I діаграми (віссю струмів) дає початкову фазу. Падіння напруги на опорі R зображається вектором, що спрямований вздовж вісі струму. Падіння напруги на індуктивності випереджає, а на ємності відстає від струму по фазі на $\pi/2$, тому вони повинні бути зображені векторами, перпендикулярними осі струмів з довжинами $I_m \omega L$ і $I_m / \omega C$. З діаграми видно, що сумарний вектор U_m має довжину:

$$U_m = I_m \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} \quad (3.57)$$

і утворює з віссю струмів кут φ зсув фаз, тангенс якого:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1 / \omega C}{R}. \quad (3.58)$$

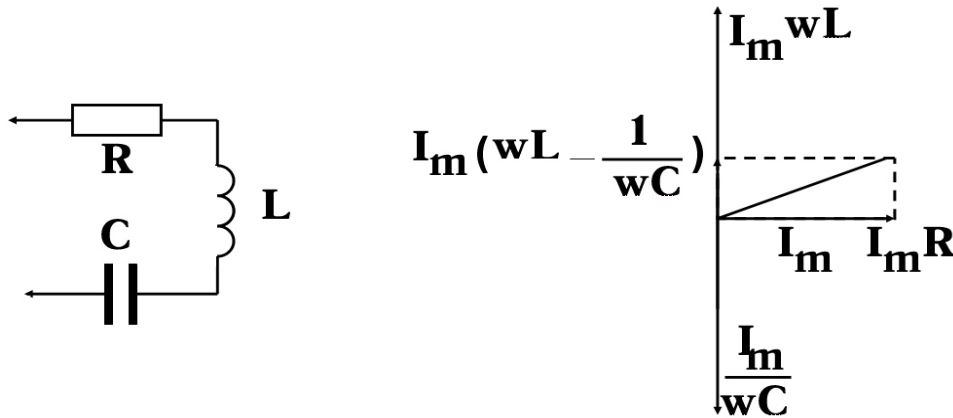


Рис. 3.26. а – коливальний контур; б – векторна діаграма

У формулу (3.57) входять максимальні значення струму I_m і напруги U_m , які не співпадають з вимірюваними приладами значенням цих величин $I_{\text{еф}}$ і $U_{\text{еф}}$. I_m і $I_{\text{еф}}$, U_m і $U_{\text{еф}}$ зв'язані наведеними нижче формулами:

$$I_{\text{еф}} = I_m \sqrt{2}, \quad U_{\text{еф}} = U_m \sqrt{2}.$$

У виразі (3.57) величина

$$z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1 / \omega C)^2} \quad (3.59)$$

є повний опір кола для змінного струму. Величина $x = \omega L - 1 / \omega C$ називається реактивним опором.

Порядок виконання роботи

На вертикальній панелі лабораторного макету закріплені наступні елементи: конденсатор, котушка індуктивності, реостат, вольтметр, ам-

перметр, клема для їх підключення, мережний тумблер і вихідні клема джерел постійної і змінної напруги.

Завдання 1. Вимірювання індуктивності.

Якщо коло містить тільки омичний опір і індуктивність, опір кола для змінного струму:

$$z_L = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}. \quad (3.60)$$

Звідки

$$L = \sqrt{\frac{z_L^2 - R^2}{\omega}}. \quad (3.61)$$

1. Для визначення L зібрати схему, що показана на рис. 3.27.

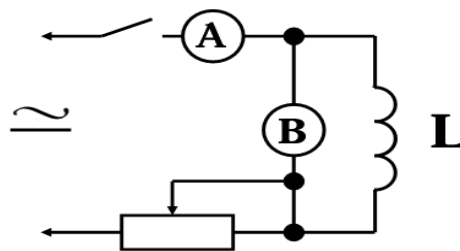


Рис. 3.27. Коло для вимірювання індуктивності

2. Увімкнути схему в коло постійного струму і визначити активний опір котушки R (для постійного струму $L = 0$). Для цього заміряти дані вольтметра і амперметра і знайти $R = \frac{U_{пост}}{I_{пост}}$.

Реостатом змінити силу струму і занести в табл. 3.3 п'ять різних значень амперметра і вольтметра. Знайти середнє значення R .

Таблиця 3.3

Експериментальні дані для визначення індуктивності

$I_{пост}$	$U_{пост}$	R	$I_{эф}$	$U_{эф}$	$z_L = \frac{U_{эф}}{I_{эф}}$
------------	------------	-----	----------	----------	-------------------------------

3. Увімкнути схему в коло змінного струму і записати дані амперметра при тих же значеннях напруги. Дані занести в табл. 3.3. Знайти середнє значення опору змінному струму $z_L = \frac{U_{ef}}{I_{ef}}$.

4. Визначити R і z_L , за формулою (3.61) знайти L і за формулою (3.58) – $tg\varphi = \frac{\omega L}{R}$.

Частота коливань змінного струму $\omega = 2\pi\nu = 2\pi 50\text{с}^{-1} = 314\text{с}^{-1}$.

Завдання 2. Вимірювання ємності конденсатора.

Конденсатор не має омичного опору і падіння напруги U_{ef} змінного струму на ньому визначається його опором ємності:

$$x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{U_{ef}}{I_{ef}}. \quad (3.62)$$

1. Зібрати схему, яка зображена на рис. 3.28, і увімкнути її в коло змінного струму.

2. Змінюючи силу струму реостатом, визначити п'ять різних даних вольтметра і амперметра. Занести дані табл. 3.4.

Таблиця 3.4

Експериментальні дані для визначення ємності конденсатора

I_{ef}	U_{ef}	x_C
----------	----------	-------

3. Розрахувати величину опору ємності і його середнє значення, а потім за формулою (3.62) визначити ємність конденсатора C .

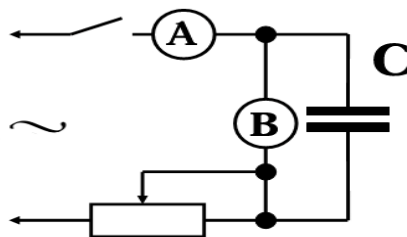


Рис. 3.28. Коло для вимірювання ємності

Завдання 3. Перевірка узагальненого закону Ома для змінного струму.

1. Зібрати схему, яка зображена на рис. 3.29, і ввімкнути її в коло змінного струму.

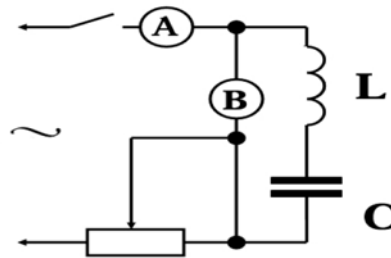


Рис. 3.29. Коло для перевірки узагальненого закону Ома для змінного струму

2. Так само, як і в попередніх вимірюваннях, заміряти $U_{e\phi}$ і $I_{e\phi}$ і занести дані табл. 3.5.

Таблиця 3.5

Експериментальні дані для перевірки узагальненого закону Ома для змінного струму

$I_{e\phi}$	$U_{e\phi}$	$z = \frac{U_{e\phi}}{I_{e\phi}}$
-------------	-------------	-----------------------------------

3. Розрахувати величину $z = \frac{U_{e\phi}}{I_{e\phi}}$ опору кола змінного струму і визначити його середнє значення.

4. Порівняти певну величину z із значенням z , що одержане за формулою (3.59), в яку треба підставити визначені раніше значення R , L , C .

5. Визначити $tg\phi$ зсува фаз за формулою (3.58).

6. Для одного із значень струму побудувати векторну діаграму.

7. Зробити висновки.

Контрольні питання

1. З чого складається коливальний контур?
2. Яка фізична модель явища самоіндукції?
3. У чому полягає правило Ленца?

4. Що таке індуктивність провідника? Який фізичний сенс має індуктивність?
5. Як визначити закони зміни струму та ЕРС самоіндукції при включенні котушки в коло з джерелом електрики?
6. Як одержати формулу реактивного опору котушки індуктивності для періодичного струму?
7. Запишіть закон Ома для кола змінного струму з послідовним з'єднанням R , L і C .
8. У чому полягає сутність векторної діаграми для кола змінного струму з послідовним з'єднанням ємності, індуктивності та активного опору?
9. Чому дорівнює частота змінної напруги місцевої мережі?
10. Поясніть існування струму в колі з конденсатором.
11. У чому полягає перевірка закону Ома для змінного струму в даній лабораторній роботі?

Лабораторна робота №6

Дослідження намагнічення феромагнетиків за допомогою осцилографа

Мета роботи – вивчення властивостей феромагнетиків, отримання петлі гістерезису магнітної індукції і кривої намагнічення феромагнетика.

Загальні положення

Всі речовини, що поміщені в магнітне поле, набувають магнітних властивостей і називаються магнетиками. Властивості магнетика виявляються при приміщенні його в магнітне поле. Одні речовини ослаблюють зовнішнє поле, а інші – підсилюють його. Магнітний стан тіл, що поміщені в зовнішнє магнітне поле \vec{H} , характеризується величиною питомого (віднесеного до одиниці об'єму) магнітного моменту, що виникає в тілі під дією цього поля:

$$\vec{J} = \frac{d\vec{M}}{dV}. \quad (3.63)$$

Дослід показує, що по характеру намагнічення всі речовини розділяються на три класи. Один клас складають речовини, у яких вектор \vec{J} багато менший за \vec{H} , має ту ж спрямованість, що і \vec{H} , і пропорційний йому, так що:

$$\vec{J} = \chi \vec{H} \quad (\chi > 0). \quad (3.64)$$

Такі речовини називаються парамагнетиками. Величина χ носить назву магнітної сприйнятливості. Магнітний стан речовини зручно характеризувати вектором магнітної індукції.

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J}) = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} = \mu_0 \mu \vec{H}. \quad (3.65)$$

Величина $\mu = 1 + \chi$ називається відносною магнітною проникністю речовини. Очевидно, що у парамагнетиків $\mu > 1$.

Інший клас складають речовини, намагнічення яких \vec{J} протилежно \vec{H} , тобто речовини, у яких $\chi < 0$, $\mu < 1$. Ці речовини називаються діамагнетиками. Лінійна залежність між \vec{J} і \vec{H} у діамагнетиків виконується аж до найвищих полів, які можна одержати. Величина $|\chi|$ у діамагнетиків звично набагато нижча, ніж у парамагнетиків.

До третього класу відносяться речовини, у яких $\mu \gg 1$ (досягає 10^6) і залежність між \vec{J} і \vec{H} виявляється істотно нелінійною. Ці речовини складають клас феромагнетиків.

До класу феромагнетиків відносяться залізо, нікель, кобальт, гадолініт і численні сплави цих металів між собою і з іншими металами. Феромагнітними властивостями володіють деякі сплави елементів, які порізно не є феромагнітними (наприклад, сплави міді і марганцю), і ряд неметалічних речовин (ферити).

Відмінною рисою феромагнітних речовин є здатність сильно намагнічуватися навіть у невеликих магнітних полях. Залежність намагнічення \vec{J} від напруженості магнітного поля \vec{H} для всіх феромагнетиків є нелінійною.

Магнітна сприйнятливість χ феромагнітних речовин, так само як і для діа- і парамагнетиків, визначається за допомогою співвідношення (3.64).

При цьому у феромагнетиків χ не є константою і залежить від H . Відносна магнітна проникність μ феромагнетиків також визначається за допомогою звичайного співвідношення (3.65).

Проникність феромагнітних речовин μ спочатку зростає із збільшенням H , причому нерідко досягає декількох тисяч (а іноді навіть сотень тисяч), і в області великих H падає. (Нагадаємо для порівняння, що магнітна сприйнятливості парамагнетиків звичайно не перевершує 10^{-4} .) При B порядку 1,5–2,5 Тл похідна dB/dH наближається до одиниці і настає насичення.

Намагнічення \vec{J} і індукція \vec{B} феромагнітних речовин, взагалі кажучи, залежать не тільки від напруженості поля \vec{H} , але і від історії зразка. Це явище носить назву магнітного гістерезису і особливо різко виражено у так званих магнітно-жорстких речовинах, з яких виготовляють, наприклад, постійні магніти.

Магнітні властивості феромагнетиків пов'язані з тим, що останні складаються з великої кількості областей (доменів), кожна з яких спонтанно намагнічена до насичення. У ненамагніченій речовині магнітні моменти окремих доменів компенсують один одного, і загальний магнітний момент зразка дорівнює нулю. Зовнішнє магнітне поле у феромагнетиках переорієнтовує готові магнітні моменти доменів, унаслідок чого з'являється результуюче намагнічення.

У процесі намагнічення суттєву роль відіграють необоротні явища, пов'язані з тим, що при поверненні зовнішнього поля до колишнього значення доменна структура, взагалі кажучи, до первинного стану не повертається. Зокрема, при виключенні поля домени зберігають переважну орієнтацію вздовж напрямку поля (залишкове намагнічення).

Магнітні властивості феромагнетиків досліджуються звичайно за допомогою кривих намагнічення (рис. 3.30):

$$B = B(H). \quad (3.66)$$

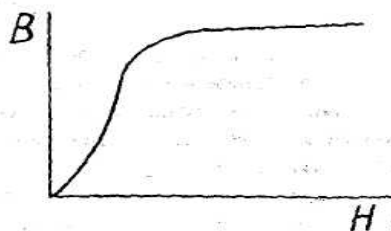


Рис. 3.30. Залежність B від H

Як зазначалося вище, ця залежність не є однозначною; отже необхідно обговорити початкові умови досліду. Природньо починати дослідження зразка повністю розмагніченого стану ($H = 0, B = 0$). Якщо тепер монотонно збільшувати напруженість поля H , то зміна B відбувається по так званій початковій кривій намагнічення (крива OA на рис. 3.31). Швидкість підйому кривої характеризується диференціальною магнітною проникністю:

$$\mu_{\text{диф}} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH}. \quad (3.67)$$

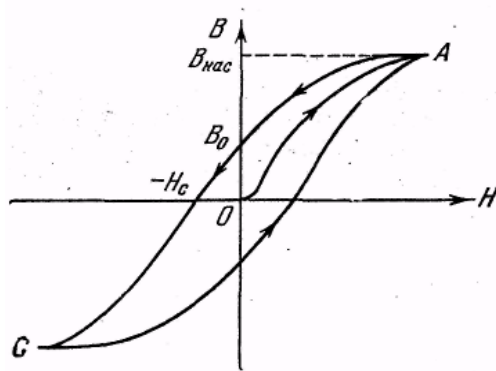


Рис 3.31. Початкова крива намагнічення та крива гістерезису

Диференціальна проникність звичайного заліза зі зростанням H спочатку збільшується, а потім починає різко падати, наближаючись до одиниці при насиченні. Дійшовши до лежачої в області насичення точки A (при цьому $B = B_{\text{нас}}$), почнемо зменшувати напруженість поля H .

Зворотній шлях не проходить вздовж початкової кривої і виявляється розташований вище за неї. Коли $H = 0$, в зразку зберігається деяка намагніченість. Величина B_0 , що досягається в точці $H = 0$ при поверненні із стану насичення, зветься залишковою індукцією. Значення $B = 0$ досягається лише при деякому негативному значенні $H = -H_c$. Величина H_c називається коерцетивною силою (серед феромагнетиків прийнято розрізняти магнітно-жорсткі і магнітно-м'які речовини. До перших належать речовини з $H_c > 10^3$ А/м, а до других – всі інші). У точці C настає насичення для намагнічення в протилежну сторону.

Постараємося тепер знову повернутися в точку A . Магнітний стан зразка тепер характеризуватиметься точками кривої CA , які лежать нижче кривої AC і нижче за початкову криву намагнічення. Точніше кажучи, крива не пройде і через точку A , а опиниться дещо нижче за неї. Зменшуючи знову магнітне поле, ми тому і пройдемо по кривій, що розташована нижче за криву AC , не попадемо в точку C і почнемо рух до A по деякому новому шляху. Магнітні цикли, таким чином, звичайно виявляються незамкнутими. Багато разів проходячи "один і той же" цикл, зразок наближається до граничного замкнутого циклу (кривій гістерезису), не залежного від початкового стану. Описана вище картина найвиразніше виявляється в тих випадках, коли зразок не доводиться до насичення. В області насичення намагнічення залежить головним чином від H і лише в дуже слабкому ступені від історії зразка. Граничні цикли встановлюються при цьому відразу (тобто при одноразовому проходженні циклу) або майже відразу. Відповідно з цим на рис. 3.31 не зроблено відмінності між реальними приватними циклами і граничним. Площа під петлею гістерезису пропорційна енергії, що втрачається за час циклу.

Опис лабораторної установки та методики вимірювання

Петлю гістерезису неважко одержати на екрані електронно-променевої трубки осцилографа. Петля гістерезису виходить, якщо ферромагнетик помістити в магнітне поле, що створюється змінним струмом, на горизонтально відхиляючі пластини трубки подати напругу U_x , пропорційну B , а на вертикально відхиляючі U_y , пропорційне B .

Принципова схема установки наведена на рис. 3.32.

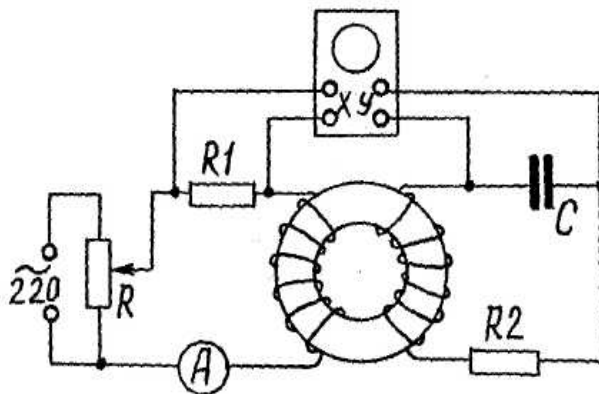


Рис. 3.32. Схема лабораторної установки

Досліджуваним матеріалом є пермалоевий сердечник (магнітно-м'який матеріал) всередині тороїдальної котушки. Первинна обмотка тороїда живиться через потенціометр R і опір R_1 змінним струмом. Напруженість магнітного поля всередині котушки $H = nl_1$, де n – густина витків. Струм I_1 може бути визначений через падіння напруги U_x на опорі R_1 : $I_1 = U_x / R_1$. Таким чином:

$$H = \frac{n}{R_1} U_x, \quad (3.68)$$

а напруга $U_x = \frac{R_1 H}{n}$, що подається на пластини X осцилографа, пропорційна напруженості поля H .

У вторинній обмотці тороїда джерелом струму є ЕРС індукції, що обумовлена зміною магнітного потоку. ЕРС індукції дорівнює:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (3.69)$$

де Φ – потік вектора магнітної індукції крізь поверхню, що охоплюється всіма витками вторинної котушки.

Напишемо закон Ома для вторинної обмотки, не зважаючи її самоіндукціїю:

$$\varepsilon = U_C + I_2 R_2,$$

де U_C – падіння напруги на конденсаторі C :

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int_0^t \frac{\varepsilon - U_C}{R_2} dt.$$

Якщо R_2 і C великі, то $\frac{1}{\omega C}$ мале і $U_C \ll \varepsilon$. Тоді в підінтегральному виразі можна нехтувати U_C і

$$U_C \approx \frac{1}{R_2 C} \int_0^t \varepsilon dt. \quad (3.70)$$

Використовуючи вираз (3.69) для ε , одержимо $U_c \approx -\frac{\Delta\Phi}{R_2 C}$.

Оскільки $\Phi = NBS$, де N – кількість витків вторинної обмотки, B – індукція; S – поверхня, охоплена одним витком; $\Delta B = B$, тоді:

$$U_c = \frac{NBS}{R_2 C} = U_y. \quad (3.71)$$

Таким чином U_y пропорційно B .

Змінюючи потенціометром R напругу, що подається на первинну обмотку, а отже, і струм I , що тече в ній, одержуватимемо на екрані ряд різних за своєю площею петель гістерезису. Вимірюючи координати X і Y верхніх точок петель гістерезису, розраховуємо H і B і будуємо криву намагнічення (див. рис. 3.30). Величину U_y визначаємо за допомогою пристосування, що є в осцилографі для калібрування і вимірювання напруги на пластинах Y . Потім за формулою (3.71) визначаємо B . Величину напруженості магнітного поля H розраховуємо за формулою (3.68), вимірюючи струм I_1 міліамперметром.

Порядок виконання роботи

1. Зібрати схему за рис. 3.32.
2. Увімкнути осцилограф. Рукоятками "зсув по X " і "зсуву по Y " вивести електронний промінь у центр координатної сітки.
3. Увімкнути схему в електричну мережу. Потенціометром R встановити струм за вказівкою викладача. За допомогою рукояток "посилення по X ", "посилення по Y " добитися того, щоб петля гістерезису займала велику частину екрана. Надалі ці рукоятки не чіпати.
4. Зміряти величину Y , обчислити відповідні значення U_y і B . За величині I_1 , яка вимірюється міліамперметром, за формулою (3.68), обчислити H .
5. Потенціометром трохи зменшити струм. Визначити нові значення B і H , відповідні цьому струму.
6. Аналогічні вимірювання виконувати до тих пір, поки струм не стане дорівнювати нулю.

7. Обчислені значення H і B , які отримані в результаті кожного вимірювання, записати в табл. 3.6.

8. Побудувати криву намагнічення $B = f(H)$, використовуючи обчислені значення H і B .

9. Зробити висновки.

Таблиця 3.6

Результат вимірювань

I_1 , мА	
Y , мм	
H , А/м	
B , Вб/м ²	

Контрольні питання

1. Що таке магнетики?
2. На які основні групи поділяються магнетики?
3. Поясніть критерії розділення магнетиків на три типу.
4. Дайте поняття магнітного моменту.
5. Що таке вектор намагніченості речовини?
6. Як зв'язані намагніченість речовини і напруженість магнітного поля?
7. Що таке магнітна проникливість речовини і як вона пов'язана з магнітної сприйнятливостю?
8. Які речовини відносяться до діамагнетиків? Назвати приклади діамагнетиків.
9. Які речовини відносяться до парамагнетиків? Назвати приклади парамагнетиків.
10. Які речовини відносяться до феромагнетиків? Назвати приклади феромагнетиків.
11. Яку структуру мають феромагнетики?
12. Що таке домени?
13. Як відбувається процес намагнічування феромагнетика?
14. Що таке точка Кюрі?
15. Що таке залишкова магнітна індукція і коерцетивна сила?

16. У чому полягає явище магнітного гістерезису?
17. Як залежить намагніченість від напруженості магнітного поля для діа-, пара- і ферромагнетиків?
18. Яким чином можна пояснити залишкову намагніченість?
19. Який ферромагнетик називають жорстким, м'яким?
20. Поясніть, як проводиться запис і прочитування інформації за допомогою магнітного диска.

Лабораторна робота №7

Дослідження згасаючих коливань у простому коливальному контурі

Мета роботи – дослідити вільні коливання в коливальному контурі, зміряти період коливань, величину критичного опору, логарифмічний декремент загасання.

Загальні положення

Простий коливальний контур складається з послідовно з'єднаних ємності C , індуктивності L і активного опору R (рис. 7.1).

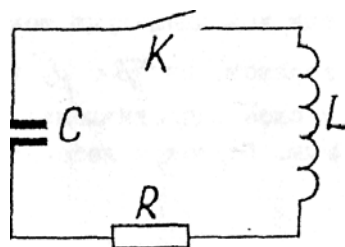


Рис. 3.33. Послідовний коливальний контур

При підключенні зарядженого конденсатора до котушки індуктивності електромагнітні коливання, що виникають, з часом згасають унаслідок втрат енергії із-за нагріву активного опору контура.

На підставі закону Ома для повного кола можна написати:

$$IR + U = \varepsilon, \quad (3.72)$$

де I – струм у коливальному контурі;
 U – напруга на конденсаторі;
 ε – ЕРС в котушці індуктивності;
 R – активний опір контура.

Можна показати, що коливання в контурі описуються диференціальним рівнянням другого порядку. Дійсно, з виразу (3.72), використовуючи співвідношення для заряду на пластинах конденсатора і для струму в колі:

$$q = CU, \quad I = \frac{dq}{dt} = \frac{CdU}{dt},$$

Враховуючи, що $\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}$, одержуємо:

$$\frac{d^2U}{dt^2} + 2\beta \frac{dU}{dt} + \omega_0^2 U = 0, \quad (3.73)$$

де $\beta = \frac{R}{2L}$, $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$.

Рішенням рівняння (3.73) при $\beta < \omega_0$ є наступний вираз:

$$U = U_m e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi), \quad (3.74)$$

де $U_m e^{-\beta t}$ – амплітуда,
 $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$.

Звідси струм у контурі:

$$I = C \frac{dU}{dt} = CU_m \omega e^{-\beta t} \left[\cos(\omega t + \varphi) - \frac{\beta}{\omega} \sin(\omega t + \varphi) \right]. \quad (3.75)$$

Слід звернути увагу на те, що при слабкому загасанні $\beta \ll \omega_0$ другим доданком можна нехтувати. Тоді струм у контурі:

$$I = I_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi), \quad (3.76)$$

де $I_m = CU_m \omega$.

У контурі відбуваються згасаючі коливання, оскільки амплітуда струму $I_m e^{-\beta t}$ зменшується з часом. Таким чином, при $\beta < \omega_0$ або при $R < R_{кр}$, де $R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ – критичний опір, коливальний процес є періодичним. Період коливань струму або напруги:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}. \quad (3.77)$$

Графік залежності напруги від часу показаний на рис. 3.34.

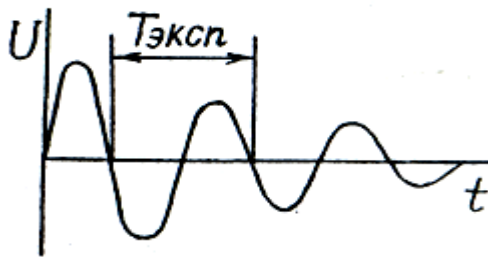


Рис. 3.34. Згасаючі коливання

Із збільшенням R згасання коливань відбувається швидше і, нарешті, при $R > R_{кр}$ коливання взагалі не виникають – спостерігається аперіодичний розряд конденсатора.

Найважливішою характеристикою згасаючих коливань є логарифмічний декремент загасання $\lambda = \beta T$, або

$$\lambda = \ln \frac{a(t)}{a(t+T)}, \quad (3.78)$$

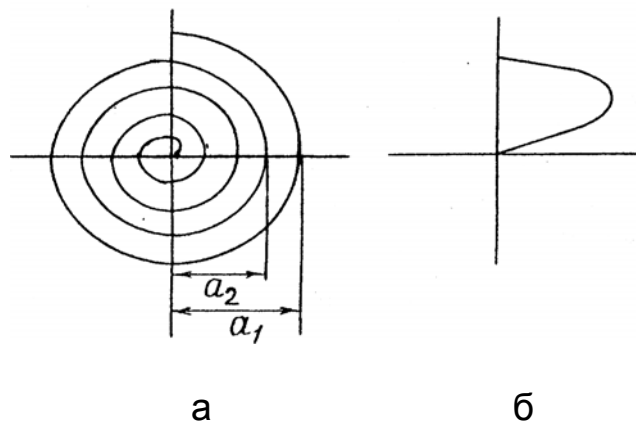
де $a(t)$ – амплітуда коливань напруги або струму.

Коливальний процес можна досліджувати, якщо вивчати залежність U від I . Крива, що зображає цю залежність, є фазовою кривою. При $\beta \ll \omega_0$ ($R \ll R_{кр}$) можна одержати:

$$\left(\frac{U}{U_m}\right)^2 + \left(\frac{I}{I_m}\right)^2 = e^{-2\beta t}. \quad (3.79)$$

Отже, у відсутність загасання ($\beta = 0$) фазова крива набуває форми еліпса. За наявності загасання фазова крива є спіраллю (рис. 3.35 - а), що скручується.

При виконанні лабораторної роботи фазову криву необхідно спостерігати на екрані осцилографа. У разі аперіодичного процесу крива має вигляд, показаний на рис. 3.35 - б.



а – при слабкому згасанні; б – при аперіодичному процесі

Рис. 3.35. Фазова крива

Опис лабораторної установки

Дослідження вільних загасаючих коливань проводять за допомогою установки, схема якої показана на рис. 3.36. Конденсатор C за допомогою реле автоматично підключається то до джерела постійної напруги U_0 (зарядка конденсатора), то до індуктивності L і опору R (розряд конденсатора). Перемикання відбувається з частотою 50 Гц. Якщо на вхід $У$ осцилографа подати напругу з конденсатора або з опору, включити генератор тимчасової розгортки осцилографа і синхронізувати його частоту з частотою перемикання реле, то на екрані спостерігатиметься картина, що зображена на рис. 3.35.

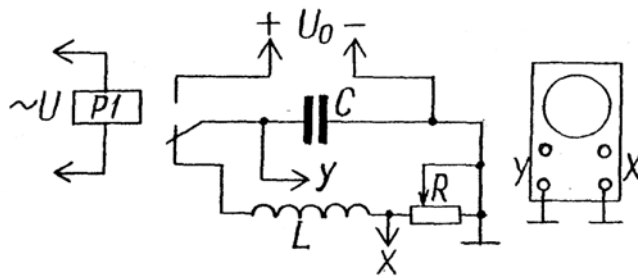


Рис. 3.36. **Схема установки**

Щоб одержати залежність U від I , слід вимкнути генератор розгортки, на вертикальний вхід Y подати напругу з конденсатора, а на горизонтальний вхід X – з активного опору. Оскільки на активному опорі напруга знаходиться у фазі із струмом, то на екрані спостерігатиметься необхідна залежність (див. рис. 3.35 - а).

Порядок виконання роботи

1. Зібрати схему, що показана на рис. 3.36.
2. Досліджити залежність періоду коливань T від твору LC . Для цього:
 - а) потенціометром R встановити величину опору, що дорівнює нулю ($R=0$);
 - б) одержати на екрані осцилографа криву, яка показана на рис. 3.34;
 - в) виміряти $T_{експ}(LC)$ для трьох значень LC (для $LC = 10^{-9} - 10^{-8} \text{ с}^2$), змінюючи значення C . Період коливань визначати за допомогою тимчасового масштабу горизонтальної розгортки, що показується перемикачем "ВРЕМЯ/ДЕЛ"
 - г) нанести на графік $T(LC)$ експериментально знайдені точки $T_{експ}(LC)$. На цьому ж графіку, використовуючи вираз (3.77), побудувати залежність $T_{теор}(LC)$. Необхідно при цьому мати на увазі, що навіть при виведеному потенціометрі R контур володіє активним опором, який вказаний на панелі макета.
3. Дослідити фазові криві:
 - а) вимкнути генератор розгортки;
 - б) встановити вказані викладачем величини L і C , визначити за допомогою фазової кривої величину критичного опору $R_{кр.експ}$, при якому настає аперіодичний процес; для більшої точності спостереження вести при максимальному вертикальному і горизонтальному посиленні ос-

цилографа, а також при достатньо малій яскравості і ретельному фокусуванні;

в) розрахувати теоретичне значення критичного опору $R_{кр.теор} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$;

визначити помилку експериментального визначення $R_{кр.експ}$;

г) у діапазоні змін R від 100 Ом до $R_{кр}$ зміряти і розрахувати залежність логарифмічного декременту згасання λ від R . Значення $\lambda_{експ}$ визначати таким чином:

$$\lambda_{експ} = \ln \frac{a_n}{a_{n+1}}, \quad (3.80)$$

де a_n – амплітуда коливань у деякий момент часу;

a_{n+1} – амплітуда коливань через один період (сусідній виток спіралі);

д) для тих же значень R , L , C розрахувати $\lambda_{теор}$:

$$\lambda_{теор} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4L}{C(R + R_L)^2 - 1}}}, \quad (3.81)$$

де R_L – опір котушки індуктивності;

е) побудувати графік $\lambda(R)$ (експериментальну і теоретичну криві).

Контрольні питання

1. Намалюйте принципову схему електричного коливального контура і поясніть процес електромагнітних коливань.

2. Напишіть вирази для струму в контурі і напруги на ємності залежно від часу. Зобразіть графічно.

3. Напишіть вирази для струму в контурі і напруги на котушці індуктивності залежно від часу. Зобразіть графічно.

4. Яка буде картина на екрані осцилографа: а) при включенні генератора розгортки; б) при виключенні генератора розгортки і підключенні R до входу X осцилографа?

5. Дайте визначення згасаючих коливань. Назвіть причини, що призводять до згасання коливань.

6. Запишіть диференціальне рівняння згасаючих коливань.

7. У чому полягає фізичний сенс коефіцієнта згасання?
8. Що таке декремент згасання?
9. Що таке логарифмічний декремент згасання? У чому його фізичний сенс?
10. Що таке критичний опір?
11. Як експериментально визначити логарифмічний декремент згасання в контурі?
12. Що таке фазова крива? Як отримати фазову криву на екрані осцилографа?
13. Як експериментально визначити період коливань у контурі?
14. Напишіть диференціальне рівняння гармонійних коливань у коливальному контурі.

Лабораторна робота №8

Вимірювання довжини електромагнітних хвиль

Мета роботи – вивчення властивостей електромагнітних хвиль і вимірювання довжини стоячих електромагнітних хвиль за допомогою двопровідної лінії.

Загальні положення

Електромагнітне поле, яке не пов'язане із зарядами і струмами, може існувати у відсутність речовини і його називають вільним електромагнітним полем.

Вільне електромагнітне поле не може залишатися постійним у часі. Щоб існувало електричне поле, необхідна зміна магнітного, а для існування магнітного – зміна електричного поля. Таким чином, змінне електричне і магнітне поля нерозривно пов'язані один з одним, утворюючи єдине електромагнітне поле. Можна сказати, що воно не може займати незмінну область простору і розповсюджуватиметься із швидкістю світла.

Якщо порушити за допомогою зарядів змінне електричне або магнітне поле, в навколишньому просторі виникає послідовність взаємних перетворень електричного і магнітного полей, що розповсюджуються від точки до точки. Цей процес буде періодичним у часі і в просторі і, отже, є

хвилею. На рис. 3.37 показана “моментальна фотографія” плоскої електромагнітної хвилі, що розповсюджується.

Вектори напруженості електричного \vec{E} і магнітного \vec{H} полів взаємноперпендикулярні і перпендикулярні напрямку розповсюдження хвилі, тому електромагнітна хвиля є хвилею поперечною. У фіксованій точці простору вектори \vec{E} і \vec{H} змінюються з часом за гармонійним законом і їх зміни відбуваються в одній фазі. Вони одночасно збільшуються від нуля і через $1/4$ періоду досягають максимального значення, ще через $1/4$ періоду звертаються в нуль, а потім знову досягають максимального значення. Після закінчення періоду коливань вектори знову звертаються в нуль. Такі зміни векторів \vec{E} і \vec{H} відбуваються в усіх точках простору, але із зрушенням по фазі, яке визначається відстанню між точками вздовж осі розповсюдження.

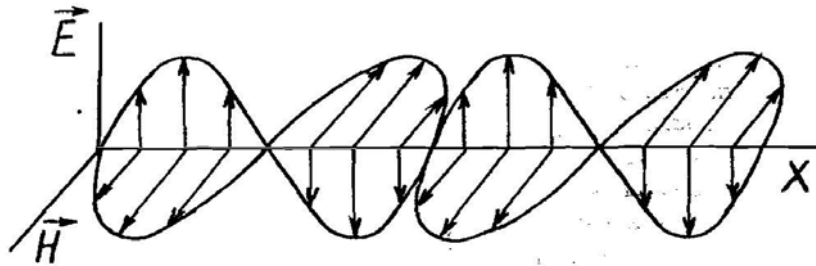


Рис. 3.37. Плоска електромагнітна хвиля

Рівняння плоскої електромагнітної хвилі мають вигляд:

$$\begin{aligned} E &= E_m \cos(\omega t - kx), \\ H &= H_m \cos(\omega t - kx), \end{aligned} \quad (3.82)$$

де $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}$ – хвильове число;

λ – довжина хвилі;

T – період коливань;

ω – кругова частота.

Модулі E і H зв'язані відношенням:

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H, \quad (3.83)$$

де ε_0 і μ_0 – електрична і магнітна постійні;

ε і μ – відносні діелектрична і магнітна проникності.

Вільне електромагнітне поле володіє енергією, об'ємна щільність якої визначається за формулою:

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \quad (3.84)$$

Електромагнітна енергія, що переноситься за одиницю часу крізь одиницю площі, перпендикулярної електромагнітному променю, називається густиною потоку енергії, або інтенсивністю електромагнітної хвилі. Ця величина пропорційна квадрату частоти хвилі. Тому джерелом інтенсивних електромагнітних хвиль, які здатні переносити електромагнітну енергію на значну відстань, повинен бути змінний струм частоти близько мільйона герц. Коливальний контур застосовується як генератор електричних коливань і джерела електромагнітних хвиль високої частоти.

Швидкості розповсюдження електромагнітної хвилі у вакуумі c і в будь-якому іншому середовищі v зв'язані відношенням:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}. \quad (3.85)$$

Вектор густини енергії електромагнітної хвилі називається вектором Умова-Пойнтінга:

$$\vec{P} = \omega \vec{v} = [\vec{E}, \vec{H}]. \quad (3.86)$$

Вільне електромагнітне поле чинить тиск на тіла, в які воно проникає. Електричне поле хвилі викликає в провідній поверхні тіла електричний струм, а магнітне поле діє на цей струм з силою, яка спрямована у бік розповсюдження електромагнітної хвилі.

Електромагнітні хвилі мають широкий діапазон частот і довжин хвиль. Хвилі різної частоти істотно відрізняються одна від одної як за своїми властивостями, так і за способами випромінювання.

Електромагнітні хвилі використовують для передачі інформації шляхом модуляції амплітуди або частоти хвиль.

Опис лабораторної установки

Установка складається з джерела електромагнітних хвиль і двопровідної лінії Лехера. Джерелом електромагнітних хвиль є ламповий генератор незгасаючих коливань ГВЧ (рис. 3.38-а), який живиться від мережі через випрямляч.

Для вимірювання інтенсивності електромагнітної хвилі необхідно, щоб інтенсивність була чималою і тому досліди слід проводити з електромагнітною хвилею, що розповсюджується уздовж одного напрямку. Така спрямованість здійснюється за допомогою лінії, що складається з двох паралельних проводів, по яких передається енергія електромагнітних коливань через індуктивний зв'язок з джерелом електромагнітних коливань. Хвилі, що йдуть уздовж лінії, дійшовши до її кінця, відбиваються. Прямі і зворотні хвилі мають однакові періоди і амплітуди і інтерферують. У результаті накладення таких хвиль виникає стояча електромагнітна хвиля. На рис. 3.38-б показана зміна напруги уздовж лінії.

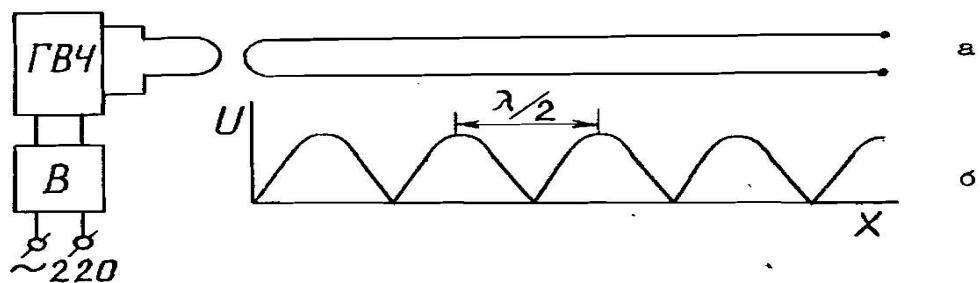


Рис. 3.38. Двопровідна лінія (а) і стояча хвиля в ній (б)

Рівняння стоячої хвилі мають наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
 E &= 2E_m \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \sin \omega t; \\
 H &= 2H_m \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \sin \omega t.
 \end{aligned}
 \tag{3.87}$$

Вони визначають величину E і H в кожній точці хвилі у будь-який момент часу. В усіх точках здійснюються гармонійні коливання.

Множник $A_{cm} = 2E_m \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$ або $2H_m \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$ не залежить від часу і

визначає амплітуду в будь-якій точці залежно від координати x . Вид цієї функції показаний на рис. 3.39.

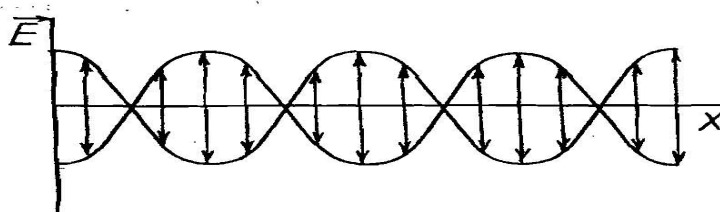


Рис. 3.39. Залежність напруженості електричного поля від координати

Оскільки косинус приймає абсолютні значення від 0 до 1, то і амплітуда в різних точках міняється від 0 до $2E_m$. Точки, що мають найбільші амплітуди, називаються пучностями. Точки, в яких амплітуда дорівнює нулю, – вузлами.

Знайдемо відстань між сусідніми вузлами. Хай для деякої точки

$\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = 0$, тобто вона знаходиться у вузлі стоячої хвилі. Наступний вузол

вийде за умови, що аргумент під знаком косинуса зміниться на π .

Тоді $2\pi \frac{x_2}{\lambda} - 2\pi \frac{x_1}{\lambda} = \pi$, звідки $x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{2}$. Таким чином, відстань між сусі-

дніми двома вузлами стоячої хвилі дорівнює $\frac{\lambda}{2}$. Аналогічним чином мож-

на довести, що відстань між двома сусідніми пучностями також дорівнює $\frac{\lambda}{2}$, а відстань між сусіднім вузлом і пучністю – $\frac{\lambda}{4}$.

Якщо віддзеркалення походить від середовища з меншою густиною, то в місці віддзеркалення виходить пучність, при віддзеркаленні від середовища з більшою густиною виникає вузол.

Для визначення вузлів і пучностей електричної напруженості служить індикатор із стрілочним приладом або лампочкою, для вузлів і пучностей магнітної напруженості – гальванометр, закорочений дротяним

витком. У роботі дослідним шляхом знаходять довжину електромагнітної хвилі, яка дорівнює подвоєній відстані між двома сусідніми пучностями або вузлами.

Порядок виконання роботи

1. Зібрати схему, що показана на рис. 3.38-а.
2. Ввімкнути генератор. Через 2 – 3 хвилини, коли лампа генератора достатньо прогріється, можна приступати до вимірювань.
3. Накласти на дроти на початку лінії індикатор з лампочкою і поволі вести вздовж лінії. Зупинити індикатор у місці найбільш яскравого горіння лампочки розжарювання, тобто в місці пучності струму. Відстань між сусідніми пучностями дає половину довжини хвилі $\lambda_1/2$. З декількох положень знайти середнє значення λ_1 .
4. Накласти на дроти стрілочний індикатор з детектором і резистором, які з'єднані між собою послідовно. У місцях найбільшого відхилення стрілки приладу знаходяться пучності напруги, мінімальні показання приладу відповідають вузлам напруги. Знайти положення вузлів і пучностей і визначити середнє значення довжини хвилі λ_2 .
5. Визначити $\lambda_{cp} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$.
6. За формулою $\nu = \frac{c}{\lambda}$, де c – швидкість розповсюдження електромагнітних коливань, визначити частоту генератора.
7. Зробити висновки.

Контрольні питання

1. Що таке електромагнітна хвиля?
2. Дати визначення поняття електромагнітного поля.
3. Який діапазон частот мають електромагнітні хвилі?
4. Написати рівняння електромагнітної хвилі, що біжить.
5. Привести визначення поняття довжини хвилі.
6. Як утворюються стоячі хвилі?

7. У чому полягає відмінність стоячої хвилі від тієї, що біжить?
8. Написати рівняння стоячої хвилі.
9. Одержати рівняння для амплітуди стоячої хвилі і з його допомогою визначити координати вузлів і пучностей.
10. Покажіть, що відстань між двома сусідніми пучностями дорівнює $\lambda/2$.
11. У чому полягає фізичний сенс вектора Умова-Пойнтінга?
12. З якою швидкістю розповсюджуються електромагнітні хвилі?

Лабораторна робота №9

Дослідження хвильових процесів у довгій лінії НВХ діапазону

Мета роботи – експериментально дослідити хвильові процеси в довгій лінії в сталому режимі, при різних опорах навантаження; освоїти методику вимірювання опорів у діапазоні НВХ за допомогою довгої лінії; ознайомитися з конструкцією вимірювальної довгої лінії.

Загальні положення

Довгою лінією називають систему із двох паралельних дротів, довжина якої порівняна з довжиною хвилі живлячого генератора, а поперечні розміри значно менші за останню (рис. 3.40).

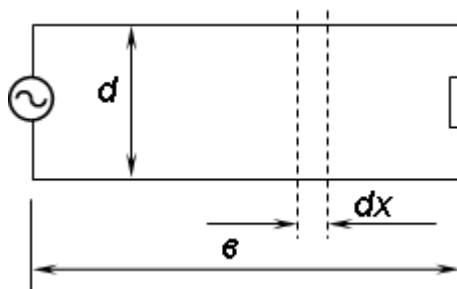


Рис. 3.40. Схема довгої лінії

Довга лінія відноситься до так званих систем із розподіленими параметрами. Будь-який елемент такої лінії, оточений електричним і магнітним полем, очевидно, володітиме рисами, такими як ємність, індуктив-

ність, активний опір дротів і активною провідністю між дротами. А це означає, що електричні параметри кола виявляються безперервно розподіленими по її довжині.

Разом з тим будь-яку ділянку лінії завдовжки dx можна представити у вигляді еквівалентної схеми, що складається із нескінченно малих елементів dL , dC , dR і dG (рис. 3.41). Еквівалентна схема лінії кінцевої довжини повинна, очевидно, містити незліченну безліч аналогічних кол, з'єднаних послідовно.

Практично замість нескінченно малих величин dL , dC , dR і dG зручно використовувати так звані погонні параметри лінії, що розраховуються на одиницю довжини:

$$L_1 = \frac{dL}{dx} \text{ – погонна індуктивність; } C_1 = \frac{dC}{dx} \text{ – погонна ємність;}$$

$$R_1 = \frac{dR}{dx} \text{ – погонний опір втрат; } G_1 = \frac{dG}{dx} \text{ – погонна провідність витоки.}$$

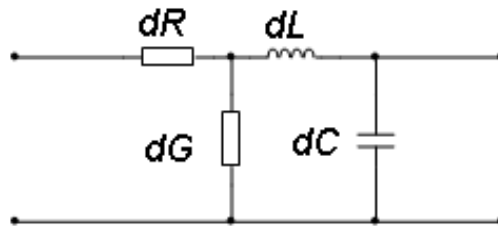


Рис. 33.41. Еквівалентна схема лінії

Визначальною особливістю електромагнітних процесів у довгій лінії є кінцева швидкість їх поширення вздовж лінії. Час розповсюдження процесу:

$$t = \frac{l}{v} = \frac{l}{\lambda} T, \quad (3.88)$$

де v – швидкість поширення;

λ – довжина хвилі джерела;

T – період коливань.

Оскільки за визначенням довгої лінії її довжина порівнянна з довжиною хвилі, то і час t сумірний з періодом коливань T .

Фізично це означає, що напруга і струм в довгій лінії в загальному випадку опиняються функціями не тільки часу, як це було в колах із зосередженими параметрами, але і просторової координати, що визначає положення точки спостереження.

Зв'язок між напругою і струмом у лінії, з одного боку, і погонними параметрами лінії, з іншого боку, математично описується так званими телеграфними рівняннями:

$$\frac{du(x,t)}{dx} = R_1 i(x,t) + L_1 \frac{di(x,t)}{dt} \quad (3.89)$$

$$\frac{di(x,t)}{dx} = G_1 u(x,t) + C_1 \frac{du(x,t)}{dt}.$$

Надалі розглядатимемо процеси тільки в ідеальній довгій лінії без втрат, для якої справедливо $R_1 = G_1 = 0$. Крім того, вважатимемо, що ЕРС живлячого генератора змінюється в часі за гармонійним законом. При цих припущеннях рішення телеграфних рівнянь у комплексній формі має вигляд:

$$i(x,t) = \dot{U}_1 e^{j(\alpha t + \beta x)} + \dot{U}_2 e^{j(\alpha t - \beta x)} = \frac{\dot{U}_H + \dot{I}_H Z_B}{2} e^{j(\alpha t + \beta x)} + \frac{\dot{U}_H - \dot{I}_H Z_B}{2} e^{j(\alpha t - \beta x)}; \quad (3.90)$$

$$i(x,t) = \dot{I}_1 e^{j(\alpha t + \beta x)} - \dot{I}_2 e^{j(\alpha t - \beta x)} = \frac{\dot{U}_1}{Z_B} e^{j(\alpha t + \beta x)} - \frac{\dot{U}_2}{Z_B} e^{j(\alpha t - \beta x)},$$

де \dot{U}_H, \dot{I}_H – комплексні амплітуди напруги і струму на навантаженні;

$$Z_B = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_2}{I_2} = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \text{ – хвильовий опір лінії;}$$

$$\beta = \omega \sqrt{L_1 C_1} = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ – фазова постійна, така, що відображає кінцеву}$$

швидкість поширення процесів уздовж лінії.

У приведених виразах перші доданки описують хвилю напруги (струму), що поширюється від джерела живлення до навантаження (пря-

ма хвиля), а другі – хвилю, що поширюється від навантаження до джерела (відбита хвиля).

Очевидно, що в рівнянні (3.90) амплітуда і фаза відбитої хвилі напруги (струму) визначається величиною і характером опору навантаження.

Введемо поняття коефіцієнта відбиття, як відношення комплексної амплітуди відбитої хвилі до комплексної амплітуди прямої хвилі:

— коефіцієнт відбиття по напрузі:

$$\begin{aligned} \dot{p}_u(x) &= \frac{\dot{U}_2(x)}{\dot{U}_1(x)} = \frac{(\dot{U}_H - \dot{I}_H Z_B) e^{-j\beta x}}{(\dot{U}_H + \dot{I}_H Z_B) e^{j\beta x}} = \frac{\dot{Z}_H - Z_B}{\dot{Z}_H + Z_B} e^{-j2\beta x} = \\ &= \dot{p}_u(0) e^{-j2\beta x} = |\dot{p}(0)| e^{-j[\psi_u - 2\beta x]}; \end{aligned} \quad (3.91)$$

— коефіцієнт відбиття по стру-

$$\text{му } \dot{p}_i(x) = -\frac{\dot{I}_2(x)}{\dot{I}_1(x)} = \frac{Z_B - \dot{Z}_H}{Z_B + \dot{Z}_H} e^{-j2\beta x} = -\dot{p}_u(x) \quad (3.92)$$

де $|\dot{p}_u(0)| = \left| \frac{\dot{Z}_H - Z_B}{\dot{Z}_H + Z_B} \right|$ – модуль коефіцієнта відбиття від навантаження;

$\psi_u(0) = \arg \left\{ \frac{\dot{Z}_H - Z_B}{\dot{Z}_H + Z_B} \right\}$ – фаза коефіцієнта відбиття від навантаження.

Припускаючи, що довга лінія навантажена на пасивний елемент, можна визначити межі зміни модуля коефіцієнта відбиття: $0 \leq |\dot{p}| \leq 1$.

З виразів (9.3) і (9.4) видно, що модуль коефіцієнта відбиття вздовж ідеальної лінії залишається постійним, змінюється лише його фаза.

Щоб визначити, яке навантаження становить для генератора довга лінія, необхідно знати її вхідний опір. Вхідним опором лінії \dot{Z}_{BX} називається відношення комплексних амплітуд напруги і струму на вході лінії:

$$\dot{Z}_{BX}(l) = \frac{\dot{U}(l)}{\dot{I}(l)} = \frac{\dot{U}_1 e^{j\beta l} + \dot{U}_2 e^{-j\beta l}}{\frac{\dot{U}_1}{Z_B} e^{j\beta l} - \frac{\dot{U}_2}{Z_B} e^{-j\beta l}}. \quad (3.93)$$

Після нескладних перетворень з останньої рівності можна одержати:

$$\dot{Z}_{BX}(l) = Z_B \frac{\dot{Z}_B + jZ_B \operatorname{tg} \beta l}{Z_B + jZ_H \operatorname{tg} \beta l}. \quad (3.94)$$

Поняття вхідного опору можна поширити і на будь-який довільний перетин лінії як відношення:

$$\dot{Z}_{BX}(x) = \frac{\dot{U}(x)}{\dot{I}(x)} = Z_B \frac{\dot{Z}_B + jZ_B \operatorname{tg} \beta x}{Z_B + jZ_H \operatorname{tg} \beta x}. \quad (3.95)$$

Режими роботи довгої лінії

Залежно від величини модуля коефіцієнта відбиття в лінії встановлюється один з трьох можливих режимів роботи:

$|\dot{\rho}| = 0$ – режим біжучої хвилі ($U_{\text{отр}} = 0$);

$|\dot{\rho}| = 1$ – режим стоячої хвилі ($U_{\text{отр}} = U_{\text{пр}}$);

$0 < |\dot{\rho}| < 1$ – режим комбінованих хвиль ($U_{\text{отр}} < U_{\text{пр}}$).

Режим хвиль, що біжать

З виразів (3.91) і (3.92) видно, що режим хвиль, що біжать, встановлюється в лінії за умови, що вона навантажена на активний опір, який дорівнює хвильовому. При цьому в лінії відсутня відбита хвиля і вирази (3.90) приймають вигляд:

$$\dot{u}(x, t) = U_{\text{ПП}} e^{-j(\omega t + \beta x)}; \quad \dot{i}(x, t) = \frac{U_{\text{ПП}}}{Z_B} e^{j(\omega t + \beta x)}, \quad (3.96)$$

звідки видно, що амплітуда напруги (струму) вздовж лінії залишається незмінною, а фаза змінюється за лінійним законом: $\omega t - \beta x$. Крім того, в будь-якому перетині напруга і струм сінфазні (рис. 3.42). Вхідний опір уздовж лінії постійний і дорівнює хвильовому.

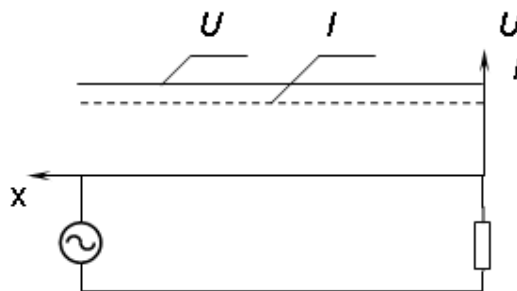


Рис. 3.42. Режим хвилі, що біжить

Режим стоячих хвиль

Режим стоячих хвиль встановлюється при наступних навантаженнях: $Z_H = \infty$, $Z_H = 0$, $Z_H = jX_H$, тобто в розімкненій, короткозамкнутій лінії і в лінії, навантаженої на чисто реактивний опір. Усі вказані випадки характеризуються тим, що навантаження не споживає енергію ($U_{отр} = U_{np}$). Результуюча напруга (струм) в будь-якому перетині лінії визначається суперпозицією двох рівних по амплітуді стрічних хвиль:

$$\dot{u}(x, t) = \dot{U}_{np} e^{j(\omega t + \beta x)} + \dot{U}_{np} e^{j[\omega t - \beta x + \psi_u(0)]}, \quad (3.97)$$

$$i(x, t) = \frac{U_{np}}{Z_B} e^{j(\omega t + \beta x)} + \frac{U_{np}}{Z_B} e^{j[\omega t - \beta x + \psi_i(0)]},$$

де $\psi_u(0)$, $\psi_i(0)$ – зміна фази хвилі напруги (струму) при відбитті від навантаження (у виразі (3.97) для простоти прийнято, що початкова фаза прямої хвилі дорівнює нулю).

Оскільки $\dot{p}_i = -\dot{p}_u$, то $\psi_i(0) = \psi_u(0) + \pi$.

Провівши перетворення у виразі (3.97), можна одержати:

$$\dot{u}(x, t) = 2U_{np} \cos\left[\beta x - \frac{\psi_u(0)}{2}\right] e^{j\left[\omega t + \frac{\psi_u(0)}{2}\right]}; \quad (3.98)$$

$$i(x, t) = 2 \frac{U_{np}}{Z_B} \sin\left[\beta x - \frac{\psi_u(0)}{2}\right] e^{j\left[\omega t + \frac{\psi_u(0)}{2} + \frac{\pi}{2}\right]}.$$

Таким чином, розподіл електричних величин уздовж лінії характеризується зміною амплітудних значень напруги і струму згідно із законом:

$$\left| \cos\left(\beta x - \frac{\psi_u(0)}{2}\right) \right|, \text{ або: } \left| \sin\left(\beta x - \frac{\psi_u(0)}{2}\right) \right| \text{ і постійністю фази: } \left(\omega t + \frac{\psi_u(0)}{2}\right).$$

Стрибки фази напруги й струму на π при переході через вузли пояснюються появою знака (-) у виразах (3.98).

Різниця фаз між напругою і струмом уздовж лінії всюди дорівнює $\pi/2$, змінюючи свій знак під час переходу через вузли напруги і струму.

Як видно з приведених виразів, виявляється, що напруга (струм) в окремих точках лінії при будь-яких (t) дорівнює нулю.

Положення цих точок, званих вузлами напруги (струму), можна визначити з умов: $\cos\left[\beta x - \frac{\psi_u(0)}{2}\right] = 0$; $\sin\left[\beta x - \frac{\psi_u(0)}{2}\right] = 0$.

Між вузлами розташовані точки, в яких амплітуди напруги (струму) мають максимальні значення. Це так звані пучності напруги (струму). Координати їх визначаються з умов: $\left|\cos\left[\beta x - \frac{\psi_u(0)}{2}\right]\right| = 1$; $\left|\sin\left[\beta x - \frac{\psi_u(0)}{2}\right]\right| = 1$.

Вузли напруги зсунені вздовж лінії відносно вузлів струму на $\pi/4$.

Вхідний опір лінії може приймати наступні значення:

- дорівнюватиме 0;
- дорівнюватиме ∞ ;
- чисто реактивне і має індуктивний характер;
- чисто реактивне і має ємносний характер:

$$\dot{Z}_{BX} = \frac{\dot{U}(x)}{\dot{I}(x)} = \frac{U_{\text{нп}} \cos\left[\beta x - \frac{\psi_u(0)}{2}\right]}{j \frac{U_{\text{нп}}}{Z_B} \sin\left[\beta x - \frac{\psi_u(0)}{2}\right]} = -jZ_B \operatorname{ctg}\left[\beta x - \frac{\psi_u(0)}{2}\right]. \quad (3.99)$$

Приведені характеристики режиму стоячих хвиль є загальними для всіх навантажень, що визначають цей режим. Специфічні особливості різних навантажень виявляються в положенні на лінії першого від кінця вузла напруги і струму, що визначається величиною фазового кута, який, у свою чергу, залежить від характеру і величини опору навантаження (див. вирази (3.91), (3.92)).

Для короткозамкнутої лінії $Z_H = 0$ $\psi_u(0) = \pi$ і при $x = 0$ маємо $U(0) = 0$, $I(0) = 2I_{\text{нп}}$ – вузол напруги і пучність струму.

Для розімкнутої лінії $Z_H = \infty$ $\psi_u(0) = 0$. При $x = 0$ маємо $U(0) = 2U_{\text{нп}}$ $I(0) = 0$ – пучність напруги і вузол струму.

У разі чисто реактивного навантаження $\psi_u(0) \neq 0$ і $\psi_u(0) \neq \pi$, тобто на кінці лінії ($x = 0$) не буде ні вузла напруги, ні вузла струму. Строгий аналіз виразів (9.3) і (9.10) дозволяє зробити висновок, що при навантаженні ємністю, перший вузол напруги знаходиться на відстані $0 < x_{\text{вз}U} < \frac{\lambda}{4}$

від кінця лінії, а при індуктивному навантаженні – на відстані $\frac{\lambda}{4} < x_{\text{вз}U} < \frac{\lambda}{2}$.

Режим комбінованих хвиль

У лінії, що навантажена на довільний комплексний опір, а також на чисто активний опір, який не дорівнює хвильовому, нулю або нескінченності, встановлюється режим комбінованих хвиль, який характеризується тим, що частина енергії падаючої хвилі поглинається навантаженням, а частина відбивається ($U_{отр} < U_{пр}$).

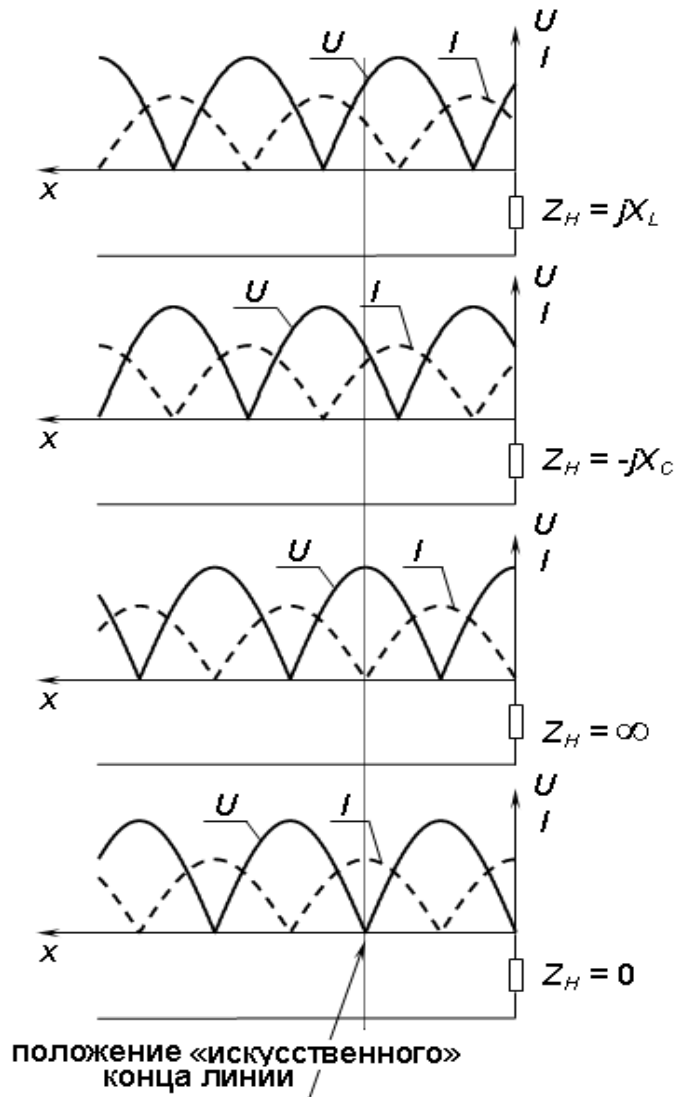


Рис. 3.43. Режим стоячих хвиль

Розподіл електричних величин уздовж лінії обумовлюється інтерференцією падаючої і відбитої хвиль нерівних амплітуд. Узагальнюючи поняття коефіцієнта відбиття на будь-який перетин лінії (як коефіцієнт відбиття від вхідного опору лінії в даному перетині):

$$\dot{p}(x) = \frac{\dot{U}_{отр}(x)}{\dot{U}_{пр}(x)} = \frac{\dot{Z}_{BX}(x) - Z_B}{\dot{Z}_{BX}(x) + Z_B} = \dot{p}(0)e^{-j2\beta x} = |\dot{p}(0)|e^{j[\psi_u(0) - 2\beta x]}. \quad (3.100)$$

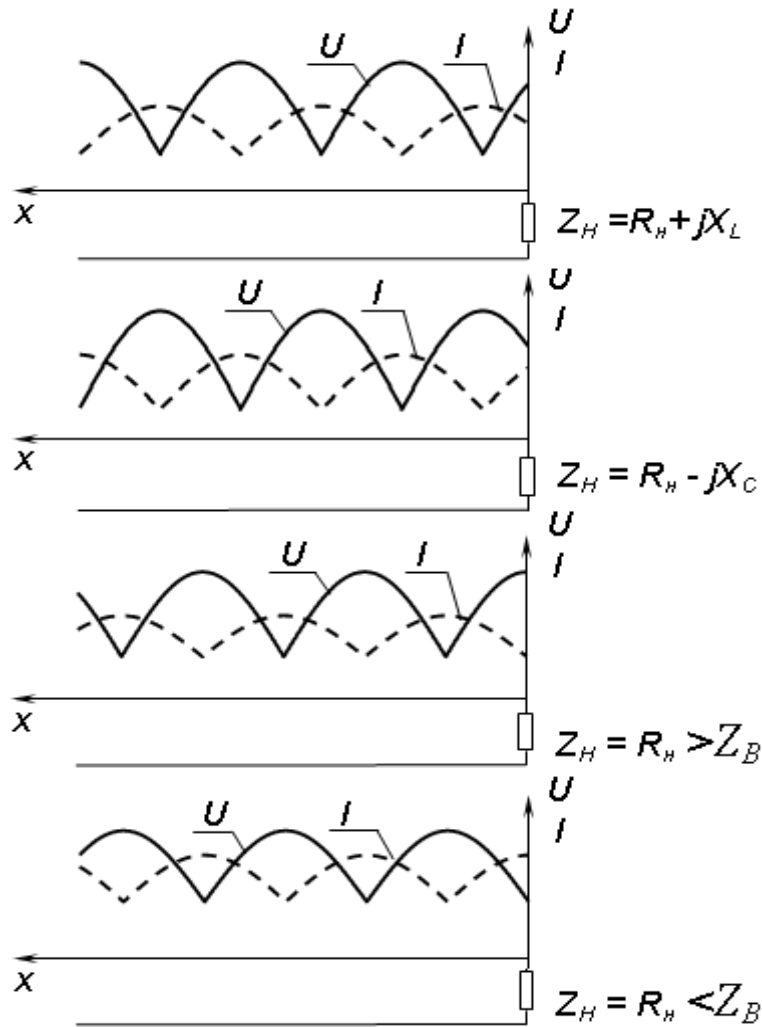


Рис. 3.44. Режим комбінованих хвиль

Вирази (3.90) для напруги і струму в будь-якому перетині можна переписати у вигляді:

$$\begin{aligned} \dot{u}(x,t) &= \dot{U}_{np} e^{j(\omega t + \beta x)} + \dot{p}_u(x) \dot{U}_{np} e^{j(\omega t + \beta x)} = \\ &= \dot{U}_{np} e^{j(\omega t + \beta x)} [1 + \dot{p}_u(x)] = \dot{U}_{np}(x) e^{j\omega t} [1 + |\dot{p}_u(x)| e^{j[\psi_u(0) - 2\beta x]}]; \end{aligned} \quad (3.101)$$

$$\dot{i}(x,t) = \dot{I}_{np}(x) e^{j\omega t} [1 + \dot{p}_i(x)] = \dot{I}_{np}(x) e^{j\omega t} [1 - \dot{p}_u(0) e^{j[\psi_u(0) - 2\beta x]}].$$

Аналіз одержаних виразів дозволяє зробити наступні висновки:

1. Амплітудні значення напруги (струму) змінюються вздовж лінії від мінімальних значень (вузлів), які дорівнюють відповідно:

$$U_{\min} = U_{np} (1 - |\dot{p}_u|); \quad I_{\min} = I_{np} (1 - |\dot{p}_u|)$$

до максимальних значень (пучностей):

$$U_{\max} = U_{np}(1 + |\dot{p}_u|); \quad I_{\max} = I_{np}(1 + |\dot{p}_u|).$$

Оскільки $|p| < 1$, то на відміну від режиму стоячих хвиль у вузлах напруги (струму) амплітуди останні не дорівнюють нулю (рис. 3.44).

2. Перетини вузлів (пучностей) напруги зсунуті вздовж лінії щодо вузлів (пучностей) струму на $\lambda/4$.

3. Положення першого від кінця лінії вузла напруги визначається умовою: $2\beta x_{y3U} - \psi_u(0) = \pi$, тобто воно залежить від навантаження лінії.

При $Z_H = R_H < Z_B$: $\psi_u(0) = \pi$; $x_{y3U} = 0$.

Отже, вузол напруги знаходиться на кінці лінії. При $Z_H = R_H > Z_B$: $\psi_u(0) = 0$; $x_{y3U} = \frac{\lambda}{4}$.

Отже, на кінці лінії будуть пучності напруги (вузли струму).

У разі комплексного навантаження $\psi_u(0) \neq 0$ і $\psi_u(0) \neq \pi$ на кінці лінії не буде ні вузла, ні пучності напруги (струму). Перший вузол напруги в цьому випадку знаходиться на відстані:

$$x_{y3U} = \frac{\pi + \psi_u(0)}{2\beta} = \frac{\pi + \psi_u(0)}{2\pi} \lambda.$$

Можна показати, що в разі навантаження реактивним опором, що має ємнісний характер $0 < x_{y3U} < \frac{\lambda}{4}$, у разі індуктивного характеру –

$$\frac{\lambda}{4} < x_{y3U} < \frac{\lambda}{2}.$$

4. Для оцінки ступеня наближення режиму комбінованих хвиль до режиму хвиль, що біжать, вводиться поняття коефіцієнта хвилі, що біжить (КХБ):

$$K_{\delta} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}} = \frac{U_{np}(1 - |\dot{p}_u|)}{U_{np}(1 + |\dot{p}_u|)} = \frac{1 - |\dot{p}_u|}{1 + |\dot{p}_u|}. \quad (3.102)$$

5. У вузлі напруги вхідний опір лінії можна визначити відношенням:

$$Z_{ex}(x_{y3U}) = \frac{U_{y3}}{I_{nyu}} = \frac{U_{np}(1 - |\dot{p}_u|)}{I_{np}(1 + |\dot{p}_u|)} = Z_B K_{\delta} \quad (3.103)$$

тобто він є активним і меншим за хвильовий ($k_{\delta} < 1$).

У пучності напруги вхідний опір дорівнює:

$$Z_{ex}(x_{nyuU}) = \frac{U_{nyu}}{I_{yz}} = \frac{U_{np}(1 + |\dot{p}_u|)}{I_{np}(1 - |\dot{p}_u|)} = \frac{Z_B}{\kappa_{\sigma}} \quad (3.104)$$

тобто він є активним і більшим за хвильовий .

6. Як впливає з пункту 5, різниця фаз між напругою і струмом у вузлах і пучностях дорівнює нулю. В інших перетинах вона відмінна від нуля, але ніде не може дорівнюватися $\pi/2$. Це витікає з того факту, що в режимі комбінованих хвиль через будь-який поперечний перетин лінії повинна передаватися енергія для заповнення втрат у навантаженні. Відомо, що середня потужність, що передається через перетин x лінії, може бути визначена як: $P_{cp}(x) = U(x)I(x)\cos\varphi(x)$, де $\varphi(x)$ – різниця фаз між напругою і струмом у даному перетині. Ясно, що $P_{cp}(x) \neq 0$ лише за умови $\varphi(x) \neq \frac{\pi}{2}$.

7. Вхідний опір лінії в будь-якому перетині, за винятком вузлів напруги і струму, може носити комплексний характер і бути або активно індуктивним, або активно ємнісним, або бути активним більш або менш хвильового опору.

Вимірювання опорів за допомогою довгої лінії

Можливість вимірювання опорів за допомогою довгих ліній визначається відомими характеристиками режимів роботи ліній:

1. При заданому хвильовому опорі положення першого вузла напруги в лінії однозначно визначається величиною і характером опору навантаження:

$$x_{yzU} = \frac{\pi + \psi_u(0)}{2\beta}; \quad \psi_u(0) = \arg \dot{p}_u(0) = \arg \left\{ \frac{\dot{Z}_H - Z_B}{\dot{Z}_H + Z_B} \right\}.$$

2. У вузлі напруги вхідний опір чисто активний і дорівнює (3.104): $Z_{ex} = Z_B \kappa_{\sigma}$.

Використовуючи останню рівність і вираз для вхідного опору лінії в будь-якому перетині (3.95): $\dot{Z}_{BX}(x) = Z_B \frac{\dot{Z}_B + jZ_B \operatorname{tg} \beta x}{Z_B + jZ_H \operatorname{tg} \beta x}$, можна записати рів-

ність $Z_B \kappa_0 = Z_B \frac{\dot{Z}_B + jZ_B \operatorname{tg} \beta x_{y3U}}{Z_B + jZ_H \operatorname{tg} \beta x_{y3U}}$, вирішуючи яку щодо невідомого опору навантаження одержимо:

$$\dot{Z}_H = Z_B \frac{\kappa_0 - jZ_B \operatorname{tg} \beta x_{y3U}}{1 - j\kappa_0 \operatorname{tg} \beta x_{y3U}}. \quad (3.105)$$

Таким чином, для визначення вимірюваного опору необхідне знання наступних величин: хвильового опору лінії Z_B , коефіцієнта хвилі, що біжить, κ_0 , довжини хвилі λ і координати першого вузла напруги x_{y3U} . Три останні величини визначаються із графіка розподілу амплітудних значень напруги вздовж лінії (рис. 3.45).

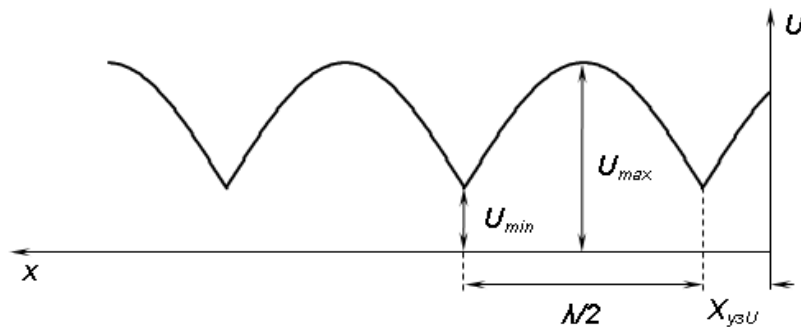


Рис. 3.45. Розподіл амплітудних значень напруги вздовж лінії

Опис лабораторної установки

Схема лабораторної установки показана на рис. 3.46.

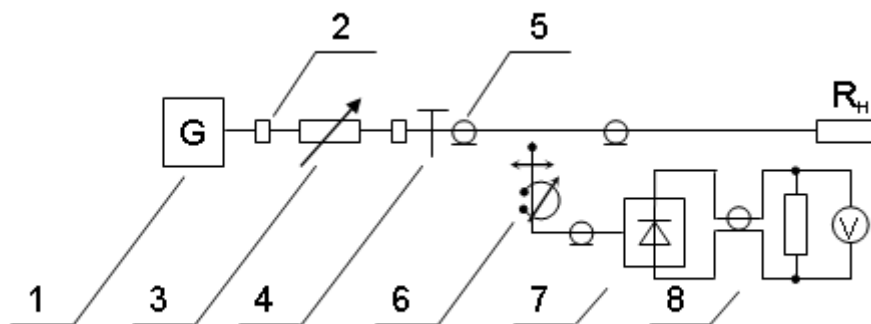


Рис. 3.46. Схема лабораторної установки

Генератор гармонійних коливань НВХ діапазону (1) за допомогою хвилеводів (2) з'єднаний з атенюатором (3) (див. додаток Б).

Хвилеводно-коаксіальний перехід (4) дозволяє підключити коаксіальний тракт (5) вимірювальної довгої лінії. Вимірювальна головка (6) довгої лінії (див. додаток А) містить кристалічний детектор (7), сигнал якого може бути зареєстрований вимірювальним приладом (8). Навантаженням вимірювальної лінії є опір R_n , що підключається коаксіально.

Порядок виконання роботи

1. Увімкнути установку в мережу 220 В.

2. Підключити навантаження із хвильовим опором 50 Ом до вимірювальної коаксіальної лінії.

3. Переміщуючи зонд вимірювальної голівки уздовж коаксіальної лінії від кінця лінії до генератора, провести вимірювання розподілу амплітудних значень напруги й струму для випадку, коли лінія навантажена на погоджене навантаження із хвильовим опором 50 Ом.

Положення зонда визначається по лінійці й ноніусу вимірювальної коаксіальної лінії.

Оскільки в лінії існує періодичний гармонійний процес поширення електромагнітної хвилі, доцільно вимірювання робити в характерних точках (мінімумах або вузлах і максимумах або пучностях напруг і струмів).

Результати вимірювань оформити у вигляді таблиці.

За результатами вимірювань побудувати графік залежності розподілу напруги й струму вздовж лінії.

Зробити висновки про відповідність режиму роботи лінії режиму хвилі, що біжить.

4. Підключити короткозамкнене навантаження до вимірювальної коаксіальної лінії.

5. Переміщуючи зонд вимірювальної голівки вздовж коаксіальної лінії від кінця лінії до генератора, провести вимірювання розподілу амплітудних значень напруги й струму для випадку, коли лінія навантажена на короткозамкнене навантаження.

Результати вимірювань занести в таблицю.

За результатами вимірювань побудувати графік залежності розподілу напруги й струму уздовж лінії.

Найближчий до кінця вимірювальної лінії мінімум (вузол напруги) прийняти за «штучний» кінець лінії.

Вимірявши відстані між двома найближчими мінімумами напруги ($l/2$), розрахувати довжину хвилі й частоту коливань у лінії.

Зробити висновки про відповідність режиму роботи лінії режиму стоячої хвилі.

6. Підключити навантаження невідомої величини до вимірювальної коаксіальної лінії.

7. Переміщаючи зонд вимірювальної голівки вздовж коаксіальної лінії від кінця лінії до генератора, провести вимірювання розподілу амплітудних значень напруги й струму.

Обов'язково зробити вимірювання у прийнятому «штучному» кінці лінії.

Результати вимірювань занести в таблицю.

За результатами вимірювань побудувати графік залежності розподілу напруги й струму вздовж лінії. На графіку відзначити прийнятий раніше «штучний» кінець лінії.

По положенню мінімумів (вузлів) і максимумів (пучностей) напруги й току відносно «штучного» кінця лінії визначити характер невідомого навантаження й розрахувати його величину за співвідношеннями (9.2), (9.17).

Вимірявши величину мінімумів і максимумів напруги ($l/2$), розрахувати коефіцієнт хвилі, що біжить (КХБ) і коефіцієнта стоячої хвилі (КСХ) у лінії при невідомому по величині навантаженню.

Контрольні питання

1. При яких умовах лінія називається довгою?
2. Що таке погонні параметри лінії?
3. Які характерні риси режиму хвилі, що біжить, і при яких навантаженнях вона виникає?
4. Які характерні риси режиму стоячих хвиль, і при яких навантаженнях вони виникають?
5. Які характерні риси режиму комбінованих хвиль, і при яких навантаженнях вони виникають?
6. Який характер вхідного опору лінії в режимі хвиль, що біжуть, стоячих хвиль, комбінованих хвиль?
7. Чи може вхідний опір лінії в режимі комбінованих хвиль бути чисто активним (чисто реактивним)?

4. Типові розрахункові завдання

4.1. Електрика

4.1.1. Приклади розв'язання завдань

1. Тонкий стрижень довжиною $l = 30$ см несе рівномірно розподілений по довжині заряд з лінійною густиною $\tau = 1$ мкКл/м. На відстані $r_0 = 20$ см від стрижня знаходиться заряд $q_1 = 10$ нКл, рівновіддалений від кінців, стрижня. Визначити силу F взаємодії точкового заряду із зарядженим стрижнем.

Дані: $l = 30$ см = 0,3 м; $\tau = 1$ мкКл/м = 10^{-6} Кл/м; $r_0 = 20$ см = 0,2 м; $q_1 = 10$ нКл = 10^{-8} Кл.

Визначити: F .

Рішення. Закон Кулона дозволяє обчислити силу взаємодії точкових зарядів. За умовою завдання, один із зарядів не є точковим, а є зарядом, рівномірно розподіленим по довжині стрижня. Проте, якщо виділити на стрижні диференці-альну малу ділянку довжиною dl , то заряд dq , що знаходиться на ній $dq = \tau dl$, можна розглядати як точковий і тоді за законом Кулона сила взаємодії між зарядами q_1 і dq :

$$dF = \frac{q_1 dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{q_1 \tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (4.1.1)$$

де r – відстань від виділеного елемента до заряду q_1 .

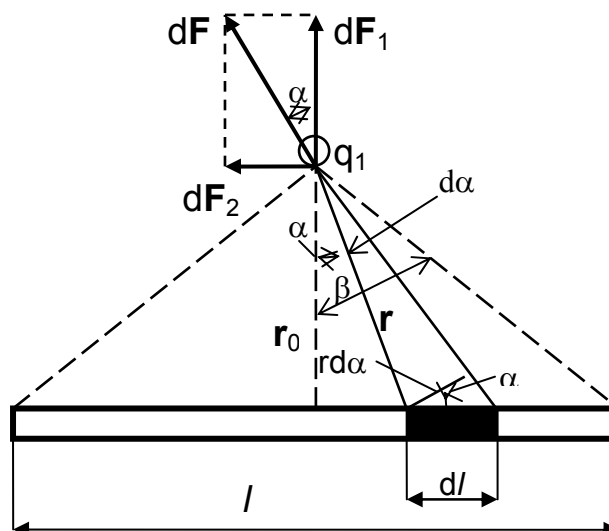


Рис. 4.1.1. Пояснювальне креслення до завдання 1

Тут і далі, якщо в умові завдання не вказано середовище, маємо на увазі, що заряди знаходяться у вакуумі ($\epsilon = 1$).

З рис. 4.1.1 витікає, що $r = \frac{r_0}{\cos \alpha}$ і $dl = \frac{r d\alpha}{\cos \alpha}$, де r_0 – відстань від заряду q_1 до стрижня. Підставивши ці вирази r і dl у формулу (4.1.1), одержимо:

$$dF = \frac{q_1 \tau}{4\pi\epsilon_0 r_0} d\alpha. \quad (4.1.2)$$

Беручи до уваги, що $d\vec{F}$ – вектор, тому, перш ніж інтегрувати, розкладемо його на дві складові: dF_1 – перпендикулярну стрижню, і dF_2 – паралельну йому.

З рис. 4.1.1 маємо, що $dF_1 = dF \cos \alpha$, $dF_2 = dF \sin \alpha$. Підставляючи значення dF з виразу (4.1.2) в ці формули, знайдемо:

$$dF_1 = \frac{q_1 \tau \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0} d\alpha; \quad dF_2 = \frac{q_1 \tau \sin \alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0} d\alpha.$$

Інтегруючи ці вирази в межах від $-\beta$ до $+\beta$, одержимо:

$$\begin{aligned} F_1 &= \int_{-\beta}^{+\beta} \frac{q_1 r \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0} d\alpha = \frac{q_1 r}{4\pi\epsilon_0 r_0} \int_{-\beta}^{+\beta} \cos \alpha d\alpha = \frac{q_1 r}{4\pi\epsilon_0 r_0} \left| \sin \alpha \right|_{-\beta}^{+\beta} = \\ &= \frac{q_1 r}{4\pi\epsilon_0 r_0} \left| \sin \beta - \sin(-\beta) \right| = \frac{q_1 r}{4\pi\epsilon_0 r_0} 2 \sin \beta = \frac{q_1 r}{2\pi\epsilon_0 r_0} \sin \beta. \end{aligned}$$

Через симетрію розташування заряду q_1 щодо стрижня інтегрування другого виразу дає нуль:

$$\begin{aligned} F_2 &= \int_{-\beta}^{+\beta} \frac{q_1 r \sin \alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0} d\alpha = -\frac{q_1 r}{4\pi\epsilon_0 r_0} \left| \cos \alpha \right|_{-\beta}^{+\beta} = \\ &= \frac{q_1 r}{4\pi\epsilon_0 r_0} \left| \cos \beta - \cos \beta \right| = 0. \end{aligned}$$

Таким чином, сила, що діє на заряд q_1 :

$$F = F_1 = \frac{q_1 r}{2 \pi \varepsilon_0 r_0} \sin \beta. \quad (4.1.3)$$

З рисунка виходить, що $\sin \beta = \frac{l/2}{\sqrt{r_0^2 + \frac{l^2}{4}}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}$. Підставивши цей

вираз для $\sin \beta$ у формулу (4.1.3), маємо:

$$F = \frac{q_1 r}{2 \pi \varepsilon_0 r_0} \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}. \quad (4.1.4)$$

Проведемо обчислення за формулою (4.1.4) і одержимо $F = 0,54$ мН.

Відповідь: $F = 0,54$ мН.

2. Електричне поле створене двома точковими зарядами: $q_1 = 30$ нКл і $q_2 = -10$ нКл. Відстань d між зарядами дорівнює 20 см. Визначити напруженість електричного поля в точці, що знаходиться на відстані $r_1 = 15$ см від першого і на відстані $r_2 = 10$ см від другого заряду.

Дані: $q_1 = 30$ нКл = $3 \cdot 10^{-8}$ Кл; $q_2 = -10$ нКл = -10^{-8} Кл; $d = 20$ см = $0,2$ м; $r_1 = 15$ см = $0,15$ м; $r_2 = 10$ см = $0,1$ м

Визначити: E .

Рішення. Згідно з принципом суперпозиції електричних полів, кожен заряд створює поле незалежно від присутності в просторі інших зарядів. Тому напруженість E електричного поля в шуканій точці може бути знайдена як векторна сума напруженостей \vec{E}_1 і \vec{E}_2 полів, що створені кожним зарядом окремо:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Напруженості електричного поля, що створюються у вакуумі першим і другим зарядами, відповідно є:

$$E_1 = \frac{|q_1|}{4 \pi \varepsilon_0 r_1^2}; \quad E_2 = \frac{|q_2|}{4 \pi \varepsilon_0 r_2^2}. \quad (4.1.5)$$

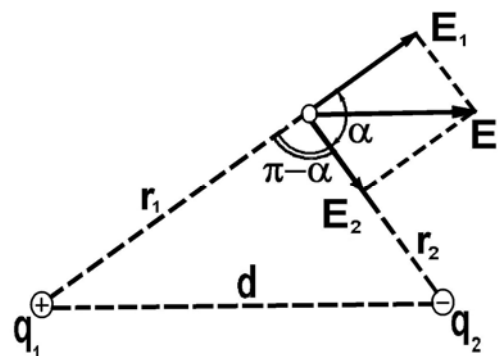


Рис. 4.1.2. Пояснювальне креслення до завдання 2

Вектор \vec{E}_1 (рис. 4.1.2) направлений по силовой линии від заряду q_1 , оскільки заряд $q_1 > 0$; вектор \vec{E}_2 направлений також по силовой линии, але до заряду q_2 , оскільки $q_2 < 0$.

Модуль вектора \vec{E} знайдемо за теоремою косинусів:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha} \quad (4.1.6)$$

де кут α може бути знайдений з трикутника із сторонами r_1, r_2 і d :

$$\cos \alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}.$$

У даному випадку, щоб уникнути громіздких записів, обчислимо окремо значення $\cos \alpha$. За цією формулою знайдемо, що $\cos \alpha = 0,25$.

Підставляючи вирази E_1 і E_2 в рівність (4.1.6) і виносячи загальний множник $1/(4\pi\epsilon_0)$ за знак кореня, одержуємо:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{q_1q_2}{r_1^2r_2^2} \cos \alpha}.$$

Підставивши числові значення величин, що входять в останню формулу, і виконавши обчислення, знайдемо $E = 16,7$ кВ/м.

Відповідь: $E = 16,7$ кВ/м.

3. На пластинах плоского повітряного конденсатора знаходиться заряд $q = 10$ нКл. Площа S кожної пластини конденсатора дорівнює 100 см^2 . Визначити силу F , з якою притягуються пластини. Поле між пластинами вважати однорідним.

Дані: $q = 10$ нКл = 10^{-8} Кл; $S = 100 \text{ см}^2 = 10^{-2} \text{ м}^2$.

Визначити: F .

Рішення. Заряд q однієї пластини знаходиться в полі, яке створене зарядом іншої пластини конденсатора. Отже, на перший заряд діє сила (рис.4.1.3):

$$F = E_1 q, \quad (4.1.7)$$

де E_1 – напруженість поля, що створюється зарядом однієї пластини.

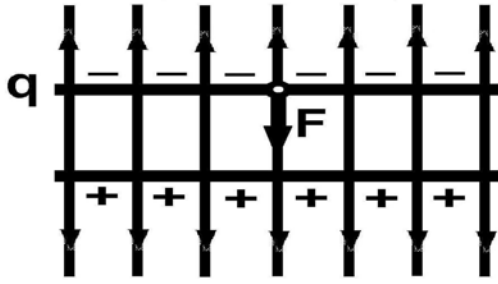


Рис.4.1.3. Пояснювальне креслення до завдання 3

Але $E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{q}{2\varepsilon_0 S}$, де σ – поверхнева густина заряду пластини.

Формула (4.1.7) з урахуванням виразу для E_1 прийме вигляд:

$$F = q^2 / (2\varepsilon_0 S).$$

Підставивши числові значення

величин q , ε_0 і S в цю формулу і провівши обчислення, одержимо $F = 565$ мкН.

Відповідь: $F = 565$ мкН.

4. Знайти роботу A поля по переміщенню заряду $q = 10$ нКл з точки 1 в точку 2 (див. рис. 4.1.4), що знаходяться між двома різнойменно зарядженими з поверхневою густиною $\sigma = 0,4$ мкКл/м² нескінченними паралельними площинами, відстань l між якими дорівнює 3 см.

Дані: $q = 10$ нКл = 10^{-8} Кл; $\sigma = 0,4$ мкКл/м² = $0,4 \cdot 10^{-6}$ Кл/м; $l = 3$ см = $0,03$ м.

Визначити: A .

Рішення. Можливі два способи розв'язання задачі.

1-й спосіб. Роботу сил поля з переміщення заряду q з точки 1 поля з потенціалом φ_1 в точку 2 поля з потенціалом φ_2 знайдемо за формулою:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (4.1.8)$$

Для визначення потенціалів у точках 1 і 2 проведемо через ці точки екіпотенціальні поверхні I і II (рис.4.1.4). Ці поверхні будуть площинами, оскільки поле між двома

рівномірно зарядженими нескінченними паралельними площинами однорідне. Для такого поля справедливе співвідношення:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E \cdot l, \quad (4.1.9)$$

де E – напруженість поля;

l – відстань між екіпотенціальними поверхнями.

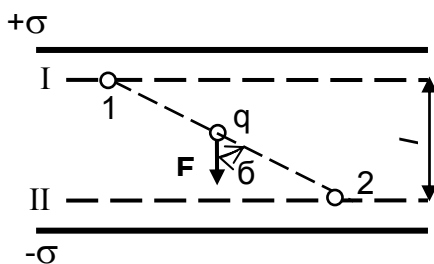


Рис. 4.1.4. Пояснювальне креслення до завдання 4

Напруженість поля між паралельними нескінченними різнойменно зарядженими площинами $E = \sigma/\epsilon_0$. Підставивши цей вираз E у формулу (4.1.9) і потім вираз $\varphi_1 - \varphi_2$ у формулу (4.1.8), одержимо:

$$A = q l (\sigma/\epsilon_0).$$

2-й спосіб. Оскільки поле однорідне, то сила, що діє на заряд q , при його переміщенні постійна. Тому роботу переміщення заряду з точки 1 в точку 2 можна підрахувати за формулою:

$$A = Fr \cos\alpha, \quad (4.1.10)$$

де F – сила, що діє на заряд;

Δr – модуль переміщення заряду q з точки 1 в точку 2;

α – кут між напрямками переміщення і сили (рис.4.1.4).

Але $F = qE = q(\sigma/\epsilon_0)$. Підставивши цей вираз F в рівність (4.1.10), а також маючи на увазі, що $r \cos\alpha = l$, одержимо:

$$A = q l (\sigma/\epsilon_0). \quad (4.1.11)$$

Таким чином, обидва рішення приводять до одного і того ж результату.

Підставивши у вираз (4.1.11) значення величин q , ϵ_0 і l , знайдемо $A = 13,6$ мкДж.

Відповідь: $A = 13,6$ мкДж.

5. Електрон зі швидкістю $v = 1,83 \cdot 10^6$ м/с влетів в однорідне електричне поле в напрямі, протилежному вектору напруженості поля. Яку різницю потенціалів U повинен пройти електрон, щоб володіти енергією $E_i = 13,6$ еВ? (Володіючи такою енергією, електрон при зіткненні з атомом водню може іонізувати його. Енергія 13,6 еВ називається енергією іонізації водню.)

Дані: $v = 1,83 \cdot 10^6$ м/с; $E_i = 13,6$ еВ = $21,8 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Визначити: U .

Рішення. Електрон повинен пройти таку різницю потенціалів U , щоб придбана при цьому енергія W в сумі з кінетичною енергією T , якою

володів електрон перед входженням в поле, склала енергію, що дорівнює енергії іонізації E_i , тобто $W + T = E_i$. Виразивши в цій формулі $W = eU$ і $T = (mv^2/2)$, одержимо $eU + (mv^2/2) = E_i$. Звідси:

$$U = \frac{2 E_i - m v^2}{2 e}.$$

Провівши обчислення, одержимо: $U = 4,15 \text{ В}$.

Відповідь: $U = 4,15 \text{ В}$.

6. Диполь з електричним моментом $p = 2 \text{ нКл}\cdot\text{м}$ знаходиться в однорідному електричному полі, що має напруженість $E = 30 \text{ кВ/м}$. Вектор \vec{p} становить кут $\alpha = 60^\circ$ з напрямом силових ліній поля. Визначити проведenu роботу A повороту диполя на кут $\beta = 30^\circ$, яка виконується зовнішніми силами.

Дані: $p = 2 \text{ нКл}\cdot\text{м} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}\cdot\text{м}$; $E = 30 \text{ кВ/м}$; $\alpha = 60^\circ$; $\beta = 30^\circ$.

Визначити: A .

Рішення. З початкового положення (рис. 4.1.5-а) диполь можна повернути на кут $\beta = 30^\circ = \pi/6$ двома способами: або за годинниковою стрілкою до кута $\alpha_1 = \alpha_0 - \beta = \pi/3 - \pi/6 = \pi/6$ (рис. 4.1.5-б), або проти годинникової стрілки до кута $\alpha_2 = \alpha_0 + \beta = \pi/3 + \pi/6 = \pi/2$ (рис. 4.1.5-в).

У першому випадку диполь повертатиметься під дією сил поля. Отже, робота зовнішніх сил при цьому негативна. У другому випадку поворот може бути проведений тільки під дією зовнішніх сил, і, отже, робота зовнішніх сил при цьому позитивна.

Роботу, що здійснюється при повороті диполя, можна обчислювати двома способами: 1) безпосередньо інтегруванням виразу елементарної роботи; 2) за допомогою співвідношення між роботою і зміною потенційної енергії диполя в електричному полі.

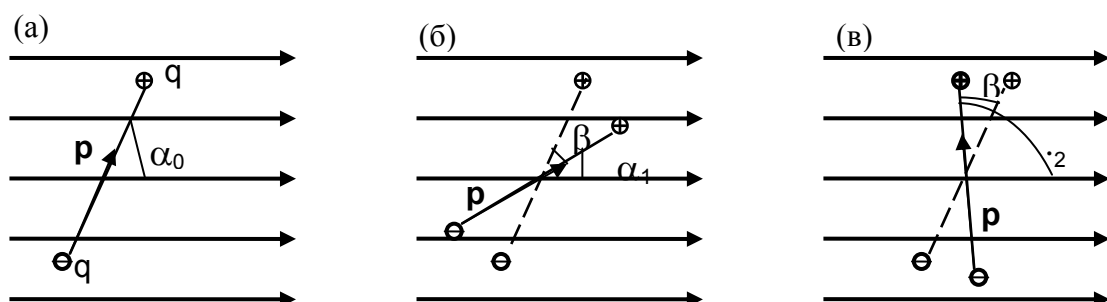


Рис. 4.1.5. Пояснювальне креслення до завдання 6

1-й спосіб. Елементарна робота при повороті диполя на кут α : $dA = Md\alpha = pE \sin\alpha d\alpha$, а повна робота при повороті на кут від α_0 до α :

$$A = \int_{\alpha_0}^{\alpha} pE \sin\alpha d\alpha = pE \int_{\alpha_0}^{\alpha} \sin\alpha d\alpha .$$

Провівши інтегрування, одержимо:

$$A = -pE(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = pE(\cos\alpha_0 - \cos\alpha). \quad (4.1.12)$$

2-й спосіб. Робота A зовнішніх сил пов'язана зі зміною потенційної енергії $\Delta\Pi$ співвідношенням $A = \Delta\Pi = \Pi_2 - \Pi_1$, де Π_1 і Π_2 – потенційні енергії системи відповідно в початковому і кінцевому станах. Оскільки потенційна енергія диполя в електричному полі виражається формулою $\Pi = -pE \cos\alpha$, то:

$$A = pE(\cos\alpha_0 - \cos\alpha) \quad (4.1.13)$$

що співпадає з формулою (4.1.12), яка одержана першим способом.

Проведемо обчислення. Робота зовнішніх сил при повороті диполя за годинниковою стрілкою:

$$A_1 = pE(\cos\alpha_0 - \cos\alpha_1) = 21,9 \text{ мкДж},$$

проти годинникової стрілки:

$$A_2 = pE(\cos\alpha_0 - \cos\alpha_2) = 30 \text{ мкДж}.$$

Відповідь: $A_1 = -21,9 \text{ мкДж}$; $A_2 = 30 \text{ мкДж}$.

7. Визначити електричну ємність C плоского конденсатора з двома шарами діелектриків: фарфору завтовшки $d_1 = 2 \text{ мм}$ і ебоніту завтовшки $d_2 = 1,5 \text{ мм}$, якщо площа S пластин дорівнює 100 см^2 .

Дані: $d_1 = 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $d_2 = 1,5 \text{ мм} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $S = 100 \text{ см}^2 = 10^{-2} \text{ м}^2$.

Визначити: C .

Рішення. Ємність конденсатора за визначенням є $C = q/U$, де q – заряд на пластинах конденсатора; U – різниця потенціалів пластин. За-

мінивши в цій рівності загальну різницю потенціалів U конденсатора сумою $U_1 + U_2$ напруги на шарах діелектриків, одержимо:

$$C = q / (U_1 + U_2). \quad (4.1.14)$$

Прийнявши до уваги, що $q = \sigma S$, $U_1 = E_1 d_1 = \frac{D}{\varepsilon_1 \varepsilon_0} d_1$ і $U_2 = E_2 d_2 = \frac{D}{\varepsilon_2 \varepsilon_0} d_2$,

рівність (4.1.14) можна переписати у вигляді:

$$C = \frac{\sigma S}{\frac{D}{\varepsilon_1 \varepsilon_0} d_1 + \frac{D}{\varepsilon_2 \varepsilon_0} d_2} \quad (4.1.15)$$

де σ – поверхнева густина заряду на пластинах;

E_1 і E_2 – напруженості поля в першому і другому шарах діелектрика відповідно;

D – електричний зсув поля в діелектриках.

Помноживши чисельник і знаменник рівності (2) на ε_0 і врахувавши, що $D = \gamma$, остаточно одержимо:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1 / \varepsilon_1 + d_2 / \varepsilon_2}.$$

Провівши обчислення, одержимо $C = 98,3$ пФ.

Відповідь: $C = 98,3$ пФ.

8. Плоский конденсатор заряджений до різниці потенціалів $U = 1$ кВ. Відстань d між пластинами дорівнює 1 см. Діелектрик – скло. Визначити об'ємну густина енергії поля конденсатора.

Дані: $d = 1$ см = $1 \cdot 10^{-2}$ м; $U = 1$ кВ = 10^3 В; $\varepsilon = 6$.

Визначити: ω .

Рішення. Об'ємна густина енергії поля конденсатора

$$\omega = W / V, \quad (4.1.16)$$

де W – енергія поля конденсатора;

V – об'єм, що зайнятий полем, тобто об'єм простору, що знаходиться між пластинами конденсатора.

Енергія поля конденсатора визначається за формулою:

$$W = CU^2/2, \quad (4.1.17)$$

де U – різниця потенціалів, до якої заряджені пластини конденсатора;
 C – його електроємність.

Але $C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d$, $V = Sd$. Підставивши вираз C у формулу (4.1.17) і потім вирази щодо W і V у формулу (4.1.16), одержимо:

$$\omega = \varepsilon\varepsilon_0 U^2 / (2d^2).$$

Підставивши значення величин в останню формулу і обчисливши, знайдемо $\omega = 0,309$ Дж/м³.

Відповідь: $\omega = 0,309$ Дж/м³.

9. Сила струму в провіднику опором $R = 20$ Ом наростає протягом часу $\Delta t = 2$ с по лінійному закону від $I_0 = 0$ до $I_{\max} = 6$ А. Визначити кількість теплоти Q_1 , що виділилася в цьому провіднику за першу секунду, і Q_2 – за другу, а також знайти відношення цих кількостей теплоти Q_2/Q_1 .

Дані: $R = 20$ Ом; $\Delta t = 2$ с; $I_0 = 0$; $I_{\max} = 6$ А.

Визначити: Q_1 ; Q_2 ; Q_2/Q_1 .

Рішення. Закон Джоуля-Ленца $Q = I^2 R t$ застосовний у разі постійного струму ($I = \text{const}$). Якщо ж сила струму в провіднику змінюється, то вказаний закон справедливий для нескінченно малого проміжку часу і записується у вигляді:

$$dQ = I^2 R dt. \quad (4.1.18)$$

Тут сила струму I є деякою функцією часу і, згідно умові завдання:

$$I = kt, \quad (4.1.19)$$

де k – коефіцієнт пропорційності, який дорівнює відношенню приростів сили струму до інтервалу часу, за який відбувся цей приріст: $k = \Delta I / \Delta t$.

З урахуванням рівності (4.1.19) формула (4.1.18) прийме вигляд:

$$dQ = k^2 R t^2 dt. \quad (4.1.20)$$

Для визначення кількості теплоти, що виділилося за кінцевий проміжок часу Δt , вираз (3) слід проінтегрувати в межах від t_1 до t_2 :

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} k^2 R t^2 dt = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = k^2 R \frac{t_2^3 - t_1^3}{3}. \quad (4.1.21)$$

При визначенні кількості теплоти, що виділилася за першу секунду, межі інтегрування $t_1 = 0$, $t_2 = 1$ с і, отже, $Q_1 = 60$ Дж, а за другу секунду – межі інтегрування $t_1 = 1$ с, $t_2 = 2$ с і тоді $Q_2 = 420$ Дж.

Отже, $Q_2/Q_1 = 7$, тобто за другу секунду виділиться теплоти в 7 разів більше, ніж за першу секунду.

Відповідь: $Q_1 = 60$ Дж, $Q_2 = 420$ Дж, $Q_2/Q_1 = 7$.

10. По залізному провідникові, діаметр перетину якого дорівнює 0,6 мм, тече струм 16 А. Визначити середню швидкість $\langle v \rangle$ спрямованого руху електронів, вважаючи, що концентрація n вільних електронів дорівнює концентрації n' атомів провідника.

Дані: $d = 0,6$ мм = $0,6 \cdot 10^{-3}$ м; $I = 16$ А; $n = n'$; $\rho = 9,8 \cdot 10^{-8}$ кг/м³.

Визначити: $\langle v \rangle$.

Рішення. Середня швидкість спрямованого (впорядкованого) руху електронів визначається за формулою:

$$\langle v \rangle = l / t, \quad (4.1.22)$$

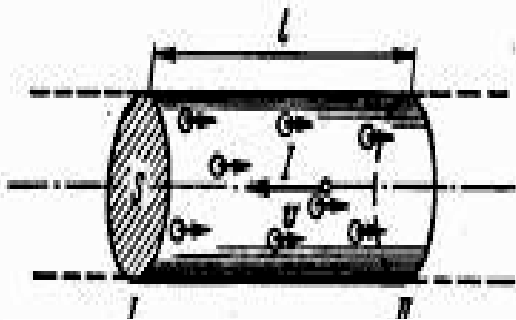


Рис. 4.1.6. Пояснювальне креслення до завдання 10

де t – час, протягом якого всі вільні електрони, що знаходяться у відрізку провідника між перетинами I і II, пройшовши через перетин II, перенесуть заряд $q = eN$ і створять струм (рис. 4.1.6):

$$I = \frac{q}{t} = \frac{eN}{t}, \quad (4.1.23)$$

де e – елементарний заряд;

N – число електронів у відрізку провідника;

l – його довжина.

Число вільних електронів у відрізьку провідника об'ємом V можна виразити таким чином:

$$N = nV = n l S, \quad (4.1.24)$$

де S – площа перетину.

За умовою завдання, $n = n'$. Отже:

$$n = n' = \frac{N_A}{V_m} = \frac{N_A}{\mu / \rho} = \frac{N_A \rho}{\mu}, \quad (4.1.25)$$

де N_A – постійна Авогадро;

V_m – молярний об'єм металу;

μ – молярна маса металу;

ρ – його густина.

Підставивши послідовно вирази n з формули (4.1.25) в рівність (4.1.24) і N з формули (4.1.24) в рівність (4.1.23), одержимо:

$$I = \frac{N_A \rho l S e}{\mu t}.$$

Звідси знайдемо:

$$l = \frac{I \mu t}{N_A \rho S e}.$$

Підставивши вираз l у формулу (4.1.22), скоротивши на t і виразив площу S перетину провідника через діаметр d , знайдемо середню швидкість спрямованого руху електронів:

$$\langle v \rangle = \frac{4 I \mu}{\pi d^2 N_A \rho e}. \quad (4.1.26)$$

Виконаємо за цією формулою обчислення.

Одержимо $\langle v \rangle = 4,2$ мм/с.

Відповідь: $\langle v \rangle = 4,2$ мм/с.

11. Внутрішній опір акумулятора 2 Ом. При замиканні його одним резистором сила струму дорівнює 4 А, при замиканні іншим – 2 А. В зовнішньому колі в обох випадках виділяється однакова потужність. Визначити ЕРС акумулятора і зовнішні опори.

Дані: $r = 2$ Ом; $I_1 = 4$ А; $I_2 = 2$ А; $P_1 = P_2$.

Визначити: ξ ; R_1 ; R_2 .

Рішення. Закон Ома для замкнутого (повного) кола має вигляд:

$$I_1 = \frac{\xi}{R_1 + r}; \quad I_2 = \frac{\xi}{R_2 + r}, \quad (4.1.27)$$

де r – внутрішній опір джерела струму;

ξ – ЕРС акумулятора;

R_1 ; R_2 – зовнішні опори кола.

Рівняння (4.1.27) представимо у вигляді:

$$\xi = I_1(R_1 + r); \quad \xi = I_2(R_2 + r). \quad (4.1.28)$$

З рівності (4.1.28) виходить:

$$I_1(R_1 + r) = I_2(R_2 + r). \quad (4.1.29)$$

Потужність, що виділяється в зовнішньому колі в першому і в другому випадках, є:

$$P_1 = I_1^2 R_1; \quad P_2 = I_2^2 R_2.$$

З умови рівності потужностей виходить:

$$I_1^2 R_1 = I_2^2 R_2. \quad (4.1.30)$$

Вирішуючи спільно рівняння (4.1.29) і (4.1.30), одержуємо:

$$R_1 = \frac{I_2 r}{I_1}; \quad R_2 = \frac{I_1 r}{I_2}. \quad (4.1.31)$$

Підставляючи (4.1.31) в (4.1.28), маємо:

$$\xi = I_1 r \left(\frac{I_2}{I_1} + 1 \right). \quad (4.1.32)$$

Провівши за формулами (4.1.31) і (4.1.32) обчислення, одержимо $R_1 = 1 \text{ Ом}$; $R_2 = 4 \text{ Ом}$; $\xi = 12 \text{ В}$.

Відповідь: $R_1 = 1 \text{ Ом}$; $R_2 = 4 \text{ Ом}$; $\xi = 12 \text{ В}$.

12. Генератор постійного струму з ЕРС $\xi_1 = 12 \text{ В}$ і внутрішнім опором $r_1 = 0,2 \text{ Ом}$ заряджає батарею акумуляторів з $\xi_2 = 10 \text{ В}$ і $r_2 = 3 \text{ Ом}$. Паралельно батареї підключено лампу розжарення опором $R = 3 \text{ Ом}$ (рис. 4.1.7) Визначити величину струму в батареї акумуляторів I_2 та крізь лампу I .

Дані: $\xi_1 = 12 \text{ В}$; $r_1 = 0,2 \text{ Ом}$; $\xi_2 = 10 \text{ В}$; $r_2 = 3 \text{ Ом}$; $R = 3 \text{ Ом}$.

Визначити: I_2 ; I .

Рішення. У процесі зарядження акумулятора його полюси з'єднуються з однойменними полюсами генератора. Вибираємо напрямки струмів, вказані на рис. 4.1.7.

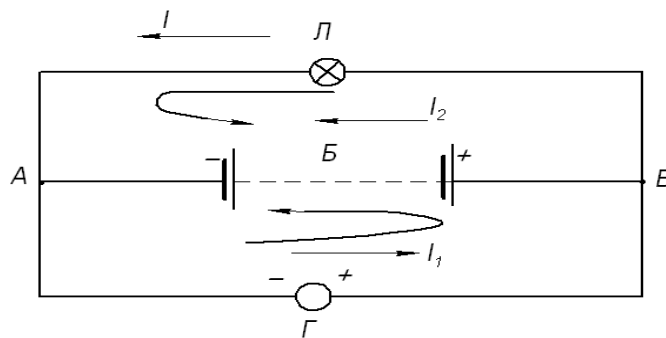


Рис. 4.1.7. Електричне коло до задачі 12

Тоді за першим законом Кірхгофа для вузла А маємо :

$$I_1 = I + I_2 \quad (4.1.33)$$

В обох замкнених колах АБВЛА та АГВБА напрямком обходу беремо проти напрямку руху годинникової стрілки. Тоді за другим законом Кірхгофа одержимо:

$$\begin{aligned} IR - I_2 r_2 &= \xi_2; \\ I_1 r_1 + I_2 r_2 &= \xi_1 - \xi_2. \end{aligned} \quad (4.1.34)$$

Разом з рівнянням (4.1.33) маємо систему рівнянь, після розв'язання якої одержимо:

$$I_2 = \frac{(\xi_1 - \xi_2)R - \xi_2 r_1}{r_1 r_2 + (r_1 + r_2)R},$$

$$I = \frac{\xi_1 r_2 + \xi_2 r_1}{r_1 r_2 + (r_1 + r_2)R}.$$
(4.1.35)

Виконавши обчислення, одержимо $I_2 = 1,6 \text{ A}$; $I = 3,6 \text{ A}$.

Відповідь: $I_2 = 1,6 \text{ A}$; $I = 3,6 \text{ A}$.

4.1.2. Завдання для самостійної роботи

4.1.2.1 Визначити силу взаємодії двох точкових зарядів ($q_1 = q_2 = 1 \text{ Кл}$), що знаходяться у вакуумі на відстані 1 км один від одного. [9 кН].

4.1.2.2 Знайти силу тяжіння між ядром атома водню і електроном. Радіус атома водню $0,5 \cdot 10^{-10} \text{ м}$; заряд ядра дорівнює за модулем і протилежний за знаком заряду електрона. [$92,3 \cdot 10^{-9} \text{ Н}$].

4.1.2.3 З якою силою взаємодіють між собою два заряди, що складаються з 1 г електронної речовини, знаходяться на відстані 100 млн. км один від одного? [28 кН].

4.1.2.4 Дві кульки масою $0,1 \text{ г}$ кожна підвішені в одній точці на нитках завдовжки 20 см кожна. Кульки одержують однаковий заряд й розходяться так, що нитки утворюють між собою кут 60° . Знайти заряд кожної кульки. [$q = l \sqrt{\frac{mg}{k} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \approx 5 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$].

4.1.2.5 Два точкові заряди, які знаходяться в повітрі ($\varepsilon = 1$) на відстані $r_1 = 20 \text{ см}$ один від одного, взаємодіють з деякою силою. На якій відстані r_2 потрібно помістити ці заряди в маслі, щоб одержати ту ж силу взаємодії? Діелектрична проникність масла $\varepsilon_m = 5$. [8,94 см].

4.1.2.6 Дві однаково заряджених металевих кульки притягуються одна до другої. Кульки привели в зіткнення і розвели на відстань удвічі більшу первинної, після чого сила взаємодії між ними зменшилася в 12 разів. Яким був заряд першої кульки, якщо заряд другої 1 мкКл ? [$-1/3 \text{ мкКл}$ або -3 мкКл]

4.1.2.7 У скільки разів сила гравітаційного тяжіння між двома протонами менша, ніж сила їх електростатичного відштовхування? Заряд протона дорівнює за модулем і протилежний за знаком заряду електрона. [1,241036].

4.1.2.8 Сила гравітаційного тяжіння двох водяних однаково заряджених крапель радіусом 0,1 мм врівноважується кулонівською силою відштовхування. Визначити заряд крапель. Густина води дорівнює 1 г/см^3 . [0,361 аКл].

4.1.2.9 У вершинах рівностороннього трикутника знаходяться однакові позитивні заряди по 2 нКл кожен. Який негативний заряд необхідно помістити в центрі трикутника, щоб сила тяжіння з його боку зрівноважила сили відштовхування позитивних зарядів? [1,15 нКл].

4.1.2.10 Три однакові заряди по $q = 1 \text{ мкКл}$ кожен поміщені у вершинах рівностороннього трикутника. Який заряд потрібно помістити в центрі трикутника, щоб вся система знаходилася в рівновазі? Якою буде ця рівновага? [$q_x = -\frac{q}{\sqrt{3}} \approx -0,58 \text{ мкКл}$; рівновага нестійка]

4.1.2.11 У центрі квадрата, в кожній вершині якого знаходиться заряд $q = 2,33 \text{ нКл}$, поміщений негативний заряд q_0 . Знайти цей заряд, якщо на кожен заряд q діє результуюча сила, що дорівнює нулю. [2,23 нКл].

4.1.2.12 Два точкові заряди мають в сумі $Q = 880 \text{ мкКл}$. При відстані між зарядами $r = 3,0 \text{ м}$ між ними діє сила відштовхування, що дорівнює $F = 190 \text{ Н}$. Чому дорівнює величина кожного із зарядів? [394 мкКл, 486 мкКл].

4.1.2.13 Дві однакові маленькі кульки масою $m = 5 \text{ г}$ кожна підвішені на непровідних нитках завдовжки $l = 0,1 \text{ м}$ до однієї точки так, що їх поверхні торкаються. Визначити заряд кульок, який треба повідомити кулькам, щоб сила натягнення нитки дорівнювалась $T = 98 \text{ мН}$. Діелектрична проникність повітря $\varepsilon = 1$. [1,1 мкКл].

4.1.2.14 Знайти силу F тяжіння між ядром атома водню і електроном. Радіус атома водню $r = 0,5 \cdot 10^{-10} \text{ м}$; заряд ядра дорівнює за модулем і протилежний за знаком заряду електрона. [$92,3 \cdot 10^{-9} \text{ Н}$].

4.1.2.15 Відстань між двома точковими зарядами $q_1 = 1,8 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$ і $q_2 = 7,2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$ дорівнює 60 см. В якій точці треба помістити третій заряд, щоб уся система знаходилась у рівновазі? Визначити величину й знак заряду. Чи буде положення рівноваги стійким? [Між зарядами на відстані 20 см від заряду q_1 ; $q_3 = -0,8 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$].

4.1.2.16 Знайти силу F електростатичного відштовхування між ядром атома натрію і бомбардуючим його протоном, вважаючи, що протон підійшов до ядра атома натрію на відстань $r = 6 \cdot 10^{-14} \text{ м}$. Заряд ядра на-

трію в 11 разів більший, ніж заряд протона. Впливом електронної оболонки атома натрію нехтувати. [0,7 Н].

4.1.2.17 Дві металеві однаково заряджені кульки масою $m = 0,2$ кг кожна знаходяться на деякій відстані одна від одної. Знайти заряд q кульок, якщо відомо, що на цій відстані енергія $W_{\text{ел}}$ їх електростатичної взаємодії в мільйон разів більша, ніж енергія $W_{\text{гр}}$ їх гравітаційної взаємодії. [17 нКл].

4.1.2.18 Заряджена кулька масою m висить на нитці довжиною l . Коли під нею на відстані l помістили кульку, яка заряджена тим самим зарядом, сила натягнення нитки не змінилася. Визначити заряд кульок.

$$[q = 3l\sqrt{\frac{2mg}{k}}].$$

4.1.2.19 У скільки разів енергія $W_{\text{ел}}$ електростатичної взаємодії двох частинок із зарядом q і масою m кожна більше, ніж енергія $W_{\text{гр}}$ їх гравітаційної взаємодії? Завдання вирішити для: а) електронів; б) протонів. [$4 \cdot 10^{42}$; $1,24 \cdot 10^{36}$].

4.1.2.20 У центр квадрата, в кожній вершині якого знаходиться заряд $q = 2,33$ нКл, поміщений негативний заряд q_0 . Знайти цей заряд, якщо на кожен заряд q діє результуюча сила $F = 0$. [-2,23 нКл].

4.1.2.21 З якою силою F електричне поле зарядженої нескінченної площини діє на одиницю довжини зарядженої нескінченно довгої нитки, яка поміщена в це поле? Лінійна густина заряду на нитці $\tau = 3$ мкКл/м, поверхнева густина заряду площини $\sigma = 20$ мкКл/м². [3,4 Н/м].

4.1.2.22 З якою силою F на одиницю довжини відштовхуються дві однойменно заряджені нескінченно довгі нитки з однаковою лінійною густиною заряду $\tau = 3$ мкКл/м, що знаходяться на відстані $r_1 = 2$ см одна від одної? Яку роботу A на одиницю довжини треба зробити, щоб зрушити ці нитки до відстані $r_2 = 1$ см? [8,1 Н/м; 0,112 Дж/м].

4.1.2.23 З якою силою F_s на одиницю площі відштовхуються дві однойменно заряджені нескінченно протяжні площини? Поверхнева густина заряду на площинах $\sigma = 0,3$ мкКл/м². [5,1 Н/м²].

4.1.2.24 Мідна куля радіусом $R = 0,5$ см поміщена в масло. Густина масла $\rho_m = 0,8103 \cdot \text{кг/м}^3$. Знайти заряд q кулі, якщо в однорідному електричному полі куля виявилася зваженою в маслі. Електричне поле направлено вертикально вгору і його напруженість $E = 3,6$ МВ/м. [11 нКл].

4.1.2.25 У плоскому горизонтально розташованому конденсаторі заряджена крапелька ртуті знаходиться в рівновазі при напруженості електричного поля $E = 60$ кВ/м. Заряд краплі $q = 2,4$ нКл. Знайти радіус R краплі. [0,44 мкм].

4.1.2.26 Дві однакові маленькі кульки масою $m = 90$ г кожна підвішені на двох нитках до стелі (рис. 4.1.2.26). Яким однаковим зарядом треба зарядити кульки, щоб сили натягнення ниток були однаковими? Довжина нижньої нитки дорівнює $l = 30$ см.

$$[q = l \sqrt{\frac{mg}{k}} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}].$$

4.1.2.27 Дві однакові металеві кулі заряджають однаковими зарядами: спочатку однойменними, потім різнойменними. В якому випадку сила взаємодії куль буде більшою?

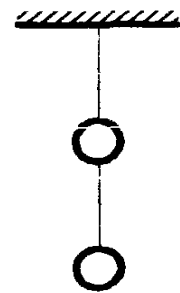


Рис. 4.1.2.26.
До задачі
4.1.2.26

4.1.2.28 Визначити напруженість електричного поля, що створюється точковим зарядом 10 нКл на відстані 10 см від нього. Діелектрик – масло ($\epsilon_m = 5$). [1,8 кВ/м].

4.1.2.29 Визначити напруженість електростатичного поля в точці А, розташованій вздовж прямої, що з'єднує заряди $q_1 = 10$ нКл і $q_2 = -8$ нКл і що знаходиться на відстані $r = 8$ см від негативного заряду. Відстань між зарядами $d = 20$ см. [10,1 кВ/м].

4.1.2.30 Відстань між двома точковими зарядами $q_1 = +8$ нКл і $q_2 = -5,3$ нКл дорівнює 40 см. Обчислити напруженість поля в точці, яка знаходиться посередині між зарядами. Чому буде дорівнювати напруженість, якщо другий заряд буде позитивним? [0,6 кВ/м; 3,0 кВ/м].

4.1.2.31 Два точкові заряди $q_1 = 4$ нКл і $q_2 = -2$ нКл знаходяться один від одного на відстані 60 см. Визначити напруженість E поля в точці, що лежить посередині між зарядами. Чому дорівнює напруженість, якщо другий заряд позитивний? [0,6 кВ/м; 0,2 кВ/м].

4.1.2.32 Знайти напруженість E електричного поля в точці, що знаходиться посередині між точковими зарядами $q_1 = 8$ нКл і $q_2 = -6$ нКл. Відстань між зарядами $r = 10$ см; $\epsilon = 1$. [50,4 кВ/м].

4.1.2.33 Відстань d між зарядами $q = \pm 2$ нКл дорівнює 20 см. Визначити напруженість E поля, створеного цими зарядами в точці, що знаходиться на відстані $r_1 = 15$ см від першого і $r_2 = 10$ см від другого заряду. [2,14 кВ/м].

4.1.2.34 На відстані $d = 2$ см один від одного закріплені два точкові заряди рівні за величиною і протилежні за знаком. Величина напруженості електричного поля, створеного цими зарядами в точці, віддаленій від кожного з них на $d = 1$ см, дорівнює $E = 2$ В/м. Визначити величину зарядів. $[1,1 \cdot 10^{-14}$ Кл].

4.1.2.35 Два точкові заряди $0,6$ мкКл і $-0,3$ мкКл знаходяться на відстані 10 см один від одного. В якій точці напруженість електричного поля дорівнює нулю? [На відстані 25 см від другого заряду].

4.1.2.36 Три точкові заряди $q_1 = 1$ мкКл, $q_2 = 4$ мкКл і $q_3 = 1$ мкКл знаходяться на трьох взаємноперпендикулярних прямих, що пересічені в точці A . Відстані від точки A дорівнюють $r_1 = 1$ см, $r_2 = 2$ см, $r_3 = 3$ см відповідно. Знайдіть величину напруженості електричного поля в точці A . $[1,56 \cdot 10^6$ В/м].

4.1.2.37 Три однакові точкові заряди $q = 8,5 \cdot 10^{-7}$ Кл розташовані у вершинах уявного рівностороннього трикутника. Де і який точковий заряд Q потрібно помістити, щоб уся система знаходилася в рівновазі? $[-4,9 \cdot 10^{-7}$ Кл].

4.1.2.38 У точці A напруженість електричного поля точкового заряду дорівнює E_A , а в точці B – E_B . Знайти напруженість поля в точці C . Всі три точки лежать на одній силовій лінії. Точка C лежить посередині між точками A і B . $[E_C = \frac{4E_A E_B}{(\sqrt{E_A} + \sqrt{E_B})^2}]$.

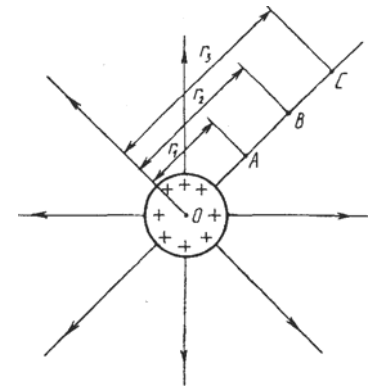


Рис. 4.1.2.39.
До задачі 4.1.2.39

4.1.2.39 Позитивно заряджена металева куля (рис. 4.1.2.39) створює поле, напруженість якого в точці $A = 100$ В/м, а в точці $C = 36$ В/м. Яка напруженість поля в точці B , що лежить посередині між точками A і C ? Куля знаходиться в повітрі. $[56$ В/м].

4.1.2.40 Два точкові заряди $q_1 = 7,5$ нКл і $q_2 = -14,7$ нКл розташовані на відстані $r = 5$ см. Знайти напруженість E електричного поля в точці, що знаходиться на відстанях $a = 3$ см від позитивного заряду і $b = 4$ см від негативного заряду. $[112$ кВ/м].

4.1.2.41 Дві кульки однакового радіусу і маси підвішені на нитках однакової довжини так, що їх поверхні стикаються. Який заряд q потрібно повідомити кулькам, щоб сила натягнення ниток стала дорівнювати $T =$

= 98 мН? Відстань від центру кульки до точки підвісу $l = 10$ см; маса кожної кульки $m = 5$ г. [$1,1 \cdot 10^6$ Кл].

4.1.2.42 Дві кульки підвішені на нитках однакової довжини так, що їх поверхні стикаються. Після повідомлення кулькам заряду $q_0 = 0,4$ мкКл вони відштовхнулися один від одного і розійшлися на кут $2\alpha = 60^\circ$. Знайти масу m кожної кульки, якщо відстань від центру кульки до точки підвісу $l = 20$ см. [15,6 г].

4.1.2.43 На рис. 4.1.2.43 AA – заряджена нескінченна площина з поверхневою густиною заряду $\sigma = 40$ мкКл/м² і B – однойменно заряджена кулька з масою $m = 1$ г і зарядом $q = 1$ нКл. Який кут α з площиною AA утворює нитка, на якій висить кулька? [13°]

4.1.2.44 На рис. 4.1.2.43 AA – заряджена нескінченна площина і B – однойменно заряджена кулька з масою $m = 0,4$ міліграм і зарядом $q = 667$ пКл. Сила натягнення нитки, на якій висить кулька, $T = 0,49$ мН. Знайти поверхневу густину заряду σ площини AA . [$7,8 \cdot 10^{-6}$ Кл/м²].

4.1.2.45 Побудувати на одному графіку криві залежності напруженості E електричного поля від відстані r в інтервалі $1 \leq r \leq 5$ см через кожен 1 см, якщо поле утворено: а) точковим зарядом $q = 33,3$ нКл; б) нескінченно довгою зарядженою ниткою з лінійною густиною заряду $\tau = 1,67$ мкКл/м; в) нескінченно протяжною площиною з поверхневою густиною заряду σ

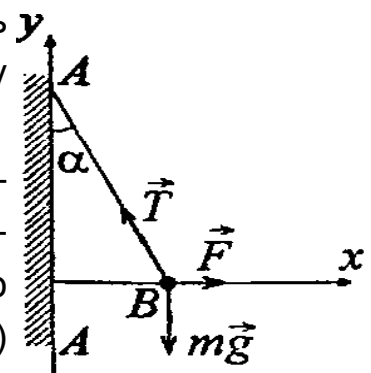


Рис. 4.1.2.43. До задач 4.1.2.43 та 4.1.2.44

= 25 мкКл/м².

4.1.2.46 Знайти напруженість E електричного поля на відстані $r = 0,2$ нм від одновалентного іона. Заряд іона вважати точковим. [36ГВ/м].

4.1.2.47 Дві довгі однойменно заряджені нитки розташовані на відстані $r = 10$ см один від одного. Лінійна густина заряду на нитках $\tau_1 = \tau_2 = 10$ мкКл/м. Знайти модуль і напрям напруженості E результуючого електричного поля в точці, що знаходиться на відстані $a = 10$ см від кожної нитки. [3,12 МВ/м].

4.1.2.48 Під дією електростатичного поля рівномірно зарядженої нескінченної площини точковий заряд $q = 1$ нКл перемістився уздовж силових ліній на відстань $r = 1$ см; при цьому здійснена робота 5 мкДж. Визначити поверхневу густину заряду на площині. [8,85 мкКл/м²].

4.1.2.49 Електростатичне поле створюється двома нескінченними паралельними площинами, зарядженими рівномірно однойменними зарядами з поверхневою густиною відповідно $\sigma_1 = 2 \text{ нКл/м}^2$ і $\sigma_2 = 4 \text{ нКл/м}^2$. Визначити напруженість електростатичного поля: 1) між площинами; 2) за межами площин. Побудувати графік зміни напруженості поля уздовж лінії, перпендикулярної площинам. [1) 113 В/м; 2) 339 В/м].

4.1.2.50 Електростатичне поле створюється двома нескінченними паралельними площинами, зарядженими рівномірно різнойменними зарядами з поверхневою густиною $\sigma_1 = 1 \text{ нКл/м}^2$ і $\sigma_2 = 2 \text{ нКл/м}^2$. Визначити напруженість електростатичного поля: 1) між площинами; 2) за межами площин. Побудувати графік зміни напруженості поля уздовж лінії, перпендикулярної площинам. [1) 169 В/м; 2) 56,5 В/м].

4.1.2.51 На металевій сфері радіусом 15 см знаходиться заряд $q = 2 \text{ нКл}$. Визначити напруженість E електростатичного поля: 1) на відстані $r_1 = 10 \text{ см}$ від центру сфери; 2) на поверхні сфери; 3) на відстані $r_2 = 20 \text{ см}$ від центру сфери. Побудувати графік залежності $E(r)$. [1) 0; 2) 800 В/м; 3) 450 В/м].

4.1.2.52 Поле створене двома рівномірно зарядженими концентричними сферами радіусами $R_1 = 5 \text{ см}$ і $R_2 = 8 \text{ см}$. Заряди сфер відповідно дорівнюють $q_1 = 2 \text{ нКл}$ і $q_2 = -1 \text{ нКл}$. Визначити напруженість електростатичного поля в точках, які лежать від центру сфер на відстанях: 1) $r_1 = 3 \text{ см}$; 2) $r_2 = 6 \text{ см}$; 3) $r_3 = 10 \text{ см}$. Побудувати графік залежності $E(r)$. [1) 0; 2) 5 кВ/м; 3) 0,9 кВ/м].

4.1.2.53 Куля радіусом $R = 10 \text{ см}$ заряджена рівномірно з об'ємною густиною $c = 10 \text{ нКл/м}^3$. Визначити напруженість електростатичного поля: 1) на відстані $r_1 = 5 \text{ см}$ від центру кулі; 2) на відстані $r_2 = 15 \text{ см}$ від центру кулі. Побудувати залежність $E(r)$. [1) 18,8 В/м; 2) 16,7 В/м].

4.1.2.54 Фарфорова куля радіусом $R = 10 \text{ см}$ заряджена рівномірно з об'ємною густиною $c = 15 \text{ нКл/м}^3$. Визначити напруженість електростатичного поля: 1) на відстані $r_1 = 5 \text{ см}$ від центру кулі; 2) на поверхні кулі; 3) на відстані $r_2 = 15 \text{ см}$ від центру кулі. Побудувати графік залежності $E(r)$. Діелектрична проникність фарфору $\varepsilon = 5$. [1) 5,65 В/м; 11,3 В/м. (для $r \geq R$), 56,5 В/м (для $r \leq R$); 25,1 В/м].

4.1.2.55 Довгий прямий дріт, розташований у вакуумі, несе заряд, рівномірно розподілений по всій довжині дроту з лінійною густиною 2 нКл/м . Визначити напруженість E електростатичного поля на відстані $r = 1 \text{ м}$ від дроту. [36 В/м].

4.1.2.56 Внутрішній циліндровий провідник довгого прямолінійного коаксіального дроту радіусом $R_1 = 1,5$ мм заряджений з лінійною густиною $\tau_1 = 0,20$ нКл/м. Зовнішній циліндровий провідник цього дроту радіусом $R_2 = 3$ мм заряджений з лінійною густиною $\tau_2 = -0,15$ нКл/м. Простір між провідниками заповнений гумою ($\varepsilon = 3$). Визначити напруженість електростатичного поля в точках, що лежать від осі дроту на відстанях: 1) $r_1 = 1$ мм; 2) $r_2 = 2$ мм; 3) $r_3 = 5$ мм. [1) 0; 2) 800 В/м; 3) 180 В/м].

4.1.2.57 Електростатичне поле створюється позитивно зарядженою з постійною поверхневою густиною $\sigma = 10$ нКл/м² нескінченною площиною. Яку роботу треба зробити для того, щоб перенести електрон уздовж лінії напруженості з відстані $r_1 = 2$ см до $r_2 = 1$ см? [$9 \cdot 10^{-19}$ Дж].

4.1.2.58 Електростатичне поле створюється позитивно зарядженою нескінченною ниткою з постійною лінійною густиною $\tau = 1$ нКл/см. Яку швидкість придбає електрон, наблизившись під дією поля до нитки уздовж лінії напруженості з відстані $r_1 = 1,5$ см до $r_2 = 1$ см? [16 Мм/с].

4.1.2.59 Два електричні заряди $q_1 = q$ і $q_2 = -2q$ розташовані один від одного на відстані $r = 6$ мм. На площині, в якій знаходяться ці заряди, знайти геометричне місце точок, де потенціал поля дорівнює нулю.

4.1.2.60 Однакові заряди $q = 100$ нКл розташовані у вершинах квадрата із стороною $a = 10$ см. Визначити потенційну енергію цієї системи. [4,87 мДж].

4.1.2.61 У боровській моделі атома водню електрон рухається по круговій орбіті радіусом $r = 52,8$ пм, у центрі якої знаходиться протон. Визначити: 1) швидкість електрона на орбіті; 2) потенційну енергію електрона в полі ядра, виразивши її в електронвольтах. [1) 2,19 Мм/с; 2) -27,3 еВ].

4.1.2.62 Знайти швидкість v електрона, що пройшов різницю потенціалів U , яка дорівнює: 1, 5, 10, 100, 1000 В. [$0,59 \cdot 10^{-6}$ м/с; $1,33 \cdot 10^{-6}$ м/с; $1,88 \cdot 10^{-6}$ м/с; $5,93 \cdot 10^{-6}$ м/с; $18,75 \cdot 10^{-6}$ м/с].

4.1.2.63 Кулька з масою $m = 1$ г і зарядом $q = 10$ нКл переміщується з точки 1, потенціал якої $\varphi_1 = 600$ В, в точку 2, потенціал якої $\varphi_2 = 0$. Знайти її швидкість v_1 в точці 1, якщо в точці 2 вона є $v_2 = 20$ см/с. [16,7 см/с].

4.1.2.64 Яка робота A здійснюється при перенесенні точкового заряду $q = 20$ нКл з нескінченності в точку, що знаходиться на відстані $r = 1$ см від поверхні кулі радіусом $R = 1$ см з поверхневою густиною заряду $\sigma = 10$ мкКл/м²? [113 мкДж].

4.1.2.65 Дві кульки із зарядами $q_1 = 6,66$ нКл і $q_2 = 13,33$ нКл знаходяться на відстані $r_1 = 40$ см. Яку роботу A треба зробити, щоб зблизити їх до відстані $r_2 = 25$ см? [1,2 мкДж].

4.1.2.66 На відстані $r_1 = 4$ см від нескінченно довгої зарядженої нитки знаходиться точковий заряд $q = 0,66$ нКл. Під дією поля заряд наближається до нитки до відстані $r_2 = 2$ см; при цьому здійснюється робота $A = 5 \cdot 10^{-6}$ Дж. Знайти лінійну густину заряду τ на нитці. [0,6 мкКл/м].

4.1.2.67 Електричне поле утворене позитивно зарядженою нескінченно довгою ниткою. Рухаючись під дією цього поля від точки, що знаходиться на відстані $r_1 = 1$ см від нитки, до точки $r_2 = 4$ см, α -частинка змінила свою швидкість від $v_1 = 2 \cdot 10^5$ м/с до $v_2 = 3 \cdot 10^6$ м/с. Знайти лінійну густину заряду τ на нитці. [3,7 мкКл/м].

4.1.2.68 Електричне поле утворено позитивно зарядженою нескінченно довгою ниткою з лінійною густиною заряду $\tau = 0,2$ мкКл/м. Яку швидкість v одержить електрон під дією поля, наблизившись до нитки з відстані $r_1 = 1$ см до відстані $r_2 = 0,5$ см? [$2,98 \cdot 10^7$ м/с].

4.1.2.69 Біля зарядженої нескінченно протягнутої площини знаходиться точковий заряд $q = 0,66$ нКл. Заряд переміщується по лінії напруженості поля на відстань $\Delta r = 2$ см; при цьому здійснюється робота $A = 5 \cdot 10^{-6}$ Дж. Знайти поверхневу густину заряду σ на площині. [6,7 мкКл/м²].

4.1.2.70 Кільце радіусом $r = 5$ см з тонкого дроту несе рівномірно розподілений заряд $q = 10$ нКл. Визначити потенціал φ електростатичного поля: 1) у центрі кільця; 2) на осі, що проходить через центр кільця, в точці, віддаленій на відстань $a = 10$ см від центру кільця. [1) 1,8 кВ; 2) 805 В].

4.1.2.71 На кільці з внутрішнім радіусом $R = 80$ см і зовнішнім $r = 1$ м рівномірно розподілений заряд $q = 10$ нКл. Визначити потенціал φ у центрі кільця. [100 В].

4.1.2.72 Знайти потенціал φ точки поля, що знаходиться на відстані $r = 10$ см від центру зарядженої кулі радіусом $R = 1$ см. Завдання вирішити, якщо: а) задана поверхнева густина заряду на кулі $\sigma = 0,1$ мкКл/м²; б) заданий потенціал кулі $\varphi = 300$ В. [11,3 В; 30 В].

4.1.2.73 Металева куля радіусом 5 см несе заряд $q = 10$ нКл. Визначити потенціал φ електростатичного поля: 1) на поверхні кулі; 2) на відстані $a = 2$ см від її поверхні. Побудувати графік залежності $\varphi(r)$. [1) 1,8 кВ; 2) 1,29 кВ].

4.1.2.74 Порожниста куля несе на собі рівномірно розподілений заряд. Визначити радіус кулі, якщо потенціал у центрі кулі дорівнює $\varphi_1 = 200$ В, а в точці, що лежить від її центру на відстані $r = 50$ см, $\varphi_2 = 40$ В. [10 см].

4.1.2.75 Електростатичне поле створюється позитивним точковим зарядом. Визначити числове значення і напрям градієнта потенціалу цього поля, якщо на відстані $r = 10$ см від заряду потенціал дорівнює $\varphi = 100$ В. [1 кВ/м].

4.1.2.76 Електростатичне поле створюється нескінченною площиною, зарядженою рівномірно з поверхневою густиною $\sigma = 5$ нКл/м². Визначити числове значення і напрям градієнта потенціалу цього поля. [282 В/м]

4.1.2.77 Електростатичне поле створюється нескінченною прямою ниткою, зарядженою рівномірно з лінійною густиною $\tau = 50$ пКл/см. Визначити числове значення і напрям градієнта потенціалу в точці на відстані $r = 0,5$ м від нитки. [180 В/м].

4.1.2.78 Визначити лінійну густину нескінченно довгої зарядженої нитки, якщо робота сил поля з переміщення заряду $q = 1$ нКл з відстані $r_1 = 5$ см до $r_2 = 2$ см в напрямі, перпендикулярному нитці, дорівнює 50 мкДж. [303 нКл/м].

4.1.2.79 Електростатичне поле створюється позитивно зарядженою нескінченною ниткою. Протон, рухаючись від нитки під дією поля уздовж лінії напруженості з відстані $r_1 = 1$ см до $r_2 = 5$ см, змінив свою швидкість від 1 до 10 Мм/с. Визначити лінійну густину заряду нитки. [17,8 мкКл/м].

4.1.2.80 Електростатичне поле створюється нескінченною площиною, рівномірно зарядженою з поверхневою густиною $\sigma = 1$ нКл/м². Визначити різницю потенціалів між двома точками цього поля, що лежать на відстанях $r_1 = 20$ см і $r_2 = 50$ см від площини. [16,9 В].

4.1.2.81 Визначити поверхневу густину зарядів на пластинах плоского слюдяного ($\varepsilon = 7$) конденсатора, зарядженого до різниці потенціалів $U = 200$ В, якщо відстань між його пластинами дорівнює $d = 0,5$ мм. [3,54 мкКл/м²].

4.1.2.82 Електростатичне поле створюється рівномірно зарядженою сферичною поверхнею радіусом $R = 10$ см із загальним зарядом $q = 15$ нКл. Визначити різницю потенціалів між двома точками цього поля, що лежать на відстанях $r_1 = 5$ см і $r_2 = 15$ см від поверхні сфери. [360 В].

4.1.2.83 Електростатичне поле створюється сферою радіусом $R = 5$ см, рівномірно зарядженою з поверхневою густиною $\sigma = 1$ нКл/м². Визначити різницю потенціалів між двома точками поля, лежачими на відстанях $r_1 = 10$ см і $r_2 = 15$ см від центру сфери. [0,94 В].

4.1.2.84 Електростатичне поле створюється рівномірно зарядженою кулею радіусом $R = 1$ м із загальним зарядом $q = 50$ нКл. Визначити різницю потенціалів для точок, що лежать від центру кулі на відстанях: 1) $r_1 = 1,5$ м і $r_2 = 2$ м; 2) $r_1' = 0,3$ м і $r_2' = 0,8$ м. [1) 75 В; 2) 124 В].

4.1.2.85 Електростатичне поле створюється кулею радіусом $R = 8$ см, рівномірно зарядженою з об'ємною густиною $c = 10$ нКл/м³. Визначити різницю потенціалів між двома точками цього поля, що лежать на відстані $r_1 = 10$ см і $r_2 = 15$ см від центру кулі. [0,64 В].

4.1.2.86 Електростатичне поле створюється кулею радіусом $R = 10$ см, рівномірно зарядженою з об'ємною густиною $c = 20$ нКл/м³. Визначити різницю потенціалів між точками, що лежать усередині кулі на відстанях $r_1 = 2$ см і $r_2 = 8$ см від його центру. [2,26 В].

4.1.2.87 Електростатичне поле створюється нескінченним циліндром радіусом 8 мм, рівномірно зарядженим з лінійною густиною $\tau = 10$ нКл/м. Визначити різницю потенціалів між двома точками цього поля, що лежать на відстані $r_1 = 2$ мм і $r_2 = 7$ мм від поверхні цього циліндра. [73 В].

4.1.2.88 Крапля масла діаметром 0,01 мм утримується в рівновазі між горизонтальними пластинами, відстань між якими дорівнює 25 мм. Який заряд знаходиться на краплі, якщо рівновага досягається, коли різниця потенціалів між пластинами дорівнює $3,6 \cdot 10^4$ В? [$9,6 \cdot 10^{-18}$ Кл].

4.1.2.89 Електричний диполь складається з двох точкових зарядів q і $-q$, що знаходяться на відстані l один від одного. Диполь знаходиться в стані стійкої рівноваги в однорідному електричному полі з напруженістю E . Яку роботу треба зробити, щоб повернути диполь на 180° ? [$A = 2qEl$].

4.1.2.90 Знайти ємність C земної кулі. Радіус земної кулі $R = 6400$ км. На скільки зміниться потенціал земної кулі, якщо йому повідомити заряд $q = 1$ Кл? [711 мкФ; 1406 В].

4.1.2.91 Кулька радіусом $R = 2$ см заряджена негативно до потенціалу $\varphi = 2$ кВ. Знайти масу m всіх електронів, що складають заряд, який повідомлений кульці. [$2,5 \cdot 10^{-20}$ кг].

4.1.2.92 Вісім заряджених водяних крапель радіусом $r = 1$ мм і зарядом $q = 0,1$ нКл кожна зливаються в одну загальну водяну краплю. Знайти потенціал φ великої краплі. [3,6 кВ].

4.1.2.93 Кулька, що заряджена до потенціалу $\varphi = 792$ В, має поверхневу густину заряду $\sigma = 333$ нКл/м². Знайти радіус r кульки. [0,021 м].

4.1.2.94 Площа пластин плоского повітряного конденсатора $S = 1 \text{ м}^2$, відстань між ними $d = 1,5 \text{ мм}$. Знайти ємність цього конденсатора. [5,9 нФ].

4.1.2.95 Конденсатор заряджений до різниці потенціалів $U = 300 \text{ В}$. Площа його пластин $S = 1 \text{ м}^2$, відстань між ними $d = 1,5 \text{ мм}$. Знайти поверхневу густину заряду σ на його пластинах. [1,77 мкКл/м²].

4.1.2.96 Визначити відстань між пластинами плоского конденсатора, якщо між ними прикладена різниця потенціалів $U = 150 \text{ В}$, причому площа кожної пластини $S = 100 \text{ см}^2$, її заряд $q = 10 \text{ нКл}$. Діелектриком служить слюда ($\epsilon = 7$). [9,29 мм].

4.1.2.97 Різниця потенціалів між пластинами плоского конденсатора $U = 90 \text{ В}$. Площа кожної пластини $S = 60 \text{ см}^2$, її заряд $q = 1 \text{ нКл}$. На якій відстані d один від одного знаходяться пластини? [4,78 мм].

4.1.2.98 Простір між пластинами плоского конденсатора заповнений склом ($\epsilon = 7$). Відстань між пластинами $d = 5 \text{ мм}$, різниця потенціалів $U = 1 \text{ кВ}$. Визначити: 1) напруженість поля в склі; 2) поверхневу густину заряду на пластинах конденсатора; 3) поверхневу густину зв'язаних зарядів на склі. [1) 200 кВ/м; 2) 12,4 мкКл/м²; 3) 10,6 мкКл/м²].

4.1.2.99 До пластин плоского повітряного конденсатора прикладена різниця потенціалів $U_1 = 500 \text{ В}$. Площа пластин $S = 200 \text{ см}^2$, відстань між ними – $d = 1,5 \text{ мм}$. Після відключення конденсатора від джерела напруги в простір між пластинами внесли парафін ($\epsilon = 2$). Визначити різницю потенціалів U_2 між пластинами після внесення діелектрика. Визначити також ємність конденсатора C_1 і C_2 до і після внесення діелектрика. [$U_2 = 250 \text{ В}$, $C_1 = 118 \text{ пФ}$, $C_2 = 236 \text{ пФ}$].

4.1.2.100 Вирішити попереднє завдання для випадку, коли парафін вноситься до простору між пластинами при включеному джерелі напруги. [$U_2 = 500 \text{ В}$, $C_1 = 118 \text{ пФ}$; $C_2 = 236 \text{ пФ}$].

4.1.2.101 Визначити ємність коаксіального кабелю завдовжки 10 м, якщо радіус його центральної жили $r_1 = 1 \text{ см}$, радіус оболонки $r_2 = 1,5 \text{ см}$, а ізоляційним матеріалом служить гума ($\epsilon = 2,5$). [3,43 пФ].

4.1.2.102 Визначити напруженість електростатичного поля на відстані $d = 1 \text{ см}$ від осі коаксіального кабелю, якщо радіус його центральної жили $r_1 = 0,5 \text{ см}$, а радіус оболонки $r_2 = 1,5 \text{ см}$. Різниця потенціалів між центральною жилою і оболонкою $U = 1 \text{ кВ}$. [91 кВ/м].

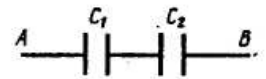
4.1.2.103 Сферичний конденсатор складається з двох концентричних сфер радіусами $r_1 = 5 \text{ см}$ і $r_2 = 5,5 \text{ см}$. Простір між пластинами

конденсатора заповнений маслом ($\varepsilon = 2,2$). Визначити: 1) ємність цього конденсатора; 2) куля якого радіусу, яку поміщують в масло, володіє такою ж ємністю. [1) 135 пФ; 2) 0,55 м].

4.1.2.104 Визначити напруженість електростатичного поля на відстані $x = 2$ см від центру повітряного сферичного конденсатора, утвореного двома кулями (внутрішній радіус $r_1 = 1$ см, зовнішній, $r_2 = 3$ см), між якими прикладена різниця потенціалів $U = 1$ кВ. [37,5 кВ/м].

4.1.2.105 Два плоскі повітряні конденсатори однакової ємності з'єднані паралельно і заряджені до різниці потенціалів $U = 300$ В. Визначити різницю потенціалу цієї системи, якщо простір між пластинами одного з конденсаторів заповнити слюдою ($\varepsilon = 7$). [75 В].

4.1.2.106 Різниця потенціалів між точками А й В (рис. 4.1.2.106) $U = 9$ В. Ємності конденсаторів відповід-



но дорівнюють $C_1 = 3$ мкФ і $C_2 = 6$ мкФ. Визначити: 1) заряди q_1 і q_2 ; 2) різниці потенціалів U_1 і U_2 на пластині кожного конденсатора. [1) $q_1 = q_2 = 18$ мкКл; 2) $U_1 = 6$ В; $U_2 = 3$ В].

Рис. 4.1.2.106. До задачі 4.1.2.106

4.1.2.107 Відстань між пластинами плоского конденсатора 10 мм, різниця потенціалів 10 кВ. У проміжок між пластинами всунули пластину слюди, розміри якої дорівнюють розмірам конденсатора. Визначити поляризаційний заряд на поверхні слюди, вважаючи, що пластини весь час приєднані до джерела струму. [44,25 мкКл/м²].

4.1.2.108 Визначити електроємність конденсатора (рис. 4.1.2.108), якщо площа пластин дорівнює S , відстань між пластинами d_0 , в конденсатор вкладається діелектрична пластинка товщиною $d < d_0$

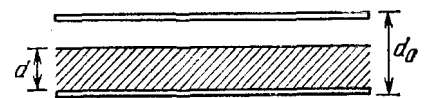


Рис. 4.1.2.108. До задачі 4.1.2.108

$$[C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{\varepsilon d_0 + d(1 - \varepsilon)}].$$

4.1.2.109 Електрон влітає в плоский горизонтальний конденсатор паралельно до його пластин із швидкістю $v_0 = 1,0 \cdot 10^7$ м/с. Напруженість поля в конденсаторі $E = 100$ В/см, довжина конденсатора $l = 5,0$ см. Знайти модуль і напрямок швидкості електрона у момент вильоту його з конденсатора. На скільки відхилиться електрон від первинного напрямку? [$1,3 \cdot 10^7$ м/с; 42°].

4.1.2.110 У плоскому горизонтально розташованому конденсаторі, відстань між пластинами якого $d = 1$ см, знаходиться заряджена крапелька

масою $m = 5 \cdot 10^{-11}$ г. У відсутності електричного поля крапелька унаслідок опору повітря падає з деякою постійною швидкістю. Якщо до пластин конденсатора прикладена різниця потенціалів $U = 600$ В, то крапелька падає удвічі повільніше. Знайти заряд q крапельки. [$4,1 \cdot 10^{-18}$ Кл].

4.1.2.111 Між двома вертикальними пластинами на однаковій відстані від них падає порошок. Внаслідок опору повітря порошок падає з постійною швидкістю $v_1 = 2$ см/с. Через деякий час t після подачі на пластини різниці потенціалів $U = 3$ кВ порошок досягне однієї з пластин. Яку відстань l по вертикалі порошок пролетить до попадання на пластину? Відстань між пластинами $d = 2$ см, маса порошку $m = 2 \cdot 10^{-9}$ г, її заряд $q = 6,5 \cdot 10^{-17}$ Кл. [1 с; 2 см].

4.1.2.112 У плоскому горизонтально розташованому конденсаторі, відстань між пластинами якого $d = 1$ см, знаходиться заряджена крапелька масла. У відсутність електричного поля крапелька падає з постійною швидкістю $v_1 = 0,11$ мм/с. Якщо на пластини подати різницю потенціалів $U = 150$ В, то крапелька падає із швидкістю $v_2 = 0,43$ мм/с. Знайти радіус r крапельки і її заряд q . Динамічна в'язкість повітря $\eta = 1,82 \cdot 10^{-5}$ Па·с; густина масла більша, ніж густина газу, в якому падає крапелька, на $\Delta \rho = 0,9 \cdot 10^3$ кг/м³. [$7,26 \cdot 10^{-18}$ Кл].

4.1.2.113 Електрон пройшов у плоскому конденсаторі шлях від однієї пластини до іншої та набув швидкість $v = 10^6$ м/с. Відстань між пластинами $d = 5,3$ мм. Знайти різницю потенціалів U між пластинами, напруженість E електричного поля усередині конденсатора і поверхневу густину заряду σ на пластинах. [2,8 В; 530 В/м; 4,7 нКл/м²].

4.1.2.114 Електричне поле утворене двома паралельними пластинами, що знаходяться на відстані $d = 2$ см один від одного. До пластин прикладена різниця потенціалів $U = 120$ В. Яку швидкість v одержить електрон під дією поля, якщо він пройде по лінії напруженості відстань $\Delta r = 3$ мм? [$2,53 \cdot 10^6$ м/с].

4.1.2.115 Електрон в однорідному електричному полі одержує прискорення $a = 10^{12}$ м/с². Знайти напруженість E електричного поля, швидкість v , яку одержить електрон за час $t = 1$ мкс свого руху, роботу A сил електричного поля за цей час і різницю потенціалів U , яку пройде при цьому електрон. Початкова швидкість електрона $v_0 = 0$. [5,7 В/м; 10^6 м/с; $4,5 \cdot 10^{-19}$ Дж; 2,8 В].

4.1.2.116 Електрон з деякою початковою швидкістю v_0 влітає в плоский горизонтально розташований конденсатор паралельно пластинам на рівній відстані від них. Різниця потенціалів між пластинами конденсатора $U = 300$ В; відстань між пластинами $d = 2$ см; довжина конденсатора $l = 10$ см. Яка повинна бути гранична початкова швидкість v_0 електрона, щоб електрон не вилетів з конденсатора? Вирішити це ж завдання для α -частинки. [$3,64 \cdot 10^7$ м/с; $6 \cdot 10^5$ м/с]

4.1.2.117 Електрон з деякою швидкістю влітає в плоский горизонтально розташований конденсатор паралельно пластинам на рівній відстані від них. Напруженість поля в конденсаторі $E = 100$ В/м; відстань між пластинами $d = 4$ см. Через який час t після того, як електрон влетів у конденсатор, він потрапить на одну з пластин. На якій відстані s від початку конденсатора електрон потрапить на пластину, якщо він прискорений різницею потенціалів $U = 60$ В? [48 нс; 22 см].

4.1.2.118 Електрон влітає в плоский горизонтально розташований конденсатор паралельно пластинам із швидкістю $v_0 = 9 \cdot 10^6$ м/с. Різниця потенціалів між пластинами $U = 100$ В; відстань між пластинами $d = 1$ см. Знайти повне a , нормальне a_n і тангенціальне a_t прискорення електрона через час $t = 10$ нс після початку його руху в конденсаторі. [$17,6 \cdot 10^{14}$ м/с²; $8 \cdot 10^{14}$ м/с²; $15,7 \cdot 10^{14}$ м/с²].

4.1.2.119 Протон і α -частинка, рухаючись з однаковою швидкістю, влітають у плоский конденсатор паралельно пластинам. У скільки разів відхилення протона полем конденсатора буде більше, ніж відхилення α -частинкою? [2].

4.1.2.120 Електрон влітає в плоский горизонтально розташований конденсатор паралельно його пластинам зі швидкістю $v_0 = 10^7$ м/с. Напруженість поля в конденсаторі $E = 10$ кВ/м; довжина конденсатора $l = 5$ см. Знайти модуль і напрямок швидкості v електрона при вильоті його з конденсатора. [$1,33 \cdot 10^7$ м/с; 41°].

4.1.2.121 Площа пластин плоского повітряного конденсатора $S = 0,01$ м², відстань між ними $d = 5$ мм. До пластин прикладена різниця потенціалів $U_1 = 300$ В. Після відключення конденсатора від джерела напруги простір між пластинами заповнюється ебонітом. Яка буде різниця потенціалів U_2 між пластинами після заповнення? Знайти ємності конденсатора C_1 і C_2 і поверхневу густину заряду σ_1 і σ_2 на пластинах до і після заповнення. [115 В; 17,7 пФ; 46 пФ; 531 нКл/м²].

4.1.2.122 Вирішити попереднє завдання для випадку, коли заповнення простору між пластинами ізолятором проводиться при включеному джерелі напруги. [17,7 пФ; 46 пФ; 531 нКл/м²; 1,38].

4.1.2.123 Площа пластин плоского конденсатора $S = 0,01 \text{ м}^2$, відстань між ними $d = 1 \text{ см}$. До пластин прикладена різниця потенціалів $U = 300 \text{ В}$. У просторі між пластинами знаходяться плоскопаралельна пластинка скла завтовшки $d_1 = 0,5 \text{ см}$ і плоскопаралельна пластика парафіну завтовшки $d_2 = 0,5 \text{ см}$. Знайти напруженості E_1 і E_2 електричного поля і падіння потенціалу U_1 і U_2 в кожному шарі. Які будуть при цьому ємність C конденсатора і поверхнева густина заряду σ на пластинах? [15 кВ/м; 45 кВ/м; 75 В; 225 В; 26,6 пФ; 0,8 мкКл/м²].

4.1.2.124 Між пластинами плоского конденсатора, що знаходяться на відстані $d = 1 \text{ см}$ один від одного, прикладена різниця потенціалів $U_1 = 100 \text{ В}$. До однієї з пластин прилягає плоскопаралельна пластинка кристалічного бромистого талія ($\epsilon = 173$) товщиною $d_n = 9,5 \text{ мм}$. Після відключення конденсатора від джерела напруги пластинку кристала виймають. Яка буде після цього різниця потенціалів U_2 між пластинами конденсатора? [18 кВ].

4.1.2.125 Знайти ємність C сферичного конденсатора, що складається з двох концентричних сфер з радіусами $r = 10 \text{ см}$ і $R = 10,5 \text{ см}$. Простір між сферами заповнений маслом. Який радіус R_0 повинна мати куля, яка поміщена в масло, щоб мати таку ж ємність? [1,17 нФ; 2,1 м].

4.1.2.126 Знайти ємність C системи конденсаторів, яка зображена на рис. 4.1.2.126. Ємність кожного конденсатора $C_i = 0,5 \text{ мкФ}$. [0,33 мкФ].

4.1.2.127 Конденсатор ємністю $C = 20 \text{ мкФ}$ заряджений до різниці потенціалів $U = 100 \text{ В}$. Знайти енергію W цього конденсатора. [0,1 Дж].

4.1.2.128 Куля радіусом $R = 1 \text{ м}$ заряджена до потенціалу $\phi = 30 \text{ кВ}$. Знайти енергію W зарядженої кулі. [0,05 Дж].

4.1.2.129 Кругле кільце з мідного дроту завдовжки 60 см і діаметром 0,1 мм включено так, як показано на рис. 4.1.2.129. Знайти опір кола. При якій довжині меншої

ділянки $AB = x$ опір кола складе 0,2 Ом? [$R = \frac{4\rho x(l-x)}{\pi D^2 l}$; 11 см].

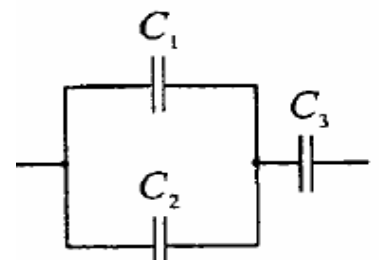


Рис. 4.1.2.126. До задачі 4.1.2.126

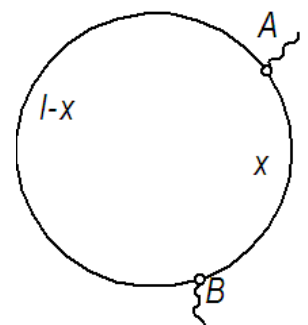


Рис. 4.1.2.126. До задачі 4.1.2.129

4.1.2.130 Знайти опір дротяної фігури, яка зображена на рис. 4.1.2.130. Дріт однорідний, алюмінієвий, діаметром 0,4 мм. Довжина сторони квадрата 20 см. [26 мОм].

4.1.2.131 Яка кількість заряду проходить через поперечний перетин провідника протягом 4,0 с, якщо за цей проміжок часу струм рівномірно зростає від нуля до 8 А? [16 Кл].

4.1.2.132 По мідному провіднику перетином $0,5 \text{ мм}^2$ тече струм 1 А. Визначити середню швидкість впорядкованого руху електронів уздовж провідника, припускаючи, що на кожен атом міді доводиться один вільний електрон. Густина міді $8,9 \text{ г/см}^3$. [$1,5 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}$].

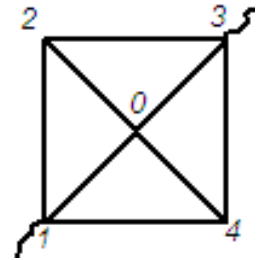


Рис. 4.1.2.130. До задачі 4.1.2.130

4.1.2.133 Густина електричного струму в алюмінієвому дроті дорівнює 5 А/см^2 . Визначити питому теплову потужність струму, якщо питомий опір алюмінію 26 нОм м. [65 Дж/м³с].

4.1.2.134 Знайти середню швидкість дрейфу електронів провідності в провіднику, якщо концентрація електронів провідності $4 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$, перетин провідника $0,5 \text{ см}^2$, а струм у ньому 3,2 А. [10^{-5} м/с].

4.1.2.135 По мідному провіднику перетином $S = 1 \text{ мм}^2$ тече струм $I = 10 \text{ мА}$. Знайдіть середню швидкість впорядкованого руху електронів уздовж провідника, якщо на один атом міді доводиться один електрон провідності. Атомна вага міді $A = 63,6$; а густина $\rho = 8,9 \text{ г/см}^3$. [$7,5 \cdot 10^{-7} \text{ м/с}$].

4.1.2.136 Струм I у провіднику змінюється з часом t за рівнянням $I = 4 + 2t$, де I – в амперах і t – в секундах. Яка кількість електрики q проходить через поперечний перетин провідника за час від $t_1 = 2 \text{ с}$ до $t_2 = 6 \text{ с}$? При якому постійному струмі I_0 через поперечний перетин провідника за той же час проходить така ж кількість електрики? [48 Кл; 12 А].

4.1.2.137 Сила струму в провіднику рівномірно зростає від нуля до 2 А протягом часу 5 с. Визначити заряд, що пройшов у провіднику. [5 Кл]

4.1.2.138 У провіднику опором 40 Ом сила струму за 10 с зросла лінійно від 5 А до 25 А. Яка кількість тепла виділиться за цей час? [53 кДж]

4.1.2.139 Сила струму в провіднику з опором 100 Ом рівномірно зростає від нуля до 10 А протягом часу 30 с. Визначте кількість теплоти, що виділилася за цей час у провіднику. [100 кДж].

4.1.2.140 Скільки витків нихромового дроту діаметром $d = 1 \text{ мм}$ треба навити на фарфоровий циліндр радіусом $r = 2,5 \text{ см}$, щоб одержати піч опором $R = 40 \text{ Ом}$? [200].

4.1.2.141 У провіднику завдовжки a повний рухомий заряд, рівномірно розподілений по дроту, дорівнює q . Визначте середню швидкість руху зарядів, якщо струм дорівнює I . [$v = \frac{Ia}{q}$].

4.1.2.142 Яку кількість акумуляторів потрібно з'єднати послідовно, щоб одержати в колі струм $I = 4$ А при різниці потенціалів на полюсах батареї $U = 220$ В? ЕРС кожного акумулятора $\varepsilon = 2$ В, внутрішній опір $r = 0,25$ Ом. [220 шт.].

4.1.2.143 Котушка з мідного дроту має опір $R = 10,8$ Ом. Маса мідного дроту $m = 3,41$ кг. Якої довжини l і якого діаметру d дріт намотаний на котушці? [505 м; 1 мм].

4.1.2.144 Знайти опір R залізного стрижня діаметром $d = 1$ см, якщо маса стрижня $m = 1$ кг. [1,8 мОм].

4.1.2.145 Вольфрамова нитка електричної лампочки при $t_1 = 20^{\circ}$ С має опір $R_1 = 35,8$ Ом. Яка буде температура t_2 нитки лампочки, якщо при включенні її в мережу напругою $U = 120$ В по нитці йде струм $I = 0,33$ А? Температурний коефіцієнт опору вольфраму $\alpha = 4,6 \cdot 10^{-3} \cdot K^{-1}$. [1927 К]

4.1.2.146 Обмотка котушки з мідного дроту при $t_1 = 14^{\circ}$ С має опір $R_1 = 10$ Ом. Після пропускання струму опір обмотки став рівним $R_2 = 12,2$ Ом. До якої температури нагрілася обмотка? Температурний коефіцієнт опору міді $\alpha = 4,15 \cdot 10^{-3} K^{-1}$. [70 $^{\circ}$ С].

4.1.2.147 Знайти падіння потенціалу U на мідному дроті завдовжки $l = 500$ м і діаметром $d = 2$ мм, якщо струм у ньому $I = 2$ А. [5,4 В].

4.1.2.148 Знайти падіння потенціалу U в опорах $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 2$ Ом і $R_3 = 4$ Ом, якщо амперметр показує струм $I_1 = 3$ А (рис. 4.1.2.148). Знайти струми I_2 і I_3 в опорах R_2 і R_3 . [$U_1 = 12$ В; $U_2 = U_3 = 4$ В; $I_2 = 2$ А; $I_3 = 1$ А].

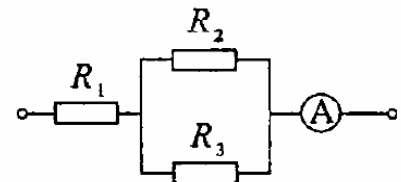


Рис. 4.1.2.148. До задачі 4.1.2.148

4.1.2.149 Елемент, що має ЕРС $\xi = 1,1$ В і внутрішній опір $r = 1$ Ом, замкнутий на зовнішній опір $R = 9$ Ом. Знайти струм I у колі, падіння потенціалу U в зовнішньому колі і падіння потенціалу U_r усередині елемента. З яким к.к.д. η працює елемент? [0,11 А; 0,99 В; 0,11 В; 0,9].

4.1.2.150 Елемент з ЕРС $\xi = 2$ В має внутрішній опір $r = 0,5$ Ом. Знайти падіння потенціалу U_r усередині елемента при струмі в колі $I = 0,25$ А. Чому дорівнює зовнішній опір кола R за цих умов? [0,125 В; 7,5 Ом].

4.1.2.151 Елемент з ЕРС $\xi = 1,6$ В має внутрішній опір $r = 0,5$ Ом. Знайти к.к.д. η елемента при струмі в колі $I = 2,4$ А. [25%].

4.1.2.152 ЕРС елемента $\xi = 6$ В. При зовнішньому опорі $R = 1,1$ Ом струм в колі $I = 3$ А. Визначити падіння потенціалу U_r усередині елемента і його опір r . [2,7 В; 0,9 Ом].

4.1.2.153 Є два однакові елементи з ЕРС $\xi = 2$ В і внутрішнім опором $r = 0,3$ Ом. Як треба з'єднати ці елементи (послідовно або паралельно), щоб одержати більший струм, якщо зовнішній опір: а) $R = 0,2$ Ом; б) $R = 16$ Ом? Знайти струм I у кожному з цих випадків. [а) 5 А; 507 А; б) 0,24 А; 0,124 А].

4.1.2.154 Два паралельно з'єднаних елементи з однаковими ЕРС $\xi_1 = \xi_2 = 2$ В і внутрішніми опорами $r_1 = 1$ Ом і $r_2 = 1,5$ Ом замкнуті на зовнішній опір $R = 1,4$ Ом. Знайти струм I у кожному елементі і в усьому колі. [0,4 А; 0,6 А; 1 А]

4.1.2.155 Два послідовно з'єднаних елементи з однаковими ЕРС $\xi_1 = \xi_2 = 2$ В і внутрішніми опорами $r_1 = 1$ Ом, $r_2 = 1,5$ Ом замкнуті на зовнішній опір $R = 0,5$ Ом. Знайти різницю потенціалів U на затисках кожного елемента. [0,66 В; 0].

4.1.2.156 Елемент, амперметр і деякий опір сполучені послідовно. Якщо узяти опір з мідного дроту завдовжки $l = 100$ м і поперечним перетином $S = 2$ мм², то амперметр показує струм $I_1 = 1,43$ А. Якщо ж узяти опір з алюмінієвого дроту завдовжки $l = 57,3$ м і поперечним перетином $S = 1$ мм², то амперметр показує струм $I_2 = 1$ А. Опір амперметра $R_A = 0,05$ Ом. Знайти ЕРС ξ елемента і його внутрішній опір r . [2 В; 0,5 Ом].

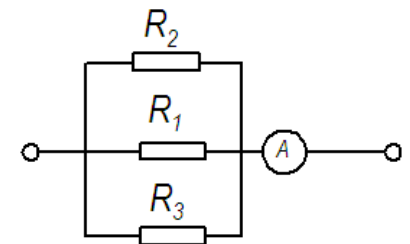


Рис. 4.1.2.157. До задачі 4.1.2.157

4.1.2.157 Опори $R_2 = 20$ Ом і $R_3 = 15$ Ом. Через опір R_2 тече струм $I_2 = 0,3$ А. Амперметр показує струм $I = 0,8$ А (рис. 4.1.2.157). Визначити опір R_1 . [60 Ом].

4.1.2.158 ЕРС батареї $\varepsilon = 100$ В, опори $R_1 = R_3 = 40$ Ом, $R_2 = 80$ Ом і $R_4 = 34$ Ом (рис. 4.1.2.158). Знайти струм I_2 , що тече через опір R_2 , і падіння потенціалу U_2 на ньому. [0,4 А; 32 В]

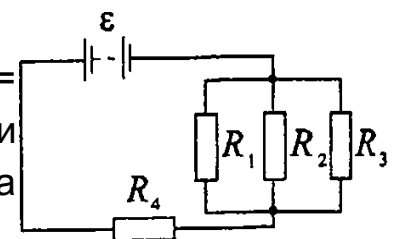


Рис. 4.1.2.158. До задачі 4.1.2.158

4.1.2.159 Є призначений для вимірювання струмів до $I = 10$ А амперметр з опором $R_A = 0,18$ Ом, шкала якого розподілена на 100 поділок. Який опір $R_{ш}$ треба взяти і як його включити, щоб цим амперметром можна було вимірювати струм до $I_0 = 100$ А? Як зміниться при цьому ціна поділки амперметра? [0,02 Ом; 1 А].

4.1.2.160 Є призначений для вимірювання різниці потенціалів до $U = 30$ В вольтметр з опором $R_V = 2$ кОм, шкала якого розподілена на 150 поділок. Який опір R треба узяти і як його включити, щоб цим вольтметром можна було вимірювати різниці потенціалів до $U_0 = 75$ В? Як зміниться при цьому ціна поділки вольтметра? [3 кОм; 0,5 В].

4.1.2.161 Є призначений для вимірювання струмів до $I = 15$ мА амперметр з опором $R_A = 5$ Ом. Який опір R треба взяти і як його включити, щоб цим приладом можна було вимірювати: а) струм до $I_0 = 150$ мА; б) різницю потенціалів до $U_0 = 150$ В? [а) 0,56 Ом; б) 9995 Ом].

4.1.2.162 Є електрична лампочка 120-вольт потужністю $P = 40$ Вт. Який додатковий опір R треба включити послідовно з лампочкою, щоб вона давала нормальне напруження при напрузі в мережі $U_0 = 220$ В? Яку довжину l ніхромового дроту діаметром $d = 0,3$ мм треба взяти, щоб одержати такий опір? [303 Ом; 21,2 м].

4.1.2.163 Від батареї з ЕРС $\xi = 500$ В потрібно передати енергію на відстань $l = 2,5$ км. Споживна потужність $P = 10$ кВт. Знайти мінімальні втрати потужності ΔP в мережі, якщо діаметр мідних проводів що підводять струм, $d = 1,5$ см. [193 Вт].

4.1.2.164 У коло включені послідовно мідний і сталевий дроти однакової довжини і діаметру. Знайти: а) відношення кількостей теплоти, що виділяються в цих дротах; б) відношення падінь напруги на цих дротах. [0,17; 0,17].

4.1.2.165 Батарея з ЕРС $\xi = 240$ В і внутрішнім опором $r = 1$ Ом замкнута на зовнішній опір $R = 23$ Ом. Знайти повну потужність P_0 , корисну потужність P і к.к.д. η батареї. [2,4 кВт; 2,3 кВт; 0,96].

4.1.2.166 Знайти внутрішній опір r генератора, якщо відомо, що потужність P , що виділяється в зовнішньому колі, однакова при зовнішніх опорах $R_1 = 5$ Ом і $R_2 = 0,2$ Ом. Знайти к.к.д. η генератора в кожному з цих випадків. [1 Ом; 83%; 17%].

4.1.2.167 Елемент замикають спочатку на зовнішній опір $R_1 = 2$ Ом, а потім на зовнішній опір $R_2 = 0,5$ Ом. Знайти ЕРС ξ елементу і його внутрішній опір r , якщо відомо, що в кожному з цих випадків потужність, що виділяється в зовнішньому колі, однакова і дорівнює $P = 2,54$ Вт. [3,4 В; 1 Ом].

4.1.2.168 Яку потужність P споживає нагрівач електричного чайника, якщо об'єм $V = 1$ л води закипає протягом часу $t = 5$ хв.? Який опір R має нагрівач, якщо напруга в мережі $U = 120$ В? Початкова температура води $t_0 = 13,5^\circ\text{C}$. [1,2 кВт; 12 Ом].

4.1.2.169 На плитці потужністю $P = 0,5$ кВт стоїть чайник, в який наливо води об'ємом $V = 1$ л при $t_0 = 16^\circ \text{C}$. Вода в чайнику закипіла протягом часу $\tau = 20$ хв. після включення плитки. Яка кількість теплоти Q витрачена при цьому на нагрівання самого чайника, на випромінювання і т. д.? [$2,5 \cdot 10^5$ Дж].

4.1.2.170 Нагрівач електричної каструлі має дві однакові секції з опором $R = 20$ Ом кожна. Через який час τ закипить вода об'ємом $V = 2,2$ л, якщо: а) включена одна секція; б) обидві секції включені послідовно; в) обидві секції включені паралельно? Початкова температура води $t_0 = 16^\circ \text{C}$, напруга в мережі $U = 110$ В, к.к.д. нагрівача $\eta = 85\%$. [а) 25 хв.; б) 50 хв.; в) 12,5 хв.].

4.1.2.171 Для опалювання кімнати використовується електрична піч, яка включена в мережу напругою $U = 120$ В. Кімната втрачає за одиницю часу кількість теплоти $Q_\tau = 87,08$ МДж/добу. Потрібно підтримувати температуру кімнати постійною. Знайти: а) опір R печі; б) довжину / ніхромового дроту діаметром $d = 1$ мм, який необхідно використати для виготовлення обмотки такої печі; в) потужність P печі. [14,4 Ом; 11,3 м; 1 кВт].

4.1.2.172 Скільки треба сплатити за користування електричною енергією в місяць (30 днів), якщо щодня протягом часу $\tau = 6$ год. горять дві лампочки по 120 В кожна, які споживають струм $I = 0,5$ А? Крім того, щодня кип'ятиться об'єм $V = 3$ л води. Початкова температура води $t_0 = 10^\circ \text{C}$. Вартість 1кВт·ч енергії дорівнює 25 коп. К.к.д. нагрівача $\eta = 80\%$. [8 грн.33 коп.]

4.1.2.173 Знайти кількість теплоти Q_τ , що виділилася в одиницю часу в одиниці об'єму мідного дроту при густині струму $j = 300$ кА/м². [$1,5 \cdot 10^3$ Дж/(м³с)].

4.1.2.174 Батареї мають ЕРС $\xi_1 = 2$ В і $\xi_2 = 3$ В, опори $R_1 = 1$ кОм, $R_2 = 0,5$ кОм і $R_3 = 0,2$ кОм, опір амперметра $R_A = 0,2$ кОм. Знайти показання амперметра (рис. 4.1.2.174). [-0,45 А].

4.1.2.175 Батареї мають ЕРС $\xi_1 = 2$ В і $\xi_2 = 3$ В, опори $R_3 = 1,5$ кОм, опір амперметра $R_A = 0,5$ кОм. Падіння потенціалу на опорі R_2 дорівнює $U_2 = 1$ В (струм через R_2 має напрям зверху донизу). Знайти показання амперметра (рис. 4.1.2.174). [1 мА].

4.1.2.176 Батареї мають ЕРС $\xi_1 = 2$ В, $\xi_2 = 4$ В і $\xi_3 = 6$ В, опори $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 6$ Ом і $R_3 = 8$ Ом (рис. 4.1.2.176). Знайти струми I_i у всіх ділянках кола. [385 мА; 308 мА; 77 мА].

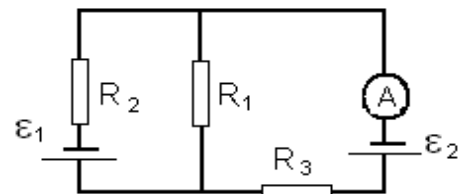


Рис. 4.1.2.174. До задач 4.1.2.174, 4.1.2.175

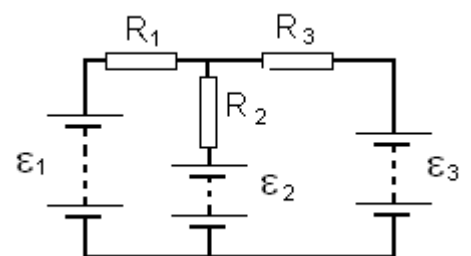


Рис. 4.1.2.176. До задачі 4.1.2.176

4.1.2.177 Батареї мають ЕРС $\xi_1 = \xi_2 = 100$ В, опори $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 40$ Ом і $R_4 = 30$ Ом (рис. 4.1.2.177). Знайти показання амперметра. [-9 мА].

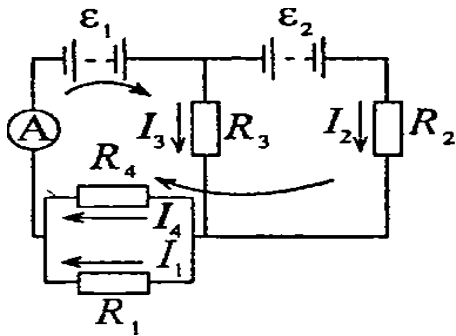


Рис. 4.1.2.177. До задач 4.1.2.177, 4.1.2.178

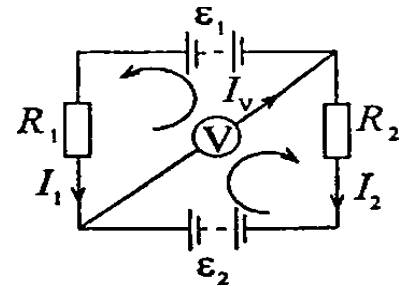


Рис. 4.1.2.179. До задач 4.1.2.179, 4.1.2.180

4.1.2.178 Батареї мають ЕРС $\xi_1 = 2\xi_2$, опори $R_1 = R_3 = 20$ Ом, $R_2 = 15$ Ом і $R_4 = 30$ Ом (рис. 4.1.2.177). Через амперметр тече струм $I = 1,5$ А, що має напрям від низу до верху. Знайти ЕРС ξ_1 і ξ_2 , а також струми I_2 і I_3 , що течуть крізь опори R_2 і R_3 . [24 В; 12 В; 1,2 А; 0,3 А]

4.1.2.179 Батареї мають ЕРС $\xi_1 = \xi_2 = 110$ В, опори $R_1 = R_2 = 0,2$ кОм, опір вольтметра $R_V = 1$ кОм (рис. 4.1.2.179). Знайти показання вольтметра. [100 В].

4.1.2.180 Батареї мають ЕРС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, опори $R_1 = R_2 = 100$ Ом, опір вольтметра $R_V = 150$ Ом (рис. 4.1.2.179). Показання вольтметра $U = 150$ В. Знайти ЕРС ε_1 і ε_2 батарей. [200 В].

4.1.2.181 Батареї мають ЕРС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1,5$ В і внутрішні опори $r_1 = r_2 = 0,5$ Ом. Опори $R_1 = R_2 = 2$ Ом і $R_3 = 1$ Ом, опір амперметра $R_A = 3$ Ом. Знайти показання амперметра (рис. 4.1.2.181). [75 мА].

4.1.2.182 Два однакових елемента мають ЕРС $\xi_1 = \xi_2 = 2$ В і внутрішні опори $r_1 = r_2 = 0,5$ Ом (рис. 4.1.2.182). Знайти струми I_1 і I_2 , що течуть крізь опори $R_1 = 0,5$ Ом і $R_2 = 1,5$ Ом, а також струм I крізь ЕРС ξ_1 . [$I_1 = 22,28$ А; $I_2 = 0,56$ А; $I = 1,72$ А].

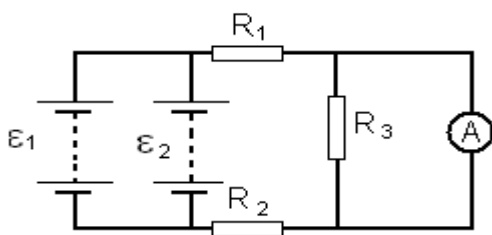


Рис. 4.1.2.181. До задачі 4.1.2.181.

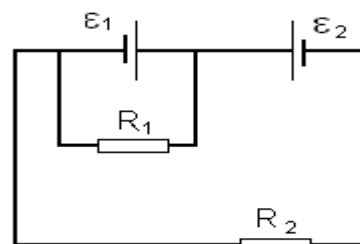


Рис. 4.1.2.182. До задачі 4.1.2.182

4.2. Магнетизм

4.2.1. Приклади розв'язання завдань

1. Два паралельних нескінченно довгих дроти, по яких течуть в одному напрямі струми силою $I = 60$ А, розташовані на відстані $d = 10$ см один від одного. Визначити магнітну індукцію в точці, яка знаходиться від одного провідника на відстані $r_1 = 5$ см, від іншого – на відстані $r_2 = 12$ см.

Дані: $I = 60$ А; $d = 10$ см = 0,1м; $r_1 = 5$ см = 0,05м; $r_2 = 12$ см = 0,12м.

Визначити: B .

Рішення. Для знаходження магнітної індукції у вказаній точці А перш за все визначимо напрями векторів індукцій \vec{B}_1 і \vec{B}_2 , що створюються кожним провідником окремо, і складемо їх геометрично, тобто $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Абсолютне значення індукції знайдемо за теоремою косинусів (рис. 4.2.1)

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2 B_1 B_2 \cos \alpha} . \quad (4.2.1)$$

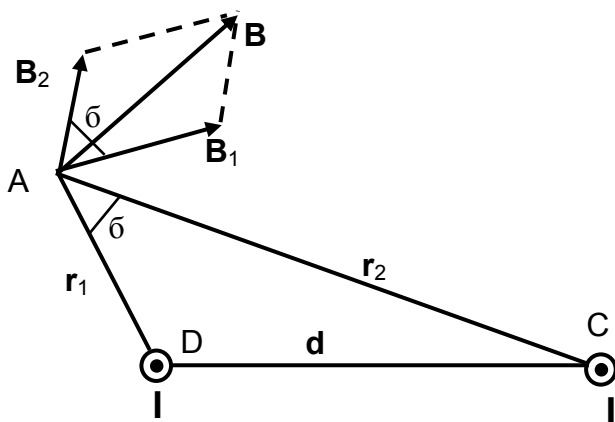


Рис. 4.2.1. Пояснювальне креслення до завдання 1

Значення індукцій B_1 і B_2 виражаються, відповідно, через силу струму I і відстані r_1 і r_2 від дроту до точки, в якій ми обчислюємо індукцію:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}, \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}.$$

Підставляючи B_1 і B_2 у формулу (4.2.1) і виносячи $\frac{\mu_0 I}{2\pi}$ за знак кореня, одержимо:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos \alpha} . \quad (4.2.2)$$

Обчислюємо $\cos \alpha$. Відмітимо, що $\alpha = \angle DAC$. Тому за теоремою косинусів запишемо $d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \alpha$, де d – відстань між проводами.

Звідки:

$$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}.$$

Підставивши дані, обчислимо значення косинуса:

$$\cos \alpha = 0,576.$$

Підставивши у формулу (4.2.2) значення μ_0 , I , r_1 , r_2 і $\cos \alpha$, знайдемо $B = 286$ мкТл.

Відповідь: $B = 286$ мкТл

2. Визначити магнітну індукцію B поля, створюваного відрізком нескінченно довгого прямого дроту, в точці, що рівновіддалена від кінців відрізка і знаходиться на відстані $r_0 = 20$ см від середини його (див. рис. 4.2.2). Сила струму I , що протікає по дроту, дорівнює 30 А, довжина l відрізка – 60 см.

Дані: $I = 30$ А; $l = 60$ см = 0,6 м; $r_0 = 20$ см = 0,2 м.

Визначити: B .

Рішення. Для визначення магнітної індукції поля, що створюється відрізком дроту, скористуємось законом Біо-Савара-Лапласа

$$dB = \frac{\mu_0 I \sin \alpha}{2\pi r^2} dl. \quad (4.2.3)$$

Перш ніж інтегрувати вираз (4.2.3), перетворимо його так, щоб можна було інтегрувати за кутом α . Виразимо довжину елемента dl провідника через $d\alpha$. Згідно

рис.4.2.2, запишемо $dl = \frac{rd\alpha}{\sin \alpha}$.

Підставимо цей вираз dl у формулу (4.2.3):

$$dB = \frac{\mu_0 I \sin \alpha \cdot rd\alpha}{4\pi r^2 \cdot \sin \alpha} = \frac{\mu_0 I d\alpha}{4\pi r}.$$

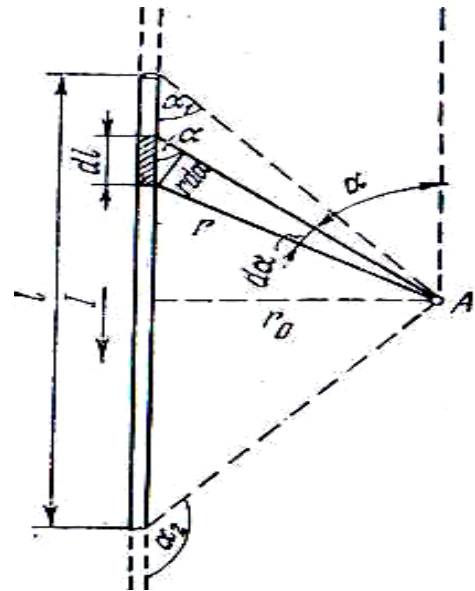


Рис. 4.2.2. Пояснювальне креслення до завдання 2

Але r – величина змінна, яка залежить від α і дорівнює $r = \frac{r_0}{\sin \alpha}$.

Підставивши r в попередню формулу, знайдемо:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \sin \alpha d\alpha. \quad (4.2.4)$$

Щоб визначити магнітну індукцію поля, що створюється відрізком провідника, проінтегруємо вираз (4.2.4) в межах від α_1 до α_2 :

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha \quad \text{або} \quad B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (4.2.5)$$

Відмітимо, що при симетричному розташуванні точки А щодо відрізка дроту $\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1$. З урахуванням цього формула (4.2.5) матиме вигляд:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \cos \alpha_1. \quad (4.2.6)$$

З рис. 4.2.2 слідує: $\cos \alpha_1 = \frac{l/2}{\sqrt{l^2/4 + r_0^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}$. Підставивши

вираз $\cos \alpha_1$ у формулу (4.2.3), одержимо:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}. \quad (4.2.7)$$

Провівши обчислення за формулою (4.2.7), знайдемо $B = 24,9$ мкТл.

Відповідь: $B = 24,9$ мкТл.

3. По провідникові, зігнутому у вигляді квадратної рамки із стороною завдовжки $a = 10$ см, тече струм силою $I = 5$ А. Визначити маг-

нітну індукцію B поля в точці, рівновіддаленій від вершин квадрата на відстань, що дорівнюється довжині його сторони.

Дані: $I = 5 \text{ A}$; $a = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$.

Визначити: B .

Рішення. Магнітна індукція B у точці A (див. рис. 4.2.3) є векторна сума індукцій $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3, \vec{B}_4$, що створюються в цій точці струмами, які течуть в кожному з чотирьох дротів, що є сторонами квадрата: $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4$. З розрахунку симетрії абсолютні значення усіх чотирьох індукцій однакові. На рис. 4.2.3 зображений тільки один з чотирьох векторів \vec{B}_1 , який відповідає полю, яке створене струмом дроту DC . Згідно до правила гвинта вектор \vec{B} є перпендикуляр до площини рамки. Результуючий вектор \vec{B} буде спрямований уздовж вісі OO' і буде дорівнювати сумі проєкцій всіх векторів на напрям цієї осі:

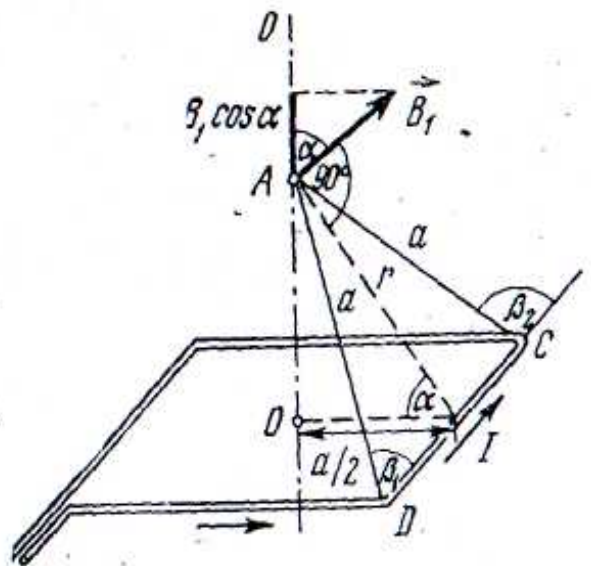


Рис. 4.2.3. Пояснювальне креслення до завдання 3

$$B = 4 B_1 \cos \alpha. \quad \text{З рис. 4.2.3 бачимо, що } \cos \alpha = 1/\sqrt{3}. \text{ І тоді:}$$

$$B = (4/\sqrt{3}) B_1 \quad (4.2.8)$$

Магнітна індукція поля, що створено відрізком провідника, виражається формулою (див. попередню задачу 2):

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \beta_1 - \cos \beta_2), \quad (4.2.9)$$

де I – сила струму в провіднику;

r – відстань від провідника до точки поля, в якій треба визначити магнітну індукцію;

β_1 і β_2 – кути між напрямками струму в провідниках і радіус-векторами, що проведені від кінців провідника до точки A .

У нашому випадку $\beta_2 = \pi - \beta_1$, тоді, $\cos \beta_2 = -\cos \beta_1$ і вираз (4.2.9) набуває вигляду:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4 \pi r} 2 \cos \beta_1 = \frac{\mu_0 I}{2 \pi r} \cos \beta_1.$$

Підставляємо цей вираз B_1 у формулу (4.2.8):

$$B = \frac{2 \mu_0 I}{\pi \sqrt{3} r} \cos \beta_1. \quad (4.2.10)$$

Відмітивши, що, оскільки $\beta_1 = 60^\circ$ як кут рівностороннього трикутника, рівність (4.2.10) перепишемо у вигляді:

$$B = \frac{2 \mu_0 I}{3 \pi a}. \quad (4.2.11)$$

Підставивши значення величин, що входять у вираз (4.2.11) і провівши обчислення, одержимо $B = 13,3$ мкТл.

Відповідь: $B = 13,3$ мкТл.

4. По двох паралельних прямих проводах довжиною $l = 2,5$ м кожен, що знаходяться на відстані $d = 20$ см один від одного, течуть однакові струми $I = 1$ кА. Обчислити силу F взаємодії струмів.

Дані: $I = 1$ кА = 10^3 А; $d = 20$ см = $0,2$ м; $l = 2,5$ м.

Визначити: F .

Рішення. Взаємодія двох провідників, по яких течуть струми, здійснюється через магнітне поле. Кожен струм створює магнітне поле, яке діє на інший провідник. Припустимо, що обидва струми (позначимо їх I_1 і I_2) течуть в одному напрямі (рис. 4.2.4).

Обчислимо силу \vec{F}_{12} , з якою магнітне поле, створене струмом I_1 , діє на провідник із струмом I_2 . Для цього проведемо магнітну силову лінію так, щоб вона дотк-

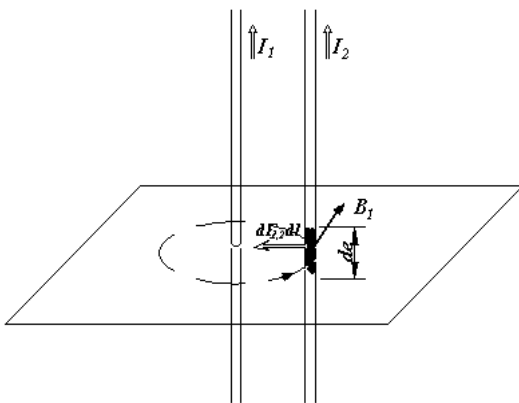


Рис. 4.2.4. Пояснювальне креслення до завдання 4

нулася провідника із струмом I_2 . По дотичній до силової лінії проведемо вектор магнітної індукції \vec{B}_1 . Модуль магнітної індукції B_1 визначається співвідношенням:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2 \pi d_1} \quad (4.2.12)$$

Згідно до закону Ампера, на кожен елемент другого провідника із струмом I_2 завдовжки dl_2 діє в магнітному полі сила:

$$dF_{1,2} = I_2 B_1 dl_2 \sin \alpha .$$

Оскільки відрізок dl перпендикулярний вектору \vec{B}_1 , то $\sin \alpha = 1$ і тоді:

$$dF_{1,2} = I_2 B_1 dl_2 . \quad (4.2.13)$$

Підставивши у вираз (4.2.13) B_1 з (4.2.12), одержимо:

$$dF_{1,2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2 \pi d} dl . \quad (4.2.14)$$

Довгий провідник ($l \gg d$) можна приблизно розглядати як нескінченно довгий.

Силу F_{12} взаємодії провідників із струмом знайдемо здійснивши інтегрування по всій довжині другого провідника:

$$F_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2 \pi d} \int_0^{l_2} dl_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2 \pi d} l_2 . \quad (4.2.15)$$

Відмітивши, що $l_1 = l_2 = l$ і $l_2 = l_1$, одержимо:

$$F_{12} = \frac{\mu_0 I^2 l}{2 \pi d} . \quad (4.2.16)$$

Проведемо обчислення за формулою (4.2.16), одержимо: $F_{12} = 2,5 \text{ Н}$.

Сила \vec{F}_{12} спрямована з силою dF_{12} (рис. 4.2.4) і визначається правилом лівої руки.

Відмітимо, що, згідно третьому закону Ньютона, сила, що діє на перший провідник зі сторони другого, буде дорівнюватись знайденій силі за модулем і протилежною за напрямом.

Відповідь: $F_{12} = 2,5 \text{ Н}$.

5. Плоский квадратний контур із стороною завдовжки $a = 10 \text{ см}$, по якому тече струм силою $I = 100 \text{ А}$, вільно встановився в однорідному магнітному полі індукцією $B = 1 \text{ Тл}$. Визначити роботу A , яка здійснюється зовнішніми силами при повороті контура щодо осі, що проходить через середину його протилежних сторін, на кут: 1) $\varphi_1 = 90^\circ$; 2) $\varphi_2 = 3^\circ$. При повороті контура сила струму в ньому підтримується незмінною.

Дані: $I = 100 \text{ А}$; $a = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$; $B = 1 \text{ Тл}$; $\varphi_1 = 90^\circ$; $\varphi_2 = 3^\circ$.

Визначити: A_1 ; A_2 .

Рішення. На контур із струмом у магнітному полі діє механічний момент

$$M = p_m B \sin \varphi. \quad (4.2.17)$$

за умовою завдання, в початковому положенні контур вільно встановився в магнітному полі. При цьому момент сил дорівнює нулю ($M = 0$), отже $\varphi = 0$, тобто вектори \vec{p}_m і \vec{B} співпадають за напрямом.

Якщо зовнішні сили виведуть контур з положення рівноваги, то момент сил, який виник, визначається формулою (4.2.17) і прагнучим повернути контур у початкове положення. Проти цього моменту і здійснюватиметься робота зовнішніми силами. Оскільки момент сил змінний (залежить від кута φ повороту), то для підрахунку роботи застосуємо формулу роботи в диференціальній формі:

$$dA = M d\varphi. \quad (4.2.18)$$

Підставивши сюди вираз M згідно формулі (4.2.17) і врахувавши, що:

$$p_m = IS = Ia^2,$$

де I – сила струму в контурі;

$S = a^2$ – площа контура, одержимо:

$$dA = IB a^2 \sin \varphi \, d\varphi.$$

Узявши інтеграл від цього виразу, знайдемо роботу при повороті на кінцевий кут:

$$A = IB a^2 \int_0^{\varphi} \sin \varphi \, d\varphi. \quad (4.2.19)$$

1. Робота при повороті на кут $\varphi_1 = 90^\circ$

$$A_1 = IB a^2 \int_0^{\pi/2} \sin j \, dj = IB a^2 \left| -\cos j \right|_0^{\pi/2} = IB a^2. \quad (4.2.20)$$

Після обчислення за формулою (4.2.20) знайдемо $A_1 = 1$ Дж.

2. Робота при повороті на кут $\varphi_2 = 3^\circ$. У цьому випадку, враховуючи, що кут φ_2 малий, замінимий у виразі (4.2.19) $\sin \varphi$ на φ :

$$A_2 = IB a^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi \, d\varphi = \frac{1}{2} IB a^2 \varphi_2^2. \quad (4.2.21)$$

Виразимо кут φ_2 в радіанах: $\varphi_2 = 3^\circ = 3 \cdot 1,75 \cdot 10^{-2}$ рад. = 0,0525 рад.

Після підстановки значень I , B , a і φ_2 у формулу (4.2.21) одержимо:

$$A_2 = 1,37 \text{ мДж.}$$

Відповідь: $A_1 = 1$ Дж; $A_2 = 1,37$ мДж.

6. Електрон, пройшовши прискорюючу різницю потенціалів $U = 400$ В, потрапив в однорідне магнітне поле з індукцією $B = 1,5$ мТл. Визначити: 1) радіус R кривизни траєкторії; 2) частоту обертання електрона в магнітному полі. Вектор швидкості електрона перпендикулярний лініям індукції.

Дані: $U = 400$ В; $B = 1,5$ мТл = $1,5 \cdot 10^{-3}$ Тл.

Визначити: R ; n .

Рішення. 1. Радіус кривизни траєкторії електрона визначимо, виходячи з таких міркувань: на рухомий в магнітному полі електрон діє сила Лоренця F (дією сили тяжіння можна нехтувати). Вектор сили Лоренця перпендикулярний до вектора швидкості \vec{v} , отже, по другому закону Ньютона повідомляє електрону нормальне прискорення a_n : $F = m \cdot a_n$. Підставивши сюди вирази F і a_n , одержимо:

$$|e| v B \sin \alpha = m v^2 / R, \quad (4.2.22)$$

де e , v , m – заряд, швидкість, маса електрона;

B – індукція магнітного поля;

R – радіус кривизни траєкторії;

α – кут між напрямками вектора швидкості \vec{v} і індукції \vec{B} (у нашому випадку $\vec{v} \perp \vec{B}$ і $\alpha = 90^\circ$, $\sin \alpha = 1$).

З формули (4.2.22) знайдемо:

$$R = \frac{mv}{|e|B}. \quad (4.2.23)$$

Імпульс mv , який входить у вираз (4.2.23), виразимо через кінетичну енергію T електрона:

$$mv = \sqrt{2mT}. \quad (4.2.24)$$

Але кінетична енергія електрона, що пройшов прискорюючу різницю потенціалів U , визначається рівністю $T = |e| U$. Підставивши цей вираз T у формулу (4.2.24), одержимо $mv = \sqrt{2m|e|U}$. Тоді вираз (4.2.23) для радіусу кривизни набуває вигляду:

$$R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{|e|}}. \quad (4.2.25)$$

Після обчислення за формулою (4.2.25) знайдемо: $R = 45$ мм.

2. Для визначення частоти обертання скористаємося формулою, що пов'язує частоту із швидкістю і радіусом кривизни траєкторії:

$$n = \frac{v}{2\pi R}.$$

Підставивши R з виразу (2) в цю формулу, одержимо:

$$n = \frac{1}{2\pi} \frac{|e|}{m} B.$$

Провівши обчислення, знайдемо $n = 4,2 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$.

Відповідь: $R = 45 \text{ мм}$; $n = 4,2 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$.

7. Електрон, маючи швидкість $v = 2 \text{ Мм/с}$, влетів в однорідне магнітне поле з індукцією $B = 30 \text{ мТл}$ під кутом $\alpha = 30^\circ$ до напрямку ліній індукції. Визначити радіус R і крок h гвинтової лінії, по якій рухатиметься електрон.

Дані: $v = 2 \text{ Мм/с} = 2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$; $\alpha = 30^\circ$; $B = 30 \text{ мТл} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}$.

Визначити: R ; h .

Рішення. Відомо, що на заряджену частинку, що влетіла в магнітне поле, діє сила Лоренця, яка перпендикулярна векторам магнітної індукції \vec{B} і швидкості \vec{v} частинки:

$$F = qvB \sin \alpha, \quad (4.2.26)$$

де q — заряд частинки.

У випадку, якщо частинкою є електрон, формулу (4.2.26) можна записати у вигляді:

$$F = |e| vB \sin \alpha.$$

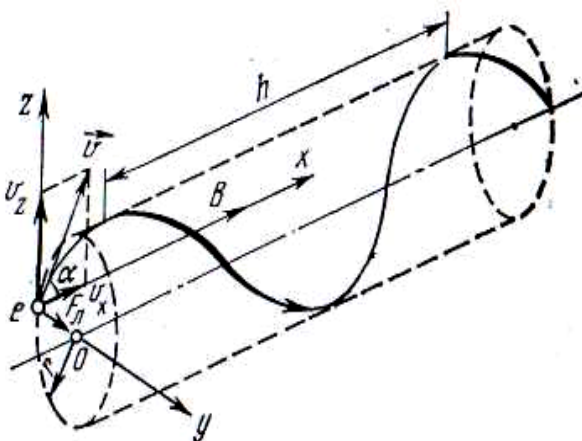


Рис. 4.2.5. Рух електрона у магнітному полі

Оскільки вектор сили Лоренця перпендикулярний вектору швидкості, то модуль швидкості не змінюватиметься під дією цієї сили. Але при постійній швидкості, як це витікає з формули (4.2.26), залишиться постійним і значення сили Лоренця. З механіки відомо, що постійна сила, перпендикулярна швидкості, викликає рух по колу. Отже, електрон, що влетів у магнітне поле, рухатиметься по колу в площині, перпендикулярній лініям індукції, з швидкістю, яка дорівнює поперечній складовій v_z швидкості (див. рис. 4.2.5); одночасно він рухатиметься і вздовж поля із швидкістю v_x :

$$v_z = v \sin \alpha, \quad v_x = v \cos \alpha.$$

У результаті одночасної участі в рухах по колу і по прямій електрон рухатиметься по гвинтовій лінії.

Радіус кола, по якому рухається електрон, знайдемо таким чином. Сила Лоренця F повідомляє електрону нормальне прискорення a_n .

За другим законом Ньютона $F = ma_n$, де $F = |e| v_z B$ і $a_n = v_z^2/R$.

Тоді $|e| v_z B = \frac{m v_z^2}{R}$ звідки після скорочення на v_z знаходимо радіус гвинтової лінії:

$$R = \frac{m v_z}{|e| B} \quad \text{або} \quad R = \frac{m v \sin \alpha}{|e| B}$$

Підставивши значення величин m , v , e , B , α і провівши обчислення, одержимо $R = 0,19$ мм.

Крок гвинтової лінії є шляхом, який пройде електрон уздовж поля із швидкістю v_x за час, який знадобиться електрону для того, щоб зробити один оборот:

$$h = v_x T \tag{4.2.27}$$

де $T = 2R/v_z$ – період обертання електрона.

Підставивши цей вираз для T у формулу (4.2.27), знайдемо:

$$h = \frac{2\pi R v_x}{v_z} \quad \text{або} \quad h = \frac{2\pi R v \cos \alpha}{v \sin \alpha} = 2\pi R \operatorname{ctg} \alpha.$$

Підставивши в цю формулу значення величин π , R і α і обчисливши, одержимо $h = 2,06$ мм.

Відповідь: $R = 0,19$ мм; $h = 2,06$ мм.

8. В однорідному магнітному полі з індукцією $B = 1$ Тл рівномірно обертається рамка, що містить $N = 1000$ витків, з частотою $n = 10$ с⁻¹. Площа S рамки дорівнює 150 см². Визначити миттєве значення ЕРС, відповідне куту повороту рамки на 30° .

Дані: $B = 1$ Тл; $N = 1000$ витків; $n = 10$ с⁻¹; $S = 150$ см² = $0,015$ м²; $\alpha = 30^\circ$.

Визначити: ξ_i .

Рішення. Миттєве значення ЕРС індукції визначається основним рівнянням електромагнітної індукції Фарадея-Максвелла:

$$\xi_i = -\frac{d\Psi}{dt}. \quad (4.2.28)$$

Потокозцеплення $\Psi = N\Phi$, де N – число витків, що пронизуються магнітним потоком Φ . Підставивши вираз Ψ у формулу (4.2.28), одержимо:

$$\xi_i = -N\frac{d\Phi}{dt}. \quad (4.2.29)$$

При обертанні рамки магнітний потік Φ , що пронизує рамку у момент часу t , змінюється згідно із законом:

$$\Phi = BS \cos \omega t,$$

де B – магнітна індукція;

S – площа рамки,

ω – кругова частота.

Підставивши у формулу (4.2.29) вираз Φ і продиференціювавши за часом, знайдемо миттєве значення ЕРС індукції:

$$\xi_i = NBS\omega \sin \omega t. \quad (4.2.30)$$

Кругова частота щ пов'язана з частотою n обертання співвідношенням $\omega = 2\pi n$. Підставивши вираз ω у формулу (4.2.30), одержимо:

$$\xi_i = \pi n N B S \sin \omega t . \quad (4.2.31)$$

Провівши обчислення за формулою (4.2.31), знайдемо $\xi_i = 47$ В.

Відповідь: $\xi_i = 47$ В.

9. При швидкості зміни сили струму dI/dt в соленоїді, яка дорівнює 50 А/с, на його кінцях виникає ЕРС самоіндукції $\xi_s = 0,08$ В. Визначити індуктивність L соленоїда.

Дані: $dI/dt = 50$ А/с; $\xi_s = 0,08$ В.

Визначити: L .

Рішення. Індуктивність соленоїда пов'язана з ЕРС самоіндукції і швидкістю зміни сили струму в його обмотці співвідношенням:

$$\xi_s = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt}.$$

Виносячи постійну величину L за знак приросту, одержимо:

$$\xi_s = -\frac{LdI}{dt}.$$

Опустивши знак мінус у цій рівності (напряв ЕРС у даному випадку неістотний) і виразивши величину, що цікавила нас, – індуктивність, одержимо:

$$L = \frac{\xi_s}{dI/dt}.$$

Зробивши обчислення за цією формулою, знайдемо $L = 1,6$ мГн.

Відповідь: $L = 1,6$ мГн.

10. Соленоїд без сердечника з одношаровою обмоткою з дроту діаметром $d = 0,4$ мм має довжину $l = 0,5$ м і поперечний перетин $S = 60$ см². За який час при напрузі $U = 10$ В і силі струму $I = 1,5$ А в обмотці виді-

литься кількість теплоти, яка дорівнює енергії поля усередині соленоїда? Поле вважати однорідним.

Дані: $\mu = 1$, $d = 0,4 \text{ мм} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, $l = 0,5 \text{ м}$, $S = 60 \text{ см}^2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$, $I = 1,5 \text{ А}$, $U = 10 \text{ В}$, $Q = W$.

Визначити: t .

Рішення. При проходженні струму I при напрузі U в обмотці за час t виділяється теплота:

$$Q = IUt \quad (4.2.32)$$

Енергія поля всередині соленоїда:

$$W = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} lS, \quad (4.2.33)$$

де $B = \frac{\mu_0 \mu NI}{l}$ (N – число витків соленоїда). Якщо витки впритул прилягають один до одного, то $l = Nd$, звідки $N = l/d$. Підставивши вирази для B до W в (4.2.33), одержуємо:

$$W = \frac{\mu_0 \mu I^2 l S}{2 d^2}. \quad (4.2.34)$$

Згідно до умови завдання, $Q = W$. Прирівнявши вирази (4.2.32) і (4.2.34), знайдемо шуканий час:

$$t = \frac{\mu_0 \mu l S I}{2 U d^2}.$$

Обчислюючи, одержуємо $t = 1,77 \text{ мс}$.

Відповідь: $t = 1,77 \text{ мс}$.

11. Коливальний контур, що складається з повітряного конденсатора з двома пластинами площею $S = 100 \text{ см}^2$ кожна і котушки з індуктивністю $L = 1 \text{ мкГн}$, резонує на хвилю довжиною $\lambda = 10 \text{ м}$. Визначити відстань d між пластинами конденсатора.

Дані: $S = 100 \text{ см}^2 = 10^{-2} \text{ м}^2$; $L = 1 \text{ мкГн} = 10^{-6} \text{ Гн}$; $\lambda = 10 \text{ м}$.

Визначити: d .

Рішення. Відстань між пластинами конденсатора можна знайти з формули електроємності плоского конденсатора $C = \epsilon_0 \epsilon S/d$, де ϵ – діелектрична проникність середовища, що заповнює конденсатор. Тоді:

$$d = \epsilon_0 \epsilon S/C. \quad (4.2.35)$$

З формули Томсона, що визначає період коливань в електричному контурі: $T = 2\pi\sqrt{LC}$, знаходимо електроємність:

$$C = T^2 / (4\pi^2 L). \quad (4.2.36)$$

Невідомий в умові завдання період коливань можна визначити, знаючи довжину хвилі λ , на яку резонує контур. Із співвідношення $\lambda = cT$ маємо $T = \lambda / c$.

Підставивши вирази періоду T у формулу (4.2.36), а потім електроємності C у формулу (4.2.35), одержимо:

$$d = c^2 \frac{4\pi^2 \epsilon_0 S L}{\lambda^2}.$$

Провівши обчислення, знайдемо $d = 3,14$ мм.

Відповідь: $d = 3,14$ мм.

12. По соленоїду тече струм силою 5 А. Довжина соленоїда 1 м, число витків 500. У соленоїд вставлений залізний сердечник. Знайти намагніченість і об'ємну густину енергії магнітного поля соленоїда. Залежність $B = f(H)$ дана на рис. 4.2.6.

Дані: $I = 5$ А; $l = 1$ м; $N = 500$.

Визначити: J ; ω .

Рішення. Намагніченість визначається відношенням магнітного моменту до об'єму магнетика і пов'язана з напруженістю магнітного поля співвідношенням:

$$J = \chi H \quad (4.2.37)$$

де χ – магнітна сприйнятливність середовища.

Поле соленоїда можна вважати однорідним. У цьому випадку напруженість поля обчислюється за формулою:

$$H = In, \quad (4.2.38)$$

де I – сила струму, що тече по обмотці соленоїда;

$n = N / l$ – число витків, що доводяться на одиницю довжини соленоїда. Тоді:

$$H = IN / l. \quad (4.2.39)$$

Зв'язок між магнітною сприйнятливістю χ і магнітною проникністю μ середовища виражається формулою:

$$\chi = \mu - 1. \quad (4.2.40)$$

Обчислимо напруженість магнітного поля соленоїда за формулою (4.2.39): $H = 2500$ А/м.

За графіком залежності $B = f(H)$ (рис. 4.2.6) знаходимо, що напруженості $H = 2500$ А/м відповідає індукція магнітного поля $B = 1,6$ Тл.

Використовуючи співвідношення $B = \mu\mu_0 H$, знаходимо:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}. \quad (4.2.41)$$

Провівши обчислення за формулою (4.2.41), одержимо $\mu = 500$.

Згідно з формулою (4.2.40), маємо $\chi = 499$.

Намагніченість обчислимо за формулою (4.2.37): $J = 12,5 \cdot 10^5$ А/м.

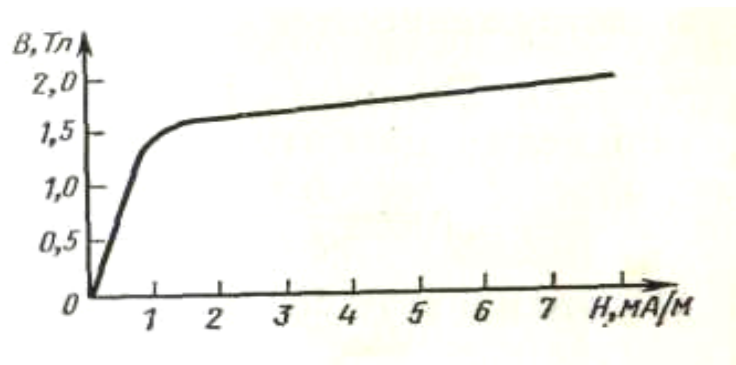


Рис. 4.2.6. Графік залежності $B = f(H)$

Об'ємна густина енергії магнітного поля соленоїда визначається за формулою:

$$\omega = \frac{BH}{2}. \quad (4.2.42)$$

Провівши обчислення за формулою (4.2.42), одержимо $\omega = 2 \cdot 10^3$ Дж/м³.

Відповідь: $J = 12,5 \cdot 10^5$ А/м; $\omega = 2 \cdot 10^3$ Дж/м³.

4.2.2. Завдання для самостійної роботи

4.2.2.1 В однорідне магнітне поле з індукцією $B = 0,1$ Тл поміщена квадратна рамка площею $S = 25$ см². Нормаль до площини рамки складає з напрямом магнітного поля кут 60° . Визначити обертаючий момент, що діє на рамку, якщо по ній тече струм $I = 1$ А. [217 мкНм].

4.2.2.2 В однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,5$ Тл знаходяться прямокутна рамка завдовжки $a = 8$ см і шириною $b = 5$ см, що містить $N = 100$ витків тонкого дроту. Струм у рамці $I = 1$ А, а площина рамки паралельна лініям магнітної індукції. Визначити: 1) магнітний момент рамки; 2) обертаючий момент, що діє на рамку. [1) $0,4$ А·м²; 2) $0,2$ Нм].

4.2.2.3 В однорідному магнітному полі з індукцією $B = 1$ Тл знаходиться квадратна рамка із стороною $a = 10$ см, по якій тече струм $I = 4$ А. Площина рамки перпендикулярна лініям магнітної індукції. Визначити роботу A , яку необхідно витратити для повороту рамки щодо осі, що проходить через середину її протилежних сторін: 1) на 90° ; 2) на 180° ; 3) на 360° . [1) $0,04$ Дж; 2) $0,08$ Дж; 3) 0].

4.2.2.4 Визначити магнітну індукцію B поля, що створюється відрізком нескінченно довгого дроту в точці, яка рівновіддалена від кінців відрізка і знаходиться на відстані $R = 4$ см від його середини. Довжина відрізка дроту $l = 20$ см, а сила струму в дроті $I = 10$ А. [46,4 мкТл].

4.2.2.5 Визначити індукцію магнітного поля в центрі дротяної квадратної рамки із стороною $a = 15$ см, якщо в рамці тече струм $I = 5$ А. [9,43 мкТл].

4.2.2.6 По двох нескінченно довгих прямих паралельних проводах, що знаходяться на відстані $AB = 10$ см один від одного у вакуумі, течуть струми $I_1 = 20$ А і $I_2 = 30$ А однакового напрямку. Визначити магнітну індукцію B поля, яка створюється струмами в точках, що лежать на прямій, яка з'єднує обидва дроти, якщо: 1) точка C лежить на відстані $r_1 = 2$ см лівіше

за лівий дріт; 2) точка D лежить на відстані $r_2 = 3$ см правіше за правий дріт; 3) точка G лежить на відстані $r_3 = 4$ см правіше за лівий дріт. [1) 0,25 мТл; 2) 0,23 мТл; 3) 0].

4.2.2.7 По двох нескінченно довгих прямих паралельних провідниках, відстань між якими $d = 20$ см, течуть струми $I_1 = 40$ А і $I_2 = 80$ А в одному напрямі. Визначити магнітну індукцію в точці А, що віддалена від першого провідника на $r_1 = 12$ см і від другого – на $r_2 = 16$ см. [120 мкТл].

4.2.2.8 По двох нескінченно довгих прямих паралельних провідниках, відстань між якими $d = 15$ см, течуть струми $I_1 = 70$ А і $I_2 = 50$ А в протилежних напрямках. Визначити магнітну індукцію в точці А, видаленої на $r_1 = 20$ см від першого і $r_2 = 30$ см від другого провідника. [142,8 мкТл].

4.2.2.9 Напруженість H магнітного поля в центрі кругового витка з магнітним моментом $p_m = 1,5$ А·м² дорівнює 150 А/м. Визначити: 1) радіус витка; 2) силу струму у витку. [1) 11,7 см; 2) 35,1 А].

4.2.2.10 Визначити магнітну індукцію в центрі кругового дротяного витка радіусом $R = 10$ см, по якому тече струм $I = 1$ А. [6,28 мкТл].

4.2.2.11 Визначити магнітну індукцію на осі тонкого дротяного кільця радіусом $R = 5$ см, по якому тече струм $I = 10$ А, в точці А, яка розташована на відстані $d = 10$ см від центру кільця. [112 мкТл].

4.2.2.12 Визначити магнітну індукцію B_A на осі тонкого дротяного кільця радіусом $R = 10$ см, в точці, що розташована на відстані $d = 20$ см від центру кільця, якщо в центрі кільця $B = 50$ мкТл. [4,47 мкТл].

4.2.2.13 Знайти напруженість H магнітного поля в точці, що знаходиться на відстані $a = 2$ м від нескінченно довгого провідника, по якому тече струм $I = 5$ А. [398 мА/м].

4.2.2.14 Знайти напруженість H магнітного поля в центрі кругового дротяного витка радіусом $R = 1$ см, по якому тече струм $I = 1$ А. [50 А/м].

4.2.2.15 На рис. 4.2.7 зображені перетини двох прямолінійних нескінченно довгих провідників із струмами. Відстані $AB = BC = 5$ см, струми $I_1 = I_2 = I$ і $I_3 = 2I$. Знайти точку на прямій АС, в якій напруженість магнітного поля, викликаного струмами I_1 , I_2 і I_3 , дорівнює нулю. [3,3 см від точки А].

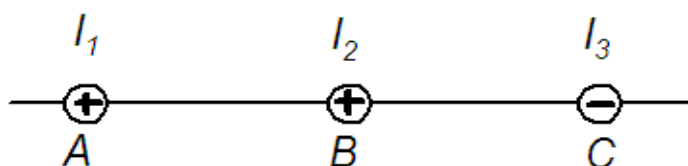


Рис. 4.2.7. Пояснювальне креслення до задачі 4.2.2.15

4.2.2.16 Вирішити попереднє завдання за умови, що струми течуть в одному напрямі. [правіше за точку A на 1,8 см і 6,96 см].

4.2.2.17 Два прямолінійних нескінченно довгих провідника розташовані перпендикулярно один до одного і знаходяться в одній площині (див. рис. 4.2.8). Знайти напруженості H_1 і H_2 магнітного поля в точках M_1 і M_2 , якщо струми $I_1 = 2$ А і $I_2 = 3$ А. Відстані $AM_1 = AM_2 = 1$ см і $BM_1 = CM_2 = 2$ см. [$H_1 = 8$ А/м; $H_2 = 55,6$ А/м].

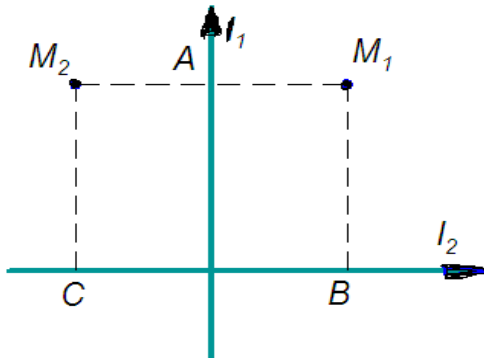


Рис. 4.2.8. Пояснювальне креслення до задачі 4.2.2.17

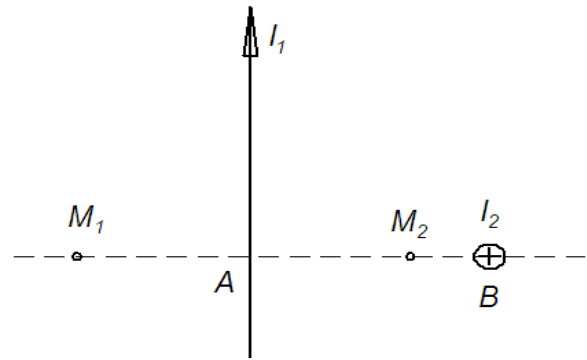


Рис. 4.2.9. Пояснювальне креслення до задачі 4.2.2.18

4.2.2.18 Два прямолінійних нескінченно довгих провідника розташовані перпендикулярно один до одного і знаходяться у взаємно перпендикулярних площинах (див. рис. 4.2.9). Знайти напруженості H_1 і H_2 магнітного поля в точках M_1 і M_2 , якщо струми $I_1 = 2$ А і $I_2 = 3$ А. Відстані $AM_1 = AM_2 = 1$ см і $AB = 2$ см. [$H_1 = 35,6$ А/м; $H_2 = 57,4$ А/м].

4.2.2.19 Два прямолінійні довгі провідника розташовані паралельно на відстані $d = 10$ см один від одного. По провідниках течуть струми $I_1 = I_2 = 5$ А в протилежних напрямках. Знайти модуль і напрям напруженості H магнітного поля в точці, що знаходиться на відстані $a = 10$ см від кожного провідника. [8 А/м].

4.2.2.20 В точці C , що розташована на відстані $a = 5$ см від нескінченно довгого прямолінійного провідника із струмом, напруженість магнітного поля $H = 400$ А/м. При якій граничній довжині l провідника це значення напруженості буде правильним з точністю до 2%? Знайти напруженість H магнітного поля в точці C , якщо провідник із струмом має довжину $l = 20$ см і точка C розташована на перпендикулярі до середини цього провідника. [0,245 м; 356 А/м].

4.2.2.21 Струм $I = 20$ А йде по довгому провідникові, зігнутому під прямим кутом. Знайти напруженість H магнітного поля в точці, що лежить на бісектрисі цього кута на відстані $a = 10$ см від його вершини. [77,2 А/м].

4.2.2.22 Струм $I = 20$ А, що протікає по кільцю з мідного дроту перетином $S = 1$ мм², створює в центрі кільця напруженість магнітного поля $H = 178$ А/м. Яка різниця потенціалів U прикладена до кінців дроту, з якого виготовлено кільце? [0,12 В].

4.2.2.23 Знайти напруженість H магнітного поля на осі кругового контура на відстані $a = 3$ см від його площини. Радіус контура $R = 4$ см, струм у контурі $I = 2$ А. [12,7 А/м]

4.2.2.24 Два кругові витки радіусом $R = 4$ см кожен розташовані в паралельних площинах на відстані $d = 10$ см один від одного. По витках течуть струми $I_1 = I_2 = 2$ А. Визначити напруженість H магнітного поля на осі витків у точці, що знаходиться на однаковій відстані від них. Завдання вирішити, коли: а) струми у витках течуть в одному напрямі; б) струми у витках течуть у протилежних напрямках. [12,2 А/м; 0].

4.2.2.25 Два кругові витки радіусом $R = 4$ см кожен розташовані в паралельних площинах на відстані $d = 5$ см один від одного. По витках течуть струми $I_1 = I_2 = 4$ А. Визначити напруженість H магнітного поля в центрі одного з витків. Завдання вирішити, коли: а) струми у витках течуть в одному напрямі; б) струми у витках течуть у протилежних напрямках. [62,3 А/м; 37,7 А/м].

4.2.2.26 Два кругові витки розташовані в двох взаємноперпендикулярних площинах так, що центри цих витків співпадають. Радіус кожного витка $R = 2$ см, струми у витках $I_1 = I_2 = 5$ А. Визначити напруженість H магнітного поля в центрі цих витків. [177 А/м].

4.2.2.27 З дроту завдовжки $l = 1$ м зроблена квадратна рамка. По рамці тече струм $I = 10$ А. Визначити напруженість H магнітного поля в центрі рамки. [36 А/м].

4.2.2.28 У центрі кругового дротяного витка створюється магнітне поле напруженістю H при різниці потенціалів U_1 , на кінцях витка. Яку треба прикласти різницю потенціалів U , щоб одержати таку ж напруженість магнітного поля в центрі витка вдвічі більшого радіусу, зробленого з того ж дроту? [$4U_1$]

4.2.2.29 По двох паралельних провідниках проходять струми 3 і 4 А. Відстань між провідниками 14 см. Знайти множину точок, в яких напруженість магнітного поля дорівнює нулю. Розглянути два випадки надходження струму: а) в одному напрямі; б) у протилежних напрямках. [а) 80,06 м від меншого; б) 0,49 м від меншого].

4.2.2.30 По двох паралельних провідниках, розміщених на відстані 12 см один від одного, проходять струми по 30 А. Визначити напруженість магнітного поля в точці, яка лежить на відстані 10 см від кожного провідника, якщо струми проходять: а) в одному напрямі; б) у протилежних напрямках. [$H_1 = 76,4$ А/м; $H_2 = 57,3$ А/м].

4.2.2.31 Два колових провідника радіусом 4 см кожний розташовані в паралельних площинах на відстані 0,1 м. По кожному провіднику проходить струм $I_1 = I_2 = 2$ А. Знайти напруженість магнітного поля на осі кіл у точці, яка знаходиться на однаковій відстані від кожного провідника. Задачу обчислити для випадків, коли струми в провідниках мають: а) однаковий напрям; б) протилежні напрями. [$H_1 = 12,2$ А/м; $H_2 = 0$]

4.2.2.32 Тонке кільце масою 10 г і радіусом $R = 8$ см несе заряд, рівномірно розподілений з лінійною густиною $\tau = 10$ нКл/м. Кільце рівномірно обертається з частотою $n = 15$ с⁻¹ щодо осі, перпендикулярній площині кільця і яка проходить через її центр. Визначити: 1) магнітний момент p_m кругового струму, що створюється кільцем; 2) відношення магнітного моменту до моменту імпульсу кільця. [1) $1,52$ нА·м²; 2) 251 нКл/кг]/

4.2.2.33 Круговий виток радіусом $R = 15$ см розташований відносно нескінченно довгого дроту так, що його площина паралельна дроту. Перпендикуляр, налаштований на дріт з центру витка, є нормаллю до площини витка. Сила струму в дроті $I_1 = 1$ А, сила струму у витку $I_2 = 5$ А. Відстань від центру витка до дроту $d = 20$ см. Визначити магнітну індукцію в центрі витка. [$21,2$ мкТл].

4.2.2.34 Приймаючи, що електрон в атомі водню рухається по круговій орбіті, визначити відношення магнітного моменту p_m еквівалентного кругового струму до моменту імпульсу L орбітального руху електрона. [$87,8$ ГКл/кг].

4.2.2.35 Прямий провідник довжини $l = 1$ см розташований перпендикулярно до ліній індукції в однорідному полі. Яка сила діє на провідник, якщо по ньому йде струм $I = 1$ А, а магнітна індукція $B = 10$ мТл? [$0,1$ мН].

4.2.2.36 На прямий провідник довжини $l = 0,5$ м, розташований перпендикулярно до ліній індукції магнітного поля, діє сила $F = 0,15$ Н. Визначити струм I , що протікає в провіднику, якщо магнітна індукція $B = 20$ мТл. [15 А].

4.2.2.37 В однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,2$ Тл знаходиться прямий провідник завдовжки $l = 15$ см, по якому тече струм $I = 5$ А. На провідник діє сила $F = 0,13$ Н. Визначити кут α між напрямками струму і вектором магнітної індукції. [60°]

4.2.2.38 По прямому горизонтально розташованому дроту пропускають струм $I_1 = 10$ А. Під ним на відстані $R = 1,5$ см знаходиться паралельний йому алюмінієвий дріт, по якому пропускають струм $I_2 = 1,5$ А. Визначити, яка повинна бути площа поперечного перетину алюмінієвого дроту, щоб він утримувався незакріпленим. Густина алюмінію $\rho = 2,7$ г/см³. [$7,55 \cdot 10^{-9}$ м²].

4.2.2.39 Два нескінченних прямолінійних паралельних провідника з однаковими струмами, що течуть в одному напрямі, знаходяться один від одного на відстані R . Щоб їх розсунути до відстані $2R$, на кожен сантиметр довжини провідника витрачається робота $A = 138$ нДж. Визначити силу струму в провідниках. [10 А].

4.2.2.40 Контур з дроту зігнутий у формі квадрата із стороною $a = 0,5$ м, розташований в одній площині з нескінченним прямолінійним дротом із струмом $I = 5$ А так, що дві його сторони паралельні дроту. Сила струму в контурі $I_1 = 1$ А. Визначити силу, що діє на контур, якщо, найближча до дроту сторона контури знаходиться на відстані $b = 10$ см. Напрями струмів вказані на рис. 4.2.10. [4,17 мкН].

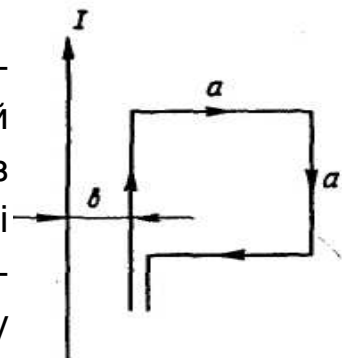


Рис.4.2.10. Пояснювальне креслення до задачі 4.2.2.40

4.2.2.41 По тонкому дротяному півкільцю радіусом $R = 50$ см тече струм $I = 1$ А. Перпендикулярно площини півкільця збуджено однорідне магнітне поле з індукцією $B = 0,01$ Тл. Знайти силу, що розтягує півкільце. Дію на півкільце магнітного поля проводів, що підводять струм, і взаємодію окремих елементів півкільця не враховувати. [0,01 Н].

4.2.2.42 Застосовуючи закон Ампера для сили взаємодії двох паралельних струмів, вивести числове значення магнітної постійної μ_0 . [$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м].

4.2.2.43 Електрон рухається прямолінійно з постійною швидкістю $v = 0,2$ Мм/с. Визначити магнітну індукцію B поля, що створюється електроном в точці, що знаходиться на відстані $r = 2$ нм від електрона і яка лежить на прямій, що проходить через миттєве положення електрона і складає кут $\alpha = 45^\circ$ із швидкістю руху електрона. [566 мкТл].

4.2.2.44 Визначити напруженість H поля, що створюється електроном, який рухається прямолінійно рівномірно із швидкістю $v = 5000$ км/с, у точці, що знаходиться від нього на відстані $r = 10$ нм і лежить на перпендикулярі до v , що проходить через миттєве положення електрона. [637 А/м]

4.2.2.45 Електрон рухається в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,1$ Тл по колу. Визначити кутову швидкість обертання електрона. [$1,76 \cdot 10^{10}$ рад/с].

4.2.2.46 Електрон, що має швидкість $v = 10$ Мм/с, влетів в однорідне магнітне поле перпендикулярно лініям магнітної індукції. Індукція магнітного поля $B = 0,1$ мТл. Визначити нормальне і тангенціальне прискорення електрона. [$a_n = \text{const} = 1,76 \cdot 10^{14}$ м/с², $a_\tau = 0$]

4.2.2.47 В однорідному магнітному полі перпендикулярно лініям магнітної індукції рухається прямий провідник завдовжки 40 см. Визначити силу Лоренца, що діє на вільний електрон провідника, якщо виникаюча на його кінцях різниця потенціалів складає 10 мкВ. [$4 \cdot 10^{-24}$ Н]

4.2.2.48 Електрон, прискорений різницею потенціалів $U = 0,5$ кВ, рухається паралельно прямолінійному довгому провідникові на відстані $r = 1$ см від нього. Визначити силу, що діє на електрон, якщо через провідник пропускати струм $I = 10$ А. [$4,24 \cdot 10^{-16}$ Н]

4.2.2.49 Протон, прискорений різницею потенціалів $U = 0,5$ кВ влітає в однорідне магнітне поле з магнітною індукцією $B = 2$ мТл і рухається по колу. Визначити радіус цього кола. [16,1 см]

4.2.2.50 Протон і електрон, рухаючись з однаковою швидкістю, влітають в однорідне магнітне поле. У скільки разів радіус кривизни R_1 траєкторії протона більший, ніж радіус кривизни R_2 траєкторії електрона? [1840]

4.2.2.51 Протон і електрон, що прискорені однаковою різницею потенціалів, влітають в однорідне магнітне поле. У скільки разів радіус кривизни R_1 траєкторії протона більший, ніж радіус кривизни R_2 траєкторії електрона? [42,9].

4.2.2.52 Електрон, що влетів в однорідне магнітне поле з магнітною індукцією $B = 2$ мТл, рухається по круговій орбіті радіусом $R = 15$ см. Визначити магнітний момент p_m еквівалентного кругового струму. [0,632 пА·м²].

4.2.2.53 Електрон, який має швидкість $v = 1$ Мм/с, влітає в однорідне магнітне поле під кутом $\alpha = 60^\circ$ до напрямку поля і починає рухатися по спіралі. Напруженість магнітного поля $H = 1,5$ кА/м. Визначити: 1) крок спіралі; 2) радіус витка спіралі. [1) 9,49 мм; 2) 2,62 мм].

4.2.2.54 Електрон рухається в однорідному магнітному полі з магнітною індукцією $B = 0,2$ мТл по гвинтовій лінії. Визначити швидкість v електрона, якщо радіус гвинтової лінії $R = 3$ см, а крок $h = 9$ см. [1,17 Мм/с].

4.2.2.55 Визначити, при якій швидкості пучок заряджених частинок, рухаючись перпендикулярно схрещеним під прямим кутом однорідним електричному ($E = 100 \text{ кВ/м}$) і магнітному ($B = 50 \text{ мТл}$) полям, не відхиляється. [2 Мм/с].

4.2.2.56 Електрон, прискорений різницею потенціалів $U = 6 \text{ кВ}$, влітає в однорідне магнітне поле під кутом $\alpha = 30^\circ$ до напрямку поля і рухається по гвинтовій траєкторії. Індукція магнітного поля $B = 13 \text{ мТл}$. Знайти радіус R і крок h гвинтової траєкторії. [1 см ; 11 см].

4.2.2.57 α -частинка, кінетична енергія якої $W = 500 \text{ еВ}$, влітає в однорідне магнітне поле, яке перпендикулярно до її руху. Індукція магнітного поля $B = 0,1 \text{ Тл}$. Знайти силу F , що діє на α -частинку, радіус R кола, по якому рухається α -частинка та період її обертання T . [$5 \cdot 10^{-15} \text{ Н}$; $0,032 \text{ м}$; $1,3 \cdot 10^{-6} \text{ с}$].

4.2.2.58 Протон влітає в однорідне магнітне поле під кутом $\alpha = 30^\circ$ до напрямку поля і рухається по гвинтовій лінії радіусом $R = 1,5 \text{ см}$. Індукція магнітного поля $B = 0,1 \text{ Тл}$. Знайти кінетичну енергію W протона. [$6,9 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}$].

4.2.2.59 Електрон, прискорений різницею потенціалів $U = 3 \text{ кВ}$, влітає в магнітне поле соленоїда під кутом $\alpha = 30^\circ$ до його осі. Кількість ампервитків соленоїда $IN = 5000 \text{ А}\cdot\text{в}$. Довжина соленоїда $l = 25 \text{ см}$. Знайти крок h гвинтової траєкторії електрона в магнітному полі. [$0,04 \text{ м}$].

4.2.2.60 Магнітне поле, індукція якого $B = 0,5 \text{ мТл}$, напрямлене перпендикулярно до електричного поля, напруженість якого $E = 1 \text{ кВ/м}$. Пучок електронів влітає в електромагнітне поле, причому швидкість \vec{v} електронів перпендикулярна до площини, в якій лежать вектори \vec{E} і \vec{B} . Знайти швидкість електронів v , якщо при одночасній дії обох полів пучок електронів не випробовує відхилення. Яким буде радіус R траєкторія руху електронів за умови включення одного магнітного поля? [$2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$; $2,25 \text{ см}$].

4.2.2.61 В однорідне магнітне поле з магнітною індукцією $0,2 \text{ Тл}$ перпендикулярно лініям магнітної індукції з постійною швидкістю влітає заряджена частинка. Протягом 5 мкс включається електричне поле напруженістю $0,5 \text{ кВ/м}$ в напрямі, паралельному магнітному полю. Визначити крок гвинтової траєкторії зарядженої частинки. [$7,85 \text{ см}$].

4.2.2.62 Іони двох ізотопів з масами $m_1 = 6,5 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$ і $m_2 = 6,8 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$, прискорені різницею потенціалів $U = 0,5 \text{ кВ}$, влітають в однорідне магнітне поле з індукцією $B = 0,5 \text{ Тл}$ перпендикулярно лініям індукції. Приймаючи, що заряд кожного іона дорівнює елементарному електричному заряду, визначити, наскільки відрізняться радіуси траєкторій іонів ізотопів у магнітному полі. [$0,917 \text{ мм}$].

4.2.2.63 Циклотрони дозволяють прискорювати протони до енергій 20 МеВ. Визначити радіус дуантів циклотрона, якщо магнітна індукція $B = 2$ Тл. [$R > 32,3$ см].

4.2.2.64 Визначити питомий заряд частинок, прискорених у циклотроні в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 1,7$ Тл при частоті напруги, що прискорює, $\nu = 25,9$ МГц. [$9,57 \cdot 10^8$ Кл/кг].

4.2.2.65 Протони прискорюються у циклотроні в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 1,2$ Тл. Максимальний радіус кривизни траєкторії протонів складає $R = 40$ см. Визначити: 1) кінетичну енергію протонів у кінці прискорення; 2) мінімальну частоту напруги, при якій протони прискорюються до енергій $W = 20$ МеВ. [1) 11 МеВ; 2) 24,6 МГц].

4.2.2.66 Соленоїд завдовжки $l = 0,5$ м містить $N = 1000$ витків. Визначити магнітну індукцію B поля всередині соленоїда, якщо опір його обмотки $R = 120$ Ом, а напруга на її кінцях $U = 60$ В. [1,26 мТл].

4.2.2.67 У соленоїді завдовжки $l = 0,4$ м і діаметром $D = 5$ см створюється магнітне поле, напруженість якого $H = 1,5$ кА/м. Визначити: 1) магніторушійну силу F_m ; 2) різницю потенціалів U на кінцях обмотки, якщо для неї використовується алюмінієвий дріт ($c = 26$ нОм·м) діаметром $d = 1$ мм. [1) 600 А; 2) 3,12 В].

4.2.2.68 Визначити, користуючись теоремою про циркуляцію вектора \vec{B} , індукцію і напруженість магнітного поля на осі тороїда без сердечника, що містить 200 витків, по обмотці якого протікає струм в 2 А. Зовнішній діаметр тороїда дорівнює 60 см, внутрішній – 40 см. [$B = 0,32$ мТл, $H = 255$ А/м].

4.2.2.69 Визначити магнітний потік через площу поперечного перетину котушки (без сердечника), що має на кожному сантиметрі довжини $n = 8$ витків. Радіус соленоїда $r = 2$ см, а сила струму в ньому $I = 2$ А. [10,1 мкВб].

4.2.2.70 Усередині соленоїда з кількістю витків $N = 200$ з нікелевим сердечником ($\mu = 200$) напруженість однорідного магнітного поля $H = 10$ кА/м. Площа поперечного перетину сердечника $S = 10$ см². Визначити: 1) магнітну індукцію поля всередині соленоїда; 2) потікосцеплення. [1) 2,51 Тл; 2) 0,502 Вб].

4.2.2.71 В однорідне магнітне поле напруженістю $H = 100$ кА/м поміщена квадратна рамка із стороною $a = 10$ см. Площина рамки складає з напрямом магнітного поля кут $\alpha = 60^\circ$. Визначити магнітний потік, що пронизує рамку. [628 мкВб].

4.2.2.72 Потік магнітної індукції через площу поперечного перетину соленоїда (без сердечника) дорівнює $\Phi = 1$ мкВб. Довжина соленоїда $l = 12,5$ см. Визначити магнітний момент p_m цього соленоїда. [$0,1 \text{ А}\cdot\text{м}^2$].

4.2.2.73 В одній площині з нескінченним прямолінійним дротом із струмом $I = 20$ А розташована квадратна рамка із стороною, довжина якої $a = 10$ см, причому дві сторони рамки паралельні дроту, а відстань d від дроту до найближчої сторони рамки дорівнює 5 см. Визначити магнітний потік Φ , що пронизує рамку. [$1,62$ мкВб].

4.2.2.74 Прямий дріт завдовжки $l = 20$ см із струмом $I = 5$ А, що знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,1$ Тл, розташований перпендикулярно до ліній магнітної індукції. Визначити роботу сил поля, під дією яких провідник перемістився на 2 см. [2 мДж].

4.2.2.75 Квадратний провідний контур із стороною $l = 20$ см і струмом $I = 10$ А вільно підвішений в однорідному магнітному полі з магнітною індукцією $B = 0,2$ Тл. Визначити роботу, яку необхідно зробити, щоб повернути контур на 180° навколо осі, що перпендикулярна до напрямку магнітного поля. [$0,16$ Дж].

4.2.2.76 В однорідному магнітному полі з магнітною індукцією $B = 0,2$ Тл знаходиться квадратний провідний контур із стороною $a = 20$ см і струмом $I = 10$ А. Площина квадрата складає з напрямком поля кут в 30° . Визначити роботу видалення дроту за межі поля. [$0,04$ Дж].

4.2.2.77 Круговий провідний контур радіусом $r = 5$ см і струмом $I = 1$ А знаходиться в магнітному полі, причому площина контура перпендикулярна до напрямку поля. Напруженість поля дорівнює 10 кА/м. Визначити роботу, яку необхідно зробити, щоб повернути контур на 90° навколо осі, яка співпадає з діаметром контура. [$98,7$ мкДж].

4.2.2.78 В однорідному магнітному полі з магнітною індукцією $B = 1$ Тл знаходиться плоска котушка зі 100 витків радіусом $r = 10$ см, площина якої з напрямком поля складає кут $\alpha = 60^\circ$. По котушці тече струм $I = 10$ А. Визначити: 1) обертаючий момент, що діє на котушку; 2) роботу для видалення цієї котушки з магнітного поля. [$15,7$ Н·м; 2) $27,2$ Дж].

4.2.2.79 Кругла рамка із струмом ($S = 15 \text{ см}^2$) закріплена паралельно магнітному полю ($B = 0,1$ Тл), і на неї діє обертаючий момент $M = 0,45$ мН·м. Рамку звільнили, після повороту на 90° її кутова швидкість стала $\omega = 30 \text{ с}^{-1}$. Визначити: 1) силу струму, що тече по рамці; 2) момент інерції рамки щодо її діаметру. [1) 3 А; 2) $10^{-6} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$].

4.2.2.80 Соленоїд діаметром $d = 4$ см має $N = 500$ витків, поміщений в магнітне поле, індукція якого змінюється зі швидкістю 1 мТл/с. Вісь соленоїда складає з вектором магнітної індукції кут $\alpha = 45^\circ$. Визначити ЕРС індукції, що виникає в соленоїді. [444 мкВ].

4.2.2.81 Магнітний потік через котушку, що складається з $N = 75$ витків, $\Phi = 4,8 \cdot 10^{-3}$ Вб. За який час повинен зникнути цей потік, щоб у котушці виникла середня ЕРС індукції $\langle \xi \rangle = 0,75$ В. [$4,8 \cdot 10^{-1}$ с].

4.2.2.82 У магнітне поле, яке змінюється згідно із законом $B = B_0 \cos \omega t$ ($B_0 = 0,1$ Тл $\omega = 4$ с $^{-1}$), поміщена квадратна рамка із стороною $a = 50$ см, причому нормаль до рамки утворює з напрямком поля кут $\alpha = 45^\circ$. Визначити ЕРС індукції, що виникає в рамці у момент часу $t = 5$ с. [64 мВ].

4.2.2.83 Визначити швидкість зміни сили струму в котушці індуктивності якої $L = 100$ мГн, якщо в ній виникла ЕРС самоіндукції $\xi_s = 80,0$ В. [800 А/с].

4.2.2.84 Дротяна рамка площею $S = 400$ см 2 рівномірно обертається в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 2,0 \cdot 10^{-2}$ Тл навколо осі, перпендикулярної напрямку поля. Період обертання рамки $T = 0,05$ с. Рамка складається з $N = 300$ витків. Визначити максимальне значення ЕРС, що виникає в рамці. [30 В].

4.2.2.85 Кільце з алюмінієвого дроту ($\rho = 26$ нОм·м) розташоване в магнітному полі перпендикулярно до ліній магнітної індукції. Діаметр кільця $D = 30$ см, діаметр дроту $d = 2$ мм. Визначити швидкість зміни магнітного поля, якщо струм у кільці $I = 1$ А. [0,11 Тл/с].

4.2.2.86 Площина дротяного витка площею $S = 100$ см 2 і опором $R = 5$ Ом, що знаходиться в однорідному магнітному полі напруженістю $H = 10$ кА/м, перпендикулярна до ліній магнітної індукції. При повороті витка в магнітному полі відлік гальванометра, замкнутого на виток, складає $Q = 12,6$ мКл. Визначити кут повороту витка. [60°].

4.2.2.87 В однорідне магнітне поле з індукцією $B = 0,3$ Тл поміщена прямокутна рамка з рухомою стороною (рис. 4.2.11), довжина якої $l = 15$ см. Визначити ЕРС індукції, що виникає в рамці, якщо її рухома сторона переміщується перпендикулярно до ліній магнітної індукції зі швидкістю $v = 10$ м/с. [0,45 В].

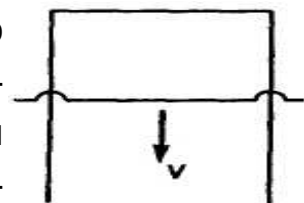


Рис. 4.2.11. Рамка з рухомою стороною

4.2.2.88 Рамка, що має форму рівностороннього трикутника, розміщена в однорідному магнітному полі з індукцією $B =$

= 0,1 Тл. Площина рамки складає з напрямом вектора магнітної індукції кут $\alpha = 30^\circ$. Визначити довжину сторони рамки, якщо при рівномірному зменшенні магнітного поля до нуля за час $\tau = 0,01$ с в рамці індукує ЕРС $\xi = 2 \cdot 10^{-3}$ В. [$3 \cdot 10^{-2}$ м].

4.2.2.89 Знайти магнітну проникність заліза, якщо напруженість магнітного поля в залізі $H = 800$ А/м, а магнітна індукція $B = 5$ Тл. [5 000]

4.2.2.90 Квадратна рамка із стороною $a = 50$ см поміщена в однорідне магнітне поле так, що площина її перпендикулярна до ліній магнітної індукції. Визначити магнітну індукцію, якщо відомо, що при зникненні магнітного поля протягом часу $\tau = 0,01$ с середнє значення ЕРС індукції, що виникає в рамці, $\langle \xi \rangle = 50$ мВ. [$2,0 \cdot 10^{-3}$ Тл].

4.2.2.91 Напруженість однорідного магнітного поля довгого соленоїда $H = \frac{In}{l}$. Знайти магнітну індукцію в залізному сердечнику соленоїда, якщо довжина соленоїда $l = 50$ см, число витків $n = 500$, струм $I = 10$ А. Магнітна проникність заліза $\mu = 5 000$. [62,8 Тл].

4.2.2.92 У соленоїд завдовжки $l = 50$ см вставлений сердечник з такого сорту заліза, для якого залежність $B = f(H)$ невідома. Кількість витків на одиницю довжини соленоїда $N_1 = 400$ см⁻¹; площа поперечного перетину соленоїда $S = 10$ см². Знайти магнітну проникність μ матеріалу сердечника при струмі через обмотку соленоїда $I = 5$ А, якщо відомо, що магнітний потік, пронизливий поперечний перетин соленоїда з сердечником $\Phi = 1,6$ мВб. Яка індуктивність L соленоїда за цих умов? [636,6; 64 мГн].

4.2.2.93 Є соленоїд із залізним сердечником довжиною $l = 50$ см, площею поперечного перетину $S = 10$ см² і числом витків $N = 1000$. Знайти індуктивність L цього соленоїда, якщо по обмотці соленоїда тече струм: а) $I = 0,1$ А; б) $I = 0,2$ А; в) $I = 2$ А. [а) 8 Гн; б) 6 Гн; в) 0,85 Гн].

4.2.2.94 Соленоїд завдовжки $l = 50$ см і площею поперечного перетину $S = 2$ см² має індуктивність $L = 0,2$ мкГн. При якому струмі I об'ємна густина енергії магнітного поля усередині соленоїда $W_0 = 1$ мДж/м³? [1 А].

4.2.2.95 Скільки витків має котушка, індуктивність якої $L = 1$ мГн, якщо при струмі $I = 1$ А магнітний потік крізь котушку $\Phi = 2$ мкВб? [500].

4.2.2.96 Площа поперечного перетину соленоїда із залізним сердечником $S = 10$ см²; довжина соленоїда $l = 1$ м. Знайти магнітну проникність μ матеріалу сердечника, якщо магнітний потік, що пронизує поперечний перетин соленоїда, $\Phi = 1,4$ мВб. Якому струму I , який тече через соленоїд, відпові-

дає цей магнітний потік, якщо відомо, що індуктивність соленоїда за цих умов $L = 0,44$ Гн? [1392,6; 1,6 А].

4.2.2.97 Котушка завдовжки $l = 20$ см і діаметром $D = 3$ см має $N = 400$ витків. По котушці йде струм $I = 2$ А. Знайти індуктивність L котушки і магнітний потік Φ , пронизливий площу її поперечного перетину. [$0,71 \cdot 10^{-3}$ Гн; $3,55 \cdot 10^{-6}$ Вб].

4.2.2.98 Скільки витків дроту діаметром $d = 0,6$ см має одношарова обмотка котушки, індуктивність якої $L = 1$ мГн і діаметр $D = 4$ см? Витки щільно прилягають один до одного. [380].

4.2.2.99 Котушка з залізним сердечником має площу поперечного перетину $S = 20$ см² і кількість витків $N = 500$. Індуктивність котушки з сердечником $L = 0,28$ Гн при струмі через обмотку $I = 5$ А. Визначити магнітну проникність μ залізного сердечника. [1 400].

4.2.2.100 В однорідному магнітному полі, індукція якого $B = 0,1$ Тл, обертається котушка, що складається з $N = 200$ витків. Вісь обертання котушки перпендикулярна до її осі і до напрямку магнітного поля. Період звернення котушки $T = 0,2$ с; площа поперечного перетину $S = 4$ см². Знайти максимальну ЕРС індукції ξ_{\max} в котушці, що обертається. [250 мВ].

4.2.2.101 Обмотка соленоїда складається з N витків мідного дроту, поперечний перетин якого $S = 1$ мм². Довжина соленоїда $l = 25$ см; його опір $R = 0,2$ Ом. Знайти індуктивність L соленоїда. [$54,5 \cdot 10^{-6}$ Гн].

4.2.2.102 В однорідному магнітному полі, індукція якого $B = 0,8$ Тл, рівномірно обертається рамка з кутовою швидкістю $\omega = 15$ рад/с. Площа рамки $S = 150$ см². Вісь обертання знаходиться в площині рамки і складає кут $\alpha = 30^\circ$ з напрямком магнітного поля. Знайти максимальну ЕРС індукції ξ_{\max} в рамці, що обертається. [0,09 В].

4.2.2.103 Горизонтальний стрижень завдовжки $l = 1$ м обертається навколо вертикальної осі, що проходить через один з його кінців. Вісь обертання паралельна до магнітного поля, індукція якого $B = 50$ мкТл. При якій частоті обертання n стрижня різниця потенціалів на кінцях цього стрижня $U = 1$ мВ? [$6,4$ с⁻¹].

4.2.2.104 У котушці завдовжки $l = 0,5$ м, діаметром $d = 5$ см і кількостю витків $N = 1500$ струм рівномірно збільшується на $0,2$ А за одну секунду. На котушку надіте кільце з мідного дроту ($c = 17$ нОм·м) площею перетину $S_k = 3$ мм². Визначити силу струму в кільці. [0,166 мА].

4.2.2.105 Котушка діаметром $d = 2$ см, що містить один шар щільно прилеглих один до одного $N = 500$ витків алюмінієвого дроту перетином $S = 1$ мм², поміщена в магнітне поле. Вісь котушки паралельна до ліній індукції. Магнітна індукція поля рівномірно змінюється зі швидкістю 1 мТл/с. Визначити теплову потужність, що виділяється в котушці, якщо її кінці замкнуті накоротко. Питомий опір алюмінію $\rho = 26$ нОм·м. [30,2 мкВт].

4.2.2.106 На соленоїд завдовжки $l = 20$ см і площею поперечного перетину $S = 30$ см² надітий дротяний виток. Обмотка соленоїда має $N = 320$ витків, і по ньому йде струм $I = 3$ А. Яка середня ЕРС $\xi_{\text{ср}}$ індукується в надітому на соленоїд витку, коли струм у соленоїді вимикається протягом часу $t = 1$ мс? [18 мВ].

4.2.2.107 У магнітному полі, індукція якого $B = 0,05$ Тл, обертається стрижень завдовжки $l = 1$ м з кутовою швидкістю $\omega = 20$ рад/с. Вісь обертання проходить через кінець стрижня і паралельна магнітному полю. Знайти ЕРС індукції ξ , яка виникає на кінцях стрижня. [0,5 В].

4.2.2.108 В однорідному магнітному полі ($B = 0,1$ Тл) крутиться з постійною кутовою швидкістю $\omega = 50$ с⁻¹ навколо вертикальної осі стрижень завдовжки $l = 0,4$ м. Визначити ЕРС індукції, що виникає в стрижні, якщо вісь обертання проходить через кінець стрижня паралельно до ліній магнітної індукції. [0,4 В].

4.2.2.109 В однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,02$ Тл рівномірно обертається навколо вертикальної осі горизонтальний стрижень завдовжки $l = 0,5$ м. Вісь обертання проходить через кінець стрижня паралельно до ліній магнітної індукції. Визначити кількість оборотів в секунду, при якому на кінцях стрижня виникає різниця потенціалів $U = 0,1$ В. [6,37 с⁻¹].

4.2.2.110 В однорідному магнітному полі ($B = 0,2$ Тл) рівномірно з частотою $n = 600$ мін⁻¹ обертається рамка, що містить $N = 1200$ витків, щільно прилеглих один до одного. Площа рамки $S = 100$ см². Вісь обертання лежить в площині рамки і перпендикулярна до ліній магнітної індукції. Визначити максимальну ЕРС, що індукується в рамці. [151 В].

4.2.2.111 Магнітна індукція B поля між полюсами двополюсного генератора дорівнює 1 Тл. Ротор має 140 витків (площа кожного витка $S = 500$ см²). Визначити частоту обертання якоря, якщо максимальне значення ЕРС індукції дорівнює 220 В. [5 с⁻¹].

4.2.2.112 Круговий дротяний виток площею $S = 0,01$ м² знаходиться в однорідному магнітному полі, індукція якого $B = 1$ Тл. Площина витка

перпендикулярна до напрямку магнітного поля. Знайти середню ЕРС індукції $\xi_{\text{ср}}$, що виникає у витку при включенні поля протягом часу $t = 10$ мс. [1 В].

4.2.2.113 В однорідному магнітному полі, індукція якого $B = 0,1$ Тл, рівномірно обертається котушка, що складається з $N = 100$ витків дроту. Частота обертання котушки $n = 5$ с⁻¹, площа поперечного перетину котушки $S = 0,01$ м². Вісь обертання перпендикулярна до осі котушки і напрямку магнітного поля. Знайти максимальну ЕРС індукції ξ_{max} в котушці, що обертається. [3,14 В].

4.2.2.114 В однорідному магнітному полі ($B = 0,2$ Тл) рівномірно обертається прямокутна рамка, що містить $N = 200$ витків, щільно прилеглих один до одного. Площа рамки $S = 100$ см². Визначити частоту обертання рамки, якщо максимальна ЕРС, що індукується в ній $(\xi_i)_{\text{max}} = 12,6$ В. [5 с⁻¹].

4.2.2.115 В однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,1$ Тл рухається провідник завдовжки $l = 10$ см. Швидкість руху провідника $v = 15$ м/с і направлена перпендикулярно до магнітного поля. Знайти ЕРС e , яка індукується в провіднику. [0,15 В]

4.2.2.116 Котушка діаметром $d = 10$ см, що складається з $N = 500$ витків дроту, знаходиться в магнітному полі. Знайти середню ЕРС індукції $\xi_{\text{ср}}$, що виникає в цій котушці, якщо індукція магнітного поля збільшується протягом часу $\tau = 0,1$ с від 0 до 2 Тл. [78,5 В].

4.2.2.117 Котушка має індуктивність $L = 0,2$ Гн і опір $R = 1,64$ Ом. У скільки разів зменшиться струм в котушці через час $t = 0,05$ с після того, як ЕРС вимкнена і котушка замкнута накоротко? [1,6 рази].

4.2.2.118 Котушка має індуктивність $L = 0,144$ Гн і опір $R = 10$ Ом. Через який час t після включення в котушці потече струм, що дорівнює половині сталого? [$7,2 \cdot 10^{-3}$ с].

4.2.2.119 В однорідному магнітному полі рівномірно обертається прямокутна рамка з частотою $n = 600$ мін⁻¹. Амплітуда індукованої в рамці ЕРС $\xi_0 = 3$ В. Визначити максимальний магнітний потік через рамку. [47,7 мВб].

4.2.2.120 Котушка завдовжки $l = 50$ см і діаметром $d = 5$ см містить $N = 200$ витків. По котушці тече струм $I = 1$ А. Визначити: 1) індуктивність котушки; 2) магнітний потік, що пронизує площу її поперечного перетину. [1) 197 мкГн; 2) 985 нВб].

4.2.2.121 Довгий соленоїд індуктивністю $L = 4 \text{ мГн}$ містить $N = 600$ витків. Площа поперечного перетину соленоїда $S = 20 \text{ см}^2$. Визначити магнітну індукцію поля усередині соленоїда, якщо сила струму, що протікає по його обмотці, дорівнює 6 А . [$0,02 \text{ Тл}$].

4.2.2.122 Дві довгі котушки намотані на загальний сердечник, причому індуктивності цих котушок $L_1 = 0,64 \text{ Гн}$ і $L_2 = 0,04 \text{ Гн}$. Визначити, в скільки разів кількість витків першої котушки більша, ніж другої. [4 рази].

4.2.2.123 Визначити, скільки витків дроту, які впритул прилягають один до одного, діаметром $d = 0,5 \text{ мм}$ з ізоляцією нікчемної товщини треба намотати на картонний циліндр діаметром $D = 1,5 \text{ см}$, щоб одержати одношарову котушку індуктивністю $L = 100 \text{ мкГн}$? [225].

4.2.2.124 Визначити індуктивність нескінченно довгого соленоїда завдовжки l і опором R , якщо обмоткою соленоїда є дріт масою m (прийняти густину дроту і її питомий опір відповідно за ρ і ρ'). [$\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{mR}{\rho\rho' l}$].

4.2.2.125 Надпровідний соленоїд завдовжки $l = 10 \text{ см}$ і площею поперечного перетину $S = 3 \text{ см}^2$, що містить $N = 1000$ витків, може бути підключений до джерела ЕРС $\xi = 12 \text{ В}$. Визначити силу струму через $0,01 \text{ с}$ після замикання ключа. [31,8 А].

4.2.2.126 Через котушку, індуктивність L якої дорівнює 200 мГн , протікає струм, що змінюється згідно із законом $I = 2 \cos 3t$. Визначити: 1) закон зміни ЕРС самоіндукції; 2) максимальне значення ЕРС самоіндукції. [$\xi_s = 1,2 \sin 3 t \text{ В}$; 2) $1,2 \text{ В}$].

4.2.2.127 У соленоїді без сердечника, що містить $N = 1000$ витків, при збільшенні сили струму магнітний потік збільшився на 1 мВб . Визначити середню ЕРС самоіндукції $\langle \xi_s \rangle$, що виникає в соленоїді, якщо зміна сили струму відбулася за $0,1 \text{ с}$. [1 В].

4.2.2.128 Є котушка індуктивністю $L = 0,1 \text{ Гн}$ і опором $R = 0,8 \text{ Ом}$. Визначити, в скільки разів зменшиться сила струму в котушці через $t = 30 \text{ мс}$, якщо джерело струму відключити і котушку замкнути накоротко. [1,27 рази].

4.2.2.129 Дві котушки намотані на один загальний сердечник. Визначити їх взаємну індуктивність, якщо при швидкості зміни сили струму в першій котушці $dI_1/dt = 3 \text{ А/с}$ в другій котушці індукується ЕРС $\xi_{12} = 0,3 \text{ В}$. [0,1 Гн].

4.2.2.130 Два соленоїди ($L_1 = 0,64 \text{ Гн}$, $L_2 = 1 \text{ Гн}$) однакової довжини і перетину вставлені один в іншій. Визначити взаємну індуктивність соленоїдів. [0,8 Гн]

4.2.2.131 Дві котушки намотані на один сердечник. Індуктивність першої котушки $L_1 = 0,12$ Гн, другої $L_2 = 3$ Гн. Опір другої котушки $R_2 = 300$ Ом. Визначити силу струму I_2 в другій котушці, якщо за час $\Delta t = 0,01$ с силу струму в першій котушці зменшити від $I_1 = 0,5$ А до нуля. [0,1 А].

4.2.2.132 Сила струму I у обмотці соленоїда, що містить $N = 1500$ витків, дорівнює 5 А. Магнітний потік Φ через поперечний перетин соленоїда складає 200 мкВб. Визначити енергію магнітного поля в соленоїді. [0,75 Дж].

4.2.2.133 Обмотка електромагніту, знаходячись під постійною напругою, має опір $R = 15$ Ом і індуктивність $L = 0,3$ Гн. Визначити час, за який в обмотці виділиться кількість теплоти, що дорівнює енергії магнітного поля в сердечнику. [0,01 с].

4.2.2.134 Соленоїд без сердечника з одношаровою обмоткою з дроту діаметром $d = 0,5$ мм має довжину $l = 0,4$ м і поперечний перетин $S = 50$ см². Який струм тече по обмотці при напрузі $U = 10$ В, якщо за час $t = 0,5$ мс в обмотці виділяється кількість теплоти, що дорівнює енергії поля всередині соленоїда? Поле вважати однорідним. [995 мА].

4.2.2.135 Індуктивність соленоїда при довжині 1 м і площі поперечного перетину 20 см² дорівнює 0,4 мГн. Визначити силу струму в соленоїді, при якій об'ємна густина енергії магнітного поля усередині соленоїда дорівнює 0,1 Дж/м³. [1 А].

5. Рекомендована література

5.1. Основна

1. Ахиезер А. И. Общая физика. Электрические и магнитные явления. – К.: Наукова думка, 1981. – 468 с.
2. Бушок Г. Ф. Курс фізики. Кн.1. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм / Г. Ф. Бушок, В. В. Левандовський, Г. Ф.Півень. – К.:Либідь, 2001.– 448 с.
3. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 1985. – 382 с.
4. Зильберман Г. Е. Электричество и магнетизм. – М.: Наука, 1970. – 386 с.
5. Кучерук І. М. Загальний курс фізики. Т. 2. / І. М. Кучерук, І.Т. Горбачук. – К.: Техніка, 1999. – 394 с.
6. Савельев И. В. Курс общей физики. Т. 2. – М.: Наука, 1989. – 496 с.
7. Трофимова Т.И. Краткий курс физики. М.: Высшая школа, 2000. – 489 с.

5.2. Додаткова

8. Гершензон Е. М. Курс общей физики, Т. 1 – 2. – М.: Академия, 2000.
9. Гольдин Л. Л. Руководство к лабораторным занятиям по физике. – М.: Наука, 1983. – 704 с.
10. Грабовский Р. И. Курс физики. – М.: Высш. шк., 1980. – 608 с.
11. Детлаф А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М.: Высш.шк., 1989. – 608 с.
12. Зисман Г. А. Курс общей физики. Т.1-3 / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – М.: Наука, 1974.
13. Иродов И. Е. Сборник задач по общей физики / И. Е. Иродов, И. В. Савельев, О. И. Замша. – М.: Наука, 1972. – 255 с.
14. Кортнев А. В. Практикум по физике / А. В. Кортнев, Ю. В. Рублев, А. Н. Куценко. – М.: Высш. шк., 1963. – 516 с.
15. Ландау Л. Д. Курс общей физики / Л. Д. Ландау, А. И. Ахиезер, Е. М. Лифшиц .– М.: Наука, 1965.–384с.

16. Методические рекомендации к лабораторным работам по разделу «Электричество и магнетизм» курса «Физика» для студентов специальности 7.080401 всех форм обучения / Сост. В. В. Белоус. – Харьков: Изд. ХГЭУ, 2002. – 56 с.

17. Методические рекомендации к практическим занятиям по разделу «Электричество и магнетизм» курса «Физика» для студентов специальности 7.080401 всех форм обучения / Сост. В. Я. Платков, В. В. Белоус. – Харьков: Изд. ХНЭУ, 2004. – 56 с.

18. Парселл Э. Электричество и магнетизм. Берклевский курс физики. Т. 2. – М.: Наука, 1971. – 448 с.

19. Савельев И. В. Сборник вопросов и задач по общей физики. – М.: Наука, 1982. – 272 с.

20. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Электричество. – М.: Наука, 1983. 748 с.

21. Тамм И. Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1989. – 504 с.

22. Трофимова Т. И. Сборник задач по курсу физики.- М.: Высшая школа, 1991. – 302 с.

23. Чолпан П. Ф. Основы физики. – К.: Высшая школа, 1985. – 432 с.

24. Шубин А. С. Курс общей физики. – М.: Высшая школа, 1976. – 480 с.

25. Яворский Б. М. Справочник по физике. – М.: Наука, 1985. – 578 с.

Додатки

Вимірювальна коаксіальна лінія типу Р1-34

Вимірювальні коаксіальні лінії (ВКЛ) призначені для вимірювання коефіцієнта стоячої хвилі КСХ (величина зворотна коефіцієнту хвилі, що біжить, КХБ) і повних опорів в коаксіальних передавальних лініях у діапазоні сантиметрових хвиль.

Основні технічні дані

Вимірювальна коаксіальна лінія типу Р1-34 має наступні основні технічні дані.

Робочий діапазон частот – від 2 до 18 ГГц.

Максимальна погрішність визначення КСХ – $\leq \pm 10\%$.

Хвильовий опір лінії – 50 Ом.

Конструкція лінії

Спрощена схема лінії представлена на рис. 1. Основною частиною приладу є поміщений в корпусі відрізок коаксіальної лінії, внутрішнім дротом якої служить металевий стрижень, а зовнішній провідник утворений двома металевими пластинами (2), паралельними одна до одної. У лінію вводиться зонд (4), який пов'язаний об'ємним резонатором (5), що настроюється. Резонатор у свою чергу пов'язаний з кристалічним детектором (6). Зонд з резонатором і детектором утворюють вимірювальну головку, яка може переміщатися вздовж лінії за допомогою спеціальних направляючих. Випрямлена напруга з детектора подається на індикаторний прилад.

Для приєднання до лінії досліджуваних навантажень і коаксіальних систем, а також лінії до живлячого генератора служать сполучні гнізда

Механізм переміщення вимірювальної головки забезпечує переміщення зонда паралельно пластинам, створюючим зовнішній дріт основної коаксіальної лінії. Положення зонда визначається по лінійці і ноніусу.

До складу вимірювальної лінії входять:

крайове узгоджене навантаження;

еталонні реактивні опори.

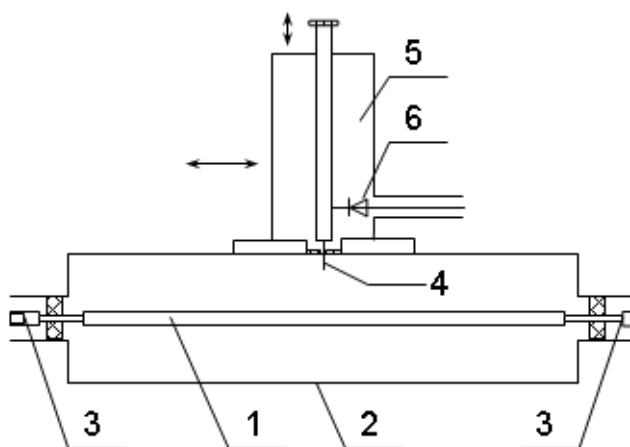


Рис. 1. Спрощена схема лінії

Еталонні реактивні опори – короткозамкнуті відрізки коаксіальних ліній різної (змінною) довжини з хвильовим опором 50 Ом.

Зміна величини і характеру реактивного опору здійснюється переміщенням короткозамикаючого поршня вздовж лінії. Положення поршня визначається за шкалою і ноніусом.

Крайове узгоджене навантаження призначене для створення режиму біжучої хвилі в лінії з хвильовим опором 50 Ом.

Усередині лінії поміщена вставка з суміші порошкового заліза з полістиролом, що поглинає електромагнітну енергію. Довжина вставки і її форма (скошений конус) вибрані такими, щоб забезпечити повне поглинання енергії, що підводиться до навантаження, і виключити відбиття енергії від вставки.

Принцип дії

Вимірювальна лінія є відрізком коаксіальної лінії з хвильовим опором 50 Ом. Вона призначена для вимірювання параметрів стоячих хвиль в однорідному коаксіальному тракті.

Вимірювання параметрів навантажень зводиться до порівняння імпедансу (повного опору) навантажень з хвильовим опором лінії. У вимірювальній лінії поширюються падаюча і відбита хвилі. Відбита хвиля виникає в разі нерівності імпедансу навантаження хвильовому опором лінії.

У місцях, де фази падаючої і відбитої хвиль співпадають, утворюється пучність або максимум стоячої хвилі. У місцях, де фази протилежні, утворюється вузол або мінімум стоячої хвилі. Відношення максимуму стоячої хвилі до мінімуму є коефіцієнтом стоячої хвилі по напрузі (K_{CTU}) на даній частоті (КСХ).

Розподіл поля в лінії, що створюється вимірюваним навантаженням, досліджується за допомогою зонда, що переміщається по щілині, на який наводиться напруга, пропорційна напруженості поля в місці розташування зонда. Для підвищення чутливості зонд з'єднаний з головкою резонатора (індикаторною). Випрямлена детектором напруга подається на індикаторний прилад.

Підготовка приладу до роботи

1. Приєднати до вимірювальної головки індикаторний прилад (мікроамперметр).
2. Приєднати до входу лінії генератор з розв'язаним виходом, а до виходу лінії – узгоджене навантаження.
3. Встановити зонд у положення максимального занурення.
4. Провести налаштування вимірювальної головки обертанням стакану головки, добиваючись максимального відхилення стрілки індикаторного приладу. Якщо стрілка приладу "зашкалює", необхідно або зменшити потужність генератора (аттенюатором), або зменшити напругу, що підводиться до приладу зменшенням глибини занурення зонда.

Додаток Б

Атенюатор, що розв'язує, типу Д5-20

Атенюатори, що розв'язують, призначені для плавного ослаблення передаваної по хвильоводному тракту потужності при наладці і випробуваннях апаратури діапазону НВХ.

Основні технічні дані

Діапазон робочих частот 12,05 – 17,44 ГГц.

Діапазон зміни ослаблення приладу складає 0 – 30 дБ.

Коефіцієнт стоячої хвилі (K_{CTU}) – не більше 1,08.

Конструкція і принцип дії

Атенюатор – відрізок хвильоводу, усередині якого розташована фотоситалова пластинка з нанесеним резистивним шаром (плівка ніхрому). Для забезпечення мінімальної величини початкового ослаблення пластинка розташована в хвильоводі так, щоб резистивний шар був зве-

рнений до вузької стінки хвильоводу. Пластина має скоси, що погоджують.

Пластина пов'язана з механізмом перебудови за допомогою двох штирів. Механізм перебудови забезпечує переміщення поглинаючої пластини від стінки хвильоводу до центру.

Атенюатор працює на принципі поглинання НВХ енергії. При розташуванні пластини в центрі хвильоводу поглинання досягає максимуму, при переміщенні пластини до стінки хвильоводу поглинання наближається до нуля. Атенюатор має орієнтовну шкалу в децибелах.

Зміст

Вступ	3
1. Основні відомості з теорії	7
1.1. Електромагнітна взаємодія. Основні поняття	7
1.2. Електростатика	14
1.2.1. Точкові, поверхневі і об'ємні заряди	15
1.2.2. Потенціал електростатичного поля	19
1.2.3. Провідники в електростатичному полі	20
1.2.4. Діелектрики	23
1.2.5. Поняття макроскопічного і мікроскопічного полів	25
1.2.6. Сегнетоелектрики і пьезоелектрики	25
1.2.7. Енергія електричного поля	27
1.2.8. Пондеромоторні сили в електричному полі	30
1.3. Постійний електричний струм	30
1.3.1. Основні поняття	30
1.3.2. Закон Ома	34
1.3.3. Закони Кирхгофа	37
1.3.4. Закон Джоуля-Ленца	39
1.4. Основні поняття електронної теорії речовини	41
1.4.1. Основні поняття	41
1.4.2. Елементи квантової теорії електропровідності твердих тіл	44
1.5. Магнетизм і електромагнетизм	55
1.5.1. Постійне магнітне поле у вакуумі і речовині	55
1.5.2. Закон Ампера. Робота над контуром із струмом	61
1.5.3. Закон Био-Савара-Лапласа	65
1.5.4. Взаємодія струмів	67
1.5.5. Магнітний диполь. Діа- і парамагнетики	69
1.5.6. Теорема про циркуляцію магнітного поля у вакуумі	76
1.5.7. Теорема про циркуляцію магнітного поля в речовині	80
1.5.8. Феромагнетизм	84
1.6. Змінні електричні і магнітні поля	87
1.6.1. Властивості магнітних потоків	87
1.6.2. Закон електромагнітної індукції	89
1.6.3. Коефіцієнти взаємної індукції і самоіндукції	100
1.6.4. Енергія магнітного поля	102
1.6.5. Закон повного струму. Струм зсуву	104

2. Основні закони й формули	109
3. Основні лабораторні роботи	113
Лабораторна робота №1 Вивчення роботи електронного осцилографа	113
Лабораторна робота №2 Вивчення закону Ома	130
Лабораторна робота №3 Вимірювання питомого заряду електрона "методом магнетрона"	138
Лабораторна робота №4 Вимірювання ширини забороненої зони напівпровідників	144
Лабораторна робота №5 Вимірювання індуктивності, ємності і перевірка закону Ома для змінного струму	154
Лабораторна робота №6 Дослідження намагнічення ферромагнетиків за допомогою осцилографа	161
Лабораторна робота №7 Дослідження згасаючих коливань в простому коливальному контурі	169
Лабораторна робота №8 Вимірювання довжини електромагнітних хвиль	175
Лабораторна робота №9 Дослідження хвильових процесів в довгій лінії НВХ діапазону	181
4. Основні типові розрахункові завдання	195
4.1. Електрика	195
4.1.1. Приклади розв'язання завдань	195
4.1.2. Завдання для самостійної роботи	209
4.2. Магнетизм	231
4.2.1. Приклади розв'язання завдань	231
4.2.2. Завдання для самостійної роботи	247
5. Рекомендована література	264
5.1. Основна	264
5.2. Додаткова	264

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

**Бондаренко Олена Олексіївна
Гоков Олександр Михайлович
Катрунов Костянтин Олексійович**

**Практикум з навчальної дисципліни
"ФІЗИКА".
ЕЛЕКТРИКА ТА МАГНЕТИЗМ**

Навчально-практичний посібник

Відповідальний за випуск Лапта С. І.

Відповідальний редактор Сєдова Л. М.

Редактор Муштай Т. О.

Коректор Муштай Т. О.

План 2009 р. Поз. №70-П

Підл. до друку 4 42 4429 Формат 60 × 90 1/16. Папір MultiColor. Друк Riso.

Ум.-друк. арк. 17,0. Обл.-вид. арк. 21,25. Тираж 400 прим. Зам. № 429

Видавець і виготівник — видавництво ХНЕУ, 61001, м. Харків, пр. Леніна, 9а

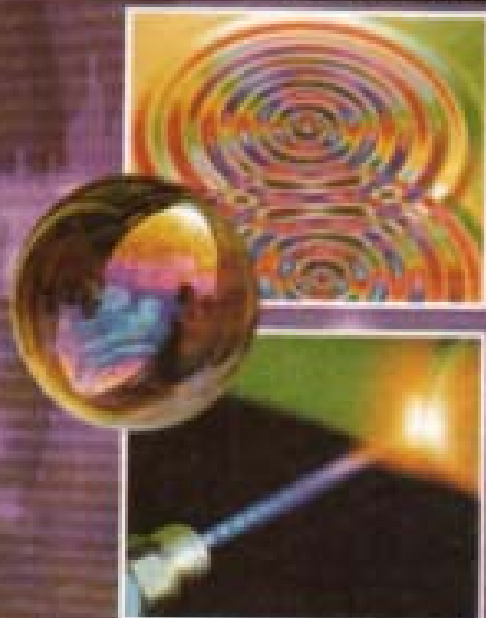
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів видавничої справи

Дж №481 від 13.06.2001 р.

Бондаренко О. О., Гоков О. М., Катрунов К. О.

ПРАКТИКУМ
з навчальної дисципліни
«ФІЗИКА»
ЕЛЕКТРИКА ТА МАГНЕТИЗМ

Навчально-практичний посібник



Подано основні теоретичні відомості, опис лабораторних робіт, методичні рекомендації до їх виконання, матеріал щодо закріплення знань, основні типові розрахункові завдання і приклади їх розв'язання.

ВИДАВНИЦТВО ХНЕУ
ХАРКІВ 2009